

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

www.mientayvn.com/chat_box_li.html

Chương 12

DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

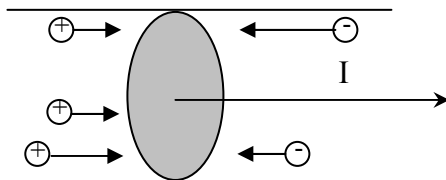
§12.1 CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1 – Dòng điện:

Trong môi trường dẫn, khi không có điện trường ngoài, các hạt mang điện tự do luôn luôn chuyển động nhiệt hỗn loạn. Khi có điện trường ngoài đặt vào, dưới tác dụng của lực điện trường $\vec{F} = q\vec{E}$, các điện tích dương sẽ chuyển động theo chiều vector cường độ điện trường \vec{E} , còn các điện tích âm chuyển động ngược chiều với vector \vec{E} tạo nên dòng điện.

Vậy: *dòng điện là dòng chuyển dời có hướng của các hạt mang điện. Chiều của dòng điện được quy ước là chiều chuyển động của các hạt mang điện dương.*

Trong các môi trường dẫn khác nhau thì bản chất của dòng điện cũng khác nhau. Ví dụ bản chất của dòng điện trong kim loại là dòng chuyển dời có hướng của các electron tự do; trong chất điện phân là dòng chuyển dời có hướng của các ion dương và ion âm; trong chất khí là dòng chuyển dời có hướng của các electron, các ion dương và âm (khi chất khí bị ion hóa); trong chất bán dẫn là dòng chuyển dời có hướng của các electron và các lỗ trống.



Hình 6.1: Dòng điện

Tuy có bản chất khác nhau song dòng điện bao giờ cũng có các tác dụng đặc trưng cơ bản giống nhau, đó là tác dụng nhiệt, tác dụng từ, tác dụng hóa học và tác dụng sinh lí.

Đặc trưng cho độ mạnh, yếu và phương chiều của dòng điện, người ta đưa ra khái niệm *cường độ* và *mật độ dòng điện*.

2 – Cường độ dòng điện :

Xét một vật dẫn có tiết diện ngang S , ta định nghĩa: *cường độ dòng điện qua tiết diện S là đại lượng vô hướng, có trị số bằng điện lượng chuyển qua tiết diện ấy trong một đơn vị thời gian.*

Nếu trong thời gian dt có điện lượng dq chuyển qua diện tích S thì cường độ dòng

điện là:
$$I = \frac{dq}{dt} \quad (12.1)$$

Trong môi trường có cả điện tích (+) và điện tích (-) thì qua S là:

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt} \quad (12.2)$$

Trong đó dq_+ và dq_- là điện lượng của các điện tích dương và âm.

Trong hệ SI, đơn vị đo cường độ dòng điện là ampe (A).

Để tính điện lượng Δq chuyển qua tiết diện ngang S trong thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$, ta nhân (12.1) với dt rồi tích phân hai vế:
$$\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} Idt \quad (12.3)$$

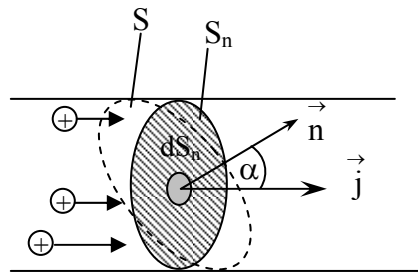
Nếu chiều và cường độ dòng điện không đổi theo thời gian thì ta có *dòng điện không đổi*. Khi đó (12.1) được viết là:
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{hay} \quad I = \frac{q}{t} \quad (12.4)$$

3 – Mật độ dòng điện :

Cường độ dòng điện đặc trưng cho độ mạnh, yếu của dòng điện trên toàn tiết diện S , mà không diễn tả được độ mạnh, yếu của dòng điện tại từng điểm trên tiết diện S . Để đặc trưng cho dòng điện tại từng điểm trên tiết diện S , người ta định nghĩa vector mật độ dòng điện:

Mật độ dòng điện tại một điểm

M là một vector \vec{j} có gốc tại M , có hướng chuyển động của điện tích (+) đi qua điểm đó, có trị số bằng cường độ dòng điện qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với hướng ấy.



Hình 6.2: vector mật độ dòng điện

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \quad (12.5)$$

Suy ra cường độ dòng điện qua diện tích S bất kỳ là:

$$I = \int_S dI = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}_n = \int_S j \cdot dS \cos \alpha = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (12.6)$$

với α là góc giữa \vec{j} và pháp tuyến \vec{n} của dS ; dS_n là hình chiếu của dS lên phương vuông góc với hướng chuyển động của các điện tích. Qui ước: $d\vec{S} = dS_n \vec{n}$

Nếu mật độ dòng điện đều như nhau tại mọi điểm trên tiết diện S_n thì:

$$I = jS_n \quad \text{hay} \quad \vec{j} = \frac{I}{S_n} \quad (12.7)$$

Đơn vị đo mật độ dòng điện là ampe trên mét vuông (A/m^2).

Mật độ dòng điện là đại lượng vi mô, phụ thuộc vào mật độ hạt điện tích n_0 , điện tích q của mỗi hạt và vận tốc \vec{v} của chuyển động có hướng của các điện tích. Thật vậy, xét đoạn dây dẫn tiết diện thẳng S , giới hạn bởi hai mặt S_1 và S_2 , chiều dài l bằng quãng đường các điện tích dịch chuyển được trong một giây, nghĩa là bằng độ lớn vận tốc v (hình 12.3). Khi dòng điện không đổi chạy dọc theo

dây dẫn thì trong một giây, số hạt N đi qua S_2 bằng số hạt nằm trong thể tích V của hình trụ có đáy S , đường cao l : $N = n_0 V = n_0 S l = n_0 S v$

Suy ra cường độ dòng điện qua tiết diện S là: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = |q| N = |q| n_0 S v$

Vậy, mật độ dòng điện là: $\vec{j} = \frac{I}{S} = n_0 |q| \vec{v}$ (12.8)

Nếu vật dẫn chỉ có các điện tích tự do (+) hoặc (-) thì vectơ mật độ dòng:

$$\vec{j} = q n_0 \vec{v} \quad (12.9)$$

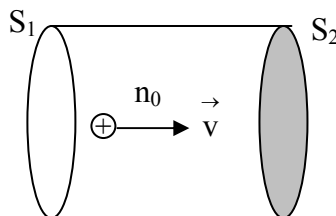
(12.9) chứng tỏ vectơ mật độ dòng \vec{j} hướng cùng chiều vectơ vận tốc của điện tích dương và ngược chiều vectơ vận tốc của điện tích âm.

Tổng quát, trong môi trường dẫn có cả điện tích (+) và (-) thì vectơ mật độ dòng điện là:

$$\vec{j} = \sum_k n_{ok} q_k \vec{v}_k \quad (12.10)$$

và độ lớn của mật độ dòng điện: $|\vec{j}| = \sum_k n_{ok} |q_k| \cdot |\vec{v}_k|$ (12.11)

trong đó n_{ok} là mật độ hạt có điện tích q_k chuyển động có hướng với vận tốc \vec{v}_k .



Hình 12.3: Số hạt mang điện nằm trong hình trụ này sẽ chuyển qua tiết diện S_2 trong một đơn vị thời gian

§12.2 ĐỊNH LUẬT OHM CHO ĐOẠN MẠCH ĐỒNG CHẤT

1 - Dạng tích phân của định luật Ohm:

Định luật Ohm là một trong những định luật thực nghiệm về dòng điện được tìm ra sớm nhất. Nội dung định luật được phát biểu như sau: *Cường độ dòng điện chạy qua một đoạn mạch đồng chất tỷ lệ thuận với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch đó.*

Biểu thức: $I = kU = \frac{U}{R}$ (12.12)

Ở đó, hệ số tỉ lệ k được viết dưới dạng $\frac{1}{R}$. Đại lượng R đặc trưng cho mức độ cản trở dòng điện qua mạch nên gọi là điện trở của đoạn mạch. Trong hệ SI, đơn vị đo điện trở là ôhm (Ω).

Thực nghiệm cho biết, với một dây kim loại đồng chất, tiết diện đều S , chiều dài ℓ thì điện trở của dây dẫn được tính theo công thức:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \tag{12.13}$$

Trong đó ρ là điện trở suất của chất làm dây dẫn. Khi nhiệt độ tăng, điện trở suất tăng theo qui luật: $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ (12.14)

Do đó điện trở cũng tăng theo qui luật: $R = R_0(1 + \alpha t)$ (12.15)

Với ρ_0, R_0 và ρ, R lần lượt là điện trở suất, điện trở ở 0°C và $t^\circ\text{C}$. α là hệ số nhiệt điện trở.

(12.14) chứng tỏ điện trở suất tăng và giảm tuyến tính theo nhiệt độ. Tuy nhiên, ở nhiệt độ rất thấp, điện trở suất của một số chất giảm đột biến, kéo theo điện trở giảm nhanh về số không, ta gọi đó là hiện tượng siêu dẫn.

