

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trào i tr c tuy n t i:

http://www.mientayvn.com/chat_box_toan.html

BOÄMÔN TOÄN ÖNG DÜNG - ÑHBK

TOÄN 1

GIAÛ TÍCH HÀM MỘT BIẾN

- BÀI 6: KHAI TRIỂN TAYLOR

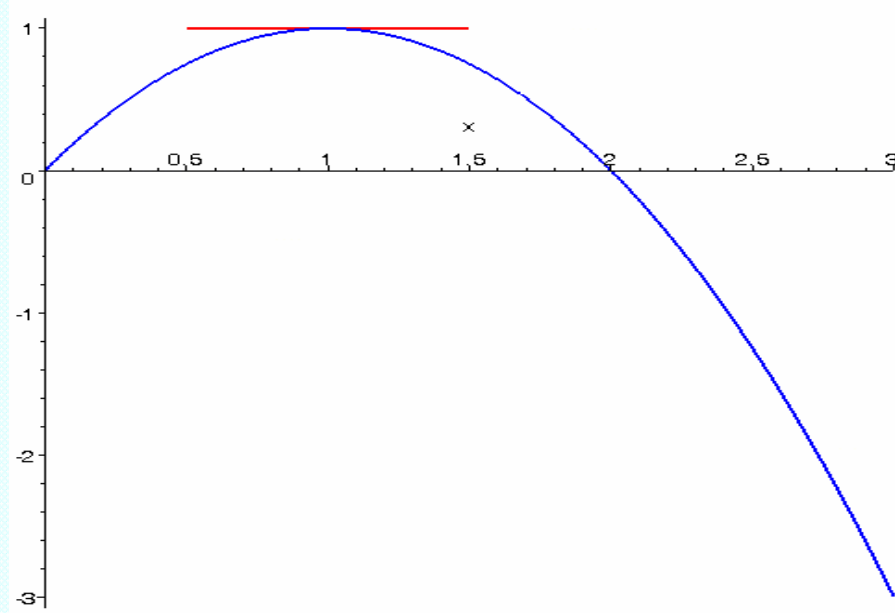
- TS. NGUYỄN QUỐC LÂN (12/2007)

CAI C NINH LYU TRUNG BINH

Coc tro tai x_0 : $\exists \varepsilon > 0 : \forall x \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon) \Rightarrow f(x) \leq f(x_0)$

Fermat: f ñait coc tro tai $x_0 \in (a,b)$ & khai vi tai $x_0 \Rightarrow f'(x_0) = 0$

Minh hoai hinh hoc:



