MIT OpenCourseWare
http://ocw.mit.edu

18.02 Multivariable Calculus, Fall 2007
Transcript – Lecture 20

Trường không phụ thuộc vào đường đi và trường bảo toàn
Xem bài giảng tại đây:
http://www.mientayvn.com/OCW/MIT/giai_tich_nhieu_bien.html

So, let me remind you, yesterday we've defined and started to compute line integrals for work as a vector field along a curve. So, we have a curve in the plane, C. We have a vector field that gives us a vector at every point. And, we want to find the work done along the curve. So, that's the line integral along C of F dr, or more geometrically, line integral along C of F.T ds where T is the unit tangent vector,
Vâng, để tôi nhắc lại bài cũ, hôm qua chúng ta đã định nghĩa và bước đầu tính toán tích phân đường chính là công của một trường vector dọc theo đường cong. Vâng, chúng ta có một đường cong trong mặt phẳng, C. Chúng ta có một trường vectơ với một vector tại mỗi điểm. Và, chúng ta muốn tìm công được thực hiện dọc theo đường cong. Vì vậy, đó là tích phân đường dọc theo C của F dr, hoặc về mặt hình học, tích phân đường dọc theo C của F.T ds ở đây T là vector đơn vị tiếp tuyến,

and ds is the arc length element. Or, in coordinates, that they integral of M dx N dy where M and N are the components of the vector field. OK, so -- Let's do an example that will just summarize what we did yesterday, and then we will move on to interesting observations about these things. So, here's an example we are going to look at now. Let's say I give you the vector field yi plus xj. So, it's not completely obvious what it looks like, but here is a computer plot of that vector field.
và ds là yếu tố chiều dài cung. Hoặc, trong hệ tọa độ, chúng là tích phân của M dx N dy ở đây M và N là các thành phần của trường vector. Vâng, do đó - Hãy làm một ví dụ để tóm tắt những gì chúng ta đã học hôm qua, và sau đó chúng ta sẽ chuyển sang nhận xét thú vị về những điều này. Vì vậy, bây giờ chúng ta sẽ xét ví dụ này. Giả sử rằng tôi cho bạn một trường vector yi cộng với xj. Vì vậy, không rõ nó có dạng như thế nào, nhưng đây là một đồ thị được vẽ bằng máy tính của trường vector đó.

So, that tells you a bit what it does. It points in all sorts of directions. And, let's say we want to find the work done by this vector field. If I move along this closed curve, I start at the origin. But, I moved along the x-axis to one. That move along the unit circle to the diagonal, and then I move back to the origin in a straight line. OK, so C consists of three parts -- -- so that you enclose a sector of a unit disk -- -- corresponding to angles between zero and 45°.
Vì vậy, điều đó cho bạn hình dung một chút về nó. Nó hướng theo tất cả mọi hướng. Và, giả sử rằng chúng ta muốn tìm công được thực hiện bởi trường vector này. Nếu tôi di chuyển dọc theo đường cong khép kín này, tôi bắt đầu từ gốc tọa độ. Tôi di chuyển dọc theo trục x đến một. Rồi sau đó di chuyển dọc theo cung của đường tròn đơn vị, và rồi tôi trở lại gốc tọa độ trên một đường thẳng. Vâng, do đó, C gồm ba phần - - kèm theo một phần của đường tròn đơn vị - - tương ứng với góc giữa không và 45 °.

So, to compute this line integral, all we have to do is we have set up three different integrals and add that together. OK, so we need to set up the integral of y dx plus x dy for each of these pieces. So, let's do the first one on the x-axis. Well, one way to parameterize that is just use the x variable. And, say that because we are on the, let's see, sorry, we are going from the origin to (1,0).

Vì vậy, để tính tích phân đường này, chúng ta phải tính ba tích phân khác nhau và cộng chúng với nhau. Vâng, vì vậy chúng ta cần phải thiết lập y dx cộng x dy cho mỗi đoạn này. Vì vậy, đầu tiên chúng ta hãy làm cái trên trục x. Vâng, để tham số hóa nó chúng ta chỉ cần dùng biến x. Và, giả sử rằng bởi vì chúng ta đang ở trên, xem nào, xin lỗi, chúng ta đi từ gốc tọa độ đến (1,0).

Well, we know we are on the x-axis. So, y there is actually just zero. And, the variable will be x from zero to one. Or, if you prefer, you can parameterize things, say, x equals t for t from zero to one, and y equals zero. What doesn't change is y is zero, and therefore, dy is also zero. So, in fact, we are integrating y dx x dy, but that becomes, well, zero dx 0, and that's just going to give you zero.
Vâng, chúng ta đang ở trên trục x. Vì vậy, y bằng không. Và, biến sẽ là x đi từ không đến một. Hoặc, nếu bạn thích, bạn có thể tham số hóa các thứ, giả sử, x bằng t với x chạy từ không đến một, và y bằng không. Những gì không thay đổi là y bằng không, và do đó, dy cũng bằng không. Vì vậy, trên thực tế, chúng ta đang tính tích phân y dx x dy, nhưng nó sẽ trở thành, vâng, không dx 0, và kết quả bằng không.

OK, so there's the line integral. Here, it's very easy to compute. Of course, you can also do it geometrically because geometrically, you can see in the picture along the x-axis, the vector field is pointing vertically. If I'm on the x-axis, my vector field is actually in the y direction. So, it's perpendicular to my curve. So, the work done is going to be zero. F dot T will be zero. OK, so F dot T is zero, so the integral is zero.
Vâng, đó là tích phân đường. Ở đây, nó rất dễ tính. Tất nhiên, bạn cũng có thể xét nó theo phương pháp hình học bởi vì về mặt hình học, bạn có thể thấy trong hình dọc theo trục x, các vector của trường hướng theo chiều dọc. Nếu tôi ở trên trục x, trường vector của tôi hướng theo y. Vì vậy, nó vuông góc với đường cong của tôi. Vì vậy, công thực hiện được sẽ bằng không. F nhân vô hướng với T sẽ bằng không. Vâng, do đó F nhân vô hướng với T bằng không, vì vậy tích phân sẽ bằng không.

OK, any questions about this first part of the calculation? No? It's OK? OK, let's move on to more interesting part of it. Let's do the second part, which is a portion of the unit circle. OK, so I should have drawn my picture. And so now we are moving on this part of the curve that's C2. And, of course we have to choose how to express x and y in terms of a single variable. Well, most likely, when you are moving on a circle, you are going to use the angle along the circle to tell you where you are.

Vâng, có ai thắc mắc gì về phần tính toán này không? Không có à? Được rồi? Vâng, hãy chuyển sang phần lí thú hơn của nó. Hãy làm phần thứ hai, nó là một phần của đường tròn đơn vị. Vâng, vâng tôi cần phải vẽ hình. Và vì vậy bây giờ chúng ta sẽ chuyển sang phần này của đường cong đó là C2. Và, tất nhiên chúng ta phải chọn cách biểu diễn x và y theo một biến duy nhất. Vâng, có lẽ, khi bạn di chuyển trên một đường tròn, góc dọc theo đường tròn sẽ cho bạn biết bạn đang ở đâu.

