

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

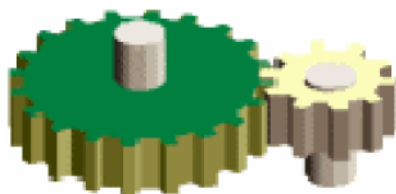
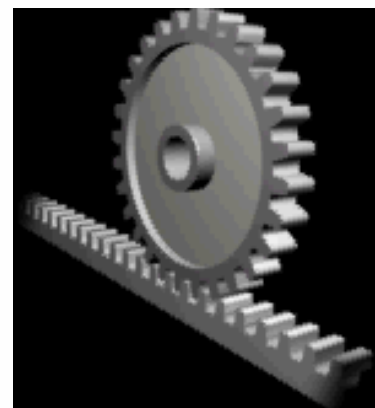
http://www.mientayvn.com/chat_box_li.html

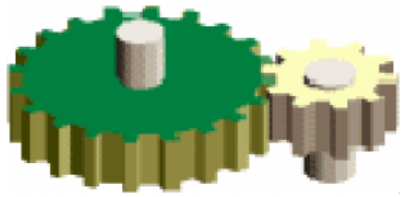


TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ THÁI NGUYÊN

KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN - MÔN CƠ HỌC

CƠ HỌC LÝ THUYẾT 1





M U



C h c là khoa h c nghiên c u chuy n ng c h c c a v t ch t. Trong ó, chuy n ng c h c là s d i ch c a v t ch t t v trí này sang v trí khác trong không gian, theo th i gian.

C h c lý thuy t là m t ph n C h c nghiên c u các *quy lu t chung nh t v chuy n ng c h c*.

C h c lý thuy t là môn h c c s cho hàng lo t các môn k thu t c s và k thu t chuyên ngành khác.





Môn **C h c lý thuy t** c chia làm ba ph n:

- ❑ **T N H H C V T R N**
- ❑ **NG H C**
- ❑ **NG L C H C**

C H C LÝ THUY T 1 g m hai ph n T N H H C
V T R N và NG H C.



TÀI LIỆU THAM KHẢO



- GS.TSKH *Sanh-C h c (t p 1)*, - NXB Giáo d c.
- GS.TSKH *Sanh-Bài t p c h c (t p 1)*, - NXB Giáo d c.
- Chu T o o an-C h c lý thuy t (t p 1),-NXB Giao thông v n t i.
- *C h c lý thuy t* – GS.TSKH ào Huy Bích, Ph m Huy n – NXB i h c Qu c gia Hà N i, 1999.
- *Tuy n t p bài t p c lý thuy t – T p 1*: I.V Mestcherski- NXB i h c và THCN, 1980.



CÁC THÀNH PHẦN

- ❑ *i m gi a kì: 20%*
- ❑ *i m th o lu n: 20%*
- ❑ *i m cu i kì: 60%*



HÌNH THỨC THI

- *Thi gi a kì: T lu n – 1 bài t p*
– *th i gian: 45'*
- *Thi cu i kì: Tr c nghi m (kho ng 20 câu)*
(th i gian: 90')



Ph n l
T N H H C V T R N



T n h h c v t r n là ph n nghiên c u
tr ng thái cân b ng c a v t r n tuy t i
d i tác d ng c a các l c.



Ph n l
T N H H C V T R N



- Ch ng 1: Các khái ni m c b n
va hê tiên ê tinh h c
- Ch ng 2: Cân b ng c a hê l c không gian
- Ch ng 3: Tr ng h p riêng: Hê l c ph ng
- Ch ng 4: Ma sát
- Ch ng 5: Tr ng tâm c a v t r n



Chương 1



CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ HƯỚNG TIÊN TIÊN

1. Mục tiêu bài toán tiên nghiệm
2. Các khái niệm cơ bản và liên kết
3. Hướng tiên tiến
4. Liên kết. Phân tích liên kết.
Tiên nghiệm phóng liên kết



1. M U. T BÀI TOÁN T NH H C



1.1. i t ng nghiên c u

1.2. S cân b ng c a v t r n

1.3. L c

1.4. Bài toán t nh h c



1. M U. T BÀI TOÁN T NH H C



1.1. i t ng nghiên c u

- i t ng nghiên c u c a t nh h c là v t r n tuy t i.

- V t r n tuy t i là các v t mà kho ng cách gi a các i m c a nó không thay i khi ch u tác d ng c a v t khác.

- V t r n tuy t i là mô hình c a các v t r n th c t khi các bi n d ng c a chúng th b qua c do quá bé ho c không óng vai trò quan tr ng trong quá trình kh o sát. V t r n tuy t i c g i t t là v t r n.



1. M U. T BÀI TOÁN T NH H C



1.2. S cân b ng c a v t r n

- Khái ni m chuy n ng hay cân b ng c a v t r n có tính t ng i.

- Kh o sát s cân b ng m t v t r n luôn luôn g n li n v i v t làm m c nào ó.

- **H quy chi u:** V t làm m c dùng kh o sát s cân b ng hay chuy n ng c a các v t c g i là h quy chi u.

Trong các bài toán k thu t thông th ng h quy chi u c ch n là các v t t trên m t t.

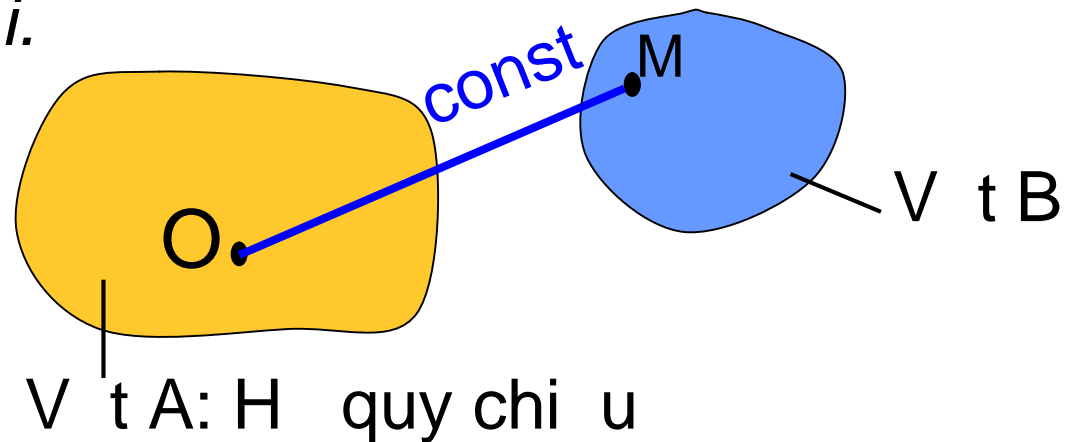


1. M U. T BÀI TOÁN T NH H C



1.2. S cân b ng c a v t r n

- **N Cân b ng c a v t r n:** *M t v t r n c g i là cân b ng (ho c ng y ên) i v i m t v t nào ó n u kho ng cách t m t i m b t k c a v t n i m g c c a h quy chi u luôn luôn không i.*



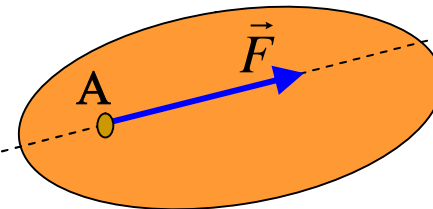
1. M U. T BÀI TOÁN T NH H C

1.3. L c

L c là i l ng dùng o tác d ng t ng h (t ng tác) gi a các v t, mà k t qu c a nó là làm cho các v t thay i tr ng thái chuy n ng ho c b bi n d ng i.

Các c tr ng c a l c:

- i m t c a l c
- Ph ng chi u c a l c
- C ng c a l c



ng tác d ng c a l c (giá c a l c).

L c c bi u di n b ng véc t . Ký hi u $\vec{F}, \vec{R}, \vec{Q}...$



Biểu diễn lực trong hệ tọa độ êcac



Trong hệ tọa độ các trục vuông góc vectơ lực \vec{F} biểu diễn dưới dạng:

$$\vec{F} = X \vec{e}_x + Y \vec{e}_y + Z \vec{e}_z$$

trong đó:

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ là các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ x, y, z .

X, Y, Z là hình chiếu của \vec{F} lên các trục tọa độ.

ôlnc của \vec{F} :

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Hệ số của \vec{F} xác định bởi:

$$\cos \alpha = \frac{X}{F},$$

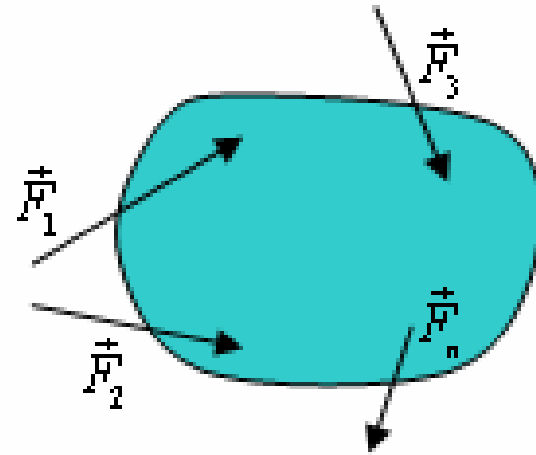
$$\cos \beta = \frac{Y}{F},$$

$$\cos \gamma = \frac{Z}{F}.$$



T p h p các l c tác d ng lên cùng m t
v tr ng i là h l c.

Ký hi u h l c là: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$



1.4. Bài toán t nh h c

Bài toán t nh h c t ra là thi t l p các i u
ki n cân b ng c a v t r n ch u tác d ng c a m t
h l c.



2. CÁC KHÁI NIỆM BỔ SUNG VÀ LƯU Ý



2.1. Các định nghĩa và hình thức

2.2. Mômen quán tính trục chính.

2.3. Mômen quán tính trục chính.

2.4. Vectơ chính và mômen chính
của hình khối không gian

2.5. Nguyên lý.



2.1. CÁC NH NHGH A V H L C



- H l c t ng ng: Hai h l c t ng ng là hai h l c có cùng tác d ng c h c lên m t v t r n. Ký hi u:

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sqcup \left(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m\right)$$

- H p l c c a h l c: N u m t h l c t ng ng v i m t và ch m t l c thì l c ó g i là h p l c c a h l c, hay h l c ã cho có h p l c. Ký hi u \vec{R}_A h p l c c a h l c là :

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sqcup \vec{R}_A$$



2.1. CÁC NH NGH A V H L C



■ H l c cân b ng: *H l c cân b ng là h l c không làm thay i tr ng thái c h c c a v t r n.* Ký hi u: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sqcup 0$

nh lý:

i u ki n c n và v t r n cân b ng là h l c tác d ng lên nó cân b ng.



2.2. MÔMEN C A L C I V I M T I M

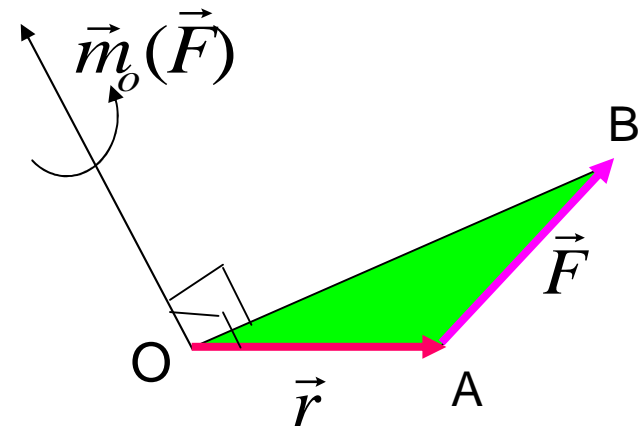
Khi l c tác d ng lên v t, nó có th làm cho v t quay quanh m t i m nào ó. Tác d ng ó c a l c c c tr ng y b ng *mômen c a l c i v i m t i m*.

nh ngh a: *Mômen c a l c i v i i m O* là m t vect , ký hi u là $\vec{m}_O(\vec{F})$ xác nh b ng công th... c:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

trong ó \vec{r} là véct nh v c a i m t l c s o v i i m O.

$$\vec{r} = \overrightarrow{OA}$$



2.2. MÔMEN CẶP LỰC TĨM

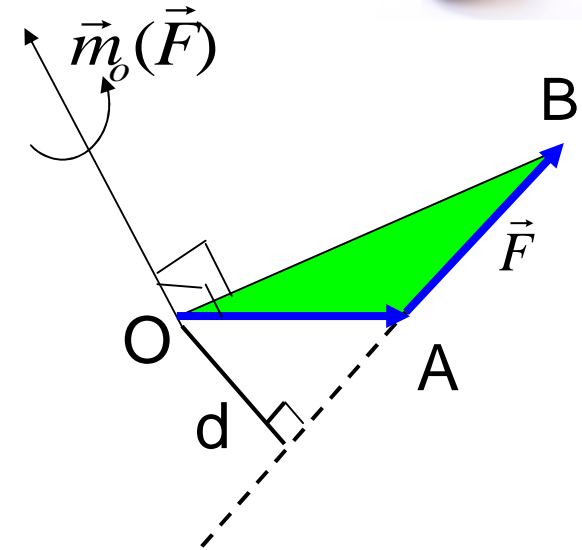
Ta xác định vectơ $\vec{m}_o(\vec{F})$ như sau:

$\vec{m}_o(\vec{F})$

- **Phương:** vuông góc với mặt phẳng chứa trục O và lực \vec{F}
- **Chiều:** Có chiều sao cho khi nhìn từ trên xuống nó xoay \vec{F} vòng quanh O theo chiều kim đồng hồ.

- **Giá trị:** $|\vec{m}_o(\vec{F})| = F \cdot d$ (=0 khi $F = 0$ hoặc $d = 0$)

Vì d là khoảng cách vuông góc lấy từ tâm lấy mômen O nên tác dụng của F .



#

2.2. MÔMEN CẶP LỰC TĨM

Nếu đặt hệ tọa độ Oxyz, và ký hiệu:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \{X, Y, Z\} \\ \vec{r} &= \{x, y, z\}\end{aligned}\quad \text{thì}$$

$$\vec{m}_o(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{bmatrix}$$

Trong đó: $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ là các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ.

Hình chiếu của $\vec{m}_o(\vec{F})$ lên ba trục tọa độ:

$$\bar{m}_{ox}(\vec{F}) = yZ - zY$$

$$\bar{m}_{oy}(\vec{F}) = zX - xZ$$

$$\bar{m}_{oz}(\vec{F}) = xY - yX$$



2.2. MÔMEN C A L C I V I M T I M

Ví d 1.1

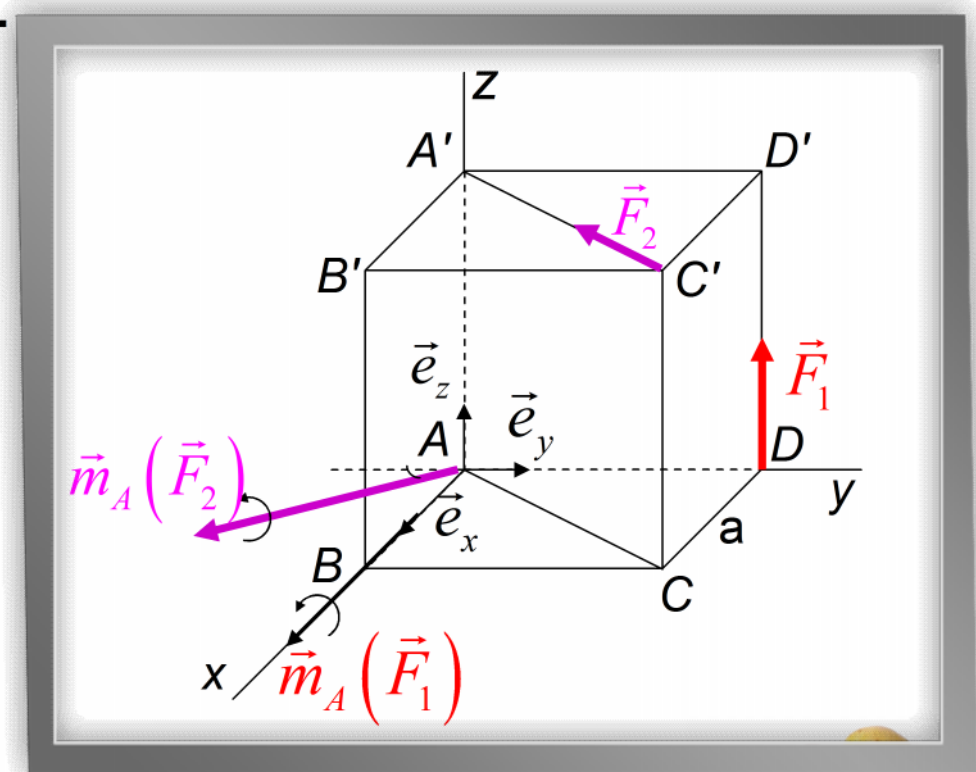
Kh i hình l p ph ãng c ãnh a, ch u tác d ãng c a các l c \vec{F}_1, \vec{F}_2 ãh ãnh ve. Tìm các véc t mômen c a các l c ó i v i ãnh A.

áp sô:

$$\vec{m}_A(\vec{F}_1) = (aF_1)\vec{e}_x$$

$$\vec{m}_A(\vec{F}_2) = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}F_2\right)\vec{e}_x$$

$$-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}F_2\right)\vec{e}_y$$

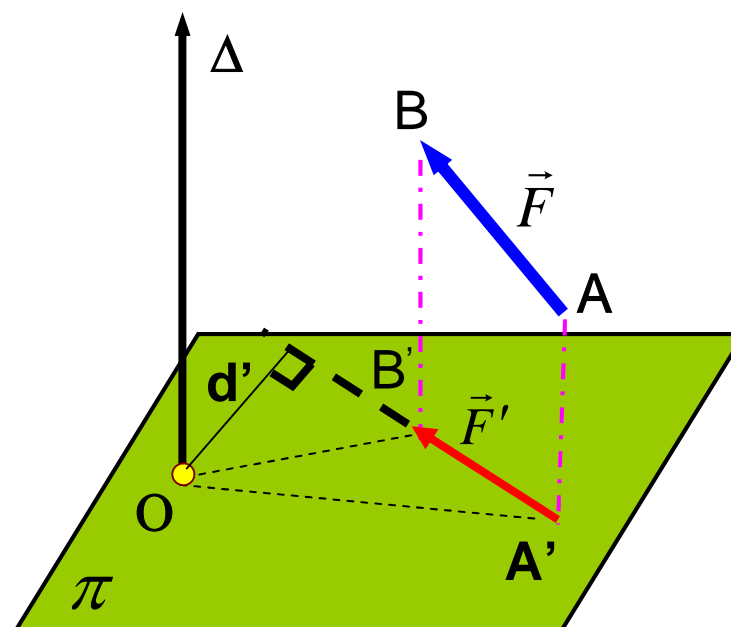


2.3. MÔMEN CẶP LỰC TƯƠNG ĐƯƠNG

Mô men cặp lực tương đương cho tác dụng của lực làm vật quay quanh trục đó.

Định nghĩa: Mômen cặp lực \vec{F} tại vị trí A , ký hiệu là $\vec{m}_A(\vec{F})$, là số vô hướng tích hình chiếu \vec{F}' của \vec{F} lên mặt phẳng vuông góc với trục và khoảng cách d' từ giao điểm O của trục với mặt phẳng lên \vec{F}' , ly d u c n g n u \vec{F}' quay xung quanh O theo chi u n g c chi u kim n g h ô và ly d u tr trong tr n g h p n g c l i.

$$\vec{m}_A(\vec{F}) = \pm F' \cdot d'$$



(= 0 khi nào?)



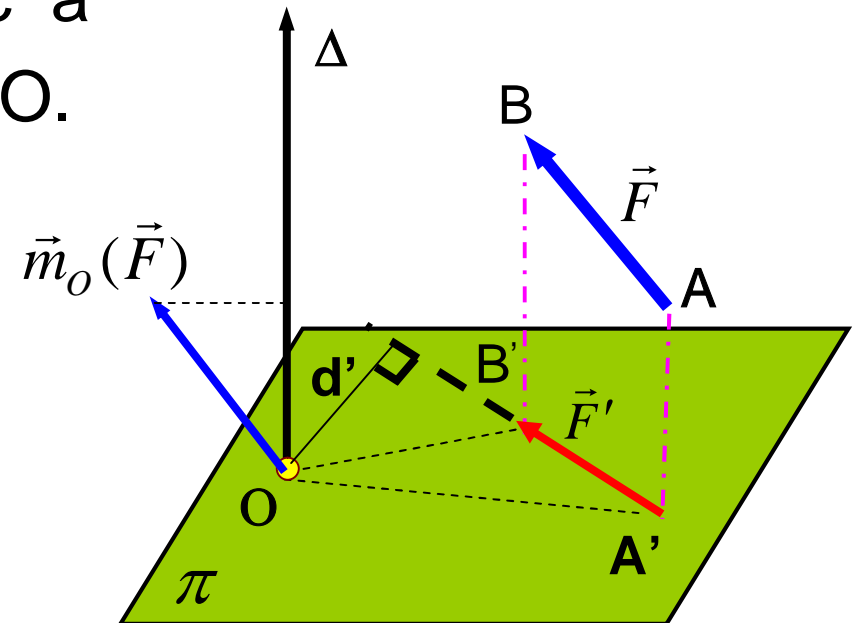
#

nh lý liên hệ giữa mô men c a l c i v i m t i m và mô men c a l c i v i m t t r c .



Mômen c a l c \vec{F} i v i t r c i qua di m O là hình chi u lên t r c c a mômen c a nó i v i i m O.

$$\bar{m}_{\Delta}(\vec{F}) = hc_{\Delta} [\bar{m}_O(\vec{F})]$$



2.3. MÔMEN C A L C I V I M T T R C

Ví d 1.2

Cho 1 c \vec{F}, \vec{F}_2 tác d ng vào kh i l p ph ng, c nh a, i m t t i nh A. Tìm mô men c a các l c ó i v i tr c ba tr c t a ô.

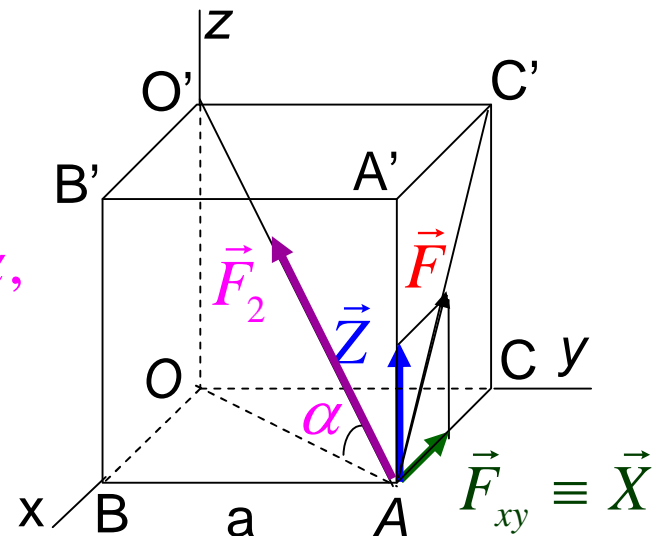
áp sô

$$\bar{m}_x(\vec{F}) = aF \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \bar{m}_x(\vec{F}_2) = F_2 a \sin \alpha,$$

$$\bar{m}_y(\vec{F}) = -aF \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \bar{m}_y(\vec{F}_2) = -F_2 a \sin \alpha,$$

$$\bar{m}_z(\vec{F}) = aF \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \bar{m}_z(\vec{F}_2) = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



#

2.4. VECT CHỈNH VÀ MÔMEN CHỈNH C A H L C KHÔNG GIAN.



2.4.1 Vect chỉnh c a h l c không gian

- **nh ngh a:**

Vect chỉnh c a h l c không gian, ký hi u \vec{R} là t ng hình h c c a các vect bi u di n các l c c a h l c:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

- **Ph ng pháp xác nh vect chỉnh**

a. Ph ng pháp v (hình h c)

b. Ph ng pháp chi u (gi i tích)

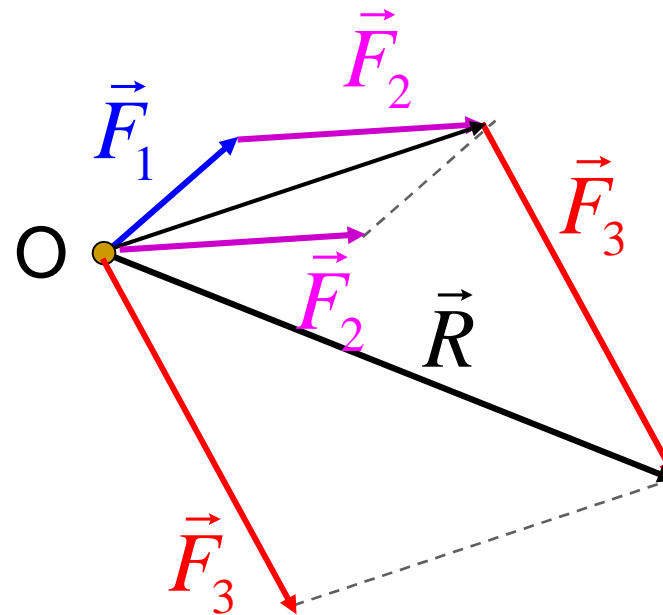
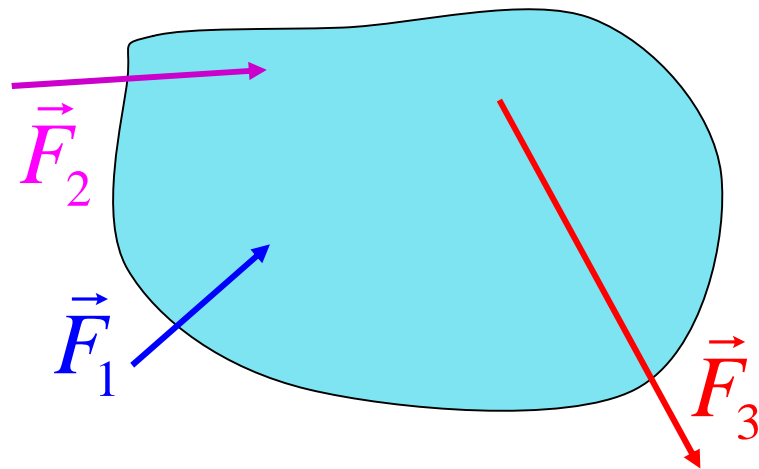


2.4. VECT CHÍNH VÀ MÔMEN CHÍNH CÁNH L C KHÔNG GIAN.



2.4.1 Vect chính c a h l c không gian

a. Ph ng pháp ve



Vect chính c a h l c b ng vect khép kín
c a a giác vect l c.

Chú ý: Vect chính là vect t t do.



