Trao đổi trực tuyến tại:

http://www.mientayvn.com/chat_box_toan.html

Bài 1 .Các hàm số cơ bản

Hàm lũy thừa : x^{α} , $\alpha \in R$

Hàm lượng giác : $\sin x$, $\cos x$, tgx

Hàm mũ : e^{x} , a^{x}

Hàm hyperbolic : $\sinh x$, $\cosh x$

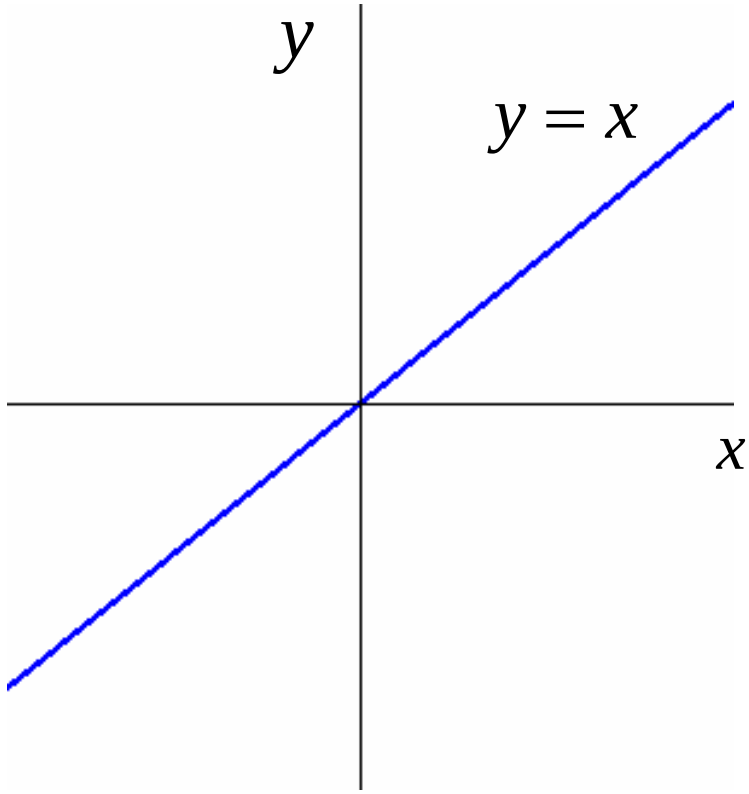
Hàm lũy thừa :

