

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

www.mientayvn.com/chat_box_li.html

Trường Điện từ

- Lương Hữu Tuấn
- Tài liệu tham khảo :
 - Trường Điện từ - NN Ảnh & TTT Mỹ
 - BT Trường Điện từ - NN Ảnh & TTT Mỹ

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

Giữa học kỳ

Câu 1 : Viết (không cần dẫn ra) mô hình toán của trường điện từ ứng với môi trường đẳng hướng. Nêu ý nghĩa của 4 phương trình Maxwell.

Câu 2 : Năng lượng trường điện tĩnh tính theo thế điện và mật độ điện tích. Nhận xét.

Câu 3 : Trong môi trường đồng nhất đẳng hướng tuyến tính có $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $\gamma = 0$ và không có điện tích tự do, tồn tại một trường điện từ biến thiên điều hòa tần số ω với vectơ cường độ trường từ có dạng :

$$\vec{H} = \cos(\alpha x) \cos(\beta y) \sin(\omega t) \vec{i}_z \quad (\text{A/m})$$

- 1) Xác định vectơ cường độ trường điện
- 2) Thiết lập quan hệ giữa α và β .

Câu 4 : Cáp đồng trục bán kính lõi a , bán kính vỏ b , chiều dài L , giữa lõi và vỏ là lớp cách điện có độ dẫn điện $\gamma = k/r^2$ với $k = \text{const}$, r là bán kính hướng trục.

Cho biết lõi có thế U và vỏ được nối đất. Hãy xác định :

- 1) Vectơ cường độ trường điện trong lớp cách điện
- 2) Dòng điện rò qua lớp cách điện
- 3) Điện trở cách điện của cáp

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

Yêu cầu

■ Lý thuyết :

- tổng thể : tính liên tục (lớp + ôn tập)
- phần cơ sở : chặt chẽ
- phần ứng dụng : linh hoạt

■ Bài tập :

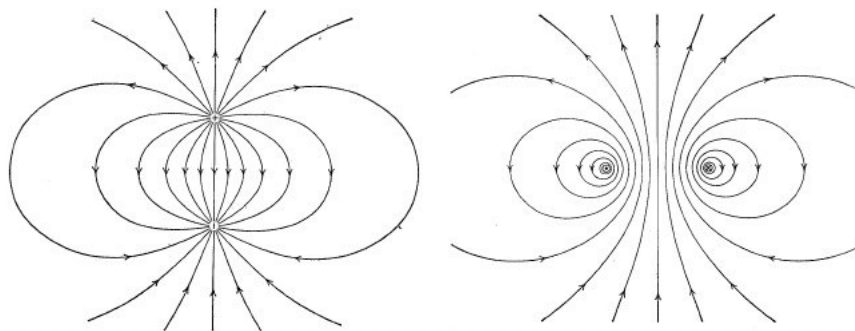
- tổng thể : thời gian (nắm bắt + luyện tập)
- BT cơ bản : chặt chẽ
- BT ứng dụng : công thức cơ bản
- BT tổng hợp : linh hoạt

■ Kiến thức : giải tích vectơ

© TS. Lương Hữu Tuấn

3

Trường điện từ



© TS. Lương Hữu Tuấn

4

Nội dung chính

© TS. Lương Hữu Tuấn

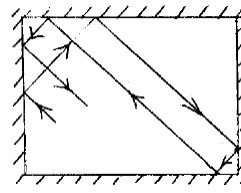
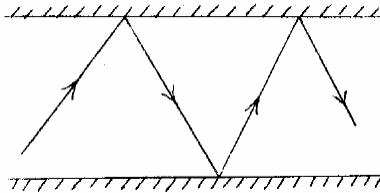
$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & , H_{1t} - H_{2t} = J_s \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & , E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho & , D_{1n} - D_{2n} = \sigma \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 & , B_{1n} - B_{2n} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} & , J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{cases}$$

5

Trường điện từ

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : TĐT tĩnh
- Chương 3 : TĐT dừng
- Chương 4 : TĐT biến thiên
- Chương 5 : Bức xạ điện từ
- Chương 6 : Ống dẫn sóng & hộp cộng hưởng



6

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của trường điện từ
5. Dòng điện dịch - hệ phương trình Maxwell
6. Điều kiện biên
7. Năng lượng điện từ - định lý Poynting

© TS. Lương Hữu Tuấn

7

1. Giải tích vectơ

1.1. Hệ tọa độ

Xác định vị trí & hướng trong không gian

- Phân loại
 - Tọa độ Descartes (D)
 - Tọa độ trụ (T)
 - Tọa độ cầu (C)
- Yếu tố vi phân

1.2. Toán tử

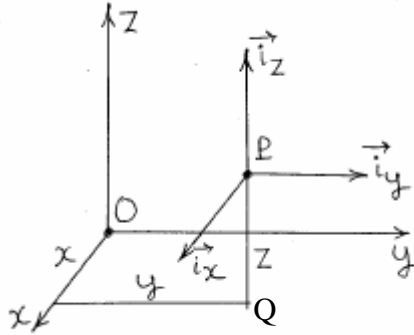
1.3. Hệ thức thường gặp

© TS. Lương Hữu Tuấn

8

■ Tọa độ Descartes (D)

© TS. Lương Hữu Tuấn



$P(x,y,z)$
 x : hoành độ
 y : tung độ
 z : cao độ

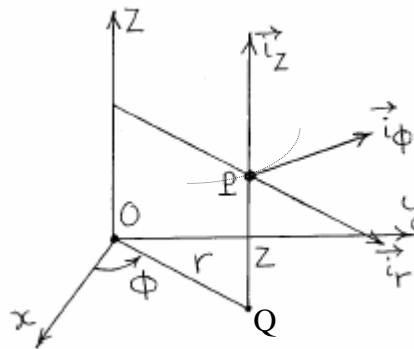
$$\vec{i}_x \times \vec{i}_y = \vec{i}_z$$

$$\vec{i}_y \times \vec{i}_x = -\vec{i}_z$$

9

■ Tọa độ trụ (T)

© TS. Lương Hữu Tuấn



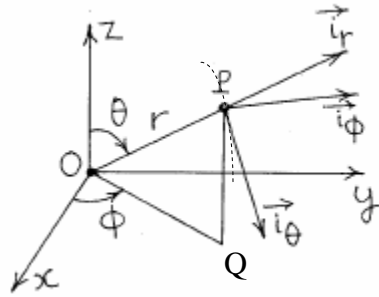
$P(r,\phi,z)$
 r : bk hướng trục
 ϕ : góc phương vị

$$\vec{i}_r \times \vec{i}_\phi = \vec{i}_z$$

10

■ Tọa độ cầu (C)

© TS. Lương Hữu Tuấn



$P(r, \theta, \phi)$
 r : bk hướng tâm
 θ : góc lệch trục

$$\vec{i}_r \times \vec{i}_\theta = \vec{i}_\phi$$

11

1. Giải tích vectơ

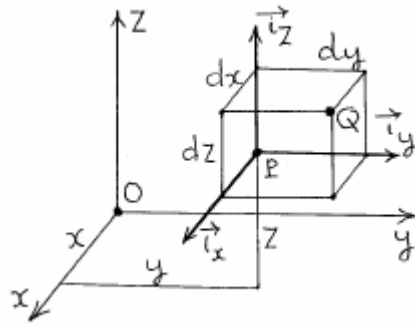
© TS. Lương Hữu Tuấn

1.1. Hệ tọa độ

- Phân loại
- Yếu tố vi phân

12

■ Yếu tố vi phân (1)

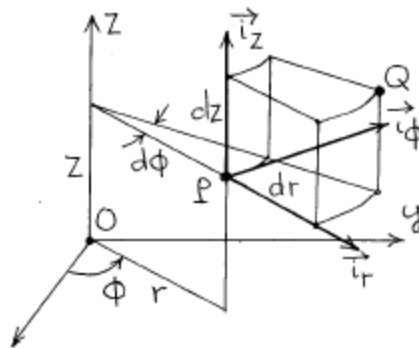


$$d\vec{l} = dx\vec{i}_x + dy\vec{i}_y + dz\vec{i}_z$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

13

■ Yếu tố vi phân (2)

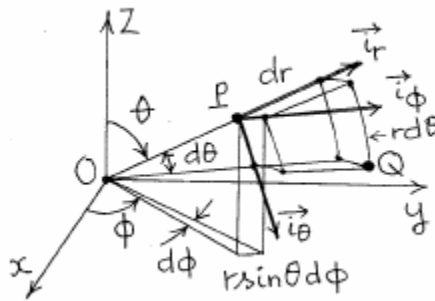


$$d\vec{l} = dr\vec{i}_r + r d\phi\vec{i}_\phi + dz\vec{i}_z$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

14

■ Yếu tố vi phân (3)



$$d\vec{l} = dr\vec{i}_r + r d\theta\vec{i}_\theta + r \sin\theta d\phi\vec{i}_\phi$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

15

■ Yếu tố vi phân (4)

Tóm lại :

$$d\vec{l} = dx\vec{i}_x + dy\vec{i}_y + dz\vec{i}_z$$

$$d\vec{l} = dr\vec{i}_r + r d\phi\vec{i}_\phi + dz\vec{i}_z$$

$$d\vec{l} = dr\vec{i}_r + r d\theta\vec{i}_\theta + r \sin\theta d\phi\vec{i}_\phi$$

Tổng quát :

$$d\vec{l} = h_1 du_1 \vec{i}_1 + h_2 du_2 \vec{i}_2 + h_3 du_3 \vec{i}_3$$

$$d\vec{S}_1 = \pm h_2 h_3 du_2 du_3 \vec{i}_1, \dots$$

$$dV = h_1 h_2 h_3 du_1 du_2 du_3$$

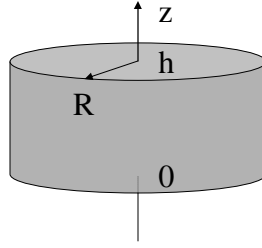
h_i : hệ số Larmor

	h_1	h_2	h_3
D :	1	1	1
T :	1	r	1
C :	1	r	r sin θ

© TS. Lương Hữu Tuấn

16

Ví dụ



$$q = \int_{\text{trụ}} \frac{\lambda}{2\pi r} \vec{i}_r \cdot d\vec{S}$$

$$q = \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{\lambda}{2\pi r} \vec{i}_r \cdot r d\phi dz \vec{i}_r$$

$$q = \lambda h$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

17

1. Giải tích vectơ

1.1. Hệ tọa độ

1.2. Toán tử

- Gradient
- Divergence
- Rotation
- Laplace
- Nabla

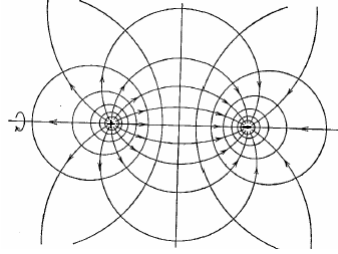
© TS. Lương Hữu Tuấn

18

■ Gradient

© TS. Lương Hữu Tuấn

- **Tính chất :** $\text{grad}\varphi$ là vectơ có
 - độ lớn = tốc độ tăng cực đại
 - hướng là hướng tăng cực đại
- **Ý nghĩa :** *Khuynh hướng tăng cực đại của trường vô hướng.*
- **Đạo hàm có hướng :** $\frac{\partial\varphi}{\partial l} = \text{grad}\varphi \cdot \vec{i}$
- **Biểu thức :**



$$\text{grad}\varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial\varphi}{\partial u_1} \vec{i}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial\varphi}{\partial u_2} \vec{i}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial\varphi}{\partial u_3} \vec{i}_3$$

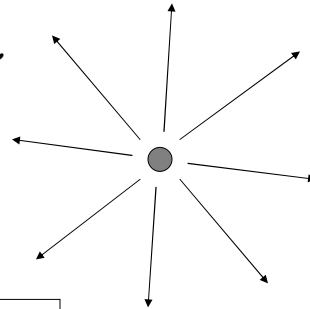
$$D : \text{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{i}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{i}_z$$

19

■ Divergence

© TS. Lương Hữu Tuấn

- **Ý nghĩa :**
Mật độ nguồn của trường vectơ



- **Biểu thức :**

$$\text{div}\vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial(h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$$D : \text{div}\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

20

■ Ví dụ

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$\operatorname{div} \vec{A}?$

$$D: \vec{A} = A(x) \vec{i}_x \Rightarrow \operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{1} \frac{d}{dx} (1 \cdot A)$$

$$T: \vec{A} = A(r) \vec{i}_r \Rightarrow \operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \cdot A)$$

$$C: \vec{A} = A(r) \vec{i}_r \Rightarrow \operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \cdot A)$$

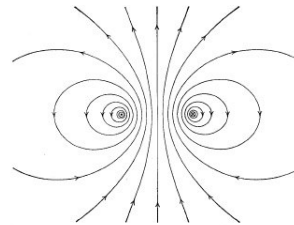
© TS. Lương Hữu Tuấn

21

■ Rotation

● Ý nghĩa :

Tính chất xoáy của trường vectơ



● Biểu thức :

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{i}_1 & h_2 \vec{i}_2 & h_3 \vec{i}_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

$$D: \operatorname{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

22

■ Ví dụ

$$C: \vec{A} = r \sin \theta \vec{i}_\phi$$

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \vec{i}_r & r\vec{i}_\theta & r^2 \sin \theta \vec{i}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{r^2 \sin \theta} (2r^2 \sin \theta \cos \theta - 0) \\ \frac{1}{r^2 \sin \theta} r(2r \sin^2 \theta - 0) \\ 0 \end{cases}$$

$$\text{rot} \vec{A} = 2(\cos \theta \vec{i}_r - \sin \theta \vec{i}_\theta)$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

23

■ Laplace

● Vô hướng :

$$\Delta \varphi = \text{div}(\text{grad} \varphi)$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right) + \dots \right]$$

● Vectơ :

$$\Delta \vec{A} = \text{grad}(\text{div} \vec{A}) - \text{rot}(\text{rot} \vec{A})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

24

■ Nabla (hình thức)

$$D: \vec{\nabla} = \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{i}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{i}_z$$

$$\text{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{i}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{i}_z \equiv \nabla \varphi$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \equiv \nabla \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \equiv \nabla \times \vec{A}$$

- grad : vô hướng → vectơ
- div : vectơ → vô hướng
- rot : vectơ → vectơ
- Laplace : vô hướng → vô hướng
- vectơ → vectơ

© TS. Lương Hữu Tuấn

25

■ Tóm lại

$$\text{grad} \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \vec{i}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \vec{i}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial u_3} \vec{i}_3$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{i}_1 & h_2 \vec{i}_2 & h_3 \vec{i}_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

26

■ Nhắc lại

$$d\vec{l} = h_1 du_1 \vec{i}_1 + h_2 du_2 \vec{i}_2 + h_3 du_3 \vec{i}_3$$

$$d\vec{S}_1 = \pm h_2 h_3 du_2 du_3 \vec{i}_1, \dots$$

$$dV = h_1 h_2 h_3 du_1 du_2 du_3$$

$$\text{grad } \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \vec{i}_1 + \dots$$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$$\text{rot } \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{i}_1 & h_2 \vec{i}_2 & h_3 \vec{i}_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta \varphi = \text{div}(\text{grad } \varphi)$$

$$\Delta \vec{A} = \text{grad}(\text{div } \vec{A}) - \text{rot}(\text{rot } \vec{A})$$

	h_1	h_2	h_3
D :	1	1	1
T :	1	r	1
C :	1	r	r sin θ

© TS. Lương Hữu Tuấn

27

1. Giải tích vectơ

1.1. Hệ tọa độ

1.2. Toán tử

1.3. Hệ thức thường gặp

- Đại số vectơ
- Định lý tích phân
- Hệ thức khác

© TS. Lương Hữu Tuấn

28

■ Đại số vectơ

$$\vec{A} = A_1\vec{i}_1 + A_2\vec{i}_2 + A_3\vec{i}_3$$

$$\vec{B} = B_1\vec{i}_1 + B_2\vec{i}_2 + B_3\vec{i}_3$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A}(\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\vec{C} \times \vec{A})$$

$$\frac{d}{dx}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dx} + \frac{d\vec{A}}{dx} \times \vec{B}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

29

■ Định lý tích phân

● Định lý Divergence :

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} d\vec{S} \quad (\text{Thông lượng})$$

Qui ước : vectơ pháp tuyến hướng ra

● Định lý Stokes :

$$\int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l} \quad (\text{Lưu số})$$

Qui ước : qui tắc vắn nút chai

© TS. Lương Hữu Tuấn

30

■ Hệ thức khác

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$\nabla \times (f\vec{A}) = \nabla f \times \vec{A} + f\nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla(f\vec{A}) = f\nabla\vec{A} + \vec{A}\cdot\nabla f$$

$$\nabla(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\nabla \times \vec{A}) - \vec{A}(\nabla \times \vec{B})$$

$$\nabla(\nabla \times \vec{A}) = \text{div}(\text{rot}\vec{A}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla f) = \text{rot}(\text{grad}f) = 0$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

31

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

1. Giải tích vectơ

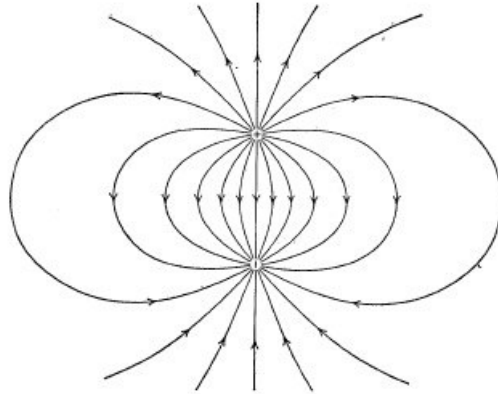
2. Khái niệm cơ bản

- Trường điện từ
- Mô hình

© TS. Lương Hữu Tuấn

32

■ Trường điện từ



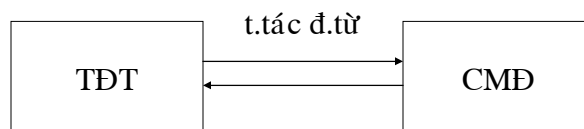
© TS. Lương Hữu Tuấn

- Trường điện từ là một dạng vật chất
- Tính tương đối
- Ứng dụng

33

■ Mô hình

Mô hình vật lý : hệ tương tác TĐT - Chất mang điện



© TS. Lương Hữu Tuấn

Mô hình toán :

- hệ phương trình Maxwell
- các điều kiện biên
- các phương trình liên hệ

Hệ phương trình Maxwell là hệ pt đạo hàm riêng mô tả đầy đủ các hiện tượng điện từ

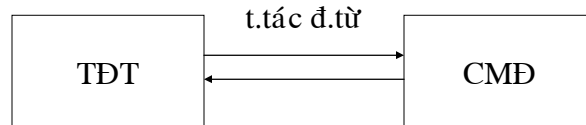
Phạm vi : hệ liên tục

34

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng

© TS. Lương Hữu Tuấn



- 3.1. cho TĐT
- 3.2. cho môi trường chất
- 3.3. cho tương tác

35

3.1. Đại lượng đặc trưng cho TĐT

Lực tương tác : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

- Vectơ cường độ trường điện : $\vec{E} (V/m)$
- Vectơ cảm ứng từ : $\vec{B} (T)$

© TS. Lương Hữu Tuấn

36

3.2. Đại lượng đặc trưng cho chất mang điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Điện tích : q (C)

■ Mật độ điện tích :

● khối : $\rho = dq/dV$ (C/m³)

● mặt : $\sigma = dq/dS$ (C/m²)

● dài : $\lambda = dq/dl$ (C/m)

$$dq = \rho dV + \sigma dS + \lambda dl$$

■ Vectơ mật độ dòng điện : \vec{J} (A/m²)

$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S} = \pm \frac{dq}{dt}$$

37

3.3. Đại lượng đặc trưng cho tương tác

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Phân cực điện trong điện môi

■ Phân cực từ trong từ môi

■ Tiêu tán công suất trong vật dẫn

38

■ Phân cực điện trong điện môi

- Định nghĩa :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

\vec{D} : vectơ cảm ứng điện (C/m²)

\vec{P} : vectơ phân cực điện (C/m²)

$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$: hằng số điện (F/m)

- Môi trường đẳng hướng

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \chi_e & 0 & 0 \\ 0 & \chi_e & 0 \\ 0 & 0 & \chi_e \end{bmatrix} \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

χ_e : độ cảm điện

ϵ_r : độ thẩm điện tương đối

ϵ : độ thẩm điện (F/m) $\rightarrow \epsilon(E, x, y, z)$

- Môi trường đẳng hướng, tuyến tính, đồng nhất : $\epsilon = \text{const}$

39

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Phân cực từ trong từ môi

- Định nghĩa :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

\vec{H} : vectơ cường độ trường từ (A/m)

\vec{M} : vectơ phân cực từ (A/m)

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$: hằng số từ (H/m)

- Môi trường đẳng hướng :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$\chi_m > 0, \chi_m < 0$: thuận từ, nghịch từ

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$$

χ_m : độ cảm từ

μ_r : độ thẩm từ tương đối

μ : độ thẩm từ (H/m)

- Môi trường đẳng hướng, tuyến tính, đồng nhất : $\mu = \text{const}$

40

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Tiêu tán công suất trong vật dẫn

- Mật độ công suất tiêu tán p_J : $p_J = \vec{J} \cdot \vec{E} \text{ (W/m}^3\text{)}$
- Công suất tiêu tán P_J : $P_J = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV \text{ (W)}$
- Định luật Ohm :

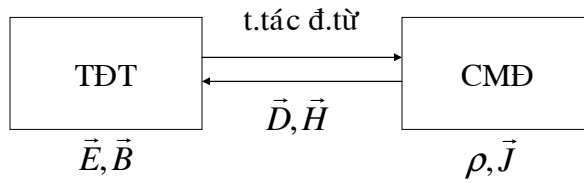
$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

γ : độ dẫn điện ($1/\Omega m$)

© TS. Lương Hữu Tuấn

41

■ Ôn tập



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{array} \right.$$

$$p_J = \vec{J} \cdot \vec{E} = \gamma E^2$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

42

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

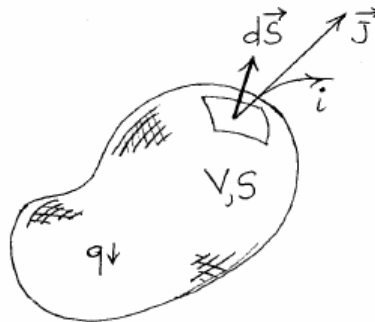
1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của TĐT
 - 4.1. Định luật bảo toàn điện tích
 - 4.2. Định luật Gauss về điện
 - 4.3. Định luật Gauss về từ
 - 4.4. Định luật Ampère
 - 4.5. Định luật cảm ứng điện từ Faraday

© TS. Lương Hữu Tuấn

43

4.1. Định luật bảo toàn điện tích

■ Phát biểu :



■ Dẫn xuất :

$$\dots \quad i = -dq/dt$$

$$\dots \quad \int_V \text{div} \vec{J} dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV, \forall V$$

$$\boxed{\text{div} \vec{J} = -\partial \rho / \partial t} \quad (\text{ph.trình liên tục})$$

■ Kết luận :

© TS. Lương Hữu Tuấn

44

4.2. Định luật Gauss về điện

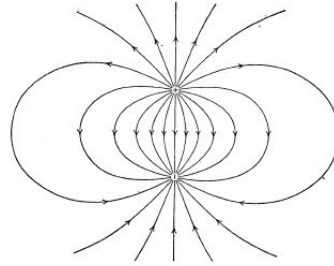
$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (\text{dạng tích phân})$$

■ Phát biểu :

■ Dẫn xuất :

$$\dots \int_V \text{div} \vec{D} dV = \int_V \rho dV, \forall V$$

$$\boxed{\text{div} \vec{D} = \rho} \quad (\text{dạng vi phân})$$



■ Nhận xét :

- Đường sức điện là những đường hở
- Trường điện có nguồn là các điện tích

45

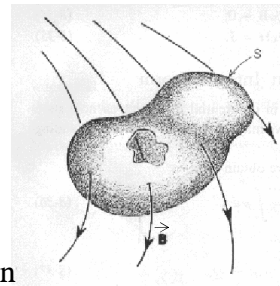
4.3. Định luật Gauss về từ

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (\text{dạng tích phân})$$

■ Phát biểu :

■ Dẫn xuất : tương tự

$$\boxed{\text{div} \vec{B} = 0} \quad (\text{dạng vi phân})$$



■ Nhận xét :

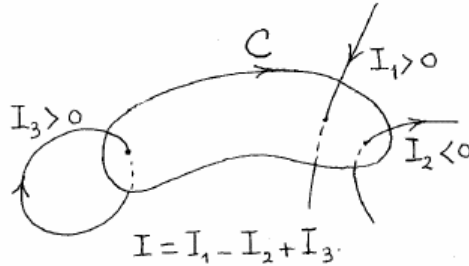
- Đường sức từ là những đường kín
- Trường từ không có nguồn “từ tích”

46

4.4. Định luật Ampère

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I \quad (\text{dạng tích phân})$$

■ Phát biểu :



■ Dẫn xuất :

$$\dots \int_S \text{rot} \vec{H} d\vec{S} = \int_S \vec{J} d\vec{S}, \forall S$$

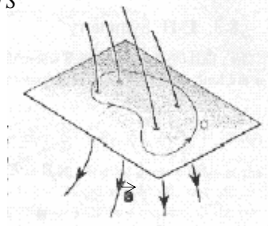
$$\boxed{\text{rot} \vec{H} = \vec{J}} \quad (\text{dạng vi phân})$$

47

© TS. Lương Hữu Tuấn

4.5. Định luật cảm ứng điện từ Faraday

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (\text{dạng tích phân})$$



■ Phát biểu :

■ Dẫn xuất :

$$\dots \int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \forall S$$

$$\boxed{\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (\text{dạng vi phân})$$

48

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của TĐT
5. Dòng điện dịch - hệ phương trình Maxwell
 - 5.1. Dòng điện dịch
 - 5.2. Hệ phương trình Maxwell

49

5.1. Dòng điện dịch

© TS. Lương Hữu Tuấn

- định luật Ampère chỉ đúng với dòng điện không đổi
...
ρ không đổi theo thời gian : dòng điện không đổi
- khái quát hóa định luật Ampère bằng dòng điện dịch

$$\dots \quad \text{div}(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = 0$$

$$\text{div}(\text{rot}\vec{H}) = 0 \quad (\text{gtvt})$$

Ta có thể đ.nghĩa : $\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (Ampère - Maxwell)

\vec{J} : vectơ mđ dòng điện dẫn

$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: vectơ mđ dòng điện dịch

$\vec{J}_{tp} = \vec{J} + \vec{J}_d$: vectơ mđ dòng điện toàn phần

50

5.2. Hệ phương trình Maxwell (1)

- Đóng góp của Maxwell :
 - sáng tạo ra dòng điện dịch
 - khái quát hóa định luật Faraday
- Hệ phương trình Maxwell :

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t & (I) \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t & (II) \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho & (III) \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (IV) \end{cases}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

51

5.2. Hệ phương trình Maxwell (2)

- Ý nghĩa của hệ phương trình Maxwell :
 - Ý nghĩa chung :
 - + sóng điện từ
 - + liên hệ chặt chẽ giữa TĐ & TT
 - Ý nghĩa riêng :
 - + phương trình I
 - + phương trình II
 - + phương trình III
 - + phương trình IV
- Hệ phương trình liên hệ :

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{cases}$$

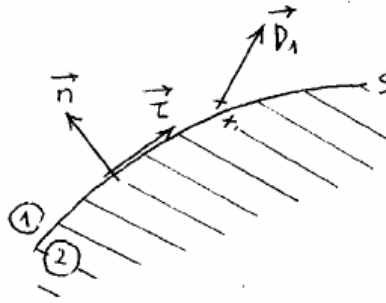
$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{cases}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

52

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của TĐT
5. Dòng điện dịch - hệ pt Maxwell
6. Điều kiện biên



© TS. Lương Hữu Tuấn

53

6. Điều kiện biên (tự đọc)

ĐKB xác định ràng buộc giữa các đại lượng đặc trưng trên mặt phân cách giữa 2 môi trường khác nhau

Qui ước : $\vec{n} : 2 \rightarrow 1$

■ ĐKB đối với thành phần pháp tuyến

$$\vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma$$

$$\vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$

$$\vec{n}(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) = -\frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0$$

$$J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

■ ĐKB đối với thành phần tiếp tuyến

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (*)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

54

Chương 1 : Khái niệm & pt cơ bản của TĐT

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của TĐT
5. Dòng điện dịch - hệ pt Maxwell
6. Điều kiện biên
7. Năng lượng điện từ - định lý Poynting
 - 7.1. Định lý Poynting
 - 7.2. Mật độ năng lượng

© TS. Lương Hữu Tuấn

55

7.1. Định lý Poynting

- Định nghĩa : vectơ Poynting $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ (W/m^2)
- Định lý Poynting :

$$P_S = -\oint_S \vec{E} \times \vec{H} d\vec{S}$$
$$\dots P_S = \int_V \vec{E} \vec{J} dV + \int_V (\vec{E} \frac{\partial D}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial B}{\partial t}) dV$$
$$\dots P_S = \int_V \vec{E} \vec{J} dV + \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}) dV \quad (hvt)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}) dV$$

$$P_S = P_J + \frac{dW}{dt} \quad (\text{đlý Poynting})$$

- Đlbt&chnl : công suất đt gửi vào V qua S kín được dùng để
 - tiêu tán công suất dưới dạng nhiệt
 - thay đổi năng lượng điện từ tích lũy trong V
- Kết luận :

© TS. Lương Hữu Tuấn

56

7.2. Mật độ năng lượng

- Năng lượng :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \vec{D} dV \quad (J)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \vec{H} dV \quad (J)$$

- Mật độ năng lượng :

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (J/m^3)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (J/m^3)$$

Tóm tắt chương 1

1. Giải tích vectơ
2. Khái niệm cơ bản
3. Đại lượng đặc trưng
4. Định luật cơ bản của TĐT
5. Dòng điện dịch - hệ phương trình Maxwell
6. Điều kiện biên
7. Năng lượng điện từ - định lý Poynting

Nội dung chính

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad , H_{1t} - H_{2t} = J_s \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad , D_{1n} - D_{2n} = \sigma \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad , B_{1n} - B_{2n} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad , J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{array} \right.$$

Trường điện từ

- **Chương 1** : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- **Chương 2** : Trường điện tĩnh (TĐT)

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
7. Phương pháp tính TĐT

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

1. Khái niệm chung

■ Định nghĩa TĐT tĩnh : $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \vec{J} = 0$

■ Mô hình toán :

$$(A) \begin{cases} \text{rot} \vec{E} = 0, E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \text{div} \vec{D} = \rho, D_{1n} - D_{2n} = \sigma \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} \text{rot} \vec{H} = 0, H_{1t} - H_{2t} = 0 \\ \text{div} \vec{B} = 0, B_{1n} - B_{2n} = 0 \end{cases}$$

TĐ tĩnh (A) : $\vec{E} \neq 0, \vec{H} = 0$

TT tĩnh (B) : $\vec{E} = 0, \vec{H} \neq 0$

$$\Rightarrow \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = 0 \quad \text{trong TĐT tĩnh}$$

Không có sự lan truyền năng lượng điện từ

© TS. Lương Hữu Tuấn

3

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung

2. Tính chất thế của trường điện tĩnh

2.1. Công của lực điện tĩnh

2.2. Thế vô hướng

2.3. Ví dụ

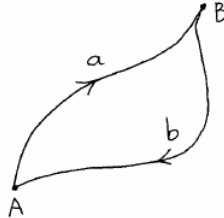
© TS. Lương Hữu Tuấn

4

2.1. Công của lực điện tĩnh

Công tổng lên đích điểm trên đường cong kín luôn bằng 0

$$\oint_C \vec{F} d\vec{l} = \oint_C q\vec{E} d\vec{l} = \dots = 0$$



$$\dots \int_{AaB} \vec{F} d\vec{l} = \int_{AbB} \vec{F} d\vec{l}$$

Công chỉ phụ thuộc điểm đầu & điểm cuối mà không phụ thuộc đường đi

Kết luận : TĐ tĩnh là một trường thế

© TS. Lương Hữu Tuấn

5

2.2. Thế vô hướng

Định nghĩa : ... $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$

$$d\varphi = \dots = \text{grad } \varphi \cdot d\vec{l} = -\vec{E} d\vec{l}$$

$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{l} + C$$

Qui ước :