2.4.1 Vectơ chính tắc và tích không gian b. Phương pháp chiếu



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

Ký hiệu u:

$$\vec{F}_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$$

$$\vec{F}_2 = (X_2, Y_2, Z_2)$$

.....

$$\vec{F}_n = (X_n, Y_n, Z_n)$$

$$\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$$

Ta có:

$$R_x = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum_{k=1}^n X_k$$

$$R_y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum_{k=1}^n Y_k$$

$$R_z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = \sum_{k=1}^n Z_k$$



2.4.1 Vectơ chính tắc trong không gian

$$\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$$

Vị trí mô đun và phương chiếu của vectơ chính tắc xác định bởi:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}.$$



2.4.1 Vectơ chính tắc của hình lập phương trong không gian

Ví dụ :

Xác định vectơ chính tắc của hình lập phương

sau: $\vec{F}_1 = (1, 2, 3)$

$$\vec{F}_2 = (4, -5, 7)$$

$$\vec{F}_3 = (2, 8, 1)$$

Bài giải :

Ta có: $\vec{R} = (7, 5, 11) \Rightarrow R = \sqrt{7^2 + 5^2 + 11^2} = \sqrt{195}$

$$\Rightarrow \cos(\vec{R}, Ox) = \frac{7}{\sqrt{195}}; \quad \cos(\vec{R}, Oy) = \frac{5}{\sqrt{195}};$$

$$\cos(\vec{R}, Oz) = \frac{11}{\sqrt{195}}$$



2.4.2 Mômen chính của hệ lực không gian tĩnh tâm



- **Định nghĩa:**

Mômen chính của hệ lực không gian tĩnh tâm O , ký hiệu \vec{M}_O là một vectơ tổng hợp hình thành từ các vectơ mômen của các lực thuộc hệ lực tĩnh tâm O :

$$\vec{M}_O = \sum_{k=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_k) = \sum_{k=1}^n \vec{r}_k \wedge \vec{F}_k$$

- **Cách xác định**

a. Phương pháp pháp v

Mômen chính của hệ lực tĩnh tâm bằng vectơ khép kín của các vectơ mômen.

b. Phương pháp chiếu



2.4.2 Mômen chính của hệ lực không gian tĩnh tâm



b. Phương pháp chiếu

$$\vec{M}_O = (M_{Ox}, M_{Oy}, M_{Oz})$$

Các thành phần của vectơ mômen chính
theo các trục tọa độ là:

$$M_{Ox} = \sum \bar{m}_{Ox}(\vec{F}_k) = \sum (y_k Z_k - z_k Y_k)$$

$$M_{Oy} = \sum \bar{m}_{Oy}(\vec{F}_k) = \sum (z_k X_k - x_k Z_k)$$

$$M_{Oz} = \sum \bar{m}_{Oz}(\vec{F}_k) = \sum (x_k Y_k - y_k X_k)$$



2.4.2 Mômen chính của hệ lực không gian tại điểm tâm



Ví dụ 1: Cho hệ lực gồm ba lực, trong đó:

$$\vec{F}_1 = (1, 2, 3) \quad \text{tại } A(2, -1, 0)$$

$$\vec{F}_2 = (4, -5, 7) \quad \text{tại } B(0, -2, 0)$$

$$\vec{F}_3 = (2, 8, 1) \quad \text{tại } C(3, 1, 2)$$

Xác định mômen chính của hệ lực trên trục
đi qua gốc tọa độ O .

Bài giải:

Ta có các vectơ nối gốc O với các lực so với gốc O :

$$\vec{OA} = (2, -1, 0); \quad \vec{OB} = (0, -2, 0); \quad \vec{OC} = (3, 1, 2)$$



Vị trí các điểm và các vectơ như sau:

$$\vec{OA} = (2, -1, 0); \quad \vec{OB} = (0, -2, 0); \quad \vec{OC} = (3, 1, 2)$$

$$\vec{F}_1 = (1, 2, 3) \quad \vec{F}_2 = (4, -5, 7) \quad \vec{F}_3 = (2, 8, 1)$$

Áp dụng CT:

$$M_{Ox} = \sum \bar{m}_{Ox}(\vec{F}_k) = \sum (y_k Z_k - z_k Y_k)$$

$$M_{Ox} = (y_1 Z_1 - z_1 Y_1) + (y_2 Z_2 - z_2 Y_2) + (y_3 Z_3 - z_3 Y_3)$$

$$M_{Ox} = ((-1).3 - 2.0) + ((-2).7 - (-5).0) + (1.1 - 2.8) \\ = -32$$



Ví dụ

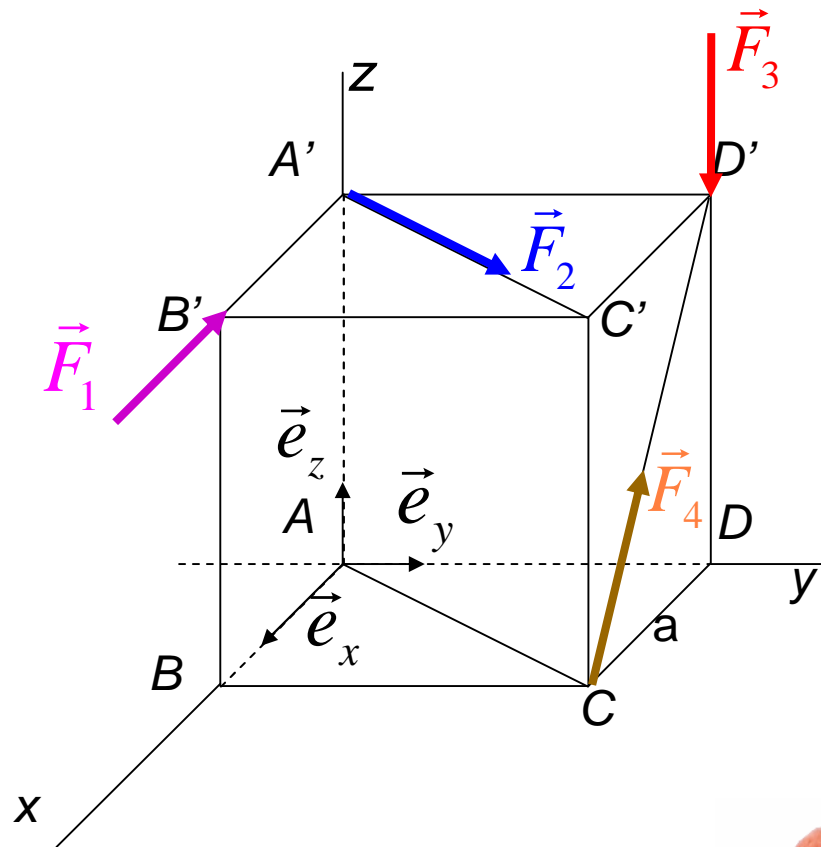
Khí hình lập phương chịu tác dụng của các lực như hình vẽ. Hãy tính vectơ chính và mômen chính của hệ lực đối với tâm A.

áp số

$$R_x = -F_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(F_2 - F_4);$$

$$R_y = \frac{\sqrt{2}}{2}F_2;$$

$$R_z = -F_3 + \frac{\sqrt{2}}{2}F_4;$$



#

2.5. Ng u l c.

a. nh ngh a

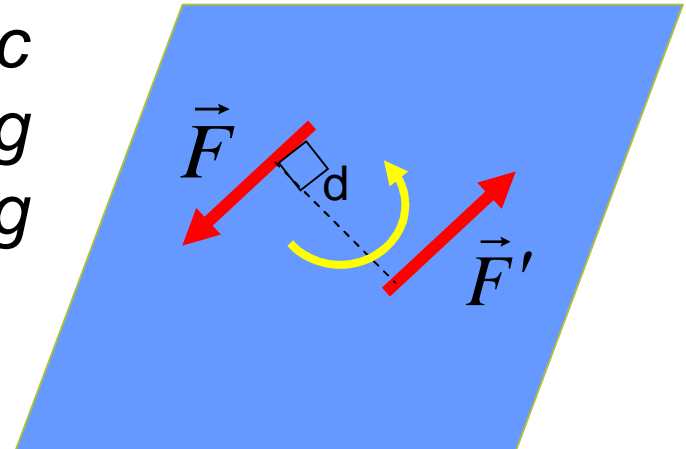
Ng u l c là h g m hai l c song song ng c chi u, cùng c ng và không cùng ng tác d ng.

b. Các c tr ng c a ng u l c

- + M t ph ng tác d ng
- + Chi u quay
- + C ng tác d ng:

$$m = F.d.$$

(d c g i là cánh tay òn c a ng u l c)



→ ê bi u di n các c tr ng c a ng u l c
ng i ta dùng vect mômen ng u l c: \vec{m}

Ph ng: vuông góc v i m t
ph ng tác d ng.

\vec{m}

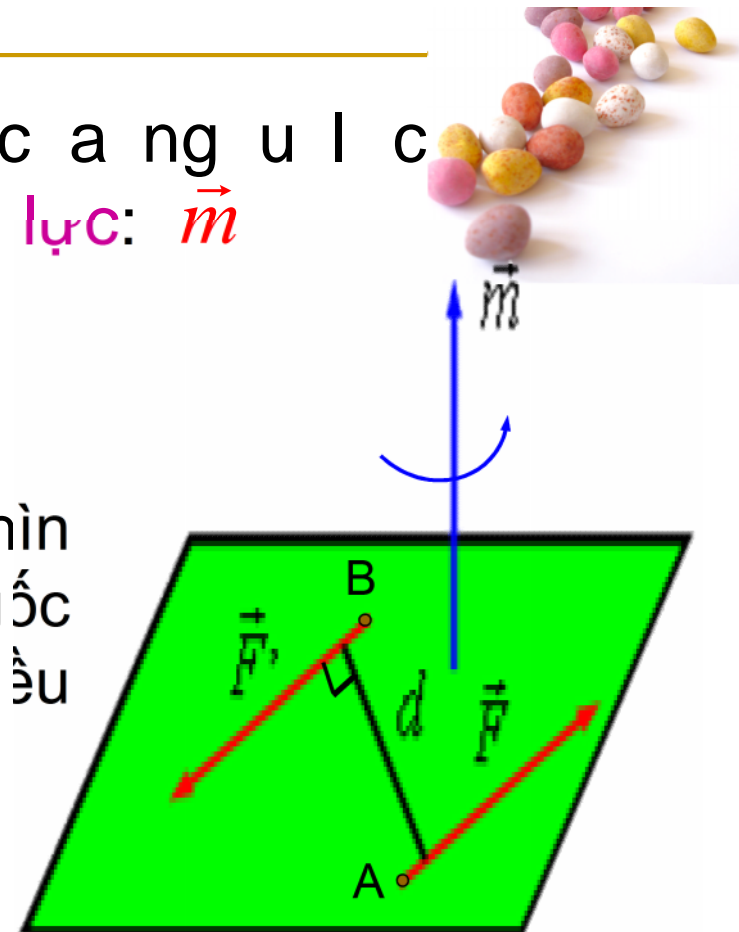
Chi u: Có chi u sao cho khi nhìn
t u mút c a nó xu ng gốc
th y ng u l c quay theo chiều
ng c chi u kim ng h .

l n: $m = F \cdot d$

Chu ý:

Vect mômen c a ng u l c là vect t do v i m t.

$$\vec{m} = \vec{m}(\vec{F}, \vec{F}') = \overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}' = \overrightarrow{BA} \wedge \vec{F}$$

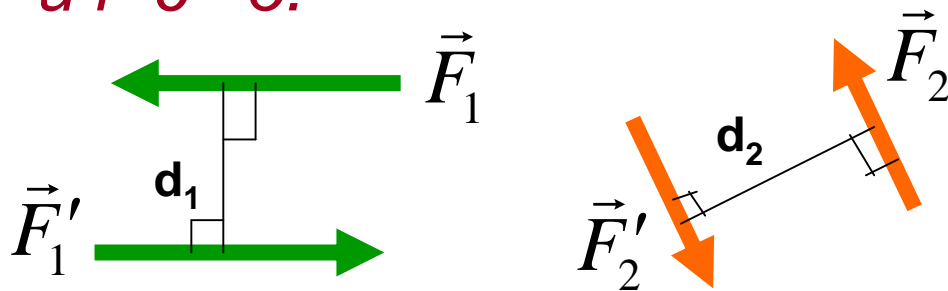


Nhận xét:

➤ Vectơ mô men của ngẫu lực bằng tổng mô men của các lực tạo thành ngẫu lực *đi vi đi m b t k*.

$$\vec{m} = \vec{m}(\vec{F}, \vec{F}') = \vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}')$$

➤ Tác dụng của ngẫu lực không thay đổi nếu ta thay thế các lực tạo thành ngẫu lực bởi hai vectơ mô men của ngẫu lực không đổi, hay nói khác đi, *vectơ mô men của ngẫu lực hoàn toàn tương đương cho ngẫu lực đó*.



$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$



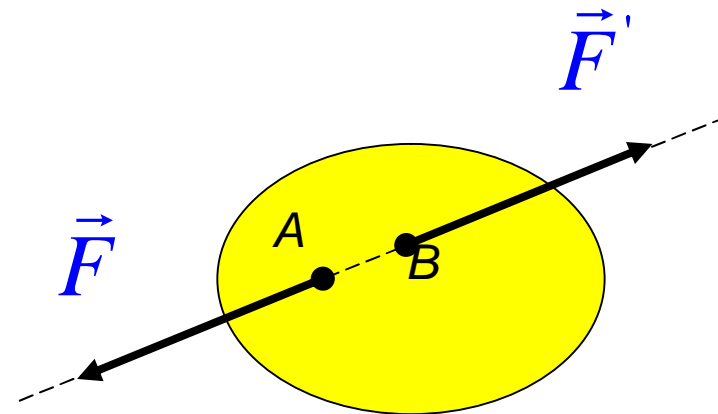
3. H TIÊN T NH H C. CÁC H QU



3.1. H tiên t nh h c

3.1.1. Tiên 1 (Tiên v h hai l c cân b ng).

*i u ki n c n và
h hai l c cân
b ng là hai l c này có
cùng ng tác d ng,
ng c chi u và cùng
c ng .*



#

3. H TIÊN T NH H C. CÁC H QU



3.1.2 Tiên 2 (Tiên thêm b t hai l c cân b ng).

Tác d ng c a m t h l c không thay i n u thêm ho c b t hai l c cân b ng.

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sqcup \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{F}, \vec{F}'\right); (\vec{F}, \vec{F}') \sqcup 0$$



3. H TIÊN T NH H C. CÁC H QU

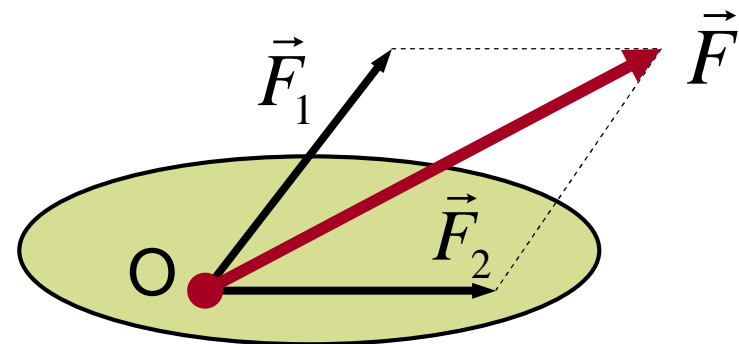


3.1.3 Tiên 3 (Tiên hình bình hành l c).

H hai l c cùng t t i m t i m t ng
ng v i m t l c t t i i m t chung và có
vect l c b ng vect chéo hình bình hành mà hai
c nh là hai vect bi u di n hai l c thành ph n.

$$\vec{F} \sqcup (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$$

và
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

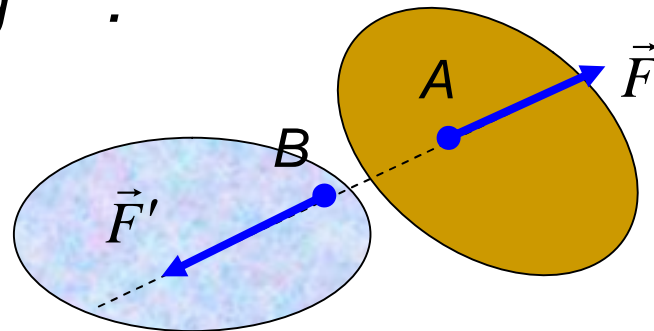


3. H TIÊN T NH H C. CÁC H QU



3.1.4 Tiên 4 (Tiên tác d ng và ph n tác d ng).

L c tác d ng và l c ph n tác d ng gi a hai v t có cùng ng tác d ng, h ng ng c chỉ u nhau và có cùng c ng .



Chú ý:

L c tác d ng và l c ph n tác d ng không ph i là hai l c cân b ng vì chúng tác d ng vào hai v t r n khác nhau.



3. H TIÊN T NH H C. CÁC H QU



3.1.5 Tiên 5 (Tiên hoá r n).

*M t v t bi n d ng ã cân b ng d i tác
d ng c a m t h l c thì khi hoá r n l i nó v n
cân b ng.*



3.2. CÁC H QU

3.2.1. H qu 1:

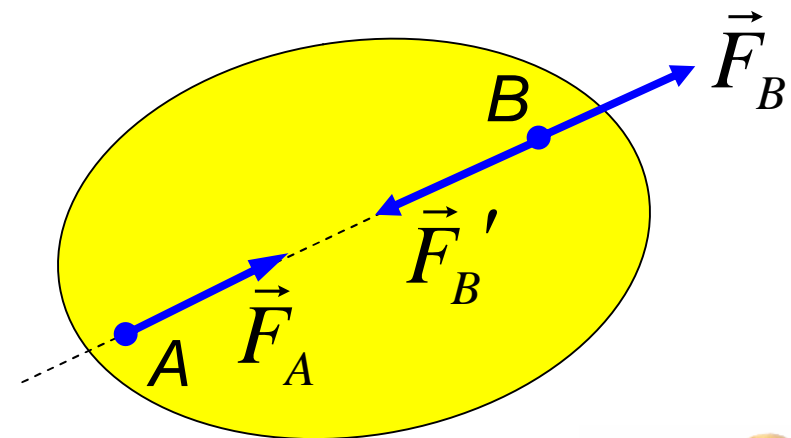
Tác d ng c a l c không thay i khi tr t
l c d c theo ng tác d ng c a nó.



$$(\vec{F}'_B, \vec{F}_B) \sqcup 0; \vec{F}_B = \vec{F}_A \Rightarrow (\vec{F}_A) \sqcup (\vec{F}_A, \vec{F}'_B, \vec{F}_B);$$

$$\text{L i có: } (\vec{F}_A, \vec{F}'_B) \sqcup 0$$

$$\Rightarrow (\vec{F}_A) \sqcup (\vec{F}_B).$$



3.2. CÁC H QU

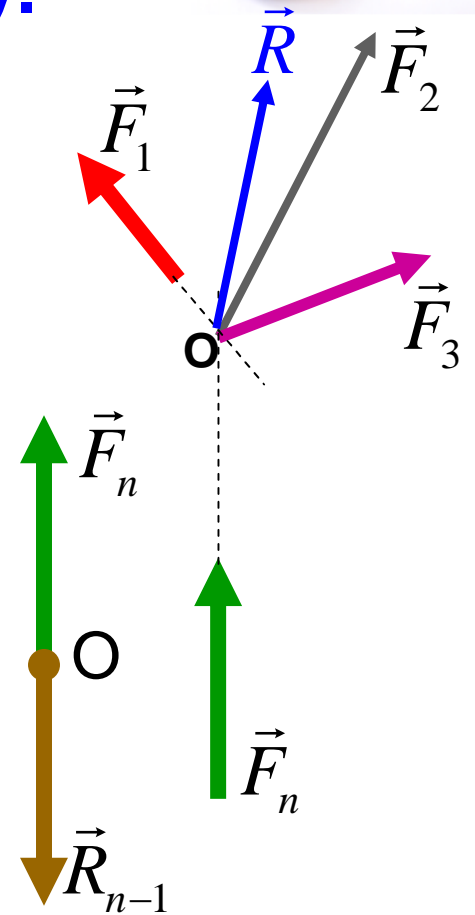
3.2.2. K t qu thu g n h l c ng quy.

H qu 2:

H l c ng quy có h p l c
t t i i m ng quy và bi u di n
vect chính c a h

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

n u vect chính khác không, và cân
b ng n u vect chính c a h b ng
không.



3.2. CÁC H QU



3.2.3. K t qu thu g n h ng u l c.

T p h p nhi u ng u l c t o thành h ng u l c.

H qu 3. *N u mômen chính c a h ng u l c khác không, h ng u l c t ng ng v i m t ng u l c có mô men b ng mô men chính c a h ; còn n u mô men chính c a h b ng không h ng u l c cân b ng.*



4. LIÊN KẾT, PHÂN LẬP LIÊN KẾT. TIÊN GIỚI PHÒNG LIÊN KẾT.



4.1 Vị trí tự do và vị trí không tự do.

Vị trí tự do là vị trí có thể thể hiện cảm biến di chuyển vô cùng bé từ vị trí đang xét sang vị trí lân cận của nó.

Ngược lại, nếu một hay một số di chuyển của vị trí bị cản trở bình thường thì vị trí đó gọi là *vị trí không tự do*.

Vị trí không tự do còn gọi là vị trí liên kết, còn các vị trí khác của vật thể có khả năng gây liên kết.



4. LIÊN KẾT, PHÂN LẬP C LIÊN KẾT. TIÊN GIỚI PHÒNG LIÊN KẾT.



4.1 Vị trí tự do và vị trí không tự do.

Những điều kiện cần để chuyển các vật khảo sát có giá trị là liên kết tự do.

Trong tình huống này, ta chỉ nghiên cứu loại liên kết có thể hình thành giữa các vật thể khác nhau, đó là những liên kết hình học.



4. LIÊN KẾT, PHÂN LẬP C LIÊN KẾT. TIÊN GIỚI PHÒNG LIÊN KẾT.



4.2. Phân lập liên kết

Vết gây liên kết ngẫu nhiên chuyển thành vết khố sát, tức là vết mà tác động vào vết khố sát các l c.

Các l c do các vết gây liên kết tác động lên vết khố sát gọi là các phân lập liên kết.

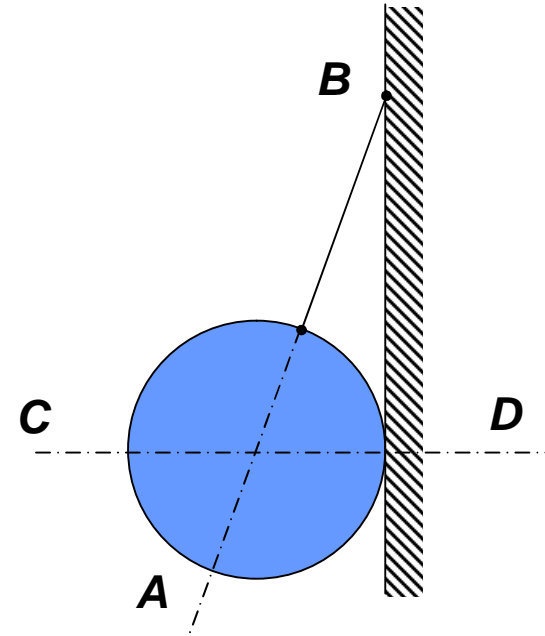


4.3. Các tính chất của phản lực liên kết.



◆ Tính chất tổng quát.

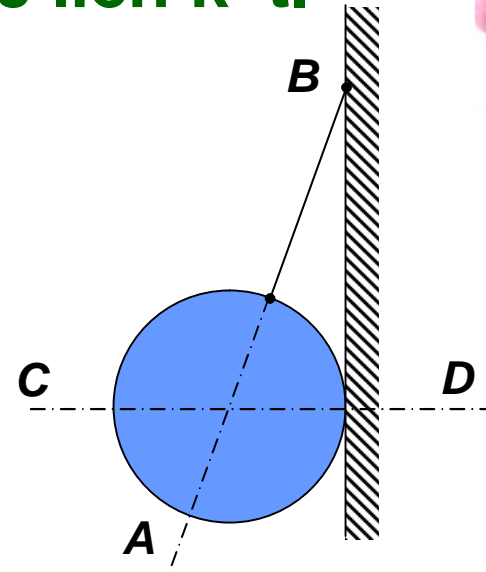
Phản lực liên kết xuất hiện không xác định trước mà *phụ thuộc vào các lực cho trước tác động lên vật khối và kết cấu liên kết* (tấm, bản, dây bu c, ...) của vật gây liên kết.



4.3. Các tính chất của phenol liên kết.

◆ Phenol, chi u c a các phenol liên kết.

Theo nh ngh a, phenol liên kết phải ***có chi u ng n c n chuy n ng c a v t*** nên ng c v i xu h ng chuy n ng c a v t.



Dây ng n c n chuy n ng c a qu c u d c theo ph ng AB a dây.

T ng không cho qu c u di chuy n theo ph ng CD n m ngang.



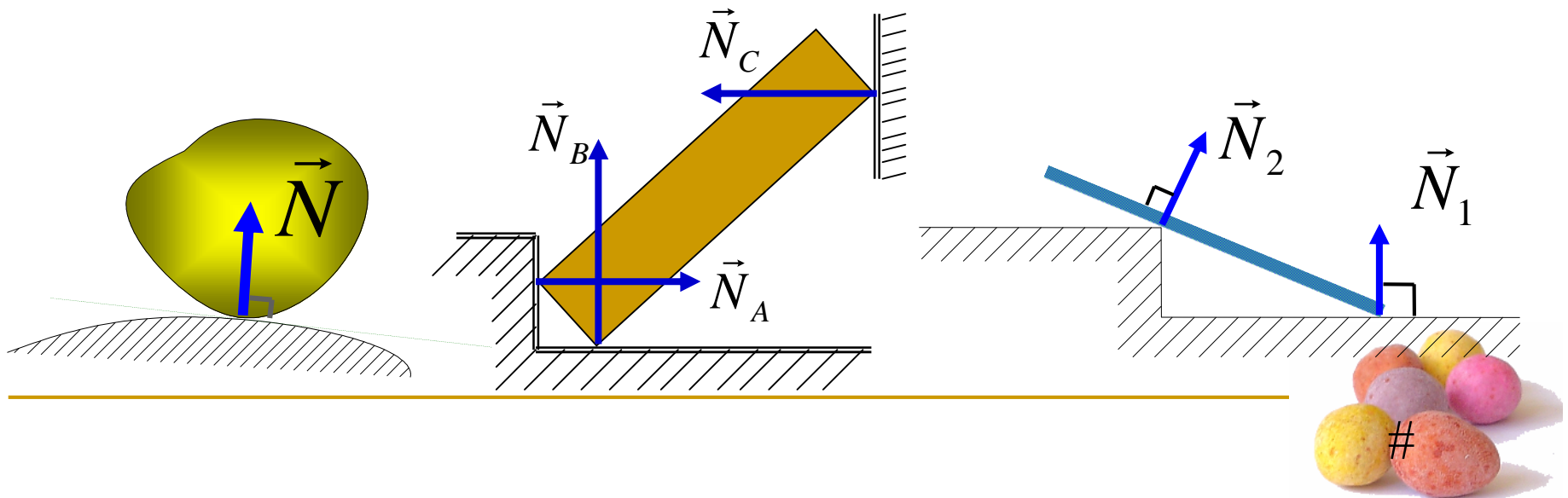
4.4. Các liên kết tĩnh học và các phản lực liên kết tĩnh học.