$$y = x^n, \quad (n = 1)$$

$$y = x$$

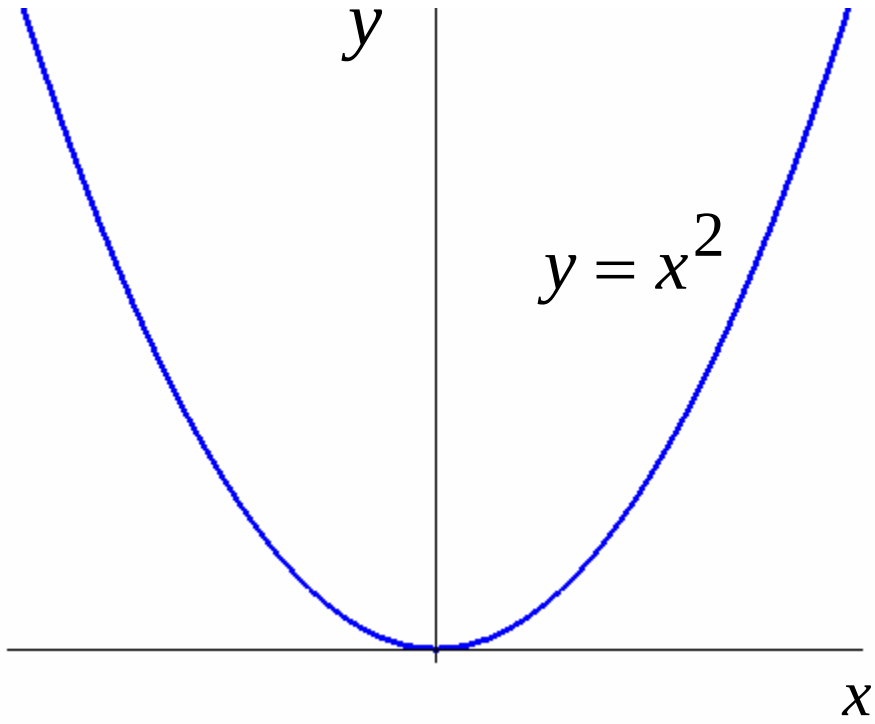
MXD $-\infty < x < +\infty$

MGT $-\infty < y < +\infty$



$$y = x^n, \quad (n = 2)$$

$$y = x^2$$



MXD $-\infty < x < +\infty$

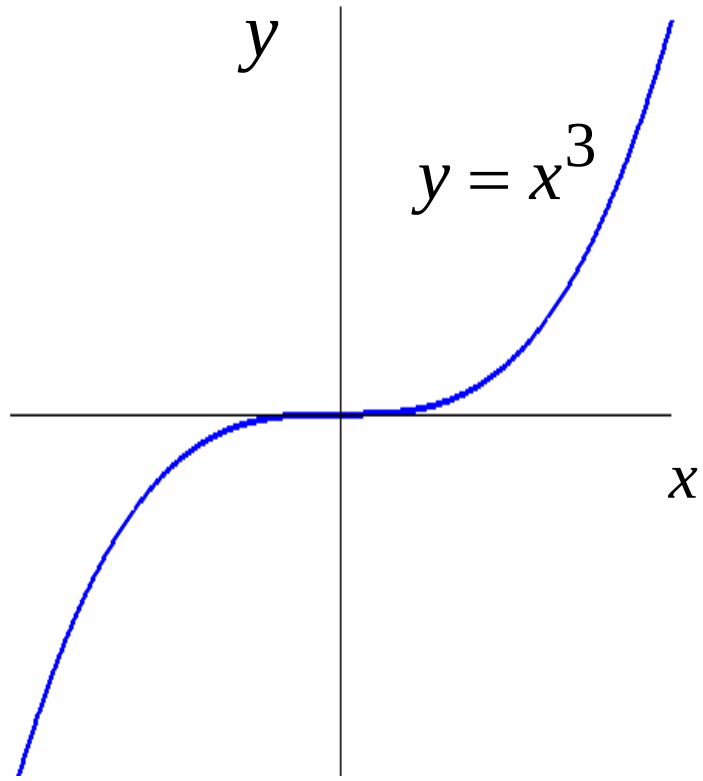
MGT $0 \leq y < +\infty$

$$y = x^n, \quad (n = 3)$$

$$y = x^3$$

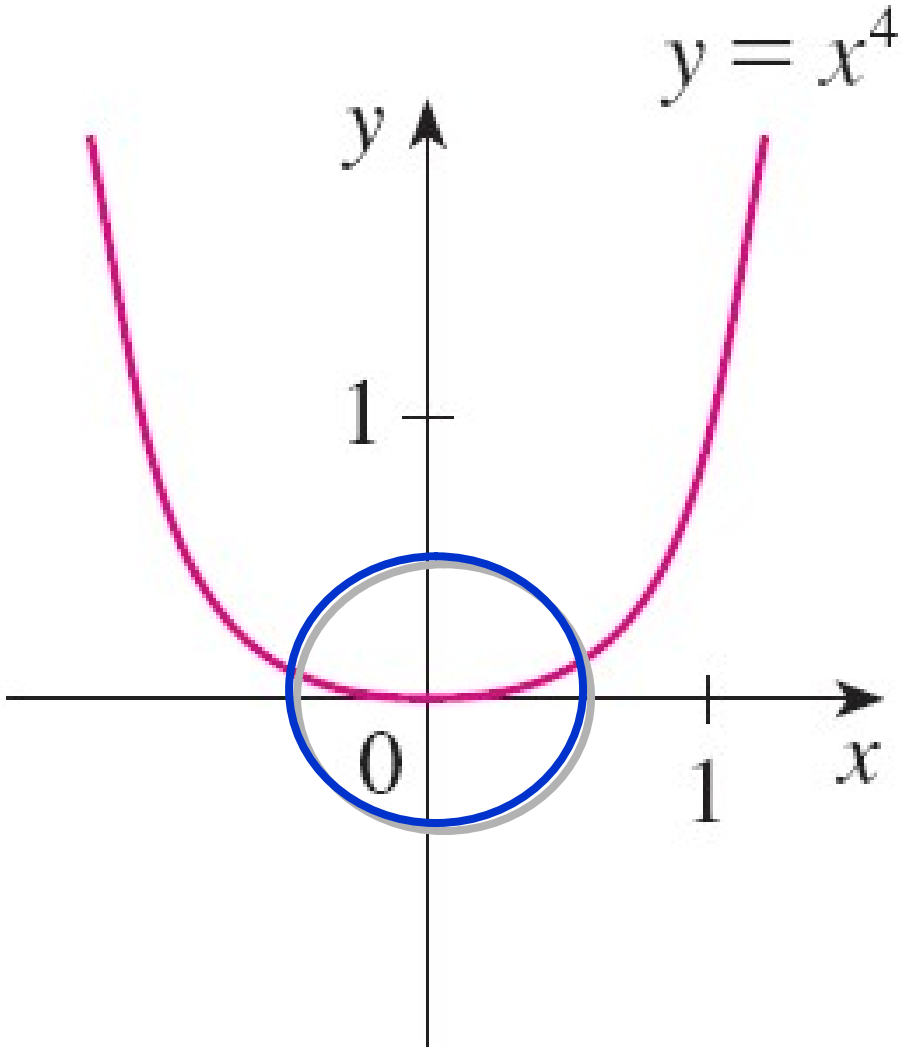
MXD $-\infty < x < +\infty$

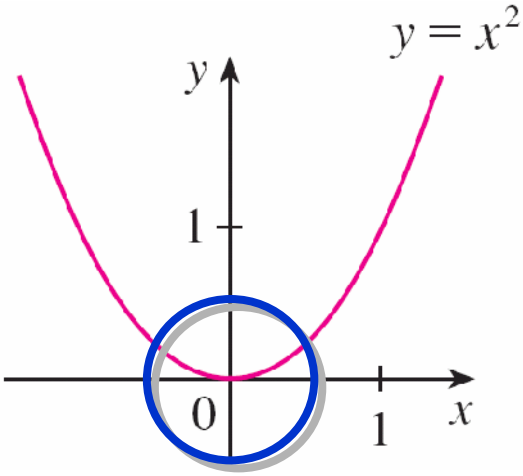
MGT $-\infty < y < +\infty$



$$y = x^n, \quad (n = 4)$$

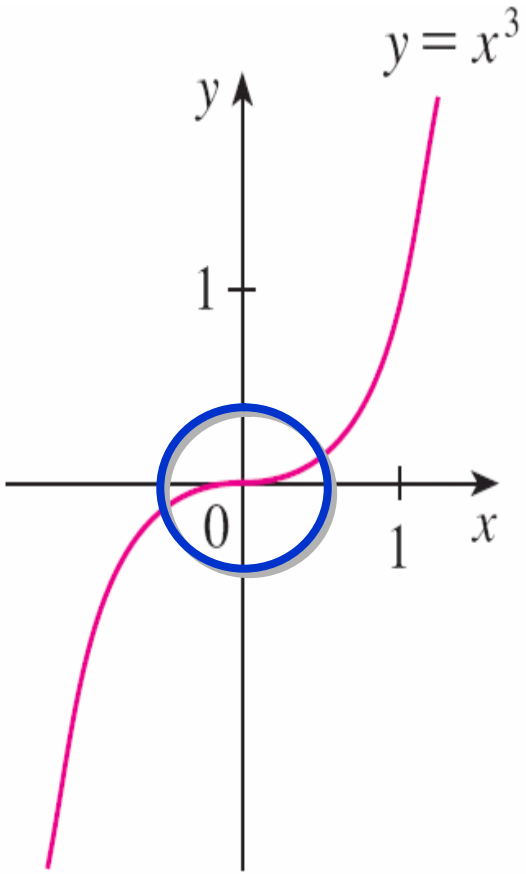
$$y = x^4$$

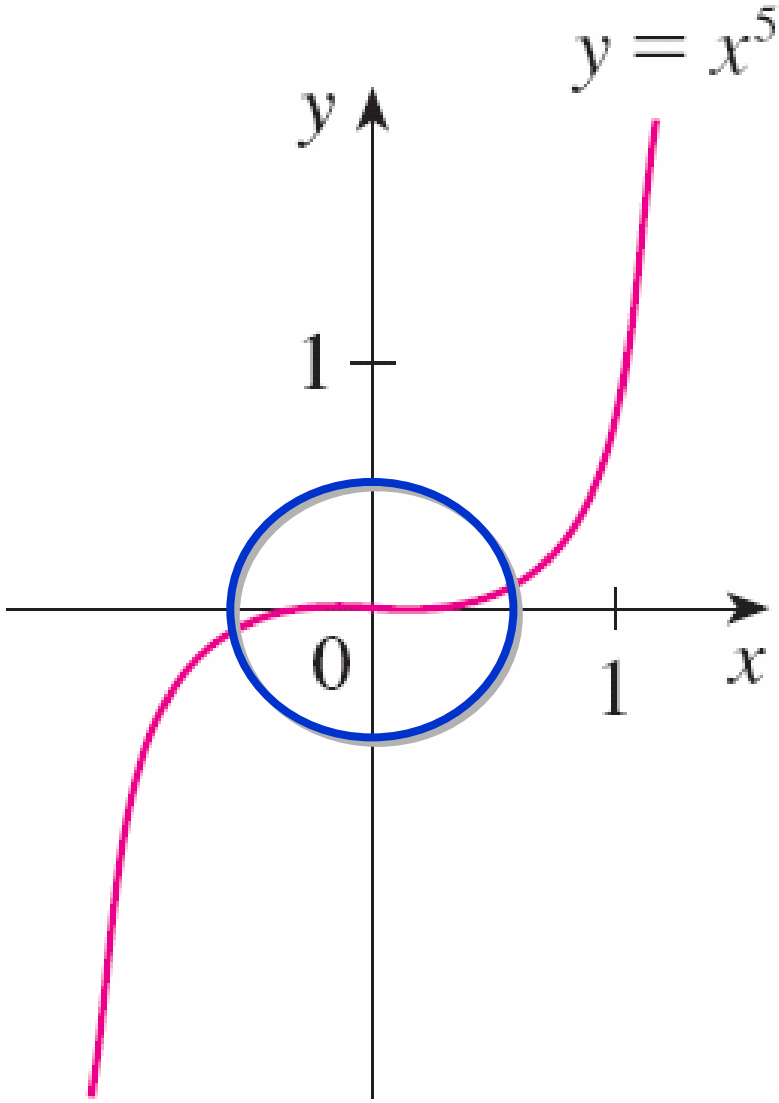




$$y = x^n, \quad (n = 5)$$

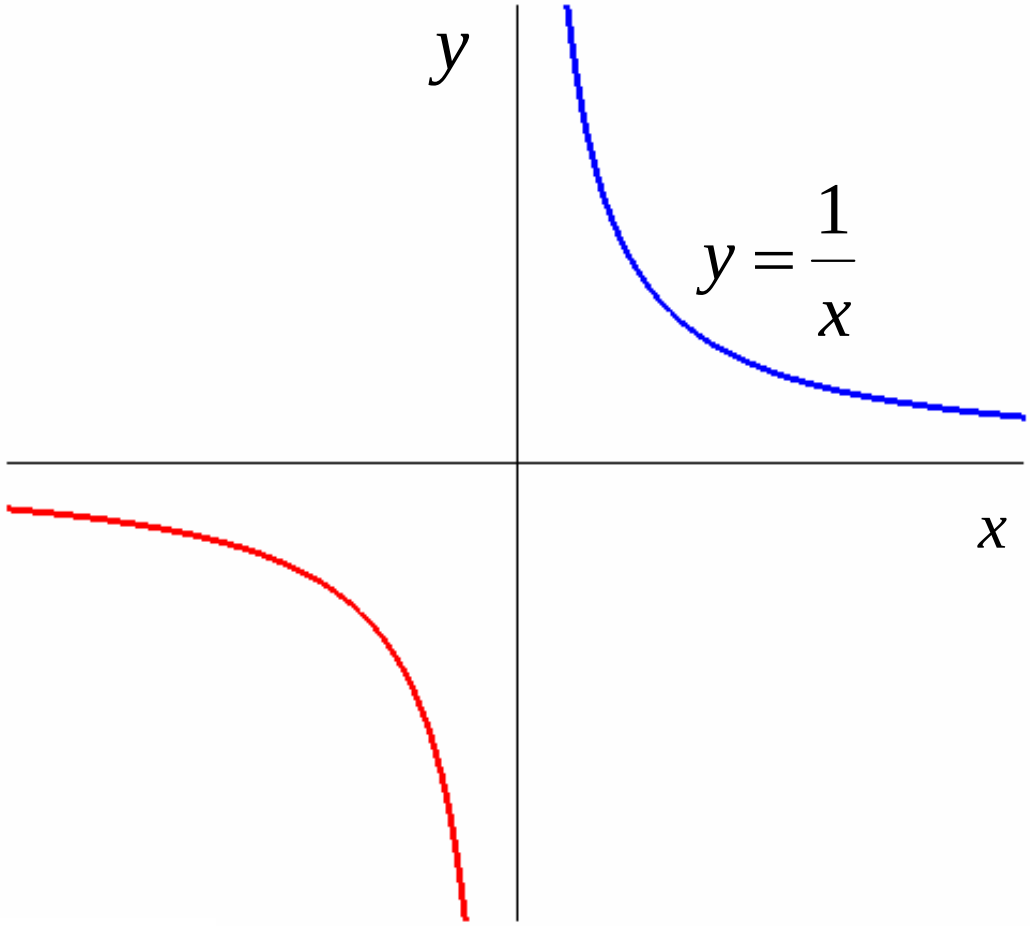
$$y = x^5$$





$$y = x^n, \quad (n = -1)$$

$$y = x^{-1} = \frac{1}{x}$$

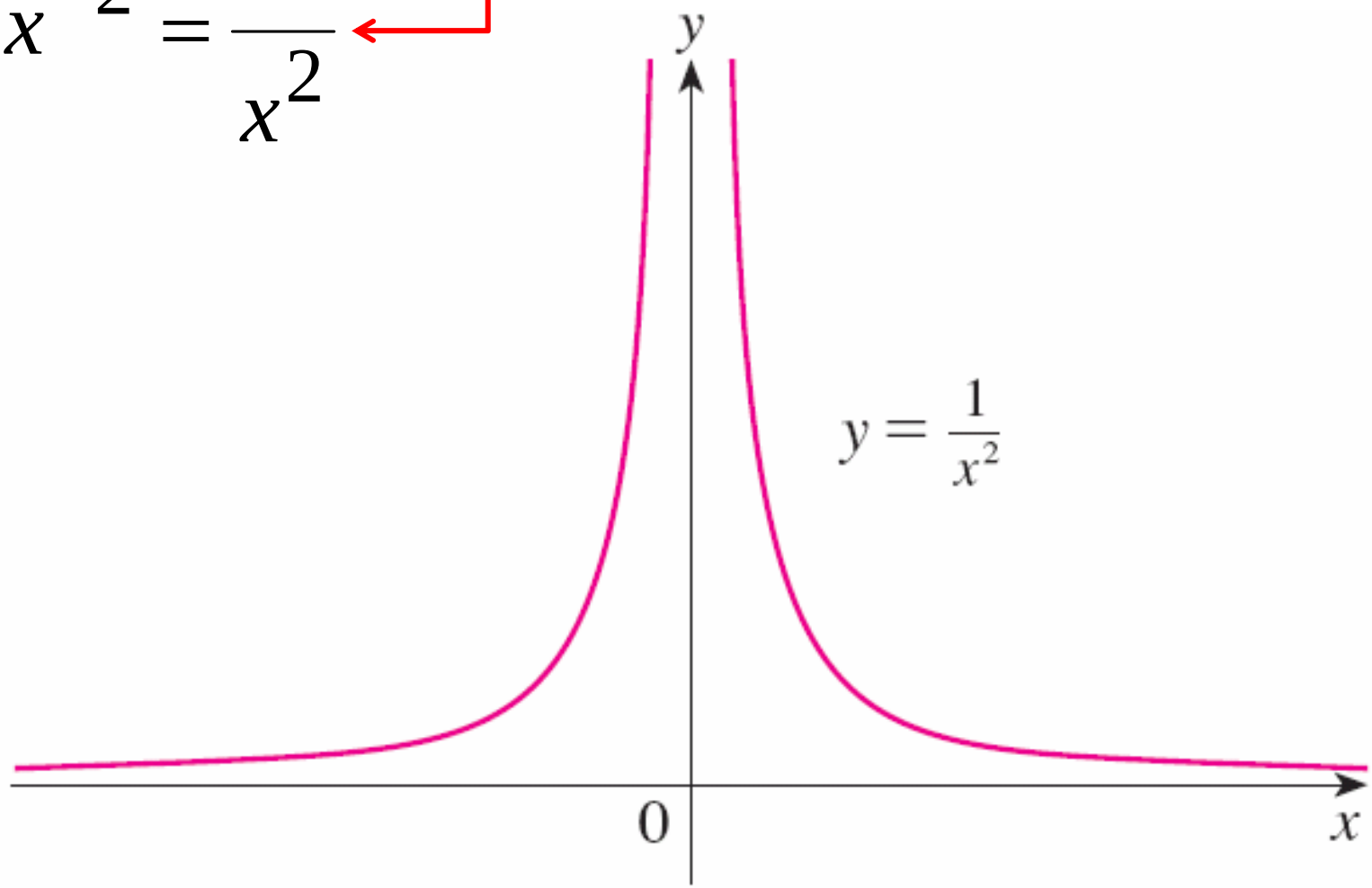


MXD $x \neq 0$

MGT $y \neq 0$

$$y = x^n, \quad (n = -2)$$

$$y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$



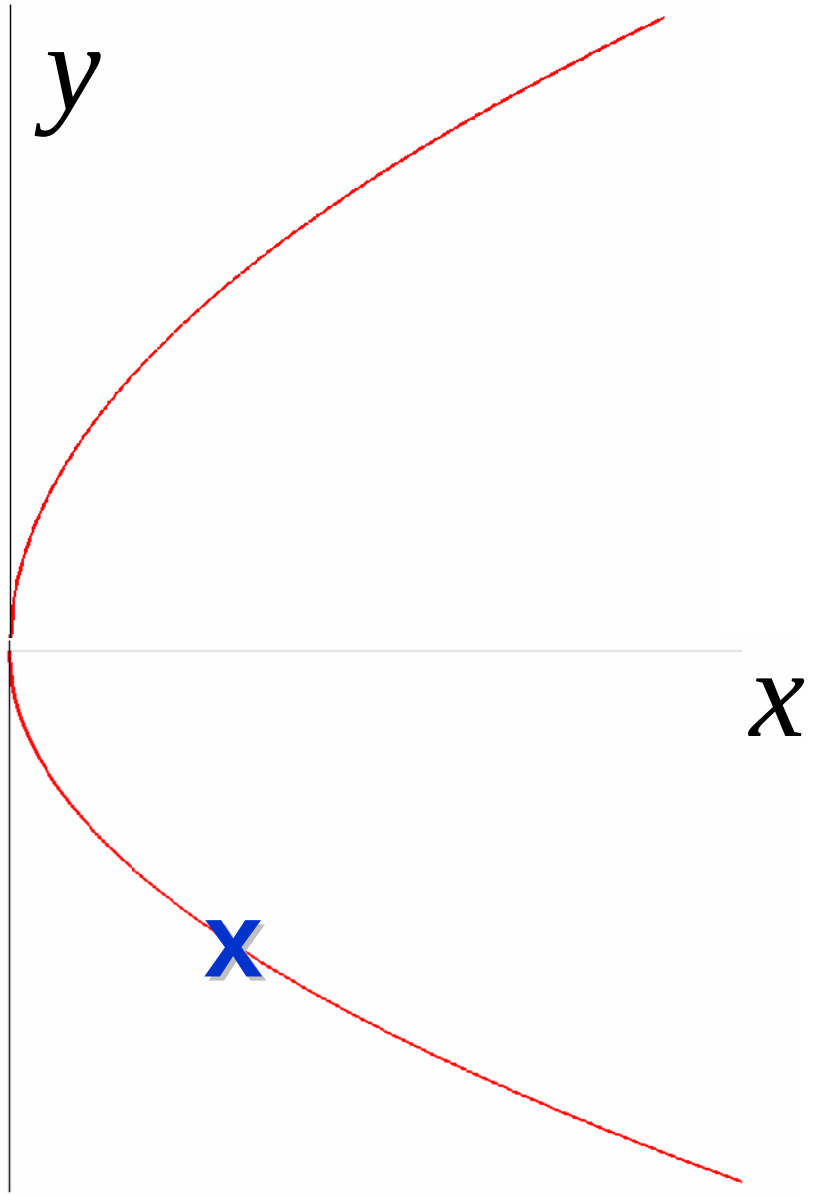
$$y = x^n, \ (n = 1/2)$$

