Hàm mật độ xác suất đồng thời

Trường hợp liên tục Hàm mật độ xác suất đồng thời của X và Y là một hàm số $f(x, y)$ thỏa mãn điều kiện sau: với mọi miền $C = A \times B \in \mathbb{R}^2$

$$P[X \in A, Y \in B] = \int_B \int_A f(x, y) dxdy.$$

Hàm mật độ xác suất lề của X và Y thỏa mãn:

$$P(X \in A) = \int_A f_X(x) dx \quad \text{với} \quad f_X(x) = \int_B f(x, y) dy$$

$$P(Y \in B) = \int_B f_Y(y) dy \quad \text{với} \quad f_Y(y) = \int_A f(x, y) dx$$

Hàm mật độ xác suất đồng thời

Example

Hàm mật độ xác suất đồng thời của X và Y được cho bởi

$$f(x,y) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-2y} & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ 0 & \text{nơi khác} \end{cases}.$$

Tính

a) $P(X > 1, Y < 1)$.

b) $P(X < Y)$.

c) $P(X < a)$.

Hai biến ngẫu nhiên độc lập nhau

Hai biến ngẫu nhiên X và Y được gọi là độc lập nhau nếu:

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B) \ .$$

Hai biến ngẫu nhiên độc lập nhau

Hai biến ngẫu nhiên X và Y được gọi là độc lập nhau nếu:

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)\ .$$

Hệ quả: X và Y độc lập nhau nếu:

$$F(x, y) = F_X(x)F_Y(y) \quad \forall (x, y)\ .$$

hoặc

$$f(x, y) = f_X(x)f_Y(y) \quad \forall (x, y)\ .$$

Hai biến ngẫu nhiên độc lập nhau

Example

Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) được cho như sau.

		Y		
		0	1	2
	0	0.1	0.2	0.1
X	1	0.1	0.2	0.1
	2	0.1	0.1	0.0

Hỏi X và Y có độc lập nhau hay không?

Chương 2: Biến ngẫu nhiên và kỳ vọng

Định nghĩa

Kỳ vọng (Expectation) của biến ngẫu nhiên X được định nghĩa là:

Trường hợp rời rạc:

$$E(X) = \sum_{i} x_i f(x_i) \ .$$

Trường hợp liên tục:

$$E(X) = \int_{D} x f(x) dx \ .$$

Định nghĩa

Example

Tính kỳ vọng số nút nhận được khi tung xúc sắc.

Định nghĩa

Example

Tính kỳ vọng số nút nhận được khi tung xúc sắc.

Example

Thời gian (giờ) để nhận được tin nhắn là một biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1,5} & 0 < x < 1,5 \\ 0 & \text{nơi khác.} \end{cases}$$

Tính kỳ vọng (trung bình) thời gian chờ đợi để nhận được tin nhắn.

Định nghĩa

Example

Cho I là biến ngẫu nhiên chỉ định của biến cố A, nghĩa là:

$$I = \begin{cases} 1 & \text{nếu A xảy ra} \\ 0 & \text{nếu A không xảy ra} \end{cases}$$

Giả sử xác suất để biến cố A xảy ra là p. Tính kỳ vọng của biến ngẫu nhiên I.