2 – Dạng vi phân của định luật Ohm:

Muốn áp dụng định luật Ohm cho mỗi điểm trên vật dẫn, ta phải biểu diễn (12.12) ở dạng vi phân. Muốn vậy, ta hãy xét hai diện tích nhỏ dS_n vuông góc với các đường dòng, tức là vuông góc với quỹ đạo chuyển động định hướng của các điện tích tạo thành dòng điện, cách nhau một đoạn $d\ell$ đủ ngắn. Gọi V và $(V + dV)$ là điện thế tại hai diện tích ấy và dI là cường độ dòng điện chạy qua chúng. Theo (12.12) ta có :

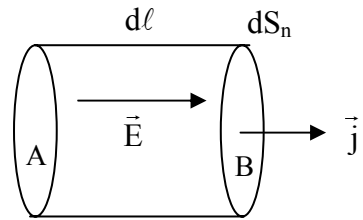
$$dI = \frac{U}{R} = \frac{V - (V + dV)}{\rho \frac{d\ell}{dS_n}} = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{dV}{d\ell} \right) \cdot dS_n$$

Suy ra mật độ dòng điện là: $j = \frac{dI}{dS_n} = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{dV}{d\ell} \right)$

Đại lượng $\left(-\frac{dV}{d\ell} \right)$ chính là độ giảm thế trên một đơn vị chiều dài dọc theo đường sức điện trường ngoài. Theo mối liên hệ giữa ường độ điện trường và điện thế, ta có: $-\frac{dV}{d\ell} = E$. Do đó:

$$j = \frac{1}{\rho} E \tag{12.16}$$

Gọi : $\sigma = \frac{1}{\rho}$ (12.17)



Hình 12.4: Dạng vi phân của định luật Ohm

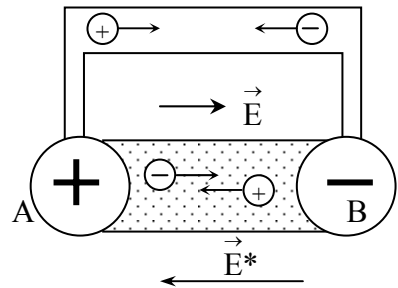
$$\text{thì } \vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E} \quad \text{hay} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (12.18)$$

Vậy: tại mỗi điểm trong môi trường có dòng điện chạy qua, vector mật độ dòng điện tỷ lệ thuận với vector cường độ điện trường tại điểm đó. (12.18) được gọi là dạng vi phân của định luật Ohm.

§12.3 ĐỊNH LUẬT OHM CHO MẠCH KÍN

1 – Nguồn điện – suất điện động:

Xét vật dẫn A mang điện dương và vật dẫn B mang điện âm. Ta có điện thế của A cao hơn điện thế của B và giữa A, B hình thành một điện trường \vec{E} hướng theo chiều từ A đến B. Nếu nối A, B bằng một vật dẫn M thì các điện tích dương sẽ chuyển động từ A sang B và các điện tích âm sẽ chuyển động từ B sang A. Kết quả có dòng điện trong vật dẫn M và điện thế của A giảm xuống, điện thế của B tăng lên. Khi điện thế của A, B bằng nhau, dòng điện sẽ ngừng lại.



Hình 12.5: Nguồn điện

Muốn duy trì dòng điện, ta phải đưa các điện tích dương từ B trở về A và các điện tích âm từ A trở về B. Để thực hiện điều này, ta phải tạo ra một loại lực có bản chất khác với lực tĩnh điện, ngược chiều và lớn hơn lực tĩnh điện – gọi là lực lạ. Nguồn tạo ra lực lạ ấy gọi là *nguồn điện*. Bản chất của lực lạ tùy theo loại nguồn điện. Ví dụ: các nguồn điện hóa học như pin, ắc quy có bản chất lực lạ là lực tương tác phân tử; các máy phát điện kiểu cảm ứng thì bản chất của lực lạ chính là lực điện từ.

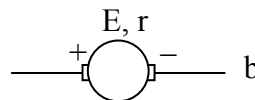
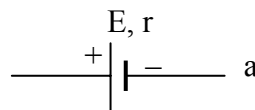
Đặc trưng cho độ mạnh của nguồn điện, người ta định nghĩa *suất điện động*: Suất điện động của nguồn điện là đại lượng có giá trị bằng công của lực lạ làm dịch chuyển một đơn vị điện tích dương đi một vòng quanh mạch kín của nguồn đó.

$$\xi = \frac{A^*}{q} \quad (12.19)$$

Gọi \vec{E}^* là cường độ trường lực lạ thì công của

$$\text{lực lạ là: } A^* = \oint_{(C)} q \vec{E}^* \cdot d\vec{s} = q \oint_{(C)} \vec{E}^* \cdot d\vec{s}$$

$$\text{Do đó: } \xi = \oint_{(C)} \vec{E}^* \cdot d\vec{s} \quad (2.20)$$



Hình 12.6: a) Kí hiệu nguồn điện nói chung; b) máy phát điện một chiều

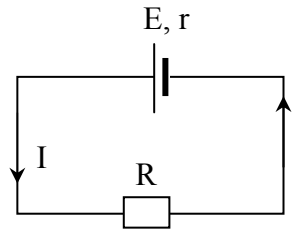
Nếu trường lực lạ chỉ tồn tại trên một đoạn đường s của nguồn điện thì:

$$\xi = \int_s \vec{E}^* \cdot d\vec{s} \tag{12.21}$$

Mỗi nguồn điện, ngoài đại lượng suất điện động ξ đặc trưng cho khả năng sinh công của trường lực lạ, bản thân nó cũng có điện trở nội r . Trên sơ đồ mạch điện, nguồn điện được kí hiệu như hình 12.6.

2 – Định luật Ohm cho mạch kín (toàn mạch):

Một mạch điện kín bao gồm ba phần tử cơ bản: nguồn điện, vật tiêu thụ điện và các dây nối. Trong một mạch điện kín, chỉ có một dòng điện chạy theo một chiều duy nhất. Hình 12.7 là sơ đồ một mạch điện kín đơn giản nhất.



Hình 12.7: Sơ đồ mạch kín đơn giản

Dòng điện trong mạch kín được duy trì, chứng tỏ trong mạch kín tồn tại cả trường lực điện \vec{E}_e và trường lực lạ \vec{E}^* . Tại một điểm bất kì nào trong mạch kín, ta cũng có biểu thức (12.18): $\vec{j} = \sigma \vec{E} = \sigma(\vec{E}_e + \vec{E}^*)$. Nhân hai vế phương trình này với độ dài $d\vec{s}$ rồi tích phân vòng quanh mạch kín theo chiều dòng điện, ta có:

$$\oint_{(C)} \vec{j} \cdot d\vec{s} = \oint_{(C)} \sigma \vec{E}_e \cdot d\vec{s} + \oint_{(C)} \sigma \vec{E}^* \cdot d\vec{s}$$

Hay
$$\oint_{(C)} j ds = \sigma \left[\oint_{(C)} \vec{E}_e \cdot d\vec{s} + \oint_{(C)} \vec{E}^* \cdot d\vec{s} \right] \tag{12.22}$$

Giả sử tiết diện S của mạch rất nhỏ so với chiều dài của nó. Khi đó mật độ dòng có dạng $j = \frac{I}{S}$. Số hạng thứ nhất ở vế phải của (12.22) là lưu thông của vectơ cường độ điện trường tĩnh dọc theo một đường cong kín, nên nó bằng không; Số hạng thứ hai là suất điện động của nguồn điện trong mạch. Thay $\sigma = 1/\rho$, ta có:

$$\oint_{(C)} \frac{I}{S} ds = \frac{1}{\rho} \xi \Rightarrow I \oint_{(C)} \rho \frac{ds}{S} = \xi$$

Thay độ dài ds bằng kí hiệu $d\ell$ thì theo (12.13) tích phân $\oint_{(C)} \rho \frac{d\ell}{S} = R_{tm}$ là điện trở của toàn mạch kín.

Vậy công thức của định luật Ohm cho mạch điện kín (hay toàn mạch) có dạng:

$$I = \frac{\xi}{R_{\text{tm}}} \quad (12.23)$$

Nếu R là điện trở của mạch ngoài và r là điện trở nội (điện trở trong) của nguồn thì:

$$I = \frac{\xi}{R + r} \quad (12.24)$$

Trường hợp mạch kín có nhiều nguồn mắc nối tiếp thì: $I = \frac{\sum \xi_i}{R + r}$ (12.25)

Chú ý: trong (12.25), nếu có một nguồn nào mắc ngược cực thì suất điện động của nguồn đó có dấu âm.

§12.4 ĐỊNH LUẬT OHM TỔNG QUÁT

1 – Thiết lập công thức của định luật Ohm tổng quát:

Xét một đoạn mạch bất kì có dòng điện chạy qua theo một chiều xác định, bao gồm các điện trở và các nguồn điện, ví dụ như hình 12.8. Ở đó, nguồn có thể phát điện (hình b, d) hoặc thu điện (hình a, c).

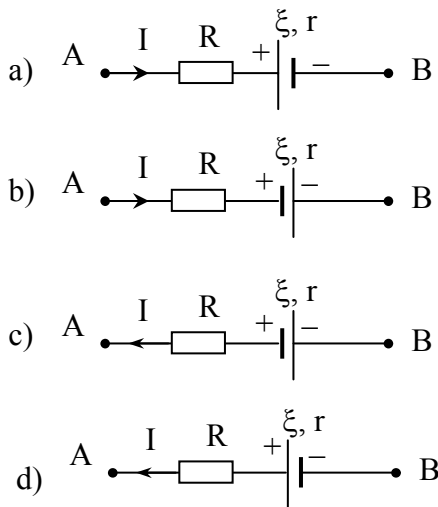
Tại mỗi điểm trên đoạn mạch, ta luôn có $\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} (\vec{E}_e + \vec{E}^*)$. Nhân

hai vế với độ dài $d\vec{s}$ rồi tích phân theo chiều từ A đến B, ta có:

$$\int_A^B \vec{j} d\vec{s} = \frac{1}{\rho} \left[\int_A^B \vec{E}_e d\vec{s} + \int_A^B \vec{E}^* d\vec{s} \right]$$

Số hạng $\int_A^B \vec{E}_e d\vec{s}$ chính là lưu thông của vector cường độ điện trường tĩnh từ A

đến B. Theo (9.62a), ta có: $\int_A^B \vec{E}_e d\vec{s} = U_{AB}$.