OK, so we're going to use the angle theta as a parameter. And we will say, we are on the unit circle. So, x is cosine theta and y is sine theta. What's the range of theta? Theta goes from zero to pi over four, OK? So, whenever I see dx, I will replace it by, well, the derivative of cosine is negative sine. So, minus sine theta d theta, and dy, the derivative of sine is cosine. So, it will become cosine theta d theta.
Vâng, do đó, chúng ta sẽ sử dụng góc theta như một tham số. Và chúng ta sẽ nói, chúng ta đang ở trên đường tròn đơn vị. Vì vậy, x bằng cô sin theta và y bằng sine theta. Khoảng giá trị của theta là gì? Theta đi từ không đến pi trên bốn, đúng không? Vì vậy, ở đâu có dx, tôi sẽ thay nó bằng, vâng, đạo hàm của cosin bằng trừ sin. Vâng, trừ sin theta d theta, và dy, đạo hàm của sin bằng cô sin. Vì vậy, nó sẽ trở thành cô sin theta d theta.

OK, so I'm computing the integral of y dx x dy. That means -- -- I'll be actually computing the integral of, so, y is sine theta. dx, that's negative sine theta d theta plus x cosine. dy is cosine theta d theta from zero to pi/4. OK, so that's integral from zero to pi / 4 of cosine squared minus sine squared. And, if you know your trig, then you should recognize this as cosine of two theta. OK, so that will integrate to one half of sine two theta from zero to pi over four, sorry.
Vâng, vì vậy tôi sẽ tính tích phân của y dx x dy. Điều đó có nghĩa là - - Thực sự tôi sẽ tính tích phân của, vâng, y bằng sine theta. dx, bằng trừ sin theta d theta cộng x cosin. dy bằng cô sin theta d theta từ không đến pi / 4. Vâng, vì vậy đó là tích phân từ không đến pi / 4 của cos bình trừ sin bình. Và, nếu bạn biết lượng giác, thì bạn sẽ nhận ra ngay đây là cô sin của hai theta. Vâng, vì vậy đó sẽ là tích phân của một phần hai sin hai theta từ không đến pi trên bốn, xin lỗi.

And, sine pi over two is one. So, you will get one half. OK, any questions about this one? No? OK, then let's do the third one. So, the third guy is when we come back to the origin along the diagonal. OK, so we go in a straight line from this point. Where's this point? Well, this point is one over root two, one over root two. And, we go back to the origin. OK, so we need to figure out a way to express x and y in terms of the same parameter.
Và, sin pi trên hai bằng một. Vì vậy, bạn sẽ được kết quả là một phần hai. Vâng, có ai hỏi gì về điều này không? Không có à? Vâng, thế thì chúng ta hãy làm cái thứ ba. Vâng, thằng thứ ba là khi chúng ta quay lại gốc tọa độ theo một đường chéo. Vâng, vì vậy chúng ta đi theo đường thẳng từ điểm này. Điểm này ở đâu? Vâng, điểm này là một trên căn hai, một trên căn hai. Và, chúng ta quay lại gốc tọa độ. Vâng, vì vậy chúng ta cần chỉ ra cách biểu diễn x và y theo cùng một tham số.

So, one way which is very natural would be to just say, well, let's say we move from here to here over time. And, at time zero, we are here. At time one, we are here. We know how to parameterize this line. So, what we could do is say, let's parameterize this line. So, we start at one over root two, and we go down by one over root two in time one. And, same with y. That's actually perfectly fine.
Vì vậy, một cách rất tự nhiên là chỉ cần nói, vâng, giả sử rằng chúng ta di chuyển từ đây đến đây theo thời gian. Và, tại thời điểm không, chúng ta ở đây. Tại thời điểm nào đó, chúng ta ở đây. Chúng ta biết cách để tham số hóa đường này. Vâng, chúng ta hãy tham số hóa đường này. Vâng, chúng ta bắt đầu tại một trên căn hai, và chúng ta đi xuống một trên căn hai vào lúc nào đó. Và, tương tự với y. Điều đó hoàn toàn tốt.

But that's unnecessarily complicated. OK, why is a complicated? Because we will get all of these expressions. It would be easier to actually just look at motion in this direction and then say, well, if we have a certain work if we move from here to here, then the work done moving from here to here is just going to be the opposite, OK? So, in fact, we can do slightly better by just saying, well, we'll take x = t, y = t.
Nhưng đó là một sự phức tạp không cần thiết. Vâng, tại sao phức tạp? Bởi vì chúng ta sẽ nhận được tất cả các biểu thức này. Vấn đề sẽ dễ dàng hơn nếu xét chuyển động theo hướng này và rồi nói, vâng, nếu chúng ta có một công nào đó nếu chúng ta di chuyển từ đây đến đây, thì công được thực hiện khi di chuyển từ đây đến đây sẽ ngược dấu, đúng không? Vì vậy, trên thực tế, chúng ta có thể làm tốt hơn bằng cách chỉ cần nói, vâng,

chúng ta sẽ chọn x = t, y = t.

t from zero to one over root two, and take, well, sorry, that gives us what I will call minus C3, which is C3 backwards. And then we can say the integral for work along minus C3 is the opposite of the work along C3. Or, if you're comfortable with integration where variables go down, then you could also say that t just goes from one over square root of two down to zero. And, when you set up your integral, it will go from one over root two to zero.
t đi từ không đến một trên căn hai, và lấy, vâng, xin lỗi, điều đó sẽ cho chúng ta trừ C3, ngược với C3. Và thế thì chúng ta có thể nói tích phân của công dọc theo trừ C3 ngược dấu với công dọc theo C3. Hoặc, nếu bạn cảm thấy thoải mái với các cận tích phân ngược thì bạn cũng có thể nói t đi từ một trên căn hai của hai đến không. Và, khi bạn thiết lập tích phân của bạn, nó sẽ đi từ một trên căn hai đến không.

And, of course, that will be the negative of the one from zero to one over root two. So, it's the same thing. OK, so if we do it with this parameterization, we'll get that, well of course, dx is dt, dy is dt. So, the integral along minus C3 of y dx plus x dy is just the integral from zero to one over root two of t dt plus t dt. Sorry, I'm messing up my blackboard, OK, which is going to be, well, the integral of 2t dt, which is t2 between these bounds, which is one half.
Và, tất nhiên, đó chính là trừ của tích phân từ không đến một trên căn hai. Vì vậy, chúng giống nhau. Vâng, vì vậy nếu chúng ta tính nó với sự tham số hóa này, chúng ta sẽ nhận được điều đó, vâng tất nhiên, dx bằng dt, dy bằng dt. Vì vậy, tích phân dọc theo trừ C3 của y dx cộng x dy chính là tích phân từ không đến một trên căn hai của t dt cộng t dt. Xin lỗi, tôi đang làm rối tung bảng lên, vâng, nó sẽ là, vâng, tích phân của 2t dt, tương đương t2 giữa các cận này, nó bằng một phần hai.

