

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

http://www.mientayvn.com/chat_box_toan.html

BOÄMOÄN TOÄÄN ÖÖNG DUÖNG - ÑHBK

TOÄÄN 1 HK1 0708

- BÄÄ 2: HÄÄM SÖÄÄ(SV)

- TS. NGUYEÄN QUÖC LÄÄN (09/2007)

NOI DUNG

- 1- KHAI NIEM HAM SOA
- 2- CAI CAI XAI NINH HAM SOA
- 3- NHAI LAI: HAM CO BAN (PHOITHONG)
- 4- HAM SOANGOC
- 5- HAM LOING GIAI NGOC
- 6- HAM HYPERBOLIC
- 7- AP DUNG KYTHUAAT

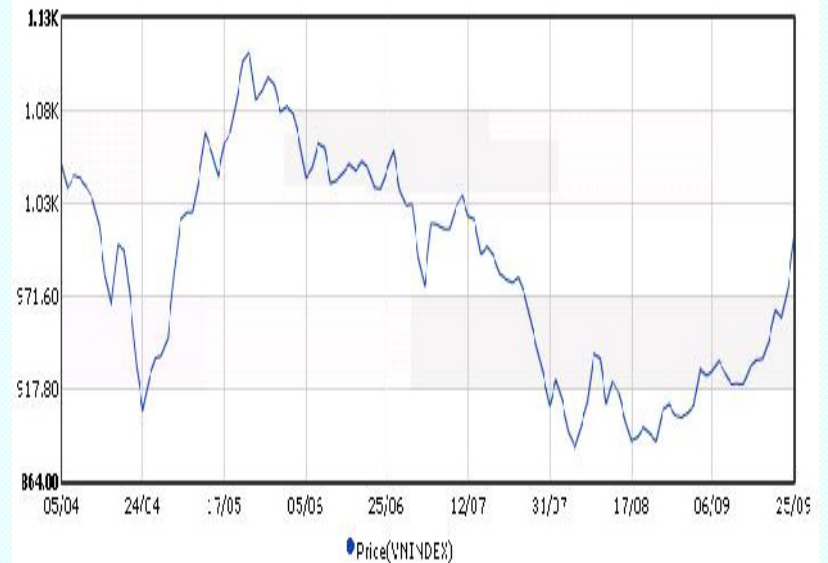
KHAI NIỆM HÀM SỐ

Những lượng A biến thiên phụ thuộc những lượng B:

- Nội dung: Tiến triển theo số kWh tiêu thụ, giá cả hàng trong nước theo thế giới ...
- Kỹ thuật: Tạo ra các hàm theo thời gian ...

Tổng
quan
hàm số

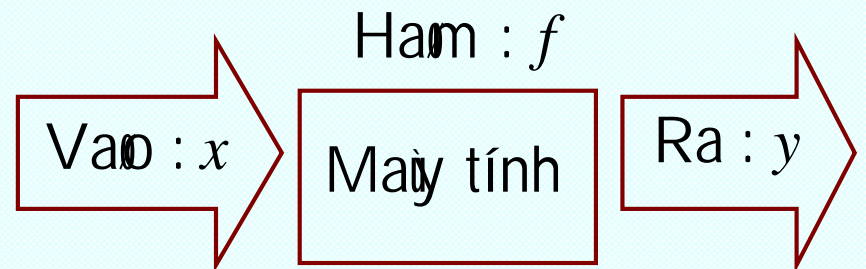
VD: Nhà thờ VNINDEX (chứng khoán) → Hàm số giá cả chứng khoán theo ??? (Thời gian? Giá cả hàng? Biến động chính trị? & Biểu thức $y = ???$



LỊCH SỬ

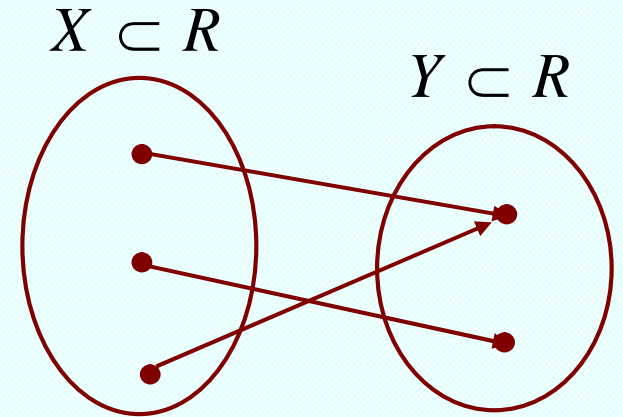
1786, Scotland:
The Commercial
and Political Atlas,
Playfair. Biểu đồ so
sánh xuất & nhập
khẩu từ Anh sang
Đông Ấn + Na
Uy

Giữa TK 18, Euler: Biểu diễn
hàm số qua ký hiệu $\rightarrow y = f(x)$



NHĨNH NGHĨA TOÁN HOĨC

Hàm số $y = f(x): X \subset \mathbb{R} \rightarrow Y \subset \mathbb{R}$: Quy
luật tđồng 0ng $x \in X \rightarrow y \in Y$. Biến số
 x , giá trị y . Tđng quan hàm số 1 giá trị
 x cho ra 1 giá trị y



Một $x \rightarrow$ Nhiều y : K0 phải
hàm nghĩa thông thường
(Những hàm ã tr0?)