Hình 12.8: Đoạn mạch chứa nguồn. a, c: nguồn đang thu điện; b, d: nguồn đang phát điện.

Số hạng $\int_A^B \vec{E}^* \cdot d\vec{s} = \pm \xi_{AB}$ chính là giá trị đại số của suất điện động trên đoạn AB.

Nếu chiều từ A đến B cùng chiều với vector cường độ trường lực lạ \vec{E}^* thì ta lấy dấu dương (hình b, c); trái lại lấy dấu âm (hình a, d).

Số hạng $\int_A^B \rho \vec{j} \cdot d\vec{s} = \pm \int_A^B \rho \frac{I}{S} ds = \pm I \int_A^B \rho \frac{ds}{S} = \pm IR_{AB}$. Ta lấy dấu dương khi chiều từ A đến B cùng chiều dòng điện (hình a, b); trái lại lấy dấu âm (hình c, d).

Vậy biểu thức của định luật Ohm tổng quát, áp dụng cho một đoạn mạch bất kì là:

$$\pm IR_{AB} = U_{AB} \pm \xi_{AB}$$

Để thuận tiện, ta viết dưới dạng:
$$U_{AB} = \sum_i \xi_i + \sum_i I_i R_i \quad (12.26)$$

với qui ước như sau: Nếu viết U_{AB} thì chiều đi là từ A đến B. Trên đường đi đó, nếu gặp cực dương của nguồn nào trước thì suất điện động của nguồn đó lấy dấu dương, trái lại lấy dấu âm; nếu đi cùng chiều dòng điện của nhánh nào thì cường độ dòng điện của nhánh đó lấy dấu dương, trái lại lấy dấu âm.

Ví dụ: Với hình 12.8a, ta có : $U_{AB} = \xi + I(R + r)$ hoặc $U_{BA} = -\xi - I(R + r)$

Với hình 12.8b, ta có : $U_{AB} = -\xi + I(R + r)$ hoặc $U_{BA} = \xi - I(R + r)$

Để dàng nghiệm ra rằng, trong trường hợp đoạn mạch AB không có nguồn điện ($\xi_i = 0$) thì (12.26) thể hiện định luật Ohm cho một đoạn mạch thuần trở; Nếu mạch kín, A trùng với B và $U_{AB} = 0$ thì (12.26) thể hiện định luật Ohm cho mạch kín. Tóm lại (12.26) được áp dụng cho một đoạn mạch bất kì. Chính vì vậy (12.26) được gọi là định luật Ohm tổng quát.

2 – Áp dụng định luật Ohm:

Ví dụ 12.1: Cho mạch điện như hình 12.9: $\xi_1 = 10\text{ V}$; $r_1 = 1\Omega$; $\xi_2 = 20\text{V}$; $r_2 = 2\Omega$; $\xi_3 = 30\text{V}$; $r_3 = 3\Omega$; $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 7\Omega$.

Tính hiệu điện thế giữa hai điểm A, B và M, N. Nguồn nào phát, thu?

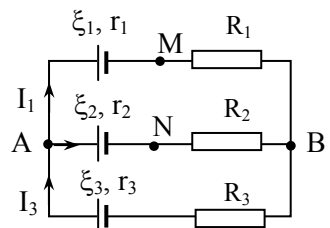
Giải

Giả sử dòng điện trong các nhánh có chiều như hình vẽ. Áp dụng định luật Ohm tổng quát cho các nhánh, ta có:

$$U_{AB} = \xi_1 + I_1(r_1 + R_1) = 10 + 5I_1 \quad (1)$$

$$U_{AB} = \xi_2 + I_2(r_2 + R_2) = 20 + 5I_2 \quad (2)$$

$$U_{AB} = \xi_3 + I_3(r_3 + R_3) = 30 - 5I_3 \quad (3)$$



Hình 12.9

Mặt khác, tại điểm A, ta có: $I_3 = I_1 + I_2$ (4)

Rút I_1, I_2, I_3 từ các phương trình (1), (2), (3) rồi thay vào (4), giải ra ta có:

$$U_{AB} = 20 \text{ V}; I_1 = 2 \text{ A}; I_2 = 0 \text{ A}; I_3 = 2 \text{ A}$$

$$U_{MN} = U_{MB} + U_{BN} = I_1 R_1 - I_2 R_2 = 2.4 - 0 = 8 \text{ V}$$

Do $I_1, I_2 > 0$ nên dòng điện trong các nhánh R_1, R_2 có chiều đúng như đã chọn trên hình vẽ. Vậy nguồn 3 đang phát điện, nguồn 1 đang thu điện và nguồn 2 không làm việc ($I_2 = 0$).

Ví dụ 12.2: Cho hai nguồn điện suất điện động ξ_1, ξ_2 , điện trở trong r_1, r_2 mắc nối tiếp, cấp điện ra mạch ngoài là một điện trở R (hình 12.10). Tính cường độ dòng điện qua R và tìm một nguồn thay thế tương đương với hai nguồn đó. Mở rộng trong trường hợp có n nguồn mắc nối tiếp.

Giải

Áp dụng định luật Ohm cho mạch kín, ta có cường

độ dòng điện qua điện trở R là:
$$I = \frac{\xi_1 + \xi_2}{R + r_1 + r_2}$$

Nếu ta thay hai nguồn trên bằng một nguồn có suất điện động ξ , điện trở trong r thì cường độ dòng điện qua R là:
$$I' = \frac{\xi}{R + r}$$
. Nguồn ξ được gọi là tương đương với hai nguồn ξ_1 và ξ_2 khi và chỉ khi $I' = I$ với mọi giá trị của R .

$$\text{Suy ra: } \xi = \xi_1 + \xi_2 \quad \text{và} \quad r = r_1 + r_2 \quad (12.27)$$

Mở rộng: nếu có n nguồn mắc nối tiếp thì suất điện động và điện trở trong tương đương của bộ nguồn đó là:
$$\xi = \sum_{i=1}^n \xi_i \quad ; \quad r = \sum_{i=1}^n r_i \quad (12.28)$$

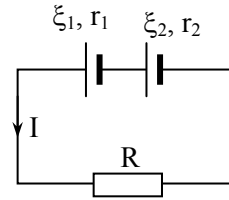
Chú ý: trong (12.27), nếu có một nguồn nào mắc ngược cực thì suất điện động của nguồn đó có dấu âm.

Hệ quả: nếu có n nguồn giống nhau, mỗi nguồn có suất điện động ξ_0 và điện trở trong r_0 thì khi ghép nối tiếp, bộ nguồn này tương đương với một nguồn có suất điện động và điện trở trong là:
$$\xi = n\xi_0; \quad r = nr_0 \quad (12.29)$$

Ví dụ 12.3: Cho hai nguồn điện suất điện động ξ_1, ξ_2 , điện trở trong r_1, r_2 mắc song song, cấp điện ra mạch ngoài là một điện trở R (hình 12.11). Tính cường độ dòng điện qua R và tìm một nguồn thay thế tương đương với hai nguồn đó. Mở rộng trong trường hợp có n nguồn mắc song song.

Giải

Áp dụng định luật Ohm tổng quát cho đoạn mạch AB:



Hình 12.10

$$U_{AB} = \xi_1 - I_1 r_1 \quad (1)$$

$$U_{AB} = \xi_2 - I_2 r_2 \quad (2)$$

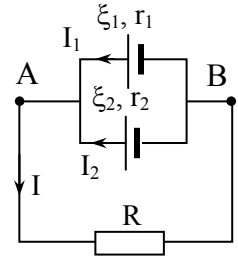
$$U_{AB} = IR \quad (3)$$

Mặt khác: $I_1 + I_2 = I \quad (4)$

Rút I_1, I_2, I từ (1), (2), (3) rồi thay vào (4), ta được:

$$\frac{\xi_1 - U_{AB}}{r_1} + \frac{\xi_2 - U_{AB}}{r_2} = \frac{U_{AB}}{R}$$

$$\Rightarrow U_{AB} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\xi_1}{r_1} + \frac{\xi_2}{r_2}$$



Hình 12.11

Vậy cường độ dòng điện qua R là:
$$I = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{\frac{\xi_1}{r_1} + \frac{\xi_2}{r_2}}{1 + R \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \quad (12.30)$$

Nếu ta thay hai nguồn trên bằng một nguồn có suất điện động ξ , điện trở trong r thì cường độ dòng điện qua R là:
$$I' = \frac{\xi}{R + r} = \frac{\frac{\xi}{r}}{1 + R \cdot \frac{1}{r}}$$

Nguồn ξ được gọi là tương đương với hai nguồn ξ_1 và ξ_2 khi và chỉ khi $I' = I$ với

mọi giá trị của R. Suy ra:
$$\begin{cases} \frac{\xi}{r} = \frac{\xi_1}{r_1} + \frac{\xi_2}{r_2} \\ \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \end{cases} \quad (12.31)$$

Mở rộng: nếu có n nguồn mắc song song thì suất điện động ξ và điện trở trong r

tương đương của bộ nguồn được xác định bởi:
$$\begin{cases} \frac{\xi}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{r_i} \\ \frac{1}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} \end{cases} \quad (12.32)$$

Hệ quả: nếu có n nguồn giống nhau, mỗi nguồn có suất điện động ξ_0 và điện trở trong r_0 thì khi ghép song song, bộ nguồn này tương đương với một nguồn có suất

điện động và điện trở trong là:
$$\begin{cases} \xi = \xi_0 \\ r = \frac{r_0}{n} \end{cases} \quad (12.33)$$

Từ (12.29) và (12.32) suy rộng ra, trong trường hợp các nguồn giống nhau, ghép thành n dãy song song, trong mỗi dãy có m nguồn nối tiếp (ghép hỗn hợp đối xứng) thì suất điện động và điện trở trong tương đương của bộ nguồn là:

$$\begin{cases} \xi = m\xi_0 \\ r = \frac{mr_0}{n} \end{cases} \quad (12.34)$$

§12.5 ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐIỆN TÍCH – PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Xét một mặt kín (S) trong môi trường có mật độ dòng điện \vec{j} (hình 12.12).

