

www.mientayvn.com

Dịch tiếng anh chuyên ngành khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Dịch các bài giảng trong chương trình học liệu mở của học viện MIT, Yale.

Tìm và dịch tài liệu phục vụ cho sinh viên làm seminar, luận văn.

Tại sao mọi thứ đều miễn phí và chuyên nghiệp ???

Trao i tr c tuy n t i:

www.mientayvn.com/chat_box_toan.html

PHẦN 1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP 1

Phương trình vi phân có biến số phân ly

1. $y' \cos 2y - \sin y = 0$
2. $y' = \sin y + \cos y$
3. $x(1-y)y' = -2y$
4. $\frac{dy}{dx} = e^y + 1$
5. $x(1+y^2)dx + y(1+x^2)dy = 0$
6. $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$
7. $y' = \frac{x}{(1+x^2)+\sqrt{1+x^2}}$
8. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)(x^2+1)}$
9. $y' = \frac{x}{x^3-1}$
10. $y' = y^3+1$
11. $y' = -y^2-2xy-x^2$
12. $y' = (4x+y-1)^2$
13. $y' = e^{x+y} - 1$
14. $y' = \frac{1}{x+y-1}$
15. $y' = \sqrt{4x+2y-1}$
16. $(y^2+xy^2)dx + (x^2-yx^2)dy = 0$
17. $2y\sqrt{y-y^2}dx - (1+x^2)dy = 0$
18. $y' = \sqrt{x^2+y} - 2x$
19. $xydx + (x+1)dy = 0$
20. $\sqrt{y^2+1}dx = xydy$
21. $(1+y^2)(e^{2x}dx - e^y dy) - (1+y)dy = 0$
22. $y' = \frac{\cos y - \sin y - 1}{\cos x - \sin x + 1}$
23. $y' = x^2 + 2xy - 1 + y^2$
24. $y' = \frac{1}{x-y} + 1$
25. $y' = 1 + \frac{1}{y^2}$

$$26. (xy^2 - y^2 + x - 1)dx + (x^2y - 2xy + x^2 + 2y - 2x + 2)dy = 0$$

$$27. y' + 1 = \frac{(x+y)^m}{(x+y)^n + (x+y)^p} \quad \text{Đặt } z = x + y.$$

$$28. a(xy' + 2y) = xyy' \quad (\text{biến đổi về } x(a-y)y' = -2ay)$$

$$29. y' = y^2 - \frac{2}{x^2} \quad (\text{Đặt } z = xy)$$

$$30. \text{Giải phương trình vi phân } (y'^2 - 1)x^2y^2 + y'(x^4 - y^4) = 0 \quad (\text{coi là phương trình cấp 2 đối với } y')$$

Phương trình vi phân thuần nhất

1. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}dx$
2. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$
3. $xy' = y \cos\left(\ln \frac{y}{x}\right)$
4. $ax^2 + 2bxy + cy^2 + y'(bx^2 + 2cxy + f y^2) = 0$

5. $x^2 y'^2 - 3xyy' + 2y^2 = 0$

6. $(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$

7. $(xy' + y)^2 = y^2 y'$

8. $xyy' + x^2 - 2y^2 = 0$

9. $(3x^2 + y^2)y + (y^2 - x^2)xy' = 0$

10. $xy' = y(1 + \ln y - \ln x)$, $y(1) = e$

11. $y^2 + x^2 y' = xyy'$

12. $xy' = y(1 + \ln y - \ln x)$ thỏa mãn $y(1) = e$

13. $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$ thỏa mãn $y(1) = \frac{\pi}{2}$

14. $x^2 y' + y^2 = xyy'$

15. $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right)dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$