MX Ñ $D_f = \{x \mid f(x) \text{ c0ng hĩa}\}$

MGT r0 $\text{Im}f: \{y = f(x), x \in D_f\}$

$y = \sin x \Rightarrow D = \mathbb{R}, \text{Im}f = [-1, 1]$

CAI CACH XAI NINH HAM SOI

Bon cach co ban xai nhinh ham soi Moatai (nhon gian) - Bieu thoi (thong dung) - Bang giauro (thoi te) - Noatho (kyothuat)

❖ Moatai Nhon gian, dephat hien tong quan ham soi

VD: Phi gui tho bou nhien ni nooc ngoai phu thuo trong loong

❖ Bang giauro: Thoi te ro rang, thich hop cai ham it giauro

VD: Bang cooc phi gui tho bang bou nhien ni chau Au

Troing loong	≤ 20 gr	20 – 40 gr	40 – 60 gr
Giautien	18.000 ñ	30.000 ñ	42.000 ñ

XÁC ĐỊNH HÀM SỐ QUA BIỂU THỨC (HAY GẶP NHAU)

Biểu thức:

Quen thuộc (dạng hiển): $y = f(x)$

VD: $y = x^2$, $y = e^x$, hàm số cấp cô bản ...

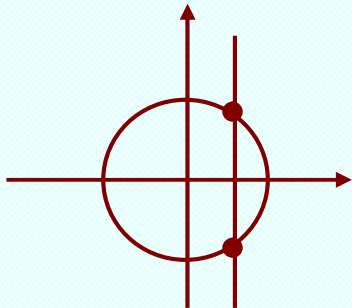
Dạng tham số $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} : 1 t \rightarrow 1 (x, y)$

VD: $x = 1 + t$, $y = 1 - t \rightarrow$ Đường thẳng

VD: $x = a \cos t$, $y = a \sin t \rightarrow$ Đường tròn

Dạng ẩn $F(x, y) = 0 \Rightarrow y = f(x)$ (implicit)

VD: Đường tròn $x^2 + y^2 - 4 = 0$, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - 1 = 0$



MAPLE: KHAI BÀI HÀM SỐ VÀ VẼ ĐỒ THỊ

- (Khai bài hàm số) $p := x^3 + x^2 + 1;$
- (Tính giá trị hàm số) $\text{subs}(x=1, p);$
- (Tính giới hạn hàm số) $\text{limit}(\sin(2*x)/x, x = 0);$
- (Tính đạo hàm) $\text{diff}(p, x);$ (Tính đạo hàm cấp 2) $\text{diff}(p, x\$2)$
- (Vẽ đồ thị) $\text{plot}(\sin(x), x = 0..Pi);$ (Nhiều đồ thị) $\text{plot}([\sin(x), \cos(x)], x = 0..2*Pi, \text{color} = [\text{red}, \text{blue}]);$
- (Đồ thị tham số lyù thu) $\text{plot}([31*\cos(t)-7*\cos(31*t/7), 31*\sin(t)-7*\sin(31*t/7), t = 0..14*Pi]);$
- $\text{plot}([17*\cos(t)+7*\cos(17*t/7), 17*\sin(t)- \dots, t = 0..14*Pi]);$

HAM QUEN THUOC (PHOAI THONG)

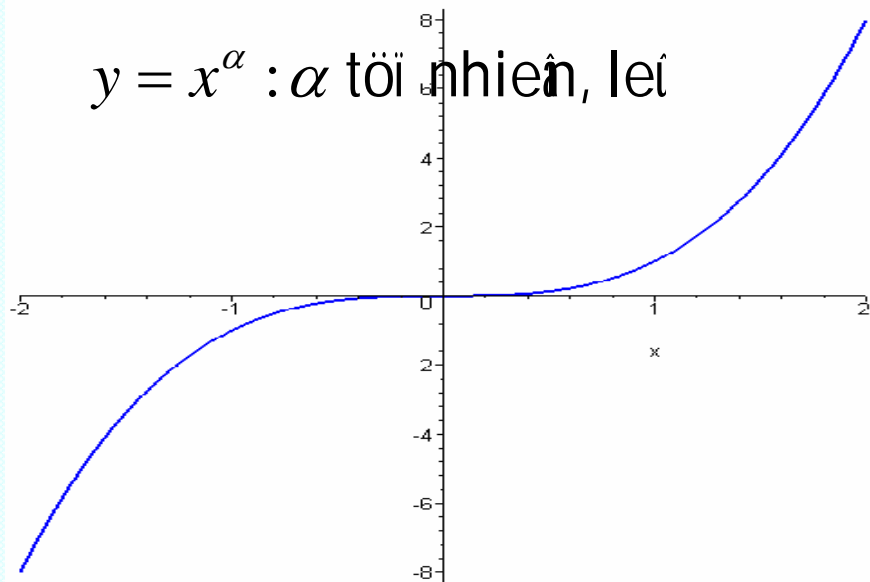
- ❖ Ham hàng, tuyến tính (bậc 1): $y = ax + b \rightarrow$ Nồng thẳng
- ❖ Ham lũy thừa: $y = x^\alpha \rightarrow$ Đa thức: $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots$, ham phân thức: $y = 1/x, y = P(x)/Q(x)$, ham căn $y = \sqrt[n]{x} \dots$

Tính chất ham $y = x^\alpha$: Mũ, mũ nhiều ... tùy thuộc $\alpha > 0$ & < 0 !

