www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên nghành khoa học tự nhiên và kĩ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminer, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao đổi trực tuyến tại:

http://www.mientayvn.com/chat_box_toan.html

Đạo hàm và vi phân cấp cao

$$f^{(n)}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(x_0)}{x - x_0}$$

$$\boxed{f^{(n)}(x) = [f^{(n-1)}(x)]'}$$

Chú ý :

$(f \pm$

$(\alpha f,$

$$(\sin x)^{(6)} \neq (\sin x)^6 = \sin^6 x$$

Đạo hàm và vi phân cấp cao

1- Đạo hàm cấp cao

$$f^{(n)}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(x_0)}{x - x_0}$$

$$f^{(n)}(x) = [f^{(n-1)}(x)]'$$

2- Các tính chất :

$$(f \pm g)^{(n)} = f^{(n)} \pm g^{(n)}$$

$$(\alpha f)^{(n)} =$$

$$(f.g)^{(n)} \neq f^{(n)}(x).g^{(n)}(x)$$

$$(f.g)^{(n)} =$$

$$+ .. + C_n^k f^{(k)} g^{(n-k)}$$

trong đó $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$, $f^{(0)} = f(x)$

Công thức Newton-Leibnitz

Đạo hàm cấp 2 của hàm cho theo tham số :

Đặc biệt :

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

$$(fg)' =$$

$$y''(x) = \frac{y''(t)x'(t) - x''(t)y'(t)}{[x'(t)]^3}$$

3.Đạo hàm cấp 2 của hàm cho theo tham số :

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

$$y''(x) = \frac{y''(t)x'(t) - x''(t)y'(t)}{[x'(t)]^{3}}$$

4. Đạo hàm cấp 2 của hàm ẩn :

Lấy đạo hàm của hàm $y'(x)$ (đã biết , chứa x, y)

Trong khi lấy đạo hàm : coi y là hàm theo x

biểu thức thu được chứa $y'(x)$

(đã biết , chứa x, y) ta được kết quả

5. Đạo hàm cấp cao một số hàm cơ bản :

x^{α} $\sin x$ $\cos x$ e^{x} $\ln x$

$x^n \quad \boxed{n \in N}$ **0**

nx^{n-1} **1**

$n(n-1)x^{n-2}$ **2**

$n(n-1)(n-2)x^{n-3}$ **3**

$n(n-1)(n-2)..3.2.1x^0 = n!$ **n**

0 **n+1**

$$x^{\alpha} \qquad \boxed{\alpha \in R}$$ **0**

$$\alpha x^{\alpha-1}$$ **1**

$$\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2}$$ **2**

$$\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)x^{\alpha-3}$$ **3**

$$\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-n+1)x^{\alpha-n}$$ **n**

Đặc biệt với α = -1

$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$ **0**

$$(-1)x^{(-1)-1} = \frac{-1}{x^2}$$ **1**

$$(-1)(-2)x^{(-1)-2} = \frac{2}{x^3}$$ **2**

$$(-1)(-2)(-3)x^{(-1)-3} = \frac{-6}{x^4}$$ **3**

$$(-1)(-2)(-3)\ldots(-n)x^{(-1)-n} = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$$ **n**

$\sin x$		**0**
$\cos x$	$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$	**1**
$-\sin x$	$\sin\left(x+\frac{2\pi}{2}\right)$	**2**
$-\cos x$	$\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)$	**3**
$\sin x$	$\sin\left(x+\frac{4\pi}{2}\right)$	**4**

$$\sin^{(n)} x = \sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$$ **n**

$$\sin^{(11)} x =$$

$\cos x$ **0**

$-\sin x$ **1**

$-\cos x$ **2**

$\sin x$ **3**

$\cos x$ **4**

$$\cos^{(n)} x = \cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$$ **n**

$$\cos^{(7)} x =$$

e^x **0**

e^x **1**

e^x **2**

e^x **n**

$$\ln x$$ **0**

$$\frac{1}{x}$$ **1**

$$\frac{-1}{x^2}$$ **2**

$$\frac{2}{x^3}$$ **3**

$$\frac{-6}{x^4}$$ **4**

$$\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n}$$ **n**

Ví dụ :

$$(\sin x)^{(11)} = -\cos x$$

$$(\sin 2x)^{(11)} = \boxed{2^{11}.} - \cos 2x$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{(3)} = \frac{-6}{x^4}$$

$$\left(\frac{1}{3-2x}\right)^{(3)} = \frac{48}{(3-2x)^4}$$

$$(5x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 8x^2)^{(6)} = 0$$

$$(x\cos x)^{(7)} =$$

$$C_7^0 x(\cos x)^{(7)} + C_7^1 x^{(1)}(\cos x)^{(6)} + \boxed{C_7^2 x^{(2)}(\cos x)^{(5)} + \ldots}$$

$$= x\sin x - 7\cos x$$

BTập $\left(\dfrac{x^2}{e^x}\right)^{(5)}$

$$\left(\frac{1}{x^2+3x+2}\right)^{(3)} = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)^{(3)}$$

$$\frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x+1)}{(x+1)(x+2)}$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2A+B=1 \end{cases} \qquad A=1, \quad B=-1$$

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = e^t \end{cases} \qquad \text{Tính} \quad y''(x)\big|_{x=1}$$

$$y''(x) = \frac{e^t.2 - 0.e^t}{2^3} = \frac{e^t}{4} \qquad y''(x)\big|_{x=1} = \frac{e^0}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{y''(x) = \frac{y''(t)x'(t) - x''(t)y'(t)}{[x'(t)]^3}} \qquad \boxed{x = 1 \leftrightarrow t = 0}$$

Ví dụ : Cho $e^x + e^y - x + y - 2 = 0$

a) tính $y'(x)$

b) tính $y''(0)$

Giải : $y'(x) = -\dfrac{e^x - 1}{e^y + 1} = \dfrac{1 - e^x}{e^y + 1}$

$$y''(x) = \left(\frac{1 - e^x}{e^y + 1}\right)' =$$

$$= \frac{-e^x(e^y + 1) - e^y \boxed{\dfrac{1 - e^x}{e^y + 1}} (1 - e^x)}{(e^y + 1)^2}$$

$$y''(x) = \frac{-e^x(e^y+1) - e^y \dfrac{1-e^x}{e^y+1}\boxed{(1-e^x)}}{(e^y+1)^2} = \frac{-1}{2}$$

$$e^x + e^y - x + y - 2 = 0$$

Phương trình $e^y + y - 1 = 0$

Có nghiệm duy nhất $y = 0$

6. Vi phân cấp cao :

$$d^n f(x) = f^{(n)}(x)\,dx.dx.dx...dx = f^{(n)}(x)\,dx^n$$

Các tính chất của vi phân cấp cao suy ra từ tính chất của đạo hàm cấp cao .

Ví dụ : $d^2\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2}{x^3}\,dx^2$

$$d^2(\sin 2x) = -4\sin 2x\,dx^2$$

$$d^2 e^{-3x} = 9e^{-3x}\,dx^2$$