$$y = x^{1/2} = \sqrt{x}$$

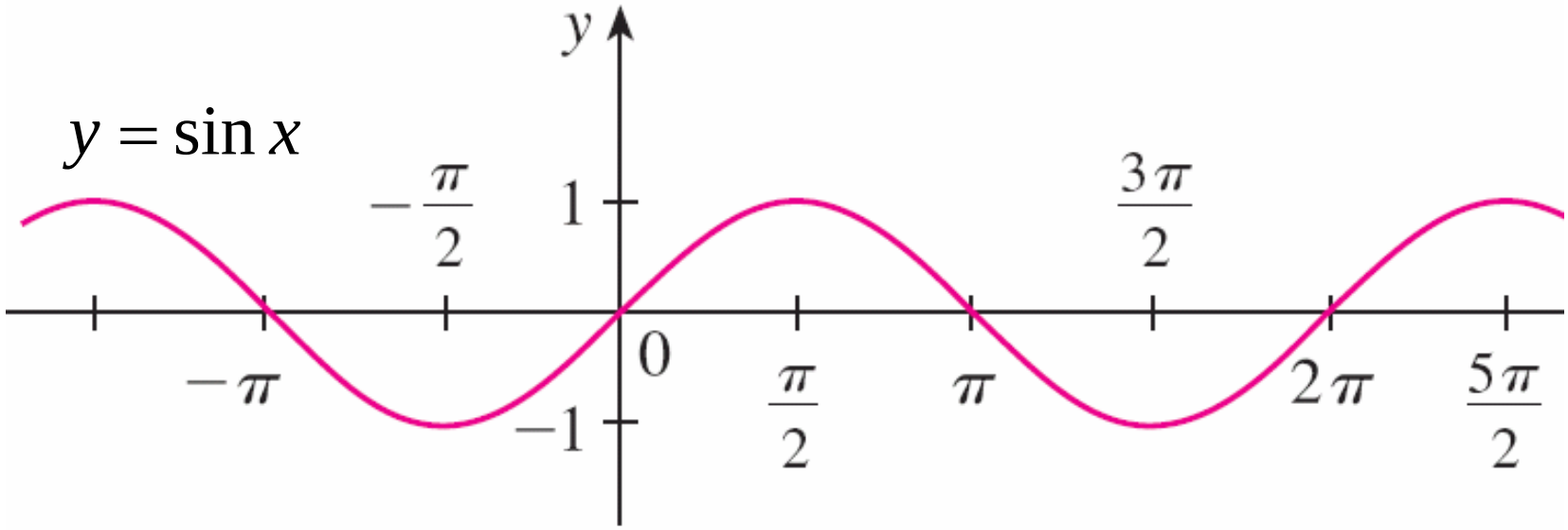
$$x = y^2$$

MXD : $x \geq 0$

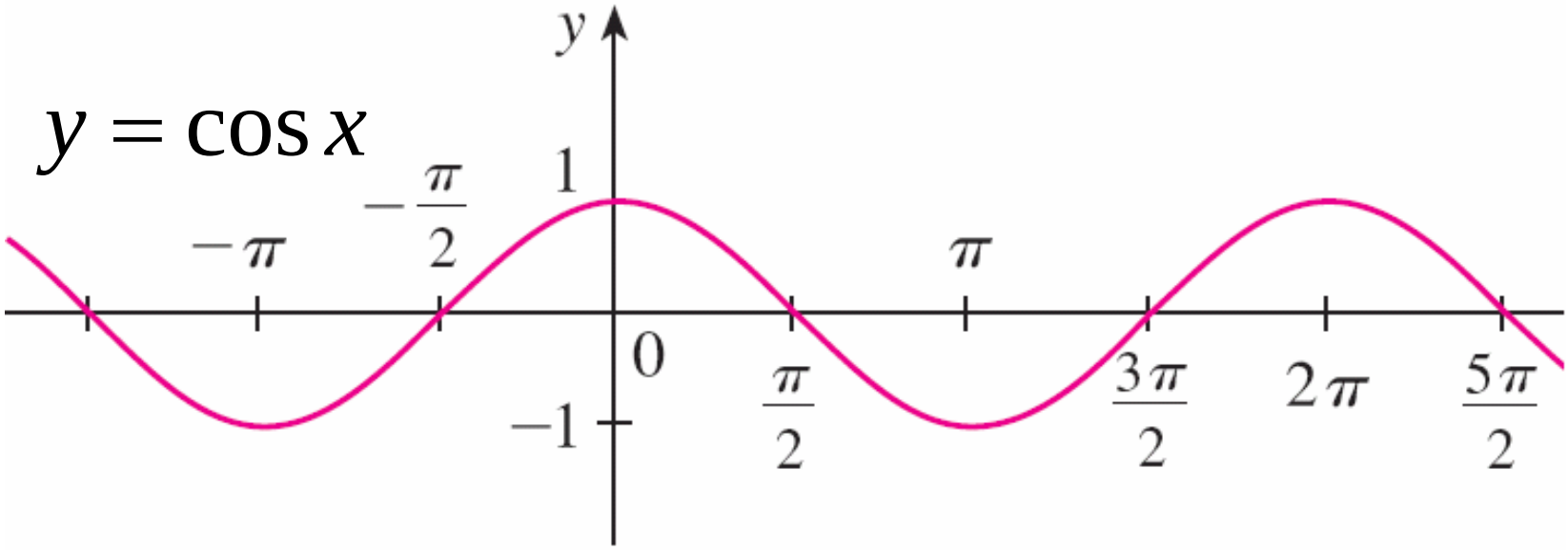
MGT : $y \geq 0$



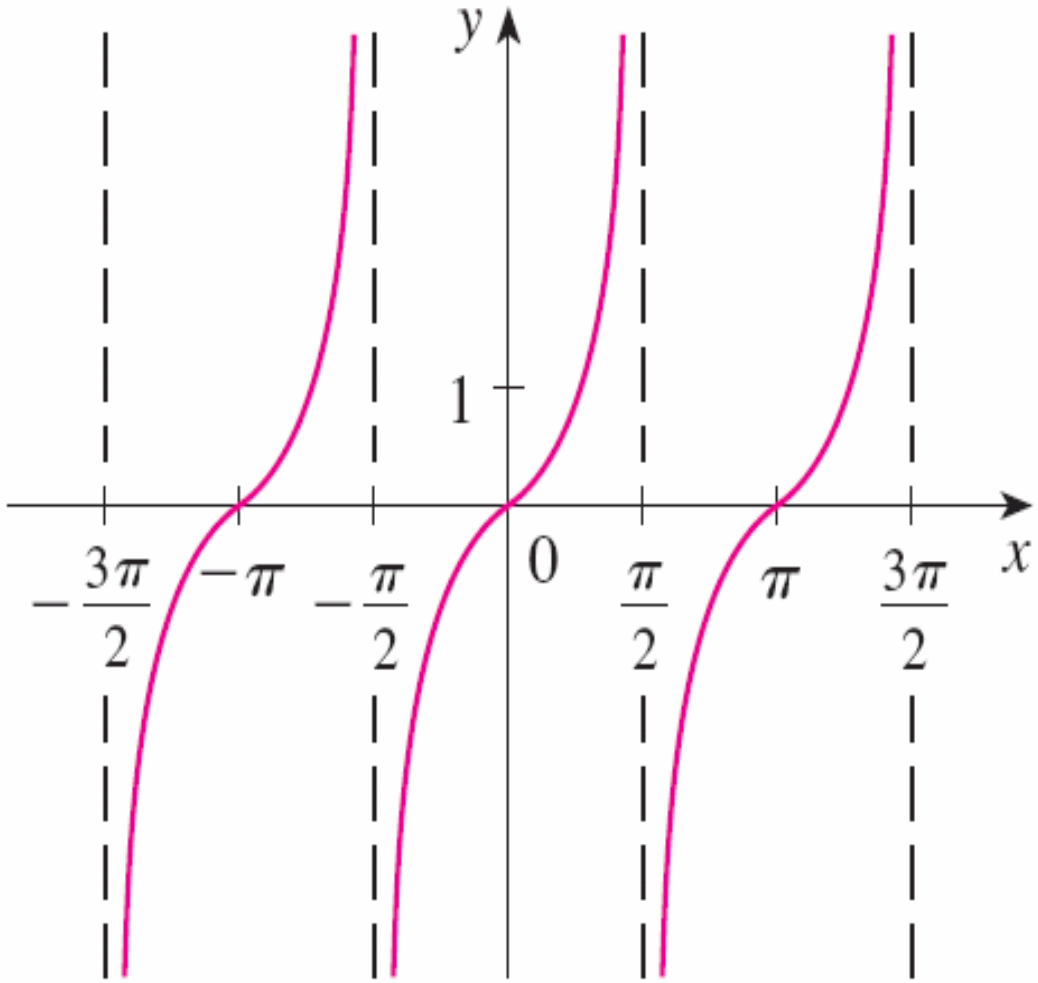
Hàm lượng giác : $y(x) = \sin x$



Hàm lượng giác : $y(x) = \cos x$



$y = tgx$

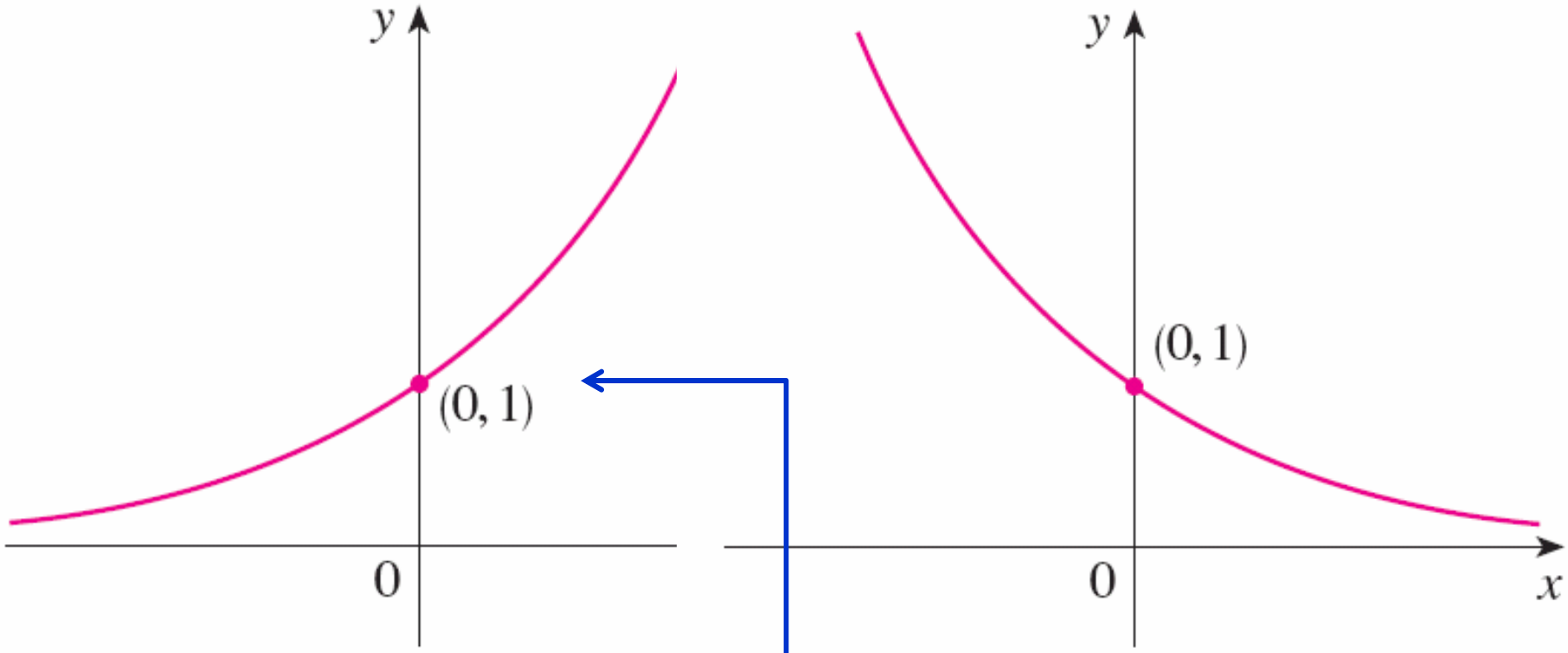


Tính chất :

MXD : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

MGT $-\infty < y < +\infty$

Hàm mũ : a^x



$y = a^x$, $a > 1$

$y = a^x$, $0 < a < 1$

e^x $(a = 2.71828 > 1)$

3) Hàm hyperbolic

$$\sinh x = sh\,x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$

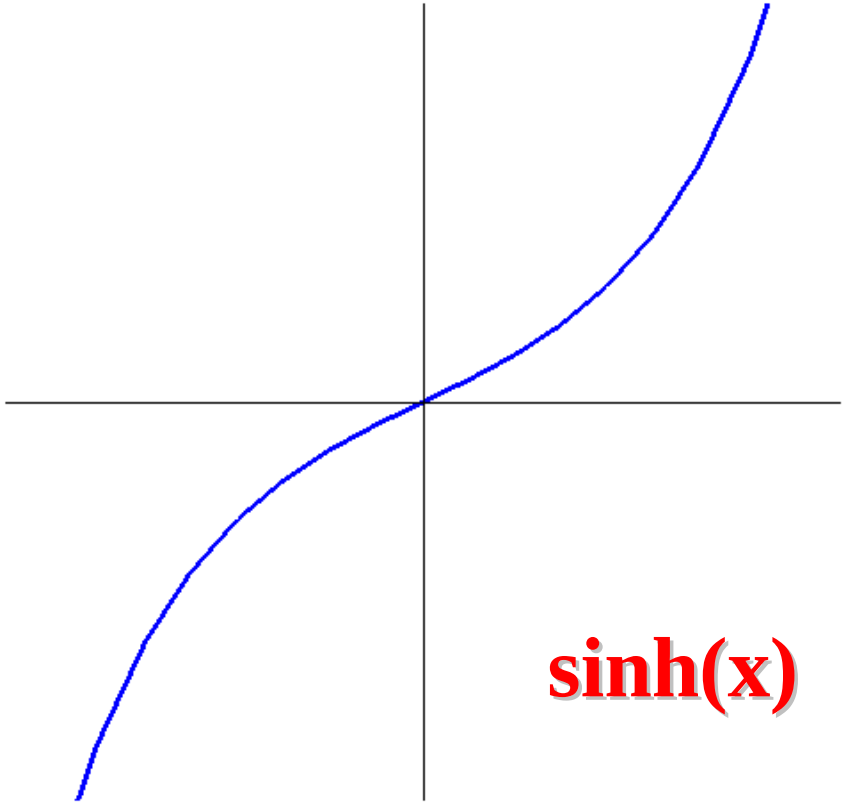
Tính chất : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

$$\cosh x \geq 1$$

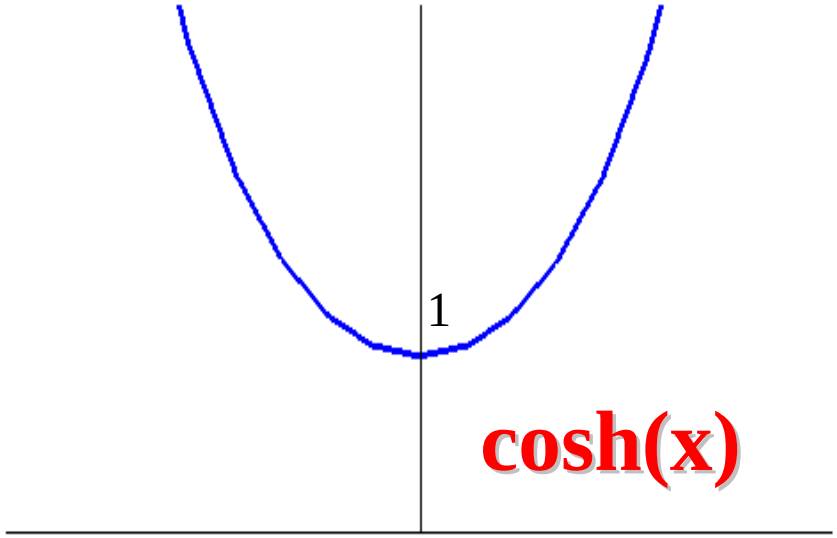
các tính chất còn lại tương tự như hàm sin,cos

$$\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$$

$$\sinh(-x) = -\sinh x \qquad \cosh(-x) = \cosh x$$



sinh(x)



cosh(x)