- hệ hữu hạn $\varphi_\infty = 0$
- hệ kỹ thuật $\varphi_{\text{đất}} = 0$

Hiệu thế điện :

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

Hệ hữu hạn : $\varphi_A = \int_A^\infty \vec{E} d\vec{l}$

© TS. Lương Hữu Tuấn

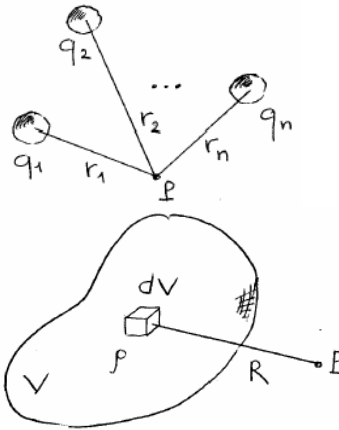
6

2.3. Ví dụ

■ một điện tích điểm: $C : \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{i}_r \Rightarrow \dots \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$

■ hệ điện tích điểm:

$$\varphi = \sum_k \frac{q_k}{4\pi\epsilon r_k}$$



■ hệ điện tích phân bố:

$$\varphi = \int_V \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon R}$$

Tổng quát: $\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R}$

R: khoảng cách từ dq đến P

© TS. Lương Hữu Tuấn

7

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
 - 3.1. Thiết lập phương trình
 - 3.2. Điều kiện biên đối với φ

© TS. Lương Hữu Tuấn

8

3.1. Thiết lập phương trình

- môi trường có $\epsilon = \text{const}$:

$$\rho = \text{div} \vec{D} \quad (III)$$

$$\rho = -\text{div}(\epsilon \text{grad} \varphi) \quad (\text{ptlh \& đn thế})$$

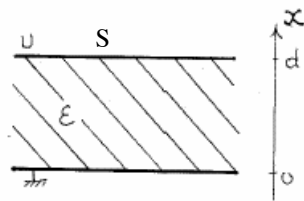
$$\rho = -\epsilon \cdot \text{div}(\text{grad} \varphi) = -\epsilon \cdot \Delta \varphi \quad (\text{gtvt})$$

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon \quad (\text{Poisson})$$

- môi trường không có điện tích tự do

$$\Delta \varphi = 0 \quad (\text{Laplace})$$

■ Ví dụ



$$\epsilon = \text{const}$$

$$\vec{E} ? \varphi(x) ? C ?$$

Dùng htd D như hình vẽ

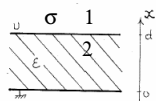
$$\text{Do đối xứng : } \vec{D} = D(x) \vec{i}_x$$

$$\text{Do } 0 = \text{div} \vec{D} = \frac{dD}{dx} \Rightarrow D = \text{const}$$

$$\text{mà } U = \int_d^0 E dx = \int_d^0 \frac{D}{\epsilon} dx = -\frac{D}{\epsilon} d \Rightarrow D = -\epsilon \frac{U}{d}$$

$$\vec{E} = \frac{D}{\epsilon} \vec{i}_x$$

$$\varphi(x) = \int_x^0 E dx = -\frac{D}{\epsilon} x$$



$$\sigma = \vec{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \vec{i}_x \cdot (0 - D \vec{i}_x) = -D \Rightarrow C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U}$$

Ôn tập

- tĩnh :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \vec{J} = 0$$

- thế vô hướng:

$$\text{rot} \vec{E} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{E} = -\text{grad} \varphi \\ \varphi_A = \int_A^{\text{gt}} \vec{E} d\vec{l} \\ \varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R} \end{cases}$$

- tính TĐT :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \Rightarrow \Delta \varphi = -\rho/\epsilon \quad (\text{đồng nhất})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

11

3.2. Điều kiện biên đối với φ

$$\dots \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -E_n, \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = -E_t$$

- Điều kiện liên tục của φ :

$$\dots \quad \varphi_1 = \varphi_2$$

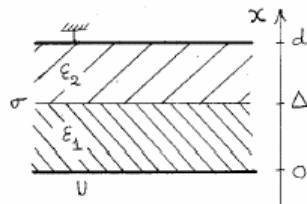
- Điều kiện biên đối với $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$:

$$\dots \quad -\epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma$$

- Điều kiện biên đối với $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$:

$$\dots \quad -\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = 0$$

- Ví dụ :



$$\varphi_1(0) = U$$

$$\varphi_2(d) = 0$$

$$\varphi_1(\Delta) = \varphi_2(\Delta)$$

$$\epsilon_1 \frac{d\varphi_1}{dx} \Big|_{\Delta} - \epsilon_2 \frac{d\varphi_2}{dx} \Big|_{\Delta} = \sigma$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

12

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
 - 4.1. Vật dẫn
 - 4.1.1. Tính chất
 - 4.1.2. Màn điện
 - 4.1.3. Tụ điện
 - 4.2. Điện môi
 - 4.3. Hệ thống vật dẫn

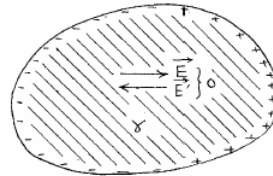
© TS. Lương Hữu Tuấn

13

4.1.1. Tính chất

- Trường điện trong vật dẫn

... $\vec{E} = 0$ btrong VD \Rightarrow



- Mật độ điện tích tự do trong vật dẫn

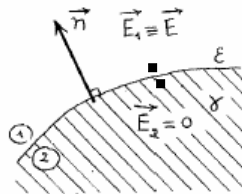
$\rho = \dots = 0$ btrong VD

- Thế điện trong vật dẫn

... $\varphi = const$ btrong VD

- Trường điện trên mặt vật dẫn

... $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{n}$ trên mặt VD

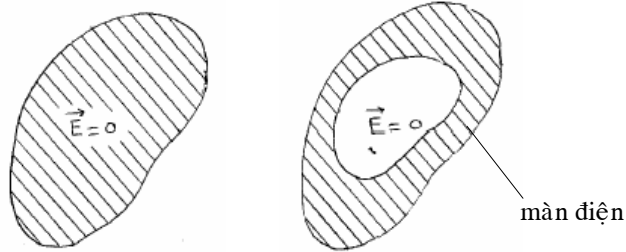


© TS. Lương Hữu Tuấn

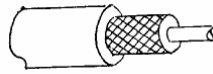
14

4.1.2. Màn điện

© TS. Lương Hữu Tuấn



- Màn điện được dùng để chắn nhiễu của trường ngoài
- Trong thực tế màn điện được thay bằng lưới kim loại



15

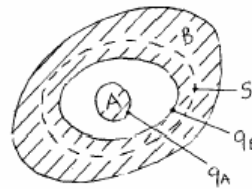
4.1.3. Tụ điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Cảm ứng điện toàn phần

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (\text{Gauss điện})$$

$$\Rightarrow q_A + q_B = 0 \quad (\text{tc1 \& tc2})$$



- Tụ điện
- Điện dung

$$C = \left| \frac{q}{U} \right| \quad q = q_A = -q_B, U = \varphi_A - \varphi_B$$

$$\text{Hệ cô lập : } C = \frac{q}{\varphi}$$

16

Chương 2 : Trường điện tĩnh


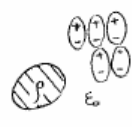
1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
 - 4.1. Vật dẫn
 - 4.2. Điện môi
 - 4.3. Phân bố điện tích và thế điện của HTVD

© TS. Lương Hữu Tuấn

17

4.2. Điện môi trong TĐT

- Điện tích liên kết

$$\rho = \text{div}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \quad \rho + \rho_{lk} = \text{div}(\epsilon_0 \vec{E})$$

$$\begin{aligned} \rho_{lk} &= -\text{div} \vec{P} \\ \sigma_{lk} &= -P_{1n} + P_{2n} \end{aligned}$$

- Ví dụ

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\sigma}{r} dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho + \rho_{lk}}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma + \sigma_{lk}}{r} dS$$

18

© TS. Lương Hữu Tuấn

Ôn tập

■ mô hình thế :

$$\Delta\varphi = -\rho/\varepsilon$$

$$\varphi_1 = \varphi_2, -\varepsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma, \frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau}$$

■ vật dẫn :

$$\vec{E} = 0, \rho = 0, \varphi = const, \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{n}$$

$$C = |q/U|$$

■ điện môi :

$$\rho_{lk} = -div\vec{P}$$

$$\sigma_{lk} = -P_{1n} + P_{2n}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

19

4.3. Phân bố đ.tích & thế điện của htvd (tự đọc)

trạng thái 1 : $q_1, \dots, q_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n$

trạng thái 2 : $q'_1, \dots, q'_n, \varphi'_1, \dots, \varphi'_n$

$$\blacksquare \text{ Định lý tương hỗ : } \dot{q}'_1 \varphi_1 + \dots + \dot{q}'_n \varphi_n = q_1 \dot{\varphi}'_1 + \dots + q_n \dot{\varphi}'_n$$

$$\blacksquare \text{ Hệ số thế : } \varphi_k = B_{k1} q_1 + \dots + B_{kn} q_n$$

$$\blacksquare \text{ Hệ số điện dung : } q_k = A_{k1} \varphi_1 + \dots + A_{kn} \varphi_n$$

$$\blacksquare \text{ Điện dung bộ phận : } q_k = C_{k1} u_{k1} + \dots + C_{kk} u_{k0} + \dots + C_{kn} u_{kn}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

20

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
5. Năng lượng trường điện
 - 5.1. theo vơ cđộ TĐT & vơ c. ứng điện

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{E} \vec{D} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV$$

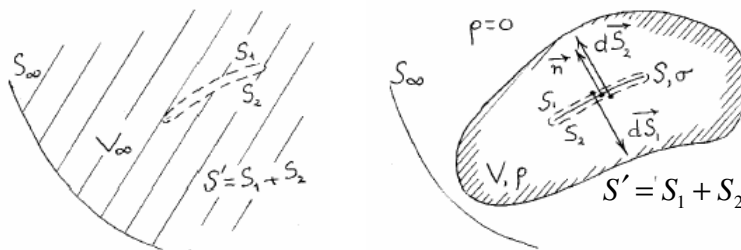
- 5.2. theo thế điện & mật độ điện tích
- 5.3. của hệ thống vật dẫn

© TS. Lương Hữu Tuấn

21

5.2. tính theo thế điện & mật độ điện tích

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{E} \vec{D} dV = -\frac{1}{2} \int_{V_\infty} \text{grad} \phi \cdot \vec{D} dV$$



$$\dots W_e = -\frac{1}{2} \oint_{S_\infty + S'} \phi \vec{D} d\vec{S} + \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \rho \phi dV \quad (\text{Divergence \& III})$$

$$\dots \oint_{S_\infty} \phi \vec{D} d\vec{S} = 0$$

$$\dots \oint_{S'} \phi \vec{D} d\vec{S} = - \int_S \phi \sigma dS$$

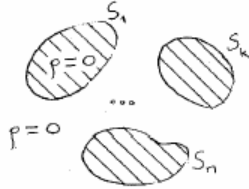
$$\dots W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

22

5.3. của hệ thống vật dẫn

- Hệ n vật dẫn : $\rho = 0$



$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS = \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS$$

$$\dots \quad W_e = \frac{1}{2} \phi_1 q_1 + \dots + \frac{1}{2} \phi_n q_n$$

- $n = 1$: $q = C\phi \Rightarrow W_e = \frac{1}{2} \phi q = \frac{1}{2} C\phi^2 = \frac{1}{2C} q^2$
- $n = 2$ (cảm ứng điện toàn phần) : tụ

$$\dots \quad W_e = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$

23

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
 - 6.1. Lực Coulomb
 - 6.2. tính theo biểu thức năng lượng

24

6.1. Lực Coulomb

- điện tích điểm

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- điện tích phân bố

$$\vec{F} = \int \vec{E}dq$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

25

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (1)

- Hệ n vật dẫn
- Phương pháp dịch chuyển ảo

Công do nguồn cung cấp : $dA_{ng} = \sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k$

Đl. bảo toàn & ch.hóa năng lượng : ... $dA_{ng} = dA_{me} + dW_e$

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e \quad (\text{pt cân bằng động})$$

F : lực suy rộng (lực, momen, áp suất, ...)

X : tọa độ suy rộng (cdài, góc, thể tích, ...)

© TS. Lương Hữu Tuấn

26

Ôn tập

■ năng lượng :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \int_V \rho \varphi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \varphi dS = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \varphi_k q_k$$

■ lực:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e \quad (\text{htvd, dịch chuyển ảo})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

27

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (2)

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e$$

■ Các trường hợp đặc biệt :

- Quá trình đẳng thế ... $FdX = dW_e = \frac{1}{2} dA_{ng}$ (ptcbđ)

$$F = \left(\frac{\partial W_e}{\partial X} \right)_{\varphi=const}$$

Nhận xét :

- Quá trình đẳng tích ... $FdX = -dW_e$ (ptcbđ)

$$F = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial X} \right)_{q=const}$$

Nhận xét :

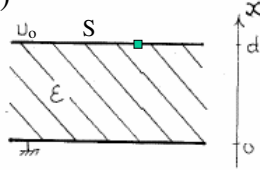
- Nhận xét chung

© TS. Lương Hữu Tuấn

28

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (3)

■ Ví dụ (3.54)



1. đẳng thế (ϵ_0)

$$\text{dịch chuyển ảo : } W_e = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{x} U_0^2$$

$$F_1 = \left. \frac{dW_e}{dx} \right|_{x=d} = - \frac{\epsilon_0 S U_0^2}{2d^2}$$

2. đẳng tích (ϵ)

$$\text{dịch chuyển ảo : } q = C_0 U_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} U_0$$

$$W_e = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{x}{2\epsilon S} \epsilon_0^2 \frac{S^2}{d^2} U_0^2$$

$$F_2 = - \left. \frac{dW_e}{dx} \right|_{x=d} = - \frac{\epsilon_0^2 S U_0^2}{2\epsilon d^2}$$

29

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 2 : Trường điện tĩnh

3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB

4. Vật liệu trong TĐT

5. Năng lượng trường điện

6. Lực điện

7. Phương pháp tính TĐT

7.1. Tổng quan

7.2. Phương pháp xếp chồng

7.3. Phương pháp dùng định luật Gauss về điện

7.4. Phương pháp ảnh điện

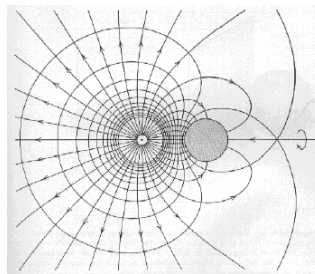
7.5. Phương pháp giải trực tiếp phương trình thế

30

© TS. Lương Hữu Tuấn

7.1. Tổng quan

- phương pháp xếp chồng
- phương pháp dùng định luật Gauss về điện
- phương pháp ảnh điện
- phương pháp giải trực tiếp phương trình Poisson
- phương pháp biến hình bảo giác
- phương pháp lưới đường sức điện - mặt đẳng thế
- phương pháp số

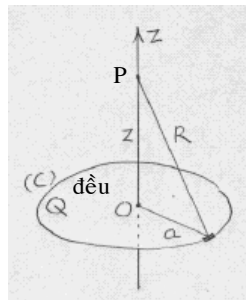


© TS. Lương Hữu Tuấn

31

7.2. Phương pháp xếp chồng (1)

- ví dụ 1



$P: \varphi? \vec{E}?$

$$\varphi(P) = \oint_C \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon R} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon R} \cdot 2\pi a = \frac{Q}{4\pi\epsilon \sqrt{a^2 + z^2}}$$

$$\text{Do đối xứng: } \vec{E} = E\vec{i}_z = -\frac{d\varphi}{dz}\vec{i}_z = \frac{Qz}{4\pi\epsilon \sqrt{(a^2 + z^2)^3}}\vec{i}_z$$

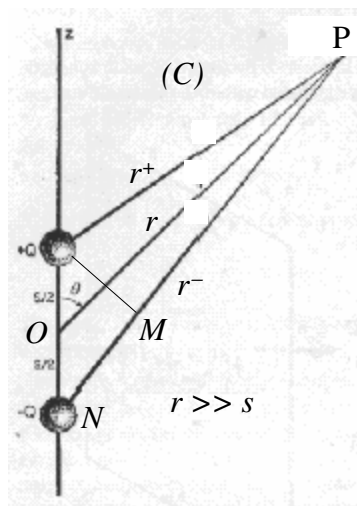
© TS. Lương Hữu Tuấn

32

7.2. Phương pháp xếp chồng (2)

■ ví dụ 2

© TS. Lương Hữu Tuấn

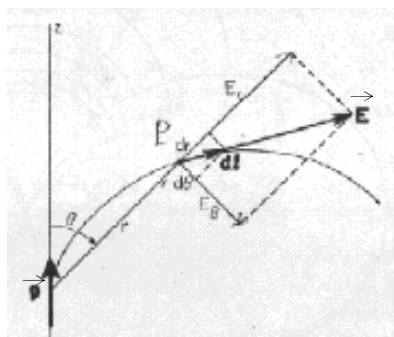


$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^+} + \frac{-Q}{4\pi\epsilon r^-} \approx \frac{Q(r^- - r^+)}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$r^- - r^+ \approx MN \approx s \cos \theta$$

$$\varphi = \frac{Qs \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2}$$

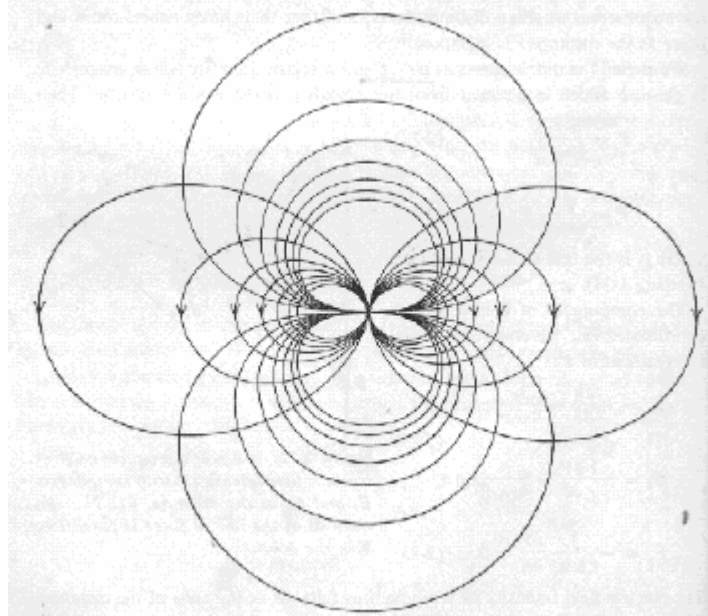
$$\dots \vec{E} = \frac{Qs}{4\pi\epsilon r^3} (2 \cos \theta \vec{i}_r + \sin \theta \vec{i}_\theta)$$



33

7.2. Phương pháp xếp chồng (3)

© TS. Lương Hữu Tuấn



34

7.3. Phương pháp dùng đ.lược Gauss về điện

- Tổng quan
- Ví dụ về đối xứng cầu
- Ví dụ về đối xứng trụ

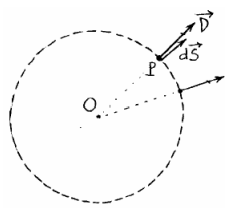
© TS. Lương Hữu Tuấn

35

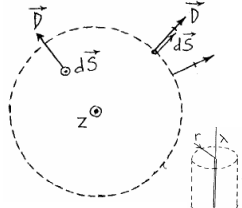
■ Tổng quan

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q^*$$

- Phạm vi sử dụng : đối xứng cầu, trụ hoặc phẳng

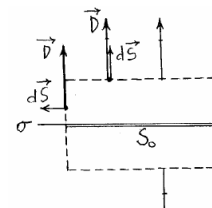


$$S : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = const$$



$$S_t : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = const$$

$$S_d : \vec{D} \perp d\vec{S}$$



$$S_b : \vec{D} \perp d\vec{S}$$

$$S_d : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = const$$

- Kết quả :

- đối xứng cầu
- đối xứng trụ
- đối xứng phẳng

$$D.S = q^*$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$D.S_t = q^*$$

$$S_t = 2\pi r.L$$

$$D.S_d = q^*$$

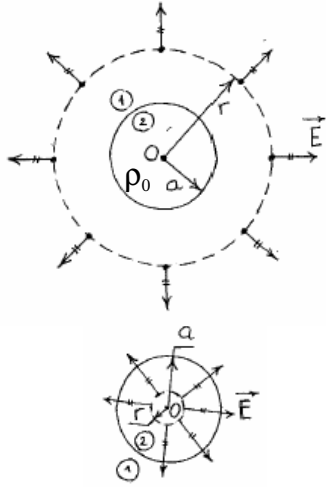
$$S_d = S_{d1} + S_{d2} = 2S_0$$

36

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Ví dụ về đối xứng cầu

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$\rho_0 = \text{const}, \varphi?$$

$$C: \text{do đối xứng } \vec{E} = E(r) \cdot \vec{i}_r$$

$$D.S = q^* \text{ (đối xứng cầu)}$$

- miền ngoài ($r > a$):

$$\epsilon E_1 4\pi r^2 = \rho_0 \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon r^2} \vec{i}_r$$

$$\varphi_1 = \int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = \int_r^\infty E_1 dr = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon r}$$

- miền trong ($r < a$):

$$\epsilon E_2 4\pi r^2 = \rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon} \vec{i}_r$$

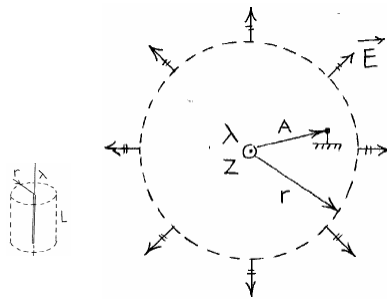
$$\varphi_2 = \int_r^a \vec{E} d\vec{r} = \int_r^a E_2 dr + \int_a^\infty E_1 dr$$

$$\varphi_2 = \frac{\rho_0 a^2}{2\epsilon} - \frac{\rho_0 r^2}{6\epsilon}$$

37

■ Ví dụ về đối xứng trụ

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$T: \text{do đối xứng } \vec{E} = E(r) \cdot \vec{i}_r$$

$$D.S_t = q^* \text{ (đối xứng trụ)}$$

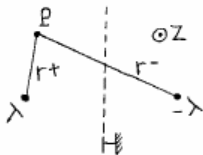
$$\epsilon E \cdot 2\pi r \cdot L = \lambda \cdot L$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} \vec{i}_r$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{A}{r}$$

- trục mang điện:

- 2 trục mang điện $\pm \lambda$ (gốc thế ở mặt trung trực):



$$\dots \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r^-}{r^+}$$

38

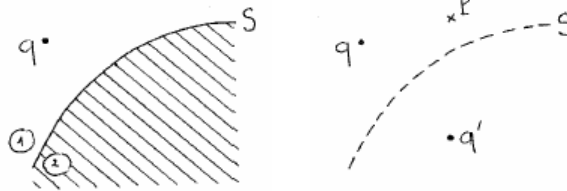
7.4. Phương pháp ảnh điện

- Nguyên tắc
- Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn
- Phân cách cầu điện môi - vật dẫn
- Phân cách phẳng điện môi - điện môi

© TS. Lương Hữu Tuấn

39

■ Nguyên tắc



- Loại trừ ảnh hưởng của điện tích cảm ứng, điện tích liên kết

■ Nguyên tắc :

- Bước 1 : đồng nhất toàn bộ không gian
- Bước 2 : duy trì điều kiện biên

Định lý duy nhất nghiệm : nghiệm không thay đổi

© TS. Lương Hữu Tuấn

40

■ Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn (1)

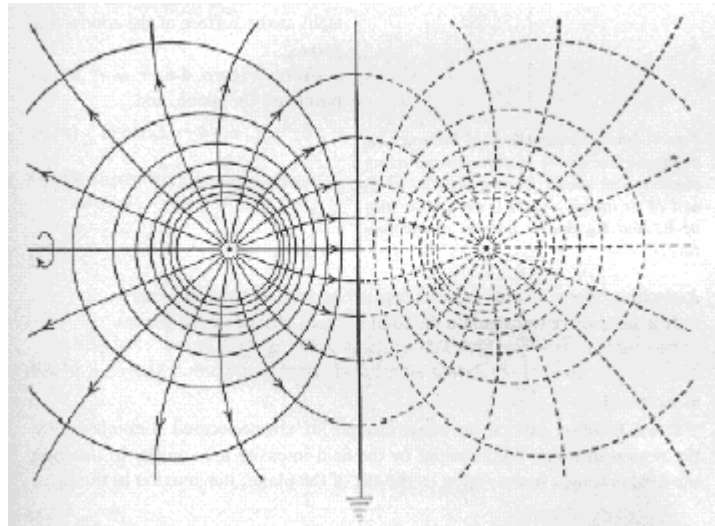
© TS. Lương Hữu Tuấn



41

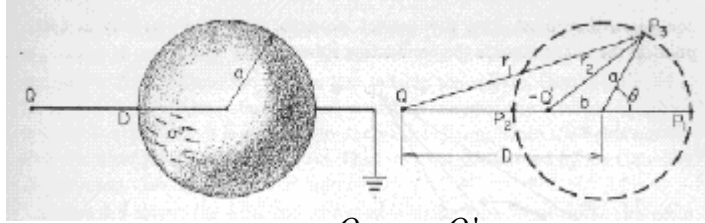
■ Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn (2)

© TS. Lương Hữu Tuấn



42

■ Phân cách cầu điện môi - vật dẫn (1)



$$0 = \varphi(P_3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon r_2}$$

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{D^2 + a^2 + 2Da \cos \theta}{b^2 + a^2 + 2ba \cos \theta}} \quad \forall \theta$$

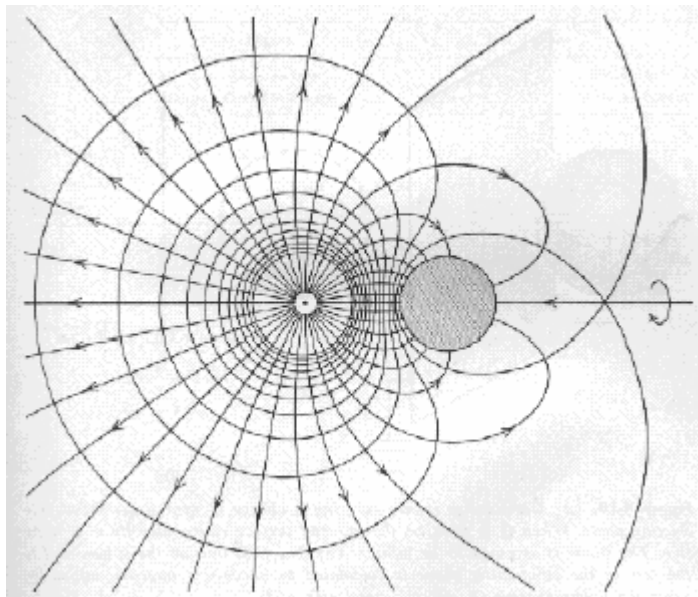
$$\frac{D^2 + a^2}{Da} = \frac{b^2 + a^2}{ba}$$

$$\dots \quad b = \frac{a^2}{D}, Q' = \frac{Qa}{D}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

43

■ Phân cách cầu điện môi - vật dẫn (2)

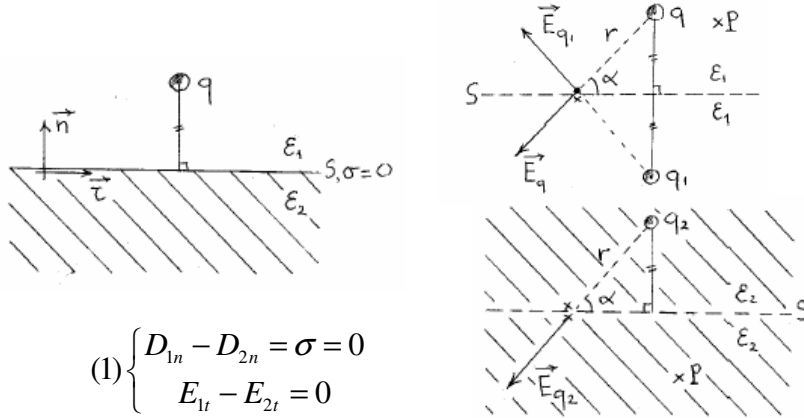


© TS. Lương Hữu Tuấn

44

■ Phân cách phẳng điện môi - điện môi (1)

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$(1) \begin{cases} D_{1n} - D_{2n} = \sigma = 0 \\ E_{1t} - E_{2t} = 0 \end{cases}$$

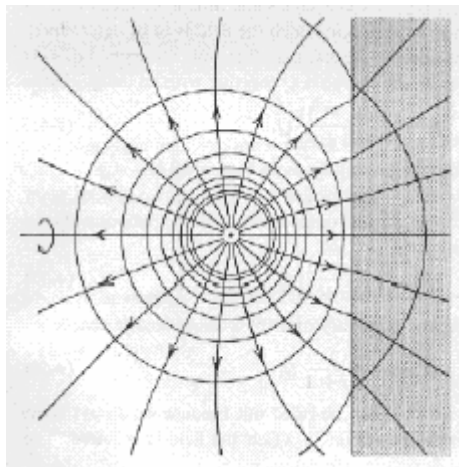
$$\begin{cases} D_{1n} = -\frac{q}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha + \frac{q_1}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha \\ E_{1t} = -\frac{q}{4\pi \epsilon_1 r^2} \cdot \cos \alpha - \frac{q_1}{4\pi \epsilon_1 r^2} \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} D_{2n} = -\frac{q_2}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha \\ E_{2t} = -\frac{q_2}{4\pi \epsilon_2 r^2} \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \dots \quad \boxed{q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q}$$

45

■ Phân cách phẳng điện môi - điện môi (2)

© TS. Lương Hữu Tuấn



46

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (1)

- Thế là hàm một biến
- Thế là hàm đa biến : phương pháp phân ly biến số
 - Bước 1 : tách biến
 - Bước 2 : tách phương trình
 - Bước 3 : tính các thông số dựa vào ĐKB & t.chất b.toán

© TS. Lương Hữu Tuấn

47

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (2)

- Tách biến :

$$\varphi = \varphi(r, \phi) = R(r) \cdot \Phi(\phi)$$

- Tách phương trình :

$$0 = \Delta \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2}$$

Nhân cho $r^2/R\Phi$:

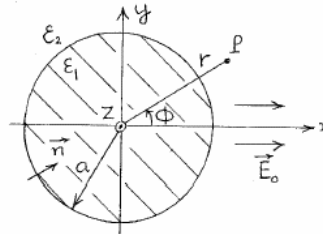
$$0 = \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2}$$

$$\begin{cases} \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) = n^2 \\ \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -n^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = M_0 r + \frac{N_0}{r} \\ \Phi = A \cos n\phi + B \sin n\phi \end{cases}$$

- Tính chất của bài toán

$$\begin{cases} \varphi(r, \phi) = \varphi(r, -\phi) \\ \varphi(r, \pm \frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = (M_1 r + \frac{N_1}{r}) \cos \phi \\ \varphi_2 = (M_2 r + \frac{N_2}{r}) \cos \phi \end{cases}$$

48

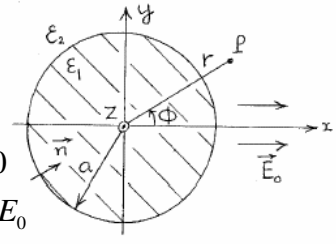


© TS. Lương Hữu Tuấn

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (3)

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\begin{cases} \varphi_1 = (M_1 r + \frac{N_1}{r}) \cos \phi \\ \varphi_2 = (M_2 r + \frac{N_2}{r}) \cos \phi \end{cases}$$



■ Đkb

$$\begin{cases} \varphi_1(r \rightarrow 0) = 0 \\ \vec{E}_2(r \rightarrow \infty) = E_0 \vec{i}_x \end{cases} \Rightarrow \dots \begin{cases} N_1 = 0 \\ M_2 = -E_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1(a, \phi) = \varphi_2(a, \phi) \\ \epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \Big|_{r=a} = \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \Big|_{r=a} \end{cases} \Rightarrow \dots \begin{cases} M_1 = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 \\ N_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 a^2 \end{cases}$$