❖ Liên kết tựa

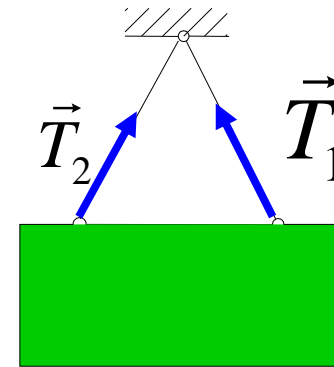
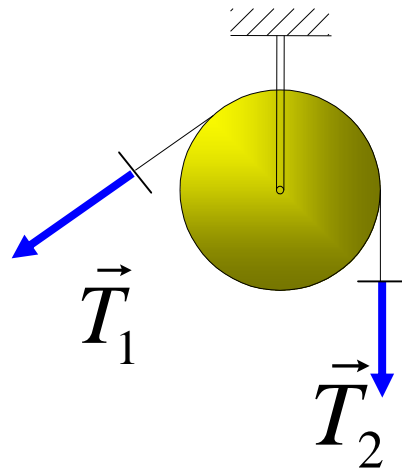
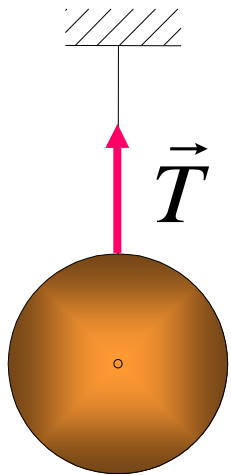
Liên kết tựa xuất hiện khi vật rắn khò sát tựa lên vật gây liên kết.

Nếu bỏ qua ma sát thì phản lực liên kết tựa có phương vuông góc với mặt tựa hoặc song song tựa và có chiều hướng vào vật khò sát.

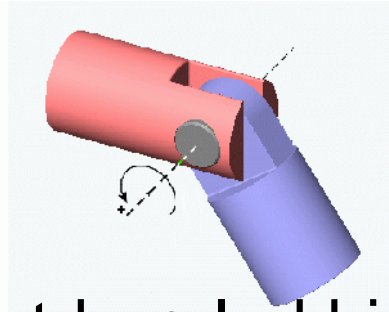


❖ **Liên kết dây mềm, thống**

Phản lực liên kết nắn m d c theo dây, i m t
ch b u c dây và h ã ng ra ngoài v t kh o sát.
Phản lực liên kết c a dây còn c g i là **s c c ng**.

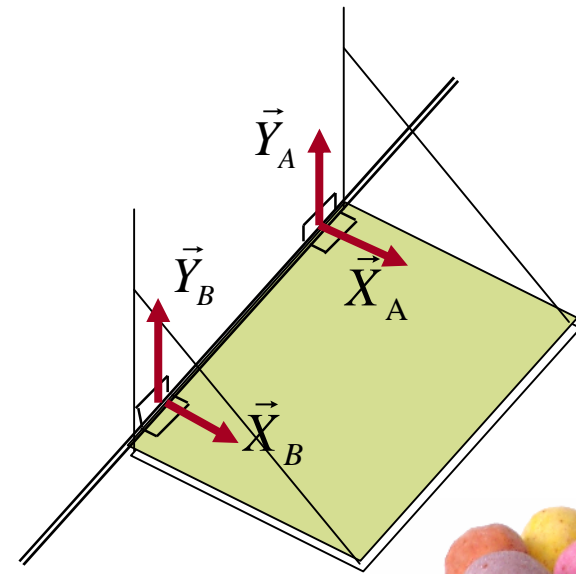
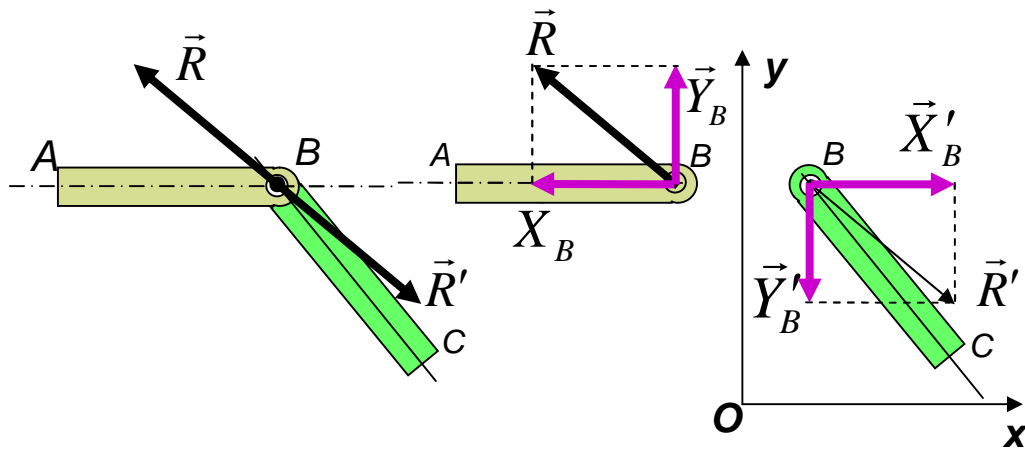


❖ Liên kết bền l



Hai v t có liên k t b n l khi chúng có tr (ch t) chung. Liên k t b n l cho phép v t quay quanh m t tr c c nh.

Ph n l c liên k t c phân tách thành hai thành ph n vuông góc n m trong m t ph ng th ng góc v i ng tr c tâm c a b n l .

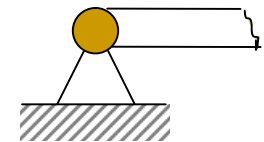
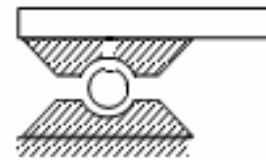


❖ Liên kết g i

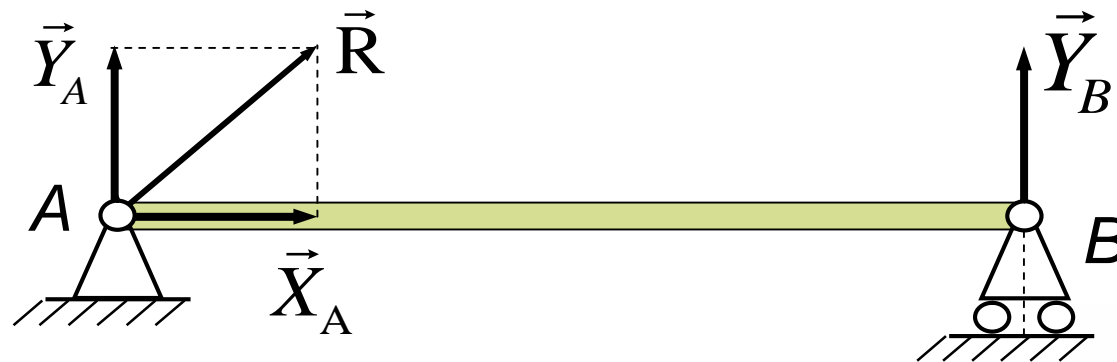
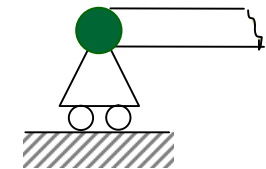
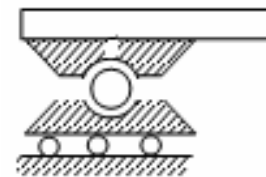
Liên kết g i dùng các d m và khung...



- G i c nh: có ph n l c liên k t t ng t nh liên k t b n l.

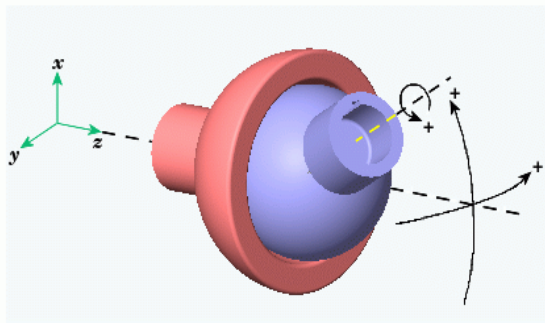


- G i di ng: Ph n l c liên k t c a g i di ng vuông góc v i ph ng di ng c a g i, gi ng nh liên k t t a.

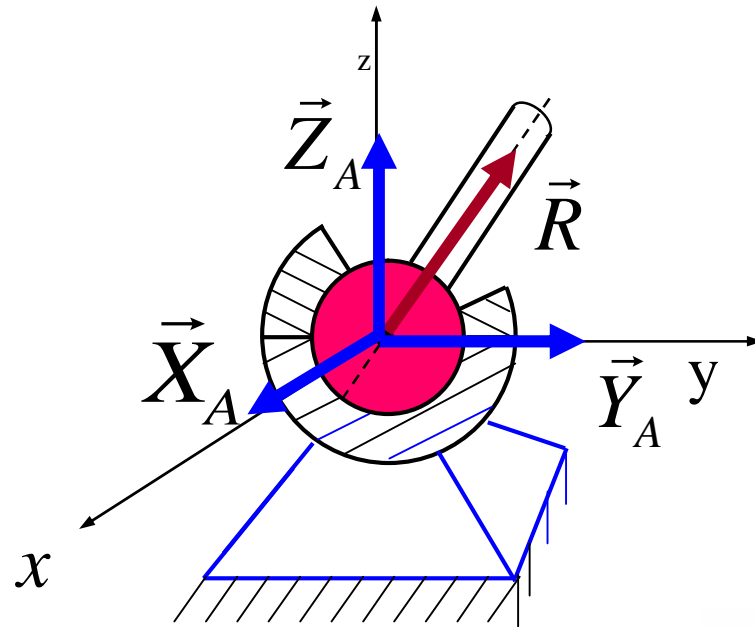


❖ Liên kết g i c u

Liên kết g i c u có thể thể hiện như quả cầu gắn vào vật chụm liên kết và chỗ tiếp xúc trong mặt v qu c u g n li n v i v t gây liên kết. Phân tích g i c u i qua tâm O của quả cầu. Thông thường phân tích g i c u c u c phân tích thành 3 thành phần vuông góc nhau.

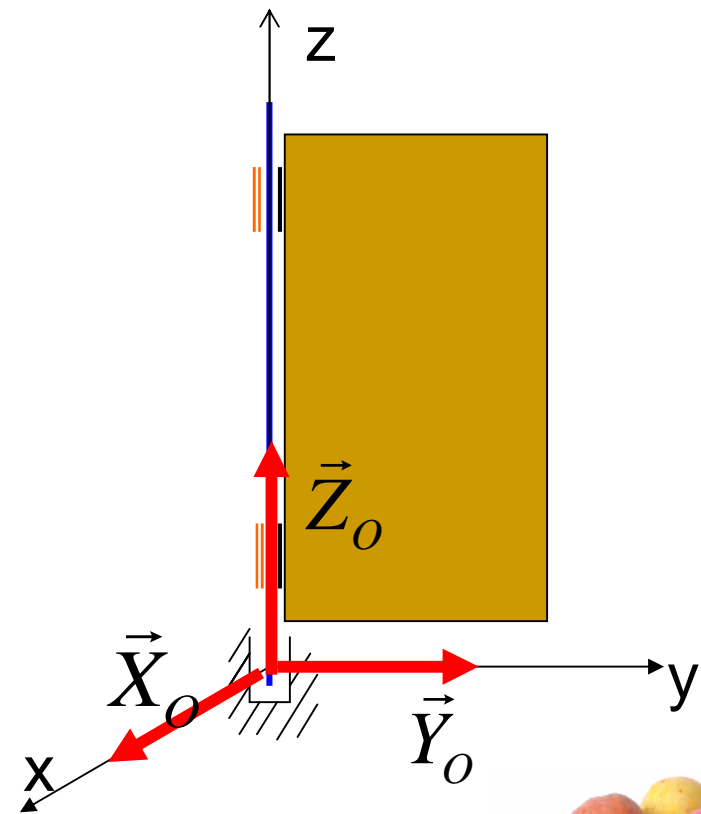
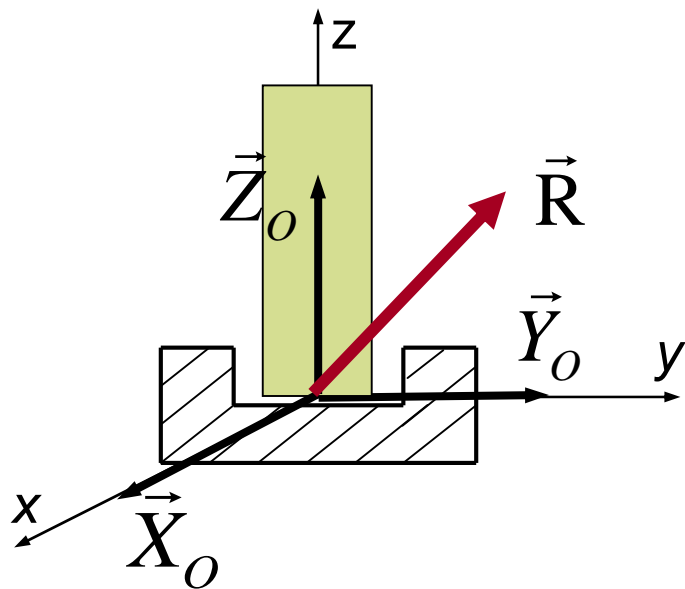


Spherical joint



❖ Liên kết c i

Liên kết c i cho phép v t r n quay quanh tr c Oz. Ph n l c liên k t c i c c phân thành 3 thành ph n vuông góc nhau.

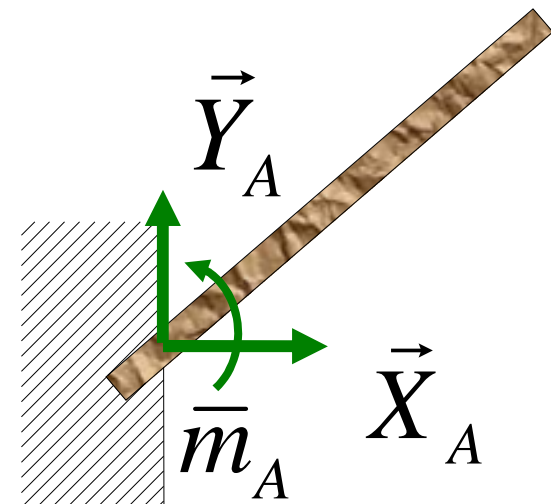
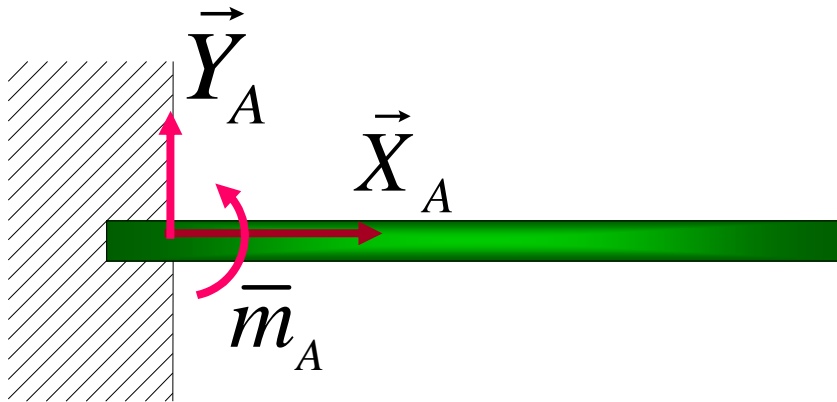


❖ Liên kết ngàm

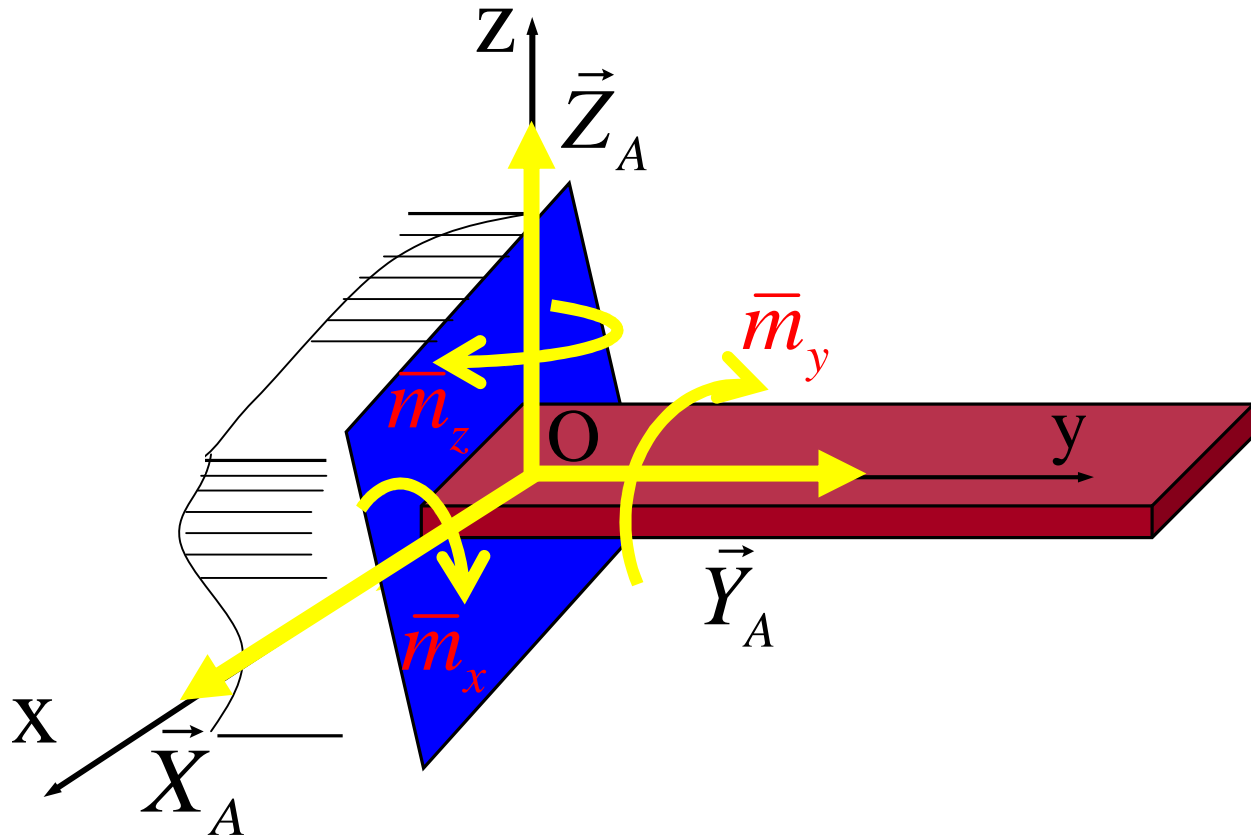
Hai vật có liên kết ngàm khi chúng gắn liền với nhau.



Ngàm phẳng:



Ngành không gian:

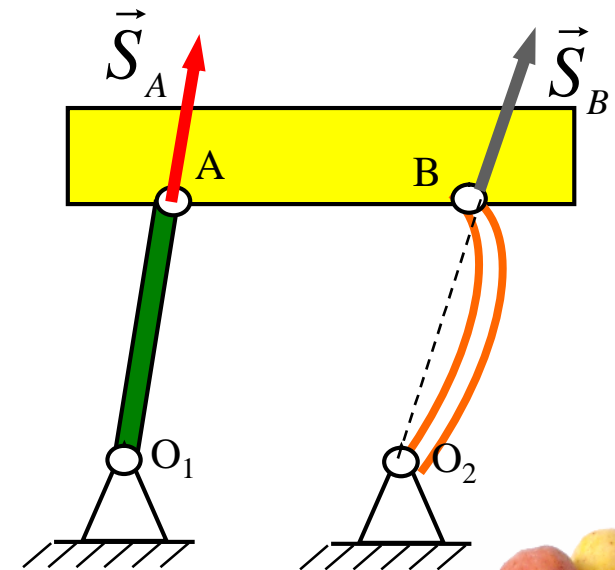


❖ Liên kết thanh

Liên kết thanh có hình thành nên thanh a mãi các vị trí như sau:

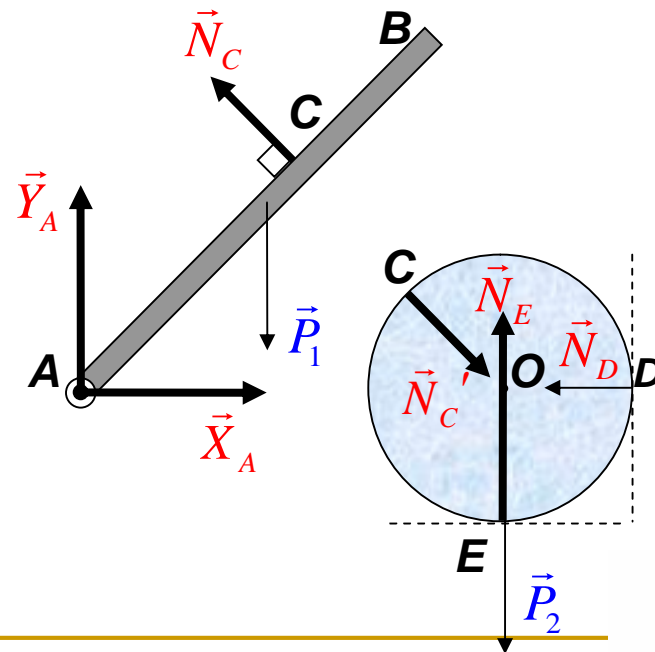
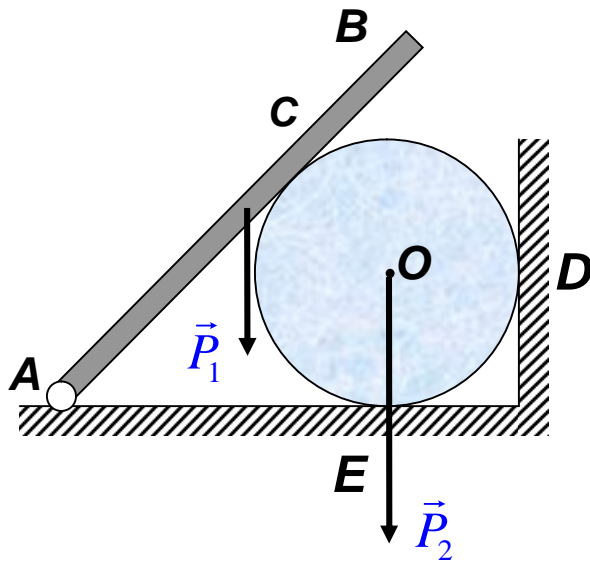
- Chỉ có 1 tác động hai đầu
- Trường hợp thanh không đáng kể
- Nguyên liên kết hai đầu thanh có thể chỉ như bản lề, gối đỡ.

Phân loại liên kết thanh như sau theo nguyên lý hai đầu thanh, hướng vào thanh khi thanh chịu kéo và hướng ra khi thanh chịu nén. (Nguyên lý)



4.5. Tiên đề liên kết.

Vật rắn không thể do (tức vật chịu liên kết) cân bằng có thể xem là vật rắn do cân bằng nếu giả phóng các liên kết, thay thế tác động của các liên kết bằng giả phóng bằng các phản lực liên kết tương ứng.



#

Chương 2



CÂN BẰNG CẢM LẠC KHÔNG GIAN

+ *Thu gọn hình ảnh không gian.*

+ *Tìm hiểu kỹ năng cân bằng cảm giác không gian.*



1. THU G N H L C KHÔNG GIAN V M T TÂM



1.1. Thu g n h l c không gian v m t tâm

1.2. Bi n i tâm thu g n.

1.3. Các k t qu thu g n t i gi n

1.4. nh lý Varinhông



1. THU G N H L C KHÔNG GIAN V M T TÂM

1.1. Thu g n h l c không gian v m t tâm

1.1.1 nh lý d i l c song song.

L c \vec{F}_A t t i i m A t n g n g v i l c \vec{F}_B
($\vec{F}_B = \vec{F}_A$) t t i i m B b t k và n g u l c có mô
men b n g mô men c a \vec{F}_A i v i i m B.

$$\vec{F}_A \perp (\vec{F}_B, \vec{m}); \quad \text{v i:} \quad \vec{F}_B = \vec{F}_A$$
$$\vec{m} = \vec{m}_B (\vec{F}_A)$$



1.1.1 nh lý d i l c song song.

L c \vec{F}_A t t i i m A t n g n g v i l c \vec{F}_B
 ($\vec{F}_B = \vec{F}_A$) t t i i m B b t k và n g u l c có m ô m e n
 b n g m ô m e n c a \vec{F}_A i v i i m B.

