



### Nghi m chính xác c a chùm không nhi u x . I. Lí thuy t vô h ñg

Tóm t t: Chúng tôi ã tìm các nghi m không kì d , chính xác c a ph ñg trình sóng vô h ñg i v i chùm không nhi u x . i u này có ngh a là phân b c ñg theo m t ph ñg ngang không thay i khi truy n trong không gian t do. Nh ñg chùm này có th có biên d ñg c ñg c c kì h p v i r ñg hi u d ñg nh c vài b c sóng và v n còn có sâu tr ñg nh vô h ñn. H n n a, b ñg cách dùng mô ph ñg s d a trên lí thuy t nhi u x vô h ñg, chúng tôi ch ñg t r ñg th c ch t v m t v t lí, phép g n úng khe xác nh i v i các nghi m chính xác c ñg có th có m t sâu tr ñg nh c c kì r ñg.

B t c m t tr ñg b c sóng  $\lambda$  ban u b giam c m trong m t vùng xác nh bán kính  $r$  trong m t ph ñg ngang s b m r ñg do nhi u x khi nó truy n t m t ph ñg ó vào không gian t do. Kho ñg cách c tr ñg mà qua ó s m r ñg do nhi u x t ñg áng k là kho ñg Rayleigh  $r^2/\lambda$ . Vì lí do này, thông th ñg ñg i ta th ñg xem r ñg b t kì m t tr ñg d ñg chùm (ngh a là, cái mà c ñg c a nó c c i d c theo tr c truy n và có khuynh h ñg ti n t i không khi t ñg t a theo ph ñg ngang) cu i cùng ph i ch u m t s m r ñg do nhi u x khi nó truy n. i u này hi n nhiên úng, ch ñg h n nh i v i chùm Gauss: t i kho ñg cách  $z \gg r^2/\lambda$  tính t c chùm, chùm Gauss có kích th t ch m sáng là  $r$  có góc phân kì t l v i  $\lambda/r$ .

ây, chúng tôi ã vào nghi m chính xác, d ñg chùm, không gian t do không b m r ñg theo ph ñg ngang (nhi u x ) phía sau m t ph ñg n i chùm c hình thành. Nh ñg nghi m này không kì d , gi ñg nh các sóng ph ñg, có m t n ñg l ñg không xác nh ch không ph i xác nh. Quan tr ñg nh t, phân b c ñg c a chúng v n rõ nét trong vài b c sóng trong m i m t ph ñg ngang, không ph thu c kho ñg cách truy n.

Chúng ta b t u v i ph ñg trình sóng trong không gian t do:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E(\mathbf{r}, t) = 0. \tag{1}$$

Ng i ta có th d ñàng ch ra r ñg nghi m chính xác c a ph ñg trình (1) i v i các tr ñg vô h ñg truy n vào trong vùng không có ngu n  $z \geq 0$  là

$$E(x, y, z \geq 0, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp[i\alpha(x \cos \phi + y \sin \phi)] d\phi, \tag{2}$$

ây  $\beta^2 + \alpha^2 = (\omega/c)^2$  và  $A(\phi)$  là hàm ph c tùy ý c a  $\phi$ . Khi  $\beta$  th c, ph ñg trình (2) bi u di n m t lo i tr ñg không nhi u x theo ngh a là biên d ñg c ñg trung bình theo th i gian t i  $z=0$ ,

$$I(x, y, z \geq 0) = \frac{1}{2} |E(\mathbf{r}, t)|^2 = I(x, y, z = 0), \tag{3}$$

ct o l i chính xác i v i t t c  $z > 0$  trong m i m t ph ng vuông góc v i t r c z.

Ch có tr ng không nhi u x [ph ng trình 2] có i x ng tr c là tr ng mà i v i nó  $A(\phi)$  không ph thu c vào  $\phi$ , c th , m t tr ng mà l n c a nó t l v i

$$E(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] \int_0^{2\pi} \exp[i\alpha(x \cos \phi + y \sin \phi)] \frac{d\phi}{2\pi}$$

$$= \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha \rho). \quad (4)$$

ây  $\rho^2 = x^2 + y^2$  và  $J_0$  là hàm Bessel b c 0 lo i I. Khi  $\alpha = 0$ , nghi m n gi n là sóng ph ng, nh ng i v i  $0 < \alpha \leq \omega/c$  nghi m là chùm không nhi u x mà biên d ng c ng

c a nó suy gi m v i t c t l ngh ch v i  $\alpha \rho$ , nh c bi u di n trong hình 1.