3) Hàm hyperbolic

$$\sinh x = sh\,x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = ch\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Tính chất

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh x \geq 1$$

$$\neq \begin{cases} \sin x \\ \cos x \end{cases}$$

các tính chất còn lại tương tự như hàm sin,cos

$$\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$$

$$\sinh(-x) = -\sinh x \qquad \cosh(-x) = \cosh x$$

2. Các dạng hàm số

a) Hàm cho theo công thức :

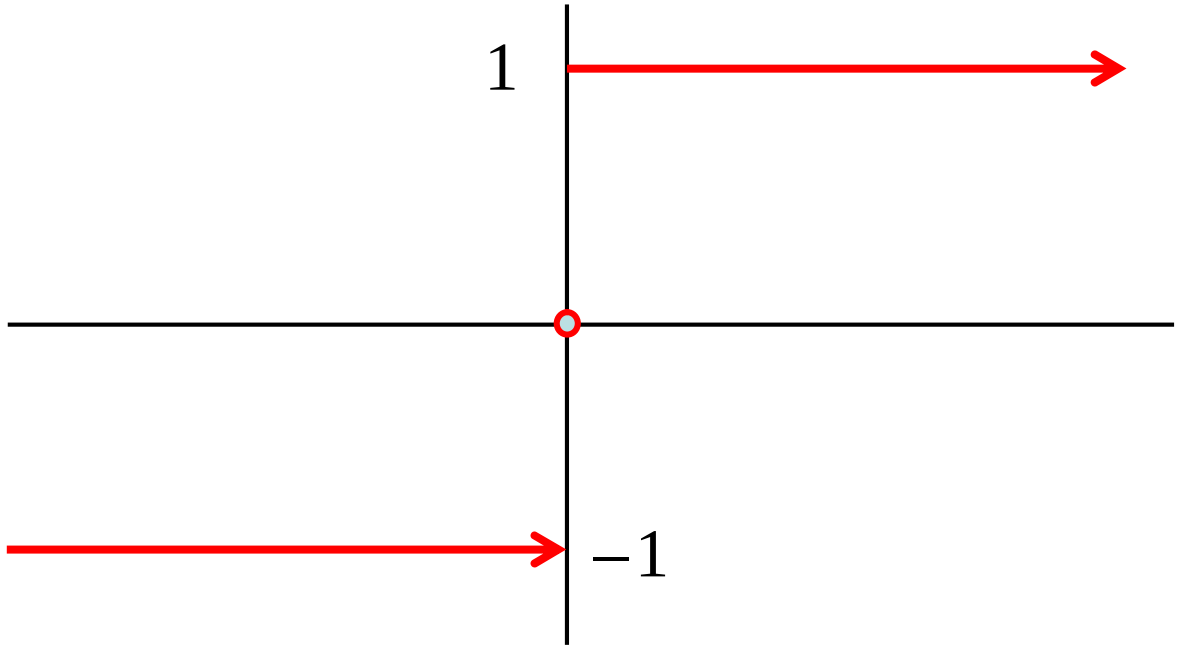
$$y = x^2$$

$$y = \sin(\sqrt{x})$$

b) Hàm ghép :

Hàm cho trên các khoảng khác nhau bởi những biểu thức khác nhau

$$y(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$



$$y(x)=\begin{cases}-1 & x<0\\ 0 & x=0\\ 1 & x>0\end{cases}$$

2. Các dạng hàm số

a) Hàm cho theo công thức :

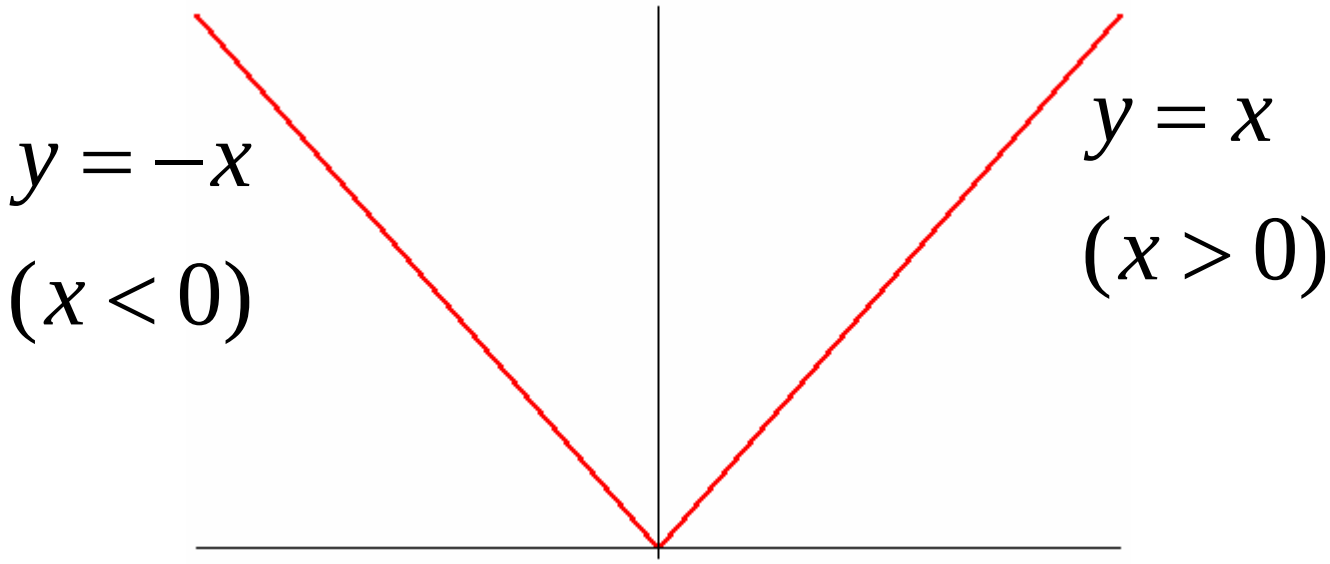
$$y = x^2$$

$$y = \sin(\sqrt{x})$$

b) Hàm ghép :

$$y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} = |x|$$

$$y = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



2. Các dạng hàm số

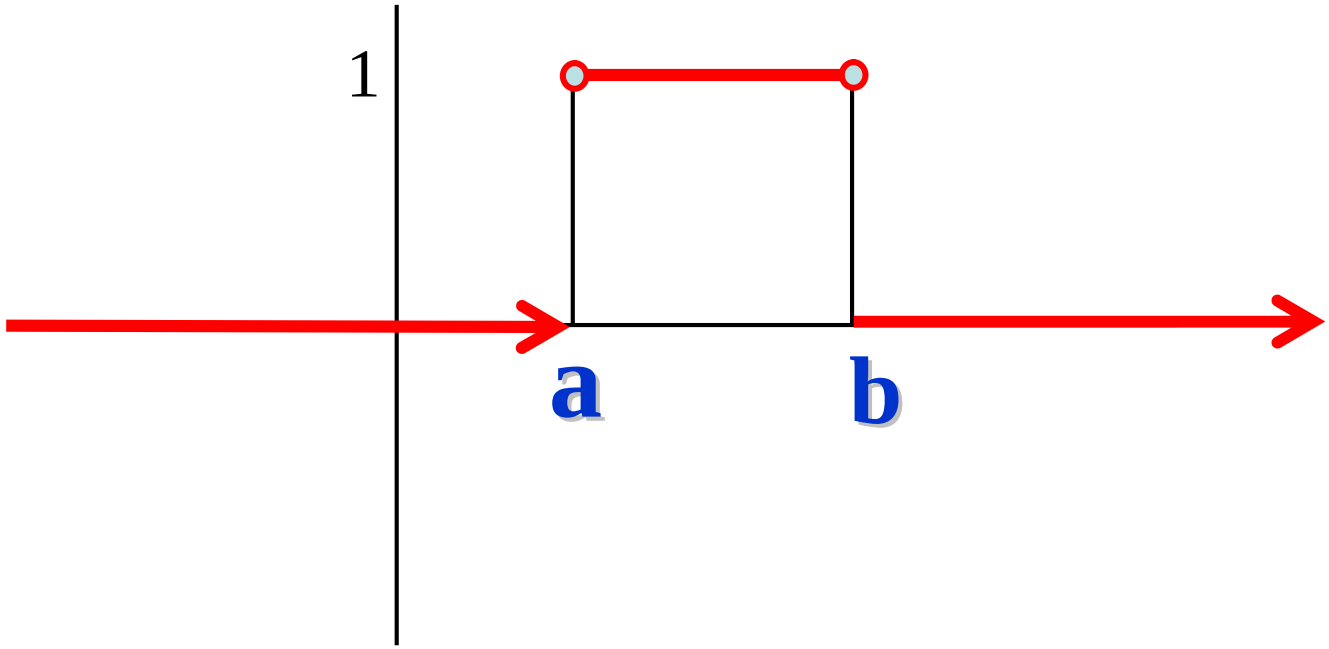
a) Hàm cho theo công thức :

$$y = x^2$$

$$y = \sin(\sqrt{x})$$

b) Hàm ghép :

$$y(x) = \begin{cases} 1 & a \le x \le b \\ 0 & x < a, x > b \end{cases}$$



$$y(x)=\begin{cases}1 & a\le x\le b\\ 0 & x<a, x>b\end{cases}$$

Các dạng hàm số cơ bản :

c) Hàm hợp : Cho $g(x)$ và $f(y)$. Hàm số

$z = f(g(x))$ gọi là hàm hợp của f và g

$u = g(f(y))$ gọi là hàm hợp của g và f

Ví dụ : $g(x) = x^2$ $\quad f(y) = e^y$

$z = f(g(x)) = e^{x^2}$ là hàm hợp

$u = g(f(y)) = e^{2y}$ là hàm hợp

Ví dụ : $g(x) = \sin x$ $\quad f(y) = y^2$

$z = f(g(x)) = \sin^2 x$ là hàm hợp

$u = g(f(y)) = \sin(y^2)$ là hàm hợp

Ví dụ : $g(x) = \sqrt{x}$ $\qquad f(y) = y^2$

$$z = f(g(x)) = (\sqrt{x})^2 = x$$

$$u = g(f(y)) = \sqrt{y^2} = |y|$$

Ví dụ : $g(x) = \ln x$ $\qquad f(y) = y - 1$

$$z = f(g(x)) = \ln x - 1$$

$$u = g(f(y)) = \ln(y - 1)$$

Bài tập :

Viết lại hàm sau dưới dạng hàm hợp của các hàm cơ bản :

$y = \cos(x^2)$ $y = \cos u$ $u = x^2$

$y = tg(\sqrt{x})$ $y = tgu$ $u = \sqrt{x}$

$y = \dfrac{1}{\sin x}$ $y = u^{-1} = \dfrac{1}{u}$ $u = \sin x$

$y = \sqrt[3]{1+\sin x}$ $y = \sqrt[3]{u}$ $u = 1+\sin x$

$y = \cos^4(\sqrt[3]{\sin x})$

d) Hàm ngược : Cho $y = y(x)$ nếu ta giải được x là hàm theo biến y, tức là $x = x(y)$, sau đó đổi ký hiệu giữa các biến thì hai hàm này là ngược của nhau

Định lý : Nếu hàm $y = y(x)$ là đơn điêu trong khoảng $[a,b]$ thì trong khoảng đó nó luôn có hàm ngược