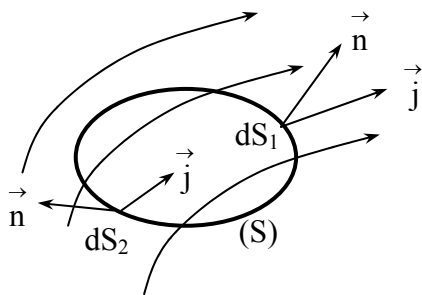
Điện lượng di chuyển qua mặt kín (S) trong một đơn vị thời gian là: $\left| \oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} \right|$. Gọi

q là điện tích chứa trong mặt kín (S) thì theo định luật bảo toàn điện tích, ta có:

$$\left| \oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} \right| = \left| \frac{dq}{dt} \right| \quad (12.35)$$

Theo qui ước, pháp tuyến của mặt kín (S) luôn hướng ra ngoài. Do đó:

$\vec{j} \cdot d\vec{S}_1 > 0$ và $\vec{j} \cdot d\vec{S}_2 < 0$. Mặt khác, theo hình vẽ, tại dS_1 dòng điện đi ra khỏi mặt kín (S) và tại dS_2 , dòng điện đi vào mặt



Hình 12.12

kín (S). Vì vậy, căn cứ vào dấu của $\oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$ ta có thể biết được chiều biến thiên

của điện tích q trong mặt kín (S). Cụ thể: nếu $\oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} > 0$ thì điện lượng đi ra khỏi

mặt (S) lớn hơn điện lượng đi vào, q giảm, $\frac{dq}{dt} < 0$; ngược lại, nếu $\oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} < 0$

thì $\frac{dq}{dt} > 0$. Vậy (12.35) trở thành: $\oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$ (12.36)

Gọi ρ là mật độ điện tích thì $q = \int_V \rho dV$ và $\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_V \rho dV \right) = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$

Mặt khác, áp dụng định lí O – G trong toán học, biến tích phân mặt về tích phân khối, ta có: $\oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_{(V)} \text{div } \vec{j} dV$. Do đó (12.36) trở thành:

$\int_V \text{div } \vec{j} dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$. Biểu thức này đúng với mọi thể tích V. Vì thế ta có:

$$\text{div } \vec{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{hay} \quad \text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (12.37)$$

(12.37) diễn tả định luật bảo toàn điện tích ở dạng vi phân, nó còn được gọi là phương trình liên tục của dòng điện.

Trong trường hợp dòng điện không đổi (dòng dừng) thì .

Suy ra:
$$\text{div } \vec{j} = 0 \quad (12.38)$$

Phương trình (12.38) cho biết, với bất kì mặt kín (S) nào trong môi trường có dòng dừng thì trong cùng một khoảng thời gian, điện lượng đi vào (S) luôn bằng điện lượng đi ra khỏi (S).

§12.6 QUI TẮC KIRCHHOFF

Để tìm được cường độ dòng điện trong các nhánh của một mạch điện phức tạp, ta có thể vận dụng các định luật có tính chất tổng quát về dòng điện – đó là định luật Ohm và định luật Kirchhoff. Các định luật Kirchhoff thực chất chỉ là hệ quả của định luật Ohm tổng quát và định luật bảo toàn điện tích, nên gọi chính xác đó là những *qui tắc Kirchhoff*.

1 – Các khái niệm :

a) Mạch phân nhánh : là mạch điện gồm nhiều nhánh, mỗi nhánh có một hay nhiều phần tử (nguồn, điện trở, máy thu, ...) mắc nối tiếp. Trong mỗi nhánh, dòng điện chạy theo một chiều với cường độ xác định. Nói chung, dòng điện trong các nhánh khác nhau thì khác nhau.

b) Nút (nút mạng) : là chỗ nối của các đầu nhánh – giao điểm của ba nhánh trở lên.

c) Vòng kín (mắt mạng) : là tập hợp các nhánh liên tiếp tạo thành đường khép kín trong mạch điện.

2 – Các qui tắc Kirchhoff :

a) Qui tắc thứ nhất (về nút mạng): Tổng dòng điện đi tới một nút mạng bất kỳ bằng tổng dòng điện đi ra khỏi nút mạng đó: $\sum I_{\text{tới}} = \sum I_{\text{ra}} \quad (12.39)$

Qui tắc này được suy ra từ định luật bảo toàn điện tích.

b) Quy tắc thứ hai (về mắt mạng): Trong một mắt mạng bất kì, tổng đại số các suất điện động và các độ giảm thế trên các điện trở luôn bằng không:

$$\sum \xi_i + \sum I_i R_i = 0 \quad (12.40)$$

Trong (12.40), ta qui ước về dấu như sau: Chọn một chiều đi tùy ý. Theo chiều đi đó, nếu gặp cực dương của nguồn nào trước thì suất điện động của nguồn đó mang dấu dương; nếu đi cùng chiều dòng điện của nhánh nào thì cường độ dòng điện của nhánh đó mang dấu dương. Trái lại chúng mang dấu âm. (12.40) chính là hệ quả của định luật Ohm tổng quát.

3 – Vận dụng qui tắc Kirchhoff để phân giải mạch điện:

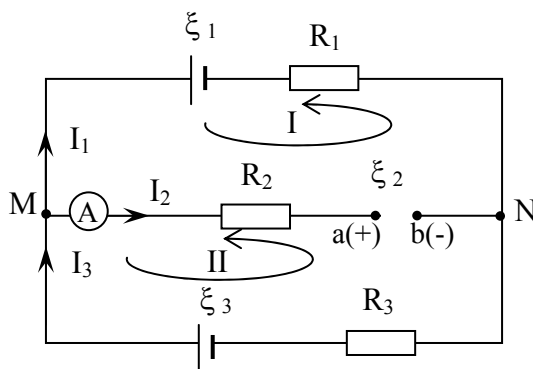
Để vận dụng qui tắc Kirchhoff, ta tiến hành tuần tự các bước sau :

1. Giả định *chiều* cho các dòng điện trong mỗi nhánh, giả thiết *cách mắc cực* của các nguồn chưa biết. Từ đó xác định số ẩn số phải tìm. Nếu có N ẩn số, phải thiết lập N phương trình độc lập.
2. Thành lập hệ phương trình Kirchhoff:
 - Viết các phương trình cho nút mạng: Nếu có m nút, ta viết (m – 1) phương trình (vì nếu viết m phương trình thì phương trình cuối cùng sẽ là hệ quả của các phương trình trước).
 - Viết các phương trình cho mắt mạng: Còn lại [N – (m – 1)] phương trình cho các mắt mạng. Để các phương trình độc lập nhau thì mỗi mắt mạng sau phải chứa ít nhất một nhánh mới. Thường ta viết cho các mắt mạng đơn giản nhất.
3. Giải hệ N phương trình và biện luận kết quả: Nếu nghiệm I hoặc suất điện động ξ mang dấu dương thì chiều hoặc cách mắc của nó trùng với giả định ban đầu; trái lại thì ngược với chiều giả định ban đầu.

Ví dụ 12.4: Cho mạch điện như hình 12.13: trong đó các nguồn có suất điện động $\xi_1 = 8V$, $\xi_3 = 5V$, điện trở trong không đáng kể ; $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 3\Omega$; bỏ qua điện trở của các dây nối. Phải mắc nguồn ξ_2 bằng bao nhiêu và mắc như thế nào vào hai điểm a, b để ampe kế chỉ 1A và dòng điện qua ampe kế có chiều từ M đến N ?

Giải :

- Giả sử cực dương của nguồn ξ_2 mắc vào điểm a và dòng điện trong các nhánh có chiều như hình vẽ. Bài toán có 3 ẩn số là I_1 , I_2 và ξ_2 , vậy ta cần lập 3 phương trình.
- Có 2 nút mạng M và N, nên ta viết được 1 phương trình:



Hình 12.13

$$I_1 + I_2 = I_3 \text{ hay } I_1 + 1 = I_3 \quad (1)$$

- Chọn chiều đi ngược chiều kim đồng hồ, ta viết được hai phương trình cho hai mắt (I) và (II) :

$$-\xi_1 + \xi_2 - I_1R_1 + I_2R_2 = 0 \text{ hay } -8 + \xi_2 - 2I_1 + 4 = 0 \quad (2)$$

$$-\xi_2 + \xi_3 - I_2R_2 - I_3R_3 = 0 \text{ hay } -\xi_2 + 5 - 4 - 3I_3 = 0 \quad (3)$$

Giải (1), (2), (3) ta có : $\xi_2 = +1,6V$; $I_1 = -1,2A$; $I_3 = -0,2A$

Vậy: nguồn $\xi_2 = 1,6V$, mắc như giả thiết ban đầu: cực (+) nối vào a, cực âm nối vào b; dòng $I_1 = 1,2A$, $I_3 = 0,2A$ và có chiều ngược với chiều trên hình vẽ.