16. $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$

17. $(x + y - 2)dx + (x - y + 4)dy = 0$

Phương trình vi phân tuyến tính

1. $xy' - y = x^2 \arctg x$

2. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$

3. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

4. $x(1 + x^2)y' - (x^2 - 1)y + 2x = 0$

5. $y' \sin x - y = 1 - \cos x$

6. $(\sin^2 y + x \cot y)y' = 1$ x - hàm, y - biến

7. $y' + tgy = \frac{x}{\cos y}$ Đặt $z = \sin y$

8. $(2e^y - x)y' = 1$ x - hàm, y - biến

9. $(1 - 2xy)y' = y(y - 1)$ x - hàm, y - biến

10. $y' + xy = x^3$

18. $(2x - 2y - 1)dx + (x - y + 1)dy = 0$

19. $x(x + 2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$

20. $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$

21. $(x^2 + y^2)dy + xydx = 0$

22. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$

23. $\frac{dx}{y + x} = \frac{dy}{y - x}$

24. $\frac{dx}{2x^2 - 2xy + 2y^2} = \frac{dy}{y^2 - 4xy}$

25. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$

26. $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$

27. $(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$

28. $(x - y - 1) + (y - x + 2)y' = 0$

29. $(y + 2)dx + (2x + y - 4)dy = 0$

30. $y' = \frac{2x + y}{x}$

31. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$

$$11. \begin{cases} y' - \frac{2}{x}y = \frac{3}{x^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

$$12. y' + \frac{1}{2x - y^2} = 0 \text{ (coi } x \text{ là hàm của } y)$$

$$13. ye^y = y'(y^3 + 2xe^y), \text{ với } y(0) = -1 \text{ (coi } x \text{ là hàm của } y)$$

$$14. (x^2 - y)dx + xdy = 0$$

$$15. \text{Giải phương trình vi phân } 2xy' + y = \frac{1}{1 - x}$$

$$16. 2x(1 + x)y' - (3x + 4)y + 2x\sqrt{1 + x} = 0$$

$$17. xy' - y = x^2 \sin x$$

$$18. \text{Tìm nghiệm riêng của phương trình } y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} y \text{ thỏa mãn điều kiện } y(0) = 0.$$

$$19. \text{Tìm nghiệm riêng của phương trình } y' \sqrt{1 - x^2} + y = \arcsin x \text{ thỏa mãn điều kiện } y(0) = 0.$$

$$20. xy' + y = y^2 \ln x$$

$$21. 3y^2 y' - ay^3 = x + 1$$

$$22. (xy + x^2 y^3) y' = 1 \quad x - \text{hàm, } y - \text{biến}$$

$$23. y' x^3 \sin y = x' y - 2y \quad x - \text{hàm, } y - \text{biến}$$

$$24. (x^2 + y^2 + 1) dx + xy dy = 0$$

$$25. (x^2 - 1) y' \sin y + 2x \cos y = 2x - 2x^3 \quad \text{Đặt } z = \cos y$$

$$26. x(e^y - y') = 2 \quad \text{Đặt } z = e^y$$

$$27. y' - 1 = e^{x+2y}$$

$$28. (x^2 + y^2 + 2x - 2y) dx + 2(y - 1) dy = 0 \quad \text{Đặt } z = y - 1$$

$$29. x^2 y' = y(x + y) \text{ (biến đổi về dạng } y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^2}y^2)$$

$$30. \text{Tìm nghiệm của phương trình vi phân } ydx + 2xdy = \frac{2y\sqrt{x}}{\cos^2 y} dy \text{ thỏa mãn điều kiện } y(0) = \pi.$$