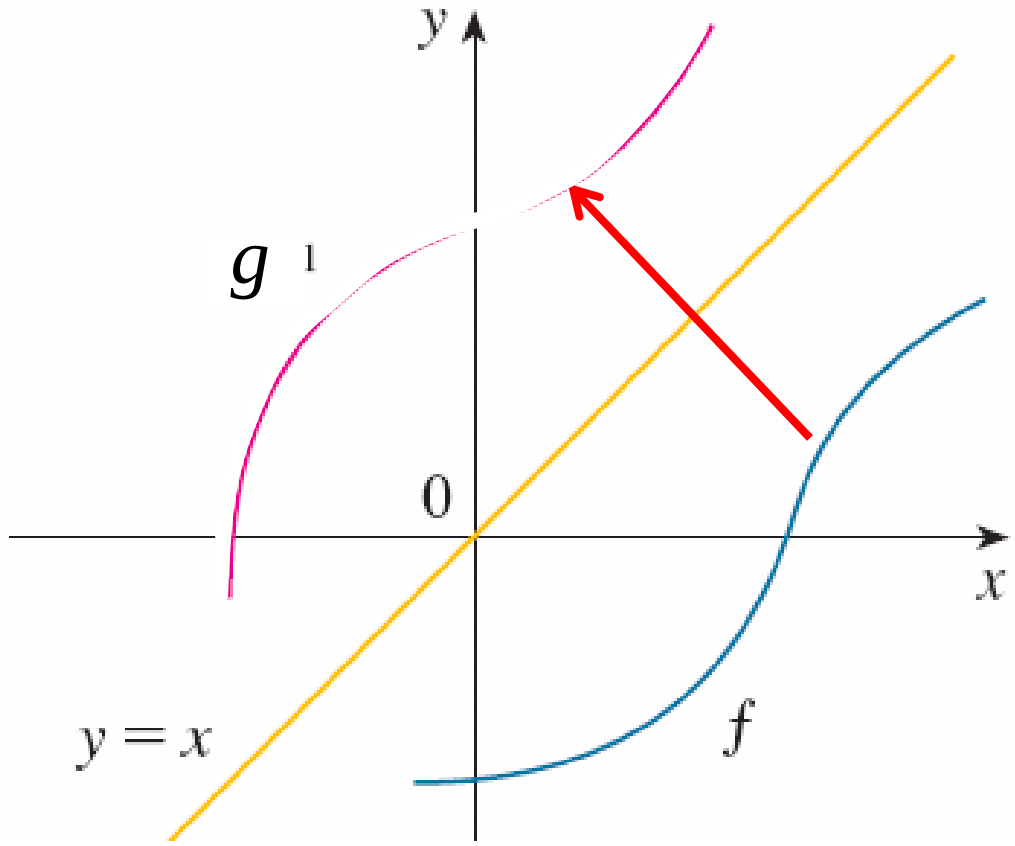
Ví dụ : Cho $y = y(x) = x^3$

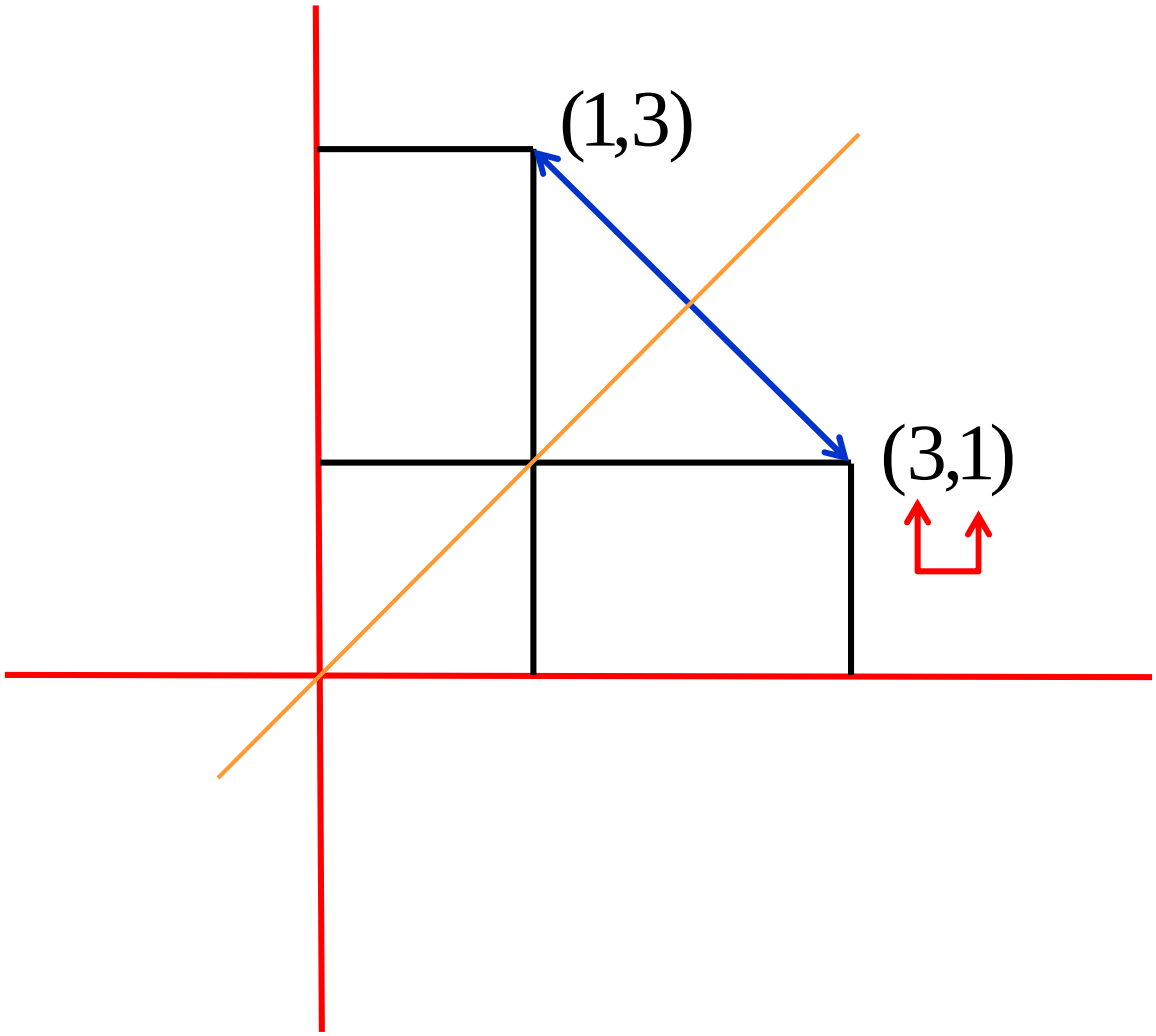
Giải x theo y : $x = x(y) = \sqrt[3]{y}$

Đổi ký hiệu các biến $y = y(x) = \sqrt[3]{x}$

Hai hàm $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là cặp hàm ngược

Đồ thị của cặp hàm ngược là hai **đồ thị đối xứng nhau** qua đường phân giác góc ¼ thứ nhất




(1,3)
(3,1)

Các cặp hàm ngược thông dụng :

d1) $y = \sin x$ $\quad -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

Giải x theo y

$x = \arcsin y$ $\quad -1 \le y \le 1$

Đổi y $\leftrightarrow$ x

$y = \arcsin x$ $\quad -1 \le x \le 1$

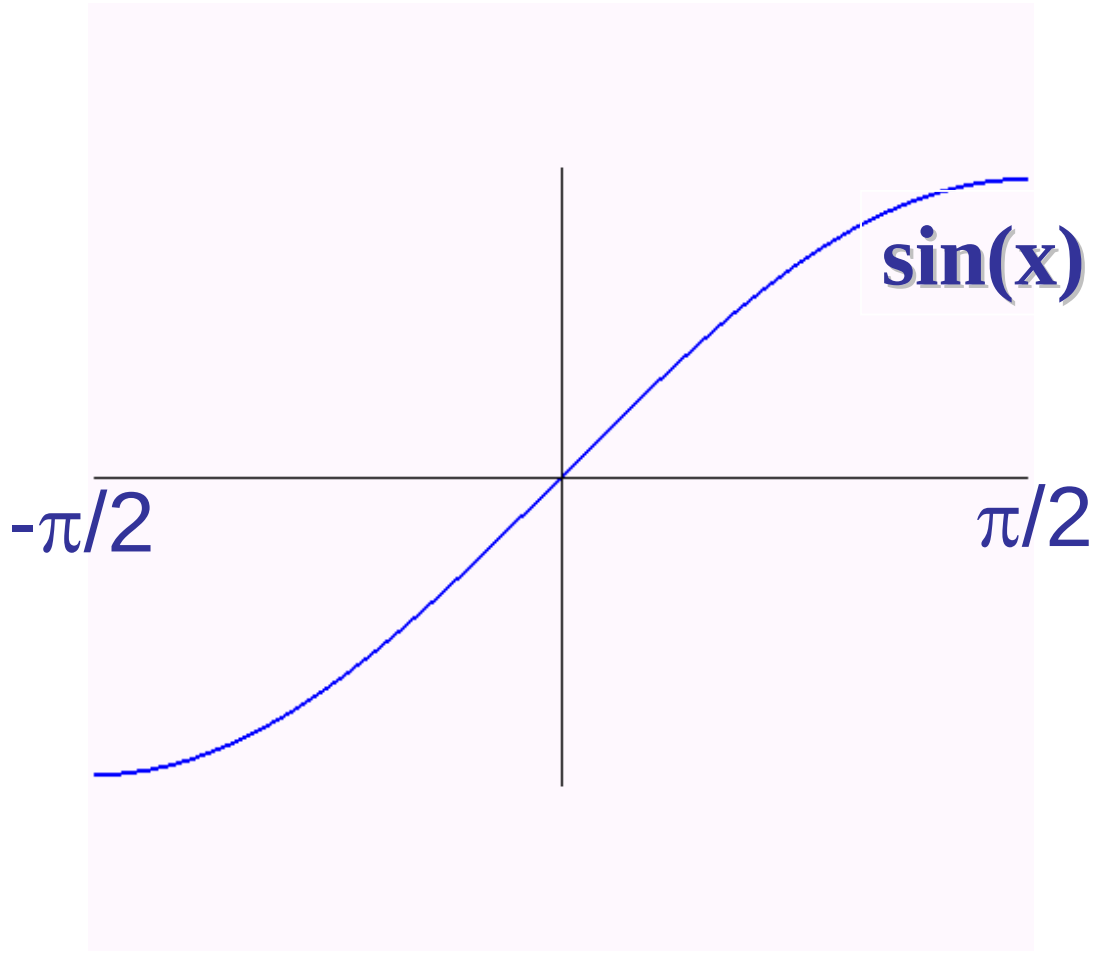
$\approx$

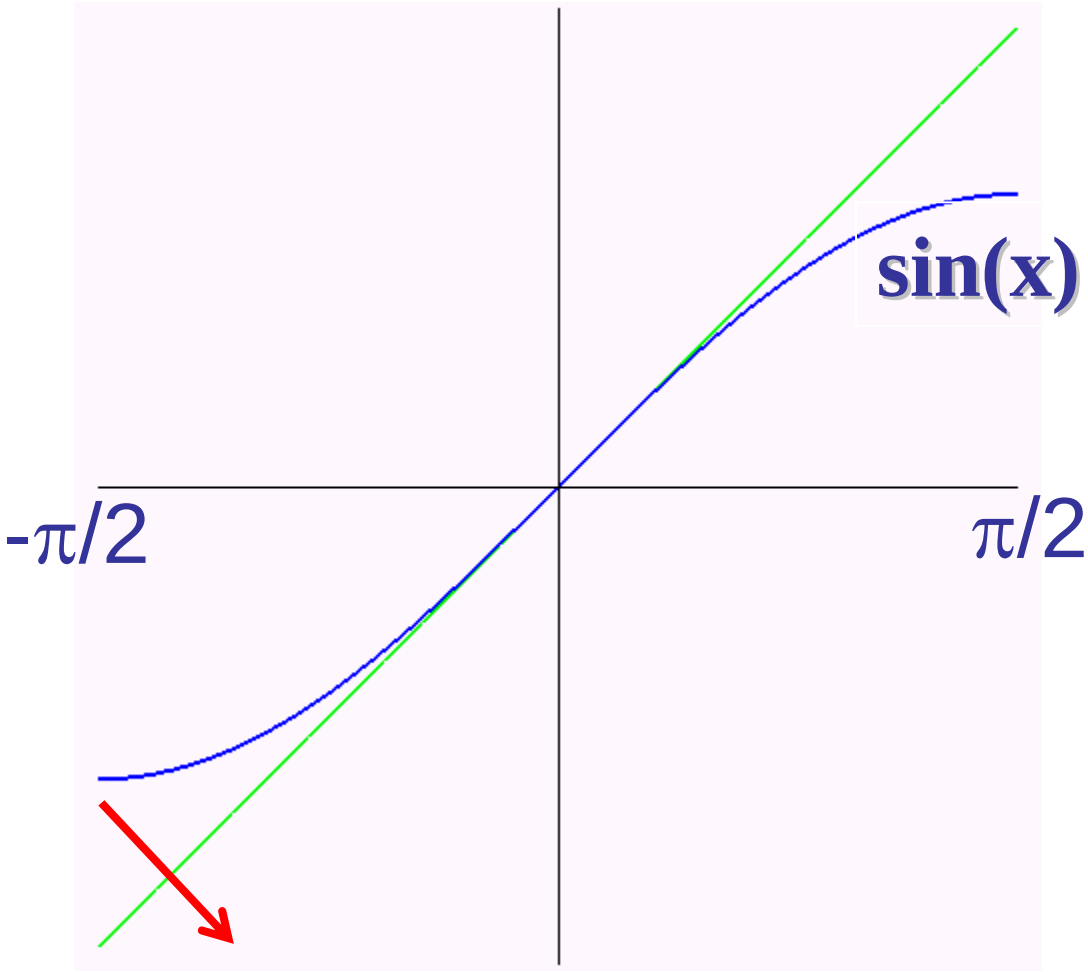
Ví dụ : $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ $\quad \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