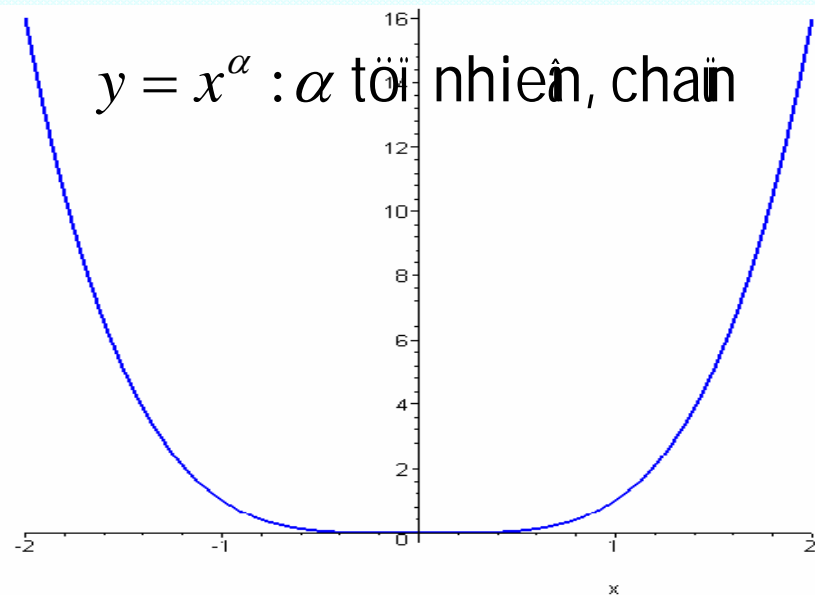
- ❖ Ham $y = x^\alpha$: α tự nhiên \Rightarrow Mũ: \mathbb{R} , α nguyên âm: Mũ $x \neq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$: nói chung $x > 0$ (Nếu ham căn: tùy tính chẵn lẻ)
- ❖ Tính mũ nhiều $y = x^\alpha, x > 0$: $\alpha > 0 \rightarrow$ Tăng, $\alpha < 0 \rightarrow$ Giảm
- ❖ Giới hạn $x \rightarrow +\infty$: $\alpha > 0 \rightarrow \lim x^\alpha = +\infty$, $\alpha < 0 \rightarrow \lim x^\alpha = 0$