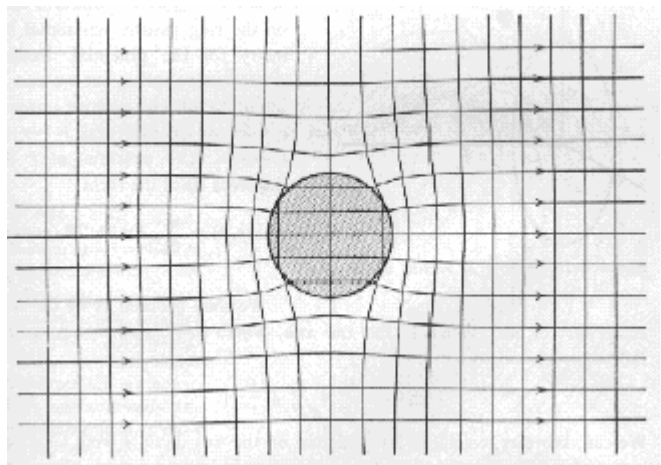
■ Kquả

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 r \cos \phi = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 x \\ \varphi_2 = (-1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 r \cos \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 \vec{i}_x \\ \vec{E}_2 = E_{2r} \vec{i}_r + E_{2\phi} \vec{i}_\phi \end{cases} \quad \begin{cases} E_{2r} = (1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 \cos \phi \\ E_{2\phi} = (-1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 \sin \phi \end{cases}$$

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (4)

© TS. Lương Hữu Tuấn



Tóm tắt chương 2

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐ tĩnh
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
7. Phương pháp tính TĐ tĩnh

Trường điện từ

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : Trường điện tĩnh
- Chương 3 : TĐT dừng

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

1. Khái niệm

- Định nghĩa : $\partial/\partial t = 0$
- TĐT của dòng điện không đổi

© TS. Lương Hữu Tuấn

TĐ dừng	TT dừng
$rot\vec{E} = 0$	$rot\vec{H} = \vec{J}$
$div\vec{D} = \rho$	$div\vec{B} = 0$
$E_{1t} - E_{2t} = 0$	$H_{1t} - H_{2t} = J_s$
$D_{1n} - D_{2n} = \sigma$	$B_{1n} - B_{2n} = 0$
$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$	$\vec{B} = \mu\vec{H}$

$div\vec{J} = 0$
 $J_{1n} - J_{2n} = 0$
 $\vec{J} = \gamma\vec{E}$

3

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện dừng

2.1. Tính chất & định luật cơ bản của mạch

- Tính chất
- Định luật cơ bản của mạch

2.2. Sự tương tự giữa TĐd & TĐt

2.3. Điện trở cách điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

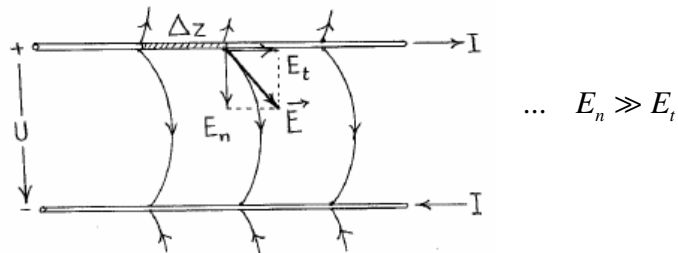
4

■ Tính chất

- TĐd là một trường thế : $rot\vec{E} = 0 \dots$
- Trường của nguồn ngoài

$$\dots \vec{J} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_s)$$

- vật dẫn đồng nhất : $\dots \rho = 0$
- vật dẫn gần như đẳng thế



5

Ôn tập

C2 : - pp ảnh điện

+ phân cách phẳng $\epsilon - \gamma$: đối xứng, $-q$

+ phân cách cầu $\epsilon - \gamma$: $b = a^2/D, Q' = Qa/D$

+ phân cách phẳng $\epsilon_1 - \epsilon_2$: $q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$

C3 : - tổng quan :

+ TĐT của dòng điện không đổi

+ TĐ dừng : $div\vec{J} = 0$

- TĐd :

+ tính chất : thế, nguồn, $\rho \neq 0, \varphi \approx const$

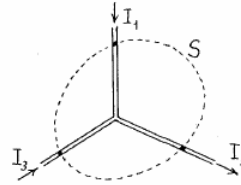
6

■ Định luật cơ bản của mạch

- Định luật Kirchhoff 1 :

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad \oint_S \vec{J} d\vec{S} = 0$$

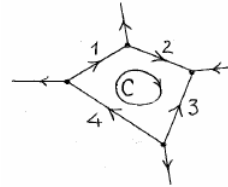
$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$



- Định luật Kirchhoff 2 :

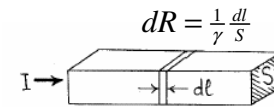
$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \oint_C \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0$$



- Định luật Ohm : $\vec{E} + \vec{E}_s = \frac{1}{\gamma} \vec{J}$

$$\dots U + E = RI$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

7

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện dừng

- 2.1. Tính chất & định luật cơ bản của mạch
- 2.2. Sự tương tự giữa TĐd & TĐt
- 2.3. Điện trở cách điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

8

2.2. Sự tương tự giữa TĐ dừng & TĐ tĩnh

- Miền không chứa điện tích

- Tương tự về phương trình

$$\text{TĐ tĩnh : } \text{rot} \vec{E} = 0, \vec{E} = -\text{grad} \varphi, q = \oint \vec{D} d\vec{S}, \vec{D} = \epsilon \vec{E}, \text{div} \vec{D} = 0 \dots$$

$$\text{TĐ dừng : } \text{rot} \vec{E} = 0, \vec{E} = -\text{grad} \varphi, I = \oint \vec{J} d\vec{S}, \vec{J} = \gamma \vec{E}, \text{div} \vec{J} = 0 \dots$$

$$\begin{cases} \vec{E}, \varphi, q, \vec{D}, \epsilon, C, \dots \\ \vec{E}, \varphi, I, \vec{J}, \gamma, G, \dots \end{cases}$$

- Nhận xét :

- dùng kết quả, phương pháp của TĐt cho TĐd
- dùng mô hình của TĐd cho TĐt

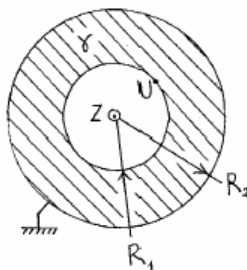
- Ví dụ : $C = \frac{\epsilon S}{d} \Rightarrow G = \frac{\gamma S}{d} = \frac{1}{R}$
 $C/\epsilon = G/\gamma$

© TS. Lương Hữu Tuấn

9

2.3. Điện trở cách điện

- Thực tế : $\gamma \neq 0 \Rightarrow$ điện áp U sinh ra dòng rò I
- Điện trở cách điện : $R_{cd} = U/I$
- Điện dẫn rò : $G = 1/R_{cd}$
- Ví dụ :



$$R_{cd} ?$$

$$\text{TĐt : } \vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon r L} \vec{i}_r$$

$$\vec{E} = \frac{I}{2\pi\gamma r L} \vec{i}_r$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} d\vec{r} = \frac{I}{2\pi\gamma L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{cd} = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi\gamma L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

10

Ôn tập GHK

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Phần lý thuyết
- Phần bài tập : bỏ
 - phân bố q và φ của hệ thống vật dẫn
 - phương pháp phân ly biến số
- Khác ...

11

Phần lý thuyết (bắt buộc)

© TS. Lương Hữu Tuấn

- C1 :
 - định luật cơ bản
 - dòng điện dịch
 - hệ phương trình Maxwell
 - định lý Poynting - năng lượng điện từ
 - mô hình toán
- C2 :
 - tính chất thế
 - phương trình Poisson - Laplace & 3 ĐKB
 - tính chất của vật dẫn trong TĐT
 - Năng lượng điện từ :
 - theo thế
 - của hệ thống vật dẫn
 - lực : theo biểu thức năng lượng

12

Khác ...

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ C1 :

- giải tích vectơ
- TĐT ? mô hình ?
- thông số chính :
 - + $\vec{E}, \vec{B}; \vec{J}, \rho; \vec{D}, \vec{H}$
 - + 3 phương trình liên hệ
- ĐKB : chiếu, \vec{n}

■ C2 :

- điện dung
- điện tích liên kết
- lực Coulomb

■ C3 : tương tự ($\epsilon \leftrightarrow \gamma, q \leftrightarrow I$)

13

Công thức ...

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$d\vec{l} = h_1 du_1 \vec{i}_1 + \dots$$

$$d\vec{S}_1 = \pm h_2 h_3 du_2 du_3 \vec{i}_1, \dots$$

$$dV = h_1 h_2 h_3 du_1 du_2 du_3$$

$$\text{grad } \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \vec{i}_1 + \dots$$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$$\text{rot } \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{i}_1 & & \\ & \frac{\partial}{\partial u_1} & \\ & & h_1 A_1 \end{vmatrix} \dots$$

$$\Delta \varphi = \text{div}(\text{grad } \varphi)$$

	h_1	h_2	h_3
D :	1	1	1
T :	1	r	1
C :	1	r	r sin θ

14

Công thức ...

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_1 B_1 + \dots$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$$\int_V \operatorname{div} \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} d\vec{S}$$

$$\int_S \operatorname{rot} \vec{A} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$$

$$\nabla(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\nabla \times \vec{A}) - \vec{A}(\nabla \times \vec{B})$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad} \varphi) = 0$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

15

Công thức ...

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & , H_{1t} - H_{2t} = J_s \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & , E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho & , D_{1n} - D_{2n} = \sigma \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 & , B_{1n} - B_{2n} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} & , J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{array} \right.$$

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{B} \cdot \vec{H} + \vec{E} \cdot \vec{D}) dV$$

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}, P_s = P_j + \frac{dW}{dt}, w_e, w_m$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

16

Công thức ...

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \varphi_A = \int_A^{gt} \vec{E} d\vec{l}, \varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R}$$

$$\Delta\varphi = -\rho/\epsilon; \varphi_1 = \varphi_2, -\epsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} + \epsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma, -\frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau} = 0$$

$$\vec{E} = 0, \rho = 0, \varphi = \text{const}, \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{n}$$

$$C = |q/U|$$

$$\rho_l = -\text{div}\vec{P}, \sigma_l = -P_{1n} + P_{2n}, \vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0)\vec{E}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \int_V \rho\varphi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma\varphi dS = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \varphi_k q_k$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e, F = \pm \frac{\partial W_e}{\partial X}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

17

Công thức ...

Gauss về điện :

$$D.S = q^* \quad S = 4\pi r^2$$

$$D.S_l = q^* \quad S_l = 2\pi r.L$$

$$D.S_d = q^* \quad S_d = S_{d1} + S_{d2} = 2S_0$$

Ảnh điện

+ phân cách phẳng $\epsilon - \gamma$: đối xứng, $-q$

+ phân cách cầu $\epsilon - \gamma$: $b = a^2/D, Q' = Qa/D$

+ phân cách phẳng $\epsilon_1 - \epsilon_2$: $q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$

$$\text{div}\vec{J} = 0$$

Tính chất : thế, nguồn, $\rho \neq 0, \varphi \approx \text{const}$

Tương tự ($\epsilon \leftrightarrow \gamma, q \leftrightarrow I$)

$$R = 1/G = \frac{U}{I}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

18

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện dừng

3. Trường từ dừng

3.1. Khái niệm

3.2. Khảo sát TTd bằng thế vectơ

3.3. Phương trình & ĐKB đối với thế vectơ

3.4. Từ thông tính theo thế vectơ

3.5. Định luật Biot-Savart

© TS. Lương Hữu Tuấn

19

3.1. Khái niệm

- TT dừng là TT của dòng điện không đổi : $\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$

$\vec{J} \neq 0$: xoáy

$\vec{J} = 0$: $\vec{H} = -\text{grad}\varphi_m$

$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$

$$\Delta\varphi_m = 0$$

$$\varphi_{1m} = \varphi_{2m}$$

$$\mu_1 \frac{\partial\varphi_m}{\partial n} - \mu_2 \frac{\partial\varphi_{2m}}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial\varphi_m}{\partial\tau} - \frac{\partial\varphi_{2m}}{\partial\tau} = 0$$

$$\Delta\varphi = 0$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau} - \frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau} = 0$$

- tương tự giữa TTd của miền không dòng & TĐt của miền không điện tích tự do

TĐ tĩnh : $\vec{E}, \varphi, \varepsilon, \vec{D}, \dots$

TT dừng : $\vec{H}, \varphi_m, \mu, \vec{B}, \dots$

© TS. Lương Hữu Tuấn

20

3.2. Khảo sát TT dùng bằng thế vectơ

- Từ

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (IV) \\ \operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{A}) = 0 & (gtvt) \end{cases}$$

Ta có thể định nghĩa :

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

- Thế vectơ có tính đa trị
- điều kiện phụ để đơn giản hóa phương trình

© TS. Lương Hữu Tuấn

21

3.3. Phương trình & ĐKB đối với thế vectơ

- Thiết lập phương trình ($\mu = \text{const}$) :

$$\vec{J} = \operatorname{rot} \vec{H} \quad (I)$$

$$\dots \quad \Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{phương trình Poisson})$$

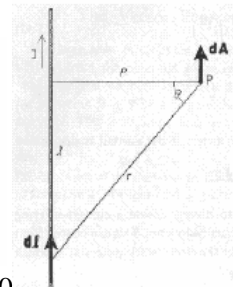
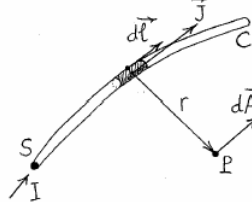
- Nghiệm của phương trình ... $\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV$

- Yếu tố dòng $\vec{J} dV$

Dòng điện dây $\vec{J} dV = JS d\vec{l} = I d\vec{l}$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_C \frac{I d\vec{l}}{r}$$

$$\Rightarrow d\vec{A} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\vec{l}}{r}$$



- Điều kiện biên : $\operatorname{div} \vec{A} = 0 \Rightarrow A_{1n} - A_{2n} = 0$

© TS. Lương Hữu Tuấn

22

3.4. Từ thông tính theo thế vectơ

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S}$$

$$\Phi_m = \oint_C \vec{A} d\vec{l} \quad (\text{Stokes})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

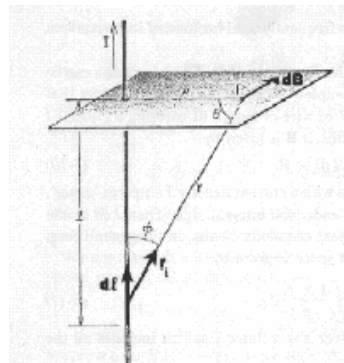
23

3.5. Định luật Biot-Savart

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \text{rot} \left(\frac{\mu}{4\pi_c} \int \frac{I d\vec{l}}{r} \right) = \frac{\mu}{4\pi_c} I \int \text{rot} \left(\frac{d\vec{l}}{r} \right) \quad (\text{hvt})$$

$$\text{rot} \left(\frac{d\vec{l}}{r} \right) = \frac{1}{r} \text{rot}(d\vec{l}) + \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) \times d\vec{l} = -\frac{\vec{r}}{r^3} \times d\vec{l}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi_c} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

24

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
 - 4.1. Phương trình & điều kiện biên
 - 4.2. Sự tương tự giữa TTd & TĐt

© TS. Lương Hữu Tuấn

25

4.1. Phương trình & điều kiện biên

- Phương trình : trục mang dòng song song với trục z

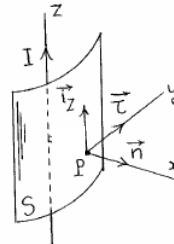
$$\vec{J} = J(x, y)\vec{i}_z \Rightarrow \vec{A} = A(x, y)\vec{i}_z$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \Rightarrow \Delta A = -\mu J$$

- Nghiệm : $A = \frac{\mu I}{4\pi} \int_L \frac{dl}{r}$

- Điều kiện biên :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{n} & \vec{\tau} & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} B_n = \partial A / \partial \tau \\ B_t = -\partial A / \partial n \end{cases}$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

$$A_1 - A_2 = 0$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial \tau} - \frac{\partial A_2}{\partial \tau} = 0$$

$$-\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial n} + \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_2}{\partial n} = J_s$$

(\vec{B} vật lý)

$$(B_{1n} - B_{2n} = 0)$$

$$(H_{1t} - H_{2t} = J_s)$$

26

4.2. Sự tương tự giữa TT dừng & TD tĩnh

■ tương tự :

$$\text{TTd} : \Delta A = -\mu J, A_1 = A_2, -\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial n} + \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_2}{\partial n} = J_s, \frac{\partial A_1}{\partial \tau} = \frac{\partial A_2}{\partial \tau}, \dots$$

$$\text{TDt} : \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \varphi_1 = \varphi_2, -\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma, \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau}, \dots$$

trục mang điện :

$$\varphi, \rho, \varepsilon, \lambda, C_0, \dots$$

trục mang dòng :

$$A, J, \frac{1}{\mu}, I, \frac{1}{L_0}, \dots$$

■ ví dụ :

● trục mang điện λ : $\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{c}{r}$

trục mang dòng I : $A = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{c}{r}$

● 2 trục mang điện $\pm\lambda$: $\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r^-}{r^+}$

2 trục mang dòng $\pm I$: $A = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{r^-}{r^+}$

● Ảnh điện $\lambda_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \lambda, \lambda_2 = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \lambda$

$I_1 = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} I, I_2 = \frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} I$ 27

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện dừng

3. Trường từ dừng

4. Trường từ dừng của trục mang dòng

5. Hồ cảm

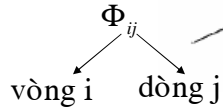
5.1. Định nghĩa

5.2. Ví dụ

5.1. Định nghĩa

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Qui ước :



- Biểu thức :

$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 \equiv L_1I_1 + MI_2 \\ \Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} = L_{21}I_1 + L_{22}I_2 \equiv MI_1 + L_2I_2 \end{cases}$$

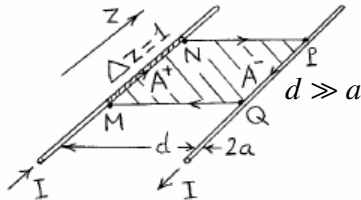
- Hồ cảm : $L_{ij} = \Phi_{ij}/I_j \quad (i \neq j) \quad \dots$

- Điện cảm : $L_i = L_{ii} = \Phi_{ii}/I_i \quad \dots$

29

5.2. Ví dụ (1)

- Điện cảm riêng L_0 của 2 trục mang dòng $\pm I$:



$$L_0 = \Phi_0/I$$

$$\Phi_0 = \oint_{MNPQ} \vec{A} d\vec{l} = \dots = A^+ - A^-$$

$$\begin{cases} A^+ \approx \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{d}{a} \\ A^- \approx \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{a}{d} \end{cases}$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu I}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

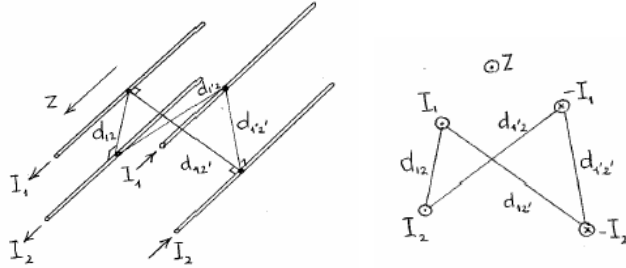
$$L_0 = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

30

5.2. Ví dụ (2)

- Hồ cảm riêng của 2 hệ trục mang dòng song song :



© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\vec{A} = A\vec{i}_z \Rightarrow M_0 = \frac{\Phi_{12}}{I_2 \Delta z}, \Delta z = 1$$

$$\Phi_{12} = \oint_{C_1} \vec{A}_2 d\vec{l} = A_2^+ - A_2^-$$

$$\begin{cases} A_2^+ = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{12'}}{d_{12}} \\ A_2^- = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{12''}}{d_{12'''}} \end{cases}$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{12} d_{12''}}{d_{12}' d_{12'''}} \Rightarrow M_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{d_{12} d_{12''}}{d_{12}' d_{12'''}}$$

31

Ôn tập

$$\vec{J} = 0: \varphi_m$$

$$\vec{J}: \vec{B} = \text{rot} \vec{A}, \text{div} \vec{A} = 0, \Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{đồng nhất})$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV}{r}$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV \times \vec{r}}{r^3} \quad (\text{đồng nhất})$$

Trục mang dòng : $\varphi, \lambda, \varepsilon, \rho, \dots \leftrightarrow A, I, \frac{1}{\mu}, J, \dots$

Điện cảm : $L_{ij} = \Phi_{ij} / I_j$ (i: vòng, j: dòng)

© TS. Lương Hữu Tuấn

32

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
 - 6.1. tính theo vectơ cảm ứng từ & vectơ CĐ TT

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \vec{H} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \mu H^2 dV \quad (J)$$

- 6.2. tính theo thế vectơ & vectơ mật độ dòng điện
- 6.3. NLTT của hệ dòng điện dây

33

6.2. tính theo thế vectơ & vectơ mật độ dòng điện

Giả sử không có dòng điện mặt

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \vec{H} dV$$

$$\dots W_m = \frac{1}{2} \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (\text{Divergence \& I})$$

$$\dots \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_j} \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (J)$$

Nhận xét

34

6.3. NLTT của hệ dòng điện dây

- hệ n dòng điện dây : $I_1, \dots, I_n, \Phi_1, \dots, \Phi_n$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_j} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{V_k} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \oint_{C_k} \vec{A} I_k d\vec{l}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \Phi_k \quad (J)$$

- $n = 1$: $W_m = \frac{1}{2} I \Phi = \frac{1}{2} L I^2$

$$\dots L = \Phi / I = 2W_m / I^2$$

$$\dots L_{tr} = 2W_{mr} / I^2, L_{ng} = 2W_{mng} / I^2$$

- $n = 2$: $W_m = \frac{1}{2} I_1 \Phi_1 + \frac{1}{2} I_2 \Phi_2 = \frac{1}{2} I_1 (L_1 I_1 + M I_2) + \frac{1}{2} I_2 (M I_1 + L_2 I_2)$

$$W_m = \underbrace{\frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2}_{\text{tích năng riêng}} + \underbrace{M I_1 I_2}_{\text{tích năng tương tác}}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

35

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
 - 7.1. Lực Lorentz
 - 7.2. tính theo biểu thức năng lượng

© TS. Lương Hữu Tuấn

36

7.1. Lực Lorentz

- điện tích điểm : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$
- yếu tố dòng điện dây: $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$
 $\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$

© TS. Lương Hữu Tuấn

37

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (1)

- Hệ n dòng điện dây : $I_1, \dots, I_n, \Phi_1, \dots, \Phi_n$
- Phương pháp dịch chuyển ảo

Công do nguồn 'thực sự' cung cấp dA_{ng} : $\dots dA_{ng} = \sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k$

Đuật bảo toàn & ch.hóa năng lượng $\dots dA_{ng} = dA_{cơ} + dW_m$

$$\sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k = FdX + dW_m \quad (\text{pt cân bằng động})$$

F : lực suy rộng (lực, momen, áp suất, ...)
X : tọa độ suy rộng (cài, góc, thể tích, ...)

© TS. Lương Hữu Tuấn

38

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (2)

$$\sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k = FdX + dW_m$$

■ Các trường hợp đặc biệt :

- Quá trình đẳng dòng ... $FdX = dW_m = \frac{1}{2} dA_{ng}$ (ptcbđ)

$$F = \left(\frac{\partial W_m}{\partial X} \right)_{I=const}$$

Nhận xét :

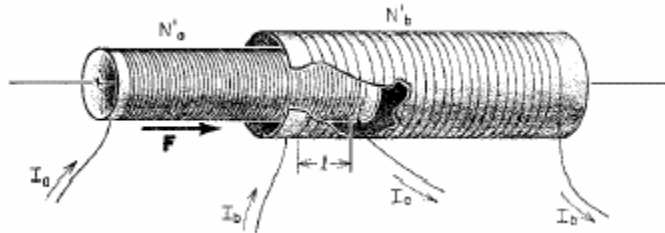
- Quá trình đẳng từ thông ... $FdX = -dW_m$ (ptcbđ)

$$F = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial X} \right)_{\Phi=const}$$

Nhận xét :

- Nhận xét chung

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (3)



Cho biết trường từ không đổi và chỉ tồn tại bên trong dây

Quá trình đẳng dòng :

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 H_a^2 S (l_a - l) + \frac{1}{2} \mu_0 (H_a + H_b)^2 S l + \frac{1}{2} \mu_0 H_b^2 S (l_b - l)$$

$$F = \frac{dW_m}{dl} = \mu_0 H_a H_b S$$

Chương 3 : Trường điện từ dừng

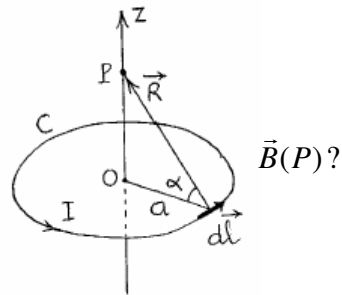
© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ
 - 8.1. Phương pháp xếp chồng
 - 8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère

41

8.1. Phương pháp xếp chồng

© TS. Lương Hữu Tuấn



Do đối xứng : $\vec{B} = B(z)\vec{i}_z$

$$\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}$$

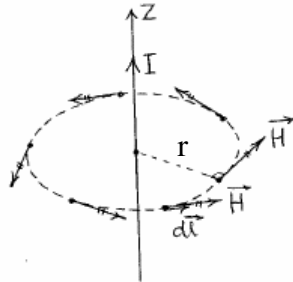
$$\Rightarrow B = \oint_C dB \cdot \cos \alpha = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_C \frac{R dl}{R^3} \cdot \cos \alpha = \frac{\mu I}{2R^3} \cdot a^2$$

$$\vec{B} = \frac{\mu I a^2}{2\sqrt{(z^2 + a^2)^3}} \vec{i}_z \quad (T)$$

■ cách khác : $d\vec{l} = dl \vec{i}_\phi, \vec{R} = -a\vec{i}_r + z\vec{i}_z$

42

8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère (1)



■ đối xứng trụ : $\vec{H} = H(r)\vec{i}_\phi$

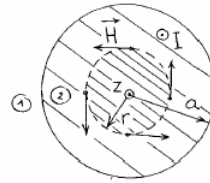
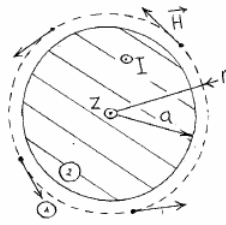
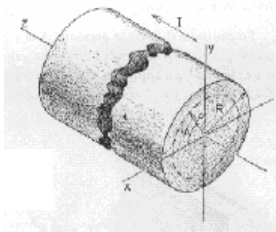
$$\begin{cases} \vec{H} \parallel d\vec{l} \\ H = \text{const} \end{cases}$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I^* \Rightarrow H \cdot 2\pi r = I^*$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

43

8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère (2)



Chọn htd T như hình vẽ, do đx : $\vec{H} = H(r)\vec{i}_\phi$

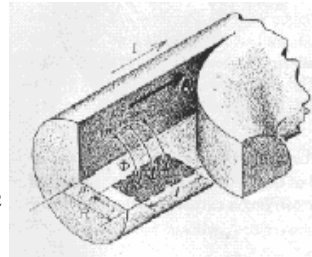
Áp dụng đl Ampère.

miền 1 ($r > a$) : $H_1 \cdot 2\pi r = I$

$$\vec{H}_1 = \frac{I}{2\pi r} \vec{i}_\phi$$

miền 2 ($r < a$) : $H_2 \cdot 2\pi r = \frac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r^2$

$$\vec{H}_2 = \frac{I r}{2\pi a^2} \vec{i}_\phi$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

44

Tóm tắt chương 3

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ

Trường điện từ

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : Trường điện tĩnh
- Chương 3 : TĐT dừng
- Chương 4 : TĐT biến thiên

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
5. Sđtpđs truyền trong điện môi lý tưởng
6. Sđtpđs truyền trong vật dẫn tốt
7. Phản xạ & khúc xạ của sđtpđs

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung

1.1. Trường điện từ biến thiên

1.2. Định nghĩa thế

© TS. Lương Hữu Tuấn

3

1.1. Trường điện từ biến thiên

- định nghĩa : thay đổi theo không gian & thời gian

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, H_{1t} - H_{2t} = J_S$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, E_{1t} - E_{2t} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, D_{1n} - D_{2n} = \sigma$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, B_{1n} - B_{2n} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

- tính chất sóng : $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$

- dòng công suất điện từ : $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$

© TS. Lương Hữu Tuấn

4

1.2. Định nghĩa thế

■ thế vectơ :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \quad (IV) \\ \operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{A}) &= 0 \quad (gtvt) \\ \vec{B} &= \operatorname{rot} \vec{A} \end{aligned} \right\}$$

■ thế vô hướng & vectơ :

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{A} = -\operatorname{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (II \ \& \ hvtt)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad} \varphi) = 0 \quad (gtvt)$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad} \varphi$$

■ tóm lại :

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

■ đơn giản hóa phương trình bằng các điều kiện phụ

5

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung

2. Thiết lập phương trình d'Alembert

$$\varepsilon = \text{const} \ \& \ \mu = \text{const}$$

2.1. Phương trình d'Alembert

■ phương trình d'Alembert đối với \vec{A}

■ phương trình d'Alembert đối với φ

■ tóm lại

2.2. Thế chậm

2.3. Phương trình sóng

6

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Phương trình d'Alembert đv thế vectơ

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (I)$$

$$\text{rot}\vec{B} = \mu\vec{J} + \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{A}) = \mu\vec{J} + \mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t}(-\text{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \quad (\text{đn thế})$$

$$\text{grad}(\text{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A} = \mu\vec{J} - \text{grad}(\mu\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t}) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \quad (\text{gtvt, hvtt})$$

$$\Delta\vec{A} - \text{grad}(\text{div}\vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t}) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu\vec{J}$$

Điều kiện Lorentz :

$$\text{div}\vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

Phương trình d'Alembert đối với \vec{A}

$$\Delta\vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu\vec{J}$$

7

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Phương trình d'Alembert đv thế vô hướng

$$\rho = \text{div}\vec{D} \quad (III)$$

$$\rho = \epsilon \text{div}\vec{E} = \epsilon \text{div}(-\text{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \quad (\text{đn thế})$$

$$\rho = -\epsilon \Delta\varphi - \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{div}\vec{A} \quad (\text{gtvt, hvtt})$$

$$\text{div}\vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (\text{Lorentz})$$

$$\rho = -\epsilon \Delta\varphi + \mu\epsilon^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

Phương trình d'Alembert đối với φ

$$\Delta\varphi - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\rho/\epsilon$$

8

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Tóm lại

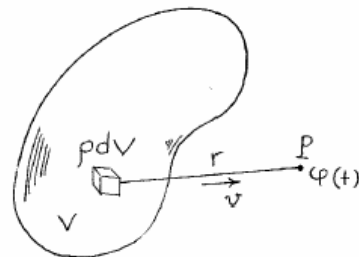
$$\begin{cases} \Delta \vec{A} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} \\ \Delta \varphi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon \end{cases}$$

$$v = 1/\sqrt{\mu\epsilon} : \text{ vận tốc truyền sóng}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

9

2.2. Thế chậm



$$\begin{cases} \vec{A}(t) = \frac{\mu}{4\pi v} \int \frac{\vec{J}(t - r/v) dV}{r} \\ \varphi(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(t - r/v) dV}{r} \end{cases}$$

Thay đổi của “nguồn” không ảnh hưởng ngay lập tức đến điểm khảo sát

© TS. Lương Hữu Tuấn

10

2.3. Phương trình sóng

- miền không chứa dòng điện & điện tích :

$$\begin{cases} \Delta \vec{A} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0 \\ \Delta \varphi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

- có thể chứng minh :

$$\begin{cases} \Delta \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \\ \Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

11

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
 - 3.1. Biểu diễn phức quá trình điều hòa
 - 3.2. Hệ Maxwell dạng phức
 - 3.3. Hệ phương trình sóng dạng phức
 - 3.4. Định lý Poynting dạng phức