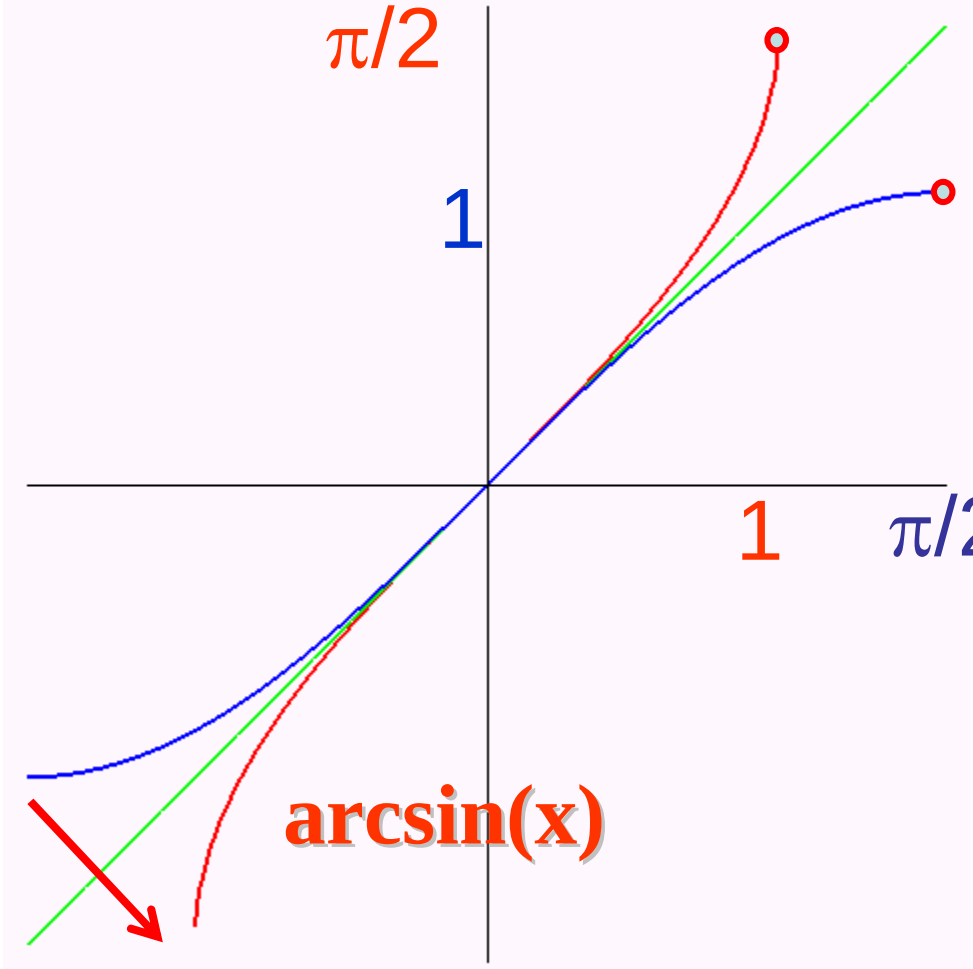
$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

Tương tự : $\arcsin(-1) = \frac{-\pi}{2}$ $\quad \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$

$\arcsin(0) = 0$ $\quad \arcsin(2)$ không tồn tại


sin(x)
-π/2
π/2


sin(x)
-π/2
π/2


π/2
1
1
π/2
arcsin(x)

d2) $y = \cos x$ **Giải x theo y** $0 \le x \le \pi$

$x = \arccos y$ $-1 \le y \le 1$

Đổi y $\leftrightarrow$ x

$y = \arccos x$ $-1 \le x \le 1$

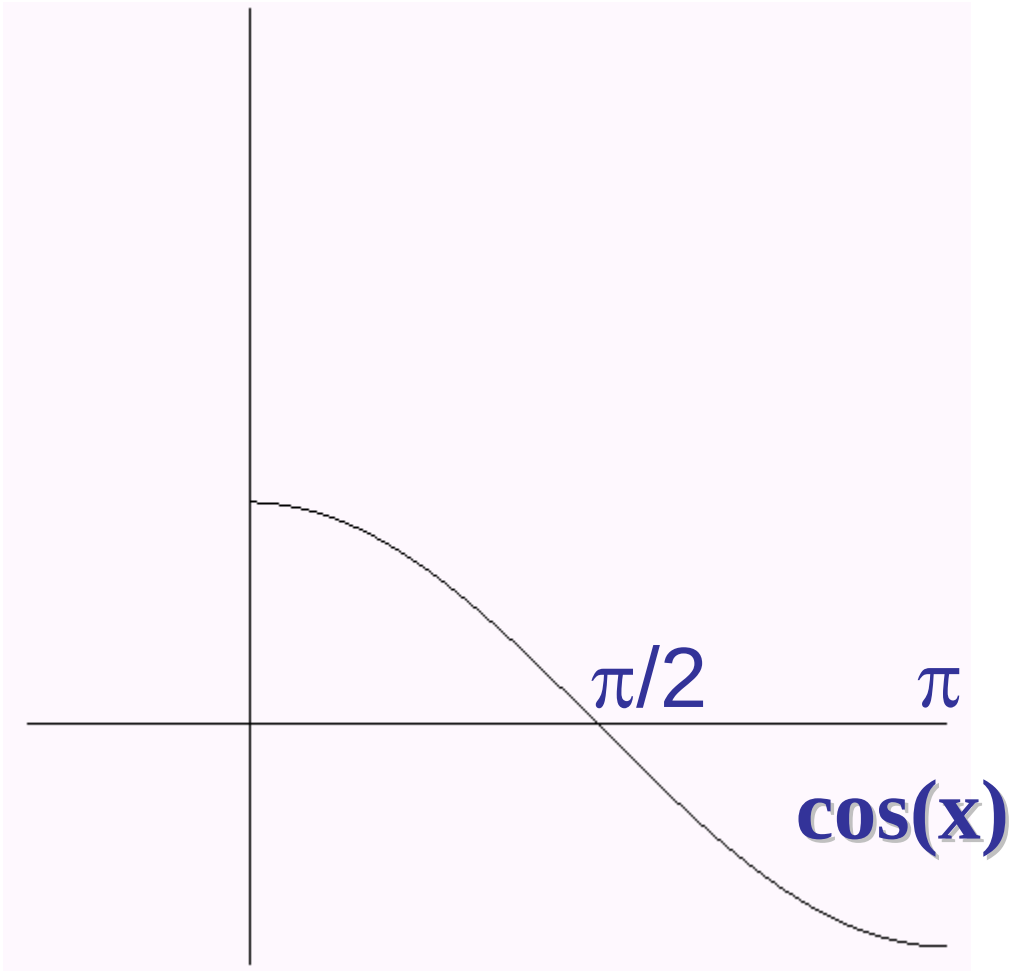
$\approx$

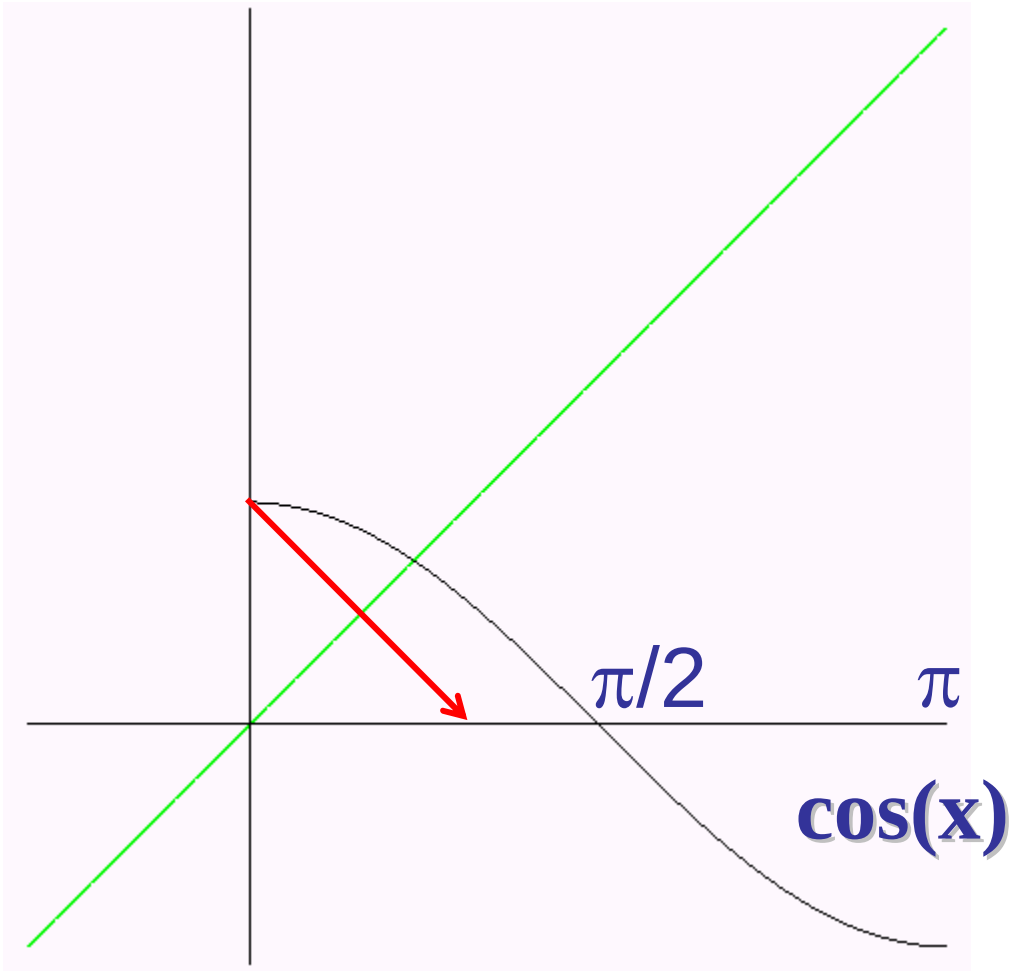
Ví dụ : $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

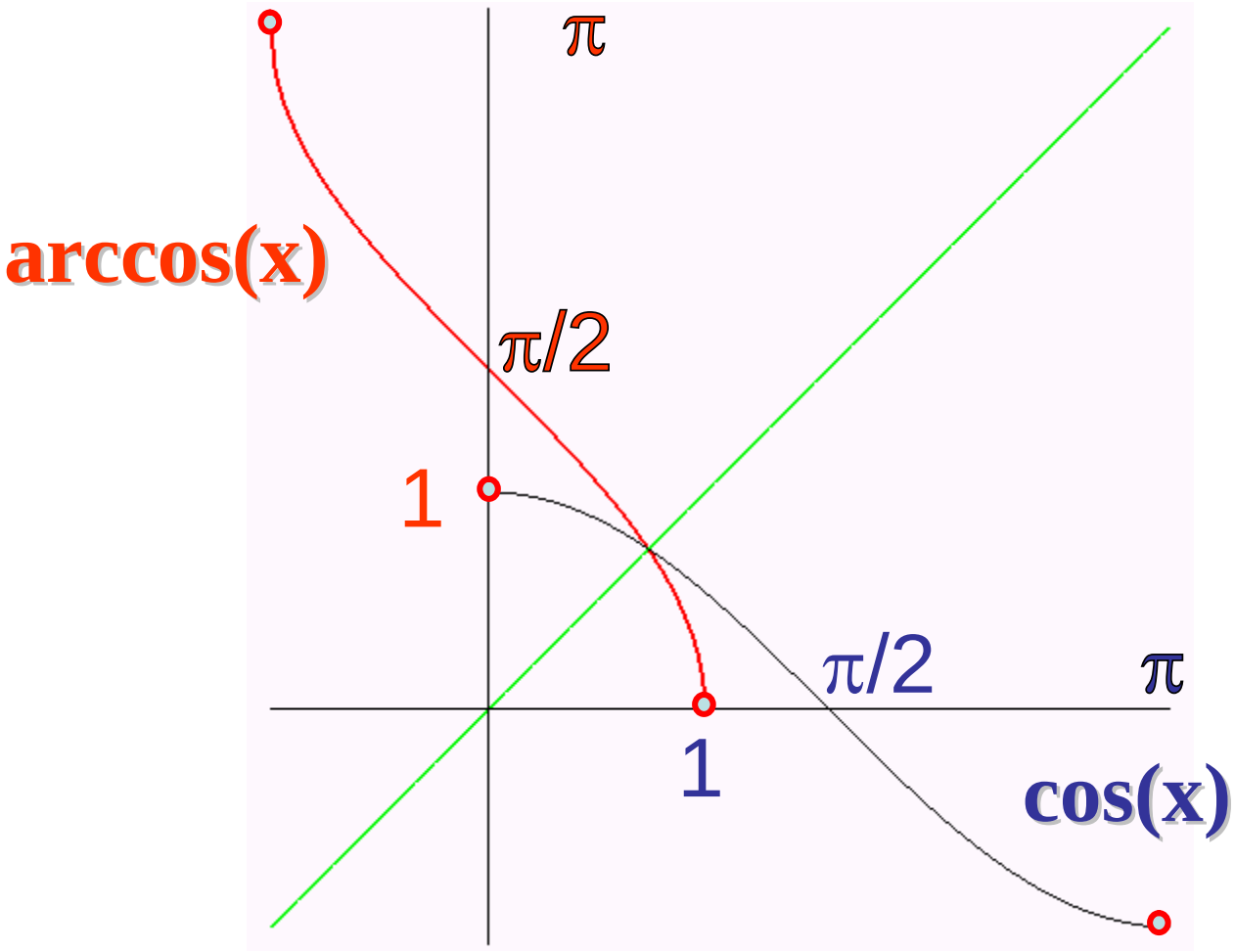
$\cos 0 = 1$ $\arccos 1 = 0$

Tương tự : $\arccos(-1) = \pi$ $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) =$

$\arccos(0) = \frac{\pi}{2}$ $\arccos(-2)$ không tồn tại


π/2
π
cos(x)


π/2
π
cos(x)


arccos(x)
π
π/2
1
π/2
π
1
cos(x)

Chú ý : Fx 500MS , Fx 570MS

$\arcsin x = \mathbf{\sin^{-1} x}$

$\arccos x = \mathbf{\cos^{-1} x}$

d3)