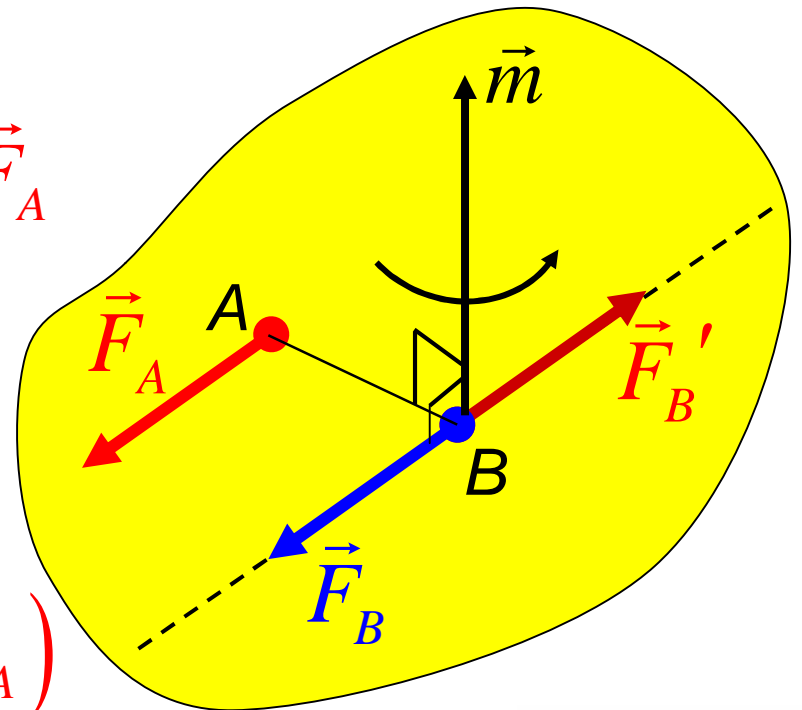
Ch n g m i n h:

T i B t: $(\vec{F}'_B, \vec{F}_B) \perp 0; \vec{F}_B = \vec{F}_A$

⇒ $\vec{F}_A \perp (\vec{F}_A, \vec{F}'_B, \vec{F}_B)$

$\perp (\vec{F}_B; (\vec{F}_A, \vec{F}'_B))$

⇒ $\vec{F}_A \perp (\vec{F}_B, \vec{m}); \vec{m} = \vec{m}_B (\vec{F}_A)$



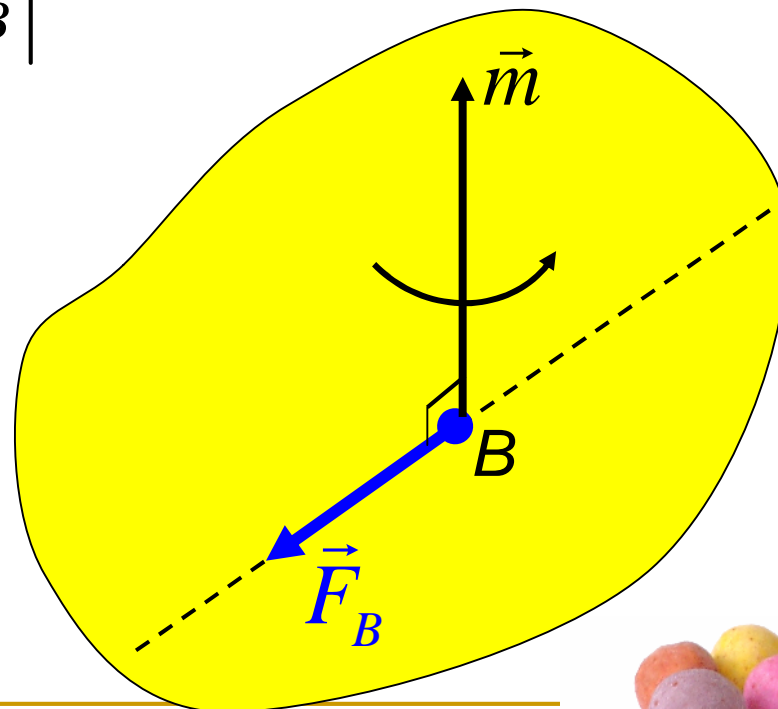
#

NH N XÉT:

N u ta có: $\vec{F}_B \perp \vec{m}$ thì: $(\vec{F}_B, \vec{m}) \sqcup \vec{F}_A$

v i: $\vec{F}_A = \vec{F}_B$; $d_{A\vec{F}_B} = \frac{|\vec{m}|}{|\vec{F}_B|}$

A có v trí sao cho $\vec{m}_A(\vec{F}_B)$
ng c v i chi u c a \vec{m}



1.1.2 Thu g n h l c .

Xét h l c không gian: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

Áp d ng nh lý d i l c song song ta d i t ng l c
v i m O.

$$\vec{F}_1 \sqcup (\vec{F}'_1, \vec{m}_1); \vec{F}'_1 = \vec{F}_1, \vec{m}_1 = \vec{m}_O(\vec{F}_1)$$

.....

$$\vec{F}_n \sqcup (\vec{F}'_n, \vec{m}_n); \vec{F}'_n = \vec{F}_n, \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_n)$$

Hay

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sqcup \left((\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n); (\vec{m}_O(\vec{F}_1), \vec{m}_O(\vec{F}_2), \dots, \vec{m}_O(\vec{F}_n)) \right)$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sqcup (\vec{R}_O, \vec{M}_O)$$



1.1.2 Thu g n h l c .



V y h l c không gian b t k t n g n g
v i m t l c \vec{R}_O t t i O và m t mômen ng u l c
 \vec{M}_O . L c \vec{R}_O b n g véct chính c a h , còn \vec{M}_O
b n g mômen chính c a h i v i i m O.

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n \right) \sqcup \left(\vec{R}_O, \vec{M}_O \right)$$

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k \quad \vec{M}_O = \sum_{k=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_k)$$



1.2. Bìn i tâm thu g n.

1.2.1. Bìn i tâm thu g n.

Xét h ì c không gian: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

Ta thu g n h ì c này v ò O và O':

$$\begin{aligned} (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sqcup (\vec{R}_O, \vec{M}_O) \sqcup (\vec{R}_{O'}, \vec{m}_{O'}(\vec{R}_O); \vec{M}_O) \\ \sqcup (\vec{R}_{O'}, \vec{m}_{O'}(\vec{R}_O) + \vec{M}_O) \end{aligned}$$

trong ó: $\vec{R}_{O'} = \vec{R}_O = \vec{R}$.

M t khác: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sqcup (\vec{R}_{O'}, \vec{M}_{O'}); \vec{M}_{O'} = \sum_{k=1}^n \vec{m}_{O'}(\vec{F}_k)$

Suy ra: $\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \vec{m}_{O'}(\vec{R}_O)$.



Vậy khi thay vị tâm thu gọn ta có moment l của tâm mới, có giá trị không đổi (bằng véct chính), còn moment mới có liên hệ với moment thu gọn ban đầu theo biểu thức:

$$\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \vec{m}_{O'}(\vec{R}_O).$$

1.2.2. Các bất biến của hệ trục không gian.

- Véct chính là moment bất biến.
- Tích vô hướng của véct chính và mômen chính là moment bất biến (đúng khi véct chính khác không).

$$\vec{R} \cdot \vec{M}_{O'} = \vec{R} \cdot (\vec{m}_{O'}(\vec{R}) + \vec{M}_O) = \vec{R} \cdot \vec{M}_O$$

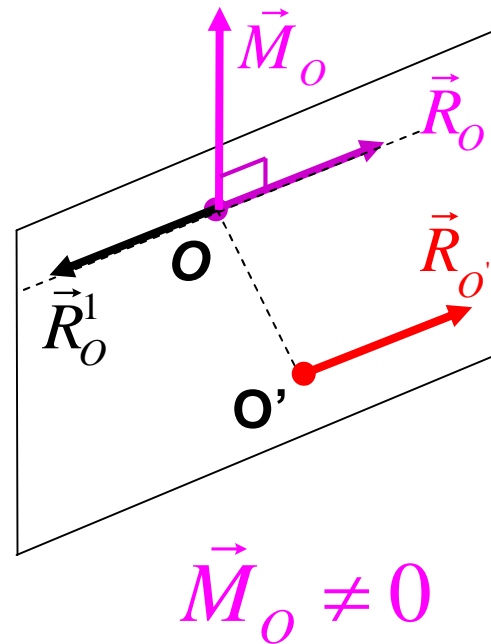
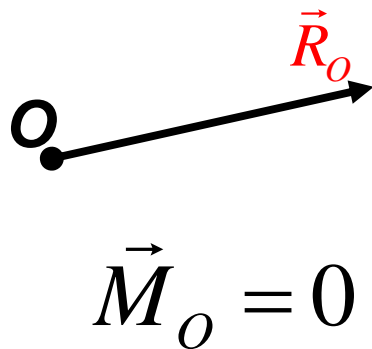


#

1.3. Các k t qu thu g n t i g i n

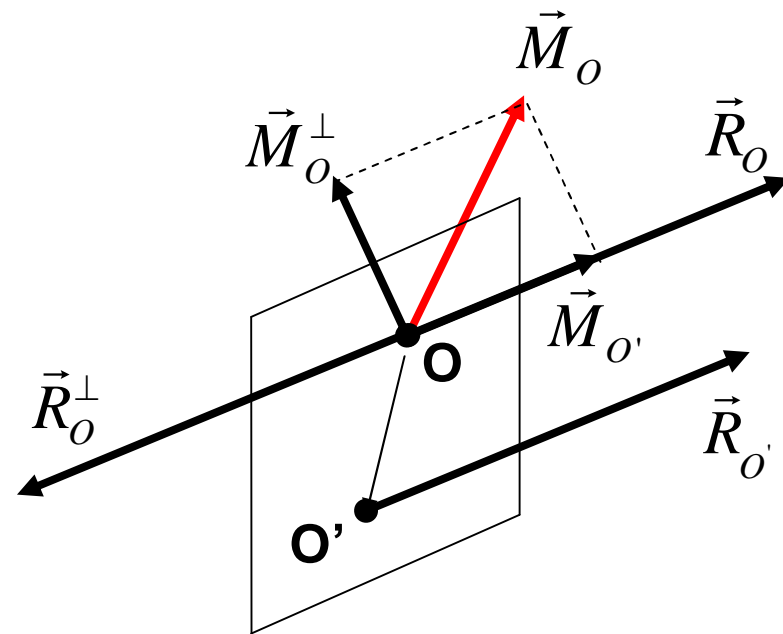
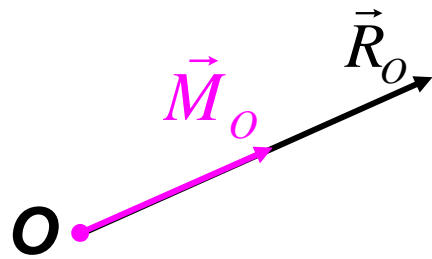


- $\vec{R} = 0, \vec{M}_O = 0$ Hê l c cân b ng.
- $\vec{R} = 0, \vec{M}_O \neq 0$ Hê l c t ng ng v i m t ng u l c.
- $\vec{R} \neq 0, \vec{M}_O \cdot \vec{R} = 0$ Hê l c có h p l c.





- $\vec{R} \neq 0, \vec{M}_O \cdot \vec{R} \neq 0$ Hệ trục quay với trục
định hướng cố định. Trục là $\vec{R}_O \parallel \vec{M}_O$



#



1.4. Định lý Varinhông

Trong trường hợp hình học không gian có hình phẳng thì mômen của hình phẳng đối với trục bất kỳ bằng tổng mômen của các phần tử đối với trục này.

$$\vec{m}_O(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_k) = \vec{M}_O$$



2. I U KI N CÂN B NG C A H L C KHÔNG GIAN



2.1. nh lý

2.2. Các ph ng trình cân b ng c a
h l c không gian.

2.3. Ph ng trình cân b ng c a m t vài
hệ l c c bi t.



2. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG CỦA HỆ LỰC KHÔNG GIAN



2.1. Định lý

Điều kiện cần và đủ để hệ lực không gian cân bằng là vectơ chính và mômen chính của hệ lực phải đồng thời bằng không.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \equiv \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{R} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k = \vec{0} \\ \vec{M}_O = \sum_{k=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_k) = \vec{0} \end{cases}$$



2.2. Các phương trình cân bằng của hệ lực không gian.



Để giải các bài toán, ta thường sử dụng các phương trình hình chiếu của hệ phương trình véctơ trên trục tọa độ là các:

$$\begin{aligned} R_x &= \sum_{k=1}^n X_k = 0 & M_x &= \sum_{k=1}^n \bar{m}_x(\vec{F}_k) = 0 \\ R_y &= \sum_{k=1}^n Y_k = 0 & M_y &= \sum_{k=1}^n \bar{m}_y(\vec{F}_k) = 0 \\ R_z &= \sum_{k=1}^n Z_k = 0 & M_z &= \sum_{k=1}^n \bar{m}_z(\vec{F}_k) = 0 \end{aligned}$$



2.3. Phương trình cân bằng tĩnh và hệ lực bất kỳ.



▪ Hệ lực bất kỳ:
$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ R_z = 0 \end{cases}$$

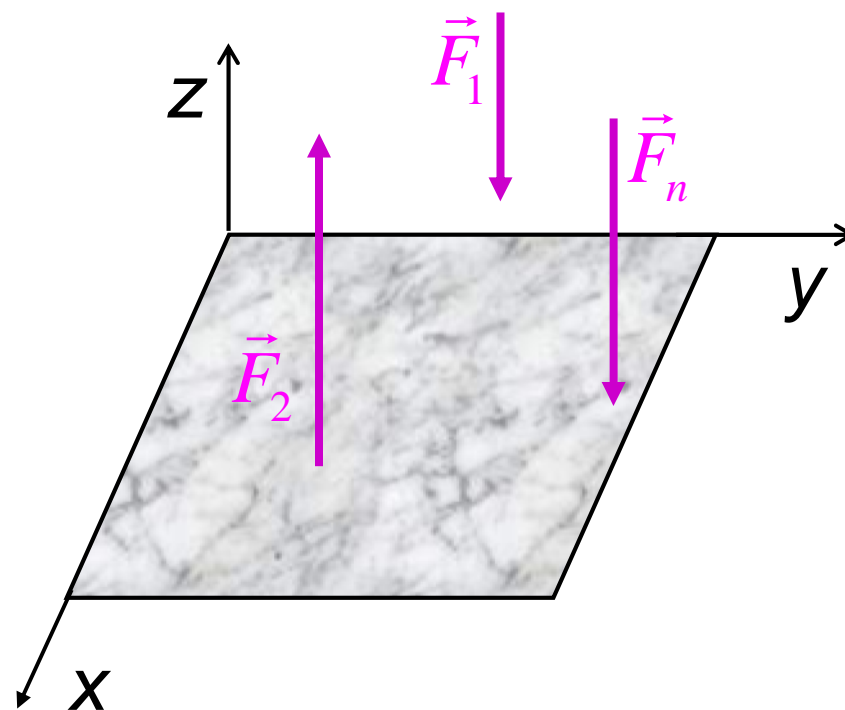
▪ Hệ moment bất kỳ:
$$\begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z = 0 \end{cases}$$



▪ Hệ l c song song

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục Oz song song với phương của các l c. Ta có ba phương trình cân bằng:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_z = \sum_{k=1}^n Z_k = 0 \\ M_x = \sum_{k=1}^n \bar{m}_x(\vec{F}_k) = 0 \\ M_y = \sum_{k=1}^n \bar{m}_y(\vec{F}_k) = 0 \end{array} \right.$$



#

3. CÁC BÀI TOÁN VÀ VÍ D



3.1. Các bài toán liên quan đến bài toán cân bằng.

Các bài toán tương tự như các có thể chia thành hai loại sau:

- Hãy tìm mối quan hệ giữa các lịch học trong cho với cân bằng, hoặc ngược lại các lịch học hãy tìm các vị trí cân bằng của vật.
- Với cân bằng đối tác động của các lịch học trong cho trước, hãy tìm một phần hoặc toàn bộ các phần liên kết tác động lên các vật.



CÁC BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG



▪ Bước 1: Chọn vật kh o sát cân b ãng.

V t c ch n xét cân b ãng là v t ch u tác d ãng c a các l c c n tìm:

- m t v t r n.
- m t “v t” do nhi u v t ghép l i.
- m t ph n t ãng t ãng tách ra t m t v t.
- m t nút, i m t p trung các d ây, các thanh.

▪ Bước 2: Ghi phóng liên k t cho v t kh o sát.

V riêng v t kh o sát, thay các liên k t b ãng các ph n l c liên k t t ãng ãng.



CÁC BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG



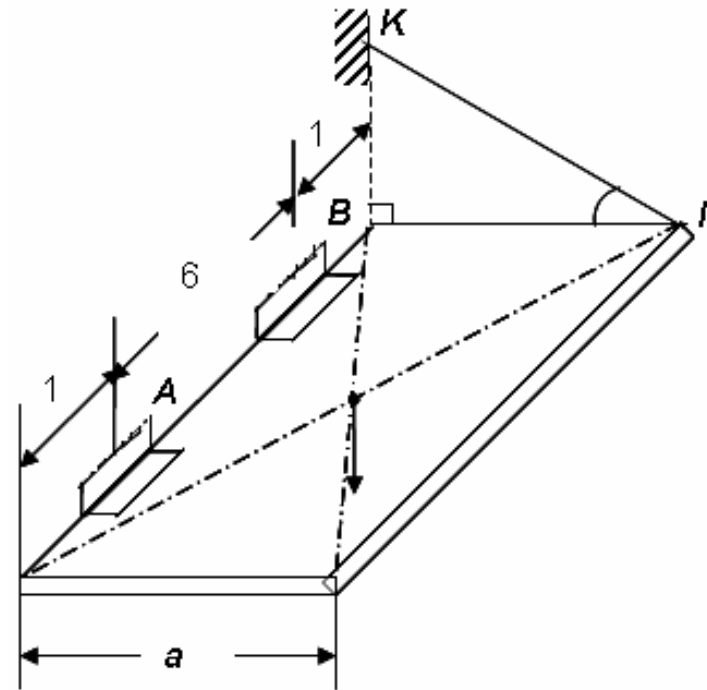
- **B** **c 1:** Chọn vật để khảo sát cân bằng.
- **B** **c 2:** Ghi phóng liên kết cho vật khảo sát.
- **B** **c 3:** Thành lập các phương trình cân bằng.
- **B** **c 4:** Giải hệ phương trình cân bằng và nhận xét kết quả.



3.2. CÁC VÍ D .

❖ Ví dụ 3.1

T m hình ch nh t có
tr ng l ng $P = 1\text{kN}$,
c gi cân b ng v trí
n m ngang nh hai b n l
A,B và dây treo IK t o góc
 $= 30^\circ$ v i m t ph ng c a
t m nh hình v . Các kích
th c o b ng mét. **Tìm**
các ph n l c t i A, B và
s c c ng c a dây.



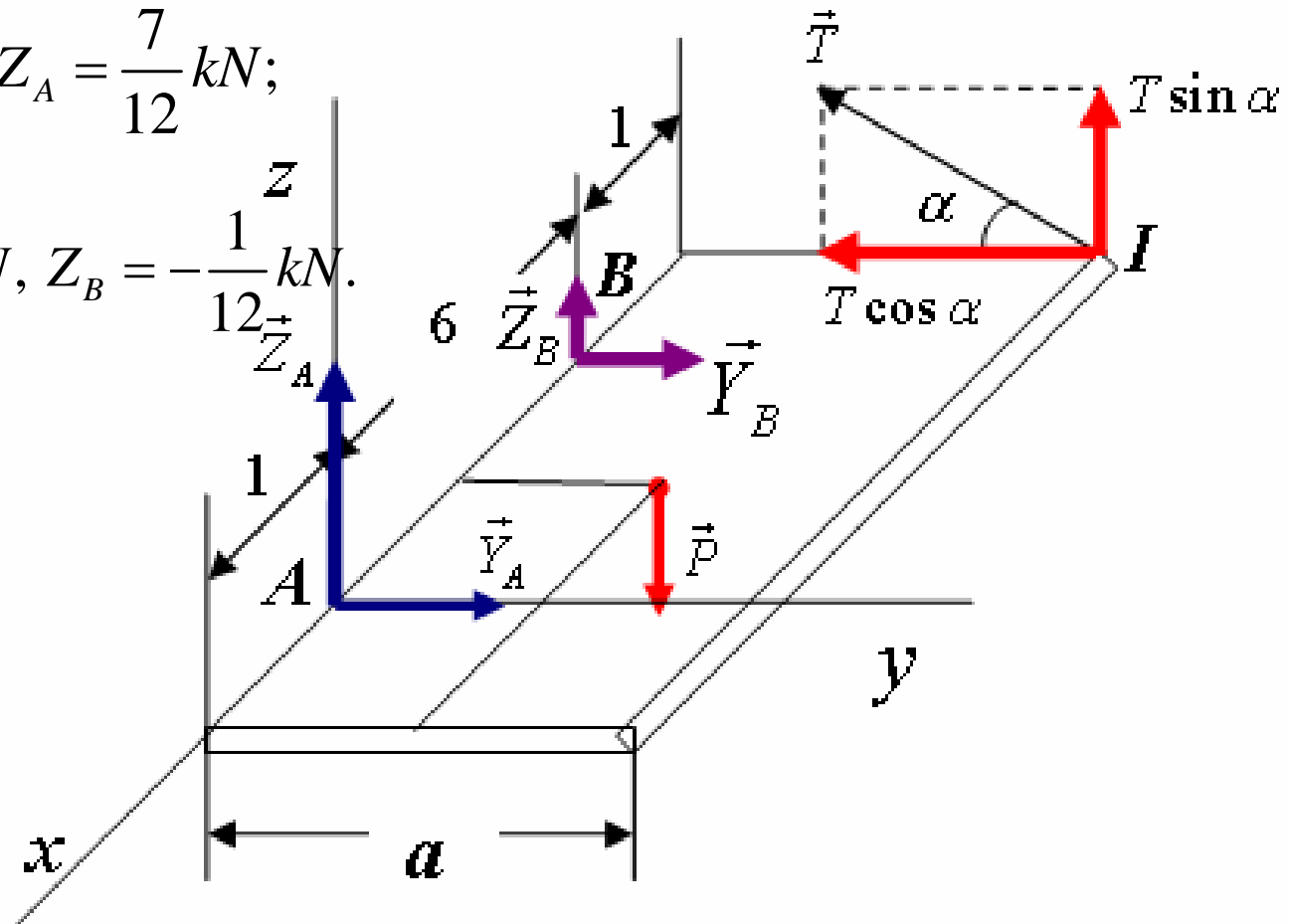
áp s



$$T = 1 \text{ kN};$$

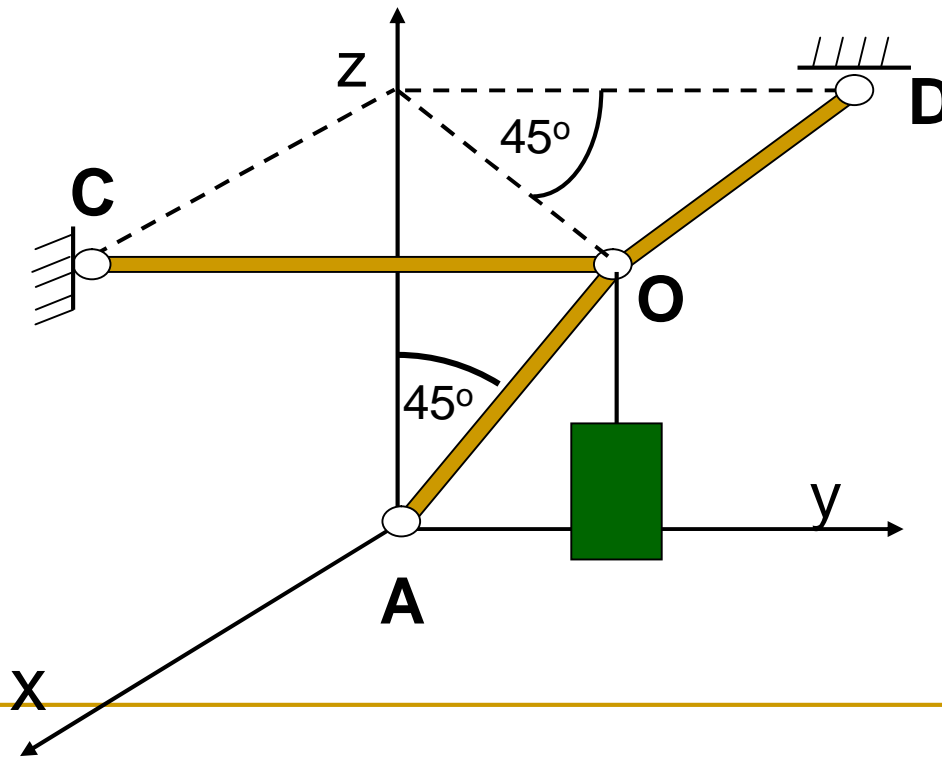
$$Y_A = -\frac{\sqrt{3}}{12}, Z_A = \frac{7}{12} \text{ kN};$$

$$Y_B = \frac{7\sqrt{3}}{12} \text{ kN}, Z_B = -\frac{1}{12} \text{ kN}.$$



❖ Ví dụ 3.2

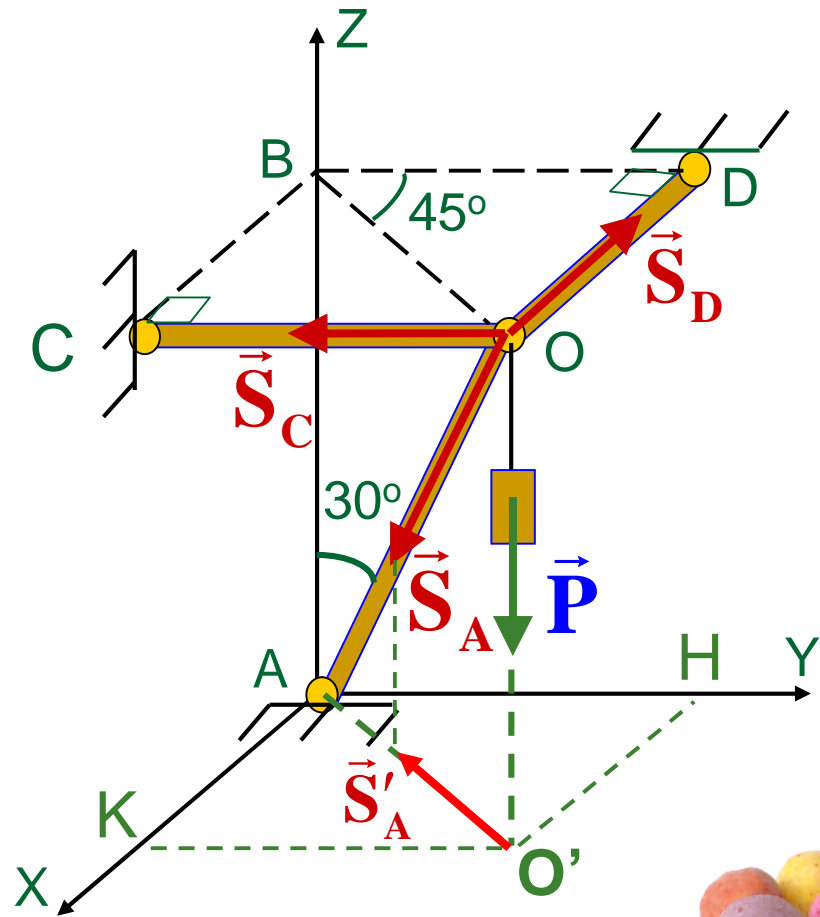
Vật nặng $P = 100\text{N}$ được treo vào trục OD của giá đỡ. Treo tiếp ba thanh trục OC và OA không đáng kể, gắn với nhau và với trục OD tại điểm O . Tìm nội lực của các thanh.