$$31. (x+1)(y'+y^2)=-y$$

$$32. xydy=(y^2+x)dx$$

$$33. (y+\sqrt{xy})dx=xdy$$

$$34. xy'-2x^2\sqrt{y}=4y$$

$$35. 2x^2y'=y^2(2xy'-y) \text{ (coi } x=x(y))$$

$$36. xyy'-y^2=x^\alpha \text{ (}\alpha \text{ là tham số)}$$

$$37. y'+2y=x^2$$

$$38. (x+1)y'+y=x$$

$$39. x^2y'-xy=y^2$$

$$40. x^3y'-2x^2y+2y^2=0$$

$$41. y'-\frac{y}{x}=\frac{x}{y}$$

$$42. y'\cos^2x+y=\tan x$$

$$43. y'+\frac{2}{x}y=\frac{2}{\cos^2x}\sqrt{y}$$

$$44. y'-\frac{2}{x}y=\frac{3}{x^2} \text{ thỏa mãn } y(1)=1$$

$$45. y'+\frac{y}{x+1}+y^2=0$$

$$46. y'-\frac{y}{x}=\frac{1}{y}$$

$$47. 2xy'+y=\frac{1}{1-x}$$

$$48. xyy'-y^2=x^3$$

$$49. xyy'-y^2=x^4$$

$$50. y'-\frac{y}{x}=\frac{y^2}{x^2}$$

Phương trình vi phân toàn phân

$$1. \left(\frac{1}{y}\sin\frac{x}{y}-\frac{y}{x^2}\cos\frac{y}{x}+1\right)dx+\left(\frac{1}{x}\cos\frac{y}{x}-\frac{x}{y^2}\sin\frac{x}{y}+\frac{1}{y^2}\right)dy=0.$$

$$2. \left(x+e^{\frac{x}{y}}\right)dx+e^{\frac{x}{y}}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy=0.$$

$$3. 2x(1+\sqrt{x^2-y})dx-\sqrt{x^2-y}dy=0.$$

$$4. (x^2+y^2)(xdy-ydx)=(a+x)x^4dx.$$

$$5. (x\cos y-y\sin y)dy+(x\sin y+y\cos y)dx=0.$$

$$6. (x^4\ln x-2xy^3)dx+3x^2y^2dy=0.$$

$$7. y^2dx+(2xy+3)dy=0$$

$$8. e^x(2+2x-y^2)dx-2e^xydy=0$$

$$9. (y^2+1)^{3/2}dx+(y^2+3xy\sqrt{1+y^2})dy=0$$

$$10. (y\cos^2x-\sin x)dy=y\cos x(y\sin x+1)dx$$

$$11. (2x+3x^2y)dx=(3y^2-x^3)dy$$

$$12. \left(\frac{x}{\sin y} + 2 \right) dx - \frac{(x^2 + 1)\cos y}{2 \sin^2 y} = 0$$

$$13. (y + e^x \sin y)dx + (x + e^x \cos y)dy = 0$$

$$14. (x + \sin y)dx + (x \cos x + \sin y)dy = 0$$

$$15. 3x^2(1 + \ln y)dx = \left(2y - \frac{x^3}{y} \right) dy$$

$$16. (2xy + 3)dx + x^2 dy = 0$$

$$17. 2xe^y dx - e^y (2 + 2y - x^2) dy = 0$$

$$18. \left(x^2 + 3xy\sqrt{1+x^2} \right) dx + (x^2 + 1)^{3/2} dy = 0$$

$$19. (3x^2 - y^3)dx = (2y + 3xy^2) dy$$

$$20. \left(\frac{y}{\sin x} + 2 \right) dy - \frac{(y^2 + 1)\cos x}{2 \sin^2 x} dx = 0$$

$$21. (x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$$

$$22. \left(2x - \frac{y^3}{x} \right) dx = 3y^2 (1 + \ln x) dy$$

$$23. (1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$$

$$24. \left(\frac{2}{x^2} + 2x \sin 2y + \frac{y}{x} \right) dx + (2x^2 \cos 2y + \ln x) dy = 0$$

$$25. (\sin y - x \cos^2 y)dx + x \cos y(x \sin y + 1)dy = 0$$

$$26. (2xy + e^y \cos x)dx + (x^2 + e^y \sin x)dy = 0$$

$$27. (y \cos x + 2x^2 \sin x)dx + (y^2 + \sin x)dy = 0$$

$$28. 3x^2(x + \ln y)dx = \left(2y^2 - \frac{x^3}{y} \right) dy$$

$$29. (2y^2 \cos 2x + \ln y)dx + \left(\frac{2}{y^2} + 2y \sin 2x + \frac{x}{y} \right) dy = 0$$

