BỘ CÔNG NGHIỆP
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM

----------Δ_0----------

GIÁO ÁN
TOÁN CAO CẤP C
(HỆ CAO ĐẲNG)

Niên khóa : **2005-2006**

Giảng viên : **NGUYỄN ĐỨC PHƯƠNG**
Khoa : **KHOA HỌC CƠ BẢN**

BỘ CÔNG NGHIỆP

TRƯỜNG ĐH CÔNG NGHIỆP TP . HCM

KHOA : KHOA HỌC CƠ BẢN

ĐT 04

LỊCH GIẢNG DẠY

MÔN HỌC: Toán cc C.. SỐ TIẾT…60

LỚP: CĐ.HỌC KỲ:I,NĂM HỌC:2005-2006

SỐ TIẾT/TUẦN: 05 SỐ TUẦN : 12

TUẦN SỐ	NỘI DUNG BÀI GIẢNG-BÀI TẬP-THÍ NGHIỆM -THẢO LUẬN	SỐ TIẾT				ĐỒ DÙNG HỌC TẬP SÁCH THAM KHẢO
		Lý thuyết	Thực hành	Bài tập	Kiểm tra	
1 Từ ngày: 3/10 đến: 9/10/05	1.Số phức: Các phép tính cơ bản và dạng lương giác 2. Đạo hàm và vi phân hàm 1 biến 3. Đạo hàm và vi phân hàm 2 biến	3		2		Giáo trình toán cao cấp của trường biên soạn
2 Từ ngày:10/10 đến :16/10/05	1. Cực trị hàm 1 biến 2. Cực trị tự do và cực trị có điều kiện của hàm 2 biến 3. Ứng dụng cực trị để giải các bài toán trong kinh tế	3		2		
3 Từ ngày:7/11 đến :13/11/05	1. Tích phân xác định 2. Hai công thức tính tích phân 3. Tích phân suy rộng loại 1	3		2		
4 Từ ngày:14/11 đến :20/11/05	1. Tích phân suy rông loại 2 2. Phương trình vi phân cấp 1: Biến phân ly, đảng cấp 3. Phươnh trính tuyến tính cấp 1, Bernully	3		2		
5 Từ ngày:21/11 đến :27/11/05	1. Phương trình vi phân cấp 2. 2. Hệ phương trình vi phân với hệ số hằng 3. Định thức: Định nghĩa và công thức Laplace	3		2		
6 Từ ngày:28/11 đến:4/12/05	1. Công thức Sarus 2. Các tính chất của định thức 3. Ma trận: Định nghĩa và các phép toán căn bản	3		2		
7 Từ ngày:5/12 đến:11/12/05	1. các phép biến đổi sơ cấp 2. Kiểm tra giữa kỳ 3, Ma trận bậc thang	2		2	1	
8 Từ ngày:12/12 đến: 18/12/05	1. Ma trận nghịch đảo. 2. Không gian véc tơ: Định nghĩa, độc lập và phụ thuộc t.tính 3. Cơ sở của không gian véc tơ n chiều	3		2		
9 Từ ngày:19/12 đến:25/12/05	1. Hệ phương trình tuyến tính: Tính chất nghiệm 2. Phương pháp ma trận nghịch đảo 3. Phương pháp Cramer	2		3		

10 Từ ngày:26/12 đến:1/1/06	1. Phương pháp Gauss 2. Biến đổi tọa độ khi đổi cơ sở 3. Phép biến đổi tuyến tính	3		2		
11 Từ ngày:2/1 đến:8/1/06	1. Phép quay, phép tịnh tiến 2. Đa thức đặc trưng 3. Trị riêng và véc tơ riêng	3		2		
12 Từ ngày:9/1 đến:15/1/06	1. Cách tìm véc tơ riêng ứng với trị riêng 2.Thuật toán chéo hóa ma trận. 3. Ôn tập	3		2		
13 Từ ngày: đến:						
14 Từ ngày: đến:						
15 Từ ngày: đến:						
16 Từ ngày: đến:						
17 Từ ngày: đến:						

Khoa

Trưởng bộ môn

Ngày 05 tháng 09 năm 2005

Giảng viên

BỘ CÔNG NGHIỆP
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP. HỒ CHÍ MINH
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN
TỔ TOÁN
--------------o0o--------------

CHƯƠNG TRÌNH

MÔN TOÁN CAO CẤP C

BẬC CAO ĐẲNG KINH TẾ

NĂM HỌC 2005 – 2006

CHƯƠNG TRÌNH TOÁN CAO CẤP C

(Mã môn học: 004DC210)

DÙNG CHO SINH VIÊN CAO ĐẲNG KINH TẾ

THỜI GIAN : 60 TIẾT

NỘI DUNG TỔNG QUÁT VÀ PHÂN BỐ THỜI GIAN

STT	CHƯƠNG MỤC	THỜI GIAN
Chương I	Bổ túc số phức	2 tiết
Chương II	Phép tính vi phân	8 tiết
Chương III	Phép tính tích phân	6 tiết
Chương IV	Phương trình vi phân	8 tiết
Chương V	Định thức	5 tiết
Chương VI	Ma trận	7 tiết
Chương VII	Không gian tuyến tính	3 tiết
Chương VIII	Hệ phương trình tuyến tính	7 tiết
Chương IX	Phép biến đổi tuyến tính	6 tiết
Chương X	Chéo hóa ma trận	8 tiết
	Cộng	**60 tiết**

NỘI DUNG CHI TIẾT

CHƯƠNG I
BỔ TÚC SỐ PHỨC (2 tiết)

- Định nghĩa.
- Phép tính.
- Dạng lượng giác.

CHƯƠNG II
PHÉP TÍNH VI PHÂN (6 tiết)

- Đạo hàm cấp một và cấp cao của hàm một biến.
- Đạo hàm riêng cấp một và cấp cao, đạo hàm hợp của hàm hai biến.
- Vi phân của hàm một biến.
- Vi phân toàn phần của hàm hai biến.
- Ứng dụng
  - Cực trị của hàm một biến.
  - Cực trị tự do, cực trị có điều kiện của hàm hai biến.
  - Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm.
  - Tính gần đúng.
  - Ứng dụng vào bài toán kinh tế.

CHƯƠNG III
PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN (6 tiết)

- Tích phân bất định
  - Định nghĩa.
  - Tính chất.
- Hai phương pháp tính tích phân.
- Công thức đạo hàm cận trên, công thức Newton – Leibnitz.
- Tính chất và hai phương pháp tính tích phân xác định.
- Tích phân suy rộng.

CHƯƠNG IV
PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN (8 tiết)

- Phương trình vi phân cấp một

    - Định nghĩa, điều kiện tồn tại nghiệm.
    - Phương trình có biến phân ly được.
    - Phương trình đẳng cấp.
    - Phương trình tuyến tính cấp một.
    - Phương trình Bernoulli.
- Phương trình vi phân cấp hai
    - Định nghĩa, điều kiện tồn tại nghiệm.
    - Phương trình giảm cấp được.
    - Phương trình tuyến tính cấp hai hệ số hằng.
- Hệ phương trình vi phân, vi phân tuyến tính.

CHƯƠNG V
ĐỊNH THỨC (5 tiết)

- Định nghĩa và tính chất
    - Hoán vị và nghịch thế.
    - Định thức cấp n.
- Định lý Laplace.
- Cách tính.

CHƯƠNG VI
MA TRẬN (7 tiết)

- Định nghĩa.
- Phép tính.
- Định thức của ma trận vuông.
- Hạng của ma trận.

CHƯƠNG VII
KHÔNG GIAN TUYẾN TÍNH (3 tiết)

- Vector n chiều
    - Định nghĩa.
    - Sự phụ thuộc tuyến tính.
    - Hạng của vector.
- Không gian vector n chiều
    - Định nghĩa.
    - Định lý.

CHƯƠNG VIII
HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH (6 tiết)

- Khái niệm
  - Hệ phương trình tuyến tính.
  - Tính chất nghiệm.
  - Định lý Kronecker – Capelli.
- Phương pháp giải
  - Phương pháp ma trận nghịch đảo.
  - Phương pháp Cramer.
  - Phương pháp Gauss.

CHƯƠNG IX
PHÉP BIẾN ĐỔI TUYẾN TÍNH (6 tiết)

- Biến đổi tọa độ khi cơ sở thay đổi.
- Biến đổi tuyến tính.
- Phép biến đổi tuyến tính.
- Phép quay.
- Phép tịnh tiến.
- Liên hệ giữa các ma trận của phép biến đổi tuyến tính.