© TS. Lương Hữu Tuấn

12

3.1. Biểu diễn phức quá trình điều hòa

- quá trình điều hòa vừa có tính cơ bản vừa có tính thực tế
- biểu thức :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{i}_x E_{mx}(x, y, z) \cos[\omega t + \Psi_x(x, y, z)] + \dots$$

$$\dot{\vec{E}}_c = \vec{i}_x E_{mx} e^{j(\omega t + \Psi_x)} + \dots = e^{j\omega t} \dot{\vec{E}}$$

$$\dots \quad \vec{E} = \text{Re}\{\dot{\vec{E}}_c\} = \text{Re}\{\dot{\vec{E}} e^{j\omega t}\}$$

- trình tự tính toán :

- xác định vectơ biên độ phức $\dot{\vec{E}}$
- xác định vectơ phức tức thời $\dot{\vec{E}}_c = \dot{\vec{E}} e^{j\omega t}$
- xác định vectơ vật lý $\vec{E} = \text{Re}\{\dot{\vec{E}}_c\}$

- tính chất : ... $\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} \rightarrow j\omega \dot{\vec{X}}_c$

© TS. Lương Hữu Tuấn

13

3.2. Hệ Maxwell dạng phức

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \gamma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \rightarrow \text{rot} \dot{\vec{H}}_c &= (\gamma + j\omega \varepsilon) \dot{\vec{E}}_c \\ \text{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \rightarrow \text{rot} \dot{\vec{E}}_c &= -j\omega \mu \dot{\vec{H}}_c \\ \text{div} \vec{E} &= \rho / \varepsilon & \rightarrow \text{div} \dot{\vec{E}}_c &= \dot{\rho}_c / \varepsilon \\ \text{div} \vec{H} &= 0 & \rightarrow \text{div} \dot{\vec{H}}_c &= 0 \end{aligned}$$

- hệ Maxwell dạng phức :

$$\begin{aligned} \text{rot} \dot{\vec{H}} &= (\gamma + j\omega \varepsilon) \dot{\vec{E}} \\ \text{rot} \dot{\vec{E}} &= -j\omega \mu \dot{\vec{H}} \\ \text{div} \dot{\vec{E}} &= \dot{\rho} / \varepsilon \\ \text{div} \dot{\vec{H}} &= 0 \end{aligned}$$

không chứa yếu tố thời gian

© TS. Lương Hữu Tuấn

14

3.3. Hệ phương trình sóng dạng phức

- miền không chứa dòng & điện tích :

$$\begin{cases} \Delta \dot{A} + \frac{\omega^2}{v^2} \dot{A} = 0 \\ \Delta \dot{\phi} + \frac{\omega^2}{v^2} \dot{\phi} = 0 \end{cases}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

15

3.4. Định lý Poynting dạng phức (tự đọc)

- định lý Poynting dạng phức :

$$\text{vi phân : } -\text{div} \vec{\tilde{P}} = \langle p_J \rangle + j2\omega[\langle w_m \rangle - \langle w_e \rangle]$$

$$\text{tích phân : } -\oint_S \vec{\tilde{P}} d\vec{S} = \int_V \langle p_J \rangle dV + j2\omega \int_V [\langle w_m \rangle - \langle w_e \rangle] dV$$

- vectơ Poynting phức :

$$\begin{cases} \vec{\tilde{P}} = \frac{1}{2} \dot{\vec{E}} \times \vec{H}^* \\ \langle \vec{P} \rangle = \text{Re}\{\vec{\tilde{P}}\} \end{cases}$$

- mật độ trung bình :

$$\langle p_J \rangle = \frac{1}{2} \gamma E_m^2$$

$$\langle w_m \rangle = \frac{1}{4} \mu H_m^2$$

$$\langle w_e \rangle = \frac{1}{4} \epsilon E_m^2$$

$$E_m^2 = E_{mx}^2 + E_{my}^2 + E_{mz}^2$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

16

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
 - 4.1. Định nghĩa
 - 4.2. Thiết lập phương trình
 - 4.3. Đại lượng đặc trưng

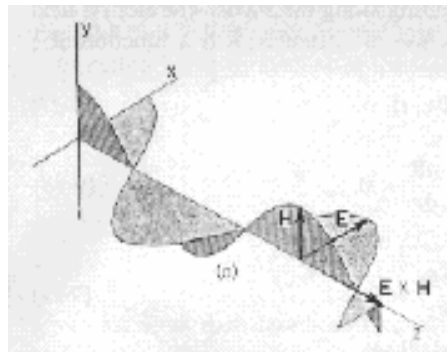
© TS. Lương Hữu Tuấn

17

4.1. Định nghĩa

Sóng điện từ phẳng đơn sắc có :

- mặt đồng pha phẳng \perp phương truyền
- \vec{E} , \vec{H} không đổi trên mặt đồng pha
- biến thiên điều hòa tần số ω xác định



© TS. Lương Hữu Tuấn

18

4.2. Thiết lập phương trình

- phương truyền là phương z
- giả thiết : $\vec{E} = \vec{E}(z) \perp \vec{i}_z, \vec{H} = \vec{H}(z) \perp \vec{i}_z$

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = (\gamma + j\omega\epsilon) \vec{E} & (I) \\ \text{rot} \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} & (II) \end{cases}$$

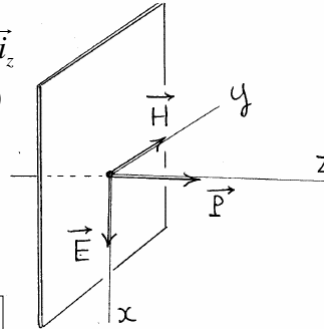
...

- xoay hệ tọa độ : $\dot{E}_y = 0 \Rightarrow \dot{H}_x = 0$
 $\Rightarrow \vec{E} = \dot{E} \vec{i}_x, \vec{H} = \dot{H} \vec{i}_y$

$$\begin{cases} \dot{E} = M_1 e^{-\Gamma z} + M_2 e^{\Gamma z} = \dot{E}^+ + \dot{E}^- \\ \dot{H} = \frac{M_1}{Z_c} e^{-\Gamma z} - \frac{M_2}{Z_c} e^{\Gamma z} = \dot{H}^+ - \dot{H}^- \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Gamma = \sqrt{j\omega\mu(\gamma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta \quad (\alpha > 0) \\ Z_c = j\omega\mu/\Gamma \end{cases}$$

$$Z_c = \dot{E}^+ / \dot{H}^+ = \dot{E}^- / \dot{H}^-$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

19

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
 - 4.1. Định nghĩa
 - 4.2. Thiết lập phương trình
 - 4.3. Đại lượng đặc trưng
 - Vận tốc pha
 - Hệ số truyền
 - Trở sóng
 - Bước sóng

© TS. Lương Hữu Tuấn

20

■ Vận tốc pha

Xét sóng điện tới : $\dot{E}^+ = M_1 e^{-\Gamma z}$

■ giả sử : $M_1 = m_1 \angle \varphi_1, \cos$

■ sóng điện : $\dot{E}^+ = m_1 e^{j\varphi_1} e^{-(\alpha + j\beta)z}$

$$\vec{E}^+ = m_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) \vec{i}_x$$

■ pha : $\omega t - \beta z + \varphi_1$

■ mặt đồng pha : $\omega t - \beta z + \varphi_1 = \text{const}, t = \text{const}$

mặt đồng pha là mặt $z = \text{const} \perp$ phương truyền

■ vận tốc pha : $v_p = dz/dt$

$$\omega dt - \beta dz + 0 = 0$$

$$v_p = \omega / \beta$$

$$v_p = -\omega / \beta$$

Xét sóng ngược :

© TS. Lương Hữu Tuấn

21

■ Hệ số truyền & Trở sóng & Bước sóng

■ Hệ số truyền

$$\Gamma = \sqrt{j\omega\mu(\gamma + j\omega\epsilon)} \equiv \alpha + j\beta \quad (1/m)$$

Sóng điện từ lan truyền với biên độ suy giảm theo qui luật $e^{-\alpha z}$

■ Trở sóng

$$Z_c = \frac{j\omega\mu}{\Gamma} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\gamma + j\omega\epsilon}} \equiv Z_0 \angle \varphi_0 \quad (\Omega)$$

■ Bước sóng

là khoảng cách giữa 2 điểm có hiệu pha bằng 2π

$$2\pi = (\omega t - \beta z_1 + \varphi_1) - (\omega t - \beta z_2 + \varphi_1)$$

$$2\pi = \beta(z_2 - z_1) = \beta\lambda$$

$$\lambda = 2\pi / \beta \quad (m)$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

22

■ Ghi chú

$$j\omega\tilde{\epsilon} = \gamma + j\omega\epsilon$$
$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - j\frac{\gamma}{\omega}$$

$$\left| \begin{array}{l} \Gamma = j\omega\sqrt{\mu\tilde{\epsilon}} \\ Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\tilde{\epsilon}}} \end{array} \right.$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

23

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
5. Sđtpđs truyền trong điện môi lý tưởng
 - 5.1. Đại lượng đặc trưng
 - 5.2. Nhận xét

© TS. Lương Hữu Tuấn

24

5.1. Đại lượng đặc trưng

■ giả sử :

- điện môi đồng nhất, lý tưởng ($\gamma = 0$)
- không giới hạn về phương truyền (không phản xạ)

■ Đại lượng đặc trưng :

Hệ số truyền : $\Gamma = \dots = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(\frac{1}{m}\right) \Rightarrow \alpha = 0, \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{v}$

Trở sóng : $Z_c = \dots = \sqrt{\mu/\epsilon} \in \mathbb{R} \quad (\Omega)$

Vận tốc pha : $v_p = \dots = v \quad (m/s)$

Bước sóng : $\lambda = \dots = 2\pi v/\omega = v/f \quad (m)$

■ Phân bố sóng : không có sóng phản xạ

giả sử $M_1 = m_1 \angle \varphi_1$

$$\dots \begin{cases} \vec{E}(z,t) = m_1 \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) \vec{i}_x & (V/m) \\ \vec{H}(z,t) = \frac{m_1}{Z_c} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) \vec{i}_y & (A/m) \end{cases}$$

25

© TS. Lương Hữu Tuấn

5.2. Nhận xét

■ sóng điện từ ngang TEM

■ do $\alpha = 0$ nên không có suy giảm sóng dọc theo ph.truyền

■ do Z_c thực nên

- sóng điện & sóng từ đồng pha ($Z_c = \frac{\dot{E}}{\dot{H}}$)

- $Z_c = \frac{E}{H} = \sqrt{\mu/\epsilon}$ (tức thời)

■ vận tốc pha cũng chính vận tốc truyền sóng

■ mật độ năng lượng :

NLTD = NLTT trong cùng thể tích

$$\frac{w_e}{w_m} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon E^2}{\frac{1}{2} \mu H^2} = \dots = 1$$

26

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
5. Sđtpđs truyền trong điện môi lý tưởng
6. Sđtpđs truyền trong vật dẫn tốt
 - 6.1. Đại lượng đặc trưng
 - 6.2. Nhận xét
 - 6.3. Độ xuyên sâu - hiệu ứng bề mặt

© TS. Lương Hữu Tuấn

27

6.1. Đại lượng đặc trưng

- giả sử :
 - vật dẫn đồng nhất, tốt ($\gamma \gg \omega\epsilon$)
 - không giới hạn về phương truyền (không phản xạ)
- Đại lượng đặc trưng :

$$\text{Hệ số truyền : } \Gamma = \dots = \sqrt{j\omega\mu\gamma} \left(\frac{\perp}{m}\right) \Rightarrow \alpha = \beta = \sqrt{\omega\mu\gamma/2}$$

$$\text{Trở sóng : } Z_c = \dots = \sqrt{\omega\mu/\gamma} \angle 45^\circ (\Omega)$$

$$\text{Vận tốc pha : } v_p = \dots = \sqrt{2\omega/(\mu\gamma)} \quad (m)$$

$$\text{Bước sóng : } \lambda = \dots = 2\pi\sqrt{2/(\omega\mu\gamma)} \quad (m)$$

- Phân bố sóng : không có sóng phản xạ

$$\text{Giả sử } M_1 = m_1 \angle \varphi_1$$

$$\dots \begin{cases} \vec{E}(z,t) = m_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) \vec{i}_x \quad (V/m) \\ \vec{H}(z,t) = \frac{m_1}{Z_0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1 - 45^\circ) \vec{i}_y \quad (A/m) \end{cases}$$

28

© TS. Lương Hữu Tuấn

6.2. Nhận xét

- sóng điện từ ngang
- do $\alpha \neq 0$ nên sóng suy giảm theo qui luật $e^{-\alpha z}$
 - độ xuyên sâu
 - hiệu ứng bề mặt
- Z_c phức :
 - sóng điện & sóng từ lệch pha nhau 45°
 - $Z_0 = E_m/H_m = \sqrt{\omega\mu/\gamma}$
- vận tốc pha khác vận tốc truyền sóng
- mật độ năng lượng (biên độ) : NLTD \ll NLTT

$$\frac{w_e}{w_m} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon E_m^2}{\frac{1}{2} \mu H_m^2} = \dots \ll 1$$

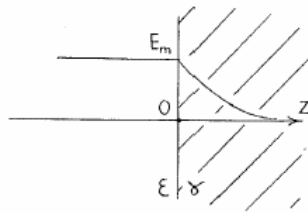
29

Chương 4 : Trường điện từ biến thiên

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
5. Sđtpđs truyền trong điện môi lý tưởng
6. Sđtpđs truyền trong vật dẫn tốt
 - 6.1. Đại lượng đặc trưng
 - 6.2. Nhận xét
 - 6.3. Độ xuyên sâu - hiệu ứng bề mặt
 - Độ xuyên sâu
 - Hiệu ứng bề mặt

30

■ Độ xuyên sâu



© TS. Lương Hữu Tuấn

- sóng giảm theo qui luật $e^{-\alpha z}$, chỉ thấm đến độ sâu nào đó
ví dụ : $z = \lambda$, biên độ giảm 540 lần
- độ xuyên sâu Δ : $z = \Delta$, biên độ giảm e lần

$$\Delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}} \quad (\text{m})$$

ví dụ : bạc $f = 1 \text{ MHz}$, $\Delta = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$
 $f = 10 \text{ GHz}$, $\Delta = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$

- coi như không có sóng điện từ bên trong vật dẫn tốt

31

■ Hiệu ứng bề mặt

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

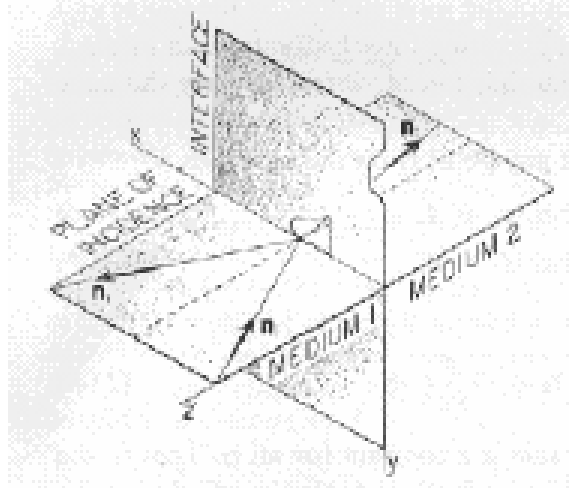
© TS. Lương Hữu Tuấn

- biên độ của mật độ dòng cũng suy giảm theo qui luật $e^{-\alpha z}$
- dòng điện tập trung chủ yếu trên bề mặt vật dẫn
- ứng dụng :
 - tôi bề mặt bằng dòng cao tần
 - khoét lõi kim loại ở tần số cao

32

7. Phản xạ & khúc xạ của sóng điện từ đơn sắc (tự đọc)

© TS. Lương Hữu Tuấn



33

Tóm tắt chương 4

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm chung
2. Thiết lập phương trình d'Alembert
3. Trường điện từ biến thiên điều hòa
4. Sóng điện từ phẳng đơn sắc
5. Sóng đơn sắc truyền trong điện môi lý tưởng
6. Sóng đơn sắc truyền trong vật dẫn tốt
7. Phản xạ & khúc xạ của sóng đơn sắc

34

Trường điện từ

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : Trường điện tĩnh
- Chương 3 : TĐT dừng
- Chương 4 : TĐT biến thiên
- Chương 5 : Bức xạ điện từ

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

Chương 5 : Bức xạ điện từ

1. Khái niệm
2. Nguyên tố anten thẳng
3. Nguyên tố anten vòng
4. Tính định hướng
5. Nguyên lý tương hỗ

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

1. Khái niệm

■ Bức xạ điện từ

- TĐT biến thiên lan truyền dưới dạng sóng điện từ
- Công suất điện từ phụ thuộc : độ lớn & tốc độ biến thiên của nguồn, cấu trúc nguồn và môi trường
- Ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật

■ Thế vectơ của dòng điện dây

$$I(t) \rightarrow \dot{I}_c = \dot{I} e^{j\omega t}$$

$$I(t - r/v) \rightarrow \dot{I}_c e^{j\omega(t-r/v)} = \dot{I}_c e^{-j\omega r/v}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_L \frac{1}{r} I(t - \frac{r}{v}) d\vec{l} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \int_L \frac{1}{r} \dot{I} e^{-jkr} d\vec{l}} \quad k = \omega/v = 2\pi/\lambda$$

■ Miền khảo sát

- miền gần (miền cảm ứng): $r \ll \lambda$
- miền xa (miền bức xạ): $r \gg \lambda$

Chương 5 : Bức xạ điện từ

1. Khái niệm

2. Nguyên tố anten thẳng

- Phân bố của trường điện từ
- Miền gần
- Miền xa

■ Phân bố của trường điện từ

Nguyên tố anten thẳng là dây dẫn thẳng, mảnh, chiều dài $l \ll \lambda$ và mang dòng điều hòa

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

như nhau trên toàn bộ anten

- Thế vectơ : $\dot{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \int_L \frac{1}{R} \dot{i} e^{-jkR} d\vec{l}_z \approx \frac{\mu \dot{i} e^{-jkr}}{4\pi r} \vec{l}_z$
- TĐT : $\dot{\vec{H}} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \dot{\vec{A}} = \dot{H}_\phi \vec{i}_\phi$
 $\dot{\vec{E}} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \text{rot} \dot{\vec{H}} = \dot{E}_r \vec{i}_r + \dot{E}_\theta \vec{i}_\theta \quad (I, \gamma = 0)$

$$\dot{H}_\phi = \frac{j k^2 \sin\theta}{4\pi} \left(\frac{j}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right) e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_r = -\frac{j k^3 \cos\theta}{2\pi\omega\epsilon} \left(\frac{j}{k^2 r^2} + \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_\theta = -\frac{j k^3 \sin\theta}{4\pi\omega\epsilon} \left(-\frac{1}{kr} + \frac{j}{k^2 r^2} + \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr}$$

5

■ Miền gần

Do $r \ll \lambda : \frac{\lambda}{2\pi r} = \frac{1}{kr} \ll \frac{1}{k^2 r^2} \ll \frac{1}{k^3 r^3}, e^{-jkr} \approx 1$

$$\dot{\vec{H}} = \dot{H}_\phi \vec{i}_\phi$$

$$\dot{\vec{E}} = \dot{E}_r \vec{i}_r + \dot{E}_\theta \vec{i}_\theta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{H}_\phi = \frac{j I \sin\theta}{4\pi r^2} \\ \dot{E}_r = -\frac{j I \cos\theta}{2\pi\omega\epsilon r^3} \\ \dot{E}_\theta = -\frac{j I \sin\theta}{4\pi\omega\epsilon r^3} \end{array} \right.$$

Sóng điện & sóng từ lệch pha nhau 90°, công suất điện từ trung bình bằng 0 : lan truyền công suất điện từ có tính dao động

6

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Miền xa

- Phân bố sóng
- Công suất bức xạ

© TS. Lương Hữu Tuấn

7

● Phân bố sóng

$$\text{Do } r \gg \lambda : \frac{\lambda}{2\pi r} = \frac{1}{kr} \gg \frac{1}{k^2 r^2} \gg \frac{1}{k^3 r^3} \Rightarrow \dot{\vec{H}} = \dot{H}_\phi \vec{i}_\phi, \dot{\vec{E}} = \dot{E}_\theta \vec{i}_\theta$$

$$\text{với } \dot{H}_\phi = \frac{j I k \sin \theta}{4\pi r} e^{-j\omega r/v}, \dot{E}_\theta = \frac{j I k^2 \sin \theta}{4\pi \omega \epsilon r} e^{-j\omega r/v}$$

$$\dots \dot{E}_\theta = Z_c \dot{H}_\phi, Z_c = \sqrt{\mu/\epsilon}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{2\lambda r} I_m \sin \theta \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} r + \psi + 90^\circ) \vec{i}_\phi$$

$$\vec{E} = Z_c \frac{1}{2\lambda r} I_m \sin \theta \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} r + \psi + 90^\circ) \vec{i}_\theta$$

Nhận xét :

- ◆ phương : sóng điện từ ngang
- ◆ biên độ : suy giảm theo qui luật $1/r$
- ◆ pha : mặt đồng pha là mặt cầu
... $v_p = v$
- ◆ tính định hướng : do biên độ $\sim \sin \theta$
bức xạ cực đại khi $\theta=90^\circ$ và cực tiểu khi $\theta=0^\circ, 180^\circ$

© TS. Lương Hữu Tuấn

8

● Công suất bức xạ

◆ Vectơ Poynting : $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = P_r \vec{i}_r$

$$P_r = Z_c H^2 \geq 0$$

Nhận xét : Bức xạ luôn truyền từ ‘nguồn’ ra miền bxa

$$P_r = Z_c \frac{l^2 I_m^2 \sin^2 \theta}{4 \lambda^2 r^2} \cos^2 \left(\omega t - \frac{\omega}{v} r + \psi + 90^\circ \right)$$

$$\langle P_r \rangle = Z_c \frac{l^2 I_m^2 \sin^2 \theta}{8 \lambda^2 r^2}$$

◆ Công suất bức xạ : cs điện từ trung bình gửi qua 1 mặt cầu tâm là nguyên tố anten ($r \gg \lambda$)

$$P_{bx} = \oint_S \langle \vec{P} \rangle d\vec{S} = \oint_S \langle P_r \rangle dS$$

$$\dots \quad P_{bx} = \frac{1}{3} \pi Z_c I_m^2 (l/\lambda)^2$$

$$P_{bx} = \frac{1}{2} R_{bx} I_m^2, R_{bx} = \frac{2}{3} \pi Z_c (l/\lambda)^2$$

Nhận xét : P_{bx} tỉ lệ nghịch với λ^2 , $\sim f^2$: dùng cao tần

9

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 5 : Bức xạ điện từ

1. Khái niệm
2. Nguyên tố anten thẳng
3. Nguyên tố anten vòng (tự đọc)
4. Tính định hướng

Tính định hướng là khả năng tập trung bức xạ vào 1 hướng và yếu đi ở những hướng khác

- Cường độ bức xạ
- Cường độ bức xạ chuẩn
- Độ định hướng

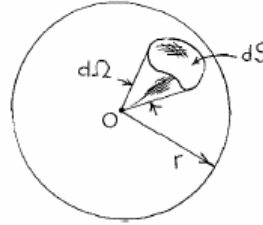
© TS. Lương Hữu Tuấn

10

■ Cường độ bức xạ u

là công suất điện từ trung bình gửi trên 1 đơn vị góc đặc theo hướng khảo sát

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} \text{ (steradian)}$$



$$u = \langle P_r \rangle dS / d\Omega = \langle P_r \rangle r^2 \text{ (W / sterad)}$$

Ví dụ : nguyên tố anten thẳng

$$\langle P_r \rangle = Z_c \frac{l^2 I_m^2 \sin^2 \theta}{8\lambda^2 r^2} \Rightarrow u = Z_c \frac{l^2 I_m^2 \sin^2 \theta}{8\lambda^2}$$

$u = u(\theta, \phi)$ thường độc lập với r

11

■ Cường độ bức xạ chuẩn u_n

$$u_n = u / u_{\max}$$

Ví dụ : nguyên tố anten thẳng

$$u = Z_c \frac{l^2 I_m^2 \sin^2 \theta}{8\lambda^2}$$

$$\Rightarrow u_{\max} = Z_c \frac{l^2 I_m^2}{8\lambda^2}$$

$$\Rightarrow u_n = \sin^2 \theta$$

12

■ Độ định hướng D

$$D = u_{n\max} / u_{n\text{tb}}$$

$$\dots u_{n\text{tb}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} u_n \sin \theta d\theta d\phi$$

$$D = \frac{4\pi u_{n\max}}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} u_n \sin \theta d\theta d\phi}$$

Ví dụ : nguyên tố anten thẳng có

$$u_n = \sin^2 \theta, u_{n\max} = 1$$

$$u_{n\text{tb}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi = \dots = 2/3$$

$$D = u_{n\max} / u_{n\text{tb}} = 1,5$$

Cường độ bức xạ cực đại sẽ gấp 1,5 lần cường độ bức xạ trung bình khi bức xạ rãi đều theo mọi hướng

13

© TS. Lương Hữu Tuấn

Chương 5 : Bức xạ điện từ

1. Khái niệm
2. Nguyên tố anten thẳng
3. Nguyên tố anten vòng
4. Tính định hướng
5. Nguyên lý tương hỗ (tự đọc)

© TS. Lương Hữu Tuấn

14

Trường điện từ

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : Trường điện tĩnh
- Chương 3 : TĐT dừng
- Chương 4 : TĐT biến thiên
- Chương 5 : Bức xạ điện từ
- Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

1

Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm về ods
2. Ods hình chữ nhật
3. Ods hình trụ tròn
4. Hệ số tắt dần trong ods thực
5. Hộp cộng hưởng

2

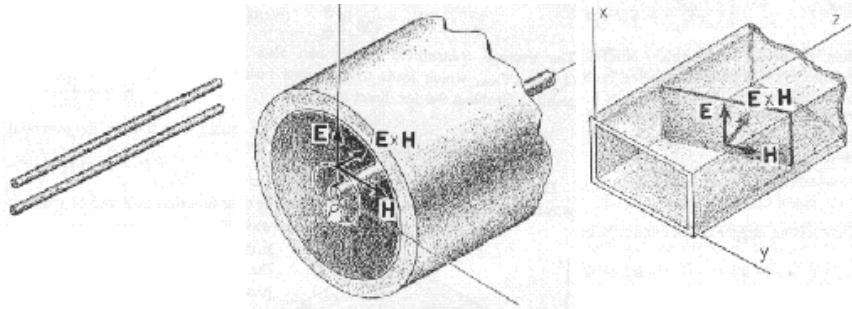
Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

1. Khái niệm về ods

1.1. Hệ thống dẫn truyền định hướng

1.2. Tần số tới hạn & Sóng ngang

© TS. Lương Hữu Tuấn



3

1.1. Hệ thống dẫn truyền định hướng

là hệ thống dẫn truyền bức xạ điện từ theo 1 hướng nhất định

- Khi f tăng, tổn hao (bức xạ & nhiệt) tăng theo
- Dây song hành : dải sóng m
 - tổn hao bức xạ tăng do kgian bức xạ không giới hạn
 - tổn hao nhiệt tăng do hiệu ứng bề mặt & do tổn hao đmôi
- Cáp đồng trục : dải sóng dm
 - tổn hao bức xạ không đáng kể do kgian bức xạ giới hạn
 - tổn hao nhiệt tăng
- **Ống dẫn sóng** : dải sóng cm
 - tổn hao bức xạ không đáng kể do kgian bức xạ giới hạn
 - tổn hao nhiệt không đáng kể do $\gamma_{th} = \infty$ & $\gamma_{dm} = 0$

© TS. Lương Hữu Tuấn

4

1.2. Tần số tới hạn & Sóng ngang

- Tần số tới hạn f_{th} :
 - Sóng lan truyền không tổn hao khi $f > f_{th}$
 - Tần số tới hạn tỉ lệ nghịch với kích thước của ods
Do đó ods chỉ dùng ở tần số cao
- Sóng ngang : Giả sử phương truyền là phương z
Sóng điện từ tổng quát là tổng của :
 - Sóng điện ngang TE : $E_z = 0$, $H_z \neq 0$
 - Sóng từ ngang TM : $E_z \neq 0$, $H_z = 0$

© TS. Lương Hữu Tuấn

5

Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

1. Khái niệm về ods

2. Ods hình chữ nhật

Giả sử ods có : tiết diện hcn, chiều dài rất lớn, không tổn hao ($\gamma_{th} = \infty$ & $\gamma_{dm} = 0$), biến thiên điều hòa

2.1. Thiết lập phương trình & điều kiện biên

2.2. Sóng từ ngang TM

2.3. Sóng điện ngang TE

2.4. Tính chất của ods

© TS. Lương Hữu Tuấn

6

2.1. Thiết lập phương trình & điều kiện biên (1)

■ Thiết lập phương trình

Giả sử phương truyền là phương z.

