

Theo yêu cầu của khách hàng, trong một năm qua, chúng tôi đã dịch qua 16 môn học, 34 cuốn sách, 43 bài báo, 5 sổ tay (chưa tính các tài liệu từ năm 2010 trở về trước) Xem ở đây

**DỊCH VỤ
DỊCH
TIẾNG
ANH
CHUYÊN
NGÀNH
NHANH
NHẤT VÀ
CHÍNH
XÁC
NHẤT**

Chỉ sau một lần liên lạc, việc dịch được tiến hành

Giá cả: có thể giảm đến 10 nghìn/1 trang

Chất lượng: Tao dựng niềm tin cho khách hàng bằng công nghệ 1. Bạn thấy được toàn bộ bản dịch; 2. Bạn đánh giá chất lượng. 3. Bạn quyết định thanh toán.

Tài liệu này được dịch sang tiếng Việt bởi:

www.mientayvn.com

Hướng dẫn truy cập: Ctrl+click vào các link bên dưới

Từ bản gốc:

<https://drive.google.com/folderview?id=0B4rAPqlxIMRDUBEMnZoemFHM00&usp=sharing>

Liên hệ mua:

thanhlam1910_2006@yahoo.com hoặc frbwrthes@gmail.com hoặc số 0168 8557 403

Giá tiền: 1 nghìn/trang đơn (không chia cột); 500 VND/trang song ngữ

Dịch tài liệu của bạn: http://www.mientayvn.com/dich_tiang_anh_chuyen_nghanh.html

Phát hiện tín hiệu trong các hệ thống MIMO ghép kênh không gian

Những hệ thống MIMO (SM- MIMO) ghép kênh không gian có thể truyền dữ liệu với tốc độ cao hơn các hệ MIMO sử dụng kỹ thuật phân lập ăng-ten trong Chương 10. Tuy nhiên, sự phân kênh không gian hoặc phát hiện tín hiệu ở phía bộ thu là một nhiệm vụ tương đối khó trong các hệ SM MIMO. Chương này sẽ đề cập đến các kỹ thuật phát hiện tín hiệu trong các hệ thống SM MIMO. Xét hệ MIMO $N_R \times N_T$ trong hình 11.1. Kí hiệu H là ma trận kênh của nó, entry thứ (j, i) h_{ji} của độ lợi kênh giữa ăng-ten phát thứ i và ăng-ten nhận thứ j , $j = 1, 2, \dots, N_R$ và $i = 1, 2, \dots, N_T$. Dữ liệu người dùng ghép kênh không gian và những tín hiệu nhận tương ứng được biểu diễn là $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_T}]^T$ và $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T$, trong đó x_i và y_j lần lượt biểu diễn tín hiệu phát từ ăng-ten phát thứ i và tín hiệu nhận tại ăng-ten nhận thứ j . Giả sử z_j là nhiễu Gauss trắng có phương sai σ_z^2 ở ăng-ten nhận thứ j , và \mathbf{h}_i chỉ vector cột thứ i của ma trận kênh H . Bây giờ, hệ MIMO $N_R \times N_T$ được biểu diễn dưới dạng

Entry: công vào, mục, đối tượng

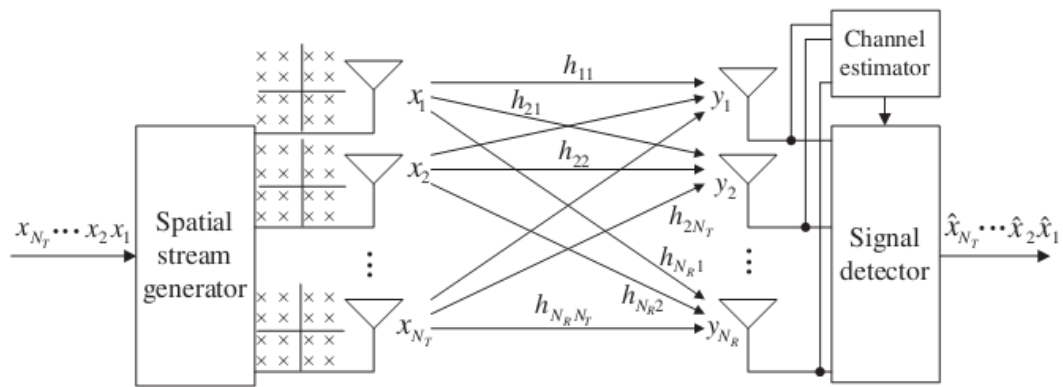
$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z} \\ &= \mathbf{h}_1 x_1 + \mathbf{h}_2 x_2 + \dots + \mathbf{h}_{N_T} x_{N_T} + \mathbf{z} \end{aligned} \quad (11.1)$$

Trong đó $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{N_R}]^T$

11.1 Phát hiện tín hiệu tuyến tính

Phương pháp phát hiện tín hiệu tuyến tính xem tất cả những tín hiệu phát là nhiễu ngoại trừ luồng tín hiệu mong muốn từ ăng-ten phát mục tiêu. Do đó, tín hiệu nhiễu từ những ăng-ten truyền khác được giảm thiểu hoặc vô hiệu hóa trong quá trình phát hiện tín hiệu mong muốn từ các ăng-ten phát mục tiêu. Để tạo điều kiện thuận lợi cho việc phát hiện tín hiệu mong muốn từ mỗi anten, ảnh hưởng của kênh được nghịch đảo bằng ma trận trọng số \mathbf{W} sao cho

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \dots \tilde{x}_{N_T}]^T = \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (11.2)$$



[REDACTED]

|

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

$$\mathbf{W}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (11.3)$$

[REDACTED]

[REDACTED]

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{ZF} &= \mathbf{W}_{ZF} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{x} + (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} \\ &= \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{z}}_{ZF} \end{aligned} \quad (11.4)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{ZF} = \mathbf{W}_{ZF} \mathbf{z} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z}$$

[REDACTED] $\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}$ [REDACTED]

$$\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2$$

[REDACTED]

[REDACTED]

$$\begin{aligned}
\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2 &= \left\| (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} \right\|^2 \\
&= \left\| (\mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}^2 \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2 \\
&= \left\| \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}^{-2} \mathbf{V}^H \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2 \\
&= \left\| \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2
\end{aligned} \tag{11.5}$$

$$\begin{aligned}
E\left\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2\right\} &= E\left\{\left\|\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z}\right\|_2^2\right\} \\
&= E\left\{\text{tr}\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \mathbf{z}^H \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)\right\} \\
&= \text{tr}\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^H E\{\mathbf{z} \mathbf{z}^H\} \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right) \\
&= \text{tr}\left(\sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right) \\
&= \sigma_z^2 \text{tr}\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-2}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{N_T} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i^2}.
\end{aligned} \tag{11.6}$$

$$\mathbf{W}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H. \tag{11.7}$$

$$\mathbf{w}_{i,MMSE} = \arg \max_{\mathbf{w}=(w_1, w_2, \dots, w_{N_T})} \frac{|\mathbf{w}\mathbf{h}_i|^2 \mathbb{E}_x}{\mathbb{E}_x \sum_{j=1, j \neq i}^{N_T} |\mathbf{w}\mathbf{h}_j|^2 + \|\mathbf{w}\|^2 \sigma_z^2} \quad (11.8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{MMSE} &= \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}_{MMSE} \end{aligned} \quad (11.9)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z}$$

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2 &= \left\| (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} \right\|^2 \\ &= \left\| (\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V} \Sigma \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2. \end{aligned} \quad (11.10)$$

$$(\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V} \Sigma = (\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} (\Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1} = (\Sigma \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1},$$

$$\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2 = \left\| (\Sigma \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2 = \left\| \mathbf{V} (\Sigma + \sigma_z^2 \Sigma^{-1})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \right\|^2 \quad (11.11)$$

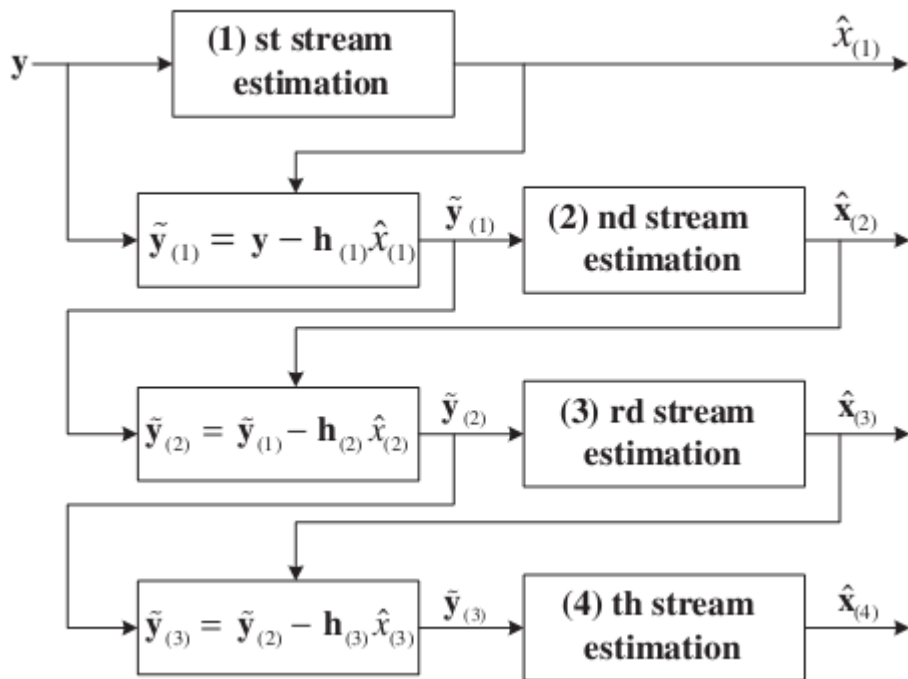
$$\begin{aligned}
E\left\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2\right\} &= E\left\{\left\|\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\right\|^2\right\} \\
&= E\left\{\text{tr}\left(\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\mathbf{z}^H\mathbf{U}\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-1}\right)\right\} \\
&= \text{tr}\left(\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{U}^HE\{\mathbf{z}\mathbf{z}^H\}\mathbf{U}\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-1}\right) \\
&= \text{tr}\left(\sigma_z^2\left(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)^{-2}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{N_T}\sigma_z^2\left(\sigma_i + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i}\right)^{-2} \\
&= \sum_{i=1}^{N_T}\frac{\sigma_z^2\sigma_i^2}{\left(\sigma_i^2 + \sigma_z^2\right)^2}.
\end{aligned} \tag{11.12}$$

$$E\left\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2\right\} = \sum_{i=1}^{N_T}\frac{\sigma_z^2}{\sigma_i^2} \approx \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{\min}^2} \quad \text{for ZF} \tag{11.13a}$$

$$E\left\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2\right\} = \sum_{i=1}^{N_T}\frac{\sigma_z^2\sigma_i^2}{\left(\sigma_i^2 + \sigma_z^2\right)^2} \approx \frac{\sigma_z^2\sigma_{\min}^2}{\left(\sigma_{\min}^2 + \sigma_z^2\right)^2} \quad \text{for MMSE} \tag{11.13b}$$

$$\sigma_{\min}^2 = \min\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{N_T}^2\}$$

$$\sigma_{\min}^2 \gg \sigma_z^2 \quad \sigma_{\min}^2 + \sigma_z^2 \approx \sigma_{\min}^2$$



\hat{x}_i

\hat{x}_1

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{(1)} &= \mathbf{y} - \mathbf{h}_{(1)}\hat{x}_{(1)} \\ &= \mathbf{h}_{(1)}(x_{(1)} - \hat{x}_{(1)}) + \mathbf{h}_{(2)}x_{(2)} + \cdots + \mathbf{h}_{(N_T)}x_{(N_T)} + \mathbf{z}. \end{aligned} \quad (11.14)$$

$x_{(1)} = \hat{x}_{(1)}$

$x_{(1)} \neq \hat{x}_{(1)}$

$$x_{(1)} = \hat{x}_{(1)}$$

Phương pháp tiếp theo, chúng tôi mô tả các phương pháp áp dụng để phân tích

Phương pháp tiếp theo, chúng tôi mô tả các phương pháp áp dụng để phân tích

$$\text{SINR}_i = \frac{E_x |\mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_i|^2}{E_x \sum_{l \neq i} |\mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_l| + \sigma_z^2 \|\mathbf{w}_{i,MMSE}\|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N_T \quad (11.15)$$