$$30. e^{y/x} \left(\frac{y}{x} - 1 \right) dx = \left(y + e^{y/x} \right) dy$$

Phương trình $F(x, y')=0$, $F(y, y') = 0$, $F(x,y,y')=0$, Phương trình Lagrange- Klero

$$1. x'y^3 = 1 + y'.$$

$$2. y = e^{y'}.y'^2.$$

3. $y'^2 x = e^{\frac{1}{y}}$.
4. $y = y'(1 + y' \cos y')$.
5. $y = 2xy' + \sin y'$.
6. $y = \frac{3}{2}xy' + e^{y'}$.
7. $y = 2y'x + y^2 y'^3$ (Nhân hai vế với y , Đặt $z = y^2$).
8. $x = \frac{y}{y'} + \frac{1}{y'^2}$ (x – hàm, y – biến).
9. $xy' - y = \ln y'$.
10. $2y'^2(y - xy') = 1$.

PHẦN 2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP CAO

Phương trình vi phân tuyến tính

1. $x^2 y'' - 2y = x^3 \cos x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x^2$
2. Giải phương trình vi phân: $x^2(x+1)y'' = 2y$ biết một nghiệm $y_1 = 1 + \frac{1}{x}$
3. Giải phương trình vi phân $(x^2 + 1)y'' - 2y = 0$ nếu biết một nghiệm của nó có dạng đa thức.
4. Giải phương trình vi phân $(2x+1)y'' + (2x-1)y' - 2y = x^2 + x$ biết nó có hai nghiệm riêng $y_1 = \frac{x^2 + 4x - 1}{2}$ $y_2 = \frac{x^2 + 1}{2}$
5. Xác định hằng số α sao cho $y = e^{\alpha x^2}$ là nghiệm riêng của phương trình vi phân $y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0$. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình.
6. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $(3x^2 + 1)xy'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$ biết rằng nó có hai nghiệm riêng $y_1 = 2x$, $y_2 = (x+1)^2$
7. Giải phương trình $xy'' + 2y' + xy = \cot x$ biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng $y_1 = \frac{\sin x}{x}$

8. $(x^2 + 1)y'' - 2y = 0$ nếu biết một nghiệm của nó có dạng đa thức.
9. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = 4x^3$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
10. Giải phương trình $xy'' - y' = x^2$
11. Giải phương trình $x^2y'' - 2xy' + 2y = 2x^3$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
12. Giải phương trình $y'' + \frac{x}{1-x}y' - \frac{1}{1-x}y = x - 1$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = e^x$
13. Giải phương trình $x^2(\ln x - 1)y'' - xy' + y = 0$, biết một nghiệm riêng có dạng $y = x^\alpha$, α là hằng số.
14. Tìm nghiệm riêng của phương trình $(2x - x^2)y'' + (x^2 - 2)y' + 2(1 - x)y = 0$ thỏa mãn $y(1) = 0, y'(1) = 1$, biết một nghiệm riêng của nó là $y = e^x$
15. Giải phương trình $(2x - x^2)y'' + 2(x - 1)y' - 2y = -2$, biết nó có hai nghiệm riêng là $y_1 = 1, y_2 = x$
16. Giải phương trình $y'' + \frac{2x}{x^2 + 1}y' = \frac{1}{x^2 + 1}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = 1$
17. Giải phương trình $(2x + 1)y'' + (4x - 2)y' - 8y = 0$, biết một nghiệm riêng có dạng $y = e^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$
18. Giải phương trình $xy'' - (x + 1)y' - 2(x - 1)y + x^2 = 0$, biết một nghiệm riêng của phương trình thuần nhất tương ứng có dạng $y = e^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$
19. Giải phương trình $(x^2 - 1)y'' - 6y = 0$ biết một nghiệm riêng có dạng đa thức.
20. Giải phương trình $y'' - \frac{1}{x}y' = x$
21. Giải phương trình $(x^2 + 1)y'' + 2xy' - 2y = 4x^2 + 2$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
22. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = 4x^3$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng có dạng đa thức.
23. Giải phương trình $(x^2 - 1)y'' + 4xy' + 2y = 6x$, biết nó có hai nghiệm riêng là $y_1 = x, y_2 = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$
24. Tìm nghiệm riêng của phương trình $y'' = -\frac{2x}{x^2 + 1}y' + \frac{2}{x^2 + 1}y$ thỏa mãn $y(3) = 22, y'(1005) = 2000$, biết một nghiệm riêng của nó là $y_1 = x$
25. Giải phương trình $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$, biết một nghiệm riêng có dạng đa thức.
26. Giải phương trình $y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0$, biết một nghiệm riêng có dạng $y_1 = e^{\alpha x^2}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