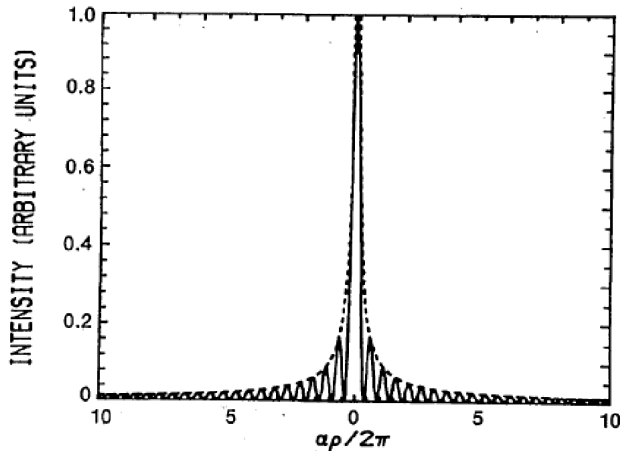


Fig. 1. Intensity distribution  $J_0^2(\alpha \rho)$  (—) and its envelope function  $2/\pi \alpha \rho$  (---).

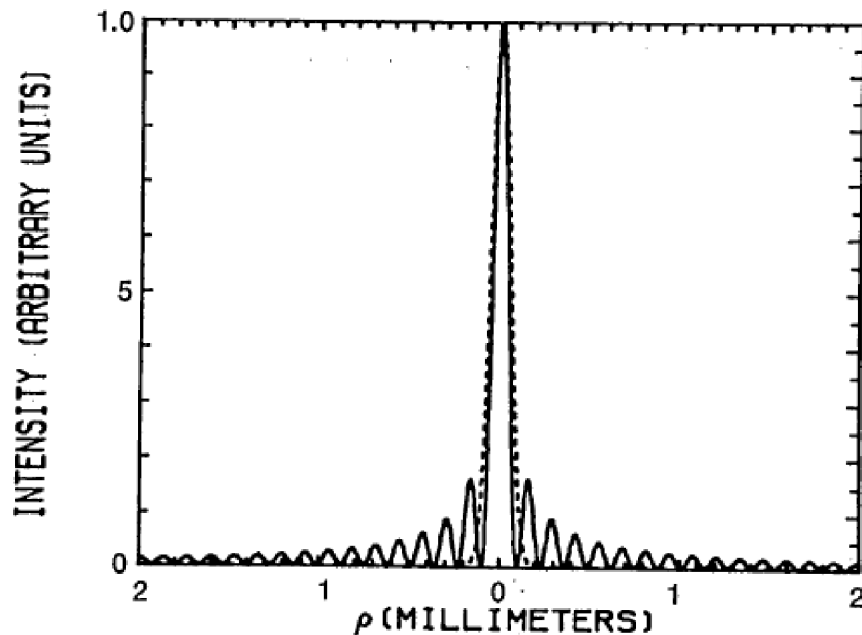
r ng hi u d ng c a chùm c xác nh b i  $\alpha$ , và khi  $\alpha = \omega/c = 2\pi/\lambda$  (giá tr c c i kh d i v i tr ng bình th ng) ch m trung tâm có ng kính c c t i u kh d c a nó kho ng  $3\lambda/4$ .

B i vì phân b c ng c a chùm  $J_0$  suy gi m theo  $1/\rho$ , nên nó không bình ph ng kh tích. Qu th c, cho dù biên d ng c ng t c c i rõ nét, l ng n ng l ng trong m i vòng g n

b ng v i n ng l ng c ch a trong c c i trung tâm. Do ó òi h i m t l ng n ng l ng vô h n t o ra chùm Bessel  $J_0$  trên toàn b m t ph ng. Tuy nhiên, ng i ta có th t o ra m t chùm nh th trên m t di n tích xác nh, và bây gi chúng ta s kh o sát tính ch t truy n c a các chùm  $J_0$  khe xác nh b ng cách dùng lí thuy t nhi u x vô h ng.

Nh ã bi t, lí thuy t nhi u x vô h ng mang l i các k t qu tuy t v i khi b c

sóng nh so v i kích th t c a khe và các góc truy n không quá d c ng. C hai tiêu chí này c thỏa mãn trong nh ng tr ng h p sau, và chúng tôi ã dùng lí thuy t Rayleigh-Sommerfeld Green th c hi n mô ph ng s c a quá trình truy n tr ng.