Phương pháp tiếp theo, chúng tôi mô tả các phương pháp áp dụng để phân tích

$$\mathbf{H}^{(1)} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{l-1} \ \mathbf{h}_{l+1} \ \dots \ \mathbf{h}_{N_T}] \quad (11.16)$$

Phương pháp tiếp theo, chúng tôi mô tả các phương pháp áp dụng để phân tích

$$\sum_{j=1}^{N_T} j = N_T(N_T + 1)/2.$$

Phương pháp tiếp theo, chúng tôi mô tả các phương pháp áp dụng để phân tích

đồng nhất và tổng suất tín hiệu $N_T \mathbf{h}_i^T \mathbf{w}_i$ làm cho post-detection SNR được tối ưu.

$$\text{SNR}_i = \frac{E_x}{\sigma_z^2 \|\mathbf{w}_i\|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N_T. \quad (11.17)$$

Chúng ta có thể dùng quy trình sắp xếp thứ tự dựa trên mức độ ưu tiên như trong phương pháp 1, nhưng bây giờ dùng SNR trong phương trình (11.17) thay vì SNR trong phương trình (11.15). Trong phương pháp này, SNR của các kênh cũng là

$$\sum_{j=1}^{N_T} j = N_T(N_T + 1)/2$$

Phương pháp 3 sắp xếp thứ tự dựa trên chuẩn N_T Lũy thừa của chúng ta dựa trên quan hệ nghịch đảo tuyến tính giữa SNR và SNR trong quá trình sắp xếp thứ tự. Chúng ta có thể dùng chuẩn độ của các vector chỉ trong ma trận kênh. Xét bài toán tối ưu như sau:

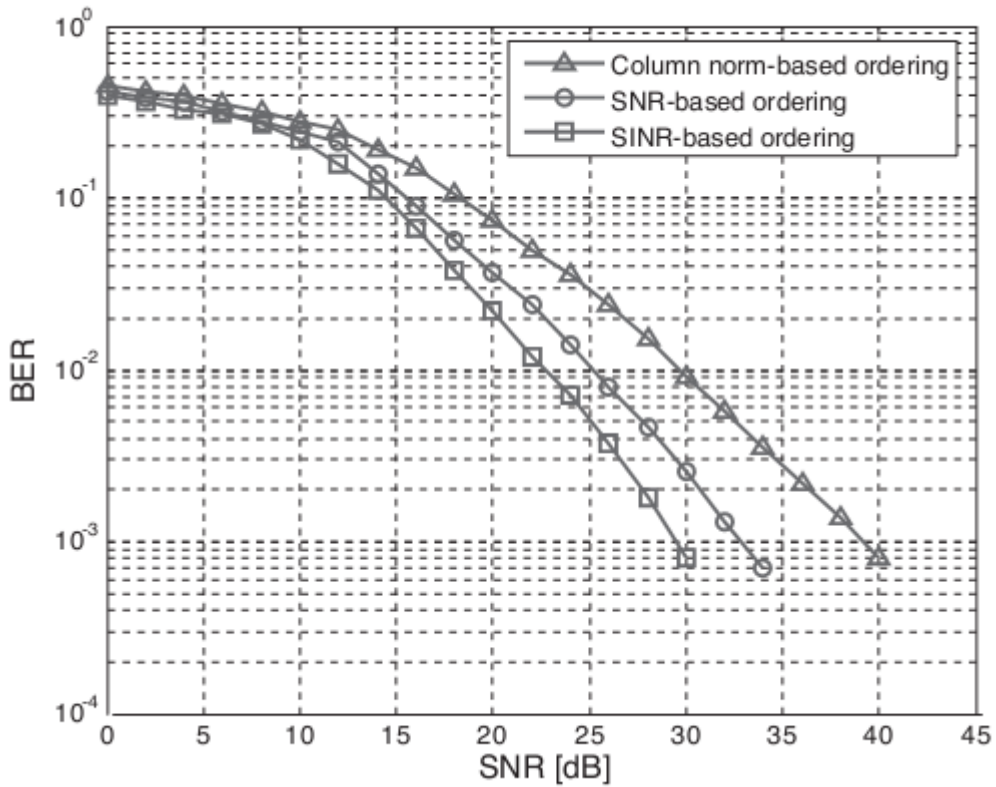
$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z} = \mathbf{h}_1 x_1 + \mathbf{h}_2 x_2 + \dots + \mathbf{h}_{N_T} x_{N_T} + \mathbf{z} \quad (11.18)$$

Chúng ta thấy rằng các hệ số tín hiệu nhân là tín hiệu phát từ các kênh của cột thứ j của ma trận kênh. Vì vậy, chúng ta có thể thay thế tín hiệu theo bậc của các chuẩn N_T . Trong phương pháp này, chúng ta phân bổ toàn các chuẩn N_T và sau đó sắp xếp thứ tự cho chúng một lần duy nhất. Quá trình phân bổ được thực hiện theo hình tự các kênh chuẩn N_T . Do chỉ cần sắp xếp thứ tự một lần, do phức tạp giảm đáng kể với phương pháp trước đây.

Phương pháp 4 (sắp xếp thứ tự theo tín hiệu nhân) trong phương trình (11.18) cũng là tương tự, kênh và các tính chất đặc trưng của kênh để quyết định thứ tự phát. Tuy nhiên, chúng ta cũng có thể nên tập các tín hiệu nhân vào của hình quyết định thứ tự. Chuẩn N_T theo suất của phương pháp này tốt hơn là phương pháp bên này. Tuy nhiên, khác với các phương pháp 2 và 3, trong đó sắp xếp thứ tự dựa trên mức độ ưu tiên, phương pháp này không cần phải phân bổ chuẩn N_T cho từng kênh.

[REDACTED]

[REDACTED]



[REDACTED]

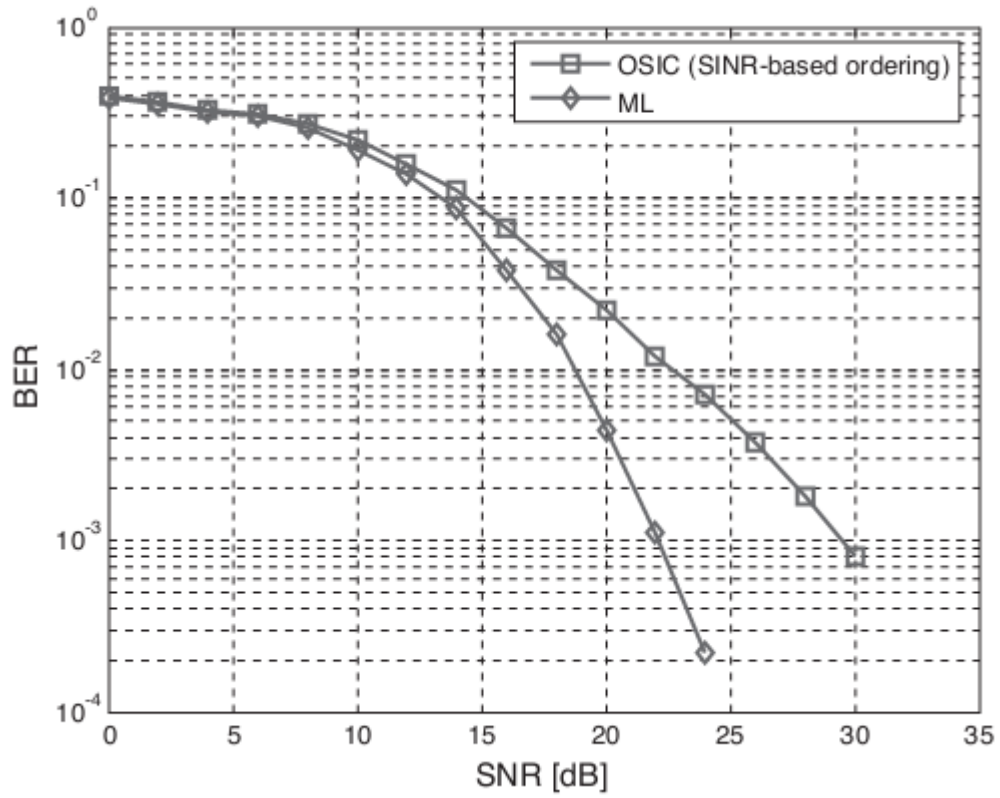
thực hiện hợp lý các đại lượng liên quan khoảng cách Euclidean của vector tín hiệu nhận được và các vector tín hiệu truyền đi với mỗi ký hiệu. Tuy nhiên, việc thực hiện này đòi hỏi phải có một bộ xử lý số để thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác. Hơn nữa, việc thực hiện này đòi hỏi phải có một bộ xử lý số để thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác.

Để giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, người ta đã đề xuất một phương pháp phát hiện ML đơn giản hơn, được gọi là phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML).

$$\hat{\mathbf{x}}_{ML} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbf{C}^{N_T}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (11.19)$$

Trong đó, \mathbf{H} là ma trận kênh truyền, \mathbf{y} là vector tín hiệu nhận được, \mathbf{x} là vector tín hiệu truyền đi. Phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) chỉ yêu cầu tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất (như nhân lấy chẵn lẻ) để tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất. Điều này làm cho phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) trở nên đơn giản hơn so với phương pháp phát hiện ML đầy đủ. Tuy nhiên, phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) chỉ áp dụng cho các hệ thống truyền thông có điều chế theo dạng hàm mũ với modulation order bậc chẵn chẵn (thứ 2, 4, 6, 8, ...) và hoặc sử dụng lượng giác tên pha [29]. Số tính toán mà người ta cần thiết là $|C|^{N_T}$ để tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất theo dạng hàm mũ với số lượng anten. Cho dù phương pháp đặc biệt này có thể giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, nhưng nó vẫn còn lại là một bài toán khó khăn. Để giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, người ta đã đề xuất một phương pháp phát hiện ML đơn giản hơn, được gọi là phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML).

Để giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, người ta đã đề xuất một phương pháp phát hiện ML đơn giản hơn, được gọi là phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML). Phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) chỉ yêu cầu tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất (như nhân lấy chẵn lẻ) để tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất. Điều này làm cho phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) trở nên đơn giản hơn so với phương pháp phát hiện ML đầy đủ. Tuy nhiên, phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML) chỉ áp dụng cho các hệ thống truyền thông có điều chế theo dạng hàm mũ với modulation order bậc chẵn chẵn (thứ 2, 4, 6, 8, ...) và hoặc sử dụng lượng giác tên pha [29]. Số tính toán mà người ta cần thiết là $|C|^{N_T}$ để tìm kiếm các vector phát xạ có độ phức tạp thấp nhất theo dạng hàm mũ với số lượng anten. Cho dù phương pháp đặc biệt này có thể giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, nhưng nó vẫn còn lại là một bài toán khó khăn. Để giảm thiểu độ phức tạp của việc thực hiện các phép toán nhân ma trận và các phép toán khác, người ta đã đề xuất một phương pháp phát hiện ML đơn giản hơn, được gọi là phương pháp phát hiện ML đơn giản (SML).