❖ Ví dụ 3.2

BÀI GI I:

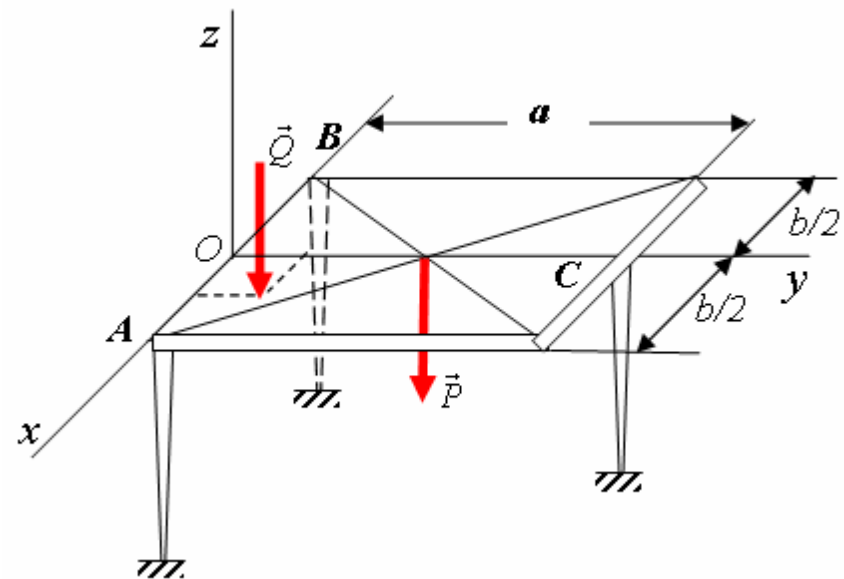
- Kh o sát nút O
- Phân tích l c
- L p h PT cân b ng
- Gi i h PT



❖ Ví dụ 3.3

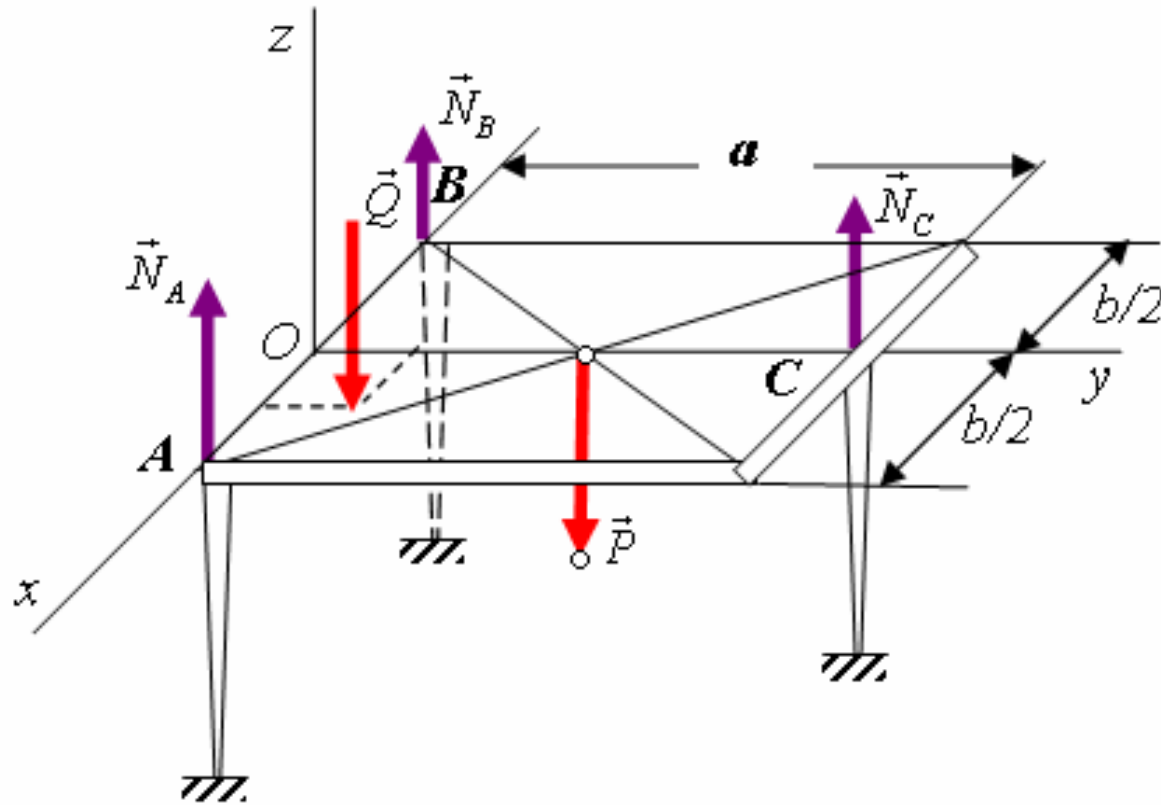
Một chiếc bàn ba chân, đặt trên một mặt phẳng ngang. Trọng lực của bàn đặt tại giao điểm của hai cạnh chéo của mặt bàn. Trọng tâm K trên mặt bàn, có tọa độ $(x, y) = \left(\frac{b}{4}, \frac{a}{6}\right)$ chịu tác dụng của lực thẳng đứng \vec{Q} .

Tìm phản lực tại các chân bàn. Các kích thước cho trên hình vẽ.



❖ Ví dụ 3.3

áp s :
$$N_A = \frac{2Q}{3} + \frac{P}{4}, N_B = \frac{Q}{6} + \frac{P}{4}, N_C = \frac{Q}{6} + \frac{P}{4}.$$





Bài tập:

3-1 → 3-12; 3-16 → 3-18.

**trang 72 → 79, sách Bài tập cơ bản (tập 1),
Ôn Sinh**



Chương 3
TRƯỜNG HỌC RIÊNG: HỒ LỊCH PHƯƠNG



1. KHÁI NIỆM MÔMEN TORSION

2. HỒ LỊCH CÁC HỒ LỊCH PHÂN BỐ PHƯƠNG

3. CÂN BẰNG CÁC HỒ LỊCH PHƯƠNG

4. TÍNH TÍNH CÂN BẰNG CÁC HỒ LỊCH VẬT LI



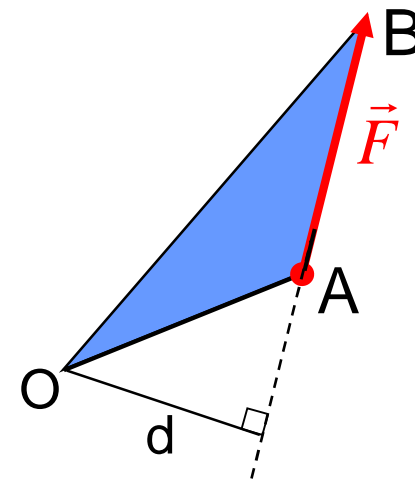
1. KHÁI NI M MÔMEN

Trong chương trình vật lý phổ thông, ta đã gặp khái niệm mômen xoắn của lực. Trong chương trình vật lý đại học, ta sẽ gặp khái niệm mômen xoắn của lực.

Mômen xoắn của lực \vec{F} đối với trục quay O , ký hiệu là $\vec{m}_O(\vec{F})$, là một đại lượng vô hướng:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \pm F \cdot d$$

trong đó F là trị số của lực, d là khoảng cách từ trục quay O đến trục tác dụng của lực, lấy dấu "+" khi lực \vec{F} quay quanh O theo chiều kim đồng hồ, và lấy dấu "-" trong trường hợp ngược lại.



Khi o



Mô men chính c a h l c ph ng i v i i m
O là m t s i s , ký hi u \bar{M}_O , b ng t ng
mô men i s c a các l c c a h l c i v i
i m O:

$$\bar{M}_O = \bar{m}_o(\vec{F}_1) + \bar{m}_o(\vec{F}_2) + \dots + \bar{m}_o(\vec{F}_N) = \sum_{k=1}^N \bar{m}_o(\vec{F}_k)$$

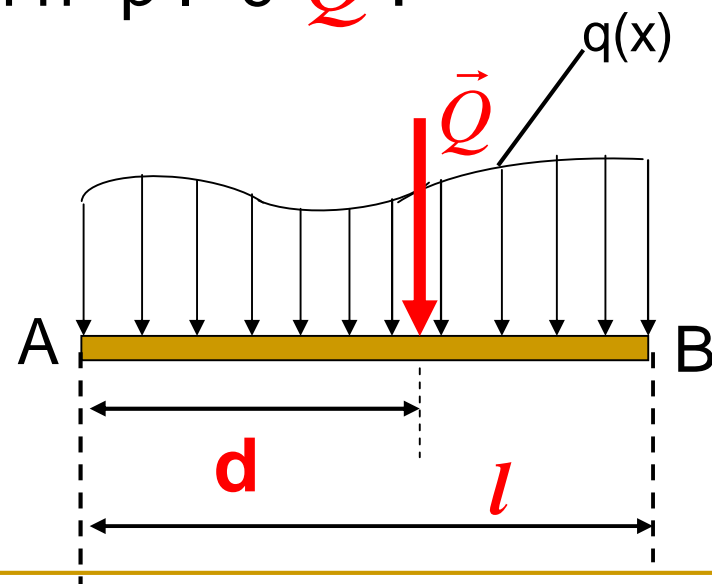


2. H P L C C A H L C PHÂN B PH NG

Xét o n d m AB dài l , ch u tác d ng c a h
l c phân b song song cùng chi u v i c ng ô
phân bô $q(x)$:

H l c song song này có h p l c, ký hi u là \vec{Q} .

Sau ây ta s xác nh h p l c \vec{Q} :



2. H P L C C A H L C PHÂN B PH NG



Thu g n hê l c này vê i m A:

$$R_A = \int_0^l q(x) dx; \quad \bar{M}_A = -\int_0^l q(x) x dx$$

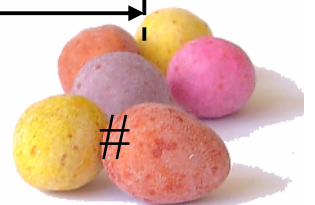
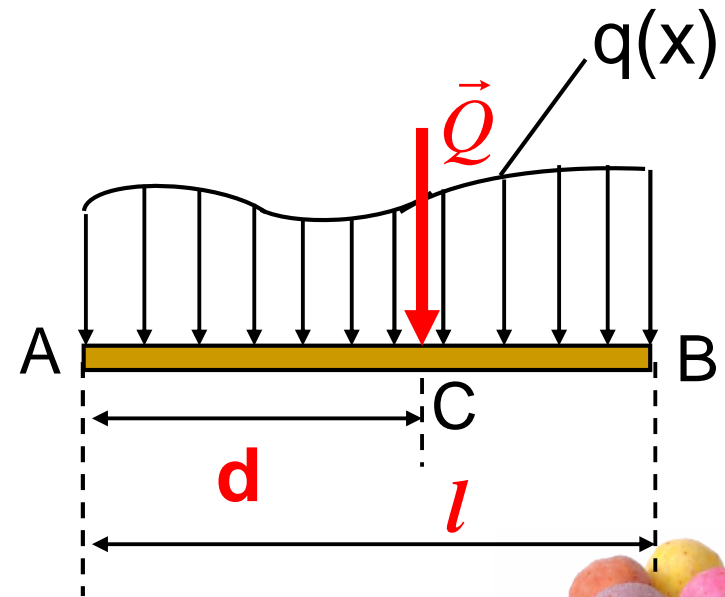
Gi s h p l c t t i C cách A m t o n $AC = d$.

$$\bar{m}_A(\vec{Q}) = -Q.d = -R_A.d$$

Theo nh lý Varinhông:

$$\bar{m}_A(\vec{Q}) = \bar{M}_A$$

$$\Rightarrow \bar{M}_A = -R_A.d$$

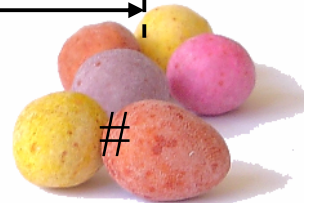
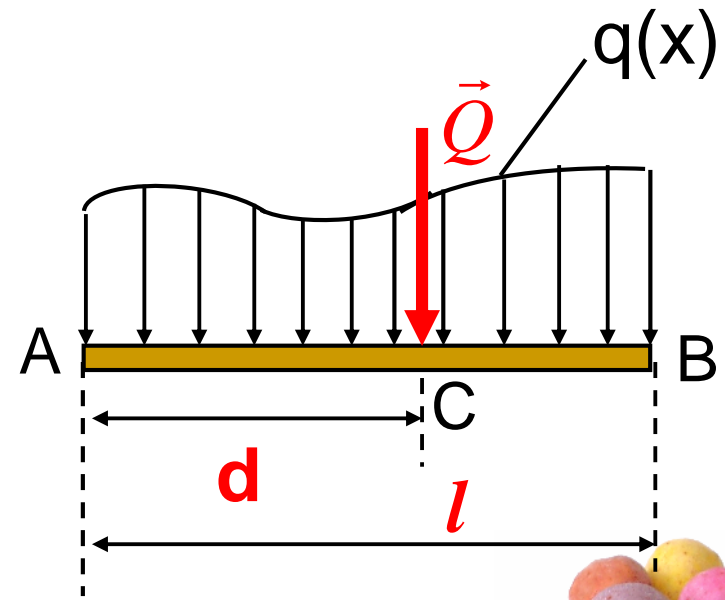


2. H P L C C A H L C PHÂN B PH NG

$$R_A = \int_0^l q(x) dx; \quad \bar{M}_A = -\int_0^l q(x) x dx; \quad \bar{M}_A = -R_A \cdot d$$

V y:

$$d = \frac{\int_0^l q(x) x dx}{\int_0^l q(x) dx}$$
$$Q = \int_0^l q(x) dx;$$



K t l u n:



\vec{Q}

- ❖ Có ng tác đ ng i qua tr ng tâm c a hình phân b l c
- ❖ Có chi u cùng chi u v i các l c thành ph n c a h l c phân b .
- ❖ Có l n b ng di n tích c a hình phân b l c.



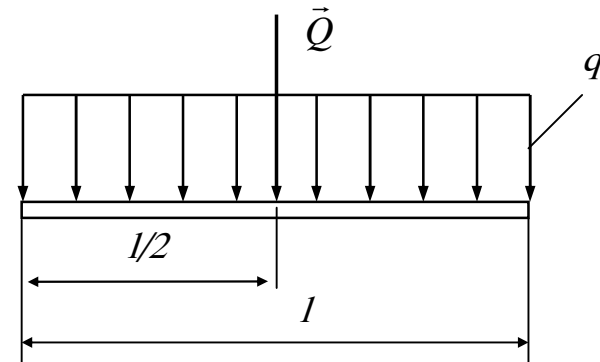
Các trường hợp phân bố tải trọng:

- Hình thức phân bố tải trọng có dạng phân bố tải trọng đều

$$q(x) = q = \text{const.}$$

$$Q = ql$$

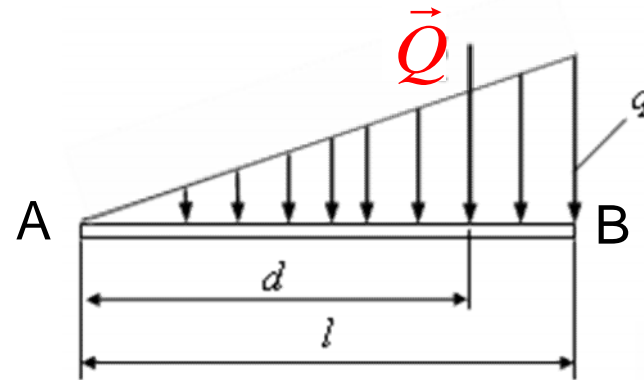
$$d = l/2$$



- Hình thức phân bố tải trọng có dạng phân bố tải trọng tuyến tính

$$Q = \frac{1}{2}ql$$

$$d = \frac{2}{3}l$$



3. CÂN BẰNG CẤP HẸM CẤP HẸM

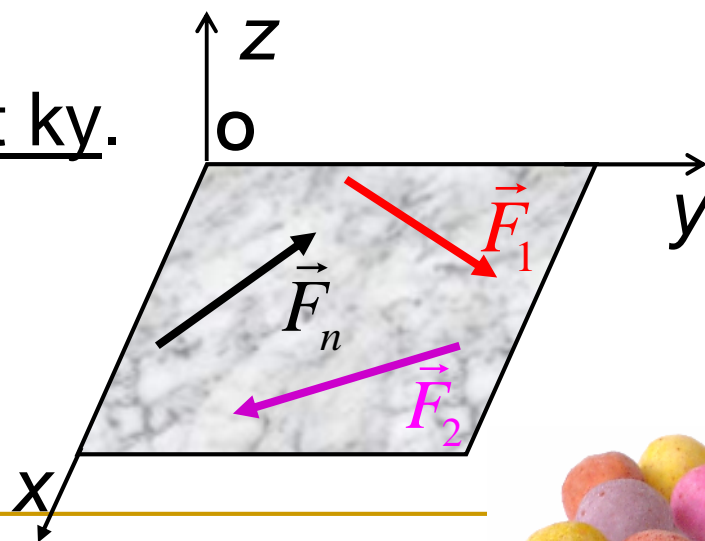


3.1. Các phương trình cân bằng cấp hẹm cấ hẹm

Điều kiện cân bằng cấp hẹm cấ hẹm không gian ta có các phương trình cân bằng cấp hẹm cấ hẹm sau đây:

$$\text{Điều kiện 1: } \sum_{k=1}^n X_k = 0 \quad \sum_{k=1}^n Y_k = 0 \quad \sum_{k=1}^n \bar{m}_O(\vec{F}_k) = 0$$

trong đó: x, y , O là điểm bất kỳ.



Định 2:

$$\sum_{k=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_k) = 0 \quad \sum_{k=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_k) = 0 \quad \sum_{k=1}^n X_k = 0$$

trong đó: trọng tâm không nằm trên AB.

Định 3:

$$\sum_{k=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_k) = 0 \quad \sum_{k=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_k) = 0 \quad \sum_{k=1}^n \bar{m}_C(\vec{F}_k) = 0$$

trong đó: Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.



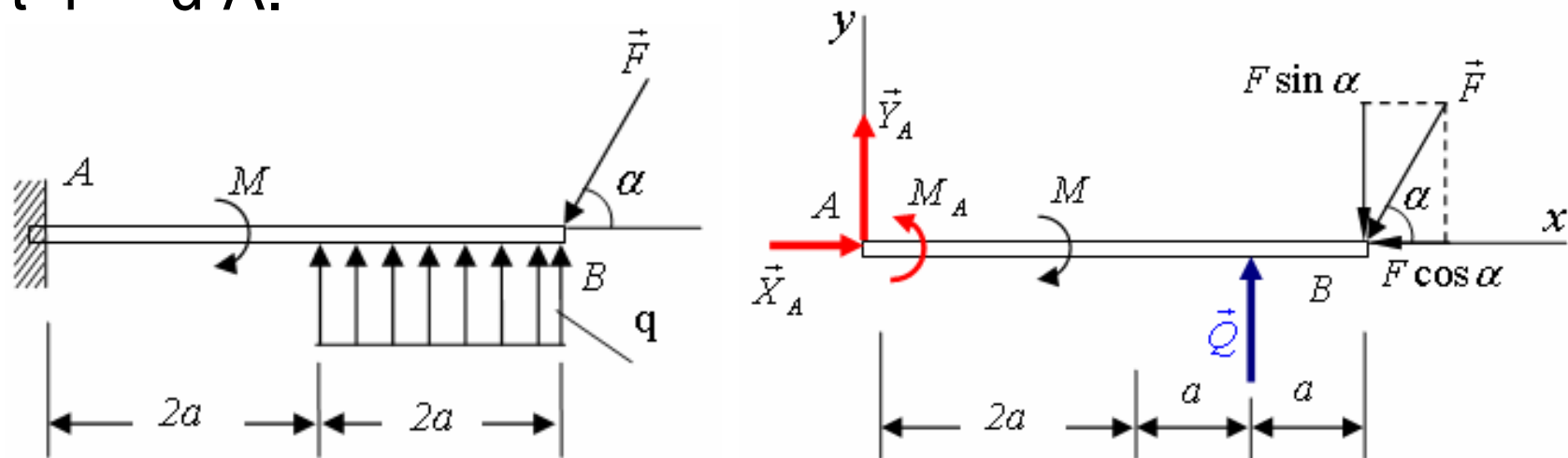
3.2. Các ví dụ

Ví dụ 3.1

Cho dầm AB, có đầu A ngàm vào tường, cân bằng dưới tác dụng của các lực và mô men như hình vẽ.

Biết: $F = 200N$; $M = 180Nm$; $q = 30N/m$; $\alpha = 60^\circ$; $a = 1m$.

Biểu qua trạng thái cân bằng của dầm. Tìm phản lực liên kết tại đầu A.



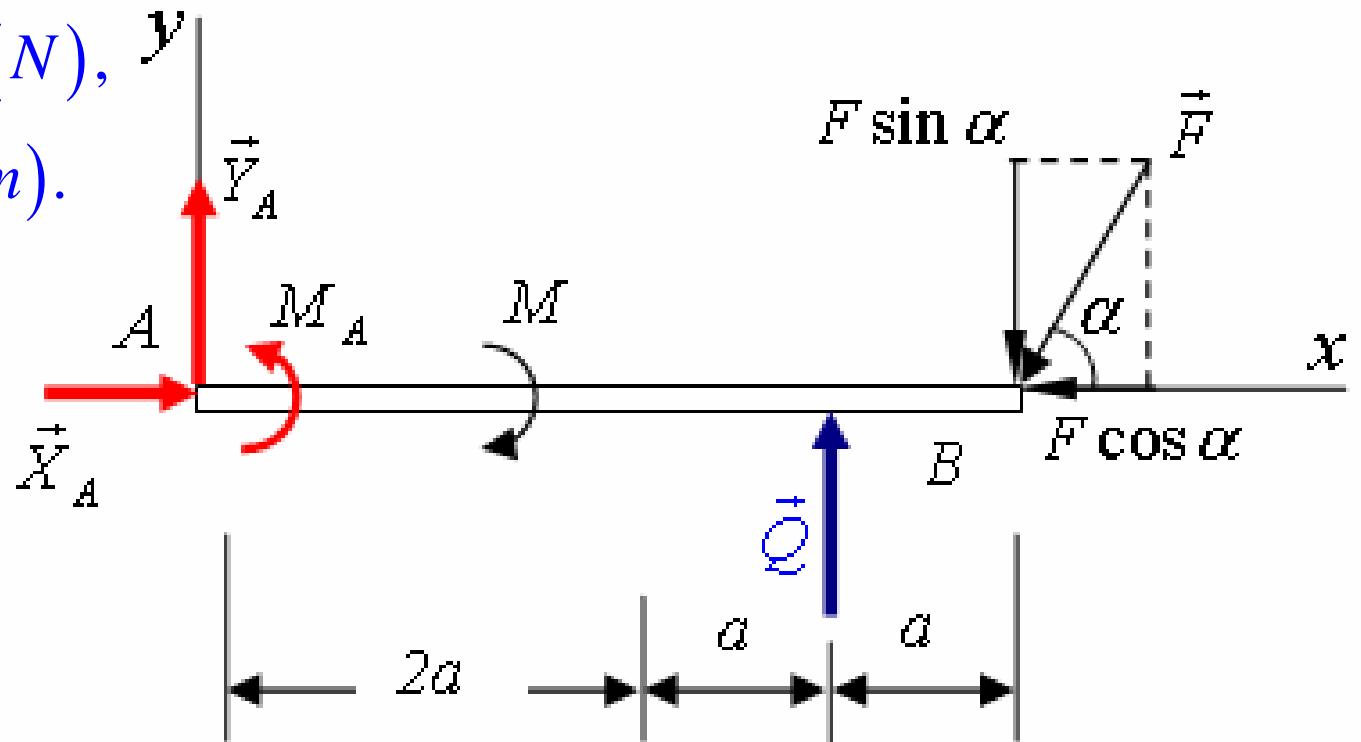
3.2. Các ví d

$$F = 200N; M = 180Nm; q = 30N / m; \alpha = 60^0; a = 1m.$$

$$X_A = 100(N),$$

$$Y_A = 100\sqrt{3} - 60(N),$$

$$M_A = 400\sqrt{3}(Nm).$$



4. I U KI N CÂN B NG C A H V T R N

- **N i l c:** là l c t ng tác gi a các v t trong hệ
Ky hi u: \vec{F}_k^i

Chú ý:

Vect chính và mômen chính c a h n i l c b ng không.

$$\vec{R}^i = \sum_k \vec{F}_k^i = 0 \quad \vec{M}_o^i = \sum_k \vec{m}_o(\vec{F}_k^i) = 0$$

- **Ngo i L c:** Là các l c do các v t ngoài hệ tác đ ng lên các v t thu c hệ v t ang kh o sát.

Ky hi u: \vec{F}_k^e



❖ CÁC I U KI N CÂN B NG C A H V T R N

- i u ki n cân b ng c a t ng v t tách riêng.
- i u ki n cân b ng c a toàn h hoá r n (xem toàn h nh m t v t r n duy nh t), hay còn g i là i u ki n cân b ng c a các ngo i l c (vì khi hoá r n l i h n i l c tri t tiêu).