ÑOÀTHÒ HÀM LUYÏTHÒA

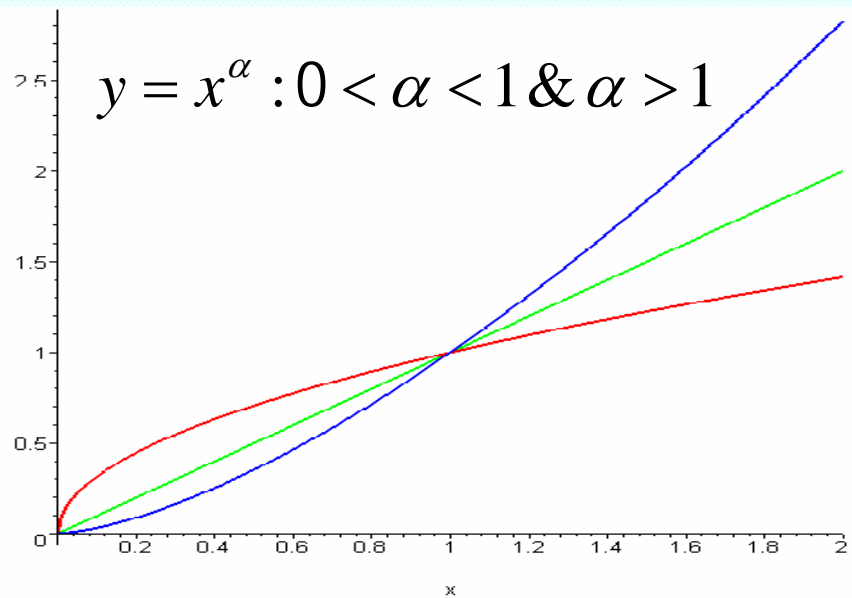
$y = x^\alpha : \alpha$ tõi nhieân, leí



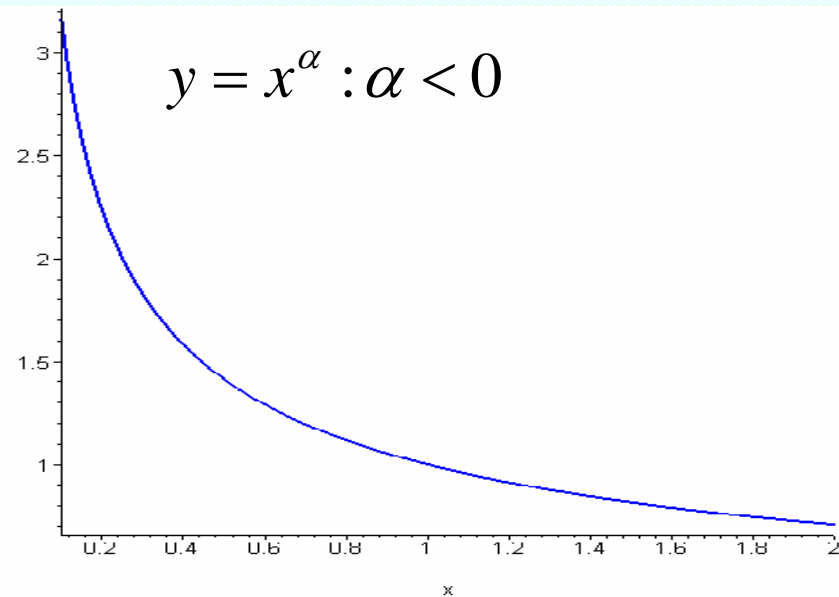
$y = x^\alpha : \alpha$ tõi nhieân, chẵn



$y = x^\alpha : 0 < \alpha < 1 \& \alpha > 1$



$y = x^\alpha : \alpha < 0$



HAM MUỖ LOG

- ❖ Ham ña thòi: còi còi trò, không còi tiêm còi
 - ❖ Ham phan thòi: tcañ ñiing, xien (ngang) tuy baci
 - ❖ Ham còi: mien xai ñiing, tiêm còi ...
- }
- Svieñ
tòi xem

Ham muỖ $y = e^x \rightarrow y = a^x$ ($a > 1$ & $0 < a < 1$). $D = \mathbb{R}$; MGT: \mathbb{R}_+^*

Ñiñ ñieũ $y = a^x$: $a > 1 \Rightarrow$ Ham taing & $0 < a < 1$: Ham giam

$$a > 1: \lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \infty \text{ \& } \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0; \quad 0 < a < 1: \lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0 \text{ \& } \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \infty$$

Ham logarit: $y = \ln x \rightarrow$ Tông quat: $y = \log_a x$ ($a > 1$ & $0 < a < 1$)

MXÑ: $x > 0$

$$a > 1: \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty \text{ \& } \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$$

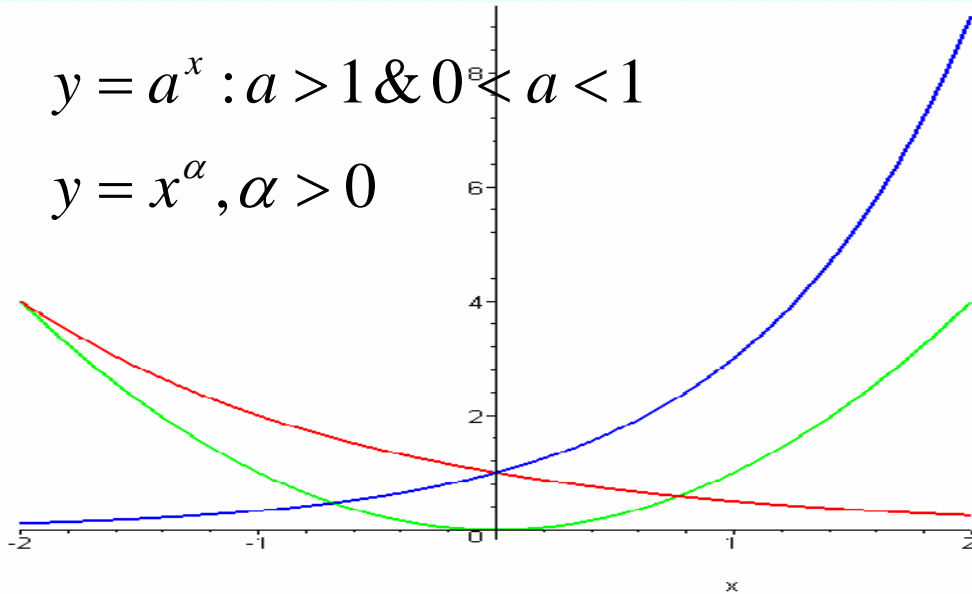
MGT rò: \mathbb{R}

$$0 < a < 1: \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty \text{ \& } \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$$