That's the integral along minus C3, along the reversed path. And, if I want to do it along C3 instead, then I just take the negative. Or, if you prefer, you could have done it directly with integral from one over root two, two zero, which gives you immediately the negative one half. OK, so at the end, we get that the total work -- -- was the sum of the three line integrals. I'm not writing after dr just to save space.
Đó là tích phân dọc theo trừ C3, dọc theo đường đảo ngược. Và, thay vào đó nếu tôi muốn làm điều đó dọc theo C3, thì tôi chỉ cần lấy trừ. Hoặc, nếu bạn thích, bạn có thể thực hiện nó trực tiếp với tích phân từ một trên căn hai, không, nó sẽ ngay lập tức cho bạn kết quả bằng trừ một phần hai. Vâng, do đó cuối cùng, chúng ta tính được công toàn phần - -là tổng của ba tích phân đường. Tôi không viết theo dr chỉ để tiết kiệm bảng.

But, zero plus one half minus one half, and that comes out to zero. So, a lot of calculations for nothing. OK, so that should give you overview of various ways to compute line integrals. Any questions about all that? No? OK. So, next, let me tell you about how to avoid computing like integrals. Well, one is easy: don't take this class. But that's not, so here's another way not to do it, OK?

Nhưng, không cộng một phần hai trừ một phần hai, và kết quả sẽ bằng không. Vâng, tính toán rất nhiều để nhận được kết quả bằng không. Vâng, điều đó cho bạn cái nhìn tổng quan về những cách khác nhau để tính tích phân đường. Có câu hỏi nào về tất cả điều đó không? Không có à? Được rồi. Vì vậy, tiếp theo, tôi sẽ giới thiệu với bạn cách tránh tính tích phân đường. Vâng, một cách dễ dàng: đừng học môn này. Nhưng không phải vậy, vâng đây là một cách khác để không làm nó, đúng không?

So, let's look a little bit about one kind of vector field that actually we've encountered a few weeks ago without saying it. So, we said when we have a function of two variables, we have the gradient vector. Well, at the time, it was just a vector. But, that vector depended on x and y. So, in fact, it's a vector field. OK, so here's an interesting special case. Say that F, our vector field is actually the gradient of some function.

Vì vậy, hãy xét một chút về một loại trường vector mà chúng ta đã từng gặp trong vài tuần trước mà chưa xét kĩ. Vâng, chúng ta đã nói khi chúng ta có một hàm hai biến, chúng ta có vector gradient. Vâng, vào thời điểm đó, nó chỉ là một vector. Nhưng, vector đó phụ thuộc vào x và y. Vì vậy, trên thực tế, đó là một trường vector. Vâng, do đó, đây là một trường hợp đặc biệt thú vị. Giả sử rằng F, trường véc tơ của chúng ta là gradient của hàm nào đó.

So, it's a gradient field. And, so f is a function of two variables, x and y, and that's called the potential for the vector field. The reason is, of course, from physics. In physics, you call potential, electrical potential or gravitational potential, the potential energy. This function of position that tells you how much actually energy stored somehow by the force field, and this gradient gives you the force.

Vì vậy, nó là một trường gradient. Và, do đó, f là một hàm hai biến, x và y, và nó được gọi là thế của trường vector. Lý do là, tất nhiên, từ vật lý. Trong vật lý, bạn gọi thế năng, thế năng tĩnh điện hoặc thế hấp dẫn, thế năng. Hàm theo vị trí này sẽ cho bạn biết năng lượng được dự trữ bao nhiêu bởi trường lực, và gradient này chính là lực.

Actually, not quite. If you are a physicist, that the force will be negative the gradient. So, that means that physicists' potentials are the opposite of a mathematician's potential. Okay? So it's just here to confuse you. It doesn't really matter all the time. So to make things simpler we are using this convention and you just put a minus sign if you are doing physics. So then I claim that we can simplify the evaluation of the line integral for work.

Thực sự, không hoàn toàn như vậy. Nếu bạn là một nhà vật lý, lực sẽ bằng trừ gradient. Vì vậy, điều đó có nghĩa là thế của nhà vật lí ngược với thế của nhà toán học. Sao? Vâng nó làm các bạn bối rối. Vấn đề này không quan trọng.Vì vậy, để cho mọi thứ đơn giản hơn chúng ta sẽ dùng quy ước này và bạn chỉ cần thêm dấu trừ khi bạn làm vật lí. Vâng, thế thì tôi cho rằng chúng ta có thể đơn giản hóa việc tính tích phân đường để tìm công.

Perhaps you've seen in physics, the work done by, say, the electrical force, is actually given by the change in the value of a potential from the starting point of the ending point, or same for gravitational force. So, these are special cases of what's called the fundamental theorem of calculus for line integrals. So, the fundamental theorem of calculus, not for line integrals, tells you if you integrate a derivative, then you get back the function.

Có lẽ bạn đã từng gặp trong vật lý, công được thực hiện bởi, giả sử, lực điện, bằng sự thay đổi giá trị của thế từ điểm bắt đầu đến điểm kết thúc , hoặc tương tự cho thế hấp dẫn. Vì vậy, đây là những trường hợp đặc biệt của định lý giải tích cơ bản của tích phân đường. Vì vậy, định lý giải tích cơ bản, không phải cho tích phân đường, nói rằng nếu bạn lấy tích phân một đạo hàm thì bạn được một hàm.

And here, it's the same thing in multivariable calculus. It tells you, if you take the line integral of the gradient of a function, what you get back is the function. OK, so -- -- the fundamental theorem of calculus for line integrals -- -- says if you integrate a vector field that's the gradient of a function along a curve, let's say that you have a curve that goes from some starting point, P0,
Và điều đó cũng đúng trong giải tích nhiều biến. Nó nói với bạn rằng, nếu bạn lấy tích phân đường của gradient của một hàm nào đó, thì kết quả sẽ chính là hàm đó. Vâng, vì vậy -- - Định lý giải tích cơ bản của tích phân đường - - giả sử nếu bạn lấy tích phân một trường vector là gradient của một hàm dọc theo một đường cong, giả sử rằng bạn có một đường cong khởi đầu tại điểm P0 nào đó,

to some ending point, P1. All you will get is the value of f at P1 minus the value of f at P0. OK, so, that's a pretty nifty formula that only works if the field that you are integrating is a gradient. You know it's a gradient, and you know the function, little f. I mean, we can't put just any vector field in here. We have to put the gradient of f. So, actually on Tuesday we'll see how to decide whether a vector field is a gradient or not,
đến điểm kết thúc, P1. Kết quả sẽ là giá trị của f tại P1 trừ giá trị của f tại P0. Vâng, vì vậy, đó là một công thức khá tiện lợi sẽ đúng khi trường mà bạn lấy tích phân là một gradient. Bạn biết nó là một gradient, và bạn biết hàm, f nhỏ. Ý tôi là, chúng ta không thể đặt bất kì vector trường nào vào đây. Chúng ta phải đặt gradient của f. Vâng, vào ngày thứ ba, chúng ta sẽ học cách để xác định xem một trường vector có phải là một gradient hay không,

and if it is a gradient, how to find the potential function. So, we'll cover that. But, for now we need to try to figure out a bit more about this, what it says, what it means physically, how to think of it geometrically, and so on. So, maybe I should say, if you're trying to write this in coordinates, because that's also a useful way to think about it, if I give you the line integral along C,