27. Giải phương trình $y'' + \frac{2}{x}y' + y = \frac{\cot x}{x}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = \frac{\sin x}{x}$
28. Giải phương trình $y'' - 4xy' + (4x^2 - 1)y = e^{x^2}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = e^{x^2} \sin x$
29. Giải phương trình $xy'' + 2y' - xy = e^x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = \frac{e^x}{x}$
30. Giải phương trình $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^2$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
31. Giải phương trình $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 \sin x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
32. Giải phương trình $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 \cos x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
33. Giải phương trình $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 \ln x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
34. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = x^3$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
35. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = -8x^2$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
36. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
37. Giải phương trình $x^2y'' - xy' + y = x \ln x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$
38. Giải phương trình $(1-x)y'' + xy' - y = x^2 - 2x + 1$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = e^x$
39. Giải phương trình $(1-x)y'' + xy' - y = 0$, biết một nghiệm riêng có dạng $y = e^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$
40. Tìm nghiệm riêng của phương trình $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$ thỏa mãn $y|_{x=2} = 1, y'|_{x=2} = -1$, biết một nghiệm riêng là $y_1 = x$
41. Tìm nghiệm riêng của phương trình $y'' = -\frac{2x}{x^2 + 1}y' + \frac{2}{x^2 + 1}y$ thỏa mãn $y|_{x=1} = 1, y'|_{x=1} = -1$, biết một nghiệm riêng là $y_1 = x$
42. Giải phương trình $(1+x^2)y'' + 2xy' - 2y = x$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$

43. Giải phương trình $y'' + \frac{2x}{1+x^2}y' - \frac{2}{1+x^2}y = \frac{1}{1+x^2}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$

44. Giải phương trình $(1+x^2)y'' + 2xy' - 2y = \frac{1}{x}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = x$

45. Giải phương trình $xy'' + 2y' - xy = 1$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = \frac{e^x}{x}$

46. Giải phương trình $y'' + \frac{2}{x}y' - y = \frac{e^{2x}}{x}$, biết một nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất tương ứng là $y_1 = \frac{e^x}{x}$

Phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng số

1. $y''' - 13y' - 12y = 0$.

7. $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x} + 2x^2$.

2. $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0$.

8. $y'' - y = 2\sin x - 4\cos x$.

3. $y^{(4)} + y = 0$.

9. $y''' - 2y' + 4y = e^{-x} \cos x$.

4. $y^{(4)} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0$.

10. $y'' + n^2y = \sin^3 nx$.

5. $y^{(7)} + 3y^{(6)} + 3y^{(5)} + y^{(4)} = 0$.

11. $y'' + y = \sin x \sin 2x$.

6. $y'' + y = 4e^x$.

12. $x^2y'' - xy' + 2y = x \ln x \quad t = \ln x$.

13. $(2x+1)^2y'' - 4(2x+1)y' + 8y = -8x - 4 \quad t = \ln(2x+1)$.

14. $y'' + \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = 2\sin(\ln x) \quad t = \ln x$.

15. $(1+x)^2y'' + (1+x)y' + y = 4\cos \ln(1+x) \quad t = \ln(1+x)$.