ÑOÀ THÒ HÀM MŨ LOGARIT: SO SÁNH VỚI LUYỆTHÒA

$$y = a^x : a > 1 \text{ \& } 0 < a < 1$$

$$y = x^\alpha, \alpha > 0$$

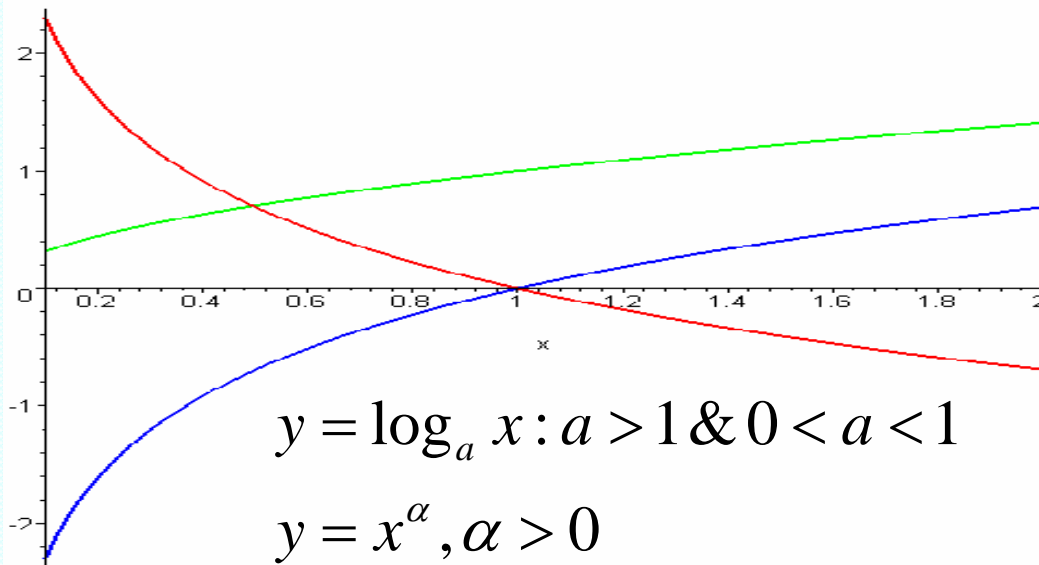


~Niêm ãc biêt: \neq nhau

Khi $a > 1$ & $\alpha > 0$: Cung

$\uparrow, \rightarrow +\infty$, nhõng mũ

nhanh hõn luyệthõa



$$y = \log_a x : a > 1 \text{ \& } 0 < a < 1$$

$$y = x^\alpha, \alpha > 0$$