V y ta có hai ph ng pháp gi i bài toán hê v t:

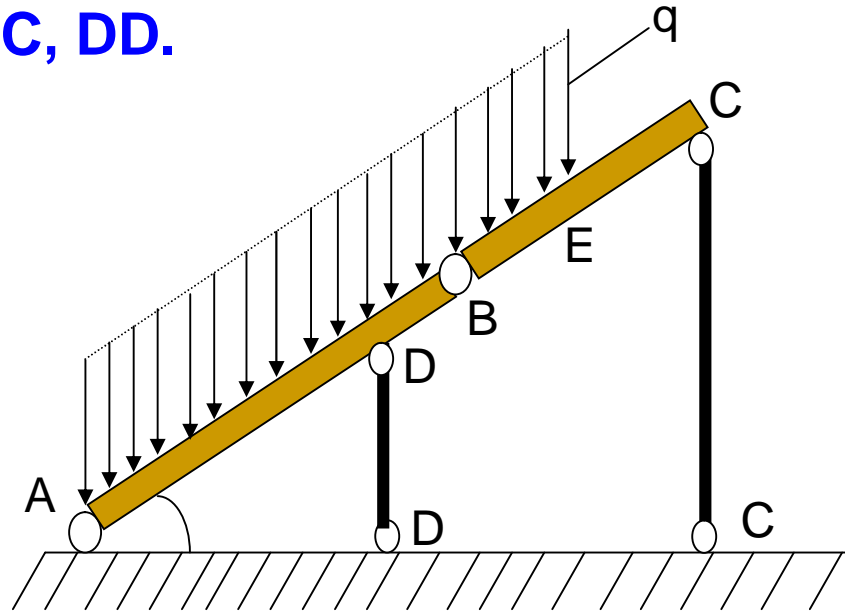
- Ph ng pháp tách v t
- Ph ng pháp hóa r n



Ví dụ 3.2:

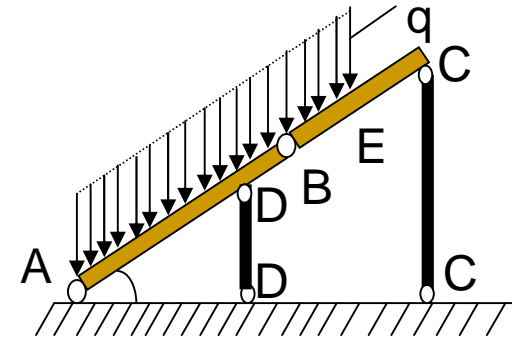
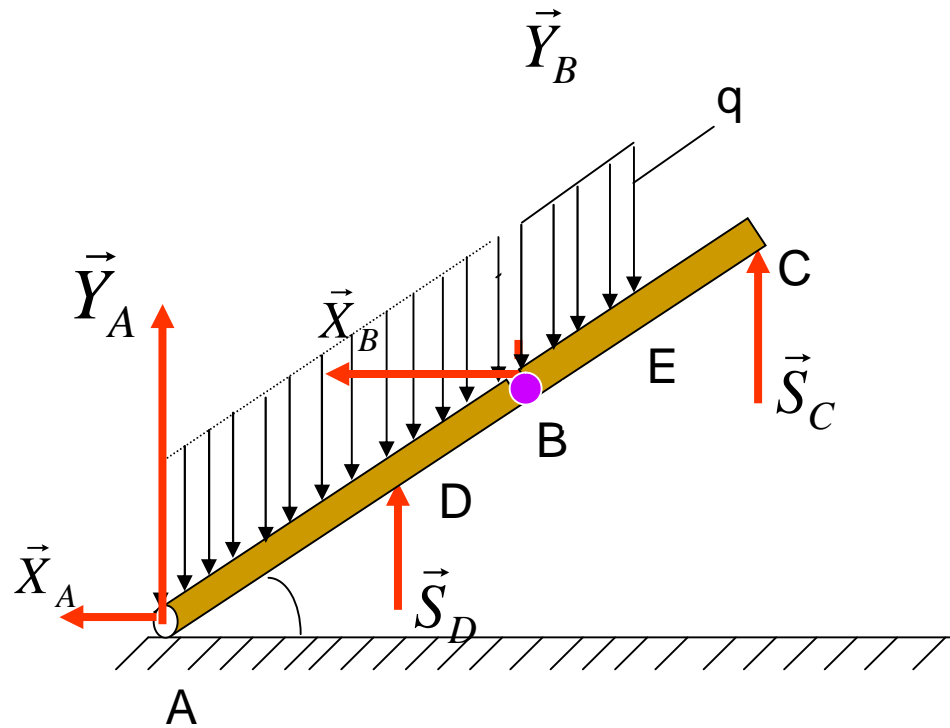
Cho cấu hình như hình vẽ : $\alpha = 30^\circ$, $AB = 60\text{m}$,

$BC = 20\text{m}$. Trên đoạn AE chịu tác động của tải trọng phân bố đều với cường độ $q=20\text{kN/m}$, $AD = 40\text{m}$, $AE = 70\text{m}$. Xác định nội lực liên kết tại A , nội lực tại B và nội lực trong các thanh CD , DD .

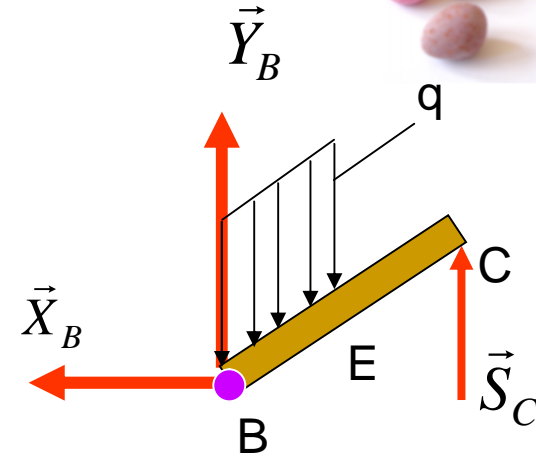
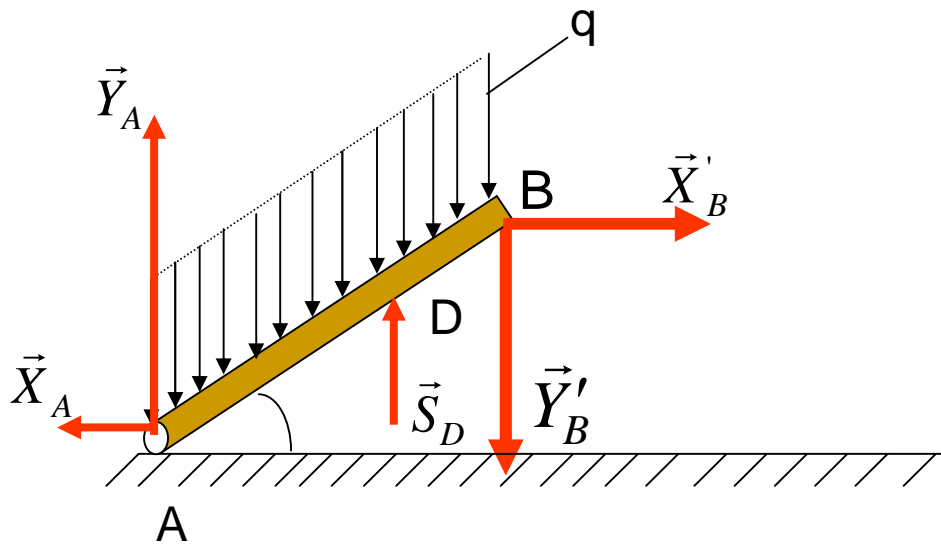


Hoá r n:

Tách v t BC:

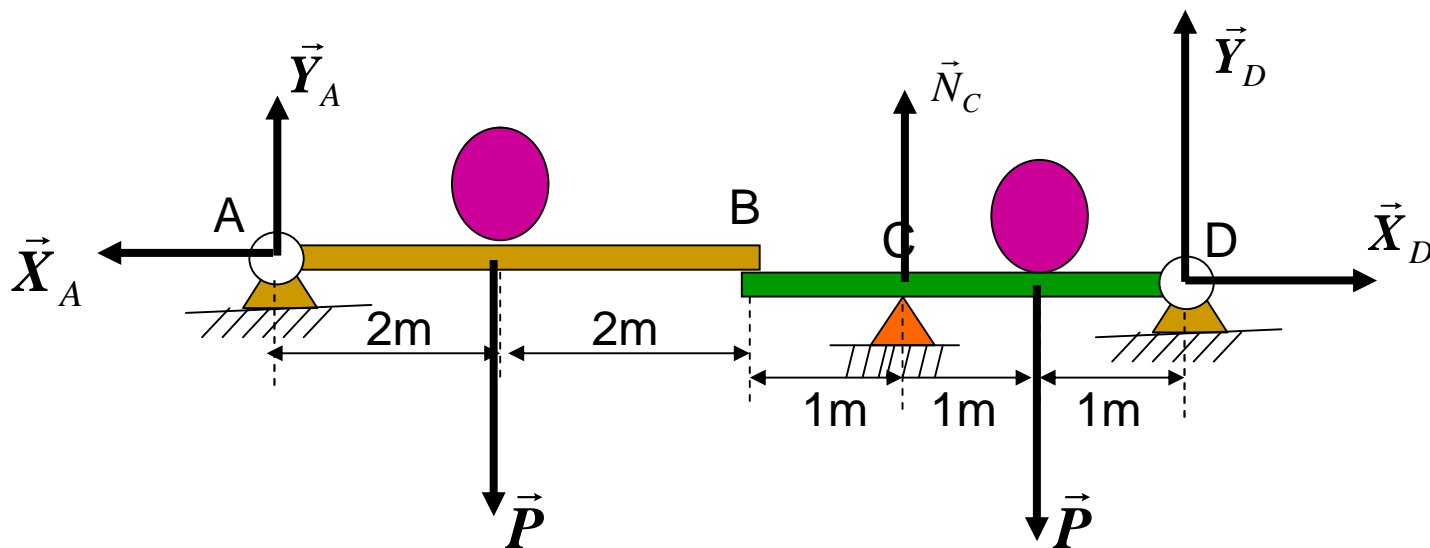


Tách v t AB:

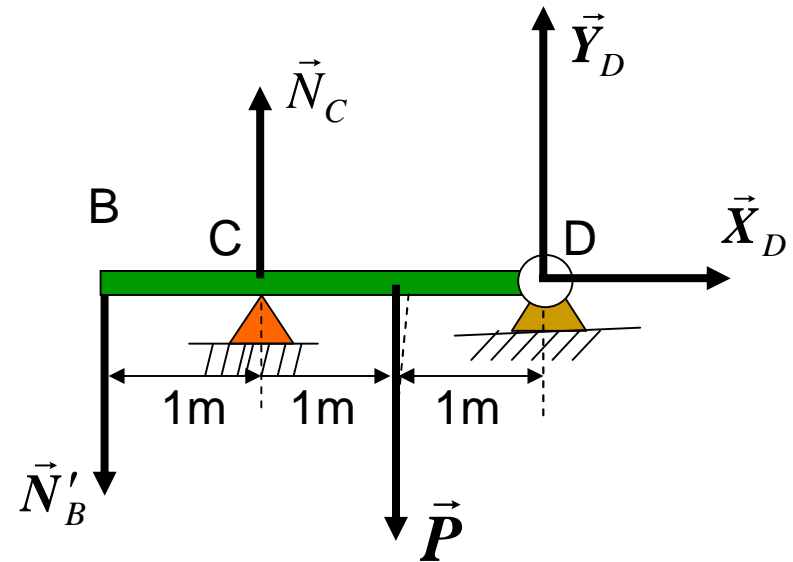
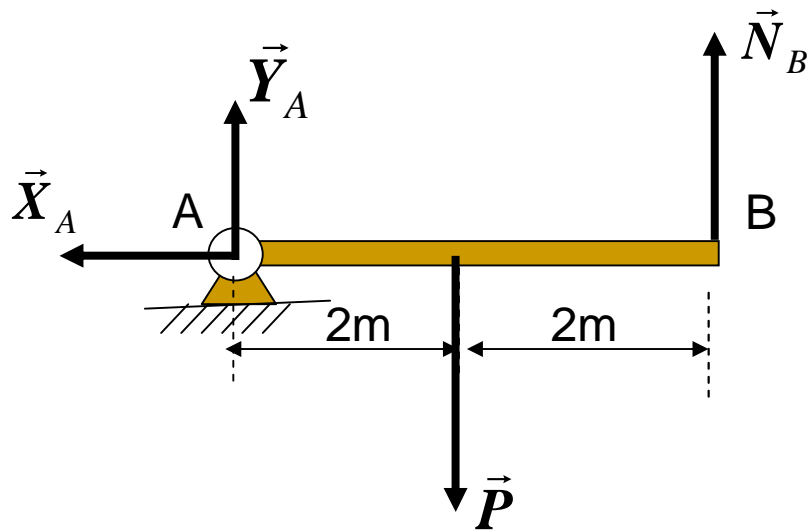


Ví dụ 3.3:

Cho c hệ nh hình v . Thanh b qua tr ng l ng, hai qu c u có cùng tr ng l ng P . Kích th c ghi trên hình. Xác nh ph n l c liên k t t i A, D, C và l c t ng h t i B.

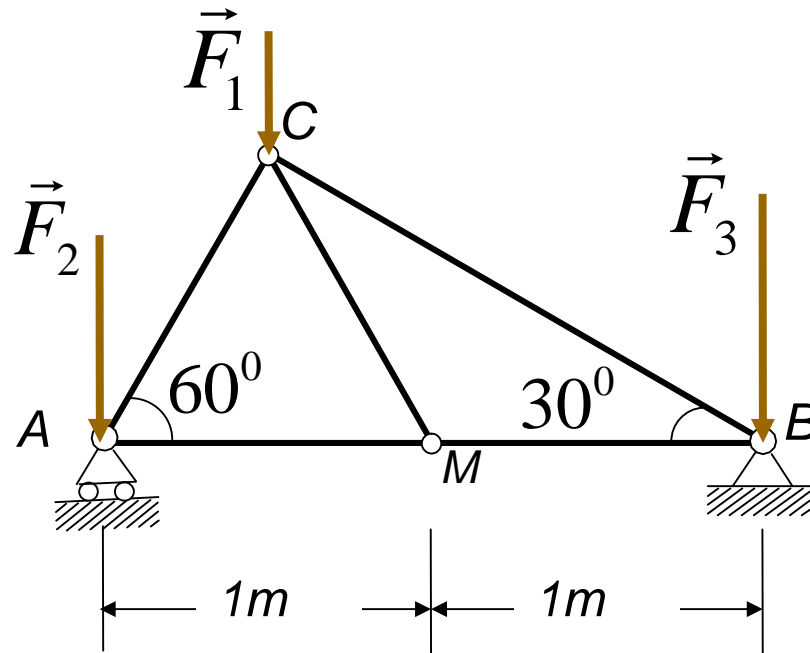


Tách v t



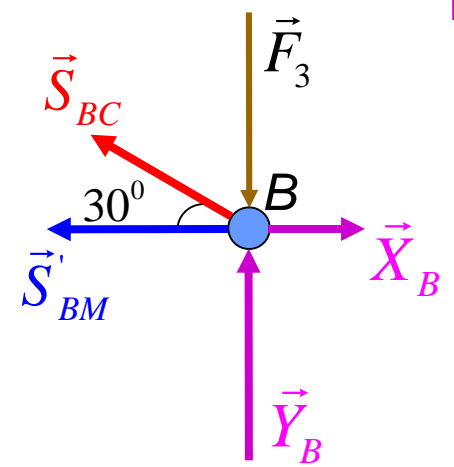
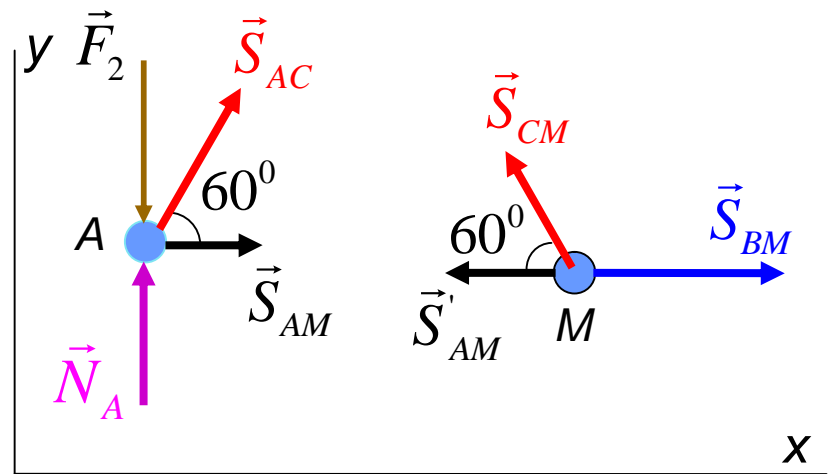
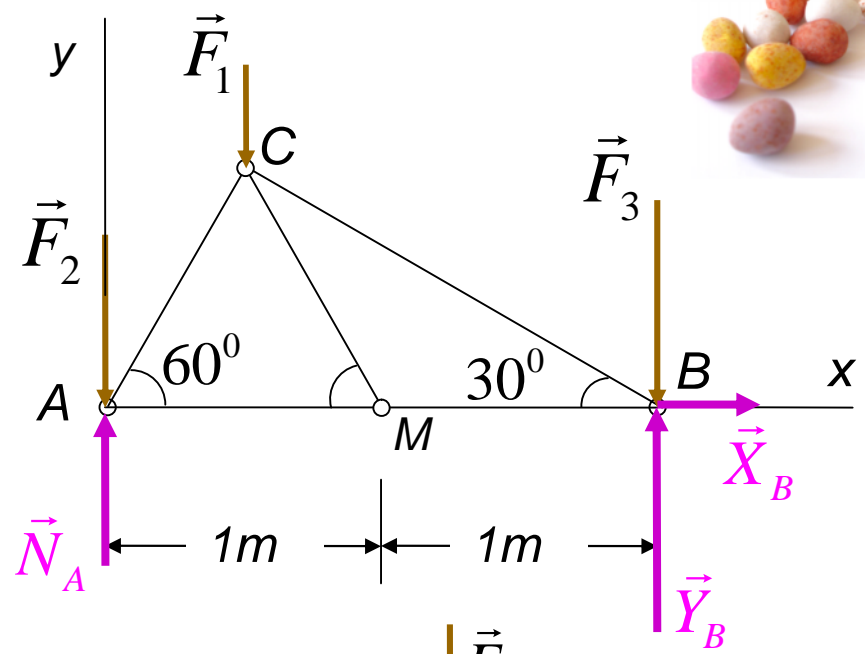
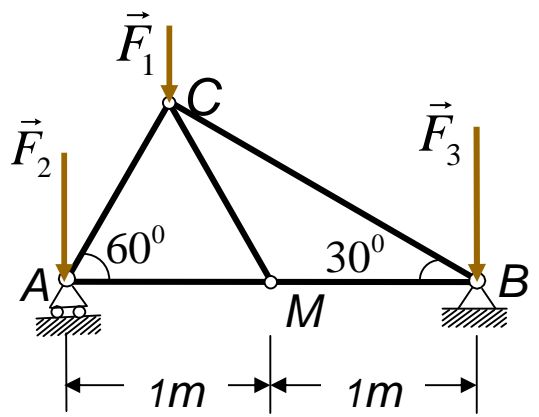
Ví dụ 3.4

Giàn phẳng gồm 5 thanh chịu lực như hình vẽ và các tải trọng tập trung A , G và B . Tìm phản lực tại các gối đỡ và nội lực trong các thanh. Biết: $F_1 = 1\text{kN}$, $F_2 = 2\text{kN}$, $F_3 = 3\text{kN}$.





$$F_1 = 1\text{kN}, F_2 = 2\text{kN}, F_3 = 3\text{kN}.$$



Trong ó: $S_{AM} = S'_{AM}$; $S_{BM} = S'_{BM}$.

Nguyễn Thị Kim Thoa



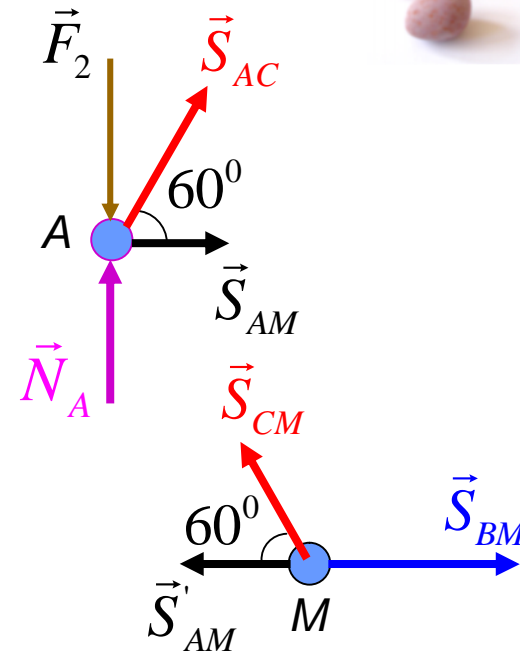
Hoá r n h ta tìm c: $N_A = 11/4$; $X_B = 0$, $Y_B = 13/4$.

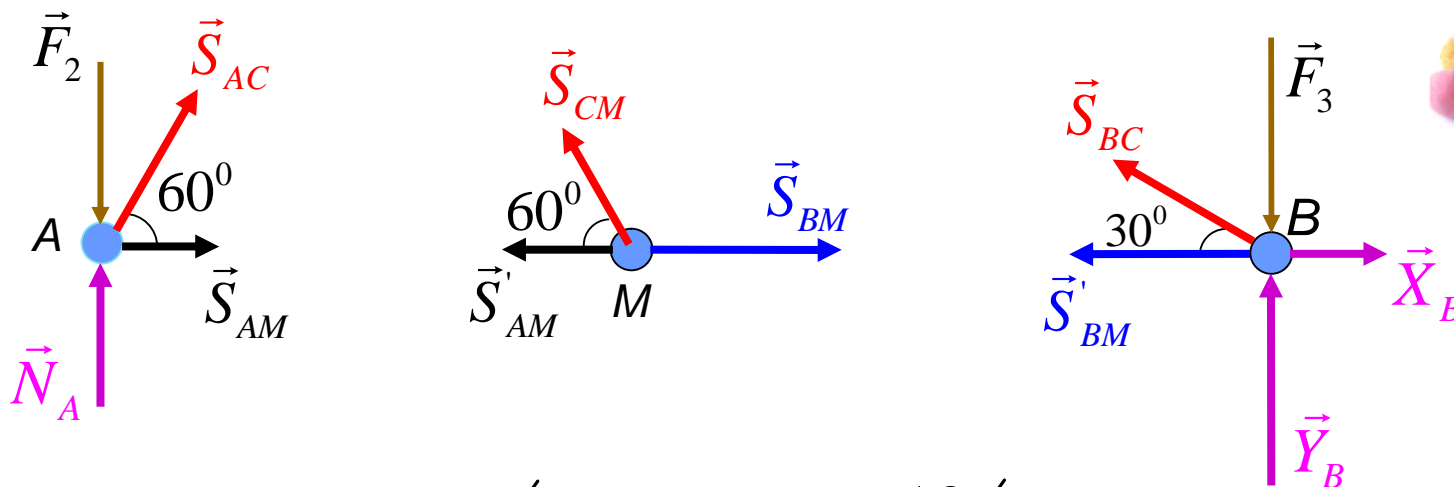
Tách nút:

$$\begin{cases} \sum X_k = S_{AM} + S_{AC} \cos 60^\circ = 0 \\ \sum Y_k = -F_2 + N_A + S_{AC} \sin 60^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum X_k = -S'_{AM} + S_{BM} - S_{CM} \cos 60^\circ = 0 \\ \sum Y_k = S_{CM} \sin 60^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\sum X_k = X_B - S'_{BM} - S_{BC} \cos 30^\circ = 0$$





áp s : $N_A = 11/4; X_B = 0, Y_B = 13/4.$

$$S_{AC} = -\frac{\sqrt{3}}{2} kN, \quad S_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{4} kN, \quad S_{CM} = 0,$$

$$S_{BM} = \frac{\sqrt{3}}{4} kN, \quad S_{BC} = -\frac{1}{2} kN.$$

KL: Từ d u c a các nghi m, ta có th k t lu n các thanh AM, BM ch u kéo, còn các thanh BC, AC ch u nén.

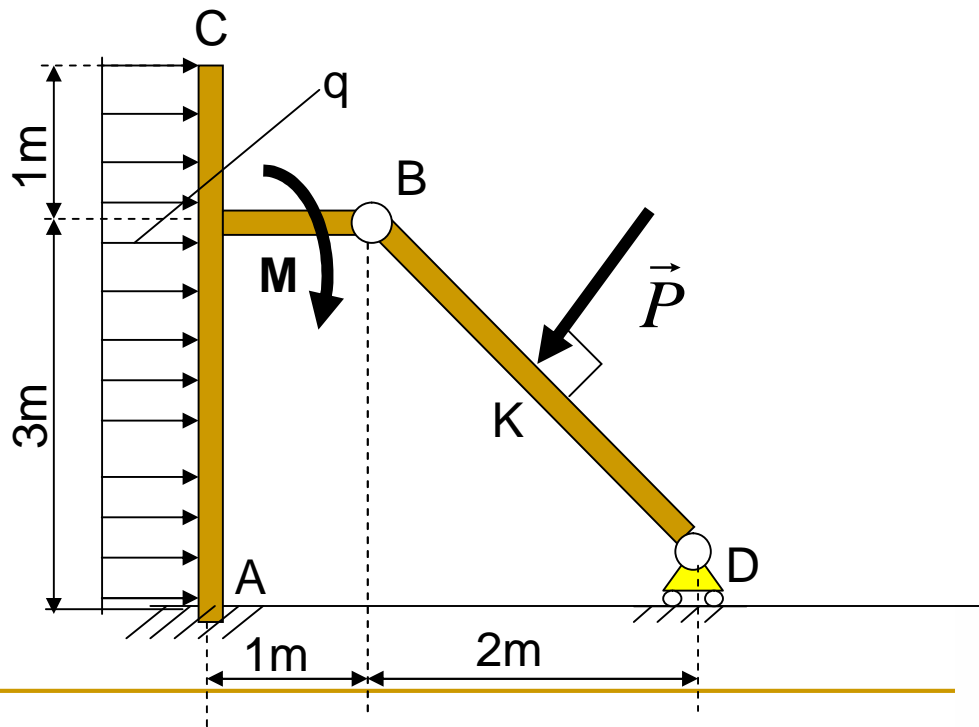


Ví dụ 3.5:

Cho cấu hình như hình vẽ. Cho $P = 50\text{kN}$,

$q = 5\text{kN/m}$, $M = 200\text{kNm}$, $K_B = K_D$. Trục I trục C của thanh ACB là $P_1 = 100\text{kN}$, trục I trục C của thanh BD là $P_2 = 60\text{kN}$.

Tìm phản lực liên kết tại A , B và D .





Bài tập:

1-1 → 1-20; trang 24 → 32;

2-1 → 2-25 trang 48 → 58;

sách Bài tập cơ học (tập 1), ô Sinh



BÀI T P N P (I p 44M)

Nhóm 1: A & B & C: 1-9, 2-6, 2-8, 3-4, 4-14.

Nhóm 2: D & : 1-5, 2-2, 2-12, 3-5, 4-5.

Nhóm 3: H: 1-10, 2-8b, 1-13, 3-9, 4-4.

Nhóm 4: L & N: 1-13, 2-9, 2-13, 3-8, 4-3.

Nhóm 5: Q & S: 1-14, 2-15, 2-23, 3-12, 4-1.

Nhóm 6: TH & TR: 1-17, 2-14, 2-16, 3-14, 4-2.

Nhóm 7: TU & V: 1-18, 2-21, 2-24, 3-23, 4-13.