[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

$$\begin{bmatrix} y_{1R} + jy_{1I} \\ y_{2R} + jy_{2I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11R} + jh_{11I} & h_{12R} + jh_{12I} \\ h_{21R} + jh_{21I} & h_{22R} + jh_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} + jx_{1I} \\ x_{2R} + jx_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} + jz_{1I} \\ z_{2R} + jz_{2I} \end{bmatrix} \quad (11.20)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_{1R} \\ y_{2R} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11I} & h_{12I} \\ h_{21I} & h_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} & -h_{11I} & -h_{12I} \\ h_{21R} & h_{22R} & -h_{21I} & -h_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.21a)$$

$$\begin{bmatrix} y_{1I} \\ y_{2I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11I} & h_{12I} & h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21I} & h_{22I} & h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1I} \\ z_{2I} \end{bmatrix}. \quad (11.21b)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{1R} \\ y_{2R} \\ y_{1I} \\ y_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{y}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} & -h_{11I} & -h_{12I} \\ h_{21R} & h_{22R} & -h_{21I} & -h_{22I} \\ h_{11I} & h_{12I} & h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21I} & h_{22I} & h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{H}}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \\ z_{1I} \\ z_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{z}}} \quad (11.22)$$

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{z}}$$

$$\arg \min_{\bar{\mathbf{x}}} \|\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{x}}\|^2 = \arg \min_{\hat{\bar{\mathbf{x}}}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\bar{\mathbf{x}}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\bar{\mathbf{x}}}) \quad (11.23)$$

$$\hat{\bar{\mathbf{x}}} = (\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}})^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{y}}$$

$$(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) \leq R_{SD}^2$$

$$(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) \leq R_{SD}^2. \quad (11.24)$$

$\hat{\mathbf{x}} = (\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}})^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{y}}$

$$(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) = (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) = \|\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})\|^2 \quad (11.25)$$

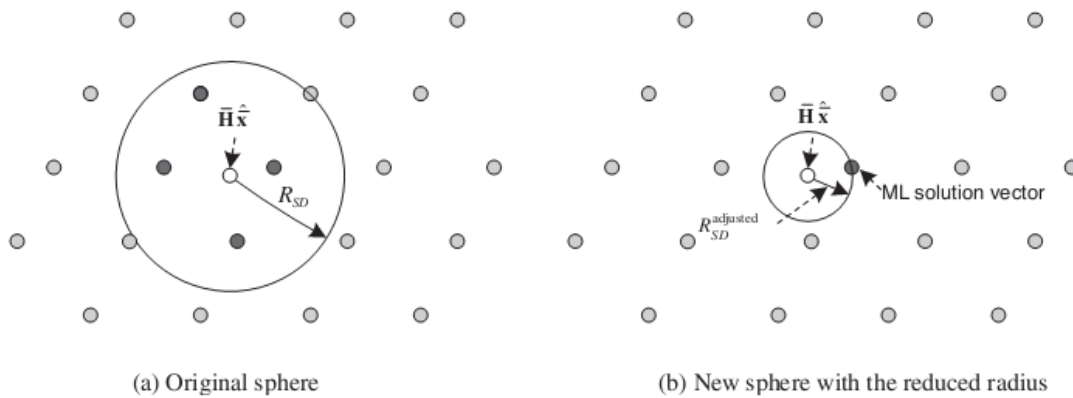


Figure 11.5 Illustration of the sphere in sphere decoding.

$\bar{\mathbf{H}}$

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}}-\hat{\mathbf{x}})\|^2 &= \left\| \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1-\hat{x}_1 \\ \bar{x}_2-\hat{x}_2 \\ \bar{x}_3-\hat{x}_3 \\ \bar{x}_4-\hat{x}_4 \end{bmatrix} \right\|^2 \\
&= |r_{44}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \\
&\quad + |r_{22}(\bar{x}_2-\hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \\
&\quad + |r_{11}(\bar{x}_1-\hat{x}_1) + r_{12}(\bar{x}_2-\hat{x}_2) + r_{13}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{14}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2
\end{aligned} \tag{11.26}$$

[REDACTED]

$$\begin{aligned}
&|r_{44}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 + |r_{22}(\bar{x}_2-\hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \\
&\quad + |r_{11}(\bar{x}_1-\hat{x}_1) + r_{12}(\bar{x}_2-\hat{x}_2) + r_{13}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{14}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2
\end{aligned} \tag{11.27}$$

[REDACTED]

$$\begin{aligned}
&|r_{44}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2
\end{aligned}$$

[REDACTED]

$$\hat{x}_4 - \frac{R_{SD}}{r_{44}} \leq \bar{x}_4 \leq \hat{x}_4 + \frac{R_{SD}}{r_{44}} \tag{11.28}$$

[REDACTED]

[REDACTED]

$$|r_{44}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3-\hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4-\hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2 \tag{11.29}$$

$$\hat{\tilde{x}}_3 - \frac{\sqrt{R_{SD}^2 - |r_{44}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 - r_{34}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)}}{r_{33}} \leq \bar{x}_3 \leq \hat{\tilde{x}}_3 + \frac{\sqrt{R_{SD}^2 - |r_{44}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 - r_{34}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)}}{r_{33}} \quad (11.30)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_4 \\ & \tilde{x}_3 \\ & \tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \\ & \tilde{x}_4 \\ & \tilde{x}_3 \tilde{x}_4 \\ & \tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \\ & \tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \\ & \tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \\ & \tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & |r_{44}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \\ & + |r_{22}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2. \end{aligned} \quad (11.31)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \\ & \tilde{x}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & |r_{44}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{22}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \\ & + |r_{11}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1) + r_{12}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{13}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{14}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2. \end{aligned} \quad (11.32)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_1 \\ & \tilde{x}_1 \\ & \tilde{x}_2 \end{aligned}$$

\tilde{x}_1 ... \tilde{x}_2 ... \tilde{x}_3 ... \tilde{x}_1 ... \tilde{x}_1 ... \tilde{x}_4 ... \tilde{x}_3 ... \tilde{x}_2 ... \tilde{x}_1 ... $\tilde{x}_4 \tilde{x}_3 \tilde{x}_2 \tilde{x}_1$

|

... SD detector ... SD ... \times

|

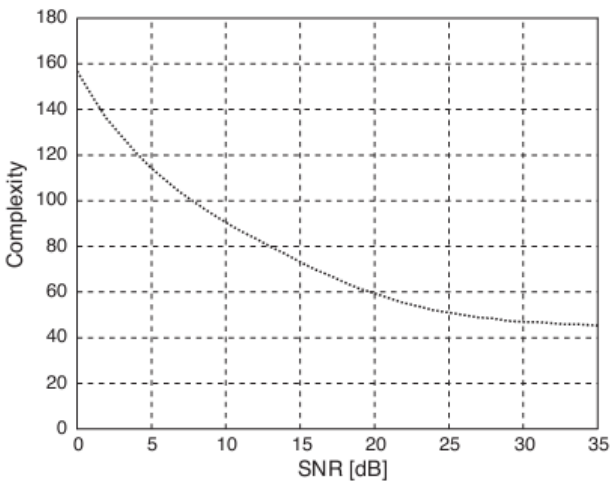


Figure 11.6 The complexity of SD for 16-QAM, 2×2 MIMO channel, and ZF method for initial radius calculation.

|

... SD ... \times ... SD ... SD ...

$$R_{SD}^2 = \sum_{i=1}^4 \left| \sum_{k=i}^4 r_{ik} (\bar{x}_k - \hat{x}_k) \right|^2 \quad (11.33)$$

$\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4$ \bar{x}_i \hat{x}_i
 \bar{x}_i

$$\hat{x}_{i,LS} + \frac{-\alpha_i - \beta_i}{r_{ii}} \leq x_i \leq \hat{x}_{i,LS} + \frac{\alpha_i - \beta_i}{r_{ii}} \quad (11.34)$$

$$\alpha_i = \sqrt{R_{SD}^2 - \sum_{k=i+1}^4 \left| \sum_{p=k}^4 r_{kp} (\tilde{x}_p - \hat{x}_{p,LS}) \right|^2} \quad \text{and} \quad \beta_i = \sum_{k=i+1}^4 r_{ik} (\bar{x}_k - \hat{x}_k).$$

$\{\tilde{x}_k\}_{k=i+1}^4$ \tilde{x}_k

$\beta_4 = 0$

$2 \times N_R (= 4)$

$$\hat{x} = \bar{H}^{-1} \bar{y}$$

\bar{H}^{-1} \bar{y} \bar{H}^{-1}

\hat{x}

Table 11.1 Complexity of sphere decoding in each step.

	Multiplications	Divisions	Square roots
$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H})^{-1}\tilde{\mathbf{y}}$	16	0	0
R_{SD}^2 in Equation (11.33)	14	0	0
Step 1	0	1	1
Step 2–4 each	1	2	1
R_{SD}^2 update	1	0	0

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\| &= \|\mathbf{y} - \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{x}\| \\
 &= \|\mathbf{Q}^H(\mathbf{y} - \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{x})\| \\
 &= \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|.
 \end{aligned} \tag{11.35}$$

$$\begin{aligned}
 \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|^2 &= \left\| \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{y}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \right\|^2 \\
 &= |\tilde{y}_4 - r_{44}x_4|^2 + |\tilde{y}_3 - r_{33}x_3 - r_{34}x_4|^2 + |\tilde{y}_2 - r_{22}x_2 - r_{23}x_3 - r_{24}x_4|^2 \\
 &\quad + |\tilde{y}_1 - r_{11}x_1 - r_{12}x_2 - r_{13}x_3 - r_{14}x_4|^2
 \end{aligned} \tag{11.36}$$

$\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$

$\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$
 $\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$

$$\{\tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M = \arg \min_{x_4 \in C} f_1(x_4) \quad (11.37)$$

$\{x_3, \tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$

$$f_2(x_3, \tilde{x}_{4,c,1}) = |\tilde{y}_4 - r_{44}\tilde{x}_{4,c,1}|^2 + |\tilde{y}_3 - r_{33}x_3 - r_{34}\tilde{x}_{4,c,1}|^2$$

$$\{\tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M \in C$$

$$\{[\tilde{x}_{3,c,2}, \tilde{x}_{4,c,2}]\}_{c=1}^M = \arg \min_{x_3 \in C, \{\tilde{x}_{4,c,1}\}_{c=1}^M} f_2(x_3, \tilde{x}_{4,c,1}). \quad (11.38)$$

$\{x_2, \tilde{x}_{3,c,2}, \tilde{x}_{4,c,2}\}_{c=1}^M \in C$

$$f_3(x_2, \tilde{x}_{3,c,2}, \tilde{x}_{4,c,2}) = |\tilde{y}_4 - r_{44}\tilde{x}_{4,c,2}|^2 + |\tilde{y}_3 - r_{33}\tilde{x}_{3,c,2} - r_{34}\tilde{x}_{4,c,2}|^2 +$$

$$|\tilde{y}_2 - r_{22}x_2 - r_{23}\tilde{x}_{3,c,2} - r_{24}\tilde{x}_{4,c,2}|^2$$

$$\{[\tilde{x}_{2,c,3}, \tilde{x}_{3,c,3}, \tilde{x}_{4,c,3}]\}_{c=1}^M = \arg \min_{x_2 \in C, \{\tilde{x}_{3,c,2}, \tilde{x}_{4,c,2}\}_{c=1}^M} f_3(x_2, \tilde{x}_{3,c,2}, \tilde{x}_{4,c,2}). \quad (11.39)$$

$\{x_1, \tilde{x}_{2,c,3}, \tilde{x}_{3,c,3}, \tilde{x}_{4,c,3}\}_{c=1}^M \in C$

M of them that corresponds to M smallest values of $f_4(x_1, \tilde{x}_{2,c,3}, \tilde{x}_{3,c,3}, \tilde{x}_{4,c,3}) =$
 $|\tilde{y}_4 - r_{44}\tilde{x}_{4,c,3}|^2 + |\tilde{y}_3 - r_{33}\tilde{x}_{3,c,3} - r_{34}\tilde{x}_{4,c,3}|^2 + |\tilde{y}_2 - r_{22}\tilde{x}_{2,c,3} - r_{23}\tilde{x}_{3,c,3} - r_{24}\tilde{x}_{4,c,3}|^2 + |\tilde{y}_1 -$
 $r_{11}x_1 - r_{12}\tilde{x}_{2,c,3} - r_{13}\tilde{x}_{3,c,3} - r_{14}\tilde{x}_{4,c,3}|^2$. Let $\{[\tilde{x}_{1,c,4}, \tilde{x}_{2,c,4}, \tilde{x}_{3,c,4}, \tilde{x}_{4,c,4}]\}_{c=1}^M$ denote those M

[REDACTED]

$$\{[\tilde{x}_{1,c,4} \tilde{x}_{2,c,4} \tilde{x}_{3,c,4} \tilde{x}_{4,c,4}]\}_{c=1}^M = \arg \min_M f_4(x_1, \tilde{x}_{2,c,3}, \tilde{x}_{3,c,3}, \tilde{x}_{4,c,3}) \quad (11.40)$$

