

[www.mientayvn.com](http://www.mientayvn.com)

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

[www.mientayvn.com/chat\\_box\\_toan.html](http://www.mientayvn.com/chat_box_toan.html)

# Xác suất thống kê

## Chương 2: Biến ngẫu nhiên và kỳ vọng

TS. Trần Vũ Đức

Bộ môn Toán, khoa KHCN, ĐH. Hoa Sen

Học kỳ 1, 2010-2011.

# Chương 2: Biến ngẫu nhiên và kỳ vọng

Biến ngẫu nhiên - Các dạng của biến ngẫu nhiên

Phân phối đồng thời của các biến ngẫu nhiên

Kỳ vọng

Phương sai

Hiệp phương sai và hệ số tương quan

Bất đẳng thức Chebyshev và luật số lớn

# Định nghĩa biến ngẫu nhiên

Một biến ngẫu nhiên (random variable), ký hiệu  $X$ , là một hàm số xác định trên không gian mẫu  $S$ , cho tương ứng mỗi phần tử  $e$  của tập  $S$  với 1 số thực  $x$ .

$$\begin{aligned} X : S &\rightarrow \mathbb{R} \\ e &\mapsto X(e) = x. \end{aligned}$$

# Định nghĩa biến ngẫu nhiên

## Example

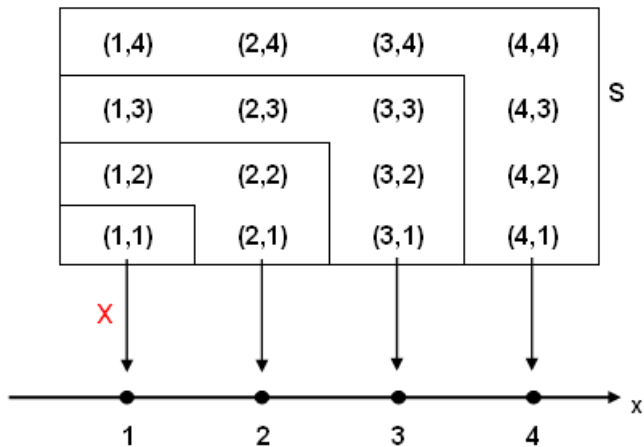
Xét một con xúc sắc 4 mặt có in các số 1, 2, 3, 4. Tung xúc sắc 2 lần, điểm có được của người chơi là số lớn nhất hiện ra sau 2 lần tung. Khi đó ta có thể xem số điểm có được là một biến ngẫu nhiên  $X$ :

$$X : S \rightarrow \mathbb{R}$$

$$e = (i, j) \mapsto X(e) = \max(i, j), \quad \text{với } i, j \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

Khi đó biến ngẫu nhiên  $X$  có tập giá trị là  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Tính  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X = 4)$ ?

# Định nghĩa biến ngẫu nhiên



# Định nghĩa biến ngẫu nhiên

## Example

Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 sản phẩm trong lô hàng. Mỗi sản phẩm có hai khả năng, hoặc là Hỏng, hoặc là còn Tốt. Ta có 4 khả năng sau: (H, H), (H, T), (T, H), (T, T) với các xác suất tương ứng là .09, .21, .21, .49. Gọi X là số sản phẩm tốt lấy được. Xác định các giá trị cùng các xác suất tương ứng của biến ngẫu nhiên X.

# Phân loại biến ngẫu nhiên

Biến ngẫu nhiên rời rạc (discrete random variable):

$$\begin{aligned} X : S &\rightarrow \mathbb{R} \\ e &\mapsto X(e) \in \{x_1, x_2, \dots\} \end{aligned}$$

Biến ngẫu nhiên liên tục (continuous random variable):

$$\begin{aligned} X : S &\rightarrow \mathbb{R} \\ e &\mapsto X(e) \in (a, b) \quad \text{hoặc} \quad [a, b] \end{aligned}$$

Ví dụ: tuổi thọ bóng đèn là một biến ngẫu nhiên liên tục.



# Hàm phân phối tích lũy (Cumulative Distribution Function - CDF)

hay còn gọi là hàm phân phối xác suất, của biến ngẫu nhiên  $X$  được định nghĩa bởi, với mọi số thực  $x$ ,

$$F(x) = P(X \leq x) .$$

## Example

Lấy lại ví dụ 2. Tính  $F(0)$ ,  $F(1)$ ,  $F(2)$ .

# Hàm phân phối tích lũy (Cumulative Distribution Function - CDF)

Hàm phân phối tích lũy cho phép ta tính

$P(a < X \leq b)$ :

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a).$$

Chứng minh: ...

# Hàm phân phối tích lũy (Cumulative Distribution Function - CDF)

Hàm phân phối tích lũy cho phép ta tính  $P(a < X \leq b)$ :

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a).$$

Chứng minh: ...

## Example

Giả sử biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm phân phối xác suất là:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x^2} & x > 0 \end{cases}$$

Tính  $P(X > 1)$ .