Ph n l
T N H H C V T R N

- Ch ng 1: Các khái ni m c b n va hê tiên ê
t nh h c
- Ch ng 2: Cân b ng c a hê l c không gian
- Ch ng 3: Tr ng h p riêng: Hê l c ph ng
- **Ch ng 4: Ma sát**
- Ch ng 5: Tr ng tâm c a v t r n



Chương 4 MA SÁT



1. PHÂN LẬP LIÊN KẾT TRÊN CÁC MẶT A. KHÁI NIỆM VẬT MA SÁT VÀ SỰ PHÂN LOẠI.
2. NHỮNG TÍNH CHẤT MA SÁT COULOMB
3. CÂN BẰNG CỦA CÁC VẬT TRÊN CHUỖ CÁC LIÊN KẾT CÓ MA SÁT



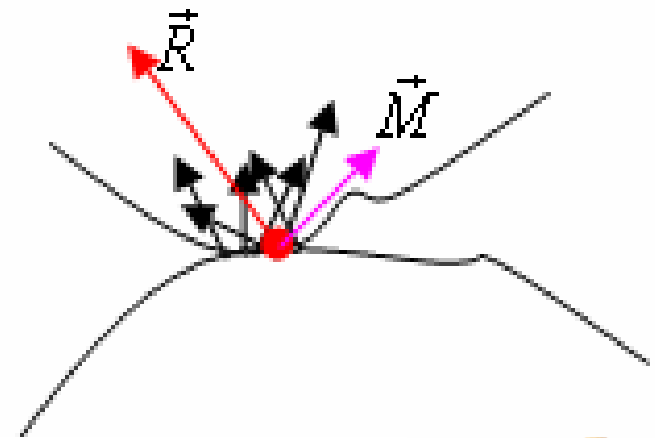
1. PHÂN LẬP CÁC LIÊN KẾT TRÊN CÁC MẶT TẠO KHÁI NIỆM VỀ MA SÁT VÀ SỰ PHÂN LOẠI.



1.1. Mô hình phân loại các liên kết trên các mặt tạo

Trong thực tế, các vật rắn khi tiếp xúc với nhau luôn luôn xảy ra trên mặt tiếp xúc nào đó.

Do đó, khi hai vật tiếp xúc với nhau sẽ xuất hiện một tập hợp các phân loại liên kết. Các liên kết này ngăn cản các chuyển động hoặc xu hướng chuyển động của vật này đối với vật kia.



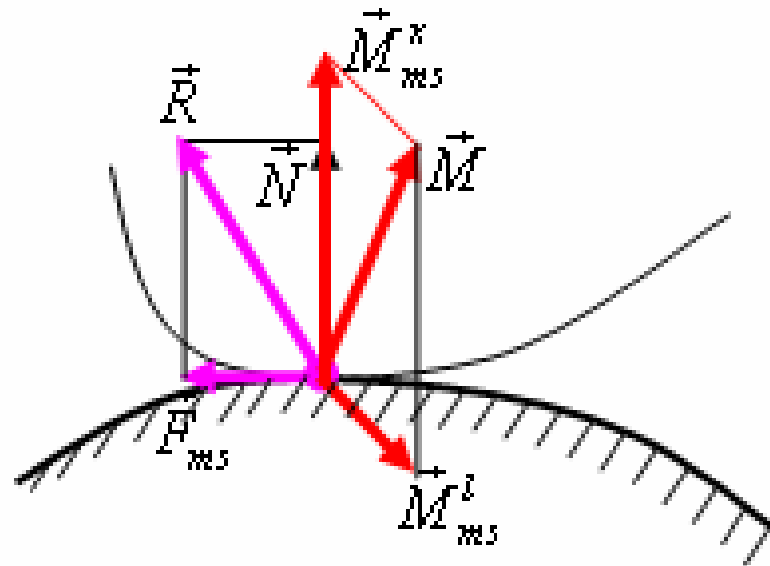
1.2. Khái niệm về lực ma sát



Trong hình vẽ bên dưới, ta có một vật tiếp xúc với một bề mặt nhẵn. Ta phân tích lực và mô men thành các thành phần pháp tuyến và tiếp tuyến:

$$\vec{R} \sqcup (\vec{N}, \vec{F}_{ms})$$

$$\vec{M} \sqcup (\vec{M}_{ms}^l, \vec{M}_{ms}^x)$$

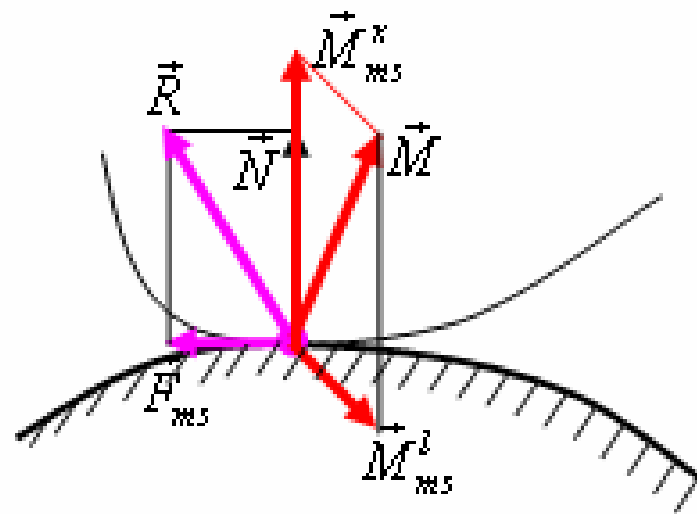


V y h ph n l c liên k t t ng ng v i 4
thành ph n ph n l c:



➤ Thành ph n **ph n l c pháp tuy n** \vec{N} nh
th ng th y, ng n c n chuy n ng theo ph ng
pháp tuy n c a b m t v t;

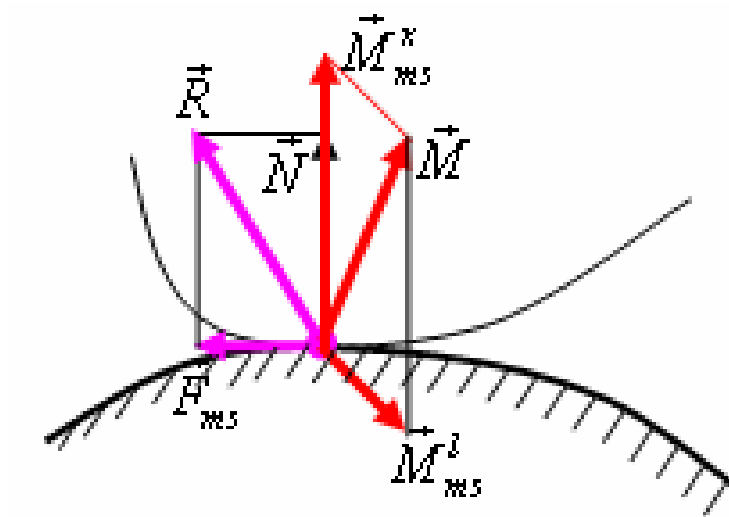
➤ Thành ph n **ph n l c ti p**
tuy n ký hi u là \vec{F}_{ms} ng n c n
chuy n ng tr t ho c xu
h ng tr t c a v t trên b
m t liên k t; g i là **l c ma sát**
tr t.



➤ Thành phần ng ul c \vec{M}_{ms}^l ng n c n s
l n c a v t trên b m t liên k t; g i là **ng u
l c ma sát l n.**



➤ Thành phần ng ul c \vec{M}_{ms}^x
ng n c n s xoay c a v t
xung quanh pháp tuy n
c a m t liên k t, g i là
ng u l c ma sát xoay.





**Công nghệ các thành phần lọc ma sát:
Lọc ma sát trượt, ngụy lọc ma sát lăn, ngụy
lọc ma sát xoay phụ thuộc vào tính chất vật
lý của các bề mặt, chất bôi trơn nên các vật
(sắt, nhôm, gỗ...) và kết cấu của liên kết, các
lực cho trượt tác động lên vật.**

**Chi tiết của chúng phụ thuộc vào xu
hướng chuyển động trượt, lăn, xoay của vật.**



1.3. Phân loại ma sát



❖ Dựa vào trạng thái của bề mặt tiếp xúc ta phân loại ma sát thành: *ma sát tĩnh* và *ma sát động*.

➤ **Ma sát tĩnh:** là ma sát xuất hiện khi các vật tiếp xúc nhau ở trạng thái nghỉ hay khi có các xu hướng chuyển động giữa hai vật này và vật kia.

➤ **Ma sát động:** là ma sát xuất hiện khi các vật chuyển động tương đối với nhau.





❖ *D* a vào tính ch *t c* a bê m *t ti p* xúc ta có:

ma sát khô va ma sát nh t

➤ ***Ma sát khô***: là ma sát xu t hi n khi các bê m *t c* a các v *t ti p* xúc tr c *ti p* (không có các l p bôi tr n nh d u, m).

➤ ***Ma sát nh t***: Khi trên bê m *t* các v *t ti p* xúc có các l p bôi tr n ta có ma sát nh t.



2. NH LU T MA SÁT COULOMB

Các nh lu t ma sát c xây d ng t th c nghi m v t ly

2.1. nh lu t ma sát tr t.

L c ma sát tr t t nh xu t hi n **ng n c n s** tr t ho c xu h ng tr t t ng i c a hai v t ti p xúc và th a mẫn b t ng th c:

$$F_{ms} \leq f \cdot N$$

trong o, **f** là h s ma sát tr t t nh - i l ng không th nguyên - c tr ng cho b n ch t v t ly c a các m t ti p xúc; **N** là ph n l c pháp tuy n.



2.2. Nh lưu t ma sát l n.



Ng u l c ma sát l n xu t hi n **ng n c n s**
l n t ng i gi a các v t ti p xúc và th a mẫn b t
ng th c:

$$M_{ms}^l \leq k.N$$

trong o, **k** là hê sô ma sát l n – th nguyên là chi u
dài – c tr ng cho b n ch t v t ly của các v t ti p
xúc.

nh lu t ma sát xoay c ng c phát bi u t ng
t .



3. CÂN BẰNG CÁC VỊ TRÍ CHỮ CÁI LIÊN KẾT CÓ MA SẮT



3.1. Các bước giải bài toán cân bằng chữ cái liên kết có ma sát.

Bước 1: Chọn vị trí kho số và giai phóng liên kết cho vị trí nh bài toán khi chưa xét n ma sát.

Bước 2: Thêm các l c, ng u l c ma sát.

Chọn xét xu hướng chuyển ng c a v t ê xác nh úng chỉ u c a l c, ng u l c ma sát.



3. CÂN BẰNG CÁC VẬT LIÊN KẾT CÓ MA SÁT



3.1. Các bước giải bài toán cân bằng cho hệ liên kết có ma sát.

Bước 3: Viết phương trình cân bằng cho hệ lực tác động lên vật (gồm các lực ma sát).

Hình ảnh các lực ma sát phải thỏa mãn các BPT ma sát.

Bước 4: Giải hệ gồm các phương trình và các BPT.

Chú ý: Nghiệm của hệ gồm các phương trình và các bước phương trình là một nghiệm (thể hiện dưới dạng bất đẳng thức).

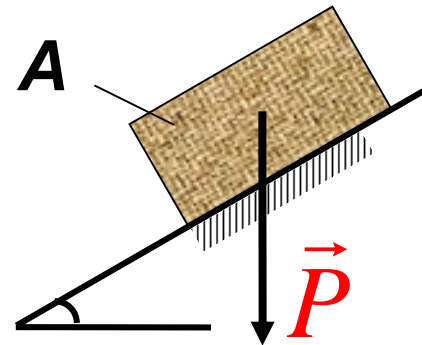


3.2. CÁC VÍ D

Ví dụ 4.1:

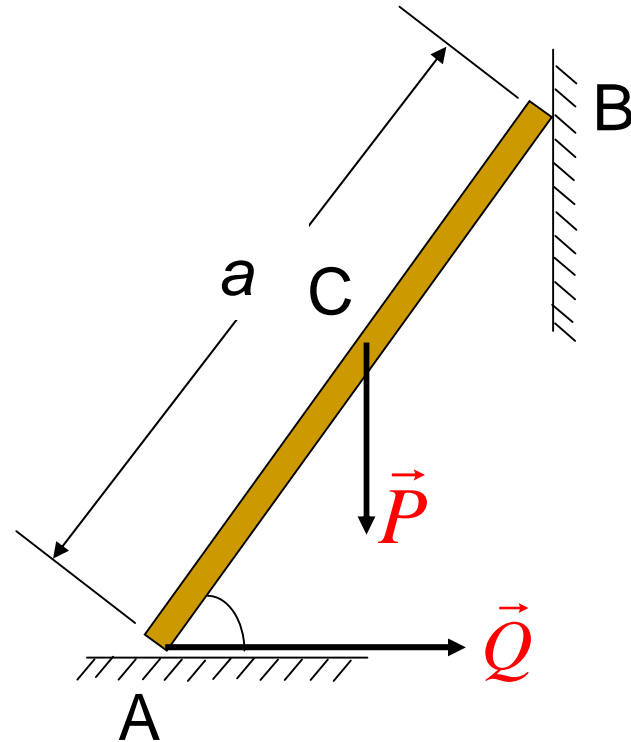
Một vật trọng lượng P nằm trên mặt phẳng nghiêng không nhẵn có hệ số ma sát f , nghiêng so với mặt phẳng ngang một góc α .

Xác định góc α để vật cân bằng với giá trị của trọng lượng P của nó.



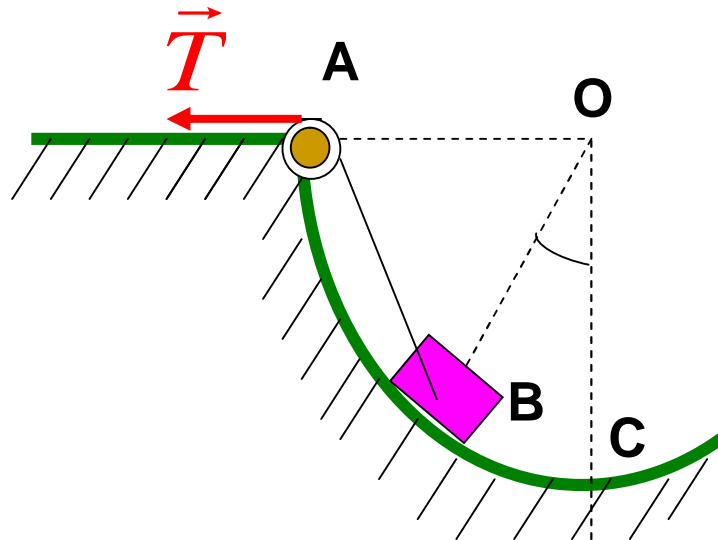
Ví dụ 4.2:

Thanh ngang ch t AB, có trọng lượng P , đầu B tựa vào tường không nhẵn, đầu A tựa vào sàn nhẵn. Một lực ngang ch u tác dụng tại C như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa thanh và tường là f . Tìm giá trị của lực Q để thanh cân bằng và vị trí nghiêng góc α với phương ngang.



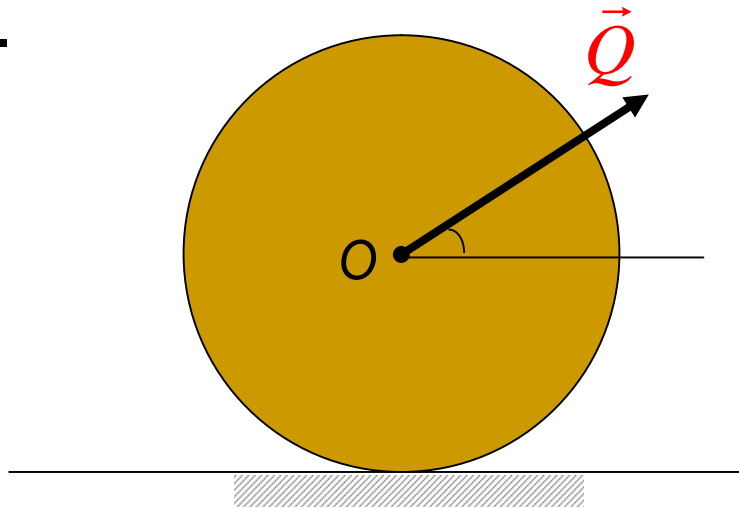
Ví dụ 4.3:

Vật B có trọng lượng P nằm trên mặt bàn không nhẵn có đường mặt phẳng tiếp xúc tròn và các góc cân bằng như hình vẽ. Lực kéo T theo phương ngang tác vào dây BA. Cho hệ số ma sát trượt là $f = \tan \alpha$. Tìm lực kéo T .



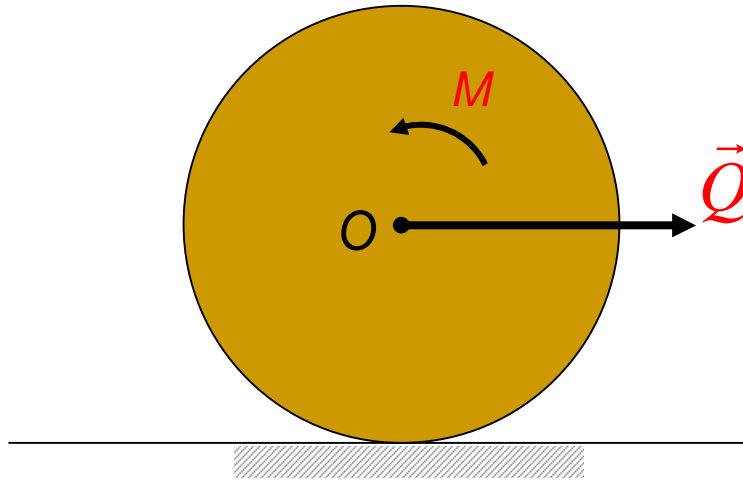
Ví dụ 4.4:

Trên mặt nền ngang có bánh xe nặng
chất tâm O , bán kính R , trọng lượng P , chu
lực Q như hình vẽ. Xác định trọng tâm Q bánh
xe cân bằng. Biết hệ số ma sát trượt f , hệ số
ma sát lăn k .



Ví dụ 4.5:

Trên mặt phẳng ngang có bánh xe nặng
chất tâm O , bán kính R , trọng lượng P , chịu
ngực lực M và lực Q như hình vẽ. Xác định
trên mômen M và Q để bánh xe cân bằng. Biết
hệ số ma sát tĩnh f , hệ số ma sát trượt k .





Ph n I

T N H H C V T R N

- Ch ng 1: Các khái ni m c b n va hê tiê ê
t nh h c
- Ch ng 2: Cân b ng c a hê l c không gian
- Ch ng 3: Tr ng h p riêng: Hê l c ph ng
- Ch ng 4: Ma sát
- Ch ng 5: Tr ng tâm c a v t r n





Chương 5

TRƯỜNG TÂM CẢM TRÊN



1. TÂM CẠM LỰC SONG SONG.



1.1. Định nghĩa

Cho hệ lực song song bất kỳ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ với $\sum \vec{F}_k \neq 0$ (hệ có hợp lực), có các điểm tác dụng là M_1, M_2, \dots, M_n

Ky hiệu $\vec{r}_k = \overrightarrow{OM_k}$. Ta có định nghĩa:

Điểm hình học Cg là tâm của hệ lực song song xác định bởi công thức:

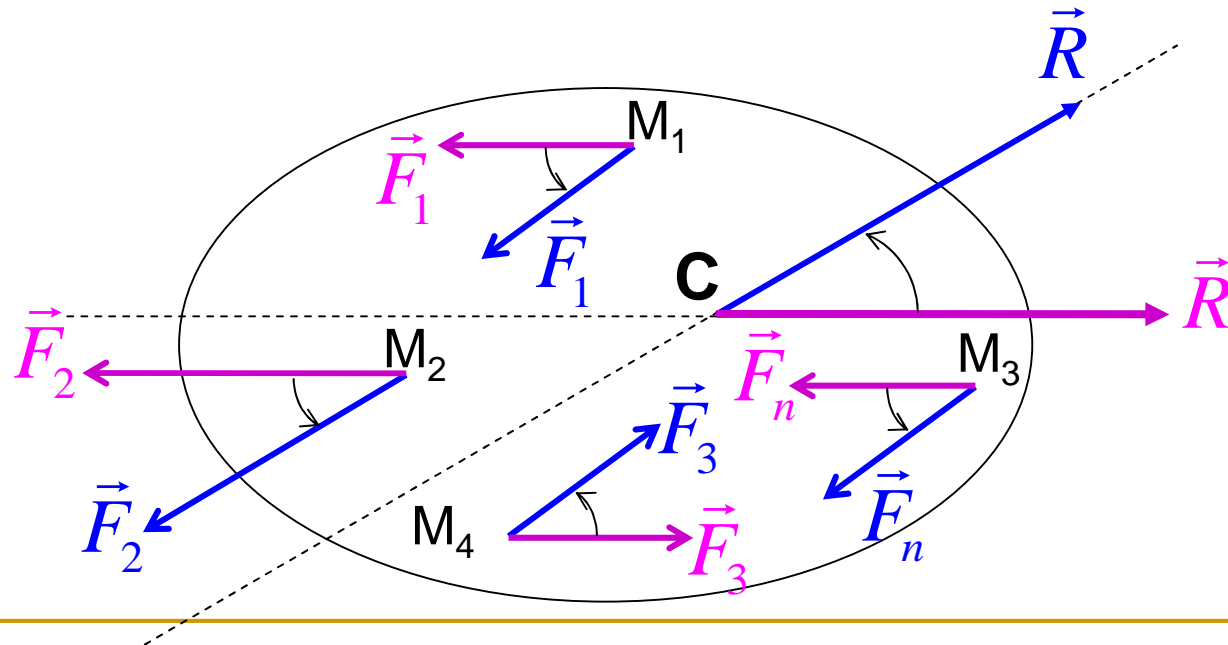
$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^n \overline{F}_k \vec{r}_k}{\sum_{k=1}^n \overline{F}_k}$$

trong đó, \overline{F}_k là thành phần hình chiếu của \vec{F}_k trên trục song song với các lực.



1.2. Tính chất

Hợp lực của hai lực song song đi qua điểm C
và nếu quay các thành phần quanh các điểm
của chúng một góc trong một kỳ nguyên
điểm và giá trị của các lực thành phần thì hợp
lực của chúng cũng quay quanh tâm C một góc.



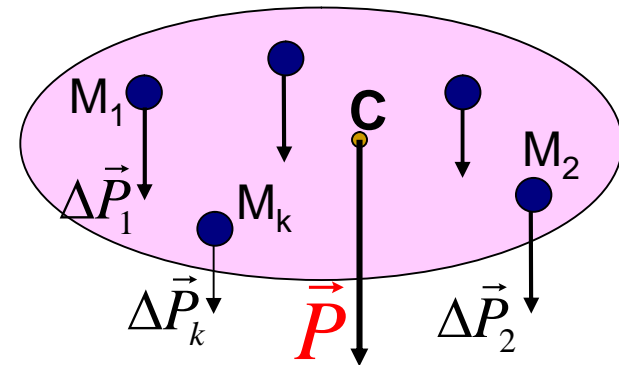
#

2. NH NGH A TR NG TÂM C A V T R N.

Kh o sát v t r n n m g n trái t. V t chu tác d ng c a l ch p d n c a trái t, g i là tr ng l c P c a v t ó.

Tâm C c a h tr ng l c c xác nh b i công th c:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum \Delta P_k \vec{r}_k}{\sum \Delta P_k} = \frac{\sum \Delta P_k \vec{r}_k}{P}$$



i m C (có v trí cô nh i v i v t) g i là tr ng tâm c a v t r n.



Công thức xác định các tọa độ trọng tâm của vật rắn:



$$\vec{r}_C = \frac{\sum \Delta P_k \vec{r}_k}{P} \Rightarrow \vec{r}_C = \frac{1}{P} \int_{(V)} \vec{r} dP.$$

Đông hình chi u trong hệ tọa độ Descarte:

- $x_C = \frac{\sum \Delta P_k x_k}{P}; y_C = \frac{\sum \Delta P_k y_k}{P}; z_C = \frac{\sum \Delta P_k z_k}{P}.$

- $x_C = \frac{1}{P} \int_{(V)} x dP; y_C = \frac{1}{P} \int_{(V)} y dP; z_C = \frac{1}{P} \int_{(V)} z dP.$



3. CÁC NH LÝ V

TR NG TÂM C A V T R N NG CH T



3.1. nh lý 1:

N u v t r n ng ch t có tâm (tr c, m t ph ng) i x ng thì tr ng tâm c a nó n m t i tâm (trên tr c, m t ph ng) i x ng.

3.2. nh lý 2:

N u v t r n g m các ph n mà tr ng tâm c a các ph n ó n m trên m t ng th ng (m t ph ng) thì tr ng tâm c a v t c ng n m trên ng th ng (m t ph ng) ó.



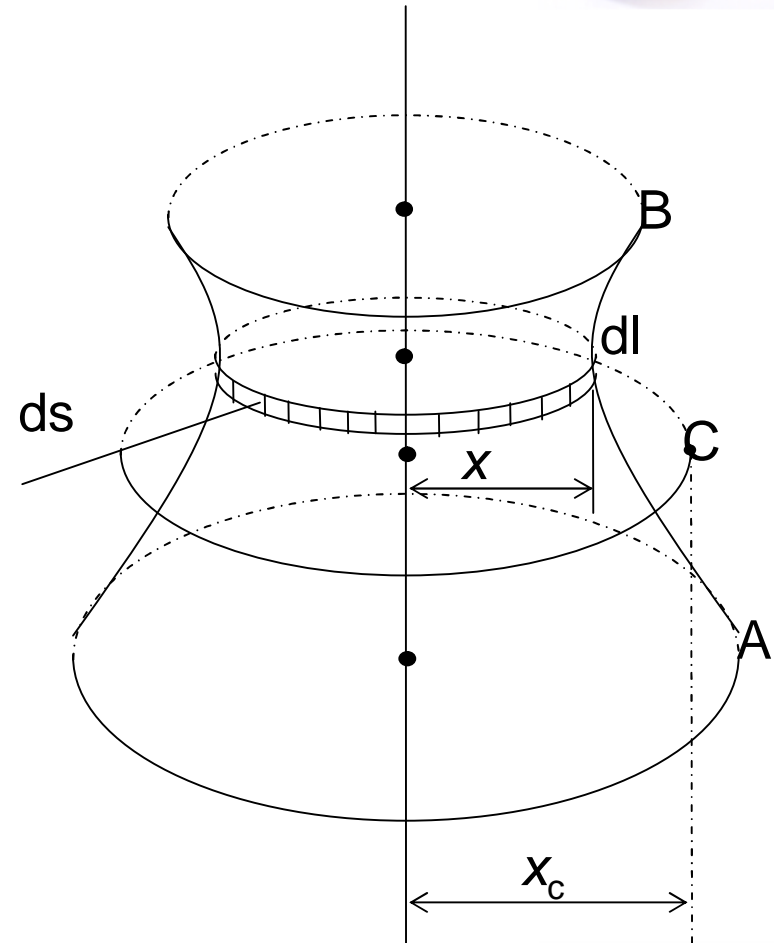
3.3. Định lý 3

(Định lý Guynăng 1)

Diện tích S của mặt tròn xoay sinh ra do một đường cong phẳng AB khi quay quanh trục đối xứng, nếu không cắt nó, xác định bởi công thức:

$$S = 2\pi Ld$$

trong đó, L là chiều dài của đường cong AB , còn d là khoảng cách từ trục tới tâm C của đường cong n trục.