16. $y'' + 9y = \ln \left| 2 \sin \frac{x}{2} \right|$

17. Dùng phép biến đổi hàm $y = \frac{z}{x^2}$ để giải phương trình vi phân: $x^2y'' + 4xy' + (x^2 + 2)y = e^x$.

18. $y'' + y' = e^{-x}(\sin x - \cos x)$ (Đặt $y = e^{-x}z$)

19. Giải phương trình $y'' - (2e^x + 1)y' + e^{2x}y = e^{3x}$ bằng đổi biến $t = e^x$

20. $y'' \cos x + y' \sin x - y \cos^3 x = 0$ đặt $t = \sin x$

21. Giải phương trình vi phân $xy'' + 2y' - xy = e^x$ bằng phép đổi hàm $z = xy$.

22. $y'' + y' \tan x - y \cos^2 x = 0$ dùng $t = \sin x$

23. Giải phương trình vi phân $xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = e^{-x}$ bằng phép đổi hàm $z=xy$

24. $x^2 y'' + 2xy' + \frac{y}{x^2} = 0$ bằng phép biến đổi $x = 1/t$

25. $x^2 y'' + xy' + y = x$ (biến đổi $x = e^t$)

26. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$ (biến đổi $x = e^t$)

27. $y'' + 4y' + 4y = 1 + e^{-2x} \ln x$

28. $y'' + y' = xe^{-x}$

29. $y'' - 2y' - 3y = xe^{4x} + x^2$

30. $y'' - 2y' + 5y = x \sin 3x$

31. $y'' + y' = x + e^{-x}$

32. $y'' - 2y' + 2y = x(e^x + 1)$

33. $2y'' + 5y' = 29x \sin x$

34. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$

35. $y'' - 4y = (2 - 4x)e^{2x}$

36. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x} + \cos x$

37. $y'' - 2y' + y = 1 + \frac{e^x}{x}$

38. $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} + \cos x$

39. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$

40. $y'' - 3y' + 2y = 2e^{2x} - 5 + e^x \cos \frac{x}{2}$

41. $y'' + 2y' + y = \sin x + \frac{e^{-x}}{x}$

42. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$

43. $y'' + y = xe^x + 2e^{-x}$

44. $y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x$

45. $y'' - 2y' = 2 \cos^2 x$

46. $y'' + y = \sin x + \cos 2x$

47. $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x} + 2x^2$

48. $y'' - y = 2 \sin x - 4 \cos x$

49. $y'' + n^2 y = \sin^3 nx$.

50. $y'' + y = \sin x \sin 2x$

51. $x^2 y'' - xy' + 2y = x \ln x$

52. $(2x+1)^2 y'' - 4(2x+1)y' + 8y = -8x - 4$

53. $y'' + \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = 2 \sin(\ln x)$

54. $(1+x)^2 y'' + (1+x)y' + y = 4 \cos \ln(1+x)$

55. $x^2 y'' + 4xy' + (x^2 + 2)y = e^x$

56. $x^2 y'' + xy' - 4y = x^2 \ln x$

57. $y'' + y' = e^{-x} (\sin x - \cos x)$

58. $y'' - (2e^x + 1)y' + e^{2x}y = e^{3x}$

59. $y'' + y' = x + e^{-x}$

60. $y'' - 2y' + 2y = x(e^x + 1)$

61. $y'' \cos x + y' \sin x - y \cos^3 x = 0$

62. $2y'' + 5y' = 29x \sin x$

63. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$

64. $y'' - 4y = (2 - 4x)e^{2x}$

65. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x} + \cos x$

66. $xy'' + 2y' - xy = e^x$

67. $y'' + y' \operatorname{tg} x - y \cos^2 x = 0$

68. $y'' - 2y' + 5y = x \sin 3x$

69. $xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = e^{-x}$

70. $y'' - 2y' - 3y = xe^{4x} + x^2$

71. $y'' - 2y' + y = 1 + \frac{e^x}{x}$

72. $x^2 y'' + xy' + y = x$

73. $y'' + y' = xe^{-x}$

74. $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} + \cos x$

75. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$

76. $y'' + 4y' + 4y = 1 + e^{-2x} \ln x$

77. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$

96. Tìm nghiệm riêng của phương trình $y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x$ thỏa mãn $y(0) = 1, y'(0) = 2$

97. Tìm nghiệm riêng của phương trình $y'' + y = x \cos x$ thỏa mãn $y(0) = 0, y'(0) = \frac{3}{4}$

Phương trình vi phân cấp cao chưa giải ra đối với đạo hàm

98. $y''^2 + x^2 = 1$ Đặt $y''' = \cos \varphi ; x = \sin \varphi$.