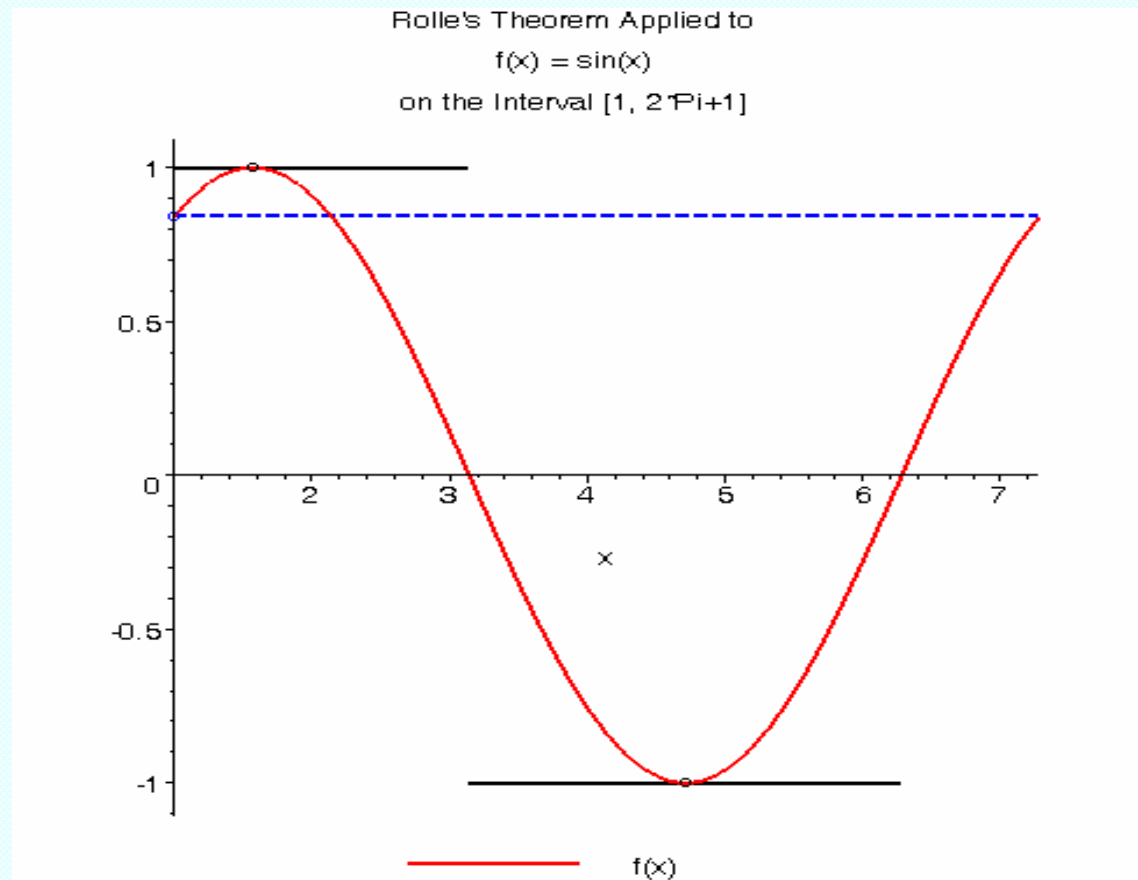
ĐIỀU KIỆN ROLLE

Hàm $f(x)$ liên tục trên $[a, b]$, khả vi trong (a, b) , $f(a) = f(b)$
 $\Rightarrow \exists x_0 \in (a, b): f'(x_0) = 0$

Minh họa hình học:

VD: Chứng minh phương trình $4ax^3 + 3bx^2 + 2cx - (a + b + c) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thực trong khoảng $(0, 1)$

Giải: Xét hàm phụ



ĐIỀU LƯỢNG (SỐ HỌC) LAGRANGE

Hàm $f(x)$ liên tục trên $[a,b]$, khả vi trong (a,b)

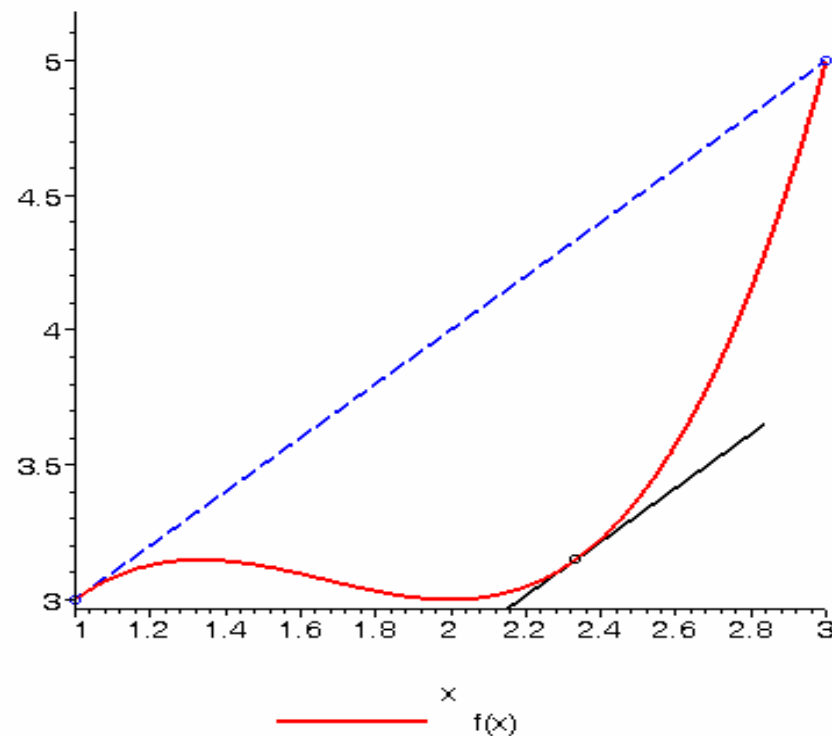
$$\Rightarrow \exists c \in (a, b): f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$$

Áp dụng: Khả vi
tính đạo hàm của hàm
 $y = f(x)$ bằng đạo hàm

VD: Chứng minh

$$|\arctan x - \arctan y| \leq |x - y|$$

The Mean Value Theorem Applied to
 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$
on the Interval $[1, 3]$



KHAI TRIỂN TAYLOR

Hàm $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 \Rightarrow f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Công thức Taylor: f có đạo hàm cấp $n+1$ trên (a,b) ; $x_0, x \in (a, b)$

$$f = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + ?$$

$$\Rightarrow f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}}_{R_n(x) : \text{Phần dư Lagrange}}, c \in (x_0, x)$$

CT Taylor (phần dư Peano): f có đạo hàm đến cấp n trên (a,b)

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + o((x - x_0)^n), x \rightarrow x_0$$

KHAI TRIỂN MAC – LAURINT

$x_0 = 0$: Khai triển Mac – Laurint (phổ biến)

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!}x^k + R_n(x)$$

Phần dõ Lagrange: $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}x^{n+1}$, $c = c(x) \in (0, x)$