~Niêm ãc biêt: \neq nhau

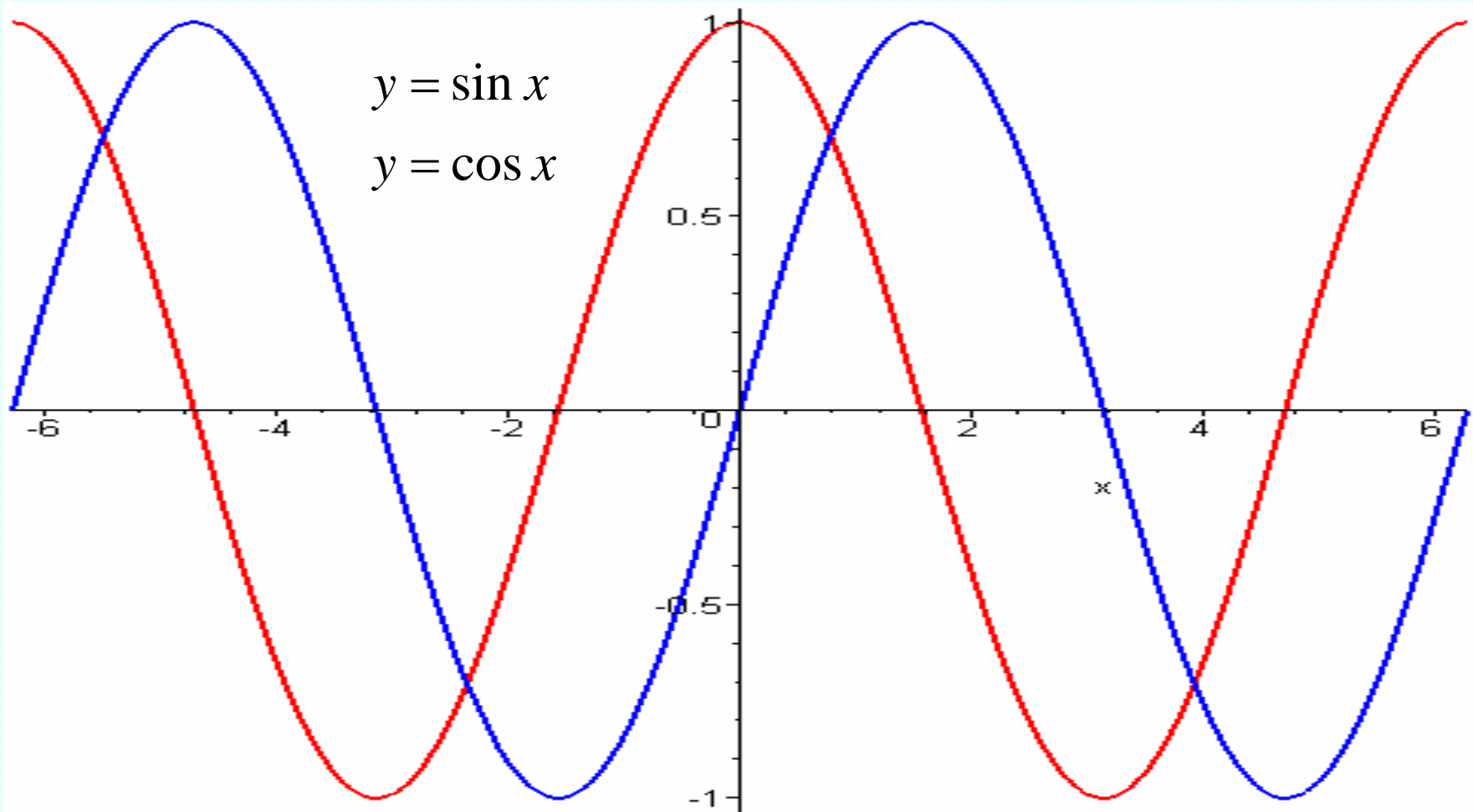
Khi $a > 1$ & $\alpha > 0$: Cung

$\uparrow, \rightarrow +\infty$, nhõng luyệthõa

nhanh hõn log

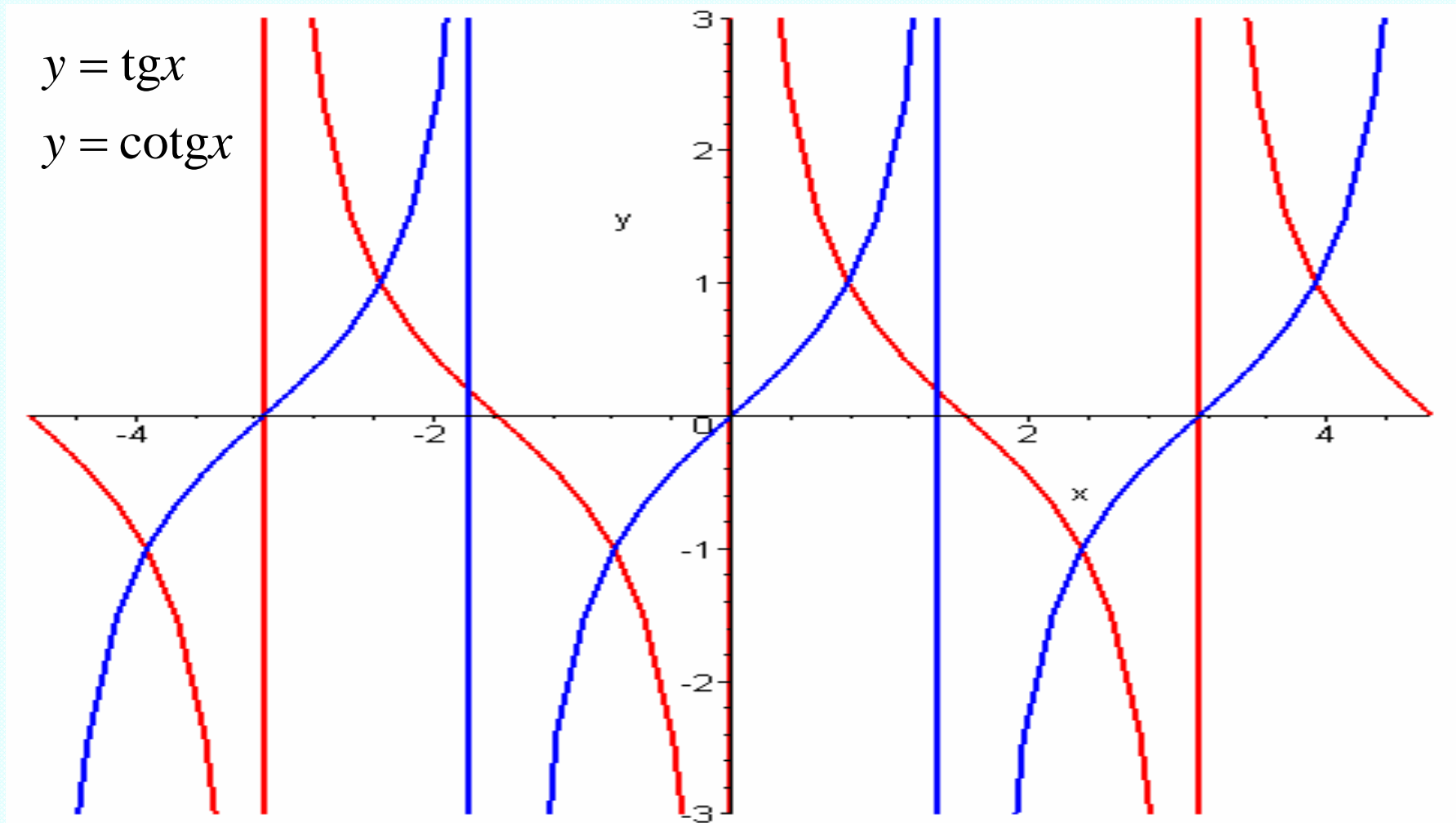
HAM LÖÔNG GIAIC: $\sin x, \cos x$

$y = \sin x, y = \cos x \Rightarrow \text{MXÑ } \mathbb{R}, \text{MGTrò } [-1, 1], \text{Tuàn hoan } \dots$