Do ods rất dài nên sóng chỉ truyền theo một phương : $k = \pm j\beta$

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y)e^{-kz}, \vec{H} = \vec{H}_0(x, y)e^{-kz} \Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \dots = -k\vec{E}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} = \dots = -k\vec{H}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} \\ \text{rot} \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{E}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} - j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right) \\ \dot{E}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right) \\ \dot{H}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} + j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \right) \\ \dot{H}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \right) \end{array} \right.$$

$$K_c^2 = k^2 + \omega^2 \mu \epsilon = -\beta^2 + \frac{\omega^2}{v^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{E}_z = 0 \\ \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{H}_z = 0 \end{array} \right.$$

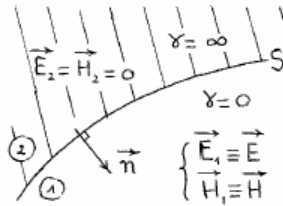
7

2.1. Thiết lập phương trình & điều kiện biên (2)

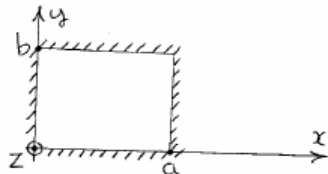
■ Điều kiện biên

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1t} = E_{2t} \\ B_{1n} = B_{2n} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_t = 0 \\ B_n = 0 \end{array} \right.$$



© TS. Lương Hữu Tuấn



$$E_z(x, 0, z) = 0$$

8

2.2. Sóng từ ngang TM (1)

$$\dot{H}_z = 0: \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{E}_z = 0$$

$$\dot{E}_z = X(x).Y(y).e^{-kz} (s.v.)$$

$$Y e^{-kz} \frac{d^2 X}{dx^2} + X e^{-kz} \frac{d^2 Y}{dy^2} + K_c^2 X Y e^{-kz} = 0$$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + K_c^2 = 0$$

$$\begin{cases} \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -M^2 \\ \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -N^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = A \sin(Mx + \varphi) \\ Y = B \sin(Ny + \psi) \end{cases}$$

$$K_c^2 = M^2 + N^2$$

$$\dot{E}_z = C \sin(Mx + \varphi) \sin(Ny + \psi) e^{-kz}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_z(x=0) = 0 \\ \dot{E}_z(y=0) = 0 \\ \dot{E}_z(x=a) = 0 \\ \dot{E}_z(y=b) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \\ \psi = 0 \\ Ma = m\pi \\ Nb = n\pi \end{cases}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

9

2.2. Sóng từ ngang TM (2)

$$\dot{E}_z = C \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-kz}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} - j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right) = \frac{-k}{K_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \\ \dot{E}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right) = \frac{-k}{K_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \\ \dot{H}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} + j\omega\varepsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \right) = \frac{j\omega\varepsilon}{K_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \\ \dot{H}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-k \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - j\omega\varepsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \right) = \frac{-j\omega\varepsilon}{K_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \end{cases}$$

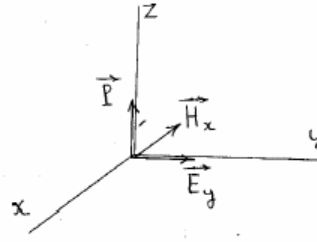
© TS. Lương Hữu Tuấn

10

2.2. Sóng từ ngang TM (3)

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= -\frac{Ck}{K_c^2} \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{E}_y &= -\frac{Ck}{K_c^2} \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{E}_z &= C \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{H}_x &= -\frac{1}{Z_{TM}} \dot{E}_y \\ \dot{H}_y &= \frac{1}{Z_{TM}} \dot{E}_x \\ \dot{H}_z &= 0\end{aligned}$$



$$Z_{TM} = \frac{k}{j\omega\epsilon} = \frac{\pm\beta_{mn}}{\omega\epsilon}$$

$$K_c^2 = -\beta_{mn}^2 + \frac{\omega^2}{v^2} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\beta_{mn} = \sqrt{(\omega/v)^2 - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$$

■ Nhận xét :

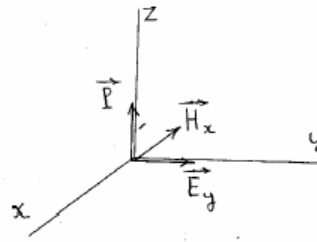
- vô số kiểu sóng TM_{mn} : TM_{11} , TM_{12} , TM_{32} ...
- không tồn tại TM_{mn} ứng với $m = 0$ hay $n = 0$

11

2.3. Sóng điện ngang TE

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\begin{aligned}\dot{H}_x &= \frac{Ck}{K_c^2} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{H}_y &= \frac{Ck}{K_c^2} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{H}_z &= C \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-kz} \\ \dot{E}_x &= Z_{TE} \dot{H}_y \\ \dot{E}_y &= -Z_{TE} \dot{H}_x \\ \dot{E}_z &= 0\end{aligned}$$



$$Z_{TE} = \frac{j\omega\mu}{k} = \frac{\omega\mu}{\pm\beta_{mn}}$$

$$\beta_{mn} = \sqrt{(\omega/v)^2 - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$$

■ Nhận xét :

- vô số kiểu sóng TE_{mn} : TE_{01} , TE_{12} ...
- TE_{mn} ứng với $m = 0$ và $n = 0$ không lan truyền

12

2.4. Tính chất của ods

1. Tần số tới hạn :

Lan truyền không tổn hao $\Rightarrow k = \pm j\beta_{mn}$ thuần ảo

$$\dots \omega > \omega_{th} = \pi v \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}$$

$$f > f_{th} = \frac{1}{2\pi} \omega_{th}, \lambda < \lambda_{th} = v/f_{th}$$

2. Vận tốc pha trong ods :

$$v_{mn} = \omega/\beta_{mn} = v/\sqrt{1 - (f_{th}/f)^2} \geq v$$

3. Bước sóng trong ods :

$$\lambda_{mn} = 2\pi/\beta_{mn} = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{th})^2} \geq \lambda$$

4. Phân bố đường sức : đsức điện & từ lặp lại nhưng đảo chiều

- sau 1 khoảng a/m dọc theo trục x
- sau 1 khoảng b/n dọc theo trục y
- sau 1 khoảng $\lambda_{mn}/2$ dọc theo trục z

© TS. Lương Hữu Tuấn

13

Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

1. Khái niệm về ods

2. Ods hình chữ nhật

3. Ods hình trụ tròn

4. Hệ số tắt dần trong ods thực

4.1. Thiết lập công thức

4.2. Hệ số tắt dần trong ods thực hcn (tự đọc)

4.3. Hệ số tắt dần trong ods thực htt (tự đọc)

© TS. Lương Hữu Tuấn

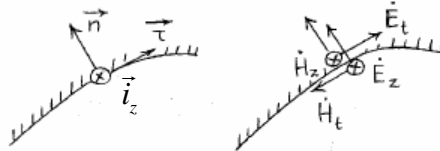
14

4.1. Thiết lập công thức

Thực tế, $\gamma_{th} < \infty$ và $\gamma_{dm} \neq 0$: biên độ giảm theo qui luật $e^{-\alpha z}$

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y)e^{-\alpha z}e^{-j\beta z}, \vec{H} = \vec{H}_0(x, y)e^{-\alpha z}e^{-j\beta z}$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \int_{S_{ng}} \text{Re}\{\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*\}_z dS \Rightarrow \dots \frac{d\langle P \rangle}{dz} = -2\alpha \langle P \rangle \Rightarrow \alpha = \frac{-\frac{d\langle P \rangle}{dz}}{2\langle P \rangle}$$



$$\dot{E}_t = Z\dot{H}_z, \dot{E}_z = -Z\dot{H}_t, Z = \sqrt{\omega\mu/\gamma} \angle 45^\circ$$

$$-\frac{d\langle P \rangle}{dz} = \frac{1}{2} \int_{S_{th0}} \text{Re}\{\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*\}_n dS = \dots = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}} \oint_{C_{ng}} H_t^2 dl$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}} \frac{\oint_{C_{ng}} H_t^2 dl}{\int_{S_{ng}} \text{Re}\{\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*\}_z dS} \quad (\text{Np/m})$$

15

Chương 6 : Ống dẫn sóng - Hộp cộng hưởng

1. Khái niệm về ods
2. Ods hình chữ nhật
3. Ods hình trụ tròn
4. Hệ số tắt dần trong ods thực
5. Hộp cộng hưởng
 - 5.1. Khái niệm
 - 5.2. Hch hình chữ nhật không tổn hao

16

5.1. Khái niệm

HCH là hộp kim loại dẫn điện tốt, bên trong là điện môi tốt.

- Hai thông số quan trọng của hệ thống cộng hưởng :
 - tần số cộng hưởng
 - độ phẩm chất Q

$$Q = 2\pi \frac{W}{\langle W_d \rangle}$$

- Khác với mạch RLC :
 - TĐ & TT liên hệ chặt chẽ với nhau
 - $Q_{\text{hch}} \gg Q_{\text{RLC}}$

© TS. Lương Hữu Tuấn

17

5.2. Hch hình chữ nhật không tổn hao

Hộp cộng hưởng có $\gamma_{\text{th}} = \infty$ & $\gamma_{\text{dm}} = 0$

Sử dụng các công thức của ods bằng cách xét đồng thời sóng thuận & nghịch gây ra trên các mặt $z = 0$ & $z = c$

- Sóng TE_{mnp}
- Sóng TM_{mnp}
- Nhận xét

© TS. Lương Hữu Tuấn

18

■ Sóng TE_{mnp}

$$\dot{E}_x = \frac{j\omega\mu}{K_c^2} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} (C_1 e^{-j\beta_{mn}z} + C_2 e^{j\beta_{mn}z})$$

$$\dot{E}_x(x, y, 0) = \dot{E}_x(x, y, c) = 0$$

$$\dots \quad \beta_{mn} = \frac{p\pi}{c} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\dot{H}_x = -\frac{A}{K_c^2} \frac{p\pi}{c} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{H}_y = -\frac{A}{K_c^2} \frac{p\pi}{c} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{H}_z = A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{c}$$

...

$$\dot{E}_x = \frac{A}{K_c^2} j\omega\mu \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{E}_y = -\frac{A}{K_c^2} j\omega\mu \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{E}_z = 0$$

Điều kiện :

- m, n không đồng thời bằng 0
- p khác 0

19

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Sóng TM_{mnp}

$$\dot{E}_x = -\frac{A}{K_c^2} \frac{p\pi}{c} \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{E}_y = -\frac{A}{K_c^2} \frac{p\pi}{c} \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{E}_z = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{H}_x = \frac{A}{K_c^2} j\omega\epsilon \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{H}_y = -\frac{A}{K_c^2} j\omega\epsilon \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{c}$$

$$\dot{H}_z = 0$$

Điều kiện :

- m, n khác 0

20

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Nhận xét

- vô số tần số cộng hưởng

$$\frac{p\pi}{c} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\omega_{mnp} = \pi v \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}$$

- sóng điện & từ lệch pha nhau 90° :
chuyển hóa năng lượng

$$W_0 = W_e + W_m = \text{const} = W_{e\max} = W_{m\max}$$

Tóm tắt chương 6

1. Khái niệm về ods
2. Ods hình chữ nhật
3. Ods hình trụ tròn
4. Hệ số tắt dần trong ods thực
5. Hộp cộng hưởng

Bài tập Trường điện từ

Người soạn: Lê Minh Cường
[lmcuong@hcmut.edu.vn]

(Năm học 2007 – 2008)

- Chương 1: Các khái niệm và luật cơ bản.
- Chương 2: Trường điện tĩnh.
- Chương 3: Trường điện từ dừng.

- Chương 4: Trường điện từ biến thiên.
- Chương 5: Bức xạ điện từ.
- Chương 6: Ống dẫn sóng
- Hộp cộng hưởng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trường điện từ , Ngô Nhật Ảnh – Trương Trọng Tuấn Mỹ , NXB ĐHQG TP HCM , 2000 .
2. Bài Tập Trường điện từ , Ngô Nhật Ảnh – Trương Trọng Tuấn Mỹ , NXB ĐHQG TP HCM , 2000 .
3. Elements of Engineering Electromagnetics (second edition) , Nannapaneni Narayana Rao , Prentice-Hall , 1987.
4. Electromagnetic : concepts & applications (second edition) , Stanley V.Marshall & Gabriel G.Skitek , Prentice-Hall , 1987.
5. Electromagnetics (fourth edition) , John D.Kraus , McGraw-Hill , 1991.
6. Schaum's Outline of Theory and Problems of Electromagnetics (second edition) , Joseph A.Edminister , McGraw-Hill , 1993.
7. Engineering Electromagnetics (seventh edition) , William H. Hayt, Jr. and John A. Buck , McGraw-Hill , 2006.

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.1: Cho 2 vectơ : $\vec{A} = \vec{i}_x + \vec{i}_y$; $\vec{B} = \vec{i}_x + 2\vec{i}_y - 2\vec{i}_z$

Tìm : $\vec{A} + \vec{B}$; i_B ; $\vec{A} \cdot \vec{B}$; $\vec{A} \times \vec{B}$; β : góc nhọn hợp bởi 2 vectơ \vec{A} & \vec{B}

\vec{n} : vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa \vec{A} & \vec{B}

(ĐS: $2\vec{i}_x + 3\vec{i}_y - 2\vec{i}_z$; $\frac{1}{3}(\vec{i}_x + 2\vec{i}_y - 2\vec{i}_z)$; 3 ; $-2\vec{i}_x + 2\vec{i}_y + \vec{i}_z$; $\frac{\pi}{4}$; $\pm \frac{1}{3}(-2\vec{i}_x + 2\vec{i}_y + \vec{i}_z)$)

1.2 : Tìm điện tích chứa trong quả cầu, bán kính $1/\pi$ (cm), có mật độ điện tích phân bố khối $\rho = 1/r^2$ (C/m³) ?

(ĐS: $4 \cdot 10^{-2}$ (C))

1.3 : Đĩa tròn , bán kính a, nằm trong mặt phẳng Oxy, tâm tại gốc tọa độ , mang điện với mật độ mặt : $\sigma = 4\pi\epsilon_0/r$ [C/m²]. Tìm điện tích Q của đĩa ?

(ĐS: $8\pi^2\epsilon_0 a$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.4 : Cho hàm vô hướng $U = xy$, tìm vectơ đơn vị vuông góc với mặt $U = xy = 2$ tại điểm $P(2,1,0)$ bằng 2 cách :

+ Dùng tích có hướng của 2 vectơ tiếp tuyến với mặt tại P ?

+ Dùng khái niệm gradient ?

Tìm tốc độ biến đổi cực đại của hàm U tại P ?

$$\text{(ĐS: } \vec{i}_n = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} (\vec{i}_x + 2\vec{i}_y) \text{). Tốc độ biến đổi max = } \sqrt{5} \text{)}$$

1.5 : Cho hàm vô hướng $U = r^2 \sin(2\phi)$ trong hệ trụ, tìm tốc độ tăng của hàm này theo hướng của vectơ $\vec{A} = (\vec{i}_r + \vec{i}_\phi)$ tại điểm $P(2, \pi/4, 0)$?

$$\text{(ĐS: } 2\sqrt{2} \text{)}$$

1.6 : Tìm div của các trường vectơ: a) $\vec{A} = ((x^2 - y^2)\vec{i}_x - 2xy\vec{i}_y + 4\vec{i}_z)$

$$b) \vec{A} = (r \cos \phi \vec{i}_r - r \sin \phi \vec{i}_\phi) \text{ (Hệ trụ)}$$

$$c) \vec{A} = (r^2 \vec{i}_r + r \sin \theta \vec{i}_\theta) \text{ (Hệ cầu)}$$

$$\text{(ĐS: a) } 0 \text{ ; b) } \cos \phi \text{ ; c) } 4r + 2 \cos \theta \text{)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.7 : Tìm rot của các trường vectơ: a) $\vec{A} = \left(y \vec{i}_x - x \vec{i}_y \right)$

b) $\vec{A} = \left(2r \cos \phi \vec{i}_r + r \vec{i}_\phi \right)$ (Hệ trụ)

c) $\vec{A} = \left(\frac{e^{-r}}{r} \vec{i}_\theta \right)$ (Hệ cầu)

(ĐS: a) $-2 \vec{i}_z$; b) $2(1 + \sin \phi) \vec{i}_z$; c) $-\frac{e^{-r}}{r} \vec{i}_\phi$)

1.8 : Dùng định lý Stokes, tìm lưu số của vectơ : $\vec{F} = \left((x + y) \vec{i}_x + (x - z) \vec{i}_y + (y + z) \vec{i}_z \right)$

trên chu vi tam giác ABC theo chiều ABC với : A(0,0,0) ; B(0,1,0) ; C(0,0,1) ?

(ĐS: 1)

1.9 : Dùng định lý Divergence, tìm thông lượng của vectơ vị trí gởi qua một mặt trụ kín đáy tròn bán kính a, tâm tại gốc tọa độ, cao h, trục hình trụ trùng trục z ?

(ĐS: $3\pi a^2 h$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.10 : Trường điện có vectơ cảm ứng điện cho trong hệ trụ :

$$\vec{D} = \begin{cases} kr^2 \vec{i}_r & r < R \\ \frac{kR^3}{r} \vec{i}_r & r > R \end{cases} ; k, R = \text{const}$$

Tìm mật độ điện tích khối tự do ρ trong 2 miền và mật độ điện tích mặt tự do σ trên mặt $r = R$?

$$\text{(ĐS: } \rho = \begin{cases} 3kr & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} ; \sigma(r = R) = 0 \text{)}$$

1.11 : Trường từ dừng (không thay đổi theo thời gian) có vectơ cường độ trường từ cho trong hệ trụ :

$$\vec{H} = \begin{cases} gr \vec{i}_\phi & r < R \\ \frac{gR^2}{r} \vec{i}_\phi & r > R \end{cases} ; g, R = \text{const}$$

Tìm vectơ mật độ dòng khối trong 2 miền và mật độ dòng mặt trên mặt $r = R$?

$$\text{(ĐS: } \vec{J} = \begin{cases} 2g \vec{i}_z & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} ; J_s(r = R) = 0 \text{)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.12 : Trong không gian ($\mu = \text{const}$) tồn tại trường từ dừng (không thay đổi theo thời gian) có vectơ cảm ứng từ cho trong hệ trụ :

Tìm vectơ mật độ dòng khối trong các miền , vectơ mật độ dòng mặt trên các mặt $r = a$ và $r = b$?

$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu I r}{2\pi a^2} \vec{i}_\phi & r < a \\ \frac{\mu I}{2\pi r} \vec{i}_\phi & a < r < b \\ 0 & b < r \end{cases} ; I, a, b = \text{const}$$

(ĐS:

$$\vec{J} = \begin{cases} \frac{I}{\pi a^2} \vec{i}_z & r < a \\ 0 & a < r < b \\ 0 & b < r \end{cases} ; \vec{J}_s = \begin{cases} -\frac{I}{2\pi b} \vec{i}_z & r = b \\ 0 & r = a \end{cases})$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.13 : Trong miền $\varepsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, không có điện tích tự do và dòng điện dẫn , tồn tại một trường điện từ biến thiên tần số góc ω có vectơ cường độ trường từ cho trong hệ tọa độ Descartes như sau :

$$\vec{H} = -C \cdot \frac{\beta a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \vec{i}_x + C \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \vec{i}_z$$

trong đó C , a , β là các hằng số .

Tìm vectơ cường độ trường điện của trường điện từ biến thiên trên ?

Chứng minh :
$$\beta^2 + \frac{\pi^2}{a^2} = \omega^2 \varepsilon \mu$$

(ĐS:
$$\vec{E} = \frac{Ca}{\omega \pi \varepsilon_0} \left(\beta^2 + \frac{\pi^2}{a^2} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \vec{i}_y$$
)

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.14 : Khung dây 100 vòng, hình vuông cạnh 25cm, trong mặt phẳng xOy. Tìm sức điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây biết cảm ứng từ tồn tại trong không gian có biểu thức :

a) $\vec{B} = 20.e^{-3t}\vec{i}_z$ (T) b) $\vec{B} = 20 \cos(x) \cos(10^3 t)\vec{i}_z$ (T)

(ĐS: a) $375e^{-3t}$ V b) $124,7\sin(10^3 t)$ kV)

1.15 : Dây dẫn bằng đồng , có $\gamma = 5,8.10^7$ (S/m) , $\epsilon = \epsilon_0 = 8,842$ (pF/m) , dạng hình trụ , đường kính $d = 1$ mm, mang dòng hình sin, biên độ 1 A, tần số 50 Hz. Tính mật độ dòng dẫn và dòng dịch trong dây dẫn ? Nhận xét ?

(ĐS: $J = 1,27.10^6.\sin(100\pi t)$; $J_{\text{dịch}} = 6,1.10^{-11}.\cos(100\pi t)$ (A/m²) . $J \gg J_{\text{dịch}}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.16 : Biết :

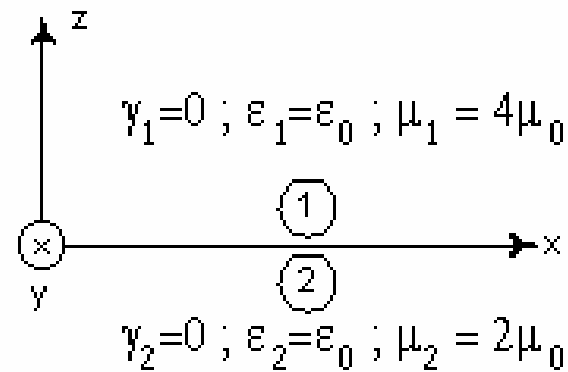
$$\vec{B}_1 = B_0 \left(2 \vec{i}_x + 4 \vec{i}_y + 5 \vec{i}_z \right) \left(\frac{Wb}{m^2} \right) \quad (B_0 = \text{const})$$

Và mặt phân cách có vectơ mật độ dòng mặt :

$$\vec{J}_s = \frac{B_0}{\mu_0} \left(\vec{i}_x - 2 \vec{i}_y \right) \left(\frac{A}{m} \right)$$

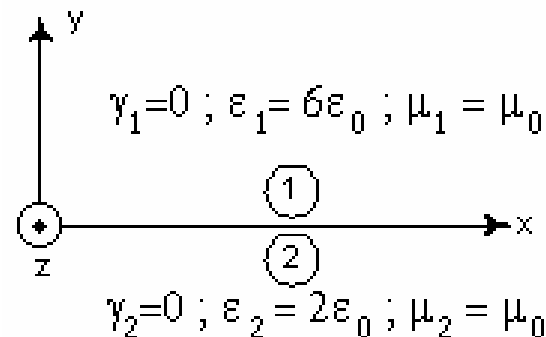
Tìm \vec{B}_2 trên mặt phân cách ?

(ĐS: $\vec{B}_2 = B_0 \left(5 \vec{i}_x + 4 \vec{i}_y + 5 \vec{i}_z \right) \left(\frac{Wb}{m^2} \right)$)



1.17 : Tại điểm P trên mặt phân cách 2 môi trường điện môi, về phía môi trường 1, vectơ E_1 có : $E_{1x} = 10^4$; $E_{1y} = 5.10^3$ (V/m) ; $E_{1z} = 0$. Giả sử trên mặt phân cách không tồn tại điện tích tự do, tìm \vec{E}_2 ; \vec{D}_2 trên mặt phân cách ?

(ĐS: $\vec{E}_2 = \left(10^4 \vec{i}_x + 15.10^3 \vec{i}_y \right) \left(\frac{V}{m} \right)$)



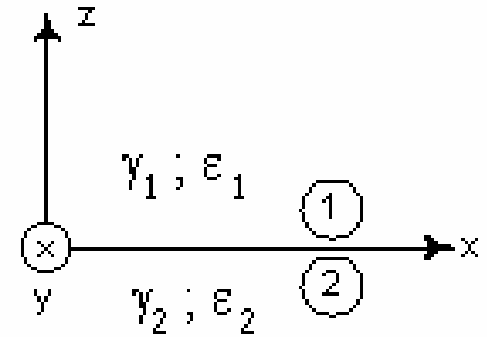
BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.18 : Cho môi trường 1 có : $\gamma_1 = \gamma_0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$; môi trường 2 có : $\gamma_2 = 3.\gamma_0$, $\varepsilon_2 = 4.\varepsilon_0$, với $\gamma_0 = \text{const}$. Giả sử trường không phụ thuộc thời gian và đều trong 2 miền, và :

$$\vec{J}_1 = J_0 \left(\vec{i}_x + 2 \vec{i}_y + 9 \vec{i}_z \right) \left(\frac{A}{m^2} \right) ; J_0 = \text{const}$$

Tìm vectơ cường độ trường điện trong môi trường 2 và mật độ điện tích tự do mặt trên mặt phân cách ?

(ĐS: $\vec{E}_2 = \frac{J_0}{\gamma_0} \left(\vec{i}_x + 2 \vec{i}_y + 3 \vec{i}_z \right) ; \sigma = -3\varepsilon_0 \frac{J_0}{\gamma_0}$)



1.19 : Hai môi trường bán vô hạn phân cách bởi mặt (S) có phương trình : $3x + 4y = 4$. Môi trường 1 chứa gốc tọa độ có $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$; môi trường 2 có $\varepsilon_2 = 5\varepsilon_0$. Cho biết vectơ cường độ trường điện trong môi trường 1 tại mặt S là :

$$\vec{E}_1 = \left(4 \vec{i}_x + 2 \vec{i}_y \right) \left(\frac{V}{m} \right)$$

và trên mặt S có điện tích tự do phân bố với mật độ mặt $\sigma = 4,75.\varepsilon_0$ (C/m²).

Tìm vectơ cường độ trường điện trong môi trường 2 tại mặt S ?

(ĐS: $\vec{E}_2 = 2,65 \vec{i}_x + 0,2 \vec{i}_y$ (V/m))

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.20 : Cáp đồng trục, có bán kính lõi là a , bán kính vỏ là b . Trong không gian giữa lõi và vỏ tồn tại trường điện từ có các vectơ cho trong hệ trụ :

$$\vec{E} = \frac{E_0}{r} \vec{i}_r ; \vec{H} = \frac{H_0}{r} \vec{i}_\phi$$

Tính công suất điện từ truyền dọc cáp ?

(ĐS: $P = 2\pi E_0 H_0 \ln(b/a)$)

1.21 : Trên bề mặt của dây dẫn điện hình trụ tròn , trường điện từ có :

$$\vec{E} = \frac{I}{\gamma S} \vec{i}_z ; \vec{H} = \frac{I}{2\pi a} \vec{i}_\phi$$

Với : I , γ , S , a : cường độ dòng điện, độ dẫn điện, tiết diện và bán kính dây dẫn.

Xác định :

a) Vectơ Poynting ?

b) Công suất điện từ đưa vào đoạn dây dẫn dài L , suy ra điện trở của đoạn dây ?

(ĐS: $\vec{P} = -\frac{I^2}{2\pi a \gamma S} \vec{i}_r ; P_{dt} = \frac{I^2 L}{\gamma S} ; R = \frac{P_{dt}}{I^2} = \frac{L}{\gamma S}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.1: Thế điện của trường điện tĩnh phân bố trong hệ cầu :
(biết $a, R = \text{const}$)

$$\varphi = \begin{cases} a & r < R \\ \frac{aR}{r} & r > R \end{cases}$$

Tìm vectơ cường độ trường điện ?

(ĐS: $\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{aR}{r^2} \vec{i}_r & r > R \end{cases}$)

2.2: Thế điện của trường điện tĩnh phân bố
trong hệ trụ (biết $a, b, R = \text{const}$) :

$$\varphi = \begin{cases} a(3R-2r).r.\cos\phi & r < R \\ \frac{aR^3}{r} \cos\phi & r > R \end{cases}$$

Tìm mật độ điện tích khối tự do ?
(biết $\epsilon = \text{const}$)

(ĐS: $\rho = \begin{cases} 6a\epsilon\cos\phi & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.3: Tìm hiệu thế điện giữa 2 điểm A(0, 22,7, 99) và B(1, 1, 1) biết cường độ trường điện có dạng :

$$\vec{E} = yz \vec{i}_x + zx \vec{i}_y + xy \vec{i}_z$$

Bằng 2 cách :

- Xác định biểu thức của thế điện ?
- Chọn đường thích hợp từ A đến B cho việc tính tích phân đường ?

(ĐS: 1 V)

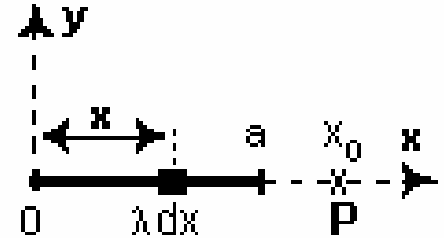
2.4: Giữa 2 điện cực phẳng hình vuông , cạnh $l = 0,1$ m, cách nhau $d = 5$ mm, là môi trường có $\epsilon = \epsilon_0$ tồn tại thế điện : $\varphi = ax^3 + bx^2 + cx$ với : $a = -6,28.10^8$ (V/m³), $b = -9,24.10^5$ (V/m²), $c = -12.10^2$ (V/m). Bỏ qua hiệu ứng mép, tìm điện tích toàn phần của không gian giữa 2 điện cực ?

(ĐS: $Q = -\epsilon_0 l^2 (3ad^2 + 2bd) = 5.10^{-9}$ (C))

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

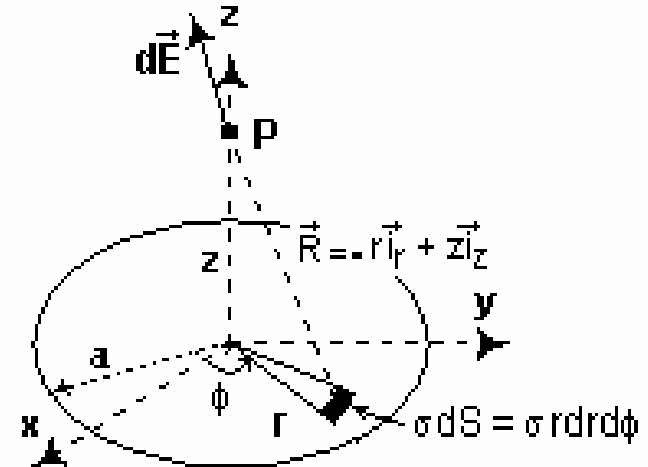
2.5: Tìm φ và \vec{E} tại P($x_0, 0, 0$) do đoạn dây chiều dài a , mang điện với mật độ dài λ tạo ra ? (biết $\epsilon = \epsilon_0$)

(ĐS: $\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{x_0}{x_0 - a}$; $\vec{E} = \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0 x_0 (x_0 - a)} \vec{i}_x$)



2.6: Tìm φ và \vec{E} tại P($z, 0, 0$) , biết đĩa tròn tích điện với mật độ mặt σ ? (biết $\epsilon = \epsilon_0$ trong toàn không gian)

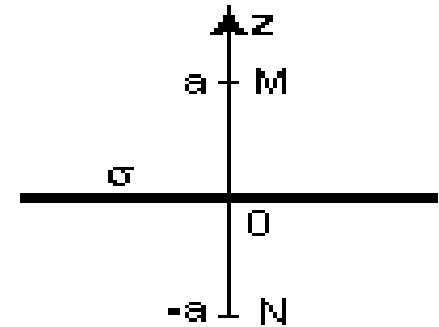
(ĐS: $\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\sqrt{a^2 + z^2} - z \right]$
 $\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dz} \vec{i}_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \vec{i}_z$)



BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.7: Mặt phẳng rộng vô hạn tích điện với mật độ mặt $\sigma = \text{const}$, biết $\epsilon = \epsilon_0$, tìm U_{MO} và U_{NO} ?

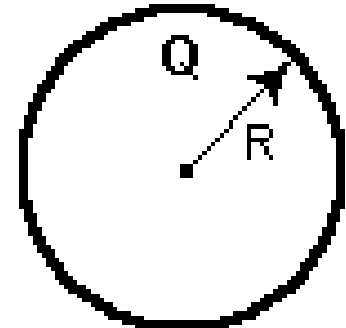
(ĐS: $U_{MO} = U_{NO} = -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0}$)



2.8: Mặt cầu dẫn, bán kính R , mang điện tích Q . Biết $\epsilon = \epsilon_0$ trong toàn không gian, tìm vectơ cường độ trường điện và thế điện trong và ngoài vỏ cầu bằng hai cách :

a) Dùng luật Gauss ?

b) Dùng phương trình Poisson-Laplace ? (Lưu ý xác định đủ các phương trình điều kiện biên, xem lý thuyết 2.4)

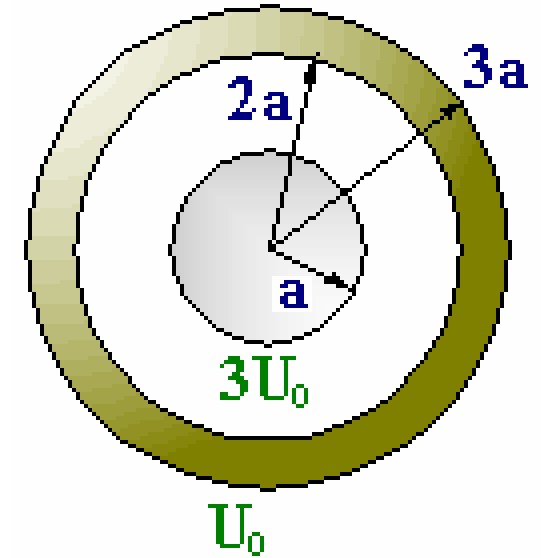


(ĐS: $\varphi = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & r > R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} & r < R \end{cases}$; $\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{i}_r & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.9: Quả cầu dẫn, bán kính a , thế điện $3U_0$, đặt đồng tâm với vỏ cầu dẫn, bán kính $2a$ và $3a$, thế điện U_0 . Biết $\epsilon = \epsilon_0$ trong toàn không gian. Chọn $\varphi_\infty = 0$, xác định thế điện các miền :

- a) Miền $r < a$:
- b) Miền $a < r < 2a$:
- c) Miền $2a < r < 3a$:
- d) Miền $r > 3a$:



(ĐS:

- a) $3U_0$
- b) $U_0(4a/r - 1)$
- c) U_0
- d) $3U_0/r$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

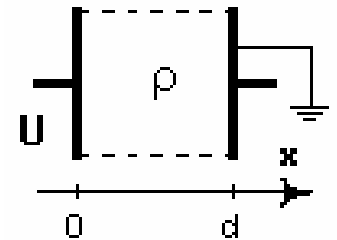
2.10: Điện tích phân bố khối : $\rho = r/(4\pi)$ (C/m³) trong hình trụ ($\epsilon = 4\epsilon_0$), bán kính $a = 0,5$ (cm), nằm trong không khí. Chọn thế điện bằng 0 trên trục hình trụ.