và nếu nó là một gradient, làm sao để tìm hàm thế. Vì vậy, chúng ta sẽ đề cập đến điều đó. Tuy nhiên, bây giờ chúng ta cần phải cố gắng chỉ ra thêm một chút về điều này, ý nghĩa của nó, ý nghĩa vật lí của nó, ý nghĩa hình học của nó, và v.v…. Vì vậy, có lẽ tôi nên nói, nếu bạn đang cố gắng viết cái này trong hệ tọa độ, vì đó cũng là một cách hữu ích để xét nó, nếu tôi cho bạn một tích phân đường dọc theo C,

so, the gradient field, the components are f sub x and f sub y. So, it means I'm actually integrating f sub x dx plus f sub y dy. Or, if you prefer, that's the same thing as actually integrating df. So, I'm integrating the differential of a function, f. Well then, that's the change in F. And, of course, if you write it in this form, then probably it's quite obvious to you that this should be true.
vì vậy, trường gradient, các thành phần của nó là f x và f y. Vâng, có nghĩa là tôi thực sự đang lấy tích phân f x dx cộng f y dy. Hoặc, nếu bạn thích, nó giống như đang lấy tích phân df. Vì vậy, tôi sẽ lấy tích phân của vi phân của hàm f. Vâng thế thì, đó là sự thay đổi của f. Và, tất nhiên, nếu bạn viết nó dưới dạng này, thì có lẽ đối với bạn điều này hiển nhiên đúng.

I mean, in this form, actually it's the same statement as in single variable calculus. OK, and actually that's how we prove the theorem. So, let's prove this theorem. How do we prove it? Well, let's say I give you a curve and I ask you to compute this integral. How will you do that? Well, the way you compute the integral actually is by choosing a parameter, and expressing everything in terms of that parameter.
Ý tôi là, ở dạng này, thực sự đó là phát biểu tương tự như giải tích hàm một biến. Vâng, và thực sự đó là cách chúng ta chứng minh định lý. Vâng, hãy chứng minh định lí này. Chứng ta chứng minh nó như thế nào? Vâng, giả sử tôi cho bạn một đường cong và tôi yêu cần bạn tính tích phân này. Chúng ta sẽ làm điều đó như thế nào? Vâng, thực sự cách bạn tính tích phân là chọn một tham số, và biểu diễn mọi thứ theo tham số đó.

So, we'll set, well, so we know it's f sub x dx plus f sub y dy. And, we'll want to parameterize C in the form x equals x of t. y equals y of t. So, if we do that, then dx becomes x prime of t dt. dy becomes y prime of t dt. So, we know x is x of t. That tells us dx is x prime of t dt. y is y of t gives us dy is y prime of t dt. So, now what we are integrating actually becomes the integral of f sub x times dx dt plus f sub y times dy dt times dt.
Vâng, chúng ta sẽ đặt, vâng, vì vậy chúng ta biết nó là f x dx cộng với f y dy. Và, chúng ta muốn tham số hóa C dưới dạng x bằng x t. y bằng y t. Vì vậy, nếu chúng ta làm điều đó, thì dx trở thành x phẩy t dt. dy trở thành y phẩy t dt. Vì vậy, chúng ta biết x bằng x t. Điều đó cho chúng ta biết là dx bằng x phẩy t dt. y bằng y t cho chúng ta dy bằng y phẩy t dt. Vì vậy, bây giờ biểu thức chúng ta lấy tích phân trở thành f x nhân dx dt cộng f y nhân dy dt nhân dt.

OK, but now, here I recognize a familiar guy. I've seen this one before in the chain rule. OK, this guy, by the chain rule, is the rate of change of f if I take x and y to be functions of t. And, I plug those into f. So, in fact, what I'm integrating is df dt when I think of f as a function of t by just plugging x and y as functions of t. And so maybe actually I should now say I have sometimes t goes from some initial time, let's say, t zero to t one.
Vâng, nhưng bây giờ, ở đây tôi nhận ra một thằng quen thuộc. Tôi đã nhìn thấy thằng này từ trước trong quy tắc dây chuyền. Vâng, thằng này, là tốc độ biến thiên của f nếu tôi lấy x và y là hàm của t. Và, tôi thế những thằng này vào f. Vì vậy, trên thực tế, tôi lấy tích phân df dt khi tôi xem f là hàm của t bằng cách thế x và y như hàm của t. Và như vậy có lẽ thực sự bây giờ tôi sẽ nói thỉnh thoảng tôi có t đi từ thời điểm ban đầu nào đó, chẳng hạn như, t không đến t một.

And now, by the usual fundamental theorem of calculus, I know that this will be just the change in the value of f between t zero and t one. OK, so integral from t zero to one of (df /dt) dt, well, that becomes f between t zero and t one. f of what? We just have to be a little bit careful here. Well, it's not quite f of t. It's f seen as a function of t by putting x of t and y of t into it.
Và bây giờ, bằng định lý cơ bản của giải tích, tôi biết rằng đây chỉ là sự thay đổi giá trị của f giữa t không và t một. Vâng, do đó tích phân từ t không đến một (df / dt) dt, vâng , nó trở thành f giữa t không và t một. f của cái gì? Chúng ta chỉ cần cẩn thận một chút ở đây. Vâng, nó không phải là f t. f dường như là hàm của t bằng cách đặt x t và y t vào trong nó.

So, let me read that carefully. What I'm integrating to is f of x of t and y of t. Does that sound fair? Yeah, and so, when I plug in t1, I get the point where I am at time t1. That's the endpoint of my curve. When I plug t0, I will get the starting point of my curve, p0. And, that's the end of the proof. It wasn't that hard, see? OK, so let's see an example. Well, let's look at that example again.
Vâng, hãy để tôi nói điều đó cẩn thận. Tôi sẽ lấy tích phân f của x t và y t. Điều đó có vẻ công bằng không? Vâng, và vì vậy, khi tôi thế t1, tôi được điểm mà tôi đang ở tại thời điểm t1. Đó là điểm cuối của đường cong của tôi. Khi tôi thế t0 vào, tôi được điểm bắt đầu của đường cong, p0. Và, đó là phần cuối của chứng minh. Nó không khó, thấy không? Vâng, vì vậy hãy xét một ví dụ. Vâng, một lần nữa hãy xét ví dụ.

So, we have this curve. We have this vector field. Could it be that, by accident, that vector field was a gradient field? So, remember, our vector field was y, x. Can we think of a function whose derivative with respect to x is y, and derivative with respect to y is x? Yeah, x times y sounds like a good candidate where f(x, y) is xy. OK, so that means that the line integrals that we computed along these things can be just evaluated from just finding out the values of f at the endpoint?
Vâng, chúng ta có đường cong này. Chúng ta có trường vector này. Nhân tiện, nó có thể là, trường vector là trường gradient phải không? Vì vậy, hãy nhớ rằng, trường véc tơ của chúng ta là y, x. Chúng ta có thể nghĩ đến một hàm mà đạo hàm của nó đối với x là y, và đạo hàm đối với y bằng x không? Vâng, x nhân y có vẻ là một ứng cử viên tốt trong đó f (x, y) bằng xy. Vâng, vì vậy điều đó có nghĩa là các tích phân đường mà chúng ta đã tính dọc theo những thứ này có thể được tính từ việc tìm giá trị của f tại điểm mút?