$x_1 \in C, \{[\tilde{x}_{2,c,3} \tilde{x}_{3,c,3} \tilde{x}_{4,c,3}]\}_{c=1}^M$

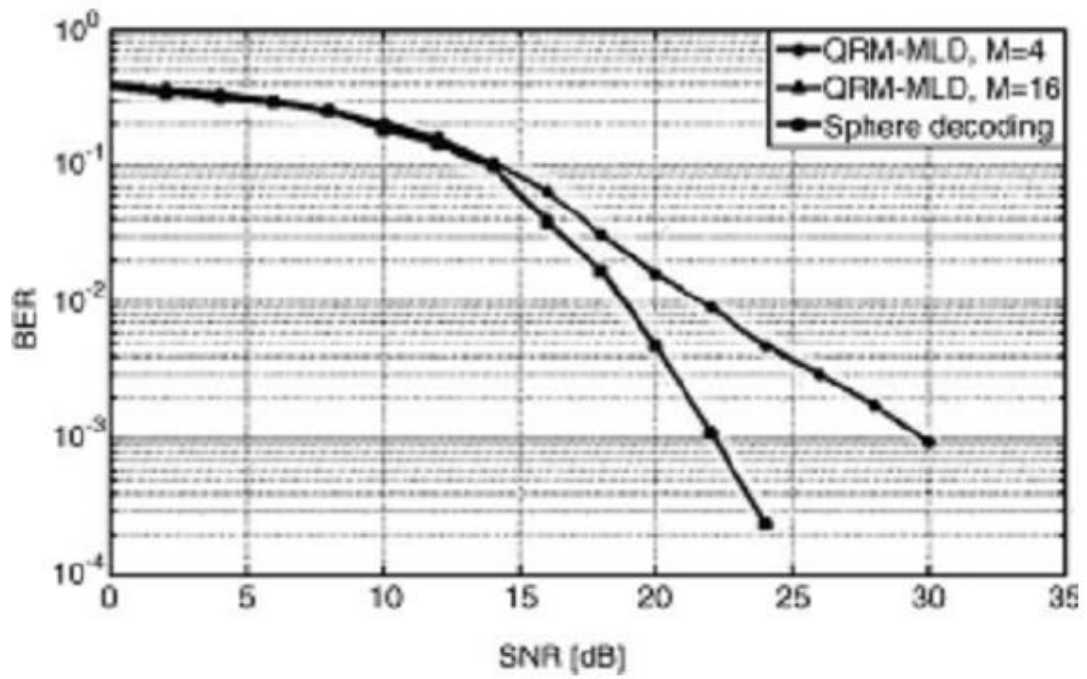
[REDACTED]

$$\{[x_1 \in C \tilde{x}_{2,c,3} \tilde{x}_{3,c,3} \tilde{x}_{4,c,3}]\}_{c=1}^M$$

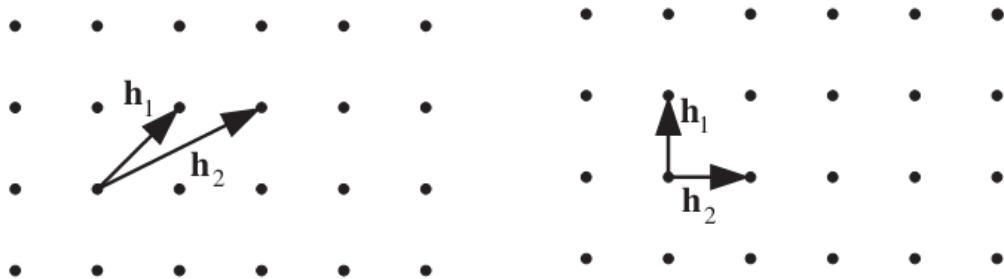
[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]



[REDACTED]



(a) A basis vector set with a large condition number

(b) An orthogonal basis vector set

Figure 11.8 Two sets of basis vectors that span the same space.

áp vector cơ sở hình 11.8 tại cơ số 0). Kịch bản đơn giản vector cơ sở trong Hình 11.8 (D) áp vector cơ số 0 tại vị trí 0 và các vị trí khác trong hàng \tilde{z} trong các phương pháp hiện tại. Hình vẽ minh họa các bước của QSP. Khi các vector cơ sở lấy giá trị trong hình 11.8 (D), không có hiện tượng lãng phí nhiều trong quá trình lọc tuyến tính do đó phải lọc tuyến tính Z ở mức 11.1 có hiệu suất lỗi bằng với ML hay SD. Sự đơn giản của phương pháp giải ma trận ở mức 10.3.1 là do ma trận không có giá trị các vector cơ sở khác.

Một phân tích QR $\tilde{H}\tilde{y} = Q\tilde{R}\tilde{z}$ chính là có thể biểu diễn hệ phương trình (11.41) dưới dạng

$$\tilde{y} = \tilde{H}\tilde{x} + \tilde{z} = QR\tilde{x} + \tilde{z}. \quad (11.41)$$

Để giải hệ phương trình này, chúng ta cần

$$\tilde{y} = Q^H\tilde{y} = R\tilde{x} + \tilde{z} \quad (11.42)$$

trong đó \tilde{z} và \tilde{z} là các vector cơ sở của ma trận \tilde{H} và \tilde{z} là các vector cơ sở của ma trận \tilde{H} . Trong đó Q trong đó \tilde{z} biểu diễn chủ yếu trong các ma trận \tilde{H} và \tilde{z} là các vector cơ sở của ma trận \tilde{H} . Chúng ta cần thực hiện các phép tính QR để phân tích ma trận \tilde{H} thành các ma trận \tilde{H} và \tilde{H}^{-1} để giải hệ phương trình QR. Điều này sẽ liên quan đến ma trận tam giác trên và các phép tính QR để phân tích ma trận \tilde{H} thành các ma trận \tilde{H} và \tilde{H}^{-1} .

Ma trận Leissta (Leissta - Longyi - LLD)

Ma trận Leissta (Leissta - Longyi - LLD) có thể được sử dụng để giải các hệ phương trình tuyến tính (11.41) nếu chúng ta biết được một phương pháp trong trường hợp này. Điều kiện cần để tồn tại phương trình (11.41) là ma trận \tilde{H} phải có giá trị khác 0. Điều kiện cần để tồn tại phương trình (11.41) là ma trận \tilde{H} phải có giá trị khác 0.

Trong đó $\{r_i\}_{i=1}^4$ là các vector cơ sở của ma trận \tilde{H} và $\{t_i\}_{i=1}^4$ là các vector cơ sở của ma trận \tilde{H} .

$$T = I_{4 \times 4}$$

$$\mu_{1,2} = \left\langle \frac{\mathbf{r}_{1,2}}{\mathbf{r}_{1,1}} \right\rangle \quad (11.43)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2 &\leftarrow \mathbf{r}_2 - \mu_{1,2} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{t}_2 &\leftarrow \mathbf{t}_2 - \mu_{1,2} \mathbf{t}_1 \end{aligned} \quad (11.44)$$

$$\delta r_{1,1}^2 \leq r_{1,2}^2 + r_{2,2}^2 \quad (11.45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\leftarrow [\mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_3 \ \mathbf{r}_4] \\ \mathbf{T} &\leftarrow [\mathbf{t}_2 \ \mathbf{t}_1 \ \mathbf{t}_3 \ \mathbf{t}_4] \end{aligned} \quad (11.46)$$

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \arg \max_{\mathbf{x}} \frac{\|\mathbf{Ax}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2}$$

$$\mathbf{R} \leftarrow \Theta_1 \mathbf{R} \quad (11.47)$$

$$\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{Q} \Theta_1^T \quad (11.48)$$

Θ_1

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & 0 & 0 \\ -\beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11.49)$$

α_1

β_1

$$\alpha_1 = \frac{r_{1,1}}{\sqrt{r_{1,1}^2 + r_{2,1}^2}} \quad \text{and} \quad \beta_1 = \frac{r_{2,1}}{\sqrt{r_{1,1}^2 + r_{2,1}^2}} \quad (11.50)$$

$\mu_{2,3}$

$$\mu_{2,3} = \left\langle \frac{r_{2,3}}{r_{2,2}} \right\rangle \quad (11.51)$$

$\mu_{2,3}$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_3 &\leftarrow \mathbf{r}_3 - \mu_{2,3} \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{t}_3 &\leftarrow \mathbf{t}_3 - \mu_{2,3} \mathbf{t}_2 \end{aligned} \quad (11.52)$$

$\mu_{1,3}$

$$\mu_{1,3} = \left\langle \frac{r_{1,3}}{r_{1,1}} \right\rangle \quad (11.53)$$

_____ $\mu_{1,3}$ _____

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_3 &\leftarrow \mathbf{r}_3 - \mu_{1,3} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{t}_3 &\leftarrow \mathbf{t}_3 - \mu_{1,3} \mathbf{t}_1 \end{aligned} \quad (11.54)$$

_____ $\mu_{2,3}$ _____
 _____ $\mu_{1,3}$ _____

$$\delta r_{2,2}^2 \leq r_{2,3}^2 + r_{3,3}^2 \quad (11.55)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\leftarrow [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_3 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_4] \\ \mathbf{T} &\leftarrow [\mathbf{t}_1 \ \mathbf{t}_3 \ \mathbf{t}_2 \ \mathbf{t}_4] \end{aligned} \quad (11.56)$$

$$\mathbf{R} \leftarrow \Theta_2 \mathbf{R} \quad (11.57)$$

$$\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{Q} \Theta_2^T \quad (11.58)$$

_____ Θ_2 _____

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \beta_2 & 0 \\ 0 & -\beta_2 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11.59)$$

• α_2 • β_2 •

$$\alpha_2 = \frac{r_{2,2}}{\sqrt{r_{2,2}^2 + r_{3,2}^2}} \quad \text{and} \quad \beta_2 = \frac{r_{3,2}}{\sqrt{r_{2,2}^2 + r_{3,2}^2}}. \quad (11.60)$$

• α_2 và β_2 là các hệ số vô hướng, chúng được xác định bởi điều kiện chuẩn trực của các vector cơ sở mới. Khi điều kiện (11.55) đã được thỏa mãn, chúng ta lại tiếp tục tìm kiếm các vector cơ sở mới. Việc tìm kiếm các vector cơ sở mới tiếp theo được thực hiện bằng cách áp dụng quy trình tương tự cho các vector cơ sở tiếp theo. Khi điều kiện (11.55) đã được thỏa mãn, chúng ta lại tiếp tục tìm kiếm các vector cơ sở mới. Việc tìm kiếm các vector cơ sở mới tiếp theo được thực hiện bằng cách áp dụng quy trình tương tự cho các vector cơ sở tiếp theo.