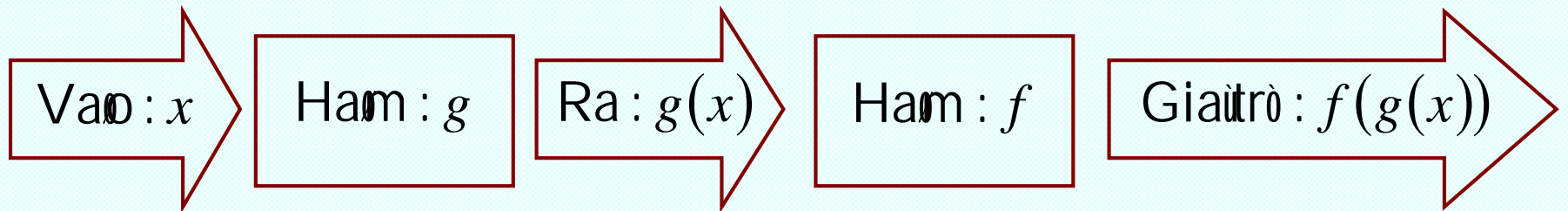
HAM LÖÖING GIAIC: $\text{tg}x$, $\text{cot}g x$

$y = \text{tg}x$ ($x \neq \pi/2 + k\pi$), $y = \text{cot}g x$ ($x \neq k\pi$): MGT R, TC ñöing



HAM HỘP. HAM SÔ CẤP

2 ham $y = f(x), y = g(x) \rightarrow$ Ham hộp: $f \circ g = f(g): y(x) = f(g(x))$



VD: Phân biệt $f(g)$ & $g(f)$: $f = x^2$ & $g = \cos x \Rightarrow f(g) = \dots \neq g(f) = \dots$

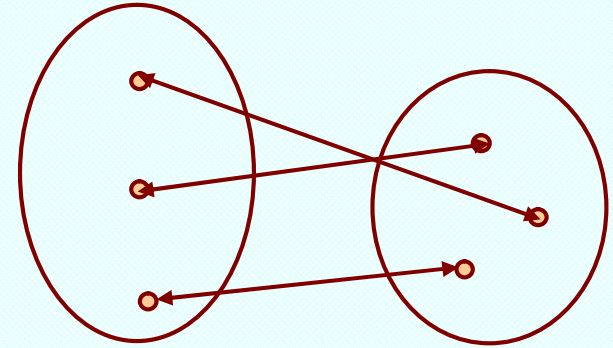
Ham sô cấp: Tổng, hiệu, tích, thương, hộp (ngũc) ... của những ham cô bản \rightarrow Ham sô cấp: Diên tại qua 1 công thc

VD: $y = (\sin^2(x) - \ln(\operatorname{tg}x+2))/(e^{\cos x} - 1)$: sô cấp \rightarrow Ltuic, ãham ...

VD: $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$: 2 công thc \rightarrow Không sô cấp : không ãham!

HẠM NGŨỒI

Hàm số $y = f(x): X \rightarrow Y$ thỏa chất:
 $\forall y \in Y, \exists! x \in X$ sao cho $y = f(x) \Rightarrow f$:
song ánh (tông ồng một-một)



f -song ánh \Leftrightarrow Phương trình $f(x) = y$ (*) có nghiệm x duy nhất

$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y) \quad \forall y \in Y$: biểu thức hàm ngược: $f^{-1}: Y \rightarrow X$

Tìm hàm ngược: Giải (*) (ẩn x) \Rightarrow Biểu thức hàm ngược $x = f^{-1}(y)$

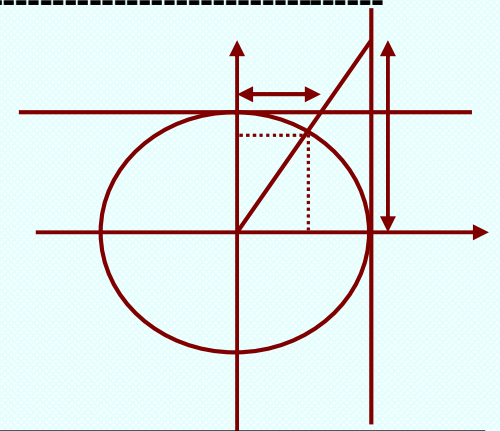
VD: $y = f(x) = 2x + 1 \Rightarrow f^{-1} = ?$ Chú ý Cần thay chọn X & Y

VD: Tìm miền xác định và miền giá trị nếu trên nếu hàm số sau có hàm ngược và xác ra hàm ngược nếu $y = x^2 + 1$

HAM LÖÔNG GIAIC NGÖÖIC

$$y = \sin x: \text{ song ainh: } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow [-1, 1]$$

$$\text{Ham ngööic } y = \arcsin x: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$



$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], y \in [-1, 1]: \text{ Giaú ptr } \sin x = y \Leftrightarrow \text{Nghieäm } x = \arcsin y$$

$$y = \arcsin x: D = [-1, 1], \text{ MGT } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \& \sin^{-1} \alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha = \sin \beta$$

VD: $\alpha = \arcsin(1/2) = \sin^{-1}(1/2)$: Dung phím \sin^{-1} trên MTBT

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \& (\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \& \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