So, here's version two of my plot where I've added the contour plot of a function, x, y on top of the vector field. Actually, they have a vector field is still pointing perpendicular to the level curves that we have seen, just to remind you. And, so now, when we move, now when we move, the origin is on the level curve, f equals zero. And, when we start going along C1, we stay on f equals zero.
Vâng, đây là phiên bản hai của đồ thị của tôi ở đó tôi đã thêm vào đồ thị contour của hàm, x,y trên đỉnh của trường vector. Trên thực tế, chúng có một trường vector vẫn còn vuông góc với các đường đồng mức mà chúng ta đã thấy, chỉ để nhắc nhở bạn. Và, vì vậy bây giờ, khi chúng ta di chuyển, bây giờ khi chúng ta di chuyển, gốc tọa độ ở trên các đường đồng mức, f bằng không. Và, khi chúng ta bắt đầu đi dọc theo C1, chúng ta ở tại f bằng không.

So, there's no work. The potential doesn't change. Then on C2, the potential increases from zero to one half. The work is one half. And then, on C3, we go back

down from one half to zero. The work is negative one half. See, that was much easier than computing. So, for example, the integral along C2 is actually just, so, C2 goes from one zero to one over root two, one over root two. So, that's one half minus zero, and that's one half, OK, because C2 was going here.
Vì vậy, điều đó không đúng. Thế không thay đổi. Thế thì trên C2, thế tăng từ không đến một phần hai. Công bằng một phần hai. Và sau đó, trên C3, chúng ta quay trở xuống từ một phần hai đến không. Công bằng trừ một phần hai. Xem nào, cái đó dễ hơn nhiều so với tính toán. Vì vậy, ví dụ, tích phân dọc theo C2 chỉ là, vì vậy, C2 đi từ một không đến một trên căn hai, một trên căn hai. Vì vậy, đó là một phần hai trừ không, và đó là một phần hai, vâng, bởi vì C2 sẽ ở đây.

And, at this point, f is zero. At that point, f is one half. And, similarly for the others, and of course when you sum, you get zero because the total change in f when you go from here, to here, to here, to here, eventually you are back at the same place. So, f hasn't changed. OK, so that's a neat trick. And it's important conceptually because a lot of the forces are gradients of potentials, namely, gravitational force, electric force.
Và, tại điểm này, f bằng không. Tại điểm đó, f bằng một phần hai. Và, tương tự cho những thằng còn lại, và tất nhiên khi bạn lấy tổng, bạn được kết quả bằng không bởi vì sự thay đổi toàn phần của f khi bạn đi từ đây, đến đây, đến đây, đến đây , cuối cùng bạn quay lại cùng một vị trí.Vì vậy, f đã không thay đổi. Vâng, đó là một thủ thuật tinh tế. Và nó quan trọng về mặt khái niệm bởi vì nhiều lực là gradient của thế, cụ thể như, lực hấp dẫn, lực điện.

The problem is not every vector field is a gradient. A lot of vector fields are not gradients. For example, magnetic fields certainly are not gradients. So -- -- a big warning: everything today only applies if F is a gradient field. OK, it's not true otherwise. OK, still, let's see, what are the consequences of the fundamental theorem? So, just to put one more time this disclaimer, if F is a gradient field -- -- then what do we have?
Vấn đề là không phải mọi trường vector là gradient. Rất nhiều trường vector không phải là gradient. Ví dụ, trường từ tất nhiên không phải là các gradient. Vì vậy, - - một cảnh báo quan trọng: tất cả mọi thứ ngày hôm nay chỉ áp dụng nếu F là một gradient. Vâng, ngược lại nó không đúng. Vâng, vẫn còn, xem nào, hệ quả của định lý cơ bản là gì? Vì vậy, chỉ cần đặt hơn một lần sự từ chối này, nếu F là một trường gradient - - thì chúng ta được gì?

Well, there's various nice features of work done by gradient fields that are not too far off the vector fields. So, one of them is this property of path independence. OK, so the claim is if I have a line integral to compute, that it doesn't matter which path I take as long as it goes from point a to point b. It just depends on the point where I start and the point where I end. And, that's certainly false in general, but for a gradient field that works.
Vâng, có nhiều tính chất đẹp về công được thực hiện bởi các trường gradient không khác nhiều với các trường vector. Vì vậy, một trong số chúng là tính chất không phụ thuộc vào đường đi. Vâng, vì vậy xác nhận là nếu tôi tính tích phân đường, thì đường mà tôi chọn để lấy tích phân không quan trọng miễn là nó đi từ điểm a đến điểm b. Nó chỉ phụ thuộc vào điểm bắt đầu và điểm kết thúc. Và, điều đó không đúng trong trường hợp tổng quát, nhưng đối với một trường gradient điều đó đúng.

So if I have a point, P0, a point, P1, and I have two different paths that go there, say, C1 and C2, so they go from the same point to the same point but in different ways, then in this situation, the line integral along C1 is equal to the line integral along C2. Well, actually, let me insist that this is only for gradient fields by putting gradient F in here, just so you don't get tempted to ever use this for a field that's not a gradient field -- -- if C1 and C2 have the same start and end point.
Vì vậy, nếu tôi có một điểm, P0, một điểm, P1, và tôi có hai đường khác nhau để đi đến đó, giả sử, C1 và C2, do đó chúng đi từ cùng một điểm đến cùng một điểm nhưng theo

những đường khác nhau, thế thì trong trường hợp này , tích phân đường dọc theo C1 bằng tích phân đường dọc theo C2. Vâng, thực sự, hãy để tôi nhấn mạnh rằng đây chỉ là các trường gradient bằng cách đặt gradient f ở đây, chỉ là để bạn không bị nhầm lẫn dùng cái này cho trường không phải là trường gradient - - nếu C1 và C2 có cùng điểm bắt đầu và điểm kết thúc.

OK, how do you prove that? Well, it's very easy. We just use the fundamental theorem. It tells us, if you compute the line integral along C1, it's just F at this point minus F at this point. If you do it for C2, well, the same. So, they are the same. And for that you don't actually even need to know what little f is. You know in advance that it's going to be the same. So, if I give you a vector field and I tell you it's the gradient of mysterious function but I don't tell you what the function is and you don't want to find out,
Vâng, bạn chứng minh điều đó như thế nào? Vâng, nó rất dễ. Chúng ta chỉ cần sử dụng định lí cơ bản. Nó cho chúng ta biết, nếu bạn tính tích phân đường dọc theo C1, nó chỉ là F tại điểm này trừ F tại điểm này. Nếu bạn làm nó cho C2, vâng, tương tự. Vì vậy, chúng giống nhau. Và đối với việc đó bạn không cần biết f nhỏ là gì. Bạn biết trước nó sẽ giống nhau. Vì vậy, nếu tôi cho bạn một trường vector và tôi cho bạn biết đó là gradient của hàm bí ẩn nào đó nhưng tôi không nói cho bạn hàm đó là gì và bạn không muốn tìm,

you can still use path independence, but only if you know it's a gradient. OK, I guess this one is dead. So, that will stay here forever because nobody is tall enough to erase it. When you come back next year and you still see that formula, you'll see. Yes, but there's no useful information here. That's a good point. OK, so what's another consequence? So, if you have a gradient field, it's what's called conservative.
bạn vẫn có thể sử dụng sự không phụ thuộc đường đi, nhưng chỉ nếu bạn biết nó là một gradient. Vâng, tôi đoán cái này đã chết. Vì vậy, nó vẫn còn ở đây mãi mãi bởi vì không ai đủ cao để xóa nó. Khi bạn quay lại vào năm tới và bạn vẫn thấy công thức đó. Vâng, nhưng không có thông tin nào hữu ích ở đây. Đó là một điểm tốt. Vâng, vì vậy hệ quả khác là gì? Vì vậy, nếu bạn có một trường gradient, nó có tính chất bảo toàn.