CHƯƠNG X
DẠNG SONG TUYẾN TÍNH – DẠNG TOÀN PHƯƠNG (8 tiết)

- Giá trị riêng, vector riêng
  - Định nghĩa.
  - Phương trình đặc trưng.
  - Giá trị riêng của ma trận đồng dạng.
- Chéo hóa ma trận
  - Chéo hóa ma trận vuông cấp n khi có n vector riêng đltt.
  - Chéo hóa trực giao ma trận đối xứng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. N. Phichtengon, ***Cơ sở giải tích toán học***, tập I – II – III, NXB Giáo dục, 1977.
2. Hoàng Hữu Đường – Võ Đức Tôn – Nguyễn Thế Hoàn, ***Phương trình vi phân***, tập I – II, NXB ĐH và THCN, 1979.
3. Hoàng Xuân Sính, ***Đại số cao cấp***, tập I, NXB Giáo dục, 1977.
4. Nguyễn Đình Trí và nhiều tác giả khác, ***Toán cao cấp***, tập I, NXB ĐH và THCN, 1984.
5. Nguyễn Thế Hoàn – Trần Văn Nhung, ***Bài tập phương trình vi phân***, NXB ĐH và THCN, 1979.
6. Tạ Văn Đỉnh – Vũ Long – Dương Thụy Vỹ, ***Bài tập toán cao cấp***, NXB ĐH và THCN.
7. Trần Văn Hạo, ***Đại số cao cấp***, tập II, NXB Giáo dục, 1977.

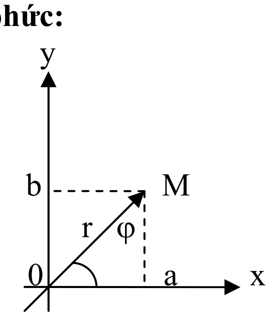
Tp. HCM …/…/2005	Tp. HCM …/…/ 2005
Phê duyệt BGH	**Khoa Cơ Bản**
	TS. Nguyễn Phú Vinh

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 1** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG: Số phức, đạo hàm và vi phân hàm số thực.**
- **MỤC ĐÍCH:**

  _ Tính toán được các phép tính cơ bản, lũy thừa và căn số của số phức.

  _ Tính được đạo hàm riêng và vi phân cấp hai hàm hai biến.
- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I	**§1 SỐ PHỨC** **Định nghĩa:** Tập hợp các số phức là: $\mathbb{C} = \{z = a + ib : a, b \in \mathbb{R}\}$, với i là đơn vị ảo cho bởi: $i^2 = -1$ _ a: gọi là phần thực, ký hiệu là Re(z) _ b: gọi là phần ảo, ký hiệu là Im(z) _ Số phức liên hợp với $z = a + ib$ là $\overline{z} = a - ib$ _ Mô đun của $z = a + ib$ là $\lvert z \rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$	5'	Nêu và giải quyết vấn đề
II	**Các phép toán trên số phức:** Cho $z_1 = a_1 + ib_1; z_2 = a_2 + ib_2$ i) Phép cộng : $z_1 \pm z_2 = a_1 \pm a_2 + i(b_1 \pm b_2)$ ii) Phép nhân với số thực: $cz_1 = ca_1 + icb_1; c \in \mathbb{R}$ iii) Phép nhân: $z_1.z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + i(a_1b_2 + a_2b_1)$ iv) Phép chia: $\frac{z}{z} = \frac{z_1.\overline{z}_2}{\lvert z_2 \rvert^2}$; $(z_2 \neq 0)$ **Ví dụ:** Cho $z = 3 + 4i; z = 5 - i$. $z_1 + z_2 = 8 + 3i; z_1 - z_2 = -2 + 5i; z_1.z_2 = 19 + 17i; \frac{z_1}{z_2} = \frac{11}{26} + \frac{23}{26}i$	10'	Nêu và giải quyết vấn đề
III	**Biểu diễn hình học và lượng giác của số phức:** Cho số phức $z = a + ib$, đặt tương ứng z với véc tơ $\overrightarrow{OM} = (a, b)$ gọi là biểu diễn hình học của số phức z. _ Góc φ được gọi là Argument của z _ $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ gọi là biểu diễn lượng giác của số phức z.  **Ví dụ**: $z = 1 - i\sqrt{3} = 2\left(\cos -\frac{\pi}{3} + i\sin -\frac{\pi}{3}\right)$	15'	Đối thoại giữa sinh viên và giảng viên
IV	**Định lý:** $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1); z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$. $z_1.z_2 = r_1r_2[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$	15'	Giảng giải và đối thoại

	$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}\left[\cos\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+i\sin\left(\varphi_1-\varphi_2\right)\right]$ **Hệ quả:** $z^n=\left[r\left(\cos n\varphi+i\sin n\varphi\right)\right]^n=r^n\left(\cos n\varphi+i\sin n\varphi\right)$ **Ví dụ**: i) $\left(1+i\right)^{25}=2^{12}\left(1+i\right)$. ii) $\left[\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(2-2i\right)\right]^{12}=-2^{30}$.		
V	**Căn bậc n của số phức** z: **Định nghĩa:** ω được gọi là 1 căn bậc n của số phức z nếu $\omega^n=z$. **Định lý:** Cho $z=r\left(\cos\varphi+i\sin\varphi\right)$. Khi đó $\sqrt[n]{z}=\left\{\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right):k=\overline{0,n-1}\right\}$ **Vídụ:** $\sqrt[3]{-1}=\left\{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2};-1;\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ **Công thức nghiệm của phương trình bậc hai:** Xét phương trình: $ax+bx+c=0;\left(a\neq 0;a,b,c\in\mathbb{C}\right)$. Khi đó Nghiệm của phương trình: $x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ($\sqrt{\Delta}$ là căn phức) **Ví dụ:** $x^2+2\left(1+i\right)x-2i+3=0$ $\sqrt{\Delta}=\sqrt{4i-3}=\left[\begin{array}{l}-1-2i\\1+2i\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2-3i\\x=i\end{array}\right.$	**15’**	Giảng giải và đối thoại
	Bài tập giáo trình	**30’**	
I	**§2 PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM MỘT BIẾN** **Định nghĩa:** (đạo hàm cấp 1) Cho hàm số $y=f(x)$ có miền xác định $D\subseteq\mathbb{R}$; $x_o\in D$. f được gọi là có đạo hàm tại điểm x_o nếu $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f\left(x\right)-f\left(x_o\right)}{x-x_o}$ tồn tại hữu hạn và ký hiệu giá trị giới hạn trên là $f'\left(x\right)$. _ Ký hiệu $\Delta y=f\left(x\right)-f\left(x_o\right)$ là số gia của y. _ Ký hiệu $\Delta x=x-x_o$ là số gia của x. Khi đó: $f'_x\left(x_o\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ **Các công thức đạo hàm**: i) $\left(f\pm g\right)'=f'\pm g'$. ii) $\left(f.g\right)'=f'g+g'f$	**10’**	Đối thoại