Ham arccos, arctg, arccotg: Toán 1, NCK, trang 21 – 23

$$y = \cos x \text{ song ánh: } [0, \pi] \rightarrow [-1, 1] \Rightarrow y = \arccos x: [-1, 1] \dots$$

$$y = \arccos x = \cos^{-1} x \Rightarrow \begin{cases} x \in [-1, 1], y \in [0, \pi] \\ x = \cos y \end{cases} \& (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \operatorname{tg} x : \text{song ánh} : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R \Rightarrow y = \operatorname{arctg} x : R \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y = \operatorname{cotg} x : \text{song ánh} : [0, \pi] \rightarrow R \Rightarrow y = \operatorname{arccotg} x : R \rightarrow [0, \pi]$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2} \& (\operatorname{arctg} u)' = \frac{u'}{1+u^2} \& \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$(\operatorname{arccotg} x)' = -1/(1+x^2)$$

HÀM HYPERBOLIC (Toán 1, NCK, trang 23 – 24)

$$\sinh x = \operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \operatorname{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}. \quad D = \mathbb{R}$$

MTBT: Bảng hyp + sin, hyp + cos. VD: Tính $\operatorname{sh}(0)$, $\operatorname{ch}(0)$

VD: Chứng minh: a/ $\operatorname{ch}(x) > 0 \quad \forall x$ (Thật ra $\operatorname{ch}(x) \geq 1 \quad \forall x$)

b/ $\operatorname{sh} x < \operatorname{ch}x \quad \forall x$ c/ $\operatorname{ch}(x)$: hàm chẵn, $\operatorname{sh}(x)$: hàm lẻ

VD: Giải phương trình: $\operatorname{sh}(x) = 1 \quad \Leftrightarrow e^x - e^{-x} = 2 \Leftrightarrow x = \ln(1 + \sqrt{2})$

VD: Chứng minh $\operatorname{ch}^2x - \operatorname{sh}^2x = 1 \quad \forall x$ (So sánh: $\cos^2x + \sin^2x = 1$)

Công thức hàm hyperbolic: Nhớ công thức lượng giác & nhớ dấu riêng với thừa số tích chẵn 2 sin (hoặc thay $\cos x \rightarrow \operatorname{ch}x$, $\sin x \rightarrow \operatorname{ish}x$ (i: số ảo, $i^2 = -1$)!

BẢNG CÔNG THỨC HÀM HYPERBOLIC

Công thức lượng giác	Công thức Hyperbolic
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$
$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$	$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y$
$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$	$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} y \operatorname{ch} x$
$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$	$\operatorname{ch}(2x) = 2 \operatorname{ch}^2 x - 1 = 1 + 2 \operatorname{sh}^2 x$
$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$	$\operatorname{sh}(2x) = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x$
$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$	$\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{ch} \frac{x+y}{2} \operatorname{ch} \frac{x-y}{2}$
$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$	$\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{sh} \frac{x+y}{2} \operatorname{sh} \frac{x-y}{2}$

Nham: $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$, $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$. NN: $\operatorname{th} x = \operatorname{sh} x / \operatorname{ch} x$; $\operatorname{cth} x = 1 / \operatorname{th} x$

ÁP DỤNG HÀM MŨ LOG: PHÂN RÃ PHONG XAI

Tốc độ phân rã của vật liệu phóng xạ tỷ lệ thuận với khối lượng hiện có. Hãy tìm quy luật phân rã của vật liệu này?

Giải: Gọi $R(t)$ – khối lượng vật thời điểm $t \Rightarrow$ tốc độ phân rã $R'(t) = dR/dt < 0$ (vì R giảm). Theo quan sát:

$$\frac{dR}{dt} = -kR \quad (k : \text{hằng số tỷ lệ} > 0) \Rightarrow \int \frac{dR}{R} = -\int k dt \Rightarrow R(t) = R_0 e^{-kt}$$

Carbon C – 14: Chu kỳ bán phân rã 5730 năm \Rightarrow Tìm $R(t)$?

Giải: T – chu kỳ bán phân rã \Rightarrow Khối lượng: $R_0/2$ tại thời điểm T :

$$\frac{R_0}{2} = R_0 e^{-kT} \Rightarrow kT = \ln 2 \Rightarrow k = \frac{\ln 2}{T} \quad T = 5730 \Rightarrow R(t) = R_0 e^{-0.000121t}$$

TẤM VẢI LIÊM THANH TURIN

Năm 1356, các nhà khoa học phát hiện tại thành Turin (Ý) tấm vải chôn cất của một người đàn ông nhìn giống Chúa Jesus → Truyền thuyết: Tấm vải liêm thanh Turin. Năm 1988, Tòa thành Vatican cho phép Viện Bảo tàng Anh xác định niên đại tấm vải bằng phương pháp đồng vị phóng xạ C - 14 → Số vải chôn cất 92% - 93% đồng vị C - 14 ban đầu. Kết luận?

Giải: Tổng công thức trước:
$$\frac{R(t)}{R_0} = e^{-0.000121t} \Rightarrow t = -\frac{1}{0.000121} \ln\left(\frac{R(t)}{R_0}\right)$$

$R/R_0: 0.92 \rightarrow 0.93 \Rightarrow t_1 = \dots \ln(0.92) \approx 689$ & $t_2 = \dots \ln(0.93) \approx 600$

Thời điểm: 1988 ⇒ Tuổi tấm vải khi nó 600 - 688 ⇒ Kết luận?