- a) Tìm vectơ cường độ trường điện và thế điện trong & ngoài hình trụ ?
 b) Vị trí mặt đẳng thế có $\varphi = -2$ (V) ?

$$\text{(ĐS: a) } \vec{E} = \begin{cases} \frac{375}{r} \vec{i}_r & (r > a) \\ 0,75 \cdot 10^9 r^2 \vec{i}_r & (r < a) \end{cases} ; \varphi = \begin{cases} 375 \ln \frac{a}{r} - 31,25 & (r > a) \\ -\frac{10^9}{4} r^3 & (r < a) \end{cases}$$

b) Mặt đẳng thế là mặt trụ : $r = 2$ mm)

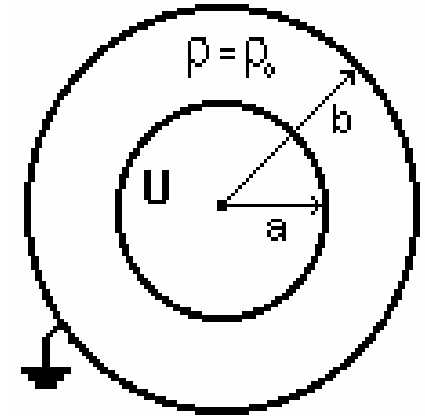
2.11 : Tụ phẳng, hiệu thế U , môi trường giữa 2 cốt tụ có $\epsilon = \epsilon_0$ và có điện tích tự do phân bố theo qui luật : $\rho = \rho_0(1 - x^2/d^2)$. Giả sử thế điện chỉ phụ thuộc tọa độ x , xác định $\varphi(x)$ và vectơ cường độ trường điện giữa 2 cốt tụ ?



$$\text{(ĐS: } \varphi = -\frac{\rho_0}{2\epsilon_0} \left(x^2 - \frac{x^4}{6d^2} \right) + \left(\frac{5\rho_0 d}{12\epsilon_0} - \frac{U}{d} \right) x + U ; \vec{E} = -\frac{d\varphi}{dx} \vec{i}_x \text{)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.12 : Giữa 2 điện cực trụ đồng trục (điện cực trong có bán kính a và thế điện U , điện cực ngoài có bán kính b và nối đất) là môi trường có $\epsilon = \epsilon_0$ và có điện tích tự do phân bố khối với mật độ : $\rho = \rho_0 = \text{const}$. Giả sử thế điện chỉ phụ thuộc r , tìm thế điện $\varphi(r)$ và vectơ cường độ trường điện giữa 2 điện cực ?



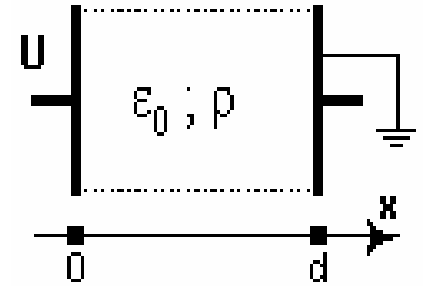
(ĐS: $\varphi = -\frac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0} + C \ln r + D$)

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \vec{i}_r = \left(\frac{\rho_0 r}{2\epsilon_0} - \frac{C}{r} \right) \vec{i}_r$$

$$C = \frac{\left[U + \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} (a^2 - b^2) \right]}{\ln \frac{a}{b}} ; D = \frac{\rho_0 b^2}{4\epsilon_0} - \frac{\ln b}{\ln a/b} \left[U + \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} (a^2 - b^2) \right]$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.13 : Giữa 2 điện cực phẳng , cách nhau d , là môi trường có $\epsilon = \epsilon_0$ và có điện tích tự do phân bố khối theo qui luật : $\rho = \rho_0 \cdot (d - x)/d$, trong đó $\rho_0 = \text{const}$. Hai điện cực đặt dưới hiệu thế điện U . Tìm:



- Phân bố thế điện và cường độ trường điện ?
- Mật độ mặt điện tích tự do trên bề mặt mỗi điện cực ?

(ĐS: a)
$$\varphi = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{x^3}{6d} - \frac{x^2}{2} \right) + \left(-\frac{U}{d} + \frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0} \right) \cdot x + U$$

$$E_x = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(x - \frac{x^2}{2d} \right) + \frac{U}{d} - \frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0}$$

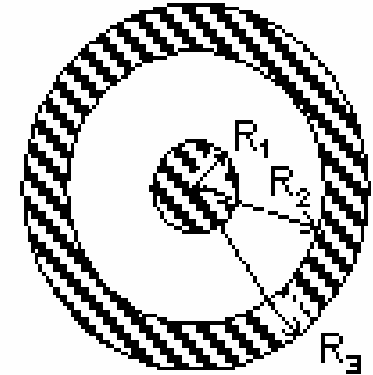
b)

$$\sigma_{x=0} = \frac{\epsilon_0 U}{d} - \frac{\rho_0 d}{3}$$

$$\sigma_{x=d} = -\frac{\epsilon_0 U}{d} - \frac{\rho_0 d}{6} \quad)$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.14 : Dây dẫn trụ rất dài, bán kính R_1 , mang điện đều mật độ λ_1 . Ống trụ dẫn (bán kính R_2 & R_3) không mang điện tích. Tìm D_1 (miền $R_1 < r < R_2$), D_2 (miền $r > R_3$) và mật độ điện tích mặt $\sigma(R_1)$, $\sigma(R_2)$, $\sigma(R_3)$ trong các trường hợp :



- Ống trụ cách điện với dây dẫn trụ?
- Ống trụ nối đất ?
- Ống trụ nối với dây dẫn trụ?

(ĐS: b) $\vec{D}_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi r} \vec{i}_r$; $\vec{D}_2 = 0$; $\begin{cases} \sigma(R_1) = \frac{\lambda_1}{2\pi R_1} \\ \sigma(R_2) = -\frac{\lambda_1}{2\pi R_2} \\ \sigma(R_3) = 0 \end{cases}$

2.15 : Cáp đồng trục, bán kính lõi là a và vỏ là b , dài L , điện môi lý tưởng có : $\epsilon = k/r$, $k = \text{const}$. Lõi cáp có thế điện U và vỏ nối đất. Xác định vectơ cường độ trường điện trong cách điện và điện dung trên đơn vị dài của cáp ?

(ĐS: $\vec{E} = \frac{U}{(b-a)} \vec{i}_r$; $C = \frac{2\pi k}{(b-a)}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.16 : Tụ điện trụ, dài L , bán kính cốt trong là a , có thế điện U , và ngoài là b , được nối đất. Điện môi lý tưởng có $\epsilon = k\epsilon_0/r$, $k = \text{const}$. Xác định :

- Vectơ cường độ trường điện và vectơ phân cực điện trong điện môi ?
- Điện dung C_0 (điện dung trên đơn vị dài) ?
- σ_{lk} trên bề mặt điện môi (tiếp xúc cốt tụ trong và cốt tụ ngoài) ?

(ĐS: a) $\vec{E} = \frac{U}{(b-a)} \vec{i}_r$; $\vec{P} = \left(\frac{k}{r} - 1\right) \frac{\epsilon_0 U}{(b-a)} \vec{i}_r$ b) $C = \frac{2\pi k \epsilon_0}{(b-a)}$

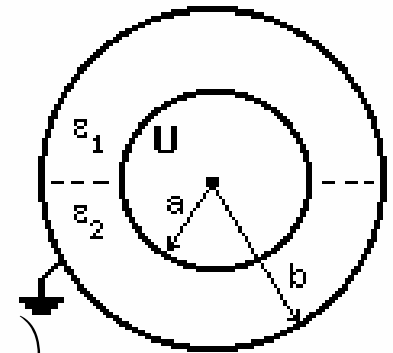
c) $\sigma_{lk}(r = a) = \left(1 - \frac{k}{a}\right) \frac{\epsilon_0 U}{(b-a)}$; $\sigma_{lk}(r = b) = \left(\frac{k}{b} - 1\right) \frac{\epsilon_0 U}{(b-a)}$)

2.17: Tụ điện cầu, bán kính cốt trong là a , cốt ngoài là b , giữa 2 cốt là 2 lớp điện môi lý tưởng có $\epsilon_1, \epsilon_2 = \text{const}$. Thế cốt trong là U , cốt ngoài bằng 0. Tìm:

- Cảm ứng điện, cường độ trường điện, thế điện trong mỗi miền ?
- Điện dung của tụ ?

(ĐS: a) $E_1 = E_2 = E_r = \frac{abU}{(b-a)} \frac{1}{r^2}$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{aU}{(b-a)} \left(\frac{b}{r} - 1\right)$

b) $C = \frac{2\pi ab(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{(b-a)}$)



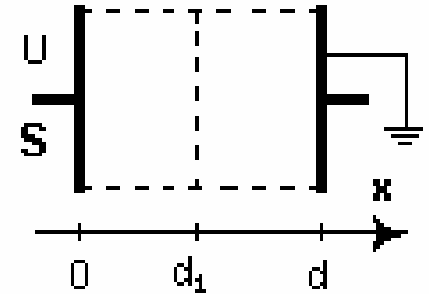
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.18: Tụ điện phẳng, diện tích bản cực là S , hiệu thế U , giữa 2 bản cực là điện môi tương có:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 & 0 < x < d_1 \\ \frac{\varepsilon_0 d}{x} & d_1 < x < d \end{cases}$$

Tìm:

- Cảm ứng điện, cường độ trường điện, thế điện trong mỗi miền?
- Điện dung của tụ?
- Mật độ điện tích liên kết mặt trên mặt $x = d_1$?



(ĐS: a) $D_1 = D_2 = D = \frac{2\varepsilon_0 dU}{d^2 + 2dd_1 - d_1^2}$

b) $C = \frac{DS}{U}$

c) $\sigma_{lk} = D \left(\frac{d_1}{d} - 1 \right)$

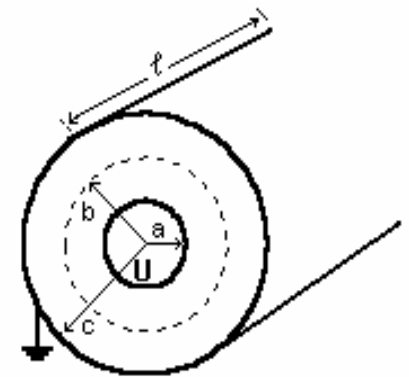
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.19: Tụ điện trụ dài l , bán kính cốt trong là a , ngoài là c , đặt dưới hiệu thế $U = \text{const}$, cốt ngoài nối đất, giữa 2 cốt tụ là điện môi lý tưởng có :

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 b / r & a < r < b \\ \varepsilon_0 & b < r < c \end{cases}$$

Tìm:

- Cảm ứng điện, cường độ trường điện, thế điện trong mỗi miền?
- Điện dung của tụ?
- Mật độ điện tích liên kết khối trong từng miền?



(ĐS: a) $D_1 = D_2 = D_r = \frac{\varepsilon_0 U}{\left(\frac{b-a}{b} + \ln \frac{c}{b}\right)} \cdot \frac{1}{r}$

b) $C = \frac{D_r \cdot 2\pi r \cdot l}{U}$

c) $\rho_{lk1} = \frac{D_r}{b}$

$\rho_{lk2} = 0$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.20 : Tụ điện trụ , chiều dài là L , bán kính cốt trong là a , ngoài là b , đặt dưới hiệu thế $U = \text{const}$, cốt ngoài nối đất , giữa 2 cốt tụ là điện môi lý tưởng có độ thẩm điện $\epsilon = kr$, với $r =$ bán kính hướng trục , $k = \text{const}$, và cường độ trường điện chọc thủng là E_{ct} . Xác định :

- Vectơ cảm ứng điện , vectơ cường độ trường điện trong điện môi ?
- Điện dung của tụ ?
- Điện áp chọc thủng U_{ct} của tụ ?

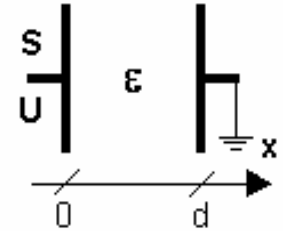
(ĐS: a) $\vec{D} = \frac{kUab}{(b-a)r} \vec{i}_r ; \vec{E} = \frac{Uab}{(b-a)r^2} \vec{i}_r$

b) $C = \frac{2\pi kLab}{b-a}$

c) $U_{ct} = E_{ct} a \left[1 - \frac{a}{b} \right]$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.21 : Tụ phẳng, hiệu thế U , giữa 2 cốt tụ là điện môi lý tưởng có :
 $\epsilon = 2\epsilon_0 d / (2d - x)$. Xác định vectơ cường độ trường điện và điện dung của tụ ?



(ĐS: $\vec{E} = \frac{2U}{3d^2} (2d - x) \vec{i}_x$; $C = \frac{4\epsilon_0 S}{3d}$)

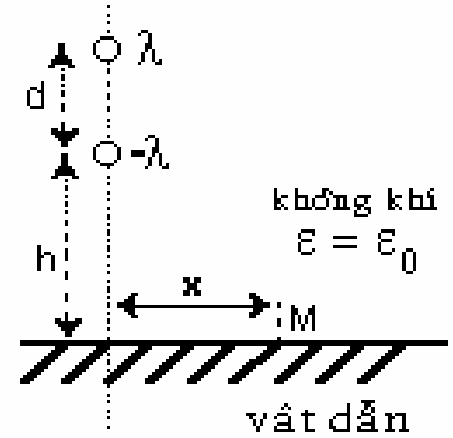
2.22 : Điện tích phân bố đều trong một quả cầu bán kính a , tâm ở góc tọa độ với mật độ điện tích khối ρ_0 . Tính năng lượng trường điện gây ra bởi điện tích khối này ?

(ĐS: $W_E = \frac{4\pi\rho_0^2 a^5}{15\epsilon_0}$)

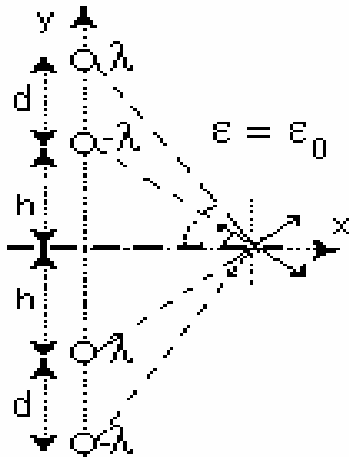
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

(Các bài toán dùng ảnh điện)

2.23 : Hai trục mang điện với mật độ dài $\pm \lambda$, nằm trong không khí, cách mặt phẳng dẫn vô hạn như hình vẽ, tìm mật độ mặt điện tích tự do σ tại điểm M có tọa độ x trên mặt phẳng dẫn ?



(HD: dùng ảnh điện :



$$E_y = -E_\lambda \sin \alpha + E_{-\lambda} \sin \beta + E_\lambda \sin \beta - E_{-\lambda} \sin \alpha$$

$$E_y = -E_\lambda \frac{h+d}{\sqrt{x^2 + (h+d)^2}} + E_{-\lambda} \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} + E_\lambda \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} - E_{-\lambda} \frac{h+d}{\sqrt{x^2 + (h+d)^2}}$$

$$\text{Khi } E_\lambda = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Rightarrow \sigma_M = D_y = \epsilon_0 E_y$$

$$\text{(ĐS: } \sigma_M = \frac{\lambda}{\pi} \left[\frac{h}{h^2 + x^2} - \frac{h+d}{(h+d)^2 + x^2} \right])$$

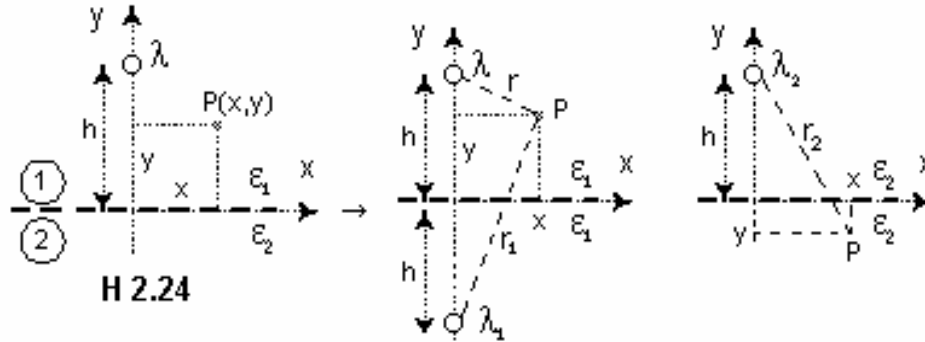
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.24 : Trục mang điện với mật độ dài λ (H 2.24) , tìm :

a) Lực tác dụng lên đơn vị dài dây dẫn ?

b) Thế điện $\varphi(x,y)$ tại P ? (biết $\varphi(\text{trục } z \text{ (} x = 0, y = 0)) = 0$).

c) Mật độ σ_{lk} tại x trên mặt phân cách ?



(ĐS: a) $F_y = \lambda \cdot E_{\lambda_1} = \lambda \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_1(2h)} = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_1 h}$

b) $\varphi_P = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1} \ln \frac{h}{r} + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1} \ln \frac{h}{r_1}$

c) $\sigma_{lk} = -P_{1y} + P_{2y} = -(\epsilon_1 - \epsilon_0)E_{1y} + (\epsilon_2 - \epsilon_0)E_{2y} = \frac{\lambda h}{\pi r^2} \frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\epsilon_1(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$

$E_{1y} = \left(\frac{\lambda_1}{2\pi r} \cdot \frac{h}{r} - \frac{\lambda}{2\pi r} \cdot \frac{h}{r} \right) \frac{1}{\epsilon_1} = \frac{(\lambda_1 - \lambda)}{2\pi r} \cdot \frac{h}{r} \frac{1}{\epsilon_1}$ ($r^2 = x^2 + h^2$)

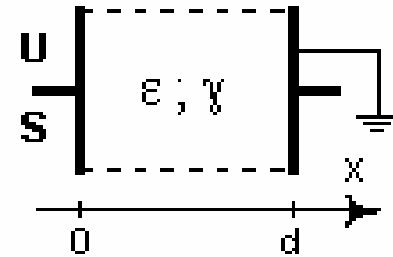
; $E_{2y} = \frac{-\lambda_2}{2\pi r} \cdot \frac{h}{r} \frac{1}{\epsilon_2}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.1: Tụ điện phẳng, điện môi thực, có: $\epsilon = \text{const}$,

a) $\vec{J}, \vec{E}, \vec{P}$ trong điện môi? $\gamma = 2\gamma_0 d / (x + d), \gamma_0 = \text{const}$, tìm:

b) ρ và ρ_{lk} trong điện môi thực?



(ĐS: a) $\vec{E} = \frac{2U}{3d^2}(x+d)\vec{i}_x$ b) $\rho = \frac{2\epsilon U}{3d^2}$; $\rho_{lk} = \frac{2(\epsilon_0 - \epsilon)U}{3d^2}$)

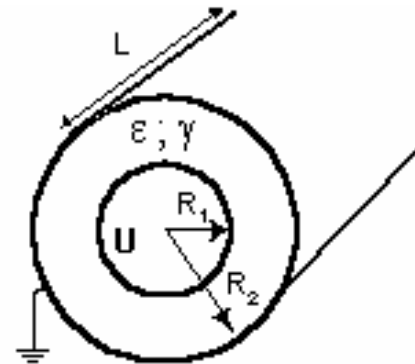
3.2: Tụ điện trụ, điện môi thực, $\epsilon, \gamma = \text{const}$, tìm:

a) $\vec{J}, \vec{E}, \vec{D}, \varphi$ trong điện môi?

b) Dòng rò và R_{cd} của tụ?

c) Công suất tổn hao trên đơn vị dài?

d) ρ và ρ_{lk} trong điện môi thực?



(ĐS: a) $\vec{E} = \frac{U}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \vec{i}_r$ b) $R_{cd} = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi\gamma L}$
 c) $P_J = \frac{2\pi\gamma U^2}{\ln(R_2/R_1)}$ d) $\rho = 0$; $\rho_{lk} = 0$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

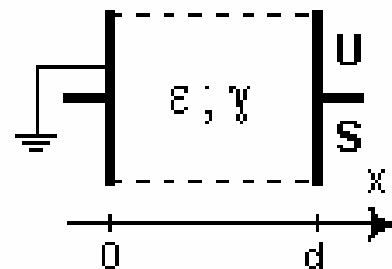
3.3: Tụ phẳng , diện tích cốt tụ S , khoảng cách d . Cốt tụ nối đất tại $x = 0$, tại $x = d$ có thế điện U . Giữa 2 cốt tụ lấp đầy điện môi thực có $\gamma = \gamma_0$, $\varepsilon = 3\varepsilon_0 d / (x + d)$, với $\gamma_0 = \text{const}$.

Tìm :

a) ρ và ρ_{lk} trong điện môi thực ?

b) Công suất tổn hao nhiệt P_J ?

$$(\text{ĐS: a) } \rho = \frac{3\varepsilon_0 U}{(x+d)^2} ; \rho_{lk} = -\rho \quad \text{b) } P_J = \gamma_0 \frac{U^2 S}{d})$$

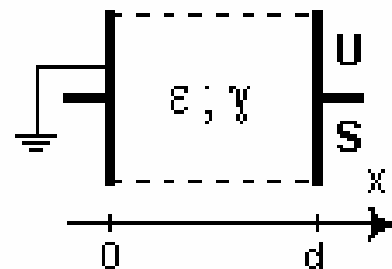


3.4: Tụ phẳng , điện môi thực , $\varepsilon = 4\varepsilon_0$, $\gamma = \gamma_0 \cdot (1 + kx)$, với $\gamma_0 = 10^{-10}$ (S/m); $k = 20$ (m^{-1}), tụ đặt dưới điện áp $U = 200$ (V), khoảng cách $d = 0,5$ (cm), tìm :

a) Thế điện trong điện môi thực ?

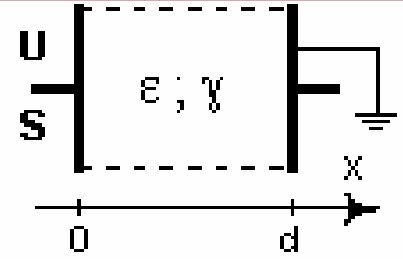
b) Mật độ điện tích tự do ρ trong điện môi thực ?

$$(\text{ĐS: a) } \varphi = 2098,4 \cdot \ln(1 + 20x) \quad \text{b) } \rho = \frac{29,7}{(1 + 20x)^2} (\mu\text{C} / \text{m}^3))$$



BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.5: Tụ phẳng , diện tích cốt tụ S , khoảng cách d , hiệu thế U , điện môi thực , $\epsilon = \epsilon_0 \cdot (a + bx)$; $\gamma = \gamma_0 \cdot (a + bx)$, ($\gamma_0, a, b = \text{const}$) , tìm :



a) Vectơ cường độ trường điện ?

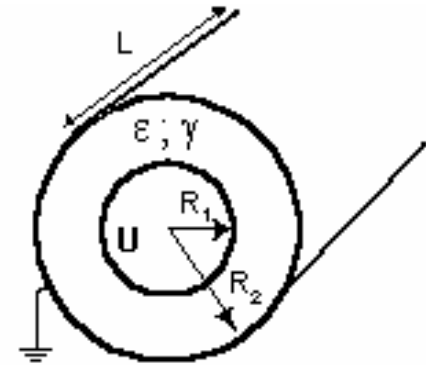
b) Mật độ khối điện tích tự do và liên kết ?

$$\text{(ĐS: a) } \vec{E} = \frac{bU}{\ln\left(\frac{a+bd}{a}\right)} \frac{1}{(a+bx)} \vec{i}_x \quad \text{b) } \rho = 0 ; \rho_{lk} = \frac{-b^2 \epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{a+bd}{a}\right)} \frac{1}{(a+bx)^2})$$

3.6: Cáp đồng trục , bán kính lõi $R_1 = 1 \text{ cm}$, vỏ $R_2 = 4 \text{ cm}$, chiều dài L , hiệu thế $U = 1 \text{ kV}$, điện môi thực , có $\epsilon = 4\epsilon_0$; $\gamma = k \cdot r$, với $k = 10^{-10} \text{ (S/cm}^2)$, tìm :

a) \vec{E} , \vec{D} , ρ , ρ_{lk} trong điện môi ?

b) Dòng rò I_0 trên đơn vị dài ?



$$\text{(ĐS: a) } \vec{E} = \frac{1333}{r^2} \vec{i}_r \text{ (V/cm)} ; \vec{D} = \frac{471,9 \cdot 10^{-12}}{r^2} \vec{i}_r \text{ (C/cm}^2) \quad \text{b) } I_{r0} = 0,84 \text{ (}\mu\text{A/cm)})$$

$$\rho = -\frac{471,9 \cdot 10^{-12}}{r^3} \text{ (C/cm}^3) ; \rho_{lk} = \frac{354 \cdot 10^{-12}}{r^3} \text{ (C/cm}^3)$$

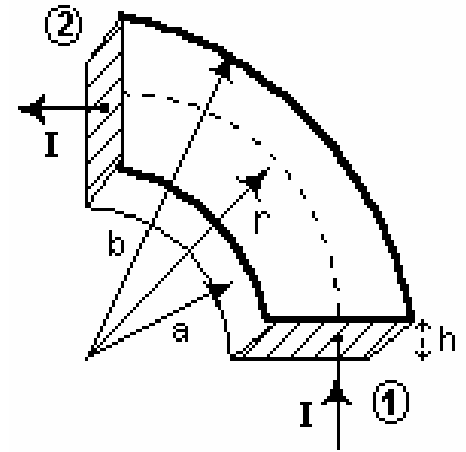
BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.7 : Cho phiến dẫn có hình 1/4 vành khăn, tiết diện chữ nhật, độ dày là h , độ dẫn điện: $\gamma = k/r$, ($k = \text{const}$), hiệu thế điện giữa 2 điện cực 1 và 2 là U . Tìm:

a) Cường độ dòng điện I ?

b) Mật độ công suất tiêu tán trung bình theo thể tích ?

Áp dụng : $a = 8 \text{ mm}$; $b = 10 \text{ mm}$; $h = 0,3 \text{ mm}$; $k = 5600 \text{ S}$; và $U = 10 \text{ V}$.

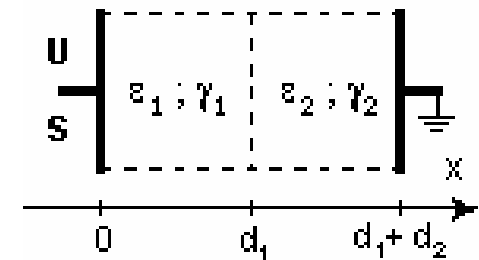


$$\text{(ĐS: a)} \quad I = \frac{2hkU}{\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 267,4 \text{ (A)}$$

$$\text{b)} \quad \langle p_J \rangle = \frac{1}{V} \int p_J dV = \frac{4}{\pi(b^2 - a^2)} \frac{2kU^2}{\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 3,15 \cdot 10^{11} \text{ (W / m}^3 \text{)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.8 : Tụ phẳng , diện tích cốt tụ S , hiệu thế U , lớp dày 2 lớp điện môi thực (ϵ_1, γ_1) , (ϵ_2, γ_2) , với $\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_1, \gamma_2 = \text{const}$, bỏ qua hiệu ứng mép, tìm :



a) Hiệu thế điện trên mỗi lớp điện môi ?

b) Mật độ điện tích mặt tự do trên mặt phân cách đmôi ?

c) Điện trở cách điện của tụ ?

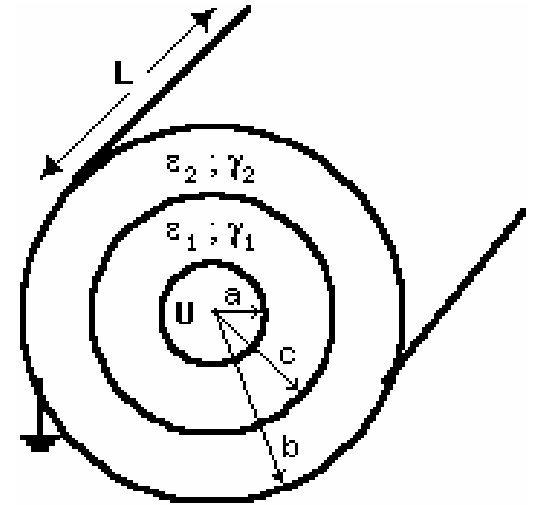
$$\text{(ĐS: a) } U_1 = \frac{d_1 \gamma_2 U}{(d_1 \gamma_2 + d_2 \gamma_1)} ; U_2 = \frac{d_2 \gamma_1 U}{(d_1 \gamma_2 + d_2 \gamma_1)}$$

$$\text{b) } \sigma = \frac{(\epsilon_2 \gamma_1 - \epsilon_1 \gamma_2) U}{(d_1 \gamma_2 + d_2 \gamma_1)} \quad \text{c) } R_{cd} = \frac{(d_1 \gamma_2 + d_2 \gamma_1)}{\gamma_1 \gamma_2 S})$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.9: Tụ điện trụ , dài L , gồm 2 lớp điện môi thực , có $\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_1, \gamma_2 = \text{const}$, tìm :

- \vec{J} , \vec{E} trong các lớp điện môi ?
- Thế điện trong mỗi lớp điện môi ?
- Hiệu thế điện trên mỗi lớp điện môi ?
- Điện trở cách điện của tụ ?



(ĐS: a) $\vec{J}_1 = \vec{J}_2 = \frac{\gamma_1 \gamma_2 U}{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right) r} \frac{1}{r} \vec{i}_r$; $\vec{E}_1 = \frac{\gamma_2 U}{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right) r} \frac{1}{r} \vec{i}_r$; $\vec{E}_2 = \frac{\gamma_1 U}{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right) r} \frac{1}{r} \vec{i}_r$

b) $\varphi_2 = \frac{\gamma_1 U}{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right)} \ln \frac{b}{r}$

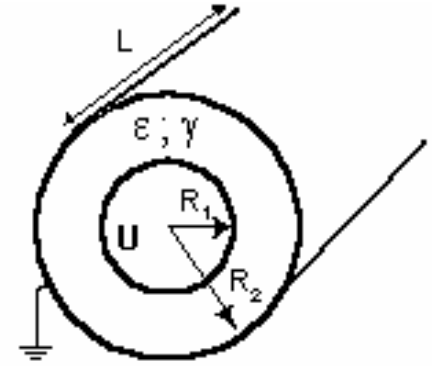
c) $U_2 = \frac{\gamma_1 U}{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right)} \ln \frac{b}{c}$

d) $R_{cd} = \frac{\left(\gamma_2 \ln \frac{c}{a} + \gamma_1 \ln \frac{b}{c} \right)}{2\pi L \gamma_1 \gamma_2}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

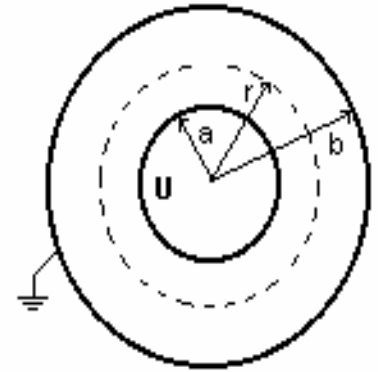
3.10: Tụ điện trụ , bán kính cốt trong R_1 và cốt ngoài R_2 , chiều dài L , đặt dưới hiệu thế điện U , điện môi thực , có $\gamma = \gamma_0 = \text{const}$, $\epsilon = \epsilon_0(R_2/r)$, tìm : điện trở cách điện, mật độ công suất tiêu tán, mật độ điện tích tự do và liên kết (ρ , ρ_{lk}) trong điện môi ?

$$\begin{aligned}
 (\text{ĐS: } R_{cd} &= \frac{1}{2\pi\gamma_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1} & ; p_{tt} &= \frac{\gamma_0 U^2}{r^2 \ln^2(R_2/R_1)} \\
 \rho &= -\frac{\epsilon_0 R_2 U}{r^3 \ln(R_2/R_1)} & ; \rho_{lk} &= -\rho
 \end{aligned}$$



BÀI TẬP CHƯƠNG 3

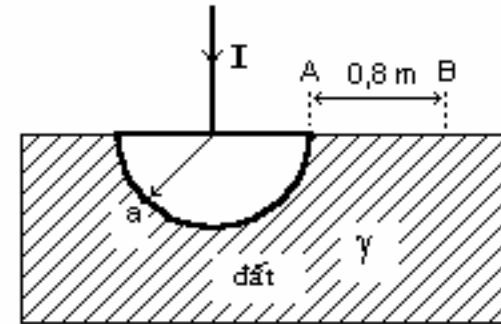
3.11: Tụ điện cầu , bán kính cốt trong $a = 1 \text{ cm}$, bán kính cốt ngoài $b = 5 \text{ cm}$, giữa 2 cốt tụ là điện môi thực có $\gamma = k/r$, với $k = 10^{-4} \text{ S}$. Dòng điện rò chảy qua điện môi có cường độ $I = 0,2 \text{ A}$, tìm :



- Phân bố thế điện trong điện môi ?
- Hiệu thế điện U giữa 2 cốt tụ ?
- Điện dẫn rò của tụ ?

(ĐS: a) $\varphi = 159 \ln \frac{5 \cdot 10^{-2}}{r}$ b) $256,15 \text{ V}$ c) $7,81 \cdot 10^{-4} \text{ S}$)

3.12: Điện cực nối đất hình bán cầu , bán kính a . Dòng điện chạy vào điện cực có $I = 105 \text{ A}$. Độ dẫn điện của đất $\gamma = 5 \cdot 10^{-2} \text{ (S/m)}$. Tìm :



- Bán kính a của bán cầu để điện áp bước (U_{AB}) cực đại có $U_{\max} \leq 50 \text{ V}$ (độ dài bước chân $AB = 0,8 \text{ m}$) ?
- Tính điện trở nối đất ứng với câu a) ?