99. Tìm nghiệm của phương trình: $y''^2 = 4(y' - 1)$ thỏa mãn các điều kiện ban đầu:

a) $y = 0, y' = 2$ khi $x = 0$.

b) $y = 0, y' = 1$ khi $x = 0$.

100. $(1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$

101. $y'(1 + y'^2) = ay''$.

102. $y'''(1 + y'^2) - 3y'y''^2 = 0 \Rightarrow \frac{y'''}{y''} = \frac{3y'y''}{1 + y'^2}$

78. $y'' + 2y' + y = \sin x + \frac{e^{-x}}{x}$

79. $y'' + y = xe^x + 2e^{-x}$

80. $y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x$

81. $y'' - 2y' = 2 \cos^2 x$

82. $y'' + y = \sin x + \cos 2x$

83. $y'' + 4y = 4x \sin x + 5e^{2x}$

84. $y'' + y = \sin x + e^{2x}$

85. $y'' - y' = e^{2x} + e^x + x$

86. $y'' - 6y' + 8y = e^x + e^{2x}$

87. $y'' + 2y' + 2y = 2x - \sin x$

88. $y'' - 2y' + y = 1 + x + 2(3x^2 - 2)e^x$

89. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \cos^2 x$

90. $y'' - y = x \cos^2 x$

91. $y'' + y = 4x \sin x$

92. $y'' - 3y' + 2y = 3x + 5 \sin 2x$

93. $y'' - 4y' + 4y = \sin x \cos 2x$

94. $y'' - 6y' + 9y = 3x - 8e^x$

95. $y'' - 3y' = e^{3x} - 18x$

103. $yy'' - y'^2 = \frac{yy'}{\sqrt{1+x^2}}$ dạng thuần nhất,

đặt $y' = yz$.

104. $yy'' = y'^2$.

105. $yy''' = y'y''$.

$$106. \quad y'' - \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = 1$$

$$\Rightarrow d(y' - x) - d\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

$$107. \quad y''y + 2y^2y'^2 + y'^2 = \frac{2yy'}{x} \text{ chia hai vế}$$

cho yy' .

$$108. \quad y'' = y'e^y$$

$$109. \quad y''(1+y) = y'^2 + y' \text{ (Đặt } y' = p(y) \text{)}$$

$$110. \quad yy'' + y'^2 = 1 \text{ (Đặt } y' = p(y) \text{)}$$

$$111. \quad y'' = e^{2y} \text{ thỏa mãn } y(0) = y'(0) = 0$$

$$112. \quad 2xy'y'' = y'^2 - 1$$

$$113. \quad (x+1)y'' + x(y')^2 = y'$$

$$114. \quad y'' \cos y + (y')^2 \sin y = y'$$

$$115. \quad \sqrt{y}y'' = y'$$

$$116. \quad xy'' = y' + x^2 \text{ (Đặt } y' = p \text{)}$$

$$117. \quad y'^2 + yy'' = yy'$$

$$118. \quad xy'' = y' + x$$

$$119. \quad xy'' = 2yy' - y' \text{ (Đặt } z = xy' \text{)}$$

$$120. \quad \begin{cases} y'' = 2yy' \\ y(0) = 2; y'(0) = 0 \end{cases}$$

CHƯƠNG 3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

$$1. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 4y - x \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 4y - x \end{cases}$$

$$8. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + y - z \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y - z \\ \frac{dz}{dt} = x - y + 2z \end{cases}$$

$$6. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y - z \\ \frac{dy}{dt} = y - x + z \\ \frac{dz}{dt} = x - z \end{cases}$$