OK, so what a conservative field? Well, the word conservative comes from the idea in physics; if the conservation of energy. It tells you that you cannot get energy for free out of your force field. So, what it means is that in particular, if you take a closed trajectory, so a trajectory that goes from some point back to the same point, so, if C is a closed curve, then the work done along C -- -- is zero.

Vâng, do đó trường bảo toàn là gì? Vâng, từ bảo toàn đến từ ý tưởng trong vật lí, nếu bảo toàn năng lượng. Nó cho bạn biết rằng bạn không thể nhận năng lượng tự do từ trường lực của bạn. Vì vậy, nó có nghĩa là đặc biệt, nếu bạn chọn một quỹ đạo khép kín, do đó quỹ đạo đi từ cùng điểm nào đó trở lại cùng một điểm, do đó, nếu C là đường cong kín, thì công được thực hiện dọc theo C - -bằng không.

OK, that's the definition of what it means to be conservative. If I take any closed curve, the work will always be zero. On the contrary, not conservative means somewhere there is a curve along which the work is not zero. If you find a curve where the work is zero, that's not enough to say it's conservative. You have show that no matter what curve I give you, if it's a closed curve, it will always be zero.
Vâng, đó là định nghĩa của khái niệm bảo toàn. Nếu tôi chọn bất kỳ đường cong khép kín nào, công sẽ luôn luôn bằng không. Ngược lại, không bảo toàn có nghĩa là có nơi nào đó có một đường cong mà dọc theo nó công khác không. Nếu bạn tìm thấy một đường cong ở đó công bằng không, như vậy không đủ để nói nó bảo toàn. Bạn thấy rằng tôi cho bạn đường cong nào không quan trọng, nếu nó là đường cong kín, nó sẽ luôn luôn bằng không.

So, what that means concretely is if you have a force field that conservative, then you cannot build somehow some perpetual motion out of it. You can't build something that will just keep going just powered by that force because that force is actually not providing any energy. After you've gone one loop around, nothings happened from the point of view of the energy provided by that force. There's no work coming from the force,
Vì vậy, ý nghĩa cụ thể của nó là nếu bạn có một trường lực bảo toàn, thì bạn không thể tạo ra chuyển động vĩnh diễn nào đó bởi nó. Bạn không thể tạo ra được cái gì liên tục chuyển động được cung cấp năng lượng bởi lực đó vì lực đó thực sự không cung cấp bất kì năng lượng nào. Sau khi bạn đi hết một vòng, không có gì xảy ra từ quan điểm năng lượng được cung cấp bởi lực đó. Không có công do lực sinh ra,

while if you have a force field that's not conservative than you can try to actually maybe find a loop where the work would be positive. And then, you know, that thing will just keep running. So actually, if you just look at magnetic fields and transformers or power adapters, and things like that, you precisely extract energy from the magnetic field. Of course, I mean, you actually have to take some power supply to maintain the magnetic fields.
trong khi nếu bạn có một trường lực không bảo toàn thì bạn có thể thử tìm một vòng mà ở đó công dương. Và sau đó, bạn đã biết, cái đó tiếp tục chuyển động. Vì vậy, trên thực tế, nếu bạn chỉ xét các trường từ và máy biến áp hoặc bộ sạc, và các thứ tương tự thế, bạn lấy được năng lượng từ trường từ. Tất nhiên, ý tôi là, bạn thực sự cần phải lấy nguồn nào đó để duy trì các trường từ.

But, so a magnetic field, you could actually try to get energy from it almost for free. A gravitational field or an electric field, you can't. OK, so and now why does that hold? Well, if I have a gradient field, then if I try to compute this line integral, I know it will be the value of the function at the end point minus the value at the starting point. But, they are the same. So, the value is the same.
Nhưng, do đó một trường từ, bạn có thể thực sự cố gắng nhận năng lượng từ đó gần như tự do. Với trường trọng lực hoặc một trường điện, bạn không thể. Vâng, do đó và bây giờ tại sao điều đó đúng? Vâng, nếu tôi có một trường gradient, thì nếu tôi tính tích phân đường này, nó sẽ bằng giá trị tại điểm cuối trừ giá trị tại điểm đầu . Tuy nhiên, chúng giống nhau. Vì vậy, giá trị là như nhau.

So, if I have a gradient field, and I do the line integral, then I will get f at the endpoint minus f at the starting point. But, they're the same point, so that's zero. OK, so just to reinforce my warning that not every field is a gradient field, let's look again at our favorite vector field from yesterday. So, our favorite vector field yesterday was negative y and x. It's a vector field that just rotates around the origin counterclockwise.
Vì vậy, nếu tôi có một trường gradient, và tôi tính tích phân đường,thì tôi sẽ được f tại điểm cuối trừ f tại điểm đầu. Tuy nhiên, chúng trùng nhau, vì vậy nó bằng không. Vâng, như vậy chỉ để củng cố cảnh báo của tôi rằng không phải mọi trường là trường gradient, hãy xét lại tại trường vector yêu thích của chúng ta từ hôm qua. Vì vậy, trường vector yêu

thích của chúng ta hôm qua là trừ y và x. Đó là một trường vector quay quanh gốc tọa độ ngược chiều kim đồng hồ.

Well, we said, say you take just the unit circle -- -- for example, counterclockwise. Well, remember we said yesterday that the line integral of F dr, maybe I should say F dot T ds now, because the vector field is tangent to the circle. So, on the unit circle, F is tangent to the curve. And so, F dot T is length F times, well, length T. But, T is a unit vector. So, it's length F. And, the length of F on the unit circle was just one.
Vâng, chúng ta đã nói, giả sử bạn chọn đường tròn đơn vị - - ví dụ, ngược chiều kim đồng hồ. Vâng, hãy nhớ hôm qua chúng ta đã nói rằng tích phân đường của F dr, có lẽ bây giờ tôi nên nói F nhân vô hướng T ds bây giờ, bởi vì các trường vector là tiếp tuyến với đường tròn. Vì vậy, trên đường tròn đơn vị, F tiếp xúc với đường cong. Và vì vậy, F nhân vô hướng với T bằng chiều dài F nhân, vâng, chiều dài T. Tuy nhiên,T là một vectơ đơn vị. Vì vậy, nó bằng chiều dài F. Và chiều dài của F trên đường tròn đơn vị chính là một.