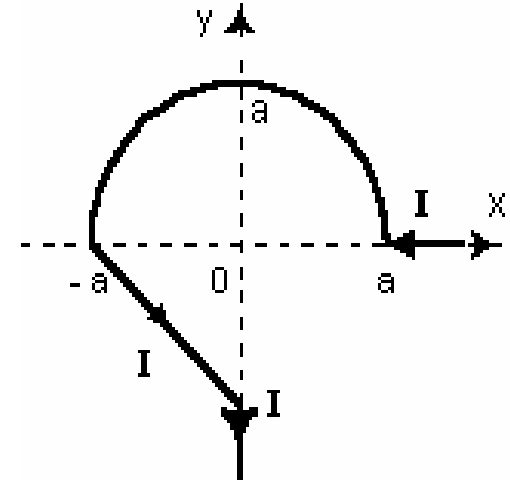
(ĐS: a) $\vec{E} = \frac{I}{2\pi\gamma} \frac{1}{r^2} \vec{i}_r \Rightarrow U_{AB} \leq U_{\max} \Rightarrow a \geq 1,95 \text{ m}$

b) $1,63 \Omega$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.13: Tính vectơ cảm ứng từ tại O biết $\mu = \mu_0$?

(ĐS: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (2 + \pi) \vec{i}_z$)

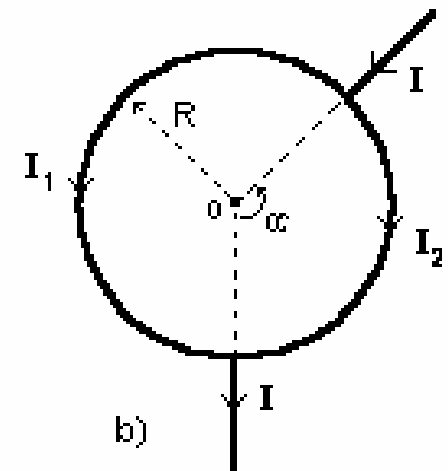
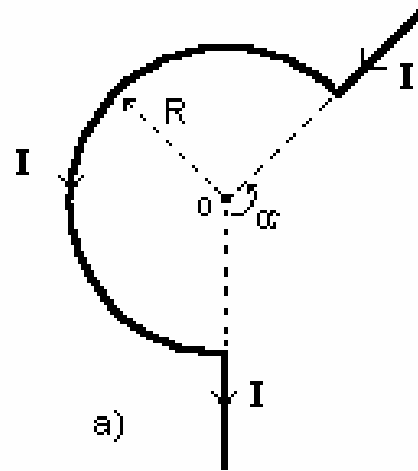


3.14: Tính vectơ cảm ứng từ tại O ?

(biết $\mu = \mu_0$; $R = 5 \text{ cm}$
 $I = 10 \text{ A}$; $\alpha = 2\pi/3$)

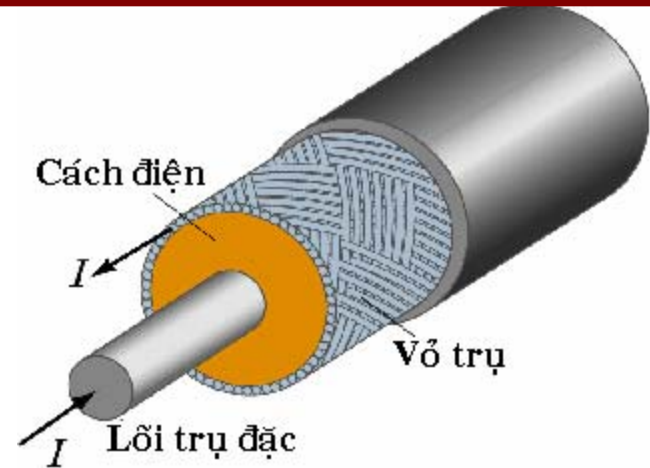
(ĐS: a) $\vec{B} = \frac{8\pi}{3} 10^{-5} \vec{i}_z \text{ (T)}$

b) $\vec{B} = 0$)



BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.15: Lõi cáp là trụ đặc, bán kính a , mang dòng I phân bố đều theo tiết diện, và vỏ trụ, bán kính b , mang dòng $-I$ phân bố đều theo chu vi vỏ. Tính vectơ cảm ứng từ tại các miền?
(biết $\mu =$ độ thấm từ của lõi)



$$(\text{ĐS: } \vec{B} = \frac{\mu I r}{2\pi a^2} \vec{i}_\phi [r < a]; \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{i}_\phi [a < r < b]; 0 [r > b])$$

3.16: Lõi trụ đặc, dài vô hạn, bán kính $a = 2 \text{ mm}$, mang dòng với vectơ mật độ khối:

$$\vec{J} = 6.r. \vec{i}_z \text{ (A/m}^2\text{)} \quad (\text{r: bán kính hướng trục})$$

a) Tìm vectơ cường độ trường từ bên trong và ngoài lõi?

b) Tính $\text{rot } \vec{H}$ ở cả 2 miền?

$$(\text{ĐS: a) } \vec{H} = 2r^2 \vec{i}_\phi [r < a]; \frac{2a^3}{r} \vec{i}_\phi [r > a])$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.17: Dòng điện phân bố không đều với mật độ dòng $\vec{J} = J_0 e^{r-a} \vec{i}_z$ với $J_0 = \text{const}$ theo thiết diện tròn bán kính a của vật dẫn đặc hình trụ rất dài và chảy về theo hướng ngược lại trên một mặt trụ dẫn bán kính b ($b > a$), đồng trục với hình trụ dẫn đặc. Xác định phân bố của cường độ trường từ trong từng miền ?

$$\text{(ĐS: } r < a : \vec{H} = \frac{J_0 e^{-a}}{r} [1 + (r-1)e^r] \vec{i}_\phi$$

$$a < r < b : \vec{H} = \frac{J_0}{r} [a - 1 + e^{-a}] \vec{i}_\phi$$

$$r > b : \vec{H} = 0 \quad)$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.18: Môi trường $\mu = \mu_0$ và vectơ mật độ dòng khối cho trong hệ trụ :

Tìm vectơ cảm ứng từ trong mỗi miền ?

$$\vec{J} = \begin{cases} 0 & 0 < r < a \\ J_0 \vec{i}_z & a < r < b \\ 0 & b < r \end{cases}$$

$$(\text{ĐS: } \vec{B} = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{\mu_0 J_0}{2} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \vec{i}_\phi & a < r < b \\ \frac{\mu_0 J_0 (b^2 - a^2)}{2r} \vec{i}_\phi & r > b \end{cases})$$

3.19: Mặt phẳng tại $z = 0$ mang dòng với vectơ mật độ mặt : $\vec{J}_1 = 3 \cdot \vec{i}_x (\mu\text{A/m})$

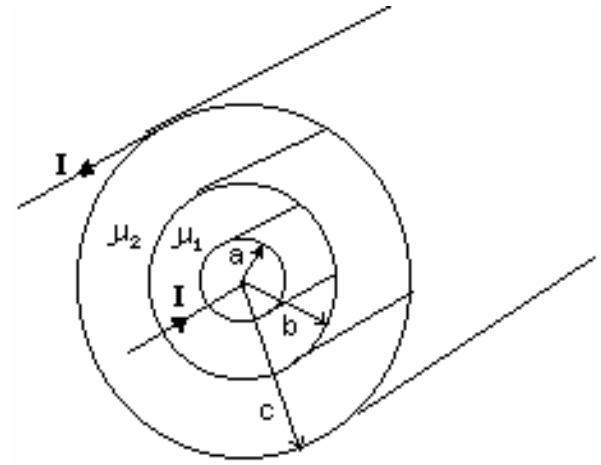
Mặt phẳng tại $z = 0,2 \text{ m}$ mang dòng với vectơ mật độ mặt : $\vec{J}_2 = -3 \cdot \vec{i}_x (\mu\text{A/m})$

Tìm vectơ cường độ trường từ trong 3 miền ?

$$(\text{ĐS: } \vec{H} = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ -3 \vec{i}_y & 0 < z < 0,2 \text{ m} \\ 0 & z > 0,2 \text{ m} \end{cases} (\mu\text{A/m}))$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.20*: Cáp đồng trục, bán kính lõi là a , bán kính trong của vỏ là c . Giữa lõi và vỏ là 2 lớp từ môi (có độ dẫn điện bằng 0), tiếp giáp nhau theo mặt trụ bán kính b . Độ thấm từ lớp thứ nhất ($a < r < b$) là $\mu_1 = \text{const}$, độ thấm từ lớp thứ hai ($b < r < c$) là $\mu_2 = \text{const}$. Dòng điện chạy trong lõi và vỏ cùng cường độ I nhưng ngược chiều.



a) Tìm vectơ cảm ứng từ, thế vectơ trong mỗi lớp từ môi ? (Chọn thế vectơ bằng 0 trên bề mặt lõi).

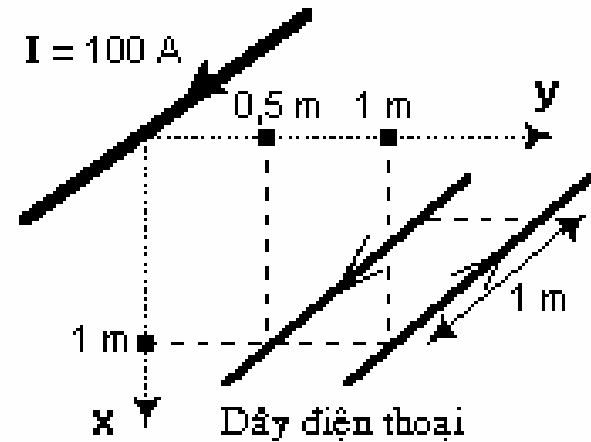
b) Tính NL trường từ, điện cảm trên đơn vị dài của cáp ? (Bỏ qua phần năng lượng trong lõi và vỏ).

$$\begin{aligned}
 \text{(ĐS: a)} \quad & \begin{cases} \vec{B} = B \vec{i}_\phi \\ \vec{A} = A \vec{i}_z \end{cases} \quad \begin{cases} B_1 = \frac{\mu_1 I}{2\pi r} \\ B_2 = \frac{\mu_2 I}{2\pi r} \end{cases} \quad \begin{cases} A_1 = \frac{\mu_1 I}{2\pi} \ln \frac{a}{r} \\ A_2 = \frac{\mu_2 I}{2\pi} \ln \frac{b}{r} - \frac{\mu_1 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \end{cases} \\
 \text{b)} \quad & \begin{cases} W_{m0} = \frac{I^2}{4\pi} \left(\mu_1 \ln \frac{b}{a} + \mu_2 \ln \frac{c}{b} \right) \\ L_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\mu_1 \ln \frac{b}{a} + \mu_2 \ln \frac{c}{b} \right) \end{cases} \quad)
 \end{aligned}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.21: Tìm Φ_m gởi qua 1 m chiều dài đường dây điện thoại do dòng điện $I = 100 \text{ A}$ tạo ra?
(biết $\mu = \mu_0$)

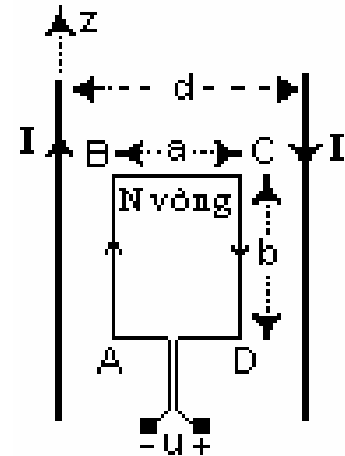
(ĐS: $4,7 (\mu\text{Wb})$)



3.22: Tìm hõ cảm M giữa 2 dây dẫn mang dòng I ngược chiều và khung dây N vòng? Tìm sđđ cảm ứng $u(t)$ nếu $I = I_m \cos(\omega t)$? (biết $\mu = \mu_0$)

$$\text{(ĐS: } M = \frac{\mu_0 N b}{\pi} \ln \frac{d+a}{d-a} \text{)}$$

$$u(t) = \omega M I_m \sin(\omega t) \text{)}$$



BÀI TẬP CHƯƠNG 3

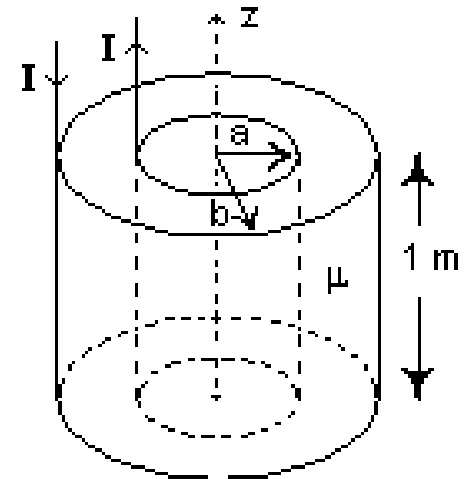
3.23: Cáp đồng trục, bán kính lõi là a , bán kính vỏ là b . Giữa lõi và vỏ là lớp điện môi đồng nhất ($\gamma = 0, \epsilon = \text{const}, \mu = \text{const}$). Hiệu thế điện giữa lõi và vỏ là U , dòng điện chạy trong cáp có cường độ I . Tìm:

- Điện dung C_0 , điện cảm L_0 của 1 m cáp ?
- Công suất điện từ truyền qua tiết diện ($a < r < b$) của cáp đồng trục ?

(ĐS: a) $C_0 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$; $L_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a)$ b) $P=UI$)

3.24: Hai mặt trụ đồng trục, kích thước như hình vẽ, mang dòng I ngược chiều. Tìm :

- Năng lượng trường từ, điện cảm trên đơn vị dài ?
- Lực từ tác dụng lên đơn vị dài mặt trụ ngoài ?



(ĐS: a) $W_{m0} = \frac{\mu I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$; $L_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

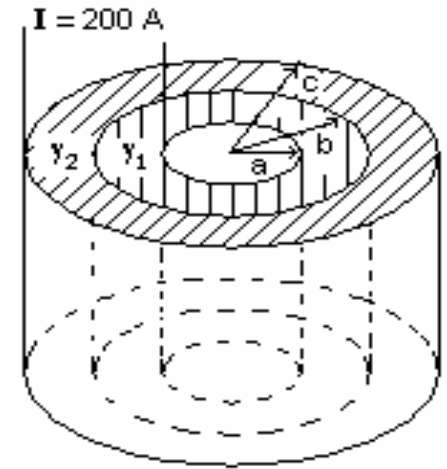
b) $F_b = \frac{\mu I^2}{4\pi b} > 0$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.25*: Ống trụ 2 lớp kim loại : $\gamma_1 = 30 \cdot 10^6$ (S/m) , $\gamma_2 = 57 \cdot 10^6$ (S/m) , đồng trục với : $a = 3$ mm , $b = 6$ mm , $c = 9$ mm .

Tìm cường độ trường từ trong các miền ?

(HD: Có $J_1, J_2 = \text{const}$ và $J_1/\gamma_1 = J_2/\gamma_2$)



(ĐS: $0 < r < a$: $H_1 = 0$

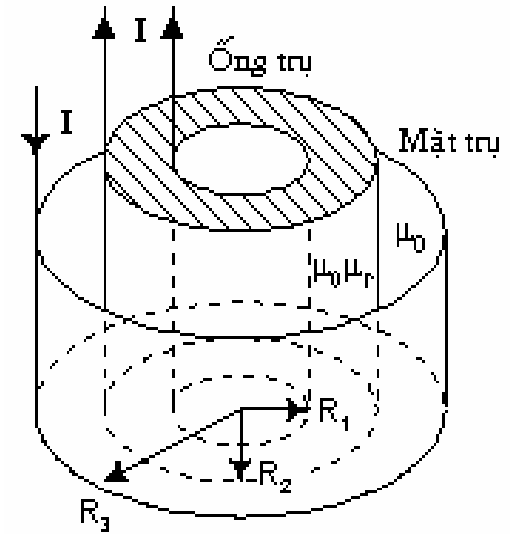
$$a < r < b: H_2 = 28,45 \cdot 10^4 \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \left(\frac{A}{m} \right)$$

$$b < r < c: H_3 = \frac{[7,68 + 53,75 \cdot 10^4 (r^2 - b^2)]}{r} \left(\frac{A}{m} \right)$$

$$c < r: H_4 = \frac{31,83}{r} \left(\frac{A}{m} \right)$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.26*: Cho ống trụ và mặt trụ đồng trục dài vô hạn, điện môi giữa ống trụ và mặt trụ có độ thấm từ μ_0 , ống trụ có độ thấm từ $\mu_0\mu_r$. Dòng điện không đổi cường độ I chạy ngược chiều trên ống trụ và mặt trụ và phân bố đều. Tìm :



- Cường độ trường từ trong toàn không gian ?
- Năng lượng trường từ tích lũy trong ống trụ và trong điện môi trên đơn vị dài ?
- Điện cảm trong và ngoài trên đơn vị dài ?

$$\text{(ĐS: a)} \quad H = \begin{cases} 0 & 0 < r < R_1 \text{ \& } r > R_3 \\ \frac{I(r^2 - R_1^2)}{2\pi r(R_2^2 - R_1^2)} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{I}{2\pi r} & R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad \text{b)} \quad W_{0_ng} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{R_3}{R_2}$$

$$W_{0_tr} = \frac{\mu_0 \mu_r I^2}{4\pi (R_2^2 - R_1^2)^2} \left[\frac{R_2^4 - R_1^4}{4} - R_1^2 (R_2^2 - R_1^2) + R_1^4 \ln \frac{R_2}{R_1} \right]$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.1: Thiết lập các phương trình sau đây đối với \vec{B} , \vec{E} trong môi trường dẫn đồng nhất, đẳng hướng với $\rho_{td} = 0$:

$$\Delta \vec{B} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \gamma\mu \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \Delta \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \gamma\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

4.2: Sóng phẳng đơn sắc, tần số 10^6 Hz, truyền trong môi trường không nhiễm từ ($\mu = \mu_0$), với hệ số truyền $(0,04 + j0,1)$. Tìm :

- Khoảng cách mà trường bị tắt dần $e^{-\pi}$ lần ?
- Khoảng cách mà pha bị lệch π ?
- Khoảng cách sóng truyền trong $1 \mu s$?
- Tỉ số biên độ giữa trường điện và trường từ ?
- Góc lệch pha giữa trường điện và trường từ ?

(ĐS: 78,54 m ; 31,42 m; 62,83 m; 73,31 ; $0,121\pi$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.3 : Sóng dtừ phẳng đơn sắc trong môi trường ($\gamma = 1$ [S/m] ; $\epsilon_r = 36$; $\mu_r = 4$) có vectơ cường độ trường điện : $\vec{E}(x, t) = 100.e^{-\alpha x} \cos(10^9.\pi.t - \beta x) \vec{i}_z$ [V / m]

Tìm α , β và vectơ cường độ trường từ ?

(ĐS: 57,2 [Nep/m] ; 138 [rad/m]

$$\vec{H}(x, t) = -0,95.e^{-\alpha x} \cos(10^9.\pi.t - \beta x - 22,5^\circ) \vec{i}_y$$
 [A / m]

4.4 : Cho trường điện của sdtps trong mtrường $\mu = \mu_0$:

Tìm: $\vec{E}(z, t) = E_0 e^{-z} \cos(2\pi.10^6 t - 2z) \vec{i}_x$ [V / m]

- a) K , Z_C và vectơ cường độ trường từ ?
- b) Vectơ Poynting trung bình ?

(ĐS: a) $1 + j2$; $3,6 \angle 27^\circ \Omega$ b) $\langle \vec{P} \rangle = \frac{E_0^2 \cdot e^{-2z}}{7,2} \cos(27^\circ) \cdot \vec{i}_z$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.5 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong môi trường không nhiễm từ $\mu = \mu_0$, theo phương +z, có vectơ cường độ trường từ :

$$\vec{H} = 0,1.e^{-z} \cos(6\pi.10^7.t - \sqrt{3}z) \vec{i}_y \text{ [A/m]}$$

- a) Tìm công suất tức thời gửi qua 1 m^2 tại $z = 0, t = 0$?
- b) Tìm công suất trung bình gửi qua 1 m^2 tại $z = 0$?
- c) Tìm công suất trung bình gửi qua 1 m^2 tại mặt phẳng $z = 1$?

(ĐS: 1,026 W ; 0,513 W; 0,069 W.)

4.6 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong nước ($\gamma = 4 \text{ (S/m)}$, $\epsilon = 80\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$), theo phương z, cường độ trường điện tại $z = 0$:

$$\vec{E} = 1 \cos(5.10^5.\pi.t) \vec{i}_x \text{ [V/m]}$$

Tìm mật độ dòng công suất điện từ trung bình (là độ lớn của vectơ Poynting trung bình) của sóng phẳng ?

(ĐS: $\langle P \rangle = 1,592.e^{-1,256z}.\cos(\pi/4) \text{ W/m}^2$.)

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.7 : Sóng phẳng đơn sắc truyền theo chiều +z, trong môi trường ($\gamma = 3 \cdot 10^{-3} \text{ S/m}$, $\epsilon = 3\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$), có vectơ cường độ trường điện :

$$\vec{E}(z = 0, t) = 100 \cdot \cos(3 \cdot 10^7 \cdot t + 60^\circ) \vec{i}_x \text{ [V/m]}$$

Tìm : a) Hệ số truyền, trở sóng, vận tốc pha, bước sóng ?

b) Vectơ Poynting tức thời, trung bình, phức và mật độ năng lượng điện từ trung bình tại $z = 0,5 \text{ m}$?

(ĐS: a) $\Gamma = 0,212 + j0,274 \text{ [m}^{-1}\text{]}; Z_C = 109 \angle 37,5^\circ \text{ [\Omega]}$

$v_p = 10,95 \cdot 10^7 \text{ [m/s]}; \lambda = 23 \text{ [m]}$

b) $\vec{P} = \left[28,3 + 35,75 \cos(6 \cdot 10^7 \cdot t + 66,78^\circ) \right] \vec{i}_z \text{ [W/m}^2\text{]}$

$\langle \vec{P} \rangle = 28,3 \vec{i}_z \text{ [W/m}^2\text{]}; \langle w \rangle = 2,577 \cdot 10^{-7} \text{ [J/m}^3\text{]}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.8 : Lò vi ba có $f = 2,45$ GHz, ở tần số này nước hấp thu mạnh NL điện từ và chuyển về dạng nhiệt để làm chín thức ăn. Giả sử miếng thịt nằm giữa lò có :

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_0 (40 - j20); \mu = \mu_0$$

- Tìm γ và hệ số truyền K của thịt ?
- Giả sử miếng thịt dày 3 cm , tìm độ suy hao công suất (dB) giữa mặt trên và dưới của miếng thịt khi sóng điện từ đi qua nó ?

(ĐS: a) 2,72 S/m; 78,84 + j334 b) 20,5 dB)

4.9 : Sóng đừ phẳng đơn sắc trong môi trường ($\gamma = 0$; $\epsilon_r = 1$; $\mu_r = 1$) có vectơ cường độ trường điện : $\vec{E} = 3,77 \cos(6\pi \cdot 10^8 \cdot t + 2\pi y) i_z$ (V / m)

- Tìm tần số f, bước sóng λ và hướng truyền sóng ?
- Tìm vectơ cường độ trường từ của sóng ?

(ĐS: a) $f = 300$ MHz; $\lambda = 1$ m ; hướng -y

$$\text{b) } \vec{H}(y,t) = -0,01 \cos(6\pi \cdot 10^8 \cdot t + 2\pi y) i_x \text{ (A / m)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.10: Sóng điện từ truyền trong không khí có vectơ phức cường độ trường điện :

$$\vec{E} = \left[\left(-\sqrt{3} - j\frac{1}{2} \right) \vec{i}_x + \left(1 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \vec{i}_y + j\sqrt{3} \vec{i}_z \right] \cdot e^{-j0,02\pi(\sqrt{3}x+3y+2z)} \quad [\text{V/m}]$$

- Chứng tỏ đó là sóng phẳng đơn sắc ?
- Xác định hướng truyền sóng , bước sóng, tần số sóng ?
- Tìm vectơ biên độ phức cường độ trường từ ?

(ĐS: a) Mặt đồng pha là mặt phẳng $\sqrt{3}x + 3y + 2z = \text{const}$

b) Sóng truyền theo vectơ $\vec{i}_s = \frac{1}{4} \left(\sqrt{3} \vec{i}_x + 3 \vec{i}_y + 2 \vec{i}_z \right)$
 $\lambda = 25 [m], f = 12 [MHz]$

c)

$$\vec{H} = \frac{1}{240\pi} \left[\left(-1 + j2\sqrt{3} \right) \vec{i}_x + \left(-\sqrt{3} - j2 \right) \vec{i}_y + 2\sqrt{3} \vec{i}_z \right] \cdot e^{-j0,02\pi(\sqrt{3}x+3y+2z)} \quad [\text{A/m}]$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.11 : Sóng điện từ phẳng đơn sắc trong môi trường điện môi lý tưởng ($\epsilon_r = 1$; $\mu_r = 1$) có vectơ cường độ trường điện : $\vec{E}(z, t) = 50 \cos(\omega.t - \beta z) \vec{i}_x [V / m]$

Tìm công suất trung bình truyền qua diện tích hình tròn , bán kính 2,5 m ; nằm trong mặt phẳng $z = \text{const}$?

(ĐS: 65,1 W)

4.12 : Sóng điện từ phẳng đơn sắc truyền trong môi trường điện môi lý tưởng ($\epsilon_r = 1$; $\mu_r = 1$) theo hướng -z có hệ số pha : 30 (rad/m). Biết cường độ trường từ của sóng có biên độ : $1/(3\pi)$ A/m và hướng theo chiều -y. Tìm : bước sóng , tần số , vectơ cường độ trường từ và vectơ cường độ trường điện ?

(ĐS: $\lambda = \pi/15$ (m) ; $f = 4,5/\pi$ (GHz)

$$\vec{H}(z, t) = -\frac{1}{3\pi} \cos(9 \cdot 10^9 \cdot t + 30z) \vec{i}_y \text{ (A/m)}$$
$$\vec{E}(z, t) = 40 \cos(9 \cdot 10^9 \cdot t + 30z) \vec{i}_x \text{ (V/m)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.13 : Sóng đừ phẳng đơn sắc truyền trong môi trường điện môi lý tưởng ($\epsilon = \text{const}$, $\mu = \mu_0$) có vectơ cường độ trường điện :

$$\vec{E}(x, t) = 10 \cos(2\pi \cdot 10^7 t - 0,1\pi \cdot x) \vec{i}_y \text{ [V/m]}$$

Tìm vectơ cường độ trường từ và vectơ mật độ dòng công suất điện từ trung bình ?

(ĐS: $\vec{H}(x, t) = \frac{1}{8\pi} \cos(2\pi \cdot 10^7 \cdot t - 0,1\pi x) \vec{i}_z \text{ [A/m]}$; $\langle \vec{P} \rangle = \frac{5}{8\pi} \vec{i}_x \text{ [W/m}^2 \text{]} \text{)}$

4.14 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong điện môi lý tưởng ($\epsilon = 2,25\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$) có vectơ cường độ trường điện :

$$\vec{E}(z, t) = 10 \sin(3\pi \cdot 10^8 \cdot t - \beta z) \vec{i}_x \text{ [V / m]}$$

Xác định f , β , v_p , Z_c và vectơ cường độ trường từ ?

(ĐS: 150 MHz ; $1,5\pi \text{ rad/m}$; $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $80\pi \text{ } \Omega$.

$$\vec{H}(z, t) = \frac{1}{8\pi} \sin(3\pi \cdot 10^8 \cdot t - \beta z) \vec{i}_y \text{ [A/m]} \text{)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.15 : Sóng điện từ phẳng đơn sắc trong điện môi lý tưởng ($\mu_r = 1$) có vectơ cường độ trường điện : $\vec{E} = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - \pi z) \vec{i}_x + 10 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - \pi z) \vec{i}_y$ [V/m]

- Tìm :**
- Phân cực của sóng phẳng ?
 - Phương chiều lan truyền của sóng, tần số ω , hệ số pha β , vận tốc pha v_p , bước sóng λ , trở sóng Z_0 của môi trường ?
 - Vectơ cường độ trường từ và vectơ Poynting trung bình ?

(ĐS: a) Phân cực tròn – trái.

b) Chiều +z; $2\pi \cdot 10^8$ rad/s ; π rad/m ; $2 \cdot 10^8$ m/s ; 2 m .

c) $\vec{H} = -\frac{1}{8\pi} \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - \pi z) \vec{i}_x + \frac{1}{8\pi} \sin(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - \pi z) \vec{i}_y$ [A/m]
 $\langle \vec{P} \rangle = \frac{10}{8\pi} \vec{i}_z$ [W/m²]

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.16 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong điện môi lý tưởng ($\epsilon = \text{const}$, $\mu = \mu_0$), có trường từ :

$$\vec{H}(y, t) = \sin(\pi \cdot 10^6 \cdot t - 0,02\pi \cdot y - 45^\circ) \vec{i}_x [A/m]$$

Tìm:

- Tần số, bước sóng, vận tốc pha, độ thẩm điện tương đối ϵ_r ?
- Phương, chiều lan truyền của sóng?
- Vectơ cường độ trường điện?
- Vectơ Poynting tức thời?

(ĐS: a) 0,5 MHz; 100 m; $0,5 \cdot 10^8$ m/s ; 36 . c) $\vec{E} = 20\pi \sin(\pi \cdot 10^6 \cdot t - 0,02\pi \cdot y - 45^\circ) \vec{i}_z [V/m]$
b) phương +y . d) $\vec{P} = 20\pi \sin^2(\pi \cdot 10^6 \cdot t - 0,02\pi \cdot y - 45^\circ) \vec{i}_y [W/m^2]$)

4.17 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong điện môi lý tưởng ($\epsilon = \text{const}$, $\mu = \mu_0$) theo phương và chiều dương trục x, có $\lambda = 25$ cm, $v_p = 2 \cdot 10^8$ m/s. Cường độ trường điện có biên độ 100 [V/m] và song song với trục z.

- Xác định f và độ thẩm điện tương đối ϵ_r ?
- Tìm vectơ cường độ trường điện và trường từ ?

(ĐS: a) f = 800 MHz, $\epsilon_r = 2,25$.

$$\vec{E}(x, t) = 100 \cos(1,6\pi \cdot 10^9 \cdot t - 8\pi x + \varphi_1) \vec{i}_z [V/m]$$

$$\vec{H}(x, t) = -0,4 \cos(1,6\pi \cdot 10^9 \cdot t - 8\pi x + \varphi_1) \vec{i}_y [A/m]$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.18 : Sóng phẳng đơn sắc , tần số 50 Mhz, lan truyền trong điện môi lý tưởng ($\gamma = 0$, $\epsilon_r = 3$, $\mu_r = 3$) . Cho mật độ dòng công suất điện từ trung bình có giá trị là 5 $[\text{W/m}^2]$.

Tìm : v_p , λ , Z_c , giá trị hiệu dụng của cường độ trường điện và trường từ ?

(ĐS: 10^8 m/s; 2 m; 377 Ω ; 43,4 V/m; 0,115 A/m)

4.19: Sóng phẳng đơn sắc , tần số 2 MHz, truyền trong điện môi lý tưởng ($\gamma = 0$, $\epsilon = 4\epsilon_0$, $\mu = 9\mu_0$) , có vectơ Poynting trung bình là : $0,4 \vec{i}_z [\text{W/m}^2]$

a) Tìm hệ số tắt dần, hệ số pha, trở sóng, vận tốc pha , bước sóng ?

b) Biết tại $z = 0$, pha ban đầu của cường độ trường từ là 60° , vectơ cường độ trường điện song song trục x, tìm vectơ cường độ trường điện và trường từ ?

(ĐS: a) 0; $0,08\pi$ rad/m; $180\pi \Omega$; $5 \cdot 10^7$ m/s; 25 m.