• Bước 3: Tìm kiếm các vector cơ sở tiếp theo. Xác định $\mu_{3,4}$ theo công thức

$$\mu_{3,4} = \left\langle \frac{r_{3,4}}{r_{3,3}} \right\rangle \quad (11.61)$$

• $\mu_{3,4}$ là hệ số vô hướng, được xác định bởi điều kiện chuẩn trực của các vector cơ sở mới.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_4 &\leftarrow \mathbf{r}_4 - \mu_{3,4} \mathbf{r}_3 \\ \mathbf{t}_4 &\leftarrow \mathbf{t}_4 - \mu_{3,4} \mathbf{t}_3 \end{aligned} \quad (11.62)$$

• Bước 4: Tìm kiếm các vector cơ sở tiếp theo. Xác định $\mu_{2,4}$ theo công thức

$$\mu_{2,4} = \left\langle \frac{r_{2,4}}{r_{2,2}} \right\rangle \quad (11.63)$$

• $\mu_{2,4}$ là hệ số vô hướng, được xác định bởi điều kiện chuẩn trực của các vector cơ sở mới.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_4 &\leftarrow \mathbf{r}_4 - \mu_{2,4} \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{t}_4 &\leftarrow \mathbf{t}_4 - \mu_{2,4} \mathbf{t}_2 \end{aligned} \quad (11.64)$$

• Bước 5: Tìm kiếm các vector cơ sở tiếp theo. Xác định $\mu_{1,4}$ theo công thức

$$\mu_{1,4} = \left\langle \frac{r_{1,4}}{r_{1,1}} \right\rangle \quad (11.65)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_4 &\leftarrow \mathbf{r}_4 - \mu_{1,4} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{t}_4 &\leftarrow \mathbf{t}_4 - \mu_{1,4} \mathbf{t}_1 \end{aligned} \quad (11.66)$$

$$\delta r_{3,3}^2 \leq r_{3,4}^2 + r_{4,4}^2 \quad (11.67)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\leftarrow [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_4 \ \mathbf{r}_3] \\ \mathbf{T} &\leftarrow [\mathbf{t}_1 \ \mathbf{t}_2 \ \mathbf{t}_4 \ \mathbf{t}_3] \end{aligned} \quad (11.68)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\leftarrow \Theta_3 \mathbf{R} \\ \mathbf{Q} &\leftarrow \mathbf{Q} \Theta_3^T \end{aligned} \quad (11.69)$$

$$\Theta_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & \beta_3 \\ 0 & 0 & -\beta_3 & \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (11.70)$$

$$\alpha_3 = \frac{r_{3,3}}{\sqrt{r_{3,3}^2 + r_{4,3}^2}} \quad \text{and} \quad \beta_3 = \frac{r_{4,3}}{\sqrt{r_{3,3}^2 + r_{4,3}^2}} \quad (11.71)$$

trong không gian n chiều. Nếu \mathbf{L} là ma trận $n \times n$ thì \mathbf{L}^{-1} là ma trận nghịch đảo của \mathbf{L} . Nếu \mathbf{L} là ma trận $n \times n$ thì \mathbf{L}^{-1} là ma trận $n \times n$ sao cho $\mathbf{L}\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{L} = \mathbf{I}$. Trong trường hợp này, \mathbf{L} và \mathbf{L}^{-1} là các ma trận nghịch đảo của nhau.

Trong đây trình bày chúng ta bắt đầu với \mathbf{Q} , \mathbf{R} , \mathbf{T}^{-1} đồng thời là các ma trận $n \times n$. Chúng ta bắt đầu với ma trận \mathbf{L} theo hình thức $\mathbf{L} = \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{T}^{-1}$. Chúng ta bắt đầu bằng việc tìm ma trận \mathbf{Q} sao cho $\mathbf{Q}\mathbf{L}$ là ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1. Điều này có thể thực hiện được bằng cách nhân ma trận \mathbf{L} với ma trận \mathbf{Q} sao cho $\mathbf{Q}\mathbf{L}$ là ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1. Điều này có thể thực hiện được bằng cách nhân ma trận \mathbf{L} với ma trận \mathbf{Q} sao cho $\mathbf{Q}\mathbf{L}$ là ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{Q}\mathbf{R}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{Q}_{LLL}\mathbf{R}_{LLL}\mathbf{T}_{LLL}^{-1}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{z}} \end{aligned} \tag{11.72}$$

Trong đó \mathbf{T}_{LLL}^{-1} là ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1. Các ma trận \mathbf{Q}_{LLL} và \mathbf{R}_{LLL} là các ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1. Điều này có thể thực hiện được bằng cách nhân ma trận \mathbf{L} với ma trận \mathbf{Q} sao cho $\mathbf{Q}\mathbf{L}$ là ma trận $n \times n$ có các phần tử trên đường chéo là 1.

Application of lattice reduction

The above lattice reduction can be combined with various signal detection methods. Lattice reduction is combined with the linear detection methods in Section 11.2.1. In this section, noise enhancement is emphasized, especially when the original condition number is not large. The same is true for MUSIC signal detection in Section 11.2. If the lattice reduction is made for SVD in Section 11.4, the initial guess becomes more likely to be an optimal solution, thus providing a smaller sphere radius. In this subsection, for instance, we consider the lattice reduction associated with the linear MMSE detection method.

Multiplying both sides of equation (11.72) by Q_{LLL}^H , we have

Equation (11.73) is presented in a new form

we let \tilde{y} of system

which is expected to be well conditioned. Suppose that the linear MMSE signal detection technique is applied to the above well-conditioned system equation to yield the estimate of \tilde{x} , denoted as $\hat{\tilde{x}}$.

MMSE

Trong phần Lattice Reduction, ta trình bày cách kết hợp với các phương pháp phát hiện tín hiệu khác nhau. Việc kết hợp giữa Lattice Reduction và các phương pháp phát hiện tín hiệu tuyến tính được trình bày trong phần 11.2.1. Trong phần này, chúng ta nhấn mạnh đến hiện tượng nhiễu khuếch đại, đặc biệt là khi số điều kiện ban đầu không quá lớn. Điều này cũng đúng với phương pháp phát hiện tín hiệu MUSIC trong phần 11.2. Nếu thực hiện Lattice Reduction cho SVD trong phần 11.4, giả thiết ban đầu sẽ có khả năng trở thành giải pháp tối ưu, từ đó cung cấp bán kính hình cầu nhỏ hơn. Trong tiểu mục này, ví dụ, chúng ta xem xét việc kết hợp Lattice Reduction với phương pháp phát hiện tín hiệu MMSE tuyến tính.

Multiplying both sides of equation (11.72) by Q_{LLL}^H , we have

$$Q_{LLL}^H \bar{y} = R_{LLL} T_{LLL}^{-1} \bar{x} + Q_{LLL}^H \bar{z} \quad (11.73)$$

Equation (11.73) is presented in a new form

$$\tilde{y} = Q_{LLL}^H \bar{y} \quad \tilde{x} = T_{LLL}^{-1} \bar{x} \quad \tilde{z} = Q_{LLL}^H \bar{z}$$

which is expected to be well conditioned. Suppose that the linear MMSE signal detection technique is applied to the above well-conditioned system equation to yield the estimate of \tilde{x} , denoted as $\hat{\tilde{x}}$.

$$\hat{\tilde{x}}_{MMSE} = (R_{LLL}^H R_{LLL} + \sigma_z^2 I)^{-1} R_{LLL}^H \tilde{y} \quad (11.75)$$

linear MMSE is the estimate of \mathbf{x} if \mathbf{L} is since the entries of the matrix \mathbf{L} are integers and its determinant is unity, the entries of $\mathbf{L}^{-1}\hat{\mathbf{x}}$ are also integers. Thus if the entries of $\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}$ in Equation (11.75) have non-integer parts, the entries can be sliced so that the estimated values can be composed of the closest integer values. Let $\tilde{\mathbf{x}}_{sliced}$ denote the corresponding sliced values when the estimate of \mathbf{x} was obtained as

Program 11.15 LLLS LLLS implements the MMSE detection method subject to the lattice reduction using the LLL algorithm. Its BER performance is shown in Figure 11.9, which has been obtained by running Program 11.15. It is clear that the lattice reduction significantly improves the performance of the linear MMSE signal detection method.

Figure 11.9 Performance improvement with lattice reduction. $N_T = N_R = 4$, $N = 16$. **Decision for MIMO systems** In the previous sections, we discussed only hard decision detection techniques; however, its performance can

$\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}$ $\tilde{\mathbf{x}} = T_{LLL}^{-1}\bar{\mathbf{x}}$
 trong phương trình (11.75) có các phần không nguyên
 $\tilde{\mathbf{x}}_{sliced}$
 $\hat{\mathbf{x}} = T_{LLL}^{-1}\tilde{\mathbf{x}}_{sliced}$ (11.76)

trong hình 11.9. Program 11.15 LLLS thực hiện phương pháp phát hiện MMSE sau quá trình lattice reduction bằng thuật toán Central Lensestra Lovasz (LLL). Hiệu suất BER của nó được trình bày trong hình 11.9. Bằng cách tìm kiếm số nguyên gần nhất của các giá trị trong hình 11.15. Program lattice reduction cải thiện đáng kể hiệu suất của phương pháp phát hiện tuyến tính MMSE trước đây.

hình 11.9 Hiệu suất cải thiện nhờ thuật toán lattice reduction. $N_T = N_R = 4$, $N = 16$. **Quyết định cho các hệ thống MIMO** Trong các phần trước, chúng ta đã thảo luận về các kỹ thuật quyết định cứng chỉ dựa trên việc tìm kiếm số nguyên gần nhất của các giá trị ước lượng. Nếu chúng ta sử dụng các giá trị gần nhất của các giá trị ước lượng để đưa ra quyết định, hiệu suất của detector sẽ được cải thiện đáng kể.

be further improved by using soft-decision values. If soft input-soft-output channels and decoders are used, the output signal detector must be given by soft-decision values. In this section, we study how the soft-output values can be produced by the signal detectors for the previous sections. Let us first briefly review how to generate soft output values in single-input single-output (SISO) systems.

11.7.1 Soft-Decision Rate-Limited (RL) or SISO System

The received signal for the SISO system, y , can be represented by

$$y = hx + z \quad (11.77)$$

where x is the transmitted signal, h is the complex fading channel gain, and z is the additive white Gaussian noise. In this SISO system, the signal can be detected by the simple linear processing in the received signal that is

$$\tilde{x} = \frac{y}{h} = x + \frac{z}{h} = x + \tilde{z} \quad (11.78)$$

where \tilde{z} is a complex Gaussian distributed with zero mean and variance of $\sigma_z^2/|h|^2$. \tilde{z} is also a Gaussian random variable $\tilde{z} \sim N(0, \sigma^2 \triangleq \sigma_z^2/|h|^2)$. Then the conditional PDF that \tilde{x} is received given that symbol x was transmitted is

$$f_{\tilde{x}}(\tilde{x}|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|\tilde{x}-x|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11.79)$$

In the following discussion, we consider the soft-decision detection for the Gray-coded BPSK or QAM symbols.

Trong hệ thống truyền thông này, chúng ta nhận được tín hiệu thu được là tổng của tín hiệu truyền đi và nhiễu. Nếu chúng ta biết trước trước khi chúng ta nhận được tín hiệu thu được, chúng ta có thể xử lý tín hiệu thu được bằng cách sử dụng một bộ giải mã SISO.

11.7.1 Hệ thống tốc độ giới hạn (RL) hoặc SISO

Tín hiệu thu được cho hệ thống SISO có thể được biểu diễn như sau:

$$y = hx + z \quad (11.77)$$

trong đó x là tín hiệu truyền đi, h là lợi ích kênh truyền phức tạp và z là nhiễu Gauss trắng cộng. Trong hệ thống SISO này, tín hiệu thu được có thể được phát hiện bằng một quá trình xử lý tuyến tính đơn giản trên tín hiệu thu được.

$$\tilde{x} = \frac{y}{h} = x + \frac{z}{h} = x + \tilde{z} \quad (11.78)$$

Ở đây, \tilde{z} là một biến ngẫu nhiên Gauss phức tạp có trung bình bằng 0 và phương sai là $\sigma_z^2/|h|^2$. \tilde{z} cũng là một biến ngẫu nhiên Gauss thực có trung bình bằng 0 và phương sai là $\sigma^2 \triangleq \sigma_z^2/|h|^2$. Khi ký hiệu x được phát đi,

$$f_{\tilde{x}}(\tilde{x}|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|\tilde{x}-x|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11.79)$$

Trong phần tiếp theo, chúng ta xem xét việc phát hiện mềm cho các ký hiệu BPSK và QAM được mã hóa Gray. Hình 11.10 minh họa hai chọn lựa mã hóa QAM được mã hóa Gray khác nhau.