	iii) $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$		
II	**Đạo hàm cấp cao:** **Định nghĩa:** $f^{(n)} = \left(f^{(n-1)}\right)' \left(n \in \mathbb{N}\right)$ **Công thức Leibnitz:** $\left(fg\right)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)} g^{(n-k)}$ **Ví dụ:** $f = e^x; g = x^2 + 4x. \left(fg\right)^{(10)} = e^x\left(x^2 + 22x + 126\right)$.	**10'**	Giảng giải và đối thoại
	Bài tâp giáo trình	**25'**	
III	**§3.HÀM HAI BIẾN** **Hàm hai biến** **Định nghĩa 1:** Hàm số hai biến thực là một qui tắc tương ứng mỗi cặp $\left(x;y\right) \in D \subseteq \mathbb{R}^2$ với duy nhất số thực $z \in \mathbb{R}$. Ký hiệu $z = f\left(x;y\right) \quad \left(\forall\left(x;y\right) \in D\right)$. *D* được gọi là tập xác địh của hàm hai biến *f*. **Ví dụ**: i) $z = f\left(x;y\right) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. *D* là hình tròn tâm 0 bán kính 1. ii) $z = f\left(x;y\right) = \sqrt{1 - \lvert x\rvert - \lvert y\rvert}$.*D* là hình vuông tâm 0, các cạnh song song với các trục tọa độ và chiều dài là 2. **Định nghĩa 2**: Cho hàm số $z = f(x;y)$ có miền xác định $D \subseteq \mathbb{R}^2$ $\left(x_o; y_o\right) \in D$. *f* được gọi là có đạo hàm riêng theo biến *x* (t.ư *y*) tại điểm $\left(x_o; y_o\right)$ nếu: $\lim_{h\to 0} \frac{f\left(x_o + h; y_o\right) - f\left(x_o; y_o\right)}{h} \left(t.u \quad \lim_{h\to 0} \frac{f\left(x_o; y_o + h\right) - f\left(x_o; y_o\right)}{h}\right)$ tồn tại hữu hạn và ký hiệu giá trị giới hạn trên là : $f_x'\left(x_o; y_o\right) = \frac{\partial f}{\partial x}\left(x_o; y_o\right) \quad \left(t.u \;\; f_y'\left(x_o; y_o\right) = \frac{\partial f}{\partial y}\left(x_o; y_o\right)\right)$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Chú ý: Nếu các biến *x* và *y* không có quan hệ với nhau khi lấy đạo hàm riêng theo biến nào thì coi biến còn lại như là hằng số.	**5'**	Đối thoại
	Ví dụ: i) $f\left(x;y\right) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}; f_x'\left(0;0\right) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt[3]{h^3}}{h} = 1$. ii) $f\left(x;y\right) = e^{xy}; f_x' = xe^{xy}; f_y' = ye^{xy}$.	**10'**	Sinh viên lên giải
	Định nghĩa 3: i) Đạo hàm riêng cấp 2 theo biến *x*: $f_{x^2}'' = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$.	**10'**	Giảng giãi và đối thoại

	ii) Đạo hàm riêng cấp 2 theo biến *y*: $f''_{y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$. iii) Đạo hàm riêng cấp 2 theo biến *x, y* (t.ư *y, x*): $f''_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \left(t.u\ f''_{yx} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \right)$ **Chú ý:** $f''_{xy} \neq f''_{yx}$. Nhưng trong trường hợp các đạo hàm riêng của chúng liên tục thì ta có $f''_{xy} = f''_{yx}$.		
IV	**Vi phân hàm một biến:** **Định nghĩa**: Cho hàm $y = f(x)$, với miền xác định $D. f$ được gọi là khả vi tại $x_o \in D.$ Nếu: $\Delta y = A\Delta x + 0(\Delta x)$. Trong đó $A = f'(x_o)$ $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{0(\Delta x)}{\Delta x} = 0; A\Delta x = dy$ gọi là vi phân của f tại điểm x_o **Định lý**: f khả vi tại điểm $x_o \Leftrightarrow A = f'_x(x_o)$ Ta viết: $dy = f'(x)dx$ cho mọi *x* thuộc miên xác định của *y'*	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
V	**Vi phân hàm hai biến:** **Định nghĩa 1**: Cho hàm $z = f(x; y)$, với miền xác định $D. f$ được gọi là khả vi tại $(x_o; y_o) \in D.$ Nếu: $\Delta z = A\Delta x + B\Delta y + 0(\Delta x; \Delta y)$. Trong đó : $\lim_{(\Delta x;\Delta y) \to (0;0)} \frac{0(\Delta x; \Delta y)}{\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y}} = 0; A\Delta x + B\Delta y = df$ gọi là vi phân cấp 1 của f tại điểm $(x_o; y_o); A = f'_x(x_o; y_o); B = f'_y(x_o; y_o);$ **Ta có:** $df(x_o; y_o) = f'_x(x_o; y_o)dx + f'_y(x_o; y_o)dy$ **Ví dụ:** $f(x; y) = 2x^2 + 4xy; df = (4x + 4y)dx + 4xdy; df(0;1) = 4dx.$ **Vi phân cấp cao**: $d^n f = d(d^{n-1} f)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$. Đặc biệt $d^2 f = f''_{x^2} dx^2 + f''_{xy} dxdy + f''_{y^2} dy^2$	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Bài tập giáo trình	**30'**	

• **TỔNG KẾT BÀI:**

_ Các phép tính trên số phức.

_ Đạo hàm và vi phân hàm hai biến.

• **RÚT KINH NGHIỆM: ………………………………………………………………..**

…………………………………………………………………………………………..

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 2** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG:Cực trị hàm số.**
- **MỤC ĐÍCH:**

  _ Tính toán và xác định được các điểm cực trị của hàm hai biến.

  _Lập được mô hình toán trong bài toán kinh tế va tìm được sự tối ưu hóa..
- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I	**Ứng dụng cực trị hàm một biến trong bài toán kinh tế:** **Bài toán:** Tìm sản lượng cần sản xuất để xí nghiệp có lợi nhuận tối đa khi biết hàm cầu Q_D và hàm tổng chi phí C.(Trang 58;59 Giáo trình) **Bài tập luyện tập:** Giáo trình.	**15'** **30'**	Đối thoại Hướng dẫn
II **2.1**	**Cực trị hàm hai biến:** **Cực trị không điều kiện:** **Định lý 1** (Điều kiện cần) :Hàm số $f(x;y)$ đạt cực trị tại điểm $(x_o;y_o)$ thì $(x_o;y_o)$ là nghiệm của hệ phương trình: $$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0; \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$ Điểm $(x_o;y_o)$ được gọi là điểm dừng của hàm f	**5'**	nêu và giải quyết vấn đề
	Định lý 2(Điều kiện đủ): Giả sử $(x_o;y_o)$ là nghiệm của (1). Đặt $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}; B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}; C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}; \Delta = B^2 - AC$. Khi dó: $\begin{cases} \Delta < 0; \\ A(x_o;y_o) > 0 \end{cases} \Rightarrow (x_o;y_o)$ là điểm cực tiểu của hàm f. $\begin{cases} \Delta < 0; \\ A(x_o;y_o) < 0 \end{cases} \Rightarrow (x_o;y_o)$ là điểm cực đại của hàm f. $\begin{cases} \Delta < 0; \\ A(x_o;y_o) < 0 \end{cases} \Rightarrow (x_o;y_o)$ không là điểm cực trị của hàm f Trong trường hợp $\Delta = 0;$ ta phải dùng định nghĩa cực trị để xét điểm $(x_o;y_o)$ có phải là điểm cực trị của hàm f hay không.	**10'**	nêu và giải quyết vấn đề

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ví dụ: Xét tính cực trị của các hàm số sau:
$i) f(x;y) = x^3 + y^3 + 3xy.$
$ii) f(x;y) = x^4 + y^4 + 4x^2y^2.$
Giải
i): Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 3y = 0 \\ 3x + 3y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases};$$
$\Delta = 9 - 18xy; A = 3x;$
$\Delta(0;0) > 0 \Rightarrow (0;0)$ không là điểm cực trị.
$\Delta(-1;-1); A(-1;-1) = -3 < 0 \Rightarrow (-1;-1)$ là điểm cực đại
ii) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 + 8xy^2 = 0 \\ 4y^3 + 8x^2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}; \Delta(0;0) = 0;$$
$\forall (x;y), \sqrt{x^2 + y^2} < 1;$
$f(x;y) - f(x_0;y_0) = (x^2 + y^2)^2 + 2x^2y^2 \geq 0$
Vậy điểm $(0;0)$ là điểm cực tiểu.
</td>
<td>30'</td>
<td>Đối thoại</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2</td>
<td>
Cực trị có điều kiện:
Tìm cực trị của hàm f (x;y), trong đó (x;y) bị rảng buộc điều kiện $\varphi(x;y) = 0.$
Định lý 3 (Điều kiện cần) :Hàm số $f(x;y)$ đạt cực trị tại điểm $(x_o;y_o)$ thì $(x_o;y_o)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} + \lambda \dfrac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} + \lambda \dfrac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \qquad (2) \\ \varphi(x;y) = 0 \end{cases}$$
Điểm $(x_o;y_o)$ được gọi là điểm dừng của hàm f.
</td>
<td>5'</td>
<td>Nêu và giải quyết vấn đề</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Định lý 4: Giả sử $(x_0;y_0;\lambda)$ là một nghiệm của (2): Đặt
$$L(x;y) = f(x;y) + \lambda\varphi(x,y);$$
$$d^2L = Adx^2 + 2Bdxdy + Cdy^2$$
Với $\varphi'_x dx + \varphi'_y dy = 0.$ Nếu
_ $d^2L(x_0;y_0) > 0 \Rightarrow (x_0;y_0)$ là điểm cực tiểu.
</td>
<td>10'</td>
<td>Nêu và giải quyết vấn đề</td>
</tr>
</table>