Phần dõ Peano: $R_n(x) = o(x^{n+1})$, $x \rightarrow 0$

VD: Khai triển Mac – Laurint của hàm a/ e^x b/ $\cos x$

Kết quả

$$\left\{ \begin{array}{l} e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^{n+1}), x \rightarrow 0 \\ \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}), x \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

MINH HOẠ KHAI TRIỂN MAC - LAURINT

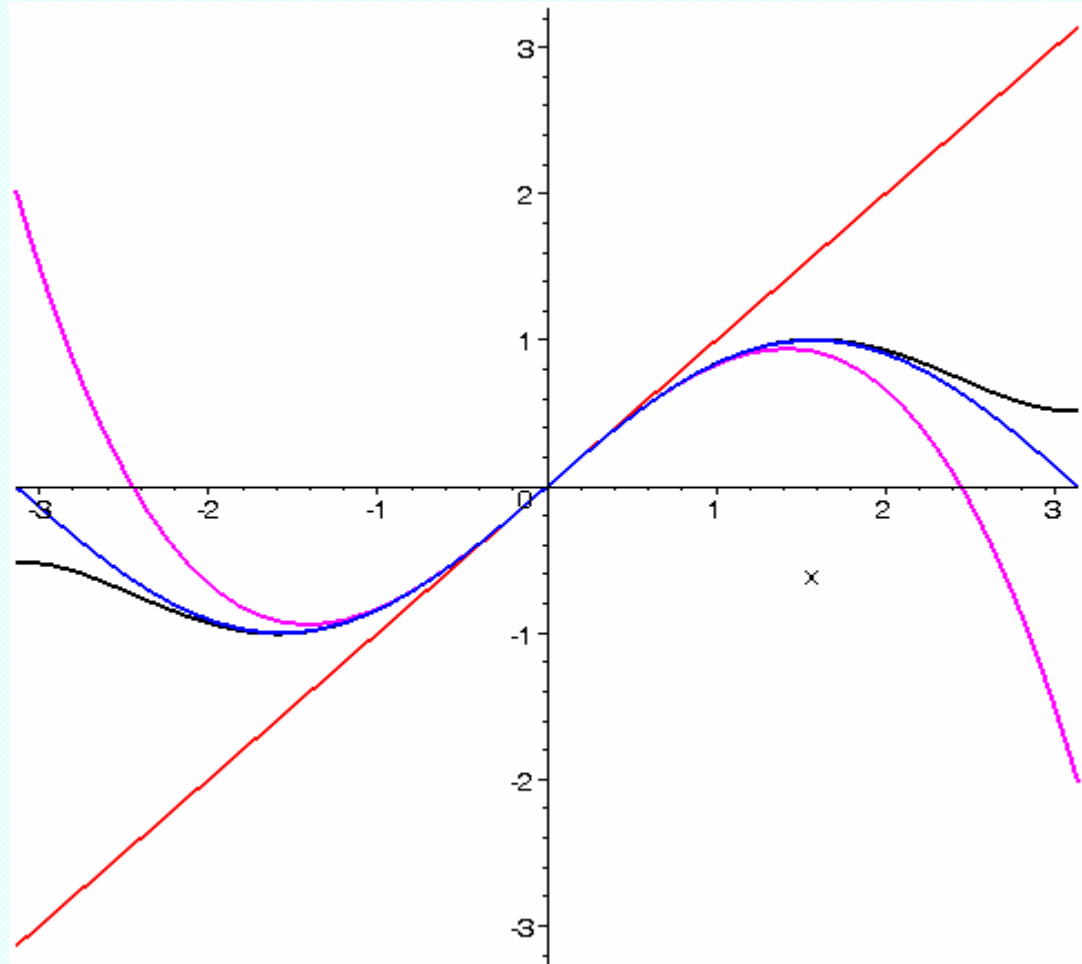
Minh hoạ hình hoặc khai triển Mac - Laurint hàm $f(x) = \sin x$

$$p_1(x) = x$$

$$p_2(x) = x - \frac{x^3}{6}$$

$$p_3(x) = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$$

Chú ý! Nó là đồ thị
thực sự của các
đạo hàm của nó là
đồ thị khai triển



KHAI TRIỂN MAC - LAURINT HÀM CƠ BẢN

Hàm lượng giác: $\sin x$, $\cos x$. Hàm $\operatorname{tg} x$ (chỉ đến cấp ba)

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}), x \rightarrow 0$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}), x \rightarrow 0$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^4), x \rightarrow 0$$

Khai triển e^x : tách mũ chẵn, lẻ & ñan dấu. \cos chẵn \rightarrow mũ chẵn;
 \sin lẻ \rightarrow mũ lẻ tg lẻ \rightarrow mũ lẻ K0 ñan dấu \rightarrow $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$