$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{E} &= E_0 \cos(\omega.t - \beta z + 60^\circ) \vec{i}_x ; E_0 = 1,14 \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \\ \vec{H} &= H_0 \cos(\omega.t - \beta z + 60^\circ) \vec{i}_y ; H_0 = 0,73 \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \end{aligned}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.20 : Sóng phẳng đơn sắc truyền trong môi trường dẫn tốt là đồng ($\gamma = 5,8 \cdot 10^7$ [S/m], $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$).

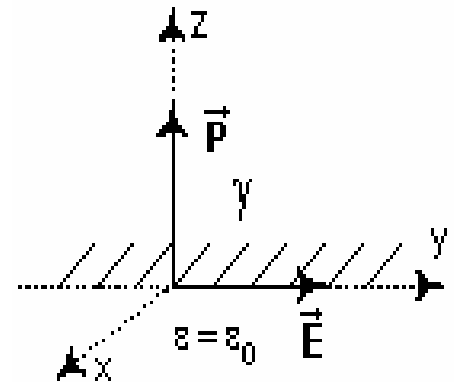
Tìm : Δ , Z_c , λ/λ_0 (với λ_0 : bước sóng trong không khí với cùng tần số) theo tần số f của sóng phẳng ?

(ĐS: $\Delta = \frac{0,066}{\sqrt{f}}$; $Z_c = 3,69 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \angle 45^\circ$ (Ω); $\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1,4 \cdot 10^{-9} \sqrt{f}$)

4.21 : Sóng phẳng đơn sắc , tần số 1,5 MHz, truyền trong không khí (chiếm miền $z < 0$) theo phương $+z$ đến vuông góc với bề mặt môi trường dẫn tốt (chiếm miền $z > 0$) có ($\gamma = 61,7 \cdot 10^6$ [S/m], $\mu = \mu_0$), có trường điện :

$$\vec{E}(z=0, t) = \sin(2.\pi.f.t) \vec{i}_y \text{ [V/m]}$$

Tìm vectơ cường độ trường từ ?



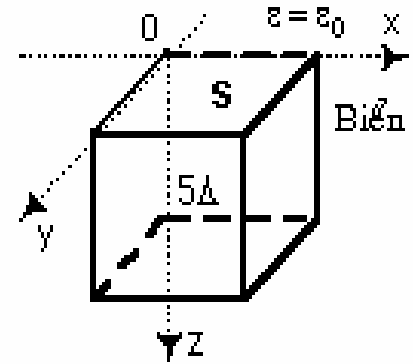
(ĐS: $\vec{H}(z, t) = -2,28 \cdot 10^3 \cdot e^{-\alpha z} \cdot \sin(2.\pi.f.t - \beta z - 45^\circ) \vec{i}_x$ [A/m]
 $\alpha = \beta = 1,91 \cdot 10^4$ [m^{-1}])

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.22 : Sóng phẳng đơn sắc , tần số 10 kHz, truyền trong không khí theo chiều +z tới vuông góc với mặt biển ($\gamma = 4$ [S/m] , $\varepsilon = 81\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$) .

Tìm công suất tiêu tán trung bình trong thể tích nước biển có diện tích $S = 1000$ (mm²), độ sâu 5Δ ? (biết biên độ trường điện tại mặt nước biển là 100 [V/m])

(HD: dùng công thức : $P_J = \frac{1}{2} \int_V \gamma E_{m0}^2 e^{-2\alpha z} dV$)



(ĐS: 25,2 W)

4.23 : Trường điện của sóng phẳng : $\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} \cos(6\pi \cdot 10^3 \cdot t - \beta \cdot z) \vec{i}_x$ [V/m]

truyền vào nước ($\gamma = 4$ [S/m], $\varepsilon_r = 81$, $\mu_r = 1$) . Tìm:

- Hệ số tắt dần, hệ số pha, bước sóng, vận tốc pha, trở sóng và độ xuyên sâu ?
- Tìm E_0 (giá trị trường điện tại mặt nước , $z = 0$) để trường điện tại độ sâu 100 m là 1 μ V/m ?

(ĐS: a) $\alpha = \beta = 0,218$; 28,8 m ; $8,65 \cdot 10^4$ m/s
 $0,077 \angle 45^\circ$ (Ω) ; $\Delta = 4,59$ m

b) $E_0 = 2935$ (V/m))

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.24 : Sóng phẳng đơn sắc , tần số 400 Hz, truyền tới vuông góc với màn chắn điện từ dày $d = 6 \text{ mm}$, $\gamma = 5.10^4 \text{ [S/cm]}$, $\mu = 300\mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$. Biết cường độ trường từ tại mặt ngoài màn chắn là $H_0 = 10.\sin(\omega t + 20^\circ) \text{ A/cm}$. Tìm :

- Giá trị tức thời vectơ Poynting tại độ xuyên sâu Δ ?
- Trường từ suy giảm bao nhiêu lần tại giữa màn chắn ?

(ĐS: a) $\vec{P}(z = \Delta, t) = 2,08 - 2,95.\cos(2.\omega.t - 29,6^\circ) \vec{i}_z [\text{mW/cm}^2]$

b) $\frac{H_0}{H_{z=d/2}} = e^{4,62}$)

4.25 : Trục mang dòng hình trụ đặc, đường kính $d = 4 \text{ mm}$, $\gamma = 5,7.10^7 \text{ S/m}$. Tìm R_0 (điện trở 1m chiều dài) đối với tín hiệu DC và tín hiệu AC tần số 1 GHz ?

(ĐS: $R_{DC} = 0,0014 \text{ } \Omega/\text{m}$; $R_{1\text{GHz}} = 0,662 \text{ } \Omega/\text{m}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.1*: Tìm trường điện và trường từ tại điểm có tọa độ $(5, \pi/6, 0)$ trong hệ tọa độ cầu biết nguyên tố anten thẳng có chiều dài là $0,1 \text{ m}$, đặt tại gốc tọa độ, nằm trùng trục z , mang dòng $10\cos(2\pi \cdot 10^7 t) \text{ A}$?

$$\begin{aligned} \text{(ĐS: } H_\phi &= 0,0023 \angle -13,7^\circ \text{ [A/m]} \\ E_r &= 2,8739 \angle -103,7^\circ \text{ [V/m]} \\ E_\theta &= 0,6025 \angle -54,7^\circ \text{ [V/m]} \text{)} \end{aligned}$$

5.2*: Nguyên tố anten thẳng, dài 1 cm , mang dòng biên độ phức $10 \angle 30^\circ \text{ (A)}$, bước sóng 3 m . Tính biên độ phức trường điện và trường từ tại $P(r, \theta, \phi)$ với: $\theta = 45^\circ$; $r = 10 \text{ cm}$. Tính tỉ số biên độ E_θ/E_r ; E_θ/H_ϕ tại P ?

$$\begin{aligned} \text{(ĐS: } H_\phi &= 0,575 \angle 29,8^\circ \text{ [A/m]} \\ E_r &= 2069,7 \angle -60,2^\circ \text{ [V/m]} \\ E_\theta &= 991,4 \angle -59,6^\circ \text{ [V/m]} \\ \frac{E_\theta}{E_r} &= 0,479 ; \frac{E_\theta}{H_\phi} = 1724,6 \text{ [\Omega]} \text{)} \end{aligned}$$

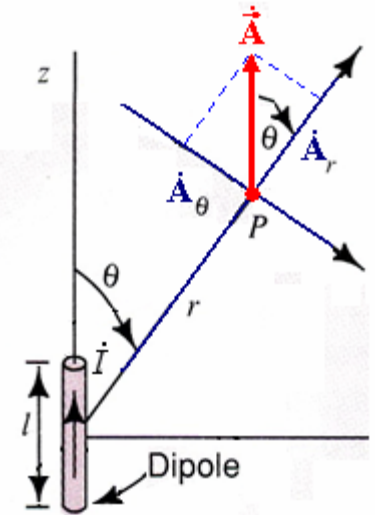
BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.3: Môi trường có $\mu = \mu_0$, tìm vectơ phức cường độ trường từ nếu biết thế vectơ tại điểm P của bức xạ điện từ có dạng :

$$\vec{A} = \frac{e^{-jkr}}{r} \vec{i}_z \quad [\text{W b/m}]$$

(r : khoảng cách từ điểm P đến gốc tọa độ)

(ĐS: $\vec{H}_\phi = \frac{k \sin \theta}{\mu_0 r} \left(\vec{j} + \frac{1}{kr} \right) e^{-jkr}$)



BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.4: Giải lại bài 5.2 với : $\theta = 45^\circ$; $r = 10$ m. Nhận xét kết quả khi dùng công thức cho miền xa ?

$$\begin{aligned} \text{(ĐS: } \dot{H}_\phi &= 1,18 \cdot 10^{-3} \angle -2,7^\circ \text{ [A/m]} \\ \dot{E}_r &= 0,0425 \angle -92,7^\circ \text{ [V/m]} \\ \dot{E}_\theta &= 0,444 \angle -2,7^\circ \text{ [V/m]} \\ \frac{\dot{E}_\theta}{\dot{E}_r} &= 10,45 ; \frac{\dot{E}_\theta}{\dot{H}_\phi} = 376,3 \text{ [\Omega]} \end{aligned} \quad)$$

5.5: Tìm biên độ dòng I_m để nguyên tố anten thẳng có chiều dài $l = \lambda/25$, đặt trong chân không, tạo ra trường từ có giá trị biên độ là 5 [\mu A/m] tại khoảng cách 2 km , $\theta = \pi/2$? Công suất bức xạ sẽ là bao nhiêu ?

$$\text{(ĐS: } 0,5\text{A ; } 158 \text{ mW)}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.6: Nguyên tố anten thẳng, dài $l = 20$ cm, mang dòng điều hòa có $I_m = 0,1$ A, tần số 15 MHz, môi trường xung quanh là không khí.

a) Xác định biên độ trường điện, biên độ trường từ và trị trung bình vectơ Poynting tại $P(r, \theta)$ với: $\theta = 90^\circ$; $r = 1$ km.

b) Xác định R_{bx} , P_{bx} của anten?

(ĐS: a) $E_m = 188,5$ [$\mu\text{V/m}$]; $H_m = 0,5$ [$\mu\text{A/m}$].

b) $R_{bx} = 0,08$ [Ω]; $P_{bx} = 0,4$ [mW])

5.7: Anten thẳng, dài $l = 1$ m, mang dòng điều hòa có $I_m = 1$ A, tần số 3 MHz, môi trường xung quanh là không khí.

a) Xác định R_{bx} , P_{bx} của anten?

b) Anten thu là đoạn dây dẫn dài 1 m, định hướng song song với trường điện bức xạ, cách anten phát 50 km theo hướng cường độ bức xạ cực đại. Xác định biên độ sức điện động cảm ứng trên anten thu?

(ĐS: a) $R_{bx} = 0,08$ [Ω]; $P_{bx} = 0,04$ [W]

b) 37,7 [μV].)

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.8: Anten thẳng, dài $l = 10$ cm, mang dòng điều hòa có tần số $f = 30$ MHz, môi trường xung quanh là không khí. Tại điểm M có tọa độ: $r = 100$ m, $\theta = 90^\circ$, $\phi = 30^\circ$, vectơ Poynting có giá trị: $5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos^2(\omega t - 30^\circ)$ [W/m²].

a) Xác định giá trị tức thời của dòng điện trong anten ?

b) Xác định trị số tức thời của trường điện và trường từ tại điểm M ?

(ĐS: a) $73 \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$ A b) $H_\phi(t) = 3,64 \cdot \cos(\omega \cdot t - 30^\circ)$ [mA/m]
 $E_\theta(t) = 1,37 \cdot \cos(\omega \cdot t - 30^\circ)$ [V/m])

5.9: Môi trường không khí, ở miền bức xạ (miền xa), vectơ phức cường độ trường điện có dạng:

$$\vec{E} = \frac{e^{-j0,209r}}{r} \sin \theta \cdot \vec{i}_\theta \text{ [V/m]}$$

Tìm công suất bức xạ ?

(ĐS: 1/90 W)

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.10: Cường độ trường điện trong miền bức xạ của một anten đặt trong không khí, tại gốc tọa độ cầu có dạng :

$$\vec{E} = \frac{E_0 \sin \theta \cdot \cos \theta}{r} \cos(\omega t - k \cdot r) \vec{i}_\theta$$

$E_0, \omega, k = \omega/v = \text{const.}$

- a) Xác định vectơ cảm ứng từ gắn với trường điện trên ? (HD: dùng hệ phương trình Maxwell).
- b) Tìm công suất bức xạ tức thời, công suất bức xạ trung bình của anten ?

(ĐS: a) $\vec{B} = \frac{E_0 k \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{\omega r} \cos(\omega t - kr) \cdot \vec{i}_\phi$)

b) $P_{bx} = \frac{8\pi k E_0^2}{15\mu_0 \omega} \cos^2(\omega t - kr)$

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.11: Tìm công suất bức xạ P_{bx} và độ định hướng D biết cường độ bức xạ của bức xạ điện từ có dạng :

a) $A_0 \sin \theta$. ($A_0 = \text{const}$; $0 < \theta < \pi$)

b) $A_0 \sin^2 \theta$. ($A_0 = \text{const}$; $0 < \theta < \pi$)

(ĐS: a) $A_0 \pi^2$; 1,27 . b) $8A_0 \pi / 3$; 1,5)

5.12: Tìm độ định hướng D biết cường độ bức xạ chuẩn của bức xạ điện từ có biểu thức :

$$a) u_n(\theta, \phi) = \begin{cases} \sin^2 \theta & (0 < \theta < \pi/2) \\ 0 & (\pi/2 < \theta < \pi) \end{cases} \quad b) u_n(\theta, \phi) = \begin{cases} 1 & (0 < \theta < 30^\circ) \\ 0 & (30^\circ < \theta < 75^\circ) \\ 0,2 & (75^\circ < \theta < 105^\circ) \\ 0 & (105^\circ < \theta < 180^\circ) \end{cases}$$

(ĐS: a) 3 ; b) 8,42)

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.13: Anten thẳng dài $l = 30$ cm, mang dòng $I(t) = I_m \cos(2\pi \cdot 10^7 t)$ A đặt trong không khí tại gốc hệ tọa độ cầu, song song trục z. Cho biết tại điểm M($r = 3$ km, $\theta = 30^\circ$) giá trị trung bình của vectơ Poynting bằng : $0,05 \vec{i}_z$ [mW/m²]

- Xác định I_m , giá trị tức thời của cường độ trường điện, trường từ tại điểm M ?
- Tính cường độ bức xạ chuẩn $u_n(\theta)$ trong hướng θ bất kỳ ? Suy ra độ định hướng của anten ?
- Tính công suất bức xạ của anten ?
- Tại M đặt 1 anten thu là 1 đoạn dây dẫn thẳng dài 30 cm song song trục z. Tính biên độ sức điện động cảm ứng trên anten thu ?

(ĐS: a) $I_m = 618$ A
 $H_\phi(t) = 0,515 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^7 \cdot t + 90^\circ)$ [mA/m]
b) $u_n = \sin^2\theta$; $D = 1,5$.
c) $P_{bx} = 15$ kW .
d) $u = 29,1$ [mV])

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.14: Môi trường không khí, ở miền bức xạ (miền xa), vectơ phức cường độ trường điện có dạng :

$$\vec{E} = \frac{100I_m \cos^4 \theta}{r} e^{-jkr} \cdot \vec{i}_\theta \text{ [V/m]} \quad (0 < \theta < \pi / 2)$$

- a) Tìm cường độ bức xạ $u(\theta, \phi)$?
- b) Nếu $I_m = 1\text{A}$: Tìm công suất bức xạ P_{bx} ? Tìm điện trở bức xạ R_{bx} và độ định hướng D ?

(ĐS: a) $13263I_m^2 \cos^8 \theta$ b) $9,259\text{W}$; $18,518\Omega$; 18)

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.15: Một anten mang dòng điều hòa biên độ I_m , có cường độ bức xạ :

$$u(\theta, \phi) = \begin{cases} 4I_m^2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi \text{ [W/sr]} & \text{khi } (0 < \theta < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \text{khi } (\frac{\pi}{2} < \theta < \pi) \end{cases} ; (0 < \phi < 2\pi)$$

Tìm :

- Công suất bức xạ theo I_m ?
- Điện trở bức xạ và độ định hướng ?
- Khi $I_m = 2$ A, tìm mật độ công suất bức xạ theo hướng cực đại tại điểm M ($r = 1$ km) ? Biên độ cường độ trường từ tại M ?

- (ĐS:**
- $P_{\text{bx}} = 8,38I_m^2$.
 - $R_{\text{bx}} = 16,8 \text{ } [\Omega]$, $D = 6$.
 - $P_{r(\text{max})} = 16 \text{ } [\mu\text{W/m}^2]$, $H_m = 291 \text{ } [\mu\text{A/m}]$.)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.1: Cho ống dẫn sóng (ods) hai bản song song, cạnh $a = 3 \text{ cm}$, xác định góc phản xạ θ , λ_{m0} cho các trường hợp:

a) $f = 6 \text{ GHz}$; mode TE_{10} .

b) $f = 12 \text{ GHz}$; mode TE_{10} .

c) $f = 12 \text{ GHz}$; mode TE_{20} .

(ĐS: a) $33,56^\circ$; $9,045 \text{ cm}$; b) $65,38^\circ$; $2,75 \text{ cm}$; c) $33,56^\circ$; $4,523 \text{ cm}$.)

6.2: Ống dẫn sóng hai bản song song, lấp đầy bằng điện môi ($\epsilon = 2.25\epsilon_0$; $\mu = \mu_0$), khoảng cách $a = 3 \text{ cm}$. Xác định các kiểu truyền (TE_{m0}) khi được kích thích ở tần số 9 GHz . Tìm λ_{th} , f_{th} , β_{m0} , λ_{m0} , V_{m0} ?

(ĐS:

	λ_{th}	f_{th}	β_{m0}	λ_{m0}	V_{m0}
TE_{10}	6 cm	3,3 G	262,6	2,4 cm	$2,16 \cdot 10^8$
TE_{20}	3 cm	6,6 G	190	3,3 cm	$2,97 \cdot 10^8$

)

6.3: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, kích thước $a \times b = 3 \text{ in.} \times 1,5 \text{ in.}$ Tìm các tần số tới hạn cho các kiểu truyền: TE_{10} , TE_{01} , TE_{11} , TE_{20} ? Tìm khoảng tần số kích hoạt ods để cho phép duy nhất kiểu truyền TE_{10} trong ods?

(ĐS: $1,97 \text{ GHz}$, $3,94 \text{ GHz}$, $4,4 \text{ GHz}$, $3,94 \text{ GHz}$. $1,97 \text{ GHz} < f < 3,94 \text{ GHz}$.)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.4: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, kích thước $axb = 2,29 \text{ cm} \times 1,02 \text{ cm}$, truyền tín hiệu tại tần số 10 GHz , kiểu TE_{10} . Tìm λ_{10} , β_{10} , v_{10} ?

(ĐS: $0,0397 \text{ m}$; $158,3 \text{ rad/m}$; $3,97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.)

6.5: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, tìm khoảng tần số kích thích mà ở đó chỉ cho truyền duy nhất kiểu sóng TE_{10} . Biết kích thước ods (axb):
a) $8.64 \text{ cm} \times 4.32 \text{ cm}$; b) $2.29 \text{ cm} \times 1.02 \text{ cm}$; c) $0.71 \text{ cm} \times 0.36 \text{ cm}$.

(ĐS: a) $1,74 \text{ GHz} < f < 3,47 \text{ GHz}$.
b) $6,55 \text{ GHz} < f < 13,1 \text{ GHz}$.
c) $21,13 \text{ GHz} < f < 41,67 \text{ GHz}$.)

6.6: Cho ống dẫn sóng, cạnh $a = 3 \text{ cm}$, điện môi $\epsilon = 4\epsilon_0$; $\mu = \mu_0$. Xác định trở sóng cho các trường hợp:
a) $f = 3 \text{ GHz}$; kiểu TE_{10} ; b) $f = 6 \text{ GHz}$; kiểu TE_{10} .

(ĐS: a) 341Ω ; b) $207,4 \Omega$.)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.7: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, kích thước $axb = 2,3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, xác định trở sóng cho các trường hợp:

a) $f = 10,6 \text{ GHz}$; kiểu TE_{10} ; b) $f = 18 \text{ GHz}$; kiểu TM_{11} .

(ĐS: a) 478Ω ; b) 157Ω .)

6.8: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là điện môi $\epsilon = 2,25\epsilon_0$, kích thước $axb = 5 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$, được kích thích ở tần số $f = 5 \text{ GHz}$. Xác định β ; λ ; v và Z_c cho mỗi kiểu truyền sóng?

(ĐS: TE_{10} , TE_{01} , TE_{11} , TE_{20} , TM_{11} .)

	β_{mn}	λ_{mn}	V_{mn}	Z_c
TE_{10}	143,8	4,37 cm	$2,18 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	274,5 Ω
TM_{11}	70,25	8,94 cm	$4,47 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	112,3 Ω

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.9: Sóng TM , tần số 6 GHz, truyền trong ống dẫn sóng chữ nhật , bên trong là không khí, kích thước $a = b$. Tìm khoảng giá trị của a để chỉ có kiểu truyền TM_{11} trong ods với hệ số an toàn là 20% .

(ĐS: $4,24 \text{ cm} < a < 4,47 \text{ cm}$)

6.10: Ống dẫn sóng chữ nhật , kích thước $a = 10 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, bên trong là không khí , lan truyền kiểu sóng có vectơ cường độ trường điện:

$$\vec{E} = E_0 \sin(40\pi y) \cos(18\pi \cdot 10^9 \cdot t - 20\sqrt{5} \cdot \pi \cdot z) \vec{i}_x [V/m]$$

trong đó $E_0 = \text{const}$, y, z tính bằng mét. Xác định :

a) Tên kiểu sóng , tần số tới hạn , vận tốc pha và bước sóng trong ods ?

b) Vectơ cảm ứng từ $\vec{B}(t)$?

(ĐS: a) Kiểu sóng TE_{02} ; 6 GHz ; $4,025 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; 4,47 cm

b) Tính

$$\vec{B} = \frac{\beta E_0}{\omega} \sin(40\pi y) \cos(18\pi \cdot 10^9 \cdot t - 20\sqrt{5} \cdot \pi \cdot z) \vec{i}_y$$
$$+ \frac{40\pi E_0}{\omega} \cos(40\pi y) \sin(18\pi \cdot 10^9 \cdot t - 20\sqrt{5} \cdot \pi \cdot z) \vec{i}_z$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.11: Ống dẫn sóng hình vuông , cạnh là a . Chứng minh rằng nếu có bước sóng λ thỏa điều kiện : $\frac{\lambda}{2} < a < \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$ thì trong ods chỉ có thể truyền đi kiểu sóng TE_{10} và TE_{01} .

6.12: Ống dẫn sóng chữ nhật , kích thước : $a \times b = 3 \times 1,5$ cm, lấp đầy không khí, kích hoạt ở tần số 12 GHz .

- Tìm các kiểu sóng có thể truyền trong ods ?
- Giải lại câu a) nếu ods lấp đầy điện môi lý tưởng ($\mu_r = 1$; $\epsilon_r = 4$) ?

(ĐS: a) $TE_{10}, TE_{01}, TM_{11}$;
b) $n=0$ & $m = \{1,2,3,4\}$;
 $n=1$ & $m = \{0,1,2,3,4\}$;
 $n=2$ & $m = \{0,1,2\}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.13: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, bốn thành bên nằm tại : $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$. Sóng điện từ lan truyền trong ống dẫn sóng có :

$$\vec{H} = \frac{H_0 \beta a}{3\pi} \sin\left(\frac{3\pi}{a} y\right) \cos(\omega.t - \beta.z) \vec{i}_y + H_0 \cos\left(\frac{3\pi}{a} y\right) \sin(\omega.t - \beta.z) \vec{i}_z$$

trong đó : H_0 , ω , $\beta = \text{const}$.

- Xác định vectơ dòng mật trên các thành $x = 0$, $y = a$ của ống dẫn sóng ?
- Cho công suất trung bình truyền trong ống dẫn sóng là P_0 , tính H_0 theo P_0 , a , ω , β ?

(ĐS: a) $\vec{J}_s(y = a) = H_0 \sin(\omega.t - \beta.z) \vec{i}_x$

b) $H_0 = \frac{6\pi}{a} \sqrt{\frac{\omega \epsilon_0 P_0}{\beta(9\pi^2 + a^2 \beta^2)}}$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.14: Kiểu sóng TE_{10} tần số $f = 7$ GHz truyền trong ods chữ nhật , bên trong là không khí, kích thước $axb = 2,29$ cm x $1,02$ cm , xác định :

- Tần số tới hạn , hệ số pha, vận tốc pha, bước sóng trong ods ?
- Công suất trung bình truyền qua tiết diện ods ? Cho biết biên độ cực đại của trường điện là $E_m = 1000$ V/m.

(ĐS: a) 6,55 GHz ; 51,7 rad/m ; 12,1 cm ; $8,5 \cdot 10^8$ m/s .
b) 54,6 mW)

6.15: Xác định công suất trung bình truyền qua tiết diện ống dẫn sóng hình vuông , cạnh a , bên trong là không khí, kiểu sóng TE_{22} , có tần số gấp đôi tần số tới hạn ? Biết biên độ cực đại của các thành phần E_x và E_y là 100 V/m.

(ĐS: $5,743a^2$)

6.16: Xác định công suất trung bình truyền qua tiết diện ống dẫn sóng chữ nhật , kích thước $axb = 4,75$ cm x $2,2$ cm , kiểu sóng TM_{11} , có tần số $f = 10$ GHz ? Biết biên độ cực đại của thành phần dọc cường độ trường điện $E_{zm} = 5 \cdot 10^4$ V/m.

(ĐS: 1012,4 W)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.17: Xác định mật độ điện tích mặt σ trên các thành ods, tiết diện axb, kiểu sóng TE_{10} tần số ω ? Biết thành phần dọc của cường độ trường từ (H_z) có biên độ cực đại H_0 .

(ĐS: $\sigma(x=0) = \sigma(x=a) = 0$
 $\sigma(y=0) = -\sigma(y=b) = \frac{\omega\mu_0\epsilon_0 a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta_{1,0}z)$

6.18: Xác định vectơ mật độ dòng mặt trên bề mặt các thành ods, tiết diện axb, kiểu sóng TE_{10} tần số ω ? Biết thành phần dọc cường độ trường từ (H_z) có biên độ cực đại H_0 .

(ĐS: $\vec{J}_s(x=0) = -\vec{J}_s(x=a) = -H_0 \cos(\omega t - \beta_{1,0}z) \vec{i}_y$
 $\vec{J}_s(y=0) = -\vec{J}_s(y=b) = \frac{\beta_{1,0}a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta_{1,0}z) \vec{i}_z$
 $+ H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta_{1,0}z) \vec{i}_x$)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.19: Ống dẫn sóng chữ nhật , bên trong là không khí , kích thước : $axb = 3 \times 1$ cm.

- Tìm f_{th} của 4 kiểu sóng đầu tiên ?
- Tìm băng thông của kiểu cơ bản (kiểu sóng có f_{th} bé nhất) ?
- Probe tạo sóng TE_{11} có tần số $f = 1,5f_{th}$ của kiểu cơ bản. Tìm khoảng cách tính từ probe để sóng suy hao 100 dB ?

(ĐS: a) 5GHz; 10GHz; 15GHz(2 modes) b) $5 < f < 10$ GHz c) 3,95 cm)

6.20: Ống dẫn sóng chữ nhật , kích thước $axb = 2,54 \times 1,3$ cm, lấp đầy điện môi thực :

$$\mu = \mu_0 ; \tilde{\epsilon} = \epsilon_0 (50 - j0,2)$$

- Tìm f_{th} của kiểu TE_{10} khi gần đúng $\tilde{\epsilon} = 50\epsilon_0$?
- Ở kiểu sóng này , tìm hệ số tắt dần do điện môi thực α_d với tần số kích hoạt $f = 1,25.f_{th}$?

(ĐS: a) $8,35 \cdot 10^8$ Hz b) 0,515 Np/m)

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.21: Ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong là không khí, bốn thành bên nằm tại: $x = 0$; $x = a$; $y = 0$; $y = b$. Sóng điện từ lan truyền trong ống dẫn sóng có:

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cos(\omega.t - \beta.z) \vec{i}_y$$

trong đó: ω là tần số góc, E_0 và $\beta = \text{const}$.

a) Cho biết tên kiểu sóng? Xác định $\vec{H}(t)$? Chứng tỏ: $\beta^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \frac{4\pi^2}{a^2}$
Suy ra điều kiện để sóng truyền không bị tắt?

b) Tính công suất trung bình truyền qua tiết diện ống dẫn sóng?

(ĐS: a) TE₂₀.

$$\vec{H}(t) = -\frac{\beta E_0}{\omega \mu_0} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cos(\omega t - \beta z) \vec{i}_x - \frac{2\pi E_0}{a \omega \mu_0} \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z) \vec{i}_z$$

$$\beta : \text{real} \Leftrightarrow \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \omega > \frac{2\pi}{a\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\text{b) } \left\langle \vec{P}(t) \right\rangle = \frac{\beta E_0^2 ab}{4\omega \mu_0} \vec{i}_z$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.22: Cho hộp cộng hưởng , cạnh $a = b = c = 2,5 \text{ cm}$, lấp đầy bởi điện môi có $\epsilon = 4\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$. Xác định 3 tần số cộng hưởng bé nhất ? Và cho biết kiểu truyền của mỗi tần số ?

ĐS:

$$f_{\text{osc}(1)} = 4,24 \text{ GHz} : \text{kiểu} : \text{TE}_{011} , \text{TE}_{101} , \text{TM}_{110} .$$
$$f_{\text{osc}(2)} = 5,2 \text{ GHz} : \text{kiểu} : \text{TE}_{111} , \text{TM}_{111} .$$
$$f_{\text{osc}(3)} = 6,7 \text{ GHz} : \text{kiểu} : \text{TE}_{021} , \text{TE}_{012} , \text{TM}_{120} ,$$
$$\text{TE}_{102} , \text{TE}_{201} , \text{TM}_{210} .$$

6.23: Cường độ trường điện của một kiểu dao động ($m = 1, n = 0, p = 1$) trong hộp cộng hưởng (HCH) hình chữ nhật , bên trong là không khí , kích thước ($a \times b \times c$) có dạng :

$$\vec{E} = E_m \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{c} z\right) \cos(\omega.t) \vec{i}_y$$

Xác định:

a) Tổng điện tích tự do trên mỗi thành của HCH ?

b) Vectơ mật độ dòng mặt trên thành hộp $z = 0$ của HCH ?

(ĐS: a) $q_{y=0} = \frac{4\epsilon_0 E_m}{\pi^2} . a . c . \cos(\omega t) ; q_{y=b} = -\frac{4\epsilon_0 E_m}{\pi^2} . a . c . \cos(\omega t)$

b) $\vec{J}_s(z=0) = \frac{\pi E_m}{\mu_0 c \omega} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) . \sin(\omega.t) \vec{i}_y$

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.24: Cường độ trường điện trong hộp cộng hưởng (HCH) hình chữ nhật, bên trong là không khí, kích thước ($a \times b \times c$) có dạng :

$$\vec{E} = E_m \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \sin(\omega_0 t) \vec{i}_z$$

Xác định:

- Vectơ cường độ trường từ trong HCH, tần số dao động riêng ω_0 ?
- Năng lượng điện từ trong HCH?
- Vectơ mật độ dòng mặt, mật độ điện tích mặt trên các thành của HCH?

(ĐS: a)
$$\vec{H} = \left[\frac{\pi E_m}{\mu_0 b \omega_0} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) \vec{i}_x - \frac{\pi E_m}{\mu_0 a \omega_0} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \vec{i}_y \right] \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{ab\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{a^2 + b^2}$$

b)
$$W_E(t) = \frac{1}{8} \epsilon_0 E_m^2 abc \sin^2(\omega_0 t) \quad ; \quad W(t) = W_E + W_M = W_{E(\max)} = \frac{1}{8} \epsilon_0 E_m^2 abc$$

c)
$$\vec{J}_s(x=0) = \vec{i}_x \times \vec{H}_{x=0} = -\frac{\pi E_m}{\mu_0 a \omega_0} \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \cdot \cos(\omega_0 t) \vec{i}_z$$

$$\sigma(z=0) = \vec{i}_z \cdot (\epsilon_0 \vec{E}_{z=0}) = \epsilon_0 E_m \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \cdot \sin(\omega_0 t)$$