	_ $d^2L(x_0;y_0)<0 \Rightarrow (x_0;y_0)$ là điểm cực đại _ $d^2L(x_0;y_0)$ đổi dấu thì $(x_0;y_0)$ không là điểm cực trị.		
	Ví dụ: Xét tính cực trị của các hàm số sau: $i) f(x;y)=4x-3y+6; x^2+y^2=1.$ $ii) f(x;y)=x^2y; x+y=1.$ **Giải:** i) Hệ phương trình (2) có nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{5}; y=-\frac{3}{5}; \lambda=-\frac{5}{2} \\ x=-\frac{4}{5}; y=\frac{3}{5}; \lambda=\frac{5}{2} \end{array}\right.$ $\bullet\left(x=\frac{4}{5}; y=-\frac{3}{5}; \lambda=-\frac{5}{2}\right); L(x;y)=6+4x-3y-\frac{5}{2}\left(x^2+y^2-1\right);$ $d^2L=-\frac{5}{2}(\left(dx^2+dy^2\right)<0 \Rightarrow \left(x=\frac{4}{5}; y=-\frac{3}{5}\right)$ là điểm cực đại của hàm f. $\bullet\left(x=-\frac{4}{5}; y=\frac{3}{5}; \lambda=\frac{5}{2}\right); L(x;y)=6+4x-3y+\frac{5}{2}\left(x^2+y^2-1\right);$ $d^2L=\frac{5}{2}(\left(dx^2+dy^2\right)>0 \Rightarrow \left(x=-\frac{4}{5}; y=\frac{3}{5}\right)$ là điểm cực tiểu của hàm f. ii) Hệ phương trình (2) có nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x=0; y=1; \lambda=0 \\ x=\frac{2}{3}; y=\frac{3}{5}; \lambda=\frac{5}{2} \end{array}\right.$ $\bullet\left(x=\frac{2}{3}; y=\frac{3}{5}; \lambda=\frac{5}{2}\right); L(x;y)=x^2y-\frac{4}{9}\left(x+y-1\right);$ $\varphi'_x dx+\varphi'_y dy=0 \Leftrightarrow dx=-dy;$ $d^2L\left(\frac{2}{3};\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{3}dx^2+\frac{8}{3}dy^2=-2dx^2<0.$ $\Rightarrow \left(\frac{2}{3};\frac{3}{5}\right)$ là điểm cực đại của hàm *f*. $\bullet\left(x=0; y=1; \lambda=0\right); L(x;y)=x^2y;$ $d^2L\left(0;1\right)=2dx^2>0.$ $\Rightarrow (0;1)$ là điểm cực tiểu của hàm *f*.	**30'**	Đối thoại

2.3	**Ứng dụng vào bài toán kinh tế:** i) Bài toán cho xí nghiệp sản xuất nhiều sản phẩm trong điều kiện cạnh tranh hoàn hảo (trang 166, giáo trình) ii) Bài toán cho xí nghiệp sản xuất nhiều sản phẩm trong điều kiện sản xuất độc quyền.(trang 167; 168; 169; giáo trình). **Bài tập luyện tập:** Giáo trình.	**40'**	Cho sinh viên đọc giáo trình giảng viên hướng dẫn

• **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

_Các bước tìm cực trị tự do và cực trị ràng buộc.

_Cách thành lập hàm trong bài toán kinh tế.

• **RÚT KINH NGHIỆM:. . . . .**

. . . . .

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 3** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG:Tích phân xác định và tích phân suy rộng**
- **MỤC ĐÍCH:**

_ Tính được tích phân xác định bằng hai phương pháp từng phần và đổi biến,

_ Xác định được bản chất tích phân suy rộng loại 1.

- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I **1.1**	**Tích phân xác định:** **Định nghĩa:** F được gọi là một nguyên hàm của hàm f nếu: $F^{'}(x)=f(x);\forall x\in D$. Ký hiệu $\int f(x)dx=F(x)$.	**5'**	Đối thoại
1.2	**Bảng nguyên hàm:** Giáo trình	**5'**	Đối thoại
1.3	**Hai phương pháp tính nguyên hàm:** i) **Đổi biến số**: $$\int f(x)dx=F(x)\Rightarrow\int f[u(x)]u^{'}(x)dx=\int f(u)du=F(u).$$ **Ví dụ:** Tính $\int(4x^2+1)^{10}xdx.$ **Chú ý:** Nếu $x=\varphi(t)$ có đạo hàm liên tục và có hàm ngược là $t=\varphi^{-1}(x)$. Khi đó $$\int f(x)dx=\int f[\varphi(t)]\varphi^{'}(t)dt.$$ **Ví dụ:** $I=\int\frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}$ **Giải:** Đặt $t=\sqrt[6]{x}\Leftrightarrow x=t^6; I=6\sqrt[6]{x}-6arctg\sqrt[6]{x}+C$	**15'**	Đối thoại
	ii) **Tích phân từng phần:** $$\int udv=uv-\int vdu.$$ **Ví dụ:** $i)\int(x+3)e^{-x}dx.$ $ii)\int 2x\sin xdx.$ $iii)\int\frac{\ln x}{x^2}dx.$ $iv)\int e^{2x}\sin xdx.$	**45'**	Đối thoại và hướng dẫn sinh viên giải
1.4	**Tích phân xác định:** **Định nghĩa:** (Sinh viên đọc trong giáo trình). **Công thức Newton-Leibnitz**: Cho f khả tích trên [a; b], và F là một nguyên hàm của f. Khi đó $$\int_a^b f(x)dx=F(a)-F(b).$$	**10'**	Đối thoại

	Ví dụ: $i) I = \int_0^1 \frac{dx}{\left(x^2+3x+2\right)^2}$ $ii) I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{1 = \sin^4 x} dx; u = \sin^2 x \Rightarrow du = 2\sin x \cos x dx.$ $\begin{array}{c\|cc} x & 0 & \pi/4 \\ \hline y & 0 & 1/2 \end{array}$ $I = \int_0^{1/2} \frac{du}{1+u^2} = arctg\frac{1}{2}$ $iii) J = \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx; \begin{cases} u = x \\ \frac{dx}{\cos^2 x} = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = tgx \end{cases}$ $J = xtgx\Big\|_o^{\pi/4} - \int_o^{\pi/4} tgx = \frac{\pi}{4} - \ln\frac{\sqrt{2}}{2}$	**40'**	Đối thoại và hướng dẫn sinh viên giải
II **2.1**	**Tích phân suy rộng loai 1:** **Định nghĩa:** Cho hàm số f xác định trên $[a;\infty](t.u\ [-\infty;b])$, khả tích trên $[a;b]; \forall b > a$. Nếu $\lim\limits_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx \left(t.u \lim\limits_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx \right)$ tồn tại hữu hạn thì ta nói giới hạn đó là tích phân suy rộng loại 1 của f trên $[a;\infty]$ $\left(t.u\ [-\infty;b]\right)$.Ký hiệu: $\int_a^\infty f(x)dx = \lim\limits_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx \left(t.u \int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim\limits_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx \right).$ Khi này ta nói tích phân hội tụ, trong trường hợp ngược lại ta nói tích phân phân kỳ.	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ: $i)\int_0^\infty e^{-2x}dx = \frac{1}{2}$ $ii)\int_a^\infty \frac{dx}{x^\alpha} \quad (a > 0).$ Tích phân hội tụ khi $\alpha > 1$. phân kỳ khi $\alpha < 1$.	**15'**	Đối thoại
2.2	**Định lý:** $i)$ Cho f là hàm liên tuc trên $[a;\infty](t.u\ [-\infty;b])$, khi đó nếu $\int_a^\infty \|f(x)\|dx \left(\int_{-\infty}^b \|f(x)\|dx\right)$ hôi tụ thì $\int_a^\infty f(x)dx \left(\int_{-\infty}^b f(x)dx\right)$ hội tụ $ii)$ Cho f, g là hai hàm không âm liên tuc trên $[a;\infty](t.u\ [-\infty;b])$, với $0 \le f \le g$, khi đó:	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề

	$\int_a^{\infty} f(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} f(x)dx\right)$ phân kỳ $\Rightarrow \int_a^{\infty} g(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} g(x)dx\right)$ phân kỳ $\int_a^{\infty} g(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} g(x)dx\right)$ hội tụ $\Rightarrow \int_a^{\infty} f(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} f(x)dx\right)$ hội tụ *iii*)Cho *f*, *g* là hai hàm không âm liên tuc trên $[a;\infty](t.u\ [-\infty;b])$, với $0 \le f \le g$. Đặt $$k = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}\left(\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{g(x)}\right).$$ _ $k = 0$: $\int_a^{\infty} g(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} g(x)dx\right)$ hội tụ $\Rightarrow \int_a^{\infty} f(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} f(x)dx\right)$ hội tụ _ $0 < k < \infty$: $\int_a^{\infty} g(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} g(x)dx\right)$ và $\int_a^{\infty} f(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} f(x)dx\right)$ cùng bản chất _ $k = \infty$: $\int_a^{\infty} g(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} g(x)dx\right)$ phân kỳ $\Rightarrow \int_a^{\infty} f(x)dx \left(\int_{-\infty}^{b} f(x)dx\right)$ phân kỳ		
	Ví dụ: Xét tính hội tụ của các tích phân sau: $$I = \int_0^{\infty}\frac{2x+1}{x^4-3x+5}dx; J = \int_0^{\infty}\frac{dx}{x+\sin x+1}$$	15'	Hướng dẫn sinh viên giải
	Bài tập luyện tập: Sách giáo trình	45'	Hướng dẫn

- **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

_Hai phương pháp tính tích phân.
_ Cách áp dụng định lý tích phân suy rộng.

- **RÚT KINH NGHIỆM: ……………………………………………………………...**

……………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

• **GIÁO ÁN SỐ: 4** **SỐ TIẾT: 5**

• **TÊN BÀI GIẢNG: Tích phân suy rộng loại 2 và phương trình vi phân**

• **MỤC ĐÍCH:**

_ Xác định được bản chất tích phân suy rộng loại 2.

_ Giải được phương trình vi phân cấp 1.

• **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
III **2.1**	**Tích phân suy rộng loai 2:** **Định nghĩa:** Cho hàm số f xác định trên $[a;b)(t.u\ (a;b]),$ khả tích trên $[a;b'];\forall b'<b\left(t.u[a';b];\forall a'>a\right).$ Nếu $\lim\limits_{b'\to b^-}\int_a^{b} f(x)dx\ \left(t.u\ \lim\limits_{a\to a^+}\int_a^b f(x)dx\right)$ tồn tại hữu hạn thì ta nói giới hạn đó là tích phân suy rộng loại 2 của f trên $[a;b)$ $\left((a;b]\right)$ .Ký hiệu: $$\int_a^b f(x)dx=\lim_{b\to b^-}\int_a^b f(x)dx\ \left(t.u\ \int_a^b f(x)dx=\lim_{a'\to a^+}\int_a^b f(x)dx\right).$$ Khi này ta nói tích phân hội tụ, trong trường hợp ngược lại ta nói tích phân phân kỳ.	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ: $i)\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x}}$ $ii)\int_a^b\frac{dx}{(b-x)^{\alpha}}\quad(a>0).$ Tích phân hội tụ khi $\alpha<1$. phân kỳ khi $\alpha\geq 1$.	**15'**	Đối thoại
2.2	**Định lý:** $i)$ Cho f là hàm liên tuc trên $[a;b)(t.u\ (a;b]),$ khi đó nếu $\int_a^b\lvert f(x)\rvert dx$ hôi tụ thì $\int_a^b f(x)dx$ hội tụ $ii)$ Cho f, g là hai hàm không âm liên tuc trên $[a;b)(t.u\ (a;b]),$ với $0\leq f\leq g$, khi đó: $\int_a^b f(x)dx$ phân kỳ $\Rightarrow\int_a^b g(x)dx$ phân kỳ $\int_a^b g(x)dx$ hội tụ $\Rightarrow\int_a^b f(x)dx$ hội tụ $iii)$Cho f, g là hai hàm không âm liên tuc trên $[a;b)(t.u\ (a;b]),$ với $0\leq f\leq g$. Đặt	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề

	$$k=\lim_{x\to b^-}\frac{f(x)}{g(x)}\left(\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)}{g(x)}\right).$$ _ $k=0$: $\int_a^b g(x)dx$ hội tụ $\Rightarrow \int_a^b f(x)dx$ hội tụ _ $0<k<\infty$: $\int_a^b g(x)dx$ và $\int_a^b f(x)dx$ cùng bản chất _ $k=\infty$: $\int_a^b g(x)dx$ phân kỳ $\Rightarrow \int_a^b f(x)dx$ phân kỳ **Ví dụ:** Xét tính hội tụ của các tích phân sau: $I=\int_0^1 \frac{tgx}{\sqrt{x}\ln(x+1)}dx; J=\int_0^1 \frac{\cos xdx}{x\sin x}$	**15'**	Hướng dẫn sinh viên giải
I **1.1**	**PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN** **Phương trình vi phân cấp 1** **Khái niêm:** Phương trình vi phân là phương trình có ẩn số là hàm số được cho dưới dạng các đạo hàm hoặc vi phân của hàm số đó. **Ví dụ**: $i) y' = 4x$ $ii) y'' + 4y' - 5y = 0$ $iii) (1+x^2)dx + 2ydy = x.$	**15'**	Đối thoại
1.2	**Phương trình biến phân ly:** **Dạng toán:** $g(y)dy = f(x)dx.$ **Cách giải**: Lấy tích phân hai vế $\int g(y)dy = \int f(x)dx.$ **Ví dụ** $i) y' = 4x$ $ii) xy' + y = y^2 \qquad \left(y(1)=\frac{1}{2}\right).$	**25'**	Đối thoại
1.3	**Phương trình đẳng cấp:** **Dạng toán:** $y' = \varphi\left(\frac{x}{y}\right)$ **Cách giải:** Đặt $u=\frac{y}{x} \Rightarrow y=ux \Rightarrow y' = u'x = u.$ $y' = \varphi(u) \Leftrightarrow u'x + u = \varphi(u) \Rightarrow \frac{du}{\varphi(u)-u} = \frac{dx}{x}$ phương trình biến phân ly.	**25'**	Đối thoại

	Ví dụ $i) y' + \frac{x}{y} = \frac{y}{x} + 1$ $ii) y' = \frac{x+y}{x-y}$		
1.4	**Phương trình tuyến tính cấp 1,** **Dạng toán:** $y' + p(x)y = q(x)$ **Cách giải:** Tính $A(x) = e^{-\int p(x)dx}; B(x) = \int \frac{q(x)}{A(x)} dx.$ Nghiệm: $y = A(x)[B(x) + c]$ **Ví dụ** $i) y' + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x} e^x \sqrt{y}$ $ii) y' + 2y = e^{3x}$	**25'**	Đối thoại
1.5	**Phương trình Bernully:** **Dạng toán:** $y' + p(x)y = q(x)y^{\alpha}$ $(\alpha \neq 0,1)$ **Cách giải** Đặt $z = y^{1-\alpha} \Rightarrow z' = (1-\alpha)y^{-\alpha}y'$ thế vào phương trình đầu ta có: $z' + (1-\alpha)p(x)z = (1-\alpha)q(x)$. Đây là phương trình tuyến tính cấp 1 theo biến *z*. **Ví dụ** $i) y' + y = e^{x/2}\sqrt{y}$ $(y(0) = \frac{1}{4})$ $ii) y' - \frac{1}{x} y = \frac{x}{y}$	**25'**	
	Bài tập luyện tập	**65'**	Hướng dẫn

• **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

_ Cách áp dụng định lý tích phân suy rộng.

_ Các phương pháp giải phương trình vi phân cấp 1.

• **RÚT KINH NGHIỆM: …………………………………………………………...**

…………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

• **GIÁO ÁN SỐ: 5** **SỐ TIẾT: 5**

• **TÊN BÀI GIẢNG: Phương trình vi phân cấp 2, hệ ph. trình vi phân, định thức**

• **MỤC ĐÍCH:**

_ Giải được phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 hệ số hằng.
_ Giải được hệ phương trình vi phân hệ số hằng
_ Nắm được định nghĩa của định thức.