§12.7 ĐỊNH LUẬT JOULE – LENZ CÔNG VÀ CÔNG SUẤT CỦA DÒNG ĐIỆN

1 – Định luật Joule – Lenz:

Dòng điện chạy qua vật dẫn làm vật dẫn nóng lên. Đó là tác dụng nhiệt của dòng điện. Nhiệt lượng tỏa ra được xác định bởi định luật Joule – Lenz: *Nhiệt lượng tỏa ra trên một đoạn mạch tỉ lệ thuận với bình phương cường độ dòng điện, với điện trở của đoạn mạch và thời gian dòng điện chạy qua:*

$$Q = I^2Rt \quad (12.41)$$

Chú ý: nếu điện năng trong đoạn mạch chuyển hóa hoàn toàn thành nhiệt thì đoạn mạch được gọi là *thuần trở*.

2 – Công và công suất của dòng điện:

Dòng điện chạy qua một đoạn mạch nào đó sẽ sinh ra công. Công của dòng điện sinh ra trên đoạn mạch M, N bằng với công của lực điện trường làm di chuyển điện tích q giữa hai điểm đó: $A_{MN} = qU_{MN}$. Mà $q = It$, nên :

$$A_{MN} = U_{MN}It \quad (12.21)$$

Suy ra công suất của dòng điện trên đoạn mạch

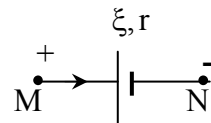
$$MN \text{ là : } P_{MN} = \frac{A_{MN}}{t} = U_{MN}I \quad (12.43)$$

Trong hệ SI, đơn vị đo công là jun (J), công suất là oát (W). Trong thực tế, người ta còn dùng đơn vị kilôoat – giờ để đo điện năng hay công của dòng điện: $1kWh = 10^3 w \times 3600s = 3,6.10^6 (J)$

*** Nếu đoạn mạch MN thuần trở thì:**

$$P_{MN} = U_{MN}I = I^2R_{MN} = \frac{U_{MN}^2}{R_{MN}} \quad (12.44)$$

*** Nếu đoạn mạch MN chỉ chứa máy thu (hình 12.14) thì:** từ định luật Ohm tổng quát suy ra $U_{MN} = \xi + Ir$ và công suất tiêu thụ của máy thu là :



Hình 12.14: đoạn mạch chỉ chứa máy thu

$$P = \xi I + I^2 r \quad (12.45)$$

Số hạng ξI chính là công suất chuyển hoá điện năng thành dạng năng lượng khác (ví dụ hoá năng); còn số hạng $I^2 r$ chính là công suất toả nhiệt trên máy thu. Trong trường hợp này, ξ được gọi là *suất phân điện*.

* **Đối với mạch kín:** dòng điện cung cấp năng lượng cho mạch ngoài, đồng thời toả nhiệt trên nguồn. Do đó công suất của dòng điện sinh ra trong toàn mạch kín là :

$$P = UI + I^2 r = I^2 (R + r) \quad (12.46)$$

3 – Công suất và hiệu suất của nguồn điện:

Xét mạch kín của một nguồn điện (xem hình 12.7), ta thấy trường lực lạ sinh công để duy trì dòng điện. Công của nguồn điện chính là công của lực lạ và công này chuyển hoá thành công của dòng điện. Vì năng lượng bảo toàn nên từ (12.46) và (12.24) suy ra công suất của nguồn điện là:

$$P_n = \xi I \quad (12.47)$$

Khi nguồn phát điện, một phần năng lượng của nguồn cung cấp cho mạch ngoài hoạt động – năng lượng này là có ích; một phần năng lượng chuyển thành nhiệt làm nóng nguồn (do nguồn có điện trở nội) – năng lượng này là vô ích.

Vậy, hiệu suất của nguồn điện là:
$$\eta = \frac{P_{hi}}{P_{tp}} = \frac{\xi I - I^2 r}{\xi I} = \frac{R}{R + r} \quad (12.48)$$

Từ (12.48) suy ra, hiệu suất của nguồn điện càng cao khi điện trở mạch ngoài càng lớn hơn điện trở nội của nguồn.

2 – Công suất lớn nhất mà một nguồn điện có thể phát ra:

Xét một nguồn điện có suất điện động ξ , điện trở trong r , cấp điện ra mạch ngoài có điện trở R . Công suất mà nguồn phát ra chính là công suất tiêu thụ ở mạch ngoài là:

$$P = I^2 R = \frac{\xi^2}{(R + r)^2} \cdot R = \frac{\xi^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2}$$

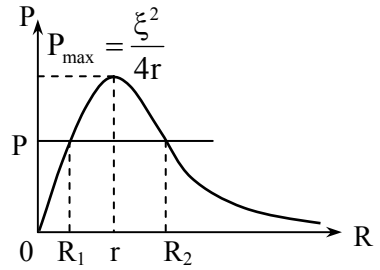
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có: $\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}} \geq 2\sqrt{r}$. Dấu “=” khi $R = r$.

Do đó:
$$P \leq \frac{\xi^2}{4r} \quad (12.49)$$

Vậy: một nguồn điện có suất điện động ξ , điện trở trong r thì nó có khả năng phát

ra mạch ngoài một công suất lớn nhất là:
$$P_{\max} = \frac{\xi^2}{4r} \quad (12.50)$$

Nếu xét một mạch điện kín như hình (12.7) thì công suất tiêu thụ của mạch ngoài biến thiên theo giá trị điện trở R của mạch ngoài. Qui luật biến thiên đó được thể hiện trên đồ thị hình 12.15. Ta thấy khi R tăng từ 0 đến r thì công suất tăng từ 0 đến giá trị cực đại, rồi giảm dần đến 0 khi R rất lớn. Luôn có hai giá trị điện trở R_1, R_2 của mạch ngoài cùng tiêu thụ cùng một công suất $P < P_{\max}$.



Hình 12.15: Công suất tiêu thụ của mạch ngoài biến thiên theo giá trị R

Công thức (12.50) cho phép ta ước tính số nguồn ít nhất để có thể cung cấp cho một mạch hoạt động bình thường.

Ví dụ: Có thể dùng hai pin loại (6V – 1Ω) để có thể thắp sáng bình thường bóng đèn (6V – 24W) được không? Để trả lời câu hỏi này, trước tiên ta tính công suất lớn nhất mà mỗi pin có thể cung cấp là $P_{\max} = \frac{\xi^2}{4r} = \frac{6^2}{4 \cdot 1} = 9W$. Mà đèn sáng bình thường thì nó phải tiêu thụ công suất 24W. Vậy số nguồn không thể nhỏ hơn 3.

§12.8 MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP PHÂN GIẢI MẠCH ĐIỆN

1 – Phương pháp biến đổi điện trở:

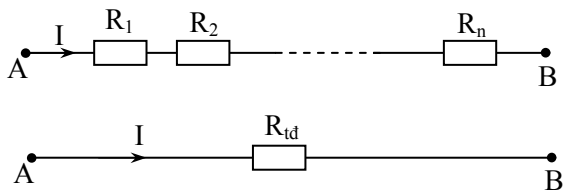
a) Nội dung chính:

- Thay thế các nhóm điện trở bằng các điện trở tương đương của chúng
- Biến đổi sơ đồ phức tạp thành sơ đồ tương đương đơn giản.

Chú ý: các điểm trên sơ đồ có cùng điện thế thì có thể chập lại với nhau; nhánh nào không có dòng điện đi qua thì có thể bỏ đi.

b) Mạch nối tiếp:

Phần tử X được gọi là ghép nối tiếp với phần tử Y nếu đầu ra của X được nối trực tiếp ngay vào Y (giữa chúng không có nhánh rẽ). Từ phương trình liên tục (12.38) suy ra cường độ dòng điện qua các phần tử mắc nối tiếp thì bằng nhau.



Hình 12.16: Đoạn mạch nối tiếp

Giả sử giữa hai điểm A, B có n điện trở R_1, R_2, \dots, R_n ghép nối tiếp. Ta có thể thay thế n điện trở này bằng một điện trở duy nhất có vai trò tương đương,

nghĩa là cường độ dòng điện trong hai sơ đồ ở hình 12.16 luôn bằng nhau với mọi giá trị của hiệu điện thế U_{AB} . Mà: $U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

Suy ra: $IR_{td} = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n$

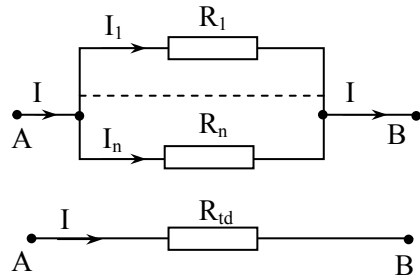
Vậy:
$$R_{td} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (12.51)$$

Hệ quả: nếu các điện trở $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R_0$ thì $R_{td} = nR_0$ (12.52)

c) Mạch song song:

Hai phần tử X và Y được gọi là ghép song song với nhau nếu chúng có chung điểm đầu và chung điểm cuối. Như vậy, các phần tử mắc song song có cùng hiệu điện thế.

Giả sử giữa hai điểm A, B có n điện trở R_1, R_2, \dots, R_n ghép song song. Ta có thể thay thế n điện trở này bằng một điện trở duy nhất có vai trò tương đương, nghĩa là cường độ dòng điện mạch chính trong hai sơ đồ ở hình 12.17 luôn bằng nhau với mọi giá trị của hiệu điện thế U_{AB} .