So, that's the integral of 1 ds. So, it's just the length of the circle that's 2 pi. And 2 pi is definitely not zero. So, this vector field is not conservative. And so, now we know actually it's not the gradient of anything because if it were a gradient, then it would be conservative and it's not. So, it's an example of a vector field that is not conservative. It's not path independent either by the way because,
Vì vậy, đó là tích phân của 1 ds. Vì vậy, nó chỉ là chiều dài của đường tròn bằng 2 pi. Và 2 pi chắc chắn không bằng không. Vì vậy, trường vector này không bảo toàn. Và như vậy, bây giờ chúng ta biết thực sự nó không phải là gradient của bất cứ thứ gì bởi vì nếu nó là một gradient, thì nó sẽ bảo toàn và nó đã không như vậy. Vì vậy, đó là một ví dụ về một trường vectơ không bảo toàn. Nó không có tính chất tích phân không phụ thuộc đường đi hoặc nhân đây bởi vì,

see, if I go from here to here along the upper half circle or along the lower half circle, in one case I will get pi. In the other case I will get negative pi. I don't get the same answer, and so on, and so on. It just fails to have all of these properties. So, maybe I will write that down. It's not conservative, not path independent. It's not a gradient. It doesn't have any of these properties.

Thấy không, nếu tôi đi từ đây đến đây dọc theo nửa đường tròn trên hoặc dọc theo nửa đường tròn dưới, trong một trường hợp tôi sẽ nhận được pi. Trong trường hợp khác tôi sẽ nhận được trừ pi. Tôi không nhận được cùng một kết quả, và v.v….. Nó chỉ không có những tính chất này. Vì vậy, có lẽ tôi sẽ viết điều đó ra. Nó không bảo toàn, không có tính chất không phụ thuộc đường đi. Nó không phải là một gradient. Nó không có những tính chất này.

OK, any questions? Yes? How do you determine whether something is a gradient or not? Well, that's what we will see on Tuesday. Yes? Is it possible that it's conservative and not path independent, or vice versa? The answer is no; these two properties are equivalent, and we are going to see that right now. At least that's the plan. OK, yes? Let's see, so you said if it's not path independent, then we cannot draw level curves that are perpendicular to i at every point.
Vâng, có bất kỳ câu hỏi nào không? Sao? Làm thế nào để xác định xem hàm nào đó có là gradient hay không à? Vâng, chúng ta sẽ học về điều đó vào ngày thứ ba. Sao? Có thể nó bảo toàn và không phụ thuộc vào đường lấy tích phân, hoặc ngược lại? Câu trả lời là không; hai tính chất này tương đương, và chúng ta sẽ thấy điều đó ngay. Ít nhất đó là kế hoạch. Được rồi, sao? Chúng ta hãy xét, vâng bạn đã nói nếu nó không có tính chất không phụ thuộc đường đi, thì chúng ta không thể vẽ các đường đồng mức vuông góc với i tại mỗi điểm.

I wouldn't necessarily go that far. You might be able to draw curves that are perpendicular to it. But they won't be the level curves of a function for which this is the gradient. I mean, you might still have, you know, if you take, say, take his gradient field and scale it that in strange ways, you know, multiply by two in some places, by one in other places, by five and some other places,
Tôi không nhất thiết phải đi xa. Bạn có thể vẽ các đường cong vuông góc với nó. Nhưng chúng sẽ không là các đường đồng mức của hàm mà đối với nó đây là gradient. Ý tôi là, , bạn vẫn có thể có, bạn đã biết, nếu bạn lấy, giả sử, trường gradient và lấy tỉ lệ nó theo cách hơi lạ, bạn đã biết, nhân với hai ở một số nơi, nhân một ở những nơi khác, nhân năm và số nào đó ở nơi khác,

you will get something that won't be conservative anymore. And it will still be perpendicular to the curves. So, it's more subtle than that, but certainly if it's not conservative then it's not a gradient, and you cannot do what we said. And how to decide whether it is or not, they'll be Tuesday's topic. So, for now, I just want to figure out again actually, let's now state all these properties -- Actually, let me first do one minute of physics.
bạn sẽ nhận được một cái gì đó sẽ không bảo toàn nữa. Và nó vẫn sẽ vuông góc với các đường cong. Vì vậy, nó tinh tế hơn thế, nhưng chắc chắn nếu nó không bảo toàn thì nó không là một gradient, và bạn không thể làm những gì chúng ta đã nói. Và cách để chúng ta biết nó có phải là gradient hay không sẽ được nghiên cứu vào thứ Ba. Vì vậy, bây giờ, một lần nữa tôi muốn chỉ ra, bây giờ chúng ta hãy phát biểu tất cả những tính chất này - Thực sự, trước hết chúng ta hãy học một chút về vật lí.

So, let me just tell you again what's the physics in here. So, it's a force field is the gradient of a potential -- -- so, I'll still keep my plus signs. So, maybe I should say this is minus physics. [LAUGHTER] So, the work of F is the change in value of potential from one endpoint to the other endpoint. [PAUSE] And -- -- so, you know, you might know about gravitational fields, or electrical -- -- fields versus gravitational -- -- or electrical potential.
Vì vậy, hãy để tôi nói với bạn một lần nữa vật lý của những gì ở đây. Vâng, đó là một trường lực là gradient của một thế - - vì vậy, tôi vẫn sẽ tiếp tục giữ dấu cộng của tôi. Vì vậy, tôi có thể nói đây là trừ vật lí. [Cười] Vì vậy, công của F là sự thay đổi giá trị của thế từ điểm cuối đến điểm cuối khác. [PAUSE] Và - - vì vậy, bạn biết, bạn có thể biết về các trường hấp dẫn, hoặc điện - - các trường với hấp dẫn - - hoặc thế tĩnh điện.

And, in case you haven't done any 8.02 yet, electrical potential is also commonly known as voltage. It's the one that makes it hurt when you stick your fingers into the socket. [LAUGHTER] Don't try it. OK, and so now, conservativeness means no energy can be extracted for free -- -- from the field. You can't just have, you know, a particle moving in that field and going on in definitely, faster and faster, or if there's actually friction,

then keep moving. So, total energy is conserved. And, I guess, that's why we call that conservative. OK, so let's end with the recap of various equivalent properties.

Và, trong trường hợp bạn chưa thực hiện trong 8.02, thế năng tĩnh điện cũng tỉ lệ với điện áp. Đó là cái làm bạn đau khi bạn chạm ngón tay của bạn vào ổ cấm.] Cười [Đừng thử nó. Vâng, và vì vậy bây giờ, bảo toàn có nghĩa là không có năng lượng được lấy tự do - - từ trường. Bạn chỉ có, bạn đã biết, một hạt chuyển động trong trường đó và tiếp tục một cách xác định, nhanh hơn và nhanh hơn, hoặc nếu thực sự có ma sát, thì tiếp tục chuyển động. Vì vậy, năng lượng toàn phần được bảo toàn. Và, tôi đoán, đó là lý do tại sao chúng ta gọi đó là bảo toàn. Vâng, vì vậy chúng ta hãy kết thúc với việc lắp lại mới các tính chất tương đương khác nhau.
OK, so the first property that I will have for a vector field is that it's conservative. So, to say that a vector field with conservative means that the line integral is zero along any closed curve. Maybe to clarify, sorry, along all closed curves, OK, every closed curve;
Vâng, vì vậy tính chất đầu tiên của một trường vector là nó bảo toàn. Vì vậy, nói một trường vector bảo toàn có nghĩa là tích phân đường bằng không dọc theo đường cong kín. Rõ hơn nữa là, xin lỗi, dọc theo tất cả các đường cong kín, vâng, mọi đường cong kín;