• **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I **1.1**	**Phương trình vi phân cấp 2 hệ số hằng** **Dạng tổng quát:** $y" + ay' + by = f(x)$. **Phương trình thuần nhất.** **Dạng toán:** $y" + ay' + by = 0$ **Cách giải:** Xét phương trình đặc trưng $k^2 + ak + b = 0$ (*). i) Trường hợp (*) có hai nghiệm thực phân biệt k_1, k_2 khi đó nghiệm tổng quát : $y = c_1e^{k_1x} + c_2e^{k_2x}$ $(c_1, c_2 \in \mathbb{R})$. ii) Trường hợp (*) có nghiệm kép $k_1 = k_2 = k$ khi đó nghiệm tổng quát : $y = (c_1 + c_2x)e^{kx}$ $(c_1, c_2 \in \mathbb{R})$. iii) Trường hợp (*) có hai nghiệm phức $k_1 = \alpha + i\beta, k_2 = \alpha - i\beta$ khi đó nghiệm tổng quát : $y = c_1e^{\alpha x}\sin\beta x + c_2e^{\alpha x}\cos\beta x.$ $(c_1, c_2 \in \mathbb{R})$.	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	ví dụ Giải các phương trình sau $i) y" - 3y' + 2y = 0.$ $ii) y" + 4y' + 4y = 0, y(0). = 3, y'(0) = 1.$ $iii) y" + 2y' + 2y = 0.$ **Giải.** Nghiệm là $i) y = c_1e^x + c_2e^{2x}.$ $ii)$ Nghiệm tổng quát: $y = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x}.$ Nghiệm riêng: $y = 3e^{-2x} + 7xe^{-2x}.$ $iii) y = e^{-x}(c_1\cos x + c_2\sin x)(c_1, c_2 \in \mathbb{R}).$	**25'**	Hướng dẫn sinh viên giải
1.2	**Phương trình không thuần nhất.** **Dạng toán:** $y" + ay' + by = f(x)(f(x) \neq 0).$ **Cách giải.** Viết nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất. $y" + ay' + by = 0$ là $y = c_1y_1 + c_2y_2$, Với y_1, y_2 xác định tùy theo trường hợp cụ thể trong phần trên. Khi đó, nghiệm tổng quát là: $y = c_1(x)y_1 + c_2(x)y_2$. Trong đó $c_1(x), c_2(x)$ là các hàm	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề.

<table>
<tr><td></td><td>số thực được xác định bởi hệ
$$\begin{cases} c_1'(x)y_1 + c_2'(x)y_2 = 0 \\ c_1'(x)y_1' + c_2'(x)y_2' = f(x) \end{cases}.$$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ví dụ. Giải các phương trình sau
$i) y'' - 4y' + 3y = xe^{3x}.$
$ii) y'' + 2y' + y = x + 1.$
$iii) y'' - 2y' + 2y = \sin x.$</td><td>35'</td><td>Hướng dẫn sinh viên giải</td></tr>
<tr><td>II</td><td>Hệ phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng
Dạng toán:
$$\begin{cases} x' = a_1x + b_1y \\ y' = a_2x + b_2y \end{cases} \left(a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}; x = x(t); y = (t)\right).$$
Có nhiều cách giải. Ở đây ta chỉ xét giải theo phương pháp khử. Xét ví dụ sau</td><td>5'</td><td>Đối thoại giữa sinh viên và giảng viên</td></tr>
<tr><td></td><td>Ví dụ Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x' = 3x + 2y & (1) \\ y' = 2x + 3y & (2) \end{cases}$$
Từ phương trình (2), ta có
$$y'' = 3x' + 2y'$$
$$\Rightarrow y'' = 3(2x + 3y) + 2y'$$
$$\Rightarrow y'' = 6x + 9y + 2y'$$
$$\Rightarrow y'' - 4y' - 5y = 0$$
$$\Rightarrow y = c_1e^{-t} + c_2e^{5t}$$
Thay vào phương trình (2) ta có $x = \frac{1}{3}\left(y' - 2y\right) = -c_1e^{-t} + c_2e^{5t}$.
Tóm lại nghiện cua hệ là $\begin{cases} y = c_1e^{-t} + c_2e^{5t} \\ x = -c_1e^{-t} + c_2e^{5t}. \end{cases} (c_1, c_2 \in \mathbb{R})$</td><td>15'</td><td>Nêu và giả quyết vấn</td></tr>
<tr><td>III
3.1</td><td>Định thức.
Định nghĩa. Cho A là bảng số thực vuông.
$$A = \left|\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}\right|$$
Định thức của A ký hiệu là det(A) hoặc $|A|$ là một số thực được định nghĩa theo qui tắc như sau.
$*$ Định thức cấp 1.
$$|a| = a.$$
$*$ Định thức cấp 2.</td><td>10'</td><td>Nêu và giải quyết vấn đề</td></tr>
</table>

	$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$ ∗ Định thức cấp n (n > 2). Đặt $A(i\|j)$ là bảng số thu được từ bảng số A bằng cách bỏ đi dòng i cột j. Khi dó, nếu cố định i (hoặc j) lại, ta định nghĩa $\|A\| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^n a_{ij} \|A(i\|j)\| = \sum_{j=1}^{n} (-1)^n a_{ij} \|A(i\|j)\|$		
	Ví dụ. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0;$	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Bài tập luyện tập. _ Bài tập 8 (a, b, c, d, e, f, g) giáo trình. _ Giải các hệ phương trình $a)\begin{cases} x' + 3x + y = 0 \\ y' - x + y = 0 \\ x(0) = y(0) = 1 \end{cases} \quad b)\begin{cases} x' - 2y = 1 \\ y' + 2x = t \\ x(0) = y(0) = 0 \end{cases}$ $c)\begin{cases} x' - y = 0 \\ y' - x = \\ x(0) = y(0) = 1 \end{cases} \quad d)\begin{cases} x' + 3x - 4y = 9e^{2t} \\ y' + 2x - 3y = 3e^{2t} \\ x(0) = 2; y(0) = 0 \end{cases}$ $e)\begin{cases} x' - 2x - 4y = \cos t \\ y' + x + 2y = \sin t \\ x(0) = y(0) = 0 \end{cases}$	**90'**	Hướng dẫn sinh viên giải

• **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

_ Phương pháp giải phương trình vi phân tuyến tính cấp 2.

_ Phương pháp giải hệ phương trình vi phân hệ số hằng.

• **RÚT KINH NGHIỆM:** **………………………………………………………………...**

……………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 6** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG: Định thức(tt). Ma trận**
- **MỤC ĐÍCH:**

  _ Áp dụng được công thức Sarus và các tính chất định thức để tính định thức.

  _ Tính toán được các phép toán trên ma trận.
- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I	**Công thức Sarus.** Viết thêm hai cột đầu vào định thức $$\lvert A\rvert = \left\lvert\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right\rvert \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$ Giá trị định thức cấp 3 bằng tổng của tích các đường chéo chính trừ tổng của tích các đường chéo phụ. Cụ thể $$\lvert A\rvert = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{23}a_{32}a_{11} + a_{21}a_{12}a_{33})$$	15'	Đối thoại giữa sinh viên và giảng viên
	Ví dụ Tính định thức $$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 40 + 24 - 16 - 10 + 6 = -35.$$	5'	Nêu và giải quyết vấn đề
II	**Các tính chất của định thức** **Tính chất 1.** Nếu có một dòng (t.ư cột) mà tất cả các phần tử trên đó đều bằng 0 thì giá trị định thức bằng 0. **Tính chất 2.** Nếu có hai dòng (t.ư cột) tương ứng tỉ lệ thì giá trị định thức bằng 0. **Tính chất 3.** Nếu hoán vị hai dòng (t.ư cột) thì giá trị định thức đổi dấu **Tính chất 4.** Nhân một dòng (t.ư cột) cho một số và cộng vào dòng (t.ư cột) thì giá trị định thức không đổi **Tính chất 5.** Nếu định thức có dạng tam giác trên hoặc tam giác dưới thì giá trị định thức bằng tích các phần tử trên đường chéo chính.	15'	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ. $i)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$ $ii)\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 8 & 9 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 0.$ $iii)\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}.$	30'	Nêu và giải quyết vấn đề