(a)

Chúng ta hãy gi s r ng m t ph ng  $z=0$  chúng ta có chùm  $J_0$  v i ng kính ch m trung tâm  $200 \mu m$  ( $\alpha = 240.5 cm^{-1}$ ) và bán kính khe  $2 mm$  nh c bi u di n trong hình 2a. Trong hình này c ng có m t chùm Gauss v i r ng t i a t i n a c c i là  $100 \mu m$ . N ng l ng toàn ph n trong chùm  $J_0$  l n h n 10 l n chùm Gauss. Hình 3 bi u di n mô ph ng s c a s truy n c ng peak trung tâm (ngh a là, c ng t i  $\rho = 0$  i v i m i chùm nh hàm theo kho ng cách t m t ph ng  $z=0$  khi  $\lambda = 0.5 \mu m$ . C ng peak c a chùm  $J_0$  dao ng làm chúng ta h i t ng l i phân b c ng c a vân nhi u x Fresnel c a m t l i dao.

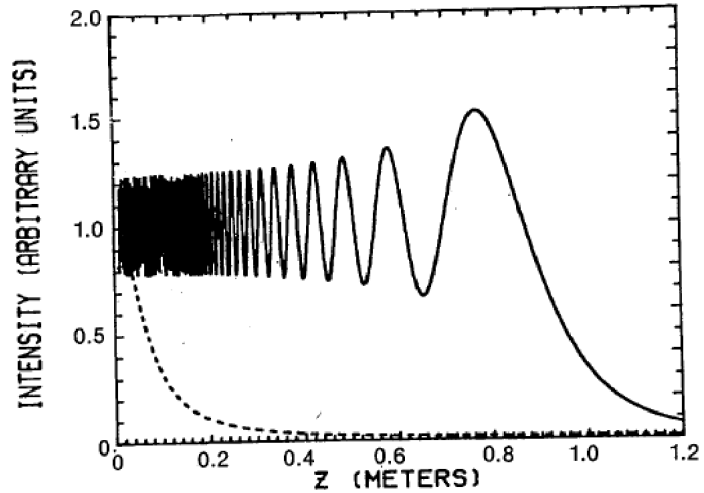


Fig. 3. Intensities  $I(\rho = 0, z)$  at beam center, as a function of distance, of the  $J_0$  (—) and Gaussian (---) beams whose initial intensity distributions at  $z = 0$  are shown in Fig. 2(a).