For example, Figure 11.10 illustrates two different Gray-coded 16-QAM constellations. Figure 11.10 Gray-coded 16-QAM constellations. Samples S_l^+ and S_l^- are the two symbols whose probability distributions are defined as:

The log-likelihood ratio (LLR) value of soft output for each bit is defined as:

For the 16-QAM symbols, the LLR equation (11.81) can be approximated as:

The LLR value is

The LLR value is

The LLR value is

The LLR value is

For example, Figure 11.10 illustrates two different Gray-coded 16-QAM constellations. Samples S_l^+ and S_l^- are the two symbols whose probability distributions are defined as:

$$\begin{aligned}
 S_l^+ &= \{-3+3j, -1+3j, 1+3j, 3+3j, -3+j, -1+j, 1+j, 3+j\} \\
 S_l^- &= \{-3-3j, -1-3j, 1-3j, 3-3j, -3-j, -1-j, 1-j, 3-j\}
 \end{aligned}
 \tag{11.80}$$

The log-likelihood ratio (LLR) value of soft output for each bit is defined as:

$$LLR(b_l) = \ln \frac{\sum_{x \in S_l^+} f_X(x|\tilde{x})}{\sum_{x \in S_l^-} f_X(x|\tilde{x})} = \ln \frac{\sum_{x \in S_l^+} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)p(x)/f_{\tilde{X}}(\tilde{x})}{\sum_{x \in S_l^-} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)p(x)/f_{\tilde{X}}(\tilde{x})}
 \tag{11.81}$$

For the 16-QAM symbols, the LLR equation (11.81) can be approximated as:

$$\begin{aligned}
 LLR(b_l) &= \ln \frac{\sum_{x \in S_l^+} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)}{\sum_{x \in S_l^-} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)} \\
 &\approx \ln \frac{\max_{x \in S_l^+} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)}{\max_{x \in S_l^-} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}|x)} \\
 &= \frac{1}{2\sigma^2} \left(|\tilde{x} - x_{l,opt}^-|^2 - |\tilde{x} - x_{l,opt}^+|^2 \right)
 \end{aligned}
 \tag{11.82}$$

The LLR value is

$$\begin{aligned}
 x_{l,opt}^+ &= \arg \min_{x \in S_l^+} |\tilde{x} - x|^2 \\
 x_{l,opt}^- &= \arg \min_{x \in S_l^-} |\tilde{x} - x|^2
 \end{aligned}
 \tag{11.83}$$

The LLR value is

$$LLR(b_I) \approx \left| \tilde{x} - x_{I,opt}^- \right|^2 - \left| \tilde{x} - x_{I,opt}^+ \right|^2 \quad (11.84)$$

σ^2

$$\tilde{x} = \tilde{x}_R + j\tilde{x}_I$$

$$\tilde{x} = \tilde{x}_R + j\tilde{x}_I \quad \sigma^2$$

$$LLR(b_1) = \begin{cases} (\tilde{x}_I - 3)^2 - (\tilde{x}_I - (-1))^2 = -8\tilde{x}_I + 8, & 2 \leq \tilde{x}_I \\ (\tilde{x}_I - 1)^2 - (\tilde{x}_I - (-1))^2 = -4\tilde{x}_I, & 0 \leq \tilde{x}_I < 2 \\ (\tilde{x}_I - 1)^2 - (\tilde{x}_I - (-1))^2 = -4\tilde{x}_I, & -2 \leq \tilde{x}_I < 0 \\ (\tilde{x}_I - 1)^2 - (\tilde{x}_I - (-3))^2 = -8\tilde{x}_I - 8, & \tilde{x}_I < -2 \end{cases} \quad (11.85)$$

$$LLR(b_2) = \begin{cases} (\tilde{x}_I - 3)^2 - (\tilde{x}_I - 1)^2 = -4\tilde{x}_I + 8, & 2 \leq \tilde{x}_I \\ (\tilde{x}_I - 3)^2 - (\tilde{x}_I - 1)^2 = -4\tilde{x}_I + 8, & 0 \leq \tilde{x}_I < 2 \\ (\tilde{x}_I - (-3))^2 - (\tilde{x}_I - (-1))^2 = 4\tilde{x}_I + 8, & -2 \leq \tilde{x}_I < 0 \\ (\tilde{x}_I - (-3))^2 - (\tilde{x}_I - (-1))^2 = 4\tilde{x}_I + 8, & \tilde{x}_I < -2 \end{cases} \quad (11.86)$$

$$LLR(b_3) = \begin{cases} (\tilde{x}_R - (-1))^2 - (\tilde{x}_R - 3)^2 = 8\tilde{x}_R - 8, & 2 \leq \tilde{x}_R \\ (\tilde{x}_R - (-1))^2 - (\tilde{x}_R - 1)^2 = 4\tilde{x}_R, & 0 \leq \tilde{x}_R < 2 \\ (\tilde{x}_R - (-1))^2 - (\tilde{x}_R - 1)^2 = 4\tilde{x}_R, & -2 \leq \tilde{x}_R < 0 \\ (\tilde{x}_R - (-3))^2 - (\tilde{x}_R - 1)^2 = 8\tilde{x}_R + 8, & \tilde{x}_R < -2 \end{cases} \quad (11.87)$$

$$LLR(b_4) = \begin{cases} (\tilde{x}_R - 3)^2 - (\tilde{x}_R - 1)^2 = -4\tilde{x}_R + 8, & 2 \leq \tilde{x}_R \\ (\tilde{x}_R - 3)^2 - (\tilde{x}_R - 1)^2 = -4\tilde{x}_R + 8, & 0 \leq \tilde{x}_R < 2 \\ (\tilde{x}_R - (-3))^2 - (\tilde{x}_R - (-1))^2 = 4\tilde{x}_R + 8, & -2 \leq \tilde{x}_R < 0 \\ (\tilde{x}_R - (-3))^2 - (\tilde{x}_R - (-1))^2 = 4\tilde{x}_R + 8, & \tilde{x}_R < -2 \end{cases} \quad (11.88)$$

\tilde{x}_I

\tilde{x}_R

16-QAM constellations in Figure 11.10a.

Figure 11.18 shows that soft-hard SISO may be used to compare the performances of hard-decision and soft-decision detection where it is assumed that a packet has a length of 200 bits, forward-error corrected by convolutional code with a coding rate of $1/2$ and constraint length of 7 implemented by the generator polynomials (1001111) and (101101) . Therefore, the encoded data sequence is mapped into 400 16-QAM symbols. Furthermore, each symbol is subject to independent Rayleigh fading. The performance difference between hard-decision and soft-decision detection is shown in Figure 11.13. It is clear that soft-decision detection provides a significant performance gain in the packet error rate (PER) over the hard-decision one.

Figure 11.13. Packet error performance for SISO hard-decision vs. soft-decision.

11.7.2 LLR for Linear Detector-Based MIMO System

Linear signal detection in Section 11.1 intends to separate each of x_i from the

ảnh 11.12 Sự phụ thuộc của BER theo \tilde{x}_L hoặc \tilde{x}_R đối với các chú m
m hiện 16-QAM trong hình 11.10a.

hình 11.18 So sánh hiệu năng của chương trình LLR (soft-hard SISO) để có sánh hiệu suất phát hiện quyết định cứng và quyết định mềm trong đó giả sử gói tin có độ dài 200 bit, mã sửa lỗi được thực hiện bằng mã được chỉnh xác hóa bằng mã sinh (1001111) và (101101). Do đó, chuỗi dữ liệu được mã hóa được ánh xạ vào 400 symbol 16-QAM. Hơn nữa, mỗi symbol chịu tác động của fading Rayleigh. Hình 11.13 biểu diễn sự khác biệt hiệu suất của các phương pháp phát hiện quyết định cứng và quyết định mềm. Hình 11.13 cho thấy phương pháp phát hiện quyết định mềm có hiệu suất tốt hơn đáng kể so với phương pháp phát hiện quyết định cứng.



11.7.2 LLR đối với các hệ thống MIMO dựa trên bộ detector tuyến tính

Mục đích của phát hiện tín hiệu tuyến tính trong bộ detector dựa trên $\tilde{\{x_i\}}_{i=1}^{N_T}$ là để tách các thành phần của \tilde{x}_i khỏi ảnh hưởng của các thành phần khác. Mỗi thành phần được tách ra và xử lý riêng biệt. BER phụ thuộc vào \tilde{x}_L hoặc \tilde{x}_R đối với các chú m

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_1 x_1 + \mathbf{h}_2 x_2 + \mathbf{z} \quad (11.89)$$

$$\{\mathbf{w}_{i,MMSE}\}_{i=1}^2 \quad \{\rho_i\}_{i=1}^2 \quad \{\tilde{z}_i\}_{i=1}^2$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{i,MMSE} &= \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_1 x_1 + \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_2 x_2 + \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{z}, \quad j \neq i \quad (11.90) \\ &= \rho x_i + I_j + \tilde{z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_i &= \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_i x_i \quad I_j = \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_j x_j \quad \tilde{z} = \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{z} \\ \tilde{x}_{i,MMSE} &= \rho x_i \\ I_j &= \mathbf{w}_{1,MMSE} \mathbf{h}_2 x_j \quad \tilde{z} = \mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{z} \end{aligned}$$

$$SINR_i = \frac{E\{|\rho x_i|^2\}}{E\{|I_j|^2\} + E\{|\tilde{z}|^2\}} = \frac{|\rho|^2 E_x}{|\mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_j|^2 E_x + \|\mathbf{w}_{i,MMSE}\|^2 \sigma_z^2}, \quad j \neq i \quad (11.91)$$

$$\sigma_i^2 = |\mathbf{w}_{i,MMSE} \mathbf{h}_j|^2 E_x + \|\mathbf{w}_{i,MMSE}\|^2 \sigma_z^2$$

$$f_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{i,MMSE}|x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{|\tilde{x}_{i,MMSE} - \rho x_i|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (11.92)$$

$$\begin{aligned}
 LLR(b_{l,i}) &= \ln \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}_{l,i}^+} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{i,MMSE}|x)}{\sum_{x \in \mathcal{S}_{l,i}^-} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{i,MMSE}|x)} \\
 &\approx \ln \frac{\max_{x \in \mathcal{S}_{l,i}^+} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{i,MMSE}|x)}{\max_{x \in \mathcal{S}_{l,i}^-} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{i,MMSE}|x)} \\
 &= \frac{1}{2\sigma_i^2} \left(\left| \tilde{x}_{i,MMSE} - x_{i,l,opt}^- \right|^2 - \left| \tilde{x}_{i,MMSE} - x_{i,l,opt}^+ \right|^2 \right), \quad i = 1, 2
 \end{aligned} \tag{11.93}$$

$$\begin{aligned}
 x_{i,l,opt}^+ &= \arg \min_{x \in \mathcal{S}_i^+} |\tilde{x}_{i,MMSE} - x|^2 \\
 x_{i,l,opt}^- &= \arg \min_{x \in \mathcal{S}_i^-} |\tilde{x}_{i,MMSE} - x|^2
 \end{aligned} \tag{11.94}$$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

MMSE detector [32] can be run to evaluate the performance of hard decision and soft decision linear MMSE detector for 2 × 2 MIMO systems. It simulates a block Rayleigh fading channel with each block of N symbols. Figure 11.14 shows the performance of the linear MMSE detector-based 2 × 2 MIMO systems with 16 QAM symbols that can be obtained by running Program 11.5. Block Rayleigh fading channels were simulated where a block is composed of 10 symbol periods. A length of the coding block, excluding the 6 tail bits, is 2920 bits.

Figure 11.14 shows BER performance for MIMO with the MMSE linear detector hard decision vs. soft decision.

Figure 11.15 shows BER performance for MIMO system with a candidate vector $\tilde{\mathbf{x}}$.

from which the noise can be expressed as

note that the PDF of gaussian noise vector \mathbf{z} is

where $\boldsymbol{\mu}$ is the mean vector, $\boldsymbol{\Sigma}$ is the covariance matrix of \mathbf{z} , and A is the determinant of

MMSE detector [32] can be run to evaluate the performance of hard decision and soft decision linear MMSE detector for 2 × 2 MIMO systems. It simulates a block Rayleigh fading channel with each block of N symbols. Figure 11.14 shows the performance of the linear MMSE detector-based 2 × 2 MIMO systems with 16 QAM symbols that can be obtained by running Program 11.5. Block Rayleigh fading channels were simulated where a block is composed of 10 symbol periods. A length of the coding block, excluding the 6 tail bits, is 2920 bits.

Figure 11.14 shows BER performance for MIMO with the MMSE linear detector hard decision vs. soft decision.