3.4. **nh lý 4 (nh lý Guyn anh 2)**

Th tích V c a m t v t tròn xoay sinh ra b i m t t m ph ng khi quay quanh tr c và không c t nó, c xác nh b i công th c:

$$V = 2\pi Sd$$

trong ó, S là di n tích t m ph ng; d là kho ng cách t tr ng tâm c a t m n tr c .



3.5. Các phương pháp tìm trung tâm của vật tròn.

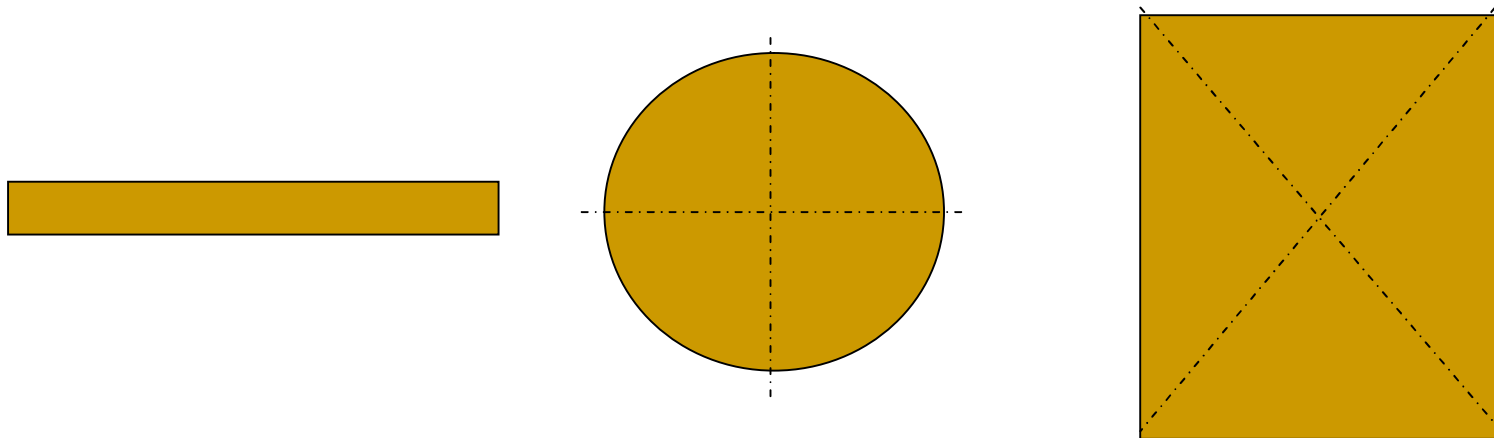


3.5.1. Phương pháp xích ng.

Áp dụng như lý 1.

Ví dụ

Thanh thẳng, vành tròn, mặt tròn, mặt hình chóp nhọt, hình hộp chóp nhọt, hình cầu nhọt đều có trung tâm tìm bằng xích ng của vật đó.



3.5.2. Phương pháp phân chia

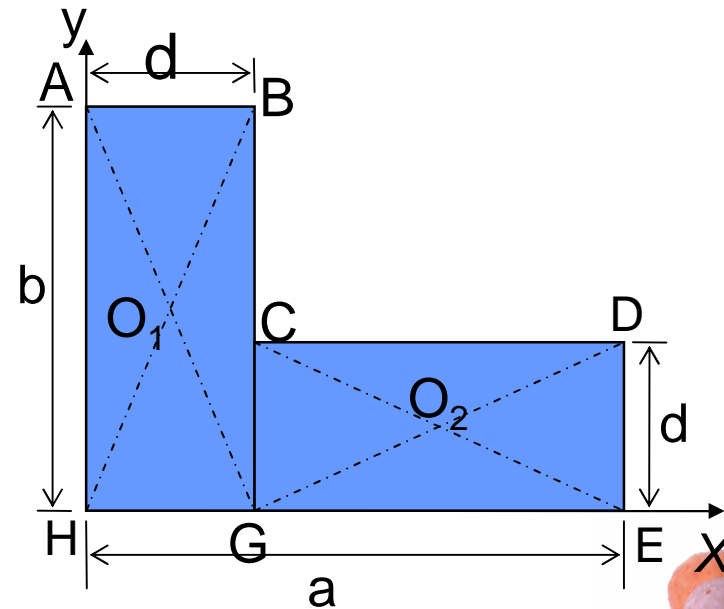


Chia vật thành các phần nhỏ bất kỳ trọng tâm, rồi áp dụng CT:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum \Delta P_k \vec{r}_k}{P}$$

Vì \vec{r}_k là vectơ nhúng trọng tâm của phần thứ k .

Ví dụ : Tìm trọng tâm của một tấm phẳng đồng chất, hình chữ L, với các kích thước như hình vẽ.



3.5.2. Phương pháp phân chia



$$\vec{r}_C = \frac{\sum \Delta P_k \vec{r}_k}{P}$$

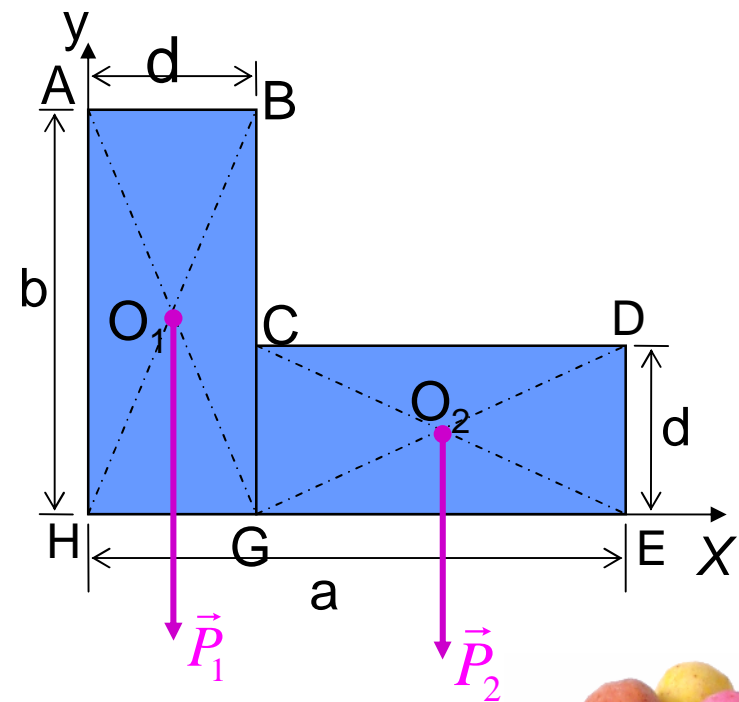
Ví dụ :

$$P_1 = \gamma S_1$$

$$P_2 = \gamma S_2$$

$$x_c = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2}{P_1 + P_2} = \frac{\gamma S_1 x_1 + \gamma S_2 x_2}{\gamma S_1 + \gamma S_2}$$

$$x_c = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2}{S_1 + S_2}$$



3.5.2. Phương pháp phân chia

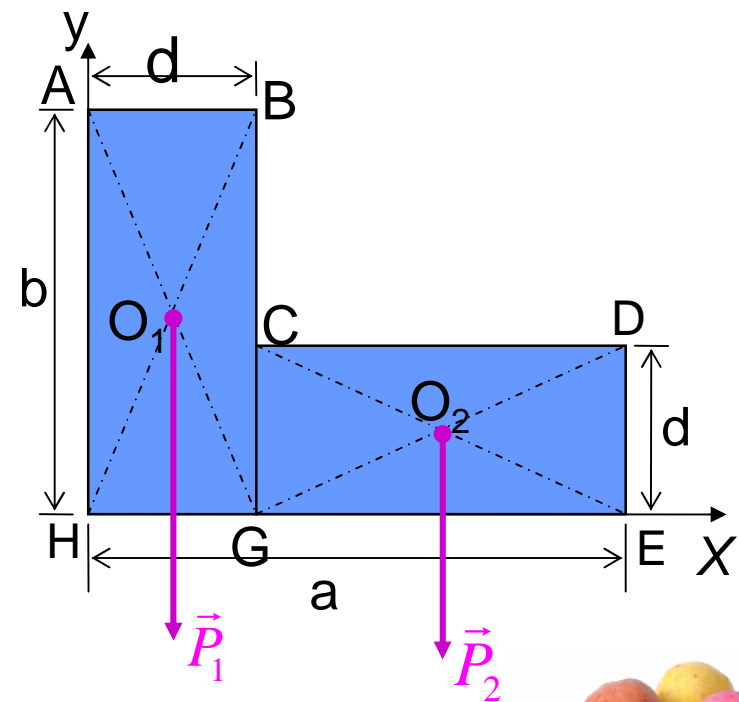


Ví dụ :

$$x_C = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2}{S_1 + S_2}$$

$$S_1 = b.d; S_2 = (a - d).d;$$

$$x_1 = \frac{d}{2}; x_2 = d + \frac{a - d}{2} = \frac{a + d}{2}.$$

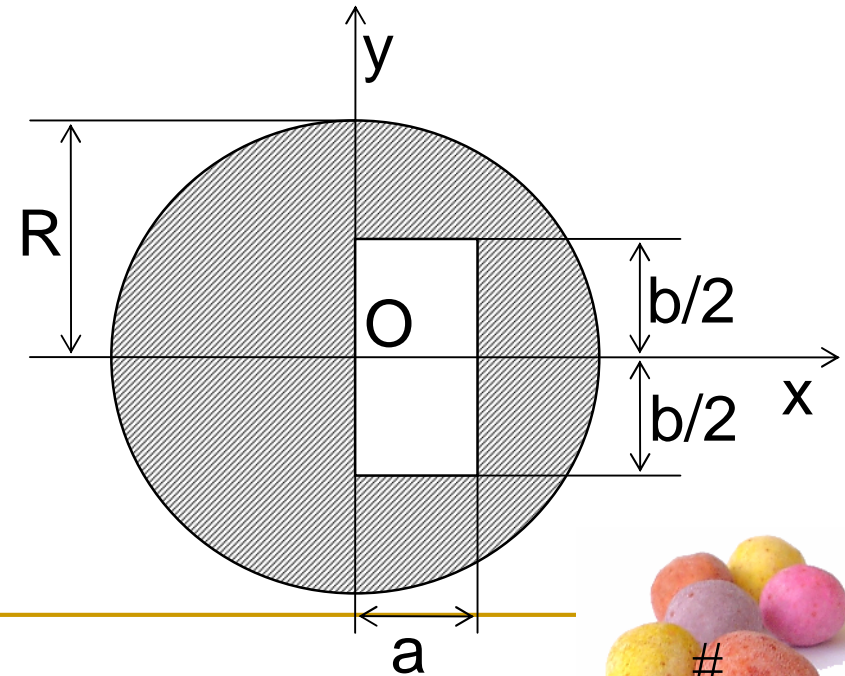


3.5.3. Phương pháp khỉ lờng âm

(phương pháp bù).

Khi vật bở khoét nhi u l có hình thù khác nhau mà trọng tâm của các l khoét có thể tìm được, thì ta có thể áp dụng phương pháp phân chia trên, với điều kiện là các l khoét có khối lượng mang dấu âm.

Ví dụ : Tìm trọng tâm của một tấm tròn đồng chất, có bán kính R , bên trong tấm bở có một lỗ hình chữ nhật có hai cạnh a, b và vị trí như hình vẽ.



3.5.4. Phương pháp tích phân.



■ Nếu vật là một khối đồng chất có thể tích V :

$$\vec{r}_C = \frac{1}{P} \int_{(V)} \vec{r} dP; \quad \underline{P = \gamma \cdot V} \quad \vec{r}_C = \frac{1}{V} \int_{(V)} \vec{r} dV;$$

■ Nếu vật là một mặt đồng chất có diện tích S :

$$\vec{r}_C = \frac{1}{S} \int_S \vec{r} dS;$$

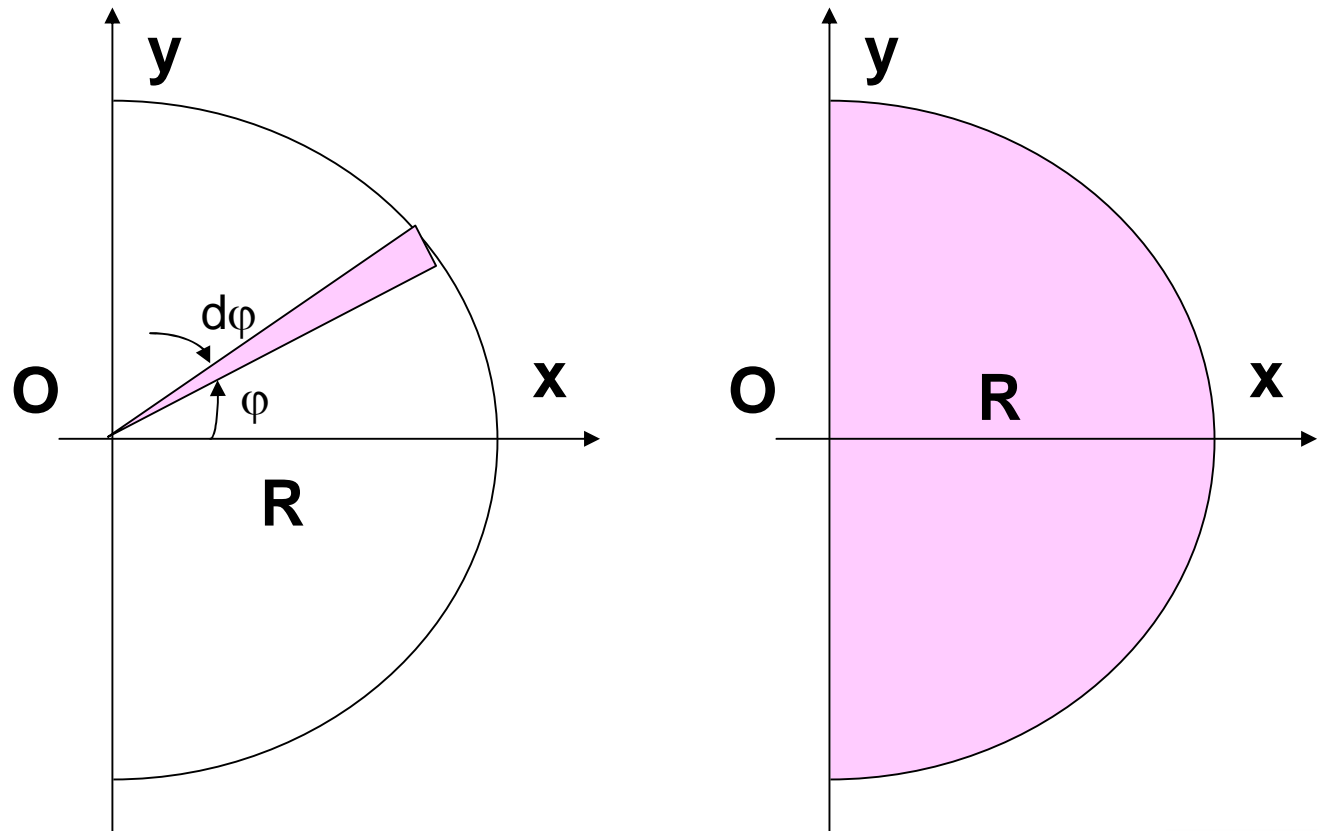
■ Nếu vật là một thanh đồng chất, có chiều dài L :

$$\vec{r}_C = \frac{1}{L} \int_{(L)} \vec{r} dL;$$



Ví dụ

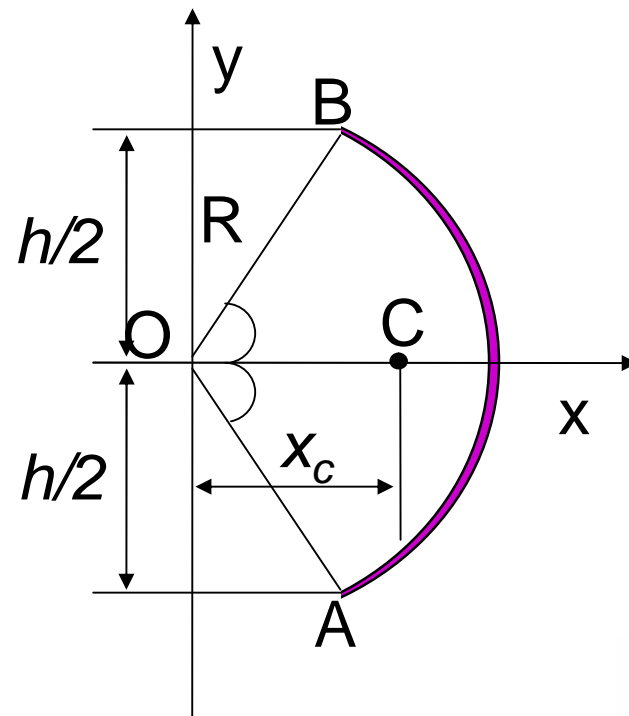
Tìm trọng tâm của nửa tròn có bán kính R



3.5.4. Phương pháp áp dụng các định lý Guyon và Anh.

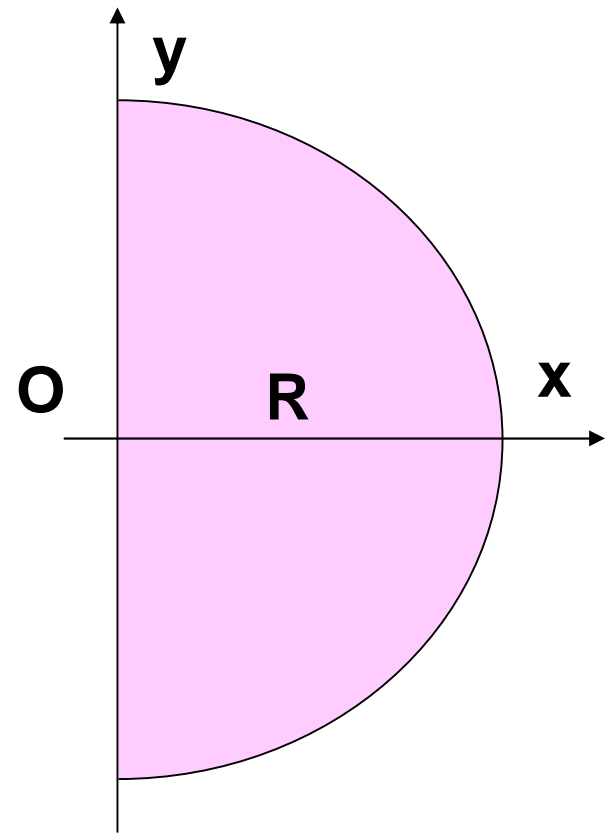
Ví dụ

Tìm trọng tâm của cung tròn có bán kính R , với góc tâm là 2α



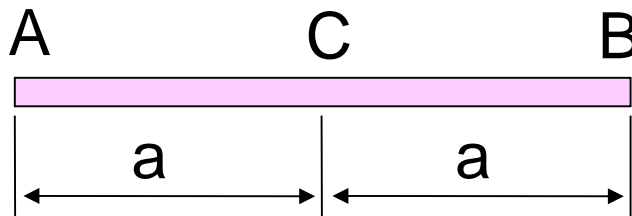
Ví dụ

Tìm tọa độ tâm của nửa đường tròn
chất, có bán kính R

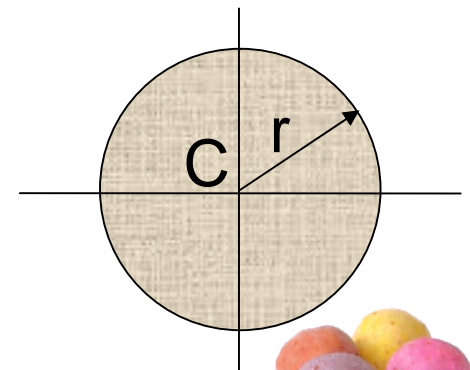
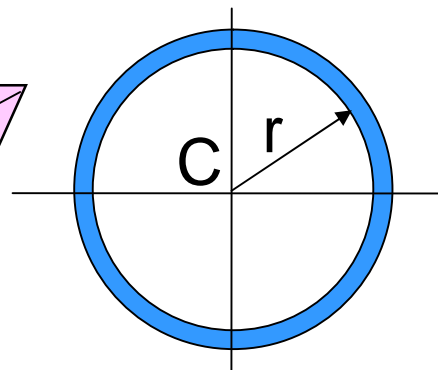
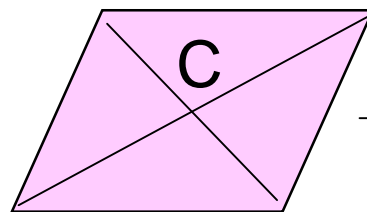
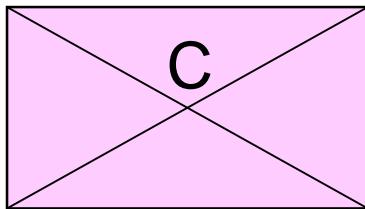


4. TRỌNG TÂM CÁC HÌNH CHỮ NHẬT

□ Trọng tâm của hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo.

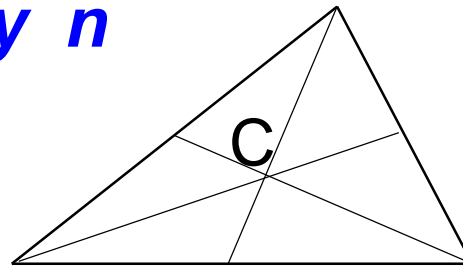


□ Trọng tâm của các hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông, hình tròn, mặt tròn, hình lập phương, hình lập phương đều trọng tâm là tâm của chúng.



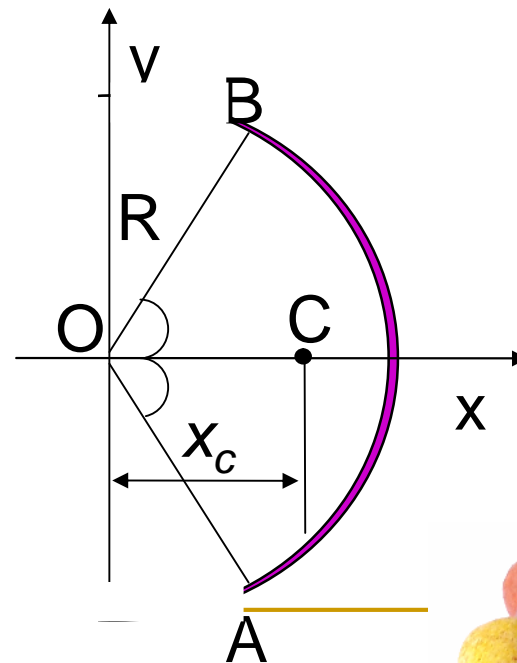
#

□ *Trọng tâm của tam giác cân bằng chính là giao điểm của các đường trung tuyến*



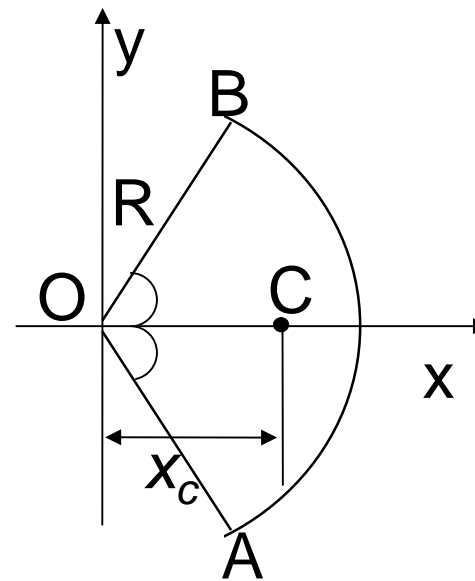
□ *Trọng tâm của cung tròn cân bằng chính là AB có bán kính R và góc ở tâm: $\angle AOB = 2\alpha$*

$$x_C = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$



□ Tròn tâm O có bán kính R và góc ở tâm $\angle AOB = 2\alpha$

$$x_C = \frac{2R \sin \alpha}{3}$$

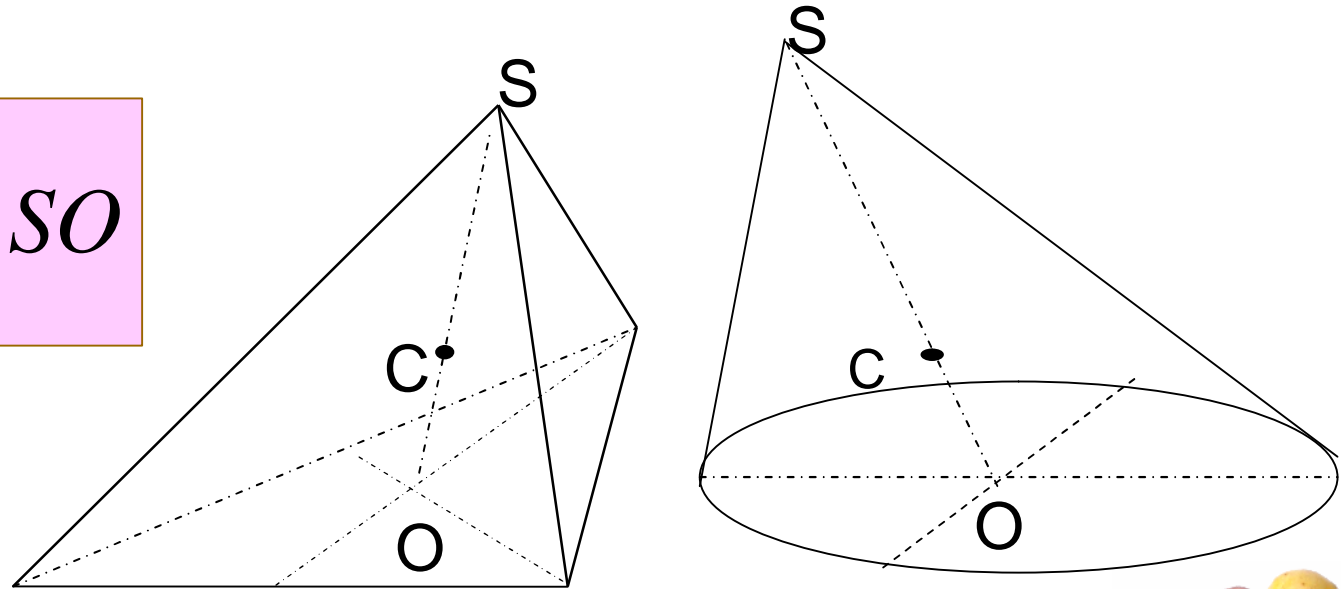




☐ *Trọng tâm của khối hình chóp, khối hình nón*

Trọng tâm của khối hình chóp, khối hình nón luôn nằm trên đường thẳng nối đỉnh S và trọng tâm O của đáy, và chia nó theo tỉ lệ :

$$CO = \frac{1}{4} SO$$



#