Hình 12.17: Đoạn mạch song song

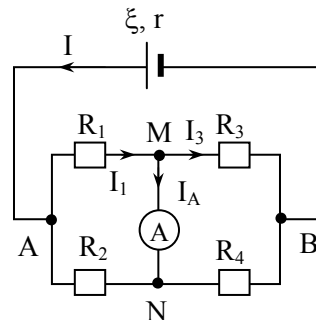
Mà tại nút A, ta có $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$. Suy ra:
$$\frac{U}{R_{td}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

Vậy:
$$\frac{1}{R_{td}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (12.53)$$

Hệ quả: nếu các điện trở $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R_0$ thì
$$R_{td} = \frac{R_0}{n} \quad (12.54)$$

Nếu chỉ có hai điện trở R_1 mắc song song với R_2 thì
$$R_{td} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (12.55)$$

Ví dụ 12.5: Cho mạch điện như hình 12.18, trong đó nguồn có suất điện động $\xi = 8,2V$, điện trở trong $r = 0,5\Omega$; $R_1 = R_2 = R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 6\Omega$; điện trở của ampe kế và dây nối không đáng kể.



Hình 12.18

- a) Tính số chỉ của ampe kế. Nói rõ chiều dòng điện qua ampe kế.

- b) Thay ampe kế bằng vôn kế có điện trở rất lớn thì vôn kế chỉ bao nhiêu? Nút (+) của vôn kế nối vào điểm M hay N?

Giải

a) Giả sử chiều dòng điện trong các nhánh như hình vẽ. Vì điện trở của ampe kế bằng không nên $U_{MN} = I_A \cdot R_A = 0$. Suy ra M và N có cùng điện thế. Ta chập M và N lại, vẽ lại mạch tương đương như hình 12.19.

Ta có: $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1,5\Omega$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 2\Omega$$

$$R_{AB} = R_{12} + R_{34} = 1,5 + 2 = 3,5\Omega$$

$$I = \frac{\xi}{R_{AB} + r} = \frac{8,2}{3,5 + 0,5} = 2,05A$$

$$U_{AM} = I R_{12} = 2,05 \cdot 1,5 = 3,075V$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_{AM}}{R_1} = \frac{3,075}{3} = 1,025A$$

$$U_{MB} = I R_{34} = 2,05 \cdot 2 = 4,1V \Rightarrow I_3 = \frac{U_{MB}}{R_3} = \frac{4,1}{3} = 1,367A$$

Tại nút M suy ra: $I_A = I_1 - I_3 = 1,025 - 1,367 = -0,342A$

Vậy ampe kế chỉ 0,342A và dòng điện qua ampe kế có chiều từ N đến M (ngược với chiều trên hình vẽ).

b) Thay ampe kế bằng vôn kế có điện trở vô cùng lớn thì dòng điện không đi qua vôn kế. Ta gỡ bỏ vôn kế. Lúc đó $(R_1$ nối tiếp $R_3) // (R_2$ nối tiếp $R_4)$.

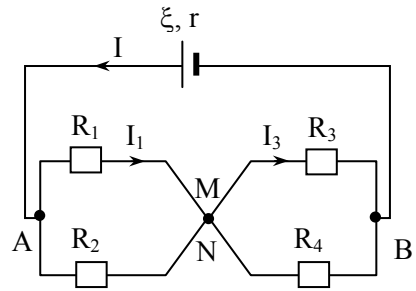
Ta có $R_{13} = R_1 + R_3 = 6\Omega$; $R_{24} = R_2 + R_4 = 9\Omega$

$$R_{AB} = \frac{R_{13} R_{24}}{R_{13} + R_{24}} = \frac{6 \cdot 9}{6 + 9} = 3,6\Omega$$

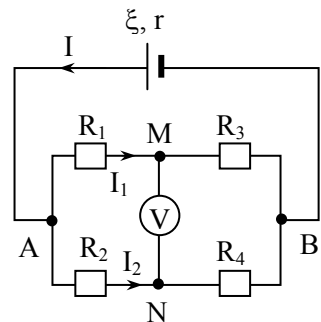
$$I = \frac{\xi}{R_{AB} + r} = \frac{8,2}{3,6 + 0,5} = 2A$$

$$U_{AB} = I R_{AB} = 2 \cdot 3,6 = 7,2V$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_{13}} = \frac{7,2}{6} = 1,2A ; I_2 = \frac{U_{AB}}{R_{24}} = \frac{7,2}{9} = 0,8A$$



Hình 12.19



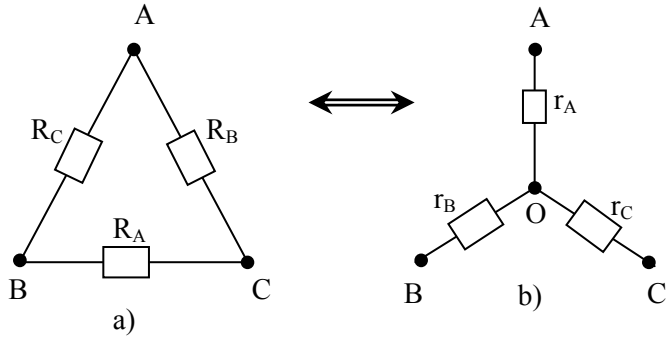
Hình 12.20

$$\Rightarrow U_{MN} = U_{MB} + U_{BN} = I_1 R_3 - I_2 R_4 = 1,2 \cdot 3 - 0,8 \cdot 6 = -1,2 \text{V}$$

Vậy vôn kế chỉ 1,2V và núm (+) của vôn kế phải nối vào điểm N.

d) Mạch tam giác – sao:

Một mạch điện có dạng hình 12.21a gọi là mạch tam giác (Δ), hình 12.21b là mạch sao (Y). Trong một số trường hợp ta phải chuyển đổi qua lại giữa hai mạch này. Muốn vậy chúng phải tương đương nhau, nghĩa là điện trở của hai nút bất kì trong hai sơ đồ phải bằng nhau:



Hình 12.21: a) mạch tam giác; b) mạch sao

$$\begin{cases} R_{AB/\Delta} = R_{AB/Y} \\ R_{AC/\Delta} = R_{AC/Y} \\ R_{BC/\Delta} = R_{BC/Y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{R_C(R_A + R_B)}{R_A + R_B + R_C} = r_A + r_B \\ \frac{R_B(R_A + R_C)}{R_A + R_B + R_C} = r_A + r_C \\ \frac{R_A(R_B + R_C)}{R_A + R_B + R_C} = r_B + r_C \end{cases} \quad (12.56)$$

(12.56) diễn tả quan hệ giữa các điện trở của mạch tam giác và mạch sao tương đương. Nếu cho trước ba điện trở của mạch này, ta sẽ tìm được ba điện trở của mạch kia.

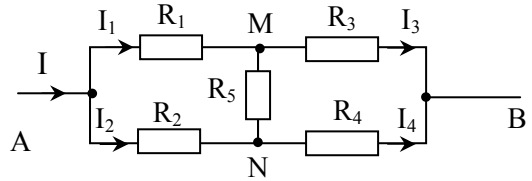
Giả sử ba điện trở của mạch (Δ) đã biết, để tìm ba điện trở của mạch (Y) tương đương, ta giải hệ phương trình (12.56), ta có:

$$\begin{cases} r_A = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \\ r_B = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C} \\ r_C = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \end{cases} \quad (12.57)$$

$$\text{Trường hợp đặc biệt nếu } R_A = R_B = R_C = R_0 \text{ thì } r_A = r_B = r_C = \frac{R_0}{3} \quad (12.58)$$

e) Mạch cầu:

Nếu đoạn mạch AB có dạng như hình 12.22 thì ta gọi đó là mạch cầu. Ta có thể vận dụng định luật Ohm hoặc các qui tắc Kirchoff để tìm cường độ dòng điện trong các nhánh của mạch cầu. Tuy nhiên, trong một số trường hợp, bài toán được giải quyết nhanh, gọn bằng phương pháp biến đổi điện trở.



Hình 12.22: Mạch cầu

TH1: Nếu điện thế $V_M = V_N$ thì ta nói: *mạch cầu cân bằng*. Khi đó dòng điện không qua R_5 và $I_1 = I_3$; $I_2 = I_4$.

Ta có: $-I_1R_1 + I_2R_2 = I_3R_3 - I_4R_4 = U_{MN} = 0$. Hay: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$; $\frac{R_3}{R_4} = \frac{I_4}{I_3}$

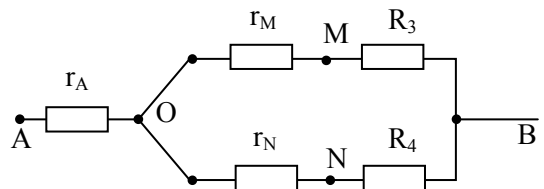
Suy ra:
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \tag{12.59}$$

Ngược lại, nếu có điều kiện (12.59) thì ta sẽ chứng minh được $V_M = V_N$. Vì thế (12.59) được gọi là điều kiện cân bằng của mạch cầu.

Vậy: khi mạch cầu cân bằng, ta có thể bỏ R_5 đi (đoạn mạch AB sẽ có hai nhánh song song, mỗi nhánh có hai điện trở nối tiếp) hoặc chập M với N (đoạn mạch AB sẽ có hai cụm nối tiếp, mỗi cụm có hai điện trở song song).

TH2: Nếu $\frac{R_1}{R_2} \neq \frac{R_3}{R_4}$ thì cầu

không cân bằng. Khi đó để tích được điện trở của đoạn mạch, ta có thể chuyển mạch từ dạng mắc tam giác ở ba nút A, M, N sang mắc hình sao như hình 12.23. Trong đó r_A, r_M, r_N liên hệ với R_1, R_2, R_5 bởi (12.57).