Figure 11.15 shows BER performance for MIMO system with a candidate vector $\tilde{\mathbf{x}}$.

from which the noise can be expressed as

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (11.95)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}. \quad (11.96)$$

$$f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = \frac{1}{2\pi\Delta^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{z}-\boldsymbol{\mu})\right) \quad (11.97)$$

where $\boldsymbol{\mu}$ is the mean vector, $\boldsymbol{\Sigma}$ is the covariance matrix of \mathbf{z} , and Δ is the determinant of the covariance matrix $\boldsymbol{\Sigma}$.

the covariance matrix S . Assuming that the noise vector is a zero-mean circularly symmetric white Gaussian random vector, the PDF in Equation (11.97) can be re-expressed as

Starting from the above PDF, we derive an expression for soft output. We first investigate the soft output at the symbol vector level, considering a pair of symbol vectors, \mathbf{x}_i and \mathbf{x}_j . By Bayes' theorem, the following relation holds for log-likelihood ratio (LLR):

If all the transmitted symbol vectors are equally likely (i.e., $p(\mathbf{x}_i) = 1/|C|$, $\forall i$), Equation (11.99) is reduced to

Using the PDF in Equation (11.98), the above log-likelihood ratio (LLR) for two symbol vectors is given as

Note that Equation (11.101) can be simplified as

Positive value of Equation (11.102) indicates that transmission of \mathbf{x}_i is more probable than that of \mathbf{x}_j . In fact, the larger the positive LLR value is, the more probable \mathbf{x}_i is than \mathbf{x}_j .

bằng không, chúng ta có thể biểu diễn lại PDF trong Phương trình (11.97) thành

$$f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = \frac{1}{2\pi\Delta^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) = f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}). \quad (11.98)$$

Bắt đầu từ PDF ở trên, chúng ta rút ra biểu thức của đầu ra mềm. Trước hết, chúng ta xét đầu ra mềm ở mức vector symbol, xét cặp vector symbol \mathbf{x}_i và \mathbf{x}_j . Theo định lý Bayes, tỷ số log hợp lệ (LLR) có dạng

$$\ln \frac{p(\mathbf{x}_i|\mathbf{y})}{p(\mathbf{x}_j|\mathbf{y})} = \ln \frac{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_i)p(\mathbf{x}_i)/f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_j)p(\mathbf{x}_j)/f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})} = \ln \frac{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_i)p(\mathbf{x}_i)}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_j)p(\mathbf{x}_j)} \quad (11.99)$$

Nếu tất cả các vector symbol phát có khả năng như nhau (xác suất như nhau) (tức là $p(\mathbf{x}_i) = 1/|C|^{N_T}$, $\forall i$), phương trình (11.99) trở thành

$$\ln \frac{p(\mathbf{x}_i|\mathbf{y})}{p(\mathbf{x}_j|\mathbf{y})} = \ln \frac{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_i)}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_j)}. \quad (11.100)$$

Dùng PDF trong Phương trình (11.98), chúng ta tính được tỷ số log hợp lệ (LLR) đối với hai vector symbol là

$$\ln \frac{p(\mathbf{x}_i|\mathbf{y})}{p(\mathbf{x}_j|\mathbf{y})} = \ln \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_i\|^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_j\|^2\right)} \quad (11.101)$$

Chú ý là, chúng ta có thể đơn giản hóa (11.101) thành

$$\ln \frac{p(\mathbf{x}_i|\mathbf{y})}{p(\mathbf{x}_j|\mathbf{y})} = \frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_j\|^2 - \frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_i\|^2 \quad (11.102)$$

Giá trị dương trong phương trình (11.102) cho thấy rằng sự truyền \mathbf{x}_i có khả năng nhiều hơn truyền \mathbf{x}_j . Thực sự, giá trị LLR dương càng lớn, \mathbf{x}_i càng có xác suất lớn hơn \mathbf{x}_j .

Now let us discuss the calculation of a bit-level LLR. Let $b_{l,i}$ denote the l th bit of the symbol transmitted from the i th transmit antenna. If all bits are equally likely (i.e., $p\{b_{l,i} = 1\} = p\{b_{l,i} = 0\} = 1/2$), the bit-level LLR is given as

where $S_{l,i}^+$ and $S_{l,i}^-$ denote the set of vectors with their l th bit value of the i th symbol being either 1 or 0, respectively. Using the following max-log approximation,

$\log(e^{X_1} + e^{X_2} + \dots + e^{X_n}) \approx \max X_i$

the LLR in Equation (11.103) can be approximated as

Using the fact that $e^{-g(x)}$ is a monotone decreasing function as long as $g(x) > 0$, Equation (11.103) can be approximated as

Sử dụng tính chất $e^{-g(x)}$ là một hàm giảm đơn điệu trong điều kiện $g(x) > 0$, phương trình (11.103) có thể được xác định gần đúng dưới dạng

Bây giờ chúng ta xét đến việc tính toán LLR mức bit. Đặt $b_{l,i}$ là bit thứ l của symbol được phát từăng-ten phát thứ i . Nếu tất cả các bit đều có khả năng như nhau (tức là, $p\{b_{l,i} = 1\} = p\{b_{l,i} = 0\} = 1/2$), LLR mức bit có dạng

$$\ln \frac{p(b_{l,i} = 1 | \mathbf{y})}{p(b_{l,i} = 0 | \mathbf{y})} = \ln \frac{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | b_{l,i} = 1)}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | b_{l,i} = 0)} = \ln \frac{\sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^+} f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | \mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^-} f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | \mathbf{x})} \quad (11.103)$$

$$= \ln \frac{\sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^+} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right)}{\sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^-} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right)}$$

trong đó $S_{l,i}^+$ và $S_{l,i}^-$ là tập hợp các vector cùng với giá trị bit thứ l của symbol thứ i bằng 0 hoặc 1. Dùng gần đúng max-log sau đây,

$$\log(e^{X_1} + e^{X_2} + \dots + e^{X_n}) \approx \max_i X_i \quad (11.104)$$

chúng ta có thể xác định được một cách gần đúng LLR trong phương trình (11.103) dưới dạng

Sử dụng tính chất $e^{-g(x)}$ là một hàm giảm đơn điệu trong điều kiện $g(x) > 0$, phương trình (11.103) có thể được xác định gần đúng dưới dạng

$$\ln \frac{p(\mathbf{y} | b_{l,i} = 1)}{p(\mathbf{y} | b_{l,i} = 0)} = \ln \left\{ \sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^+} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) \right\} - \ln \left\{ \sum_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^-} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) \right\} \approx \ln \left\{ \max_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^+} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) \right\} - \ln \left\{ \max_{\mathbf{x} \in S_{l,i}^-} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) \right\} \quad (11.105)$$

$$\begin{aligned}
 LLR(b_{l,i}|\mathbf{y}) &\triangleq \ln \frac{p(b_{l,i}=1|\mathbf{y})}{p(b_{l,i}=0|\mathbf{y})} \\
 &\approx \frac{1}{2\sigma_z^2} \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{l,i}^-} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 - \frac{1}{2\sigma_z^2} \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{l,i}^+} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (11.106) \\
 &= \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{l,i}^-} D(\mathbf{x}) - \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{l,i}^+} D(\mathbf{x})
 \end{aligned}$$

Trong đó

$$D(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2.$$

11.7.4 Hệ LLR / hoặc MIMO sử dụng tập hợp vector ứng viên

Đối với hệ MIMO, số phần tử trong tập vector ứng viên, $|\mathcal{S}_{l,j}^+| = |\mathcal{S}_{l,j}^-|$, phụ thuộc vào số lượng ăng-ten phát cũng như kích thước chòm tin C . Lưu ý rằng sự phức tạp của quá trình tính toán LLR có thể quá cao khi số ăng-ten phát và / hoặc kích thước chòm tin tăng. Ví dụ, nếu chúng ta xét chòm tin 16-QAM và $N_T = N_R = 3$, $|\mathcal{S}_{l,j}^+| = |\mathcal{S}_{l,j}^-| = \frac{|C|^{N_T}}{2} = 16^3/2$. Điều đó cho thấy rằng việc tính toán LLR trong phương trình (11.106) trong thực tế rất phức tạp cao. Bây giờ chúng ta bàn về cách tính LLR mức bit của các phương pháp phát hiện ML giảm độ phức tạp như SD và QRM-MLD.

Trong các phương pháp phát hiện ML giảm độ phức tạp chẳng hạn như các phương pháp SD và QRM-MLD, giá trị metric ML cho tất cả các vector phát có thể không có sẵn. Bởi vì chúng ta có thể tìm vector ML sau khi tính toán các giá trị metric ML đối với một tập hợp nhỏ các vector trong SD, độ phức tạp có thể giảm đi mà không ảnh hưởng đến hiệu suất quyết định chính thức. Tuy nhiên, khi cần

11.7.4 LLR/or MIMO System Using a Limited Candidate Vector Set

For the MIMO system, the number of elements in the candidate vector set, $|\mathcal{S}_{l,j}^+| = |\mathcal{S}_{l,j}^-|$, depends on the number of transmit antennas as well as the constellation size C . Note that the complexity of computing the LLR can be prohibitively high as the number of transmit antennas and/or constellation size increases. For example, if we assume 16-QAM constellation and $N_T = N_R = 3$, $|\mathcal{S}_{l,j}^+| = |\mathcal{S}_{l,j}^-| = |C|^{N_T}/2 = 16^3/2$. It implies that too much complexity is required for computing the LLR of Equation (11.106) in practice. We now discuss how the bit-level LLR can be computed for the complexity-reduced ML detection methods such as SD and QRM-MLD.

In the complexity-reduced ML detection methods such as SD and QRM-MLD methods, ML metric values for all the possible

transmitted vectors are not available. Since the ML vector can be found after calculating ML metric values for a small set of vectors in SD, complexity can be reduced without hard-decision performance degradation. When soft output or LLR values are required, however, the SD performance is worse than that of ML detection, because only a small set of vectors is considered. Let B denote a set of candidate vectors obtained from the complexity-reduced ML detection methods. Recall that S^+ and S^- denote the set of vectors that the l th bit value of the i th symbol is 1 or 0, respectively. If the ML metric values are available only for a subset of the transmitted vectors, the bit-level LLR values in Equation (11.106) must be approximated as

where $S^-_B = S^- \cap B$ and $S^+_B = S^+ \cap B$.

The LLR value approximated by Equation (11.107) may face the following two problems [241]:

Problem 1: There is a case that a candidate vector set can be empty, that is,

$$S^-_{l,i,B} = S^-_{l,i} \cap B = \emptyset \text{ or } S^+_{l,i,B} = S^+_{l,i} \cap B = \emptyset \quad (11.108)$$

In this case, either one of the two terms in approximation in (11.107) cannot be

đầu ra mềm hoặc các giá trị LLR, hiệu suất SD kém hơn phát hiện ML, bởi vì chúng ta chỉ xét một tập hợp nhỏ các vector. Giả sử B là tập hợp các vector ứng viên thu được từ các phương pháp phát hiện ML giảm độ phức tạp. Nhớ là $S^+_{l,i}$ và $S^-_{l,i}$ biểu diễn tập hợp các vector mà giá trị bit thứ l của symbol thứ i lần lượt là 1 hoặc 0. Nếu chỉ có một tập hợp con các vector phát có giá trị Metric ML, chúng ta có thể tính gần đúng các giá trị LLR mức bit trong phương trình (11.106) dưới dạng

$$LLR(b_{l,i}|y) \approx \min_{\mathbf{x} \in S^-_{l,i,B}} D(\mathbf{x}) - \min_{\mathbf{x} \in S^+_{l,i,B}} D(\mathbf{x}) \quad (11.107)$$

trong đó $S^-_{l,i,B} = S^-_{l,i} \cap B$ and $S^+_{l,i,B} = S^+_{l,i} \cap B$.

Giá trị LLR được tính gần đúng bằng phương trình (11.107) có thể phá vỡ đối mặt với hai vấn đề sau đây [241]:

Vấn đề 1: Có một trường hợp tập vector ứng viên rỗng, tức là,

$$S^-_{l,i,B} = S^-_{l,i} \cap B = \emptyset \text{ or } S^+_{l,i,B} = S^+_{l,i} \cap B = \emptyset \quad (11.108)$$

Trong trường hợp này, chúng ta không thể tính được một trong hai số hạng trong gần đúng (11.107). Trong khi đó, chúng ta thấy ít nhất một trong hai metric L trong (11.107) luôn luôn tồn tại, tức là,

computed. Meanwhile, note that at least one of the two ML metric values in (11.107) always exists, that is, $S_{l,i,B}^-$ and $S_{l,i,B}^+$ cannot be the empty sets at the same time, for a given l and z . Let $x_{ML,B}$ be defined

as

Let us represent all the bit values of $x_{ML,B}$ by

where $b_{l,i,z}$ denotes the l th bit value of the z th symbol, $l = 1, 2, \dots, k$, $z = 1, 2, \dots, N_T$.