give me any closed curve, I get zero. So, now I claim this is the same thing as a second property, which is that the line integral of F is path independent. OK, so that means if I have two paths with the same endpoint, then I will get always the same answer. Why is that equivalent? Well, let's say that I am path independent. If I am path independent, then if I take a closed curve, well, it has the same endpoints as just the curve that doesn't move at all.
cho tôi bất kỳ đường cong kín nào, tôi được không. Vì vậy, bây giờ tôi cho rằng cái này giống như tính chất thứ hai, đó là tích phân đường của F không phụ thuộc vào đường lấy tích phân. Vâng, như vậy điều đó có nghĩa là nếu tôi có hai đường với cùng điểm đầu và cuối, thì tôi sẽ nhận được kết quả giống nhau. Tại sao nó tương đương? Vâng, giả sử rằng tích phân không phụ thuộc vào đường đi, thế thì nếu tôi chọn một đường cong kín, vâng, nó có cùng các điểm mút vì đường cong không di chuyển gì cả.

So, path independence tells me instead of going all around, I could just stay where I am. And then, the work would just be zero. So, if I path independent, tonight conservative. Conversely, let's say that I'm just conservative and I want to check path independence. Well, so I have two points, and then I had to paths between that. I want to show that the work is the same. Well, how I do that?

Vì vậy, tính chất không phụ thuộc đường lấy tích phân cho chúng ta biết thay vì đi xung quanh, tôi chỉ đứng yên một chổ. Và thế thì, công sẽ bằng không. Vì vậy, nếu tích phân không phụ thuộc đường đi, nó có tính chất bảo toàn. Ngược lại, giả sử rằng tôi đã có tính chất bảo toàn và tôi muốn kiểm tra tính chất tích phân không phụ thuộc đường đi. Vâng, vâng tôi có hai điểm, và sau đó có các đường giữa chúng. Tôi muốn chứng minh rằng công là như nhau. Vâng, tôi làm điều đó như thế nào?

C1 and C2, well, I observe that if I do C1 minus C2, I get a closed path. If I go first from here to here, and then back along that one, I get a closed path. So, if I am conservative, I should get zero. But, if I get zero on C1 minus C2, it means that the work on C1 and the work on C2 are the same. See, so it's the same. It's just a different way to think about the situation. More things that are equivalent, I have two more things to say.
C1 và C2, vâng, tôi thấy rằng nếu tôi thực hiện C1 trừ C2, tôi được một đường khép kín. Nếu trước hết tôi đi từ đây đến đây, và sau đó trở lại dọc theo cái đó, tôi được một đường cong kín. Vì vậy, nếu có tính chất bảo toàn, kết quả sẽ bằng không. Nhưng, nếu tôi được kết quả bằng không trên C1 trừ C2, có nghĩa là công trên C1 và C2 bằng nhau. Thấy không, nó giống nhau. Chỉ là những cách khác nhau để xét một vấn đề. Có thêm các thứ tương đương, tôi có thêm hai điều để nói.

The third one, it's equivalent to F being a gradient field. OK, so this is equivalent to the third property. F is a gradient field. Why? Well, if we know that it's a gradient field, that we've seen that we get these properties out of the fundamental theorem. The question is, if I have a conservative, or path independent vector field, why is it the gradient of something? OK, so this way is a fundamental theorem.
Thứ ba, nó tương đương với F là một trường gradient. Vâng, vì vậy cái này tương đương với tính chất thứ ba. F là một trường gradient. Tại sao? Vâng, nếu chúng ta biết rằng nó là một trường gradient, đó là những gì chúng ta đã thấy khi chúng ta nhận được những tính chất này từ định lí cơ bản. Vấn đề đặt ra là, nếu tôi có tính chất bảo toàn, hoặc trường vector không phụ thuộc vào đường lấy tích phân, tại sao nó là gradient của cái gì đó? Vâng, vì vậy cách này là định lí cơ bản.

That way, well, so that actually, let me just say that will be how we find the potential. So, how do we find potential? Well, let's say that I know the value of my potential here. Actually, I get to choose what it is. Remember, in physics, the potential is defined up to adding or subtracting a constant. What matters is only the change in potential. So, let's say I know my potential here and I want to know my potential here.
Cách đó, vâng, vì vậy thực sự nó, chính là cách mà chúng ta sẽ tìm thế. Vâng, chúng ta tìm thế như thế nào? Vâng, giả sử rằng tôi biết giá trị của thế ở đây. Trên thực tế, tôi được phép lựa chọn nó. Hãy nhớ rằng, trong vật lý, thế được xác định khi cộng hoặc trừ một hằng số. Sự thay đổi của thế mới quan trọng. Vì vậy, giả sử rằng tôi đã biết thế ở đây và tôi muốn biết thế ở đây.

What do I do? Well, I take my favorite particle and I move it from here to here. And, I look at the work done. And that tells me how much potential has changed. So, that tells me what the potential should be here. And, this does not depend on my choice of path because I've assumed that I'm path independence. So, that's who we will do on Tuesday. And, let me just state the fourth property that's the same.
Tôi phải làm gì? Vâng, tôi lấy hạt yêu thích của tôi và tôi di chuyển nó từ đây đến đây. Và, tôi xét công được thực hiện. Và nó cho tôi biết thế đã thay đổi bao nhiêu. Vì vậy, điều đó cho tôi biết thế ở đây bằng bao nhiêu. Và, điều này không phụ thuộc vào sự lựa chọn đường của tôi bởi vì tôi giả sử rằng tích phân không phụ thuộc đường đi. Vì vậy, đó là vấn đề chúng ta sẽ xét vào thứ Ba. Và, tôi sẽ phát biểu tính chất thứ tư nó tương tự.

So, all that stuff is the same as also four. If I look at M dx N dy is what's called an exact differential. So, what that means, an exact differential, means that it can be put in the form df for some function, f, and just reformulating this thing, right, because I'm saying I can just put it in the form f sub x dx plus f sub y dy, which means my vector field was a gradient field. So, these things are really the same.
Vì vậy, tất cả các thứ đó cũng giống như bốn. Nếu tôi xét M dx N dy là vi phân toàn phần. Vâng, nó có nghĩa là, một vi phân toàn phần, có nghĩa là nó có thể được đặt dưới dạng df của hàm f nào đó, chỉ là sự biến đổi công thức của cái này, đúng rồi, bởi vì tôi nói rằng tôi chỉ có thể đặt nó dưới dạng f x dx cộng f y dy, có nghĩa là trường vector của

tôi là một trường gradient. Vì vậy, những thứ này thực sự giống nhau.

OK, so after the weekend, on Tuesday we will actually figure out how to decide whether these things hold or not, and how to find the potential.
Vâng, thế thì sau ngày cuối tuần, vào thứ ba chúng ta sẽ chỉ ra những thằng này có tính chất đó hay không, và cách tìm thế.