Hình 12.23: Mạch tương đương mạch cầu

Ví dụ 12.6: Cho mạch cầu như sơ đồ hình 12.22. Trong đó $R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 60\Omega, R_5 = 10\Omega, U_{AB} = 12V$. Tính điện trở tương đương của đoạn mạch AB và cường độ dòng điện qua mỗi điện trở.

Giải

Để thấy mạch cầu không cân bằng. Ta chuyển mạch về sơ đồ hình 12.23.

Ta có:
$$r_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20 + 10} = 5\Omega$$

$$r_M = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 20 + 10} = 2,5 \Omega$$

$$r_N = \frac{R_5 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20 + 10} = 5 \Omega$$

Với sơ đồ hình (12.23) ta có:

$$R_{OB} = \frac{(r_M + R_3)(r_N + R_4)}{r_M + R_3 + r_N + R_4} = \frac{(2,5 + 4)(5 + 60)}{2,5 + 4 + 5 + 60} \approx 5,91 \Omega$$

$$R_{AB} = r_A + R_{OB} = 5 + 5,91 = 10,91 \Omega.$$

Cường độ dòng điện qua r_A : $I = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{12}{10,91} \approx 1,1 \text{A}$

Hiệu điện thế giữa hai điểm O, B: $U_{OB} = IR_{OB} = 1,1 \cdot 5,91 = 6,5 \text{V}$

Cường độ dòng điện qua R_3 : $I_3 = \frac{U_{OB}}{r_M + R_3} = \frac{6,5}{2,5 + 4} = 1 \text{A}$

Cường độ dòng điện qua R_4 : $I_4 = \frac{U_{OB}}{r_N + R_4} = \frac{6,5}{5 + 60} = 0,1 \text{A}$

Hiệu điện thế giữa hai điểm A, M: $U_{AM} = Ir_A + I_3 r_M = 1,1 \cdot 5 + 1 \cdot 2,5 = 8 \text{V}$

Cường độ dòng điện qua R_1 : $I_1 = \frac{U_{AM}}{R_1} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{A}$

Hiệu điện thế giữa hai điểm A, N: $U_{AN} = Ir_A + I_4 r_N = 1,1 \cdot 5 + 0,1 \cdot 5 = 6 \text{V}$

Cường độ dòng điện qua R_2 : $I_2 = \frac{U_{AN}}{R_2} = \frac{6}{20} = 0,3 \text{A}$

Hiệu điện thế giữa hai điểm N, M: $U_{NM} = U_{NA} + U_{AM} = U_{AM} - U_{AN} = 8 - 6 = 2 \text{V}$

Cường độ dòng điện qua R_5 : $I_5 = \frac{U_{NM}}{R_5} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{A}$

2 – Phương pháp dòng điện nhánh:

Thực chất của phương pháp này chính là vận dụng các qui tắc Kirchhoff để viết các phương trình cho nút mạng và mắt mạng.

Ví dụ 12.7: Cho sơ đồ mạch điện như hình 12.24. Biết $\xi_1 = 25V$, $\xi_2 = 16V$, $r_1 = r_2 = 2\Omega$; $R_1 = R_2 = 10\Omega$, $R_3 = R_4 = 5\Omega$, $R_5 = 8\Omega$. Tính cường độ dòng điện qua mỗi nhánh.

Giải

Giả sử dòng điện trong các nhánh có chiều như hình vẽ. Ta có 6 ẩn số là I_1, I_2, \dots, I_6 nên phải thiết lập 6 phương trình độc lập.

Viết các phương trình cho nút A, B, M:

$$I_6 = I_1 + I_5 \text{ hay } I_1 + I_5 - I_6 = 0 \quad (1)$$

$$I_2 + I_5 = I_4 \text{ hay } I_2 + I_5 - I_4 = 0 \quad (2)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \text{ hay } I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (3)$$

Chọn chiều đi là chiều kim đồng hồ, viết các phương trình cho mắt (1), (2), (3):

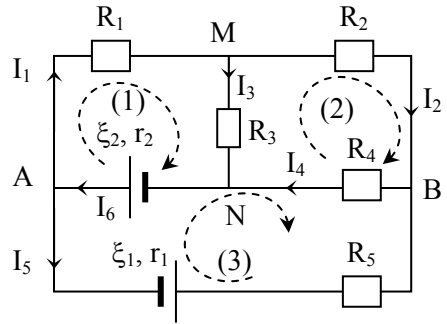
$$-\xi_2 + I_1R_1 + I_3R_3 + I_6r_2 = 0 \quad \text{hay } -16 + 10I_1 + 5I_3 + 2I_6 = 0 \quad (4)$$

$$I_2R_2 + I_4R_4 - I_3R_3 = 0 \quad \text{hay } 10I_2 + 5I_4 - 5I_3 = 0 \quad (5)$$

$$\xi_1 + \xi_2 - I_5(R_5 + r_1) - I_6r_2 - I_4R_4 = 0 \quad \text{hay } 41 - 10I_5 - 2I_6 - 5I_4 = 0 \quad (6)$$

Từ (1), (2), (3), (4), (5), (6) ta có hệ 6 phương trình. Để giải hệ này ta có thể dùng phương pháp thế, hoặc thiết lập một ma trận 6 dòng 7 cột, rồi dùng các phép biến đổi sơ cấp đưa về dạng ma trận bậc thang. Từ đó tìm được nghiệm của hệ phương trình: $I_1 = 0,5A$; $I_2 = -0,5A$ (dòng điện trong nhánh này ngược với chiều đã chọn); $I_3 = 1A$; $I_4 = 2A$; $I_5 = 2,5A$; $I_6 = 3A$.

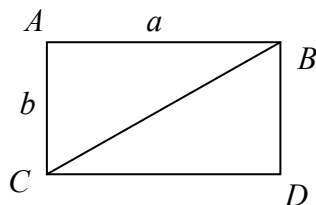
Trên đây giới thiệu hai phương pháp phân giải mạch điện cơ bản nhất. Ngoài ra còn có các phương pháp khác như: phương pháp điện thế nút, phương pháp chồng chất, phương pháp máy phát tương đương, ...



Hình 12.26

BÀI TẬP CHƯƠNG 12

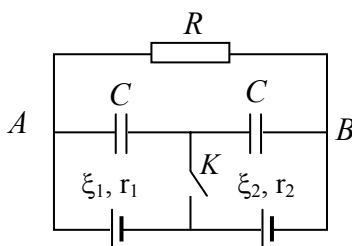
12.1 Một dây đồng chất, điện trở suất là ρ , tiết diện đều S , được uốn thành mạch điện hình chữ nhật cạnh a, b , đường chéo BC như hình 12.27. Tính điện trở của mạch điện khi:



Hình 12.27

- a. Dòng điện vào C, ra B.
- b. Dòng điện vào C ra D.
- c. Dòng điện vào A, ra D.
- d. Xét lại các trường hợp trên khi $a = b$.

12.2 Cho mạch điện như hình 12.28: $\xi_1 = \xi_2 = 1,5V$; $r_1 = 0,2\Omega$; $r_2 = 0,3\Omega$; $C_1 = 0,3\mu F$; $C_2 = 0,6\mu F$; $R = 0,5\Omega$. Tính cường độ dòng điện qua R , điện tích và hiệu điện thế của mỗi tụ khi K đóng và khi K mở.



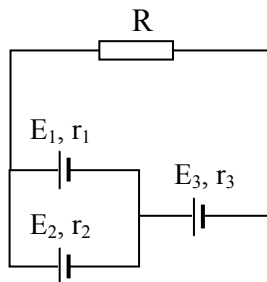
Hình 12.28

12.3 Cho mạch điện như hình 12.29: $\xi_1 = 1,3V$; $\xi_2 = 1,5V$; $\xi_3 = 2V$; $r_1 = r_2 = r_3 = 0,2\Omega$; $R = 0,55\Omega$. Xác định cường độ dòng điện qua mỗi nguồn và hiệu điện thế giữa hai cực của mỗi nguồn.

12.4 Một chuỗi đèn trang trí trong nhà mắc nối tiếp sao cho mỗi bóng chỉ chịu hiệu điện thế 3V. Khi một bóng bị hỏng, ta tháo bóng ra và nếu chạm tay vào hai đầu dây thì bị giật khá mạnh. Vì sao?

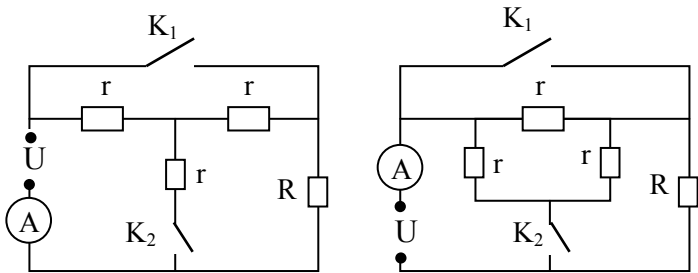
12.5 Có thể chạm tay vào dây điện mà không sợ bị giật không? Làm thế nào? Giải thích?

12.6 Cho hai mạch điện (a) và (b) như hình 12.30. Trong mỗi sơ đồ, hiệu điện thế U luôn không đổi điện trở của ampe kế và dây nối không đáng kể, $r = 5\sqrt{3}\Omega$. Tính R để khi K_1 đóng K_2 mở; hoặc khi K_1 mở K_2 đóng thì số chỉ của ampe kế trong mỗi sơ đồ không thay đổi.



Hình 12.29

12.7 Cho mạch điện như hình 12.31: $\xi_1 = 2V$, $\xi_2 = 1,5V$; r_1, r_2 khác không. Vôn kế có điện trở vô cùng lớn và có vạch số 0 nằm chính giữa bảng số. Khi K mở, vôn kế lệch sang phải; khi K đóng vôn kế cũng lệch sang phải



Hình 12.30

và chỉ 1V. Hỏi, nếu đảo ngược cực của nguồn ξ_2 thì vôn kế lệch về phía nào, chỉ bao nhiêu khi K đóng và khi K mở?