$y = tgx$ Giải x theo y $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

$x = arctgy$ $-\infty < y < +\infty$

Đổi y ↔x

$y = arctgx$ $-\infty < x < +\infty$

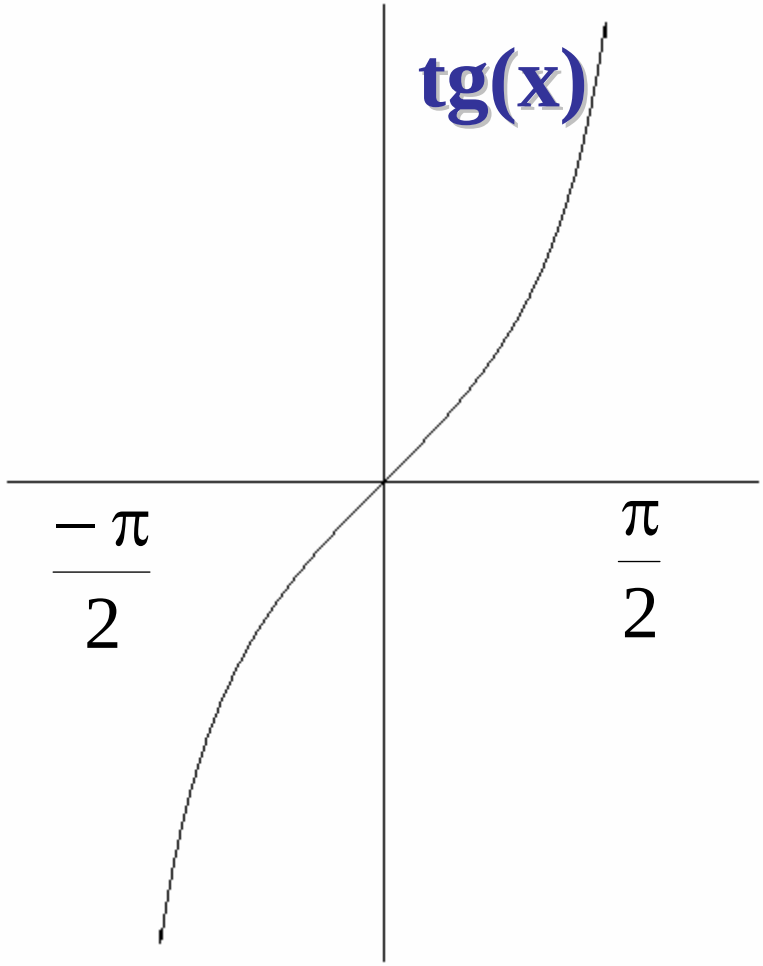
≈

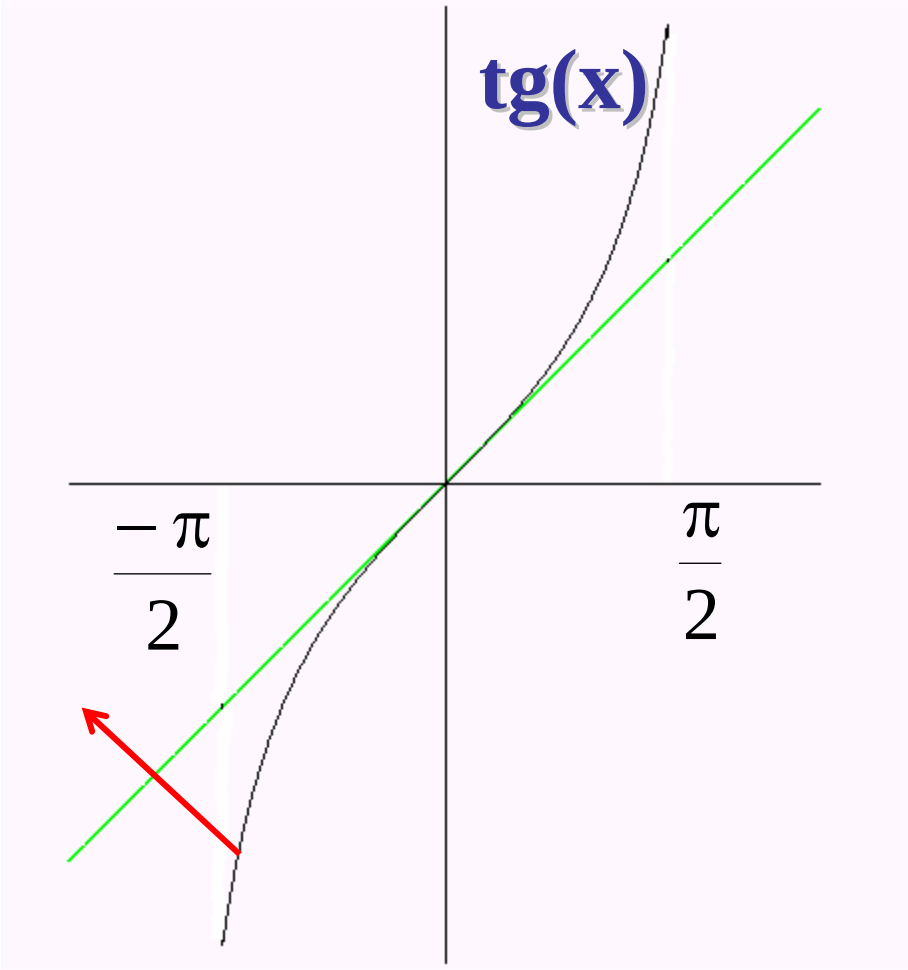
Ví dụ : $tg\frac{\pi}{4} = 1$ $arctg(1) = \frac{\pi}{4}$

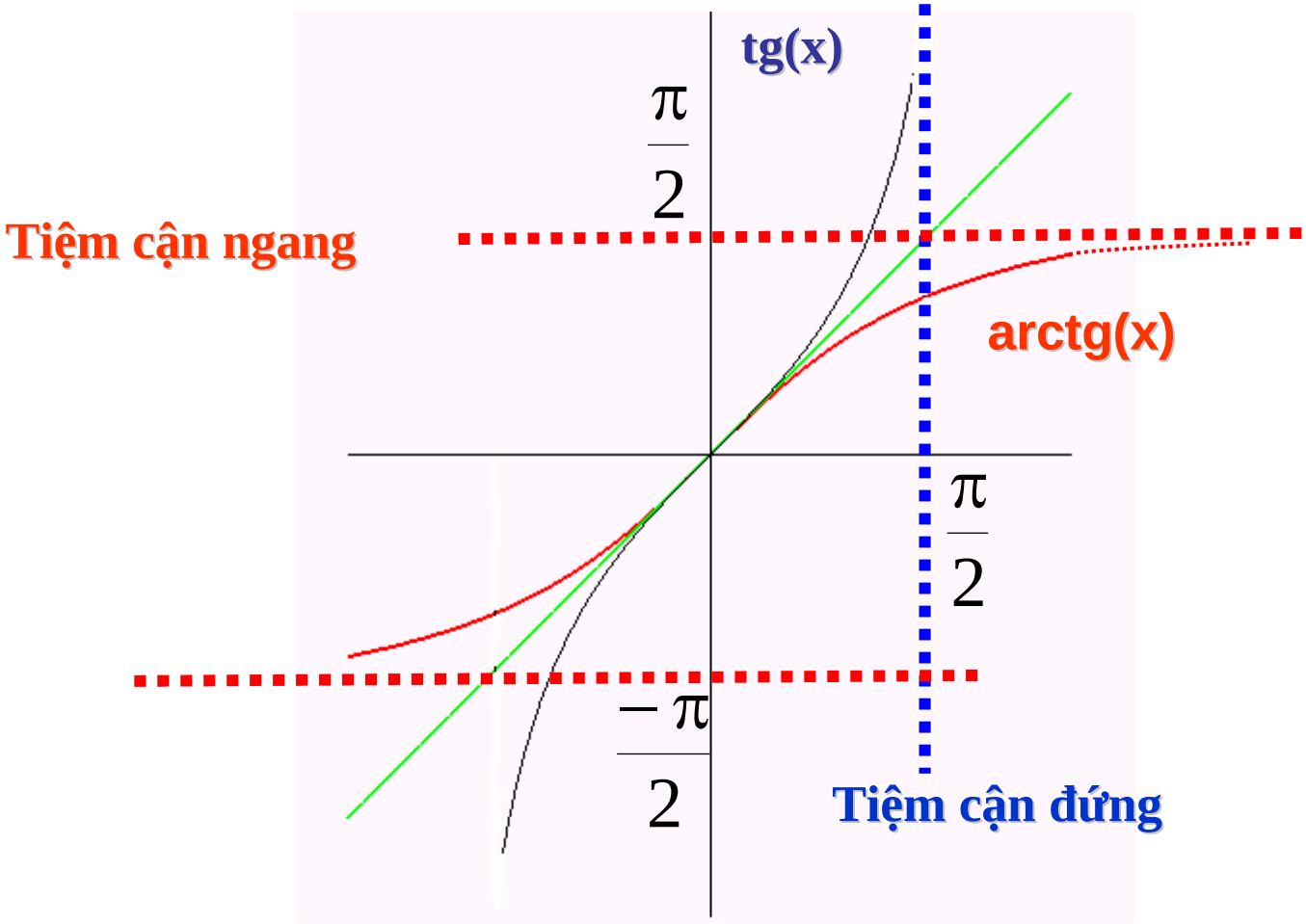
$tg\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ $arctg(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$