In the course of calculating the LLR in Equation (11.107), the following relation holds:

$$\min_{x \in S_{l,i,B}^-} D(x) = \|y - Hx_{ML,B}\|^2 \quad \text{or} \quad \min_{x \in S_{l,i,B}^+} D(x) = \|y - Hx_{ML,B}\|^2 \quad (11.111)$$

$x \in S_{l,i,B}^-$ $x \in S_{l,i,B}^+$

To handle Problem 1, the ML metric value not available for a specific bit can be replaced with an arbitrarily large number T .

Problem 2: Even if $S_{l,i,B}^- \neq \emptyset$ and $S_{l,i,B}^+ \neq \emptyset$, the corresponding ML metric values may not be correct due to a reduced set of candidate vectors. Let x_{ML} denote the ML solution vector among all possible transmit vectors and $x_{ML,B}$ an ML solution vector among candidate vectors in B . Similarly, let $b_{l,i,ML}$ and

$S_{l,i,B}^+$ và $S_{l,i,B}^-$ không thể là các tập rỗng cùng một lúc, đối với một l và i nhất định. Giả sử $x_{ML,B}$ được định nghĩa là

$$x_{ML,B} = \arg \min_{x \in B} \|y - Hx\|^2 = \arg \min_{x \in S_{l,i,B}^- \cup S_{l,i,B}^+} \|y - Hx\|^2 \quad (11.109)$$

Chúng ta hãy biểu diễn tất cả các giá trị bit của $x_{ML,B}$ bằng

$$[b_{1,1,ML,B} \ b_{2,1,ML,B} \ \dots \ b_{k,1,ML,B} \ b_{1,2,ML,B} \ \dots \ b_{k,2,ML,B} \ b_{1,3,ML,B} \ \dots \ \dots \ b_{k,N_T,ML,B}] \quad (11.110)$$

trong đó $b_{l,i,ML,B}$ là giá trị bit thứ l của symbol thứ i , $l = 1, 2, \dots, k$, $i = 1, 2, \dots, N_T$.

Trong quá trình tính toán LLR trong phương trình (11.107), hệ thức sau đây đúng:

$$\min_{x \in S_{l,i,B}^-} D(x) = \|y - Hx_{ML,B}\|^2 \quad \text{or} \quad \min_{x \in S_{l,i,B}^+} D(x) = \|y - Hx_{ML,B}\|^2 \quad (11.111)$$

Để giải quyết vấn đề 1, chúng ta thay thế giá trị metric ML không có sẵn đối với một bit cụ thể bằng số T lớn tùy ý.

Vấn đề 2: Cho dù $S_{l,i,B}^- \neq \emptyset$ và $S_{l,i,B}^+ \neq \emptyset$, các giá trị metric ML tương ứng có thể không chính xác do tập vector ứng viên giảm. Đặt x_{ML} là vector nghiệm ML trong số tất cả các vector phát khả dĩ và $x_{ML,B}$ là vector nghiệm ML trong số các vector ứng viên trong B . Tương tự, giả sử $b_{l,i,ML}$ và $b_{l,i,ML,B}$ tương ứng là các giá trị bit của x_{ML} và $x_{ML,B}$, khi $l = 1, 2, \dots, k$, $i = 1, 2, \dots, N_T$. Trước hết, chúng ta xét giá trị LLR mức bit khi $x_{ML} = x_{ML,B}$, và do đó $b_{l,i,ML} = b_{l,i,ML,B}$. $D(x_{ML}) = \min_{x \in S_{l,i,B}^-} D(x)$ đối với $b_{l,i,ML} = b_{l,i,ML,B} = 0$ khi $x_{ML} = x_{ML,B}$. LLR mức bit có dạng

$b_{i,j}$, $i:ML, b$ denote the bit values of x_{ML} and $x_{ML, b}$, respectively, for $l = 1, 2, \dots, k$, $i = 1, 2, \dots, NT$. We first consider the bit-level LLR value when $x_{ML} = x_{ML, b}$, and thus $b_{i,j:ML} = b_{i,j:ML, B}$. As $D(x_{ML}) = \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x)$ for $b_{i,j:ML} = b_{i,j:ML, B} = 0$ when $x_{ML} = x_{ML, B}$, the bit-level LLR is given as

when $b_{i,j:ML} = b_{i,j:ML, B} = 0$ is assumed. Since it is probable that $\min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) > \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x)$, the LLR value in Equation (11.112) might not be reliable. Now, we consider the bit-level LLR when $x_{ML} = x_{ML, b}$. Again assuming that $b_{i,j:ML, B} = 0$, then the bit-level LLR is given as

The negativity in Equation (11.113) is attributed to the fact that for any l and i , the following inequality holds by the definition of $x_{ML, b}$ in Equation (11.108):

Since $D(x_{ML, B}) > D(x_{ML})$ and $\min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) > \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x)$, both terms in (11.113) are subject to the positive errors and thus, the LLR value might not be reliable. The underlying unreliability problem can be handled by replacing each term (ML metric value) in Equation (11.113) with the predetermined value whenever it exceeds the given threshold. In other words, each term in Equation

$$\begin{aligned} LLR(b_{i,j}|y) &= \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x) - \min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) \\ &= D(x_{ML}) - \min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) < 0. \end{aligned} \quad (11.112)$$

khi chúng ta giả sử $b_{i,j:ML} = b_{i,j:ML, B} = 0$. Vì rất có thể $\min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) \geq \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x)$, giá trị LLR trong phương trình (11.112) có thể không đáng tin cậy. Bây giờ, chúng ta xét LLR mức bit khi $x_{ML} \neq x_{ML, B}$. Chúng ta cũng giả sử rằng $b_{i,j:ML, B} = 0$, thế thì LLR mức bit có dạng

$$LLR(b_{i,j}|y) = D(x_{ML, B}) - \min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) < 0 \quad (11.113)$$

Đấu trừ trong phương trình (11.113) có thể là do đối với bất kỳ l, j và i nào, theo định nghĩa của $x_{ML, b}$ trong phương trình (11.108) bất đẳng thức sau đây đúng:

$$\|y - Hx_{ML, B}\|^2 \leq \min_{x \in S_{l,j,B}^-} \|y - Hx\|^2 \text{ and } \|y - Hx_{ML, B}\|^2 \leq \min_{x \in S_{l,j,B}^+} \|y - Hx\|^2 \quad (11.114)$$

Bởi vì $D(x_{ML, B}) \geq D(x_{ML})$ và $\min_{x \in S_{l,j,B}^+} D(x) \geq \min_{x \in S_{l,j,B}^-} D(x)$, cả hai số hạng trong (11.113) đều có sai số dương và do đó, giá trị LLR có thể không đáng tin cậy. Chúng ta có thể giải quyết vấn đề này bằng cách thay thế mỗi số hạng (giá trị metric ML) trong phương trình (11.113) bằng các giá trị định trước bất cứ lúc nào nó vượt quá một ngưỡng nhất định. Nói cách khác, mỗi số hạng trong phương trình (11.113) có thể bị giảm một lượng T lớn tùy ý. Thông qua việc giới hạn giá trị metric ML trong ngưỡng, chúng ta có thể tránh được sự giảm hiệu suất tối hạn.

(11.113) can be truncated by an arbitrarily large number T . By limiting the ML metric value within the threshold, a critical performance degradation can be avoided.

MATLAB Programs: Soft-Decision QRM-MLD Detector for 4x4 MIMO System

Program 11.22 ("QRM_MLD_simulation.m") can be used to evaluate the performance of hard/soft-decision with QRM-MLD detector for 4 x 4 MIMO system using 16-QAM ($M = 16$). It implements the multipath channel with the power delay profile (PDP) as given in Figure 11.15. Figure 11.16 shows the performance of QRM-MLD with hard decision and soft decision. Table 11.2 summarizes the simulation parameters used for the results in Figure 11.16. In this example, there exists $|C| \times M = 256$ candidate vectors in B , and the LLR values are calculated using Equation (11.107). When Problem 1 occurs, $T = 2$ has been used as the non-existing ML metric values in the simulation.

Table 11.2 Simulation parameters.

Figure 11.15 Power delay profile (PDP) for simulation.

Appendix 11.A Derivation of Equation (11.23)

Các Chương trình MATLAB: Detector QRM-MLD phát hiện mềm cho hệ MIMO 4x4

Chúng ta có thể dùng Chương trình 11.22 ("QRM_MLD_simulation.m") để đánh giá hiệu suất quyết định chính thức/mềm với detector QRM-MLD trong hệ MIMO 4 x 4 dùng 16-QAM ($M = 16$). Nó thực hiện kênh đa đường với phân bố công suất trễ (PDP) như trong hình 11.15. Hình 11.16 biểu diễn hiệu suất của QRM-MLD với quyết định chính thức và mềm. Bảng 11.2 tóm tắt các thông số mô phỏng được sử dụng cho các kết quả trong hình 11.16. Trong ví dụ này, tồn tại $|C| \times M = 256$ ứng vector ứng viên trong B , và các giá trị LLR được tính bằng phương trình (11.107). Khi vấn đề 1 xuất hiện, chúng ta sử dụng $T = 2$ làm các giá trị metric ML không tồn tại trong mô phỏng.

Bảng 11.2 Các tham số mô phỏng.

Hình 11.15 Phân bố trễ công suất (PDP) của mô phỏng.

Phụ lục 11.A Đạo hàm của phương trình (11.23)

Chúng ta cần chứng minh

We prove

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \arg \min_{\mathbf{x}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (11.A.1)$$

where

\mathbf{x} is the unconstrained LS solution (i.e., $\mathbf{x} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$). Since this relationship holds for both complex and real systems, \mathbf{H} , \mathbf{y} , and \mathbf{x} are used in place of \mathbf{H} , \mathbf{y} , and \mathbf{x} , respectively. Consider the following expansion:

Since \mathbf{x} is the LS solution, $(\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) = 0$ and thus, Equation (11.A.2) reduces to

Substituting \mathbf{x} with $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, Equation (11.A.3) is expressed as

Since $\mathbf{y}^T \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y}$,

the first term in Equation (11.A.4) becomes

$$\mathbf{y}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y} \quad (11.A.5)$$

which turns out to be constant with respect to \mathbf{x} . From Equations (11.A.4) and (11.A.5), our relationship in Equation (11.A.1) immediately follows:

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \arg \min_{\mathbf{x}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (11.A.6)$$

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \arg \min_{\mathbf{x}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (11.A.1)$$

trong đó $\hat{\mathbf{x}}$ là nghiệm LS không ràng buộc (tức là $\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$). Bởi vì hệ thức này đúng đối với cả các hệ thực và phức và thực tế, \mathbf{H} , \mathbf{y} , và \mathbf{x} lần lượt được sử dụng thay cho \mathbf{H} , \mathbf{y} , và \mathbf{x} . Xét khai triển sau:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 &= \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2 \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) \\ &= \{(\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T + (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T\} \{(\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})\} \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \\ &\quad + (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (11.A.2)$$

Vì $\hat{\mathbf{x}}$ là nghiệm LS,

$$(\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x}) = 0$$

và do đó, phương trình (11.A.2) chuyển thành

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (11.A.3)$$

Thế \mathbf{x} bằng $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, phương trình (11.A.3) có dạng

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \left\{ \mathbf{y} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \right\}^T \left\{ \mathbf{y} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \right\} + (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}). \quad (11.A.4)$$

Bởi vì

$$\mathbf{y} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y}$$

số hạng đầu tiên trong phương trình (11.A.4) trở thành

$$\begin{aligned} &\mathbf{y}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-T} \mathbf{H}^T \right\} \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-T} \mathbf{H}^T + \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-T} \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^T \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right\} \mathbf{y}. \end{aligned} \quad (11.A.5)$$

Không thay đổi theo \mathbf{x} . Từ phương trình (11.A.4) và (11.A.5), chúng ta có thể suy ra ngay được hệ thức trong phương trình (11.A.1) là:

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \arg \min_{\mathbf{x}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}). \quad (11.A.6)$$