12.8 Để chiếu sáng một hội trường, người ta dùng các đèn loại (220V - 500W).

- Dùng cầu chì 15A để bảo vệ mạng điện. Hỏi có thể mắc được mấy bóng?
- nếu mắc 10 bóng thì phải dùng cầu chì bao nhiêu ampe để bảo vệ các đèn?

12.9 Cho sơ đồ mạch điện như hình 12.32. Biết $\xi_1 = 2V$, $\xi_2 = 1,5V$; $r_1 = r_2 = 0,5\Omega$.

- Xác định cường độ dòng điện qua R và mỗi nguồn khi: $R = 2\Omega$.
- Nếu thay thế hai nguồn trên bằng một nguồn tương đương thì suất điện động và điện trở trong của nguồn đó là bao nhiêu?
- Với giá trị nào của R thì cường độ dòng điện qua các nguồn là bằng nhau?
- Tìm điều kiện của R để nguồn ξ_2 không làm việc.
- Nếu nối tắt bộ nguồn thì cường độ dòng điện qua mỗi nguồn là bao nhiêu?

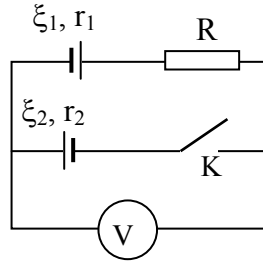
12.10 Cho mạch điện như hình 12.33: $\xi_1 = 10V$; $r_1 = 1\Omega$; $\xi_2 = 20V$; $r_2 = 2\Omega$; $\xi_3 = 30V$; $r_3 = 3\Omega$; $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 7\Omega$.

- Tìm cường độ dòng điện qua mỗi nguồn. Nguồn nào phát, thu?
- Tính độ giảm thế trên mỗi điện trở.
- Tính công suất và hiệu suất của mỗi nguồn.
- Đảo cực nguồn E_3 , tìm lại các câu a, b.

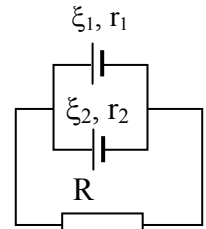
12.11 Hai nguồn $\xi_1 = \xi_2 = 22V$, $r_1 = r_2 = 0$, được mắc vào mạch như hình 12.34. Biết $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $R_3 = 300\Omega$, $R_4 = 400\Omega$. Hỏi vôn kế chỉ bao nhiêu nếu:

- Điện trở vôn kế rất lớn?
- Điện trở vôn kế là $R_V = 300\Omega$?
- Đảo cực của nguồn ξ_2 , xét lại hai trường hợp trên.
- Thay vôn kế bằng ampe kế có điện trở không đáng kể thì ampe kế chỉ bao nhiêu? (xét trước lúc đảo cực và sau khi đảo cực nguồn ξ_2).

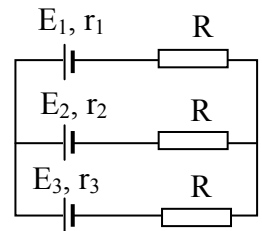
12.12 Cho mạch điện như hình 12.35: $\xi_1 = 6,5V$; $\xi_2 = 3,9V$; $r_1 = r_2 = 0\Omega$; $R = 10\Omega$. Xác định dòng điện qua mỗi nhánh.



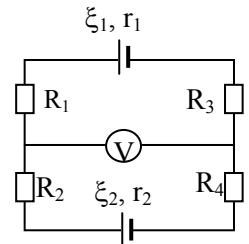
Hình 12.31



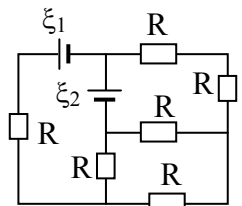
Hình 12.32



Hình 12.33



Hình 12.34



Hình 12.35

12.13 Cho mạch như hình 12.36: $C_1 = 2\mu\text{F}$; $C_2 = 3\mu\text{F}$; $C_3 = 1\mu\text{F}$; $R_1 = 30\Omega$; $R_2 = 10\Omega$; $\xi = 2\text{V}$; $r = 0\Omega$. Xác định điện tích trên mỗi tụ.

12.14 Cho mạch như hình 12.37: Biến trở MN có điện trở toàn phần là $R = 24\Omega$; $R_1 = 16\Omega$, $R_A = 0\Omega$, R_V rất lớn. Khi con chạy C ở M thì ampe kế chỉ $2,5\text{A}$; khi con chạy ở N thì vôn kế chỉ 30V . Hỏi khi con chạy C ở chính giữa MN thì số chỉ của ampe kế và vôn kế là bao nhiêu? Số chỉ đó sẽ thay đổi như thế nào khi con chạy dịch chuyển từ M đến N?

12.15 Hãy xác định công của dòng điện và nhiệt lượng toả ra trên một đoạn mạch trong thời gian 30s trong các trường hợp sau:

- Dòng điện có cường độ 1A chạy qua dây dẫn mà hiệu điện thế ở hai đầu đoạn dây dẫn là 2V .
- Dòng điện có cường độ 1A nạp cho một acqui có suất điện động $1,3\text{V}$, hiệu điện thế ở 2 cực của acqui là 2V .

12.16 Một động cơ điện có điện trở trong 2Ω , làm việc ở hiệu điện thế 220V . Cường độ dòng điện qua động cơ khi làm việc là 10A . Tính công suất cơ học của động cơ.

12.17 Một bộ nguồn gồm 60 pin giống nhau, mỗi pin có suất điện động $e = 1,5\text{V}$ và điện trở trong $r_0 = 0,6\Omega$, ghép hỗn hợp đối xứng, cấp điện ra mạch ngoài là một điện trở $R = 1\Omega$. Hỏi các nguồn đó phải mắc như thế nào để:

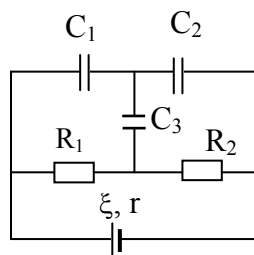
- công suất mạch ngoài là lớn nhất? Tính giá trị lớn nhất đó.
- công suất mạch ngoài không nhỏ hơn 36W ?
- Tính hiệu suất của bộ nguồn trong mỗi trường hợp trên.

12.18 Có một số đèn $3\text{V} - 3\text{W}$ và một số nguồn $e = 4\text{V}$, $r = 1\Omega$.

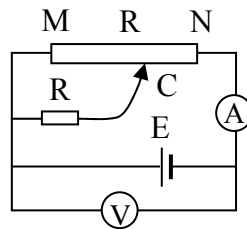
- Nếu có 8 đèn thì cần ít nhất bao nhiêu nguồn và cách mắc đèn, nguồn như thế nào để đèn sáng bình thường?
- Nếu có 15 nguồn thì có thể thấp sáng bình thường tối đa bao nhiêu đèn? Nêu cách mắc nguồn, đèn.

12.19 Nếu lần lượt mắc điện trở $R_1 = 2\Omega$ và $R_2 = 8\Omega$ vào một nguồn điện có suất điện động ξ , điện trở trong r thì công suất toả nhiệt trên các điện trở là như nhau.

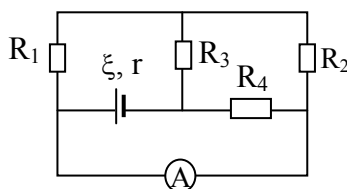
- Tính r .
- Mắc song song R_1 và R_2 rồi mắc chúng nối tiếp với điện trở R_x để tạo thành mạch ngoài của nguồn điện trên. Hỏi R_x bằng bao nhiêu để: công suất toả nhiệt ở mạch ngoài là lớn nhất? Công suất toả nhiệt trên R_x là lớn nhất? Tính hiệu suất của nguồn ứng với 2 trường hợp đó.



Hình 12.36



Hình 12.37



Hình 12.38

c) Bây giờ mắc nguồn trên và R_1, R_2 vào mạch như hình 12.38. Trong đó $R_3 = 58,4\Omega, R_4 = 60\Omega, R_A = 0\Omega$. Tính số chỉ của ampe kế, biết $\xi = 68V$.

12.20 Có 3 điện trở giống nhau, mỗi điện trở có giá trị r . Hỏi có mấy cách ghép các điện trở này? Tính điện trở tương đương của mỗi cách ghép. Biện luận số cách ghép, nếu các điện trở là khác nhau.

12.21 Có hai loại điện trở loại $R_1 = 3\Omega$ và loại $R_2 = 5\Omega$. Hỏi phải cần mỗi loại mấy cái để khi ghép nối tiếp, chúng có điện trở tương đương là 55Ω ?

12.22 Một đoạn dây dẫn đồng chất, tiết diện đều, điện trở 100Ω . Người ta cắt ra thành 100 đoạn nhỏ để làm ba loại điện trở: loại 5Ω , loại 3Ω và loại $\frac{1}{3}\Omega$. Hỏi có mỗi loại có mấy cái?

12.23 Có một số điện trở giống nhau, mỗi điện trở có giá trị 12Ω . Cần ít nhất bao nhiêu cái và mắc chúng như thế nào để có điện trở tương đương là $7,5\Omega$? 5Ω ?

12.24 Để đo điện trở R , ta có thể dùng ampe kế và vôn kế. Hãy vẽ các sơ đồ mạch điện và đánh giá sai số của phép đo trong mỗi sơ đồ theo R_A và R_V . từ đó rút ra các kết luận cần thiết.