	$iv)\begin{vmatrix}1 & 2\\ -2 & 3\end{vmatrix} \overset{2d_1+d_3}{=\!=\!=} \begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & 7\end{vmatrix} = 7.$ $v)\begin{vmatrix}1 & 2 & 2\\ 0 & -2 & 3\\ 0 & 0 & 4\end{vmatrix} = 1\times -2\times 4 = -8.$		
III **3.1**	**Ma trận.** **Định nghĩa.** Ma trận là bảng số có hình chữ nhật có dạng như sau: $$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & \cdots & a_{mn}\end{pmatrix}$$ Ta còn ký hiệu $A = (a_{ij})$. Với ký hiệu này ta ngầm hiểu phần tử a_{ij} là phần tử nằm ở dòng i cột j. _ Tập hợp các ma trận có m dòng n cột với các hệ số thực, ký hiệu là $M_{m\times n}(\mathbb{R})$. Tập hợp các ma trận vuông với hệ số thực, có số dòng bằng số cột và bằng *n*, ký hiệu là $M_n(\mathbb{R})$ _ Ma trận m dòng n cột mà có các phần tử là 0 gọi là ma trận không. Ký hiệu là $0_{m\times n}$ _ Tập hợp các phần tử sắp thứ tự $\{a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}\}$ của ma trận $A \in M_n(\mathbb{R})$ được gọi là đường chéo chính của ma trận *A*. _ Ma trận vuông *A cấp n* (nghĩa là số dòng bằng số cột bằng *n*) mà có các hệ số nằm ngoài đường chéo chính bằng 0 được gọi là ma trận chéo. Nếu tập hợp được sắp thứ tự các phần tử nằm trên đường chéo của ma trận *A* là $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Ta ký hiệu $$A = diag\{a_{11}, a_{22} \ldots, a_{nn}\}$$ _ Nếu *A* là ma trận chéo cấp *n* có các phần tử trên đường chéo chính bằng được gọi là ma trận đơn vị cấp *n*, Ký hiệu là I_n. _ Cho $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ ma trận chuyển vị của *A* ký hiệu là $A^T = (c_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$. với $c_{ij} = a_{ji}$ với mọi *i*, *j*	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
3.2	**phép toán trên ma trận.** i) **Phép cộng hai ma trận.** Cho $A = (a_{ij}) \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ và $B = \left(b_{ij}\right) \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ ta định nghĩa $A \pm B = \left(c_{ij}\right) \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ với $c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$ **Ví dụ.**	**5'**	Nêu và giải quyết vấn đề

	$A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&3&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&1&0\\3&2&4\end{pmatrix};$ $A+B=\begin{pmatrix}3&3&-1\\3&5&5\end{pmatrix};A-B=\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\-3&1&-3\end{pmatrix}$ ii) **Phép nhân vô hướng.** Cho $A=(a_{ij})\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ và $\alpha\in\mathbb{R}$ ta định nghĩa phép nhân vô hướng : $\alpha.A=(c_{ij})\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ **Ví dụ.** $(-2).\begin{pmatrix}2&-4\\-2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&8\\4&-6\end{pmatrix}$	**5'**	
	iii) **Phép nhân hai ma trận.** Cho $A=\left(a_{ij}\right)\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ và $B=\left(b_{ij}\right)\in M_{n\times p}(\mathbb{R})$, khi đó phép nhân hai ma trận A và B ký hiệu là AB được định nghĩa: $A.B=(c_{ij})\in M_{m\times p}\left(\mathbb{R}\right)$ cho bởi $$c_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj.}$$	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ. $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\0&2&3&-1\\4&3&5&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&4&0\\3&3&5\\1&1&1\\-4&2&6\end{pmatrix};AB=\begin{pmatrix}-5&21&37\\13&7&7\\18&32&26\end{pmatrix}$ **Chú ý.** Trong phép nhân ma trận, $A.B$ không chắc bằng BA.	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Bài tập luyện tập. a) Cho $A=\begin{pmatrix}1&3&4\\-2&4&5\\3&2&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&0\\5&2&1\\3&3&4\end{pmatrix}.$ Tính: $AB;BA;2A+3B;\lvert A\rvert;\lvert B\rvert;\lvert AB\rvert;\lvert BA\rvert;$ b) Bài tập trang 101, 102, 115 giáo trình	**105'**	Giảng viên hướng dẫn sinh viên giải

- **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

  _ Các tính chất của định thức

  _ Các phép toán trên ma trận

- **RÚT KINH NGHIỆM: …………………………………………………………...**

  ……………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 7** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG: Ma trận bậc thang, hạng của ma trận, kiểm tra giữa kỳ**
- **MỤC ĐÍCH:**

  _ Nắm và thực hiện được các phép biến đổi sơ cấp

  _Tìm được hạng của ma trận.
- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I	**Phép biến đổi sơ cấp** Cho ma trận $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$, các phép biến đổi sau đây gọi là phép biến đổi sơ cấp trên dòng của A. i) Hoán vị hai dòng của ma trận A. ii) Nhân một dòng của ma trận A cho một số thực khác không. iii) Nhân một dòng cho một số sau đó cộng vào dòng khác. Ma trân A' nhận được qua các bước biến đổi sơ cấp được gọi là ma trận tương đương với ma trận A. Ký hiệu $A \sim A'$.	15'	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \underset{d_1 \leftrightarrow d_2}{\sim} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \underset{d_2 := -2d_2}{\sim} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \underset{d_1 := -d_2 + d_1}{\sim} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$	10'	Nêu và giả quyết vấn đề
II	**Hạng của ma trận** Cho ma trận $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$. Liệt kê tất cả các định thức con khác 0 của A. Trong tất cả các định thức con này cấp lớn nhất của chúng đựoc gọi là hạng ma trận. Ký hiệu là $r(A)$	10'	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ -2 & -4 & -6 & -8 \end{pmatrix}$ Tất cảc các định thức con cấp 3 của A đều bằng 0, trong khi đó có một định thức con cấp 2 khác 0. Do đó $r(A) = 2$.	10'	Nêu và giải quyết vấn đề
III	**Ma trận bậc thang.** **Định nghĩa** Cho ma trận $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ ta định nghĩa i) Dòng thứ i của A được gọi là dòng 0 nếu tất cả các phần tử trên dòng đó đều bằng 0. **Ví dụ** $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ dòng thứ 2 của ma trận A là dòng 0. ii) A được gọi là ma trận bậc thang nếu sau khi loại bỏ các dòng 0 thì với mỗi dòng bất kỳ số phần tử 0 bên trái của nó phải lớn	20'	Nêu và giải quyết vấn đề

	hơn số phần tử 0 bên trái của dòng đứng trước nó **Ví dụ** $$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&-1&5\\0&0&0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}0&2&3\\0&0&5\\0&0&3\end{pmatrix}$$ A là ma trận bậc thang trong khi đó B không là ma trận bậc thang		
	Định lý. i) Mọi ma trận qua phép biến đổi sơ cấp đều trở thành ma trận bậc thang. ii) Cho $A\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$, gọi A' là ma trận bậc thang nhận được từ A qua các phép biến đổi sơ cấp. Khi đó số dòng khác 0 của A' bằng đúng $r(A)$. iii) Hạng của ma trận không thay đổi qua các phép biến đổi sơ cấp. **Ví dụ** $$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\-2&-4&-6\\1&2&2\end{pmatrix}\widetilde{pbdsc}\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow r(A)=2.$$	**20'**	Nêu và giải quyết vấn đề
II	**Kiểm tra giữa kỳ.** Với các nội dung 1) Số phức 2) Bài toán kinh tế. 3) Tích phân suy rộng. 4) Phương trình vi phân.	**45'**	Kiểm tra viết
II	**Bài tập luyện tập.** Giáo trình với các mục tiêu sau 1) Dùng phép biến đổi sơ cấp đưa ma trận về ma trận bậc thang. 2) Tìm hạng ma trận bằng hai phương pháp. 3) Sửa đề kiểm tra	**90'**	Hướng dẫn sinh viên, đối thoại

- **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

  _ Phép biến đổi sơ cấp..

  _ Hai phương pháp tìm hạng ma trận

- **RÚT KINH NGHIỆM: …………………………………………………………………...**

  ……………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**

TOÁN C: HỆ CAO ĐẲNG

- **GIÁO ÁN SỐ: 8** **SỐ TIẾT: 5**
- **TÊN BÀI GIẢNG: Ma trận nghịch đảo, không gian véc tơ**
- **MỤC ĐÍCH:**

_ Tìm được ma trận nghịch đảo bằng hai phương pháp.