$$9. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2z \\ \frac{dy}{dt} = y + 2z \\ \frac{dz}{dt} = 2x + 2y + 2z \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} - 5x - 3y = 0 \\ \frac{dy}{dt} + 3x + y = 0 \end{cases}$$

$$7. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = x - y + z \end{cases}$$

$$10. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 12y - z \\ \frac{dy}{dt} = x - 3y - z \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = 4y - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = x + y + z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = -4x + 12y + 3z \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 3y - z \\ \frac{dz}{dt} = 3x - 2y + 2z \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 6y \\ \frac{dz}{dt} = z \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - y + 4z \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 11y - 12z \\ \frac{dz}{dt} = -2x + 2y + 2z \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + y - 2z \\ \frac{dz}{dt} = -2y \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 3z \\ \frac{dz}{dt} = 5z \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 9x + 4y - 11z \\ \frac{dy}{dt} = 18x + 11y - 27z \\ \frac{dz}{dt} = 13x + 7y - 18z \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + z \\ \frac{dy}{dt} = y + z \\ \frac{dz}{dt} = x + y \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y + 4z \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 4z \\ \frac{dz}{dt} = -x + y + 5z \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y - 6z \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \\ \frac{dz}{dt} = 2x + 2y - z \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 2y - 2z \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 6y \\ \frac{dz}{dt} = -2x + 4z \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 7x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 6y - 2z \\ \frac{dz}{dt} = -2y + 5z \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + y + z \\ \frac{dz}{dt} = 4x - 4y + 5z \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y + z \\ \frac{dz}{dt} = x + y + 3z \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y + 2z \\ \frac{dy}{dt} = x - 7y + 7z \\ \frac{dz}{dt} = x - 4y + 4z \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2y + z \\ \frac{dy}{dt} = -x + y + z \\ \frac{dz}{dt} = -4x - 4y + 5z \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y + 2z \\ \frac{dz}{dt} = 2y + z \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3,5x + 7y - 2,5z \\ \frac{dy}{dt} = -8x + 13y - 4z \\ \frac{dz}{dt} = -10,5x + 15y - 3,5z \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y + 8z \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 4y + 7z \\ \frac{dz}{dt} = 3z \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 2y + 4z \\ \frac{dy}{dt} = 6x - 2y - 13z \\ \frac{dz}{dt} = 3z \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y + 3z \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 2y + 3z \\ \frac{dz}{dt} = x - y + 2z \end{cases}$$

$$41. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -6x + 4y \\ \frac{dz}{dt} = -6x + 5y - 3z \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}z \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{5}{2}z \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = -x + 2y + z \\ \frac{dz}{dt} = x - y + 2z \end{cases}$$

$$42. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x \\ \frac{dz}{dt} = -8x + 5y - z \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z \\ \frac{dy}{dt} = -x + z \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}z \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y + z \\ \frac{dy}{dt} = -x + 2y + z \\ \frac{dz}{dt} = 2x - 2y + 2z \end{cases}$$

$$43. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 3y \\ \frac{dz}{dt} = 13x - 8y + 4z \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}z \\ \frac{dz}{dt} = 2x - 2y \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x \\ \frac{dz}{dt} = 7x - 5y + 4z \end{cases}$$

$$44. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 3y \\ \frac{dz}{dt} = 10x - 6y + 3z \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y - z \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y - z \\ \frac{dz}{dt} = 4x - 4y - 2z \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x \\ \frac{dz}{dt} = x - 3y + 3z \end{cases}$$

$$45. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 6x - 4y \\ \frac{dz}{dt} = -12x + 7y - 3z \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + y + 3z \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 2y + 3z \\ \frac{dz}{dt} = -x + y + 2z \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -6x + 4y \\ \frac{dz}{dt} = 12x - 7y + 3z \end{cases}$$

$$46. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x + 10y - 3z \\ \frac{dy}{dt} = -8x + 11y \\ \frac{dz}{dt} = -3x - 6y + 12z \end{cases}$$