Tương tự : $arctg(-1) = \frac{-\pi}{4}$

$arctg(0) = 0$ $arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$


tg(x)
$\frac{-\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$


tg(x)
$\frac{-\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$


tg(x)
π/2
Tiệm cận ngang
arctg(x)
π/2
−π/2
Tiệm cận đứng

d4) $y = e^x$

Giải x theo y

$x = \ln y$

Đổi y ↔x

$y = \ln x$

$-\infty < x < +\infty$

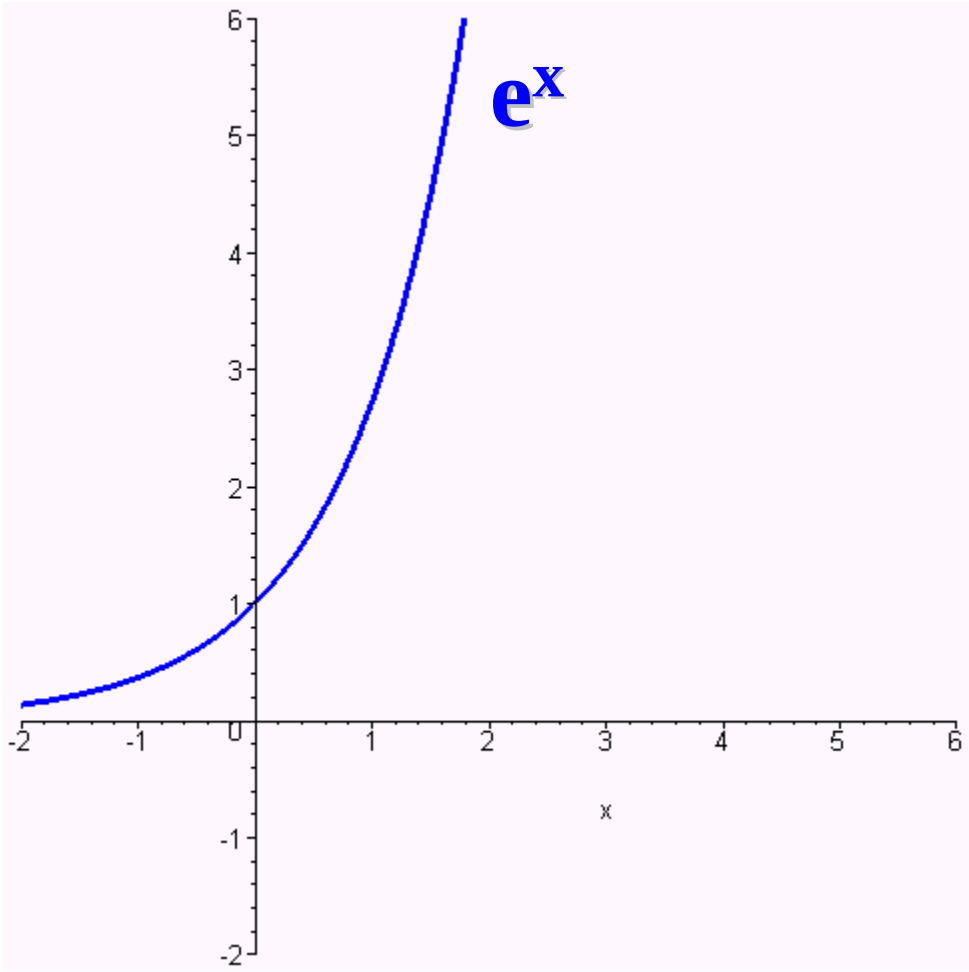
$0 < y < +\infty$

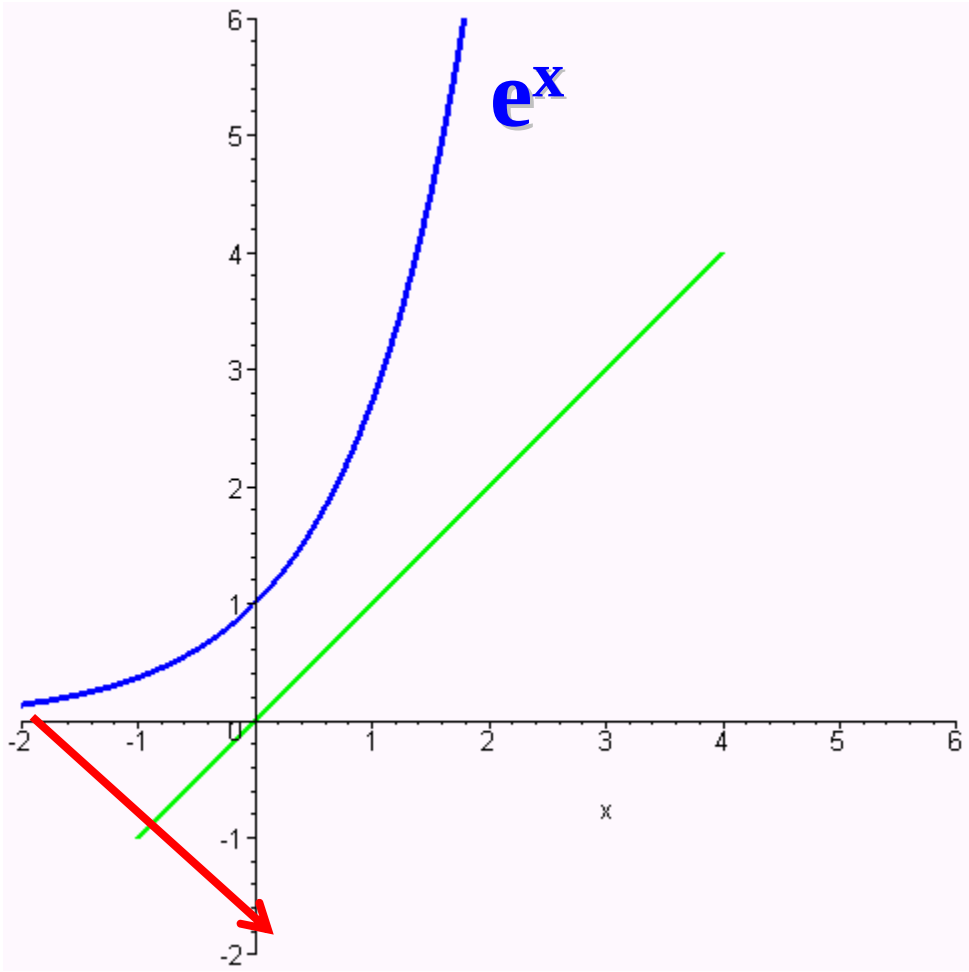
$0 < x < +\infty$

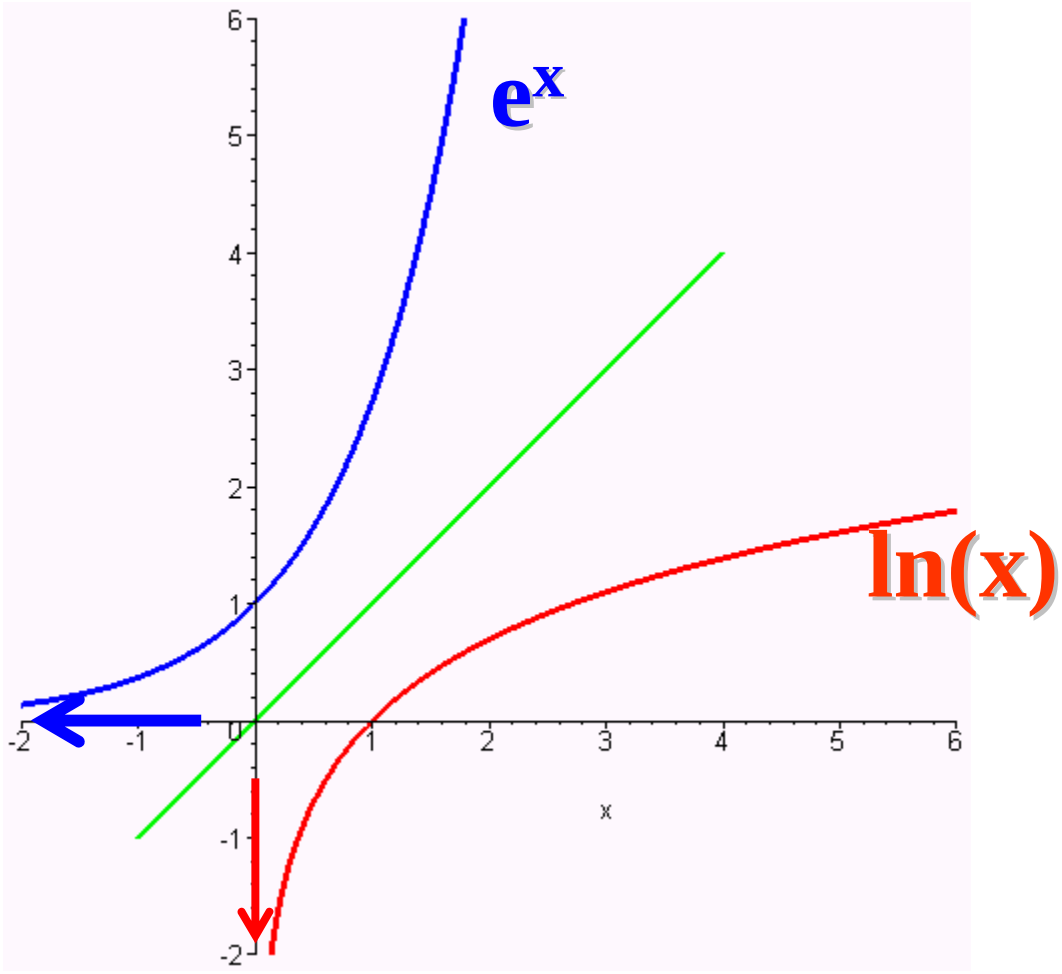
Ví dụ : $e^0 = 1$ $\ln 1 = 0$

Tương tự $e^1 = e$ $\ln e = 1$

$e^{-1} = \frac{1}{e}$ $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$

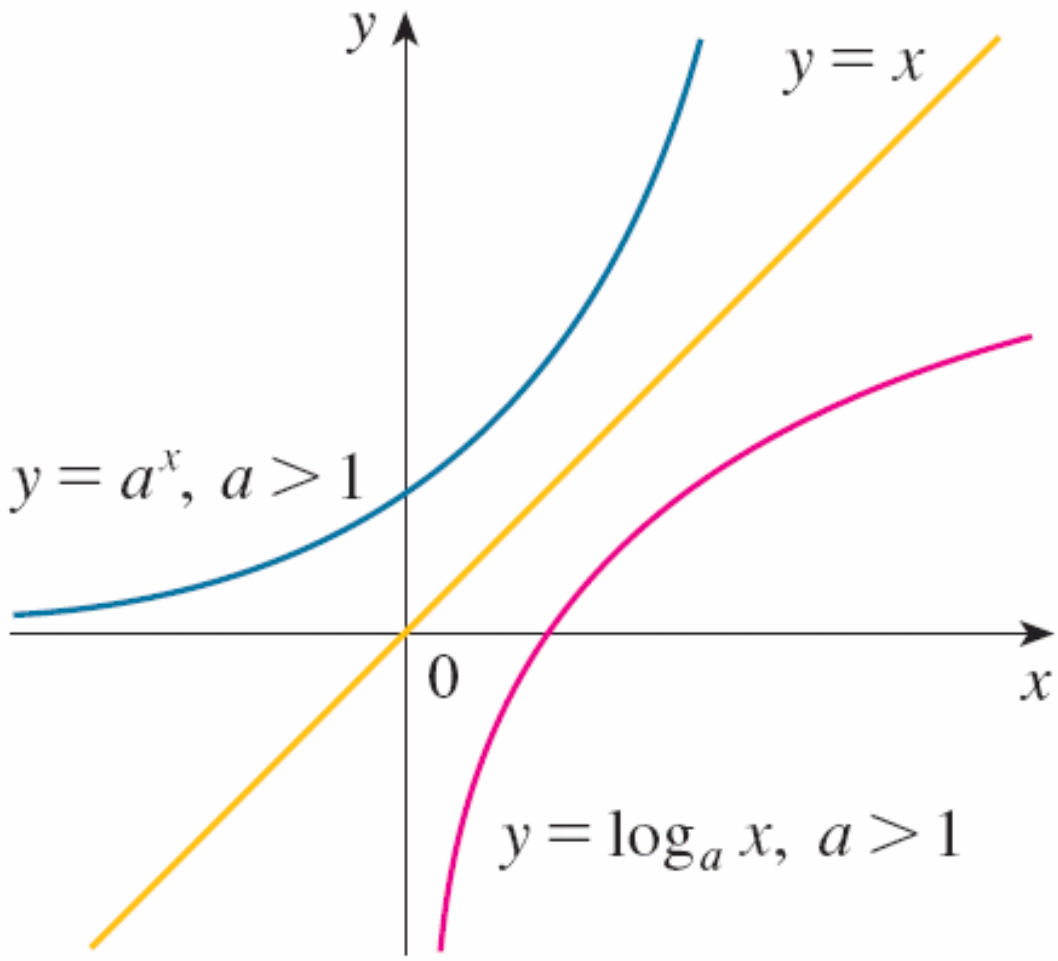

e^x
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-2
-1
1
2
3
4
5
6
x


e^x
6
5
4
3
2
1
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
x
-1
-2


e^x
ln(x)
x
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6

Tổng quát : cặp hàm ngược

$$y = a^x$$



Hàm ngược hyperbolic: $y(x) = arcsinh\ x = ?$

$$y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{e^{2x} - 1}{2e^x}$$

$$e^{2x} - 2ye^x - 1 = 0$$

$$e^x = y \pm \sqrt{y^2 + 1} \quad \text{lấy giá trị dương}$$

$$e^x = y + \sqrt{y^2 + 1}$$

$$x = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1})$$

Đổi ký hiệu : $y = \text{arcsin h}\, x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Tương tự : $y = \text{arccos h}\, x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

e) Hàm cho theo tham số :

Cho hệ $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ (**Khử t**)

mối liên hệ cụ thể giữa y và x : $y = y(x)$.

Cho hệ $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ (**Không Khử t**)

Coi $y = y(x)$ rút ra từ $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$

gọi là hàm cho theo tham số

Ví dụ : Cho hệ $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$

Nếu **khử** biến t ta được $x^2 + y^2 = 1$

Từ đó : $y = y(x) = \pm\sqrt{1 - x^2}$

Nếu **không khử** biến t

coi $y = y(x)$ rút ra từ hệ $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$

$y = y(x)$ hàm cho theo tham số

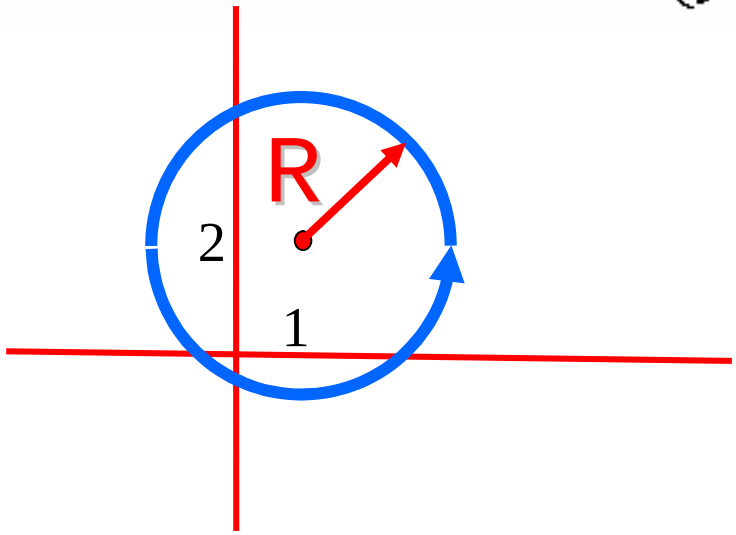
Các phương trình tham số thông dụng

Phương trình tham số của **đường tròn tâm 0 bán kính R** là

$$\begin{cases} x = R\cos t \\ y = R\sin t \end{cases}$$

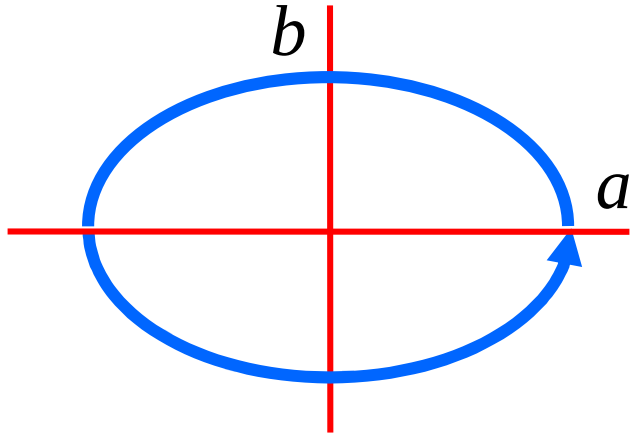
Phương trình tham số của **đường tròn tâm (1,2) bán kính R** là

$$\begin{cases} x = 1 + R\cos t \\ y = 2 + R\sin t \end{cases}$$



Phương trình tham số của **ellipse** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$$



Phương trình tham số của một **đường thẳng** trong không gian là :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

$\rightarrow$ đi qua điểm (x_0, y_0, z_0)

$v = (a, b, c)$: véctơ chỉ phương

f.) Hàm ẩn : Xét phương trình $F(x, y) = 0$

Nếu giải được $y = y(x)$: Hàm thường

Nếu không giải nhưng coi $y = y(x)$: Hàm ẩn

Ví dụ : $x^2 + y^2 - 1 = 0$

$y = \pm\sqrt{1 - x^2}$: Hàm thường

$y = y(x)$ lấy từ phương trình : Hàm ẩn

$y(x)$ cho dưới dạng $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$

Hàm cho dưới dạng phương trình tham số