_ Xác định được hệ độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính và cơ sở trong $\mathbb{R}^n$.

- **NỘI DUNG CHI TIẾT:**

TT	Nội dung giảng dạy	T.g	Phương Pháp
I	**Ma trận nghịch đảo** **Định nghĩa.** Cho $A \in M_n(\mathbb{R})$, ma trận A được gọi là ma trận khả nghịch nếu tồn tại ma trận $B \in M_n(\mathbb{R})$ sao cho $AB = BA = I_n$. Khi đó ta nói B là ma trận khả nghịch của ma trận A và hý hiệu: $B = A^{-1}$. **Ví dụ.** $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ **Định lý về sự khả nghịch**. Cho $A \in M_n(\mathbb{R})$ A khả nghịch $\Leftrightarrow \det(A) = n \Leftrightarrow r(A) = n.$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
II	**Ma trận phụ trợ** **Định nghĩa .** Cho $A \in M_n(\mathbb{R})$ ma trận phụ trợ của A ký hiệu là $adj(A) = (c_{ij})^T \in M_n(\mathbb{R})$. trong đó $c_{ij} = (-1)^{i+j}\left\|A(i\|j)\right\|$ **Ví dụ** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adj(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **Định lý.** Cho $A \in M_n(\mathbb{R})$, khi đó $A.adj(A) = adj(A).A = \left\|A\right\| I_n$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
III	**Hai phương pháp tìm ma trận nghich đảo** **Phương pháp 1.** Cho A là ma trận khả nghịch . Tìm ma trận phụ trợ $adj(A)$**,** khi đó: $A^{-1} = \dfrac{adj(A)}{\left\|A\right\|}$ **Ví dụ.** i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; adj(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \left\|A\right\| = -2$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề

	$$A^{-1}=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-1&1\\-2&0&-2\\3&-1&1\end{pmatrix}.$$ ii) $A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix}d&-c\\-b&a\end{pmatrix}.$ ta có thể coi ví dụ này như là một công thức.		
	Phương pháp 2. Lập $\left(A\middle|I_n\right)\widetilde{_{pbdsc}}\left(I_n\middle|A'\right)$ khi đó A' là ma trận khả nghịch của ma trận A. **Ví dụ.** $$A=\left(\begin{array}{ccc\|ccc}1&2&3&1&0&0\\-1&4&5&0&1&0\\0&5&6&0&0&1\end{array}\right)\widetilde{_{bdsc}}\left(\begin{array}{ccc\|ccc}1&0&0&1/4&-3/4&1/2\\0&1&0&-3/2&-3/2&2\\0&0&1&5/4&5/4&-3/2\end{array}\right)$$ $$A^{-1}=\begin{pmatrix}1/4&-3/4&1/2\\-3/2&-3/2&2\\5/4&5/4&-3/2\end{pmatrix}$$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
II **2.1**	**Không gian vectơ** **Định nghĩa.** Tập hợp V khác $\varnothing$ được gọi là không gian vectơ thực nếu trên V xác định phép toán cộng trong và phép nhân ngoài với $\mathbb{R}$ thỏa 8 tiên đề sau: $\forall x,y,z\in V;\forall\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ $i)(x+y)+z=x+(y+z)$ $ii)x+y=y+x$ $iii)\exists 0\in V, x+0=0+x=x$ $iv)\forall x\in V,\exists! x'\in V x+x'=x'+x=0$ $v)\alpha(\beta x)=(\alpha\beta)x$ $vi)(\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$ $vii)\alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ $viii)1.x=x.$ ký hiệu $(V,\mathbb{R})$	**15'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Ví dụ i) Tập hợp các số phức $\mathbb{C}$ là không gian vectơ thực với phép cộng trên $\mathbb{C}$ và phép nhân ngoài với $\mathbb{R}$ ii) Tập hợp $M_{m\times n}(\mathbb{R})$ với phép cộng và phép nhân vô hướng với số thực. iii) Trên tập hợp $\mathbb{R}^n=\left\{\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right):x_i\in\mathbb{R},i=\overline{1,n}\right\}$ ta định nghĩa phép cộng trong và phép nhân ngoài như sau.	**10'**	Đối thoại với sinh viên

	$\forall(a_1,a_2,\dots,a_n),(b_1,b_2,\dots,b_n)\in\mathbb{R}^n,\forall\alpha\in\mathbb{R}$ $(a_1,a_2,\dots,a_n)+(b_1,b_2,\dots,b_n)=(a_1+b_1,a_2+b_2,\dots,a_n+b_n)$ $\alpha(a_1,a_2,\dots,a_n)=(\alpha a_1,\alpha a_2,\dots,\alpha a_n)$ khi đó $\mathbb{R}^n$ là không gian vectơ thực và được gọi tắt là không gian $\mathbb{R}^n$		
2.2	**Không gian con.** Cho không gian vectơ $(V,\mathbb{R})$ tập con $W\subseteq V$ được gọi là không gian con của V nếu W và hai phép toán cảm sinh trên V là một không gian vectơ. Một cách tương đương W là không con của không gian vectơ $(V,\mathbb{R})$ nếu $W\subseteq V, W\neq\varnothing$ và $\forall u,v\in V,\forall\alpha\in\mathbb{R}$ ta có $u+v\in W,\alpha u\in W$. **Ví dụ** Tập $(\mathbb{R},\mathbb{R})$ là không gian con của $(\mathbb{C},\mathbb{R})$ với phép công và phép nhân số thực. **Chú ý**: Trong chương trình ta chỉ xét không gian $\mathbb{R}^n$	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
III **3.1**	**Cơ sở trong không gian** $\mathbb{R}^n$ **Độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.** _ Cho không gian $\mathbb{R}^n$, tập con $\{u_1,u_2,\dots,u_m\}\subseteq\mathbb{R}^n$ được gọi là độc lập tuyến tính nếu từ điều kiện $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i u_i=0$ ta suy ra $\alpha_1=\alpha_2=\dots=\alpha_m=0$ $(\alpha_i\in\mathbb{R})$ _ Tập con $\{u_1,u_2,\dots,u_m\}\subseteq\mathbb{R}^n$ không độc lập tuyến tính được gọi là phụ thuộc tuyến tính **Định lý**. Cho $\beta=\{u_1,u_2,\dots,u_m\}\subseteq\mathbb{R}^n$. Lập $A=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\\vdots\\u_m\end{pmatrix}\in M_n(R)$. _ β là độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow r(A)=m$ _ β là phụ thuộc tuyến tính $\Leftrightarrow r(A)\neq m$	10’ 5’	giảng giải
3.2	**Cơ sở** _ Cho không gian $\mathbb{R}^n$, tập con $\beta=\{u_1,u_2,\dots,u_m\}\subseteq\mathbb{R}^n$ được gọi là một cơ sở của không gian $\mathbb{R}^n$ nếu thỏa hai điều kiện sau: i) m = n. ii) β độc lập tuyến tính. **Nhận xét.** _ Với $\beta=\{u_1,u_2,\dots,u_n\}\subseteq\mathbb{R}^n$, lập ma trận dòng	5’ 5’	giảng giải đối thoại

	$A = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \in M_n(R).$ khi đó: β độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ $\Leftrightarrow r(A) = n$ _ Với $\forall$ i = $\overline{1,n}$, gọi $e_i = (0, 0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ (1 ở vị trí thứ i) khi đó dễ thấy tập $\beta_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^n$, β_0 được gọi là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^n$.		
	Ví dụ Cho $\beta = \{u_1 = (1,2,3); u_2 = (0,1,0); u_3 = (0,1,4)\}$ lập $A = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ $r(A) = 3 \Rightarrow \beta$ là cơ sở	**10'**	Nêu và giải quyết vấn đề
	Bài tập luyện tập. Bài tập sách giáo trình.	**90'**	Hướng dẫn

- **TỔNG KẾT BÀI:(5')**

  _ Hai phương pháp tìm ma trận nghịch đảo

  _ Cách xác định cơ sở.

- **RÚT KINH NGHIỆM: …………………………………………………………...**

……………………………………………………………………………………...

Ngày ... tháng ... năm 200

KHOA **BỘ MÔN** **GIẢNG VIÊN**