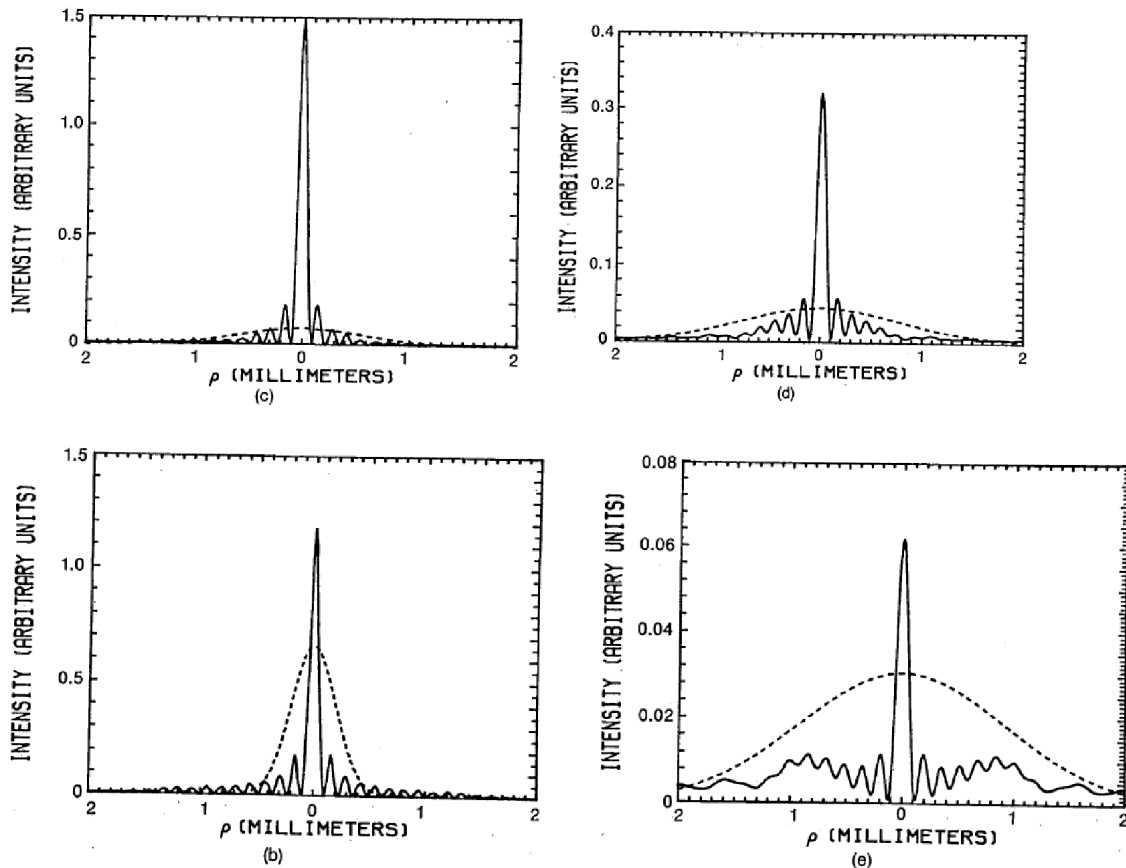
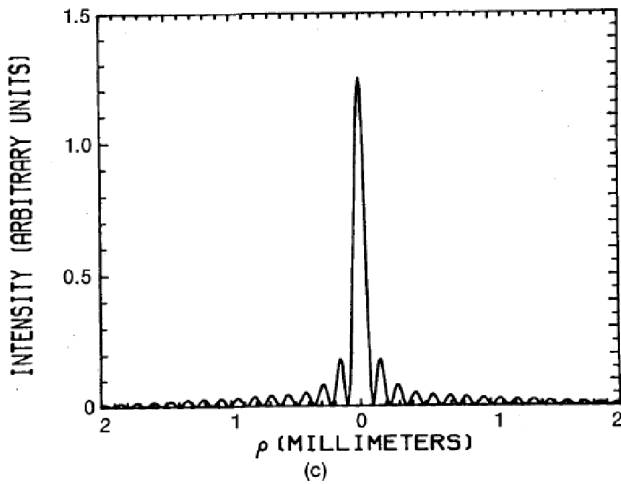
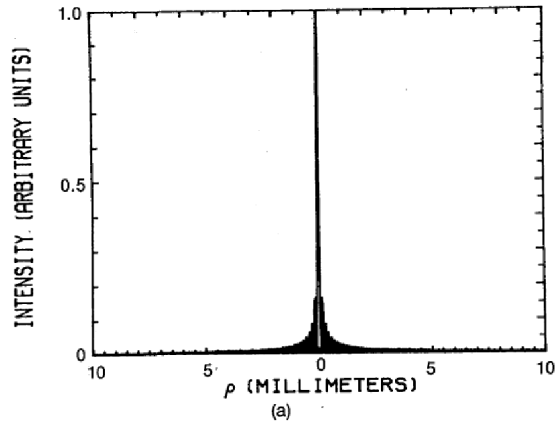


Fig. 2. Intensity distributions for a  $J_0$  beam (—) and a Gaussian beam (---): (a) when  $z = 0$  (i.e., in the initial plane where the beams are assumed to be formed), (b) when  $z = 25$  cm, (c) when  $z = 75$  cm, (d) when  $z = 100$  cm, and (e) when  $z = 120$  cm, assuming that  $\lambda = 0.5 \mu m$ . Note that in 2(b)–2(e) the intensity of the Gaussian beam has been multiplied by 10.

Hình 2(b), 2(c), 2(d) và 2(e) biểu diễn biên độ góc của chùm tia tới  $z=25, 75, 100$  và  $120$  cm, với các biên độ Gauss nhân với hệ số 10 (nghĩa là biên độ của chùm Gauss này là kết quả của chùm Gauss tới mặt phẳng  $z=0$  có bán kính tiêu cự  $100 \mu\text{m}$  và bán kính toàn phần của chùm  $J_0$ ). Chùm  $J_0$  có cấu trúc nhô nhô ở các vị trí của chùm Gauss, và hiện tượng này phần lớn là do phân bố bán kính của nó. Chỉ 5% bán kính toàn phần của chùm  $J_0$  nằm ở trung tâm, nhưng hiện tượng tỏa ra một chùm trung tâm sắc nét với bán kính không thay đổi  $200 \mu\text{m}$  trên khoảng cách khoảng 1m. Ngược lại, bán kính của chùm Gauss hầu như tập trung 100% bán kính của nó trong bán kính với  $200 \mu\text{m}$  và bán kính góc sau khi truyền 1cm.

Bây giờ, chúng ta hãy giả định kính chiếu trung tâm của chùm  $J_0$  không có bán kính  $200 \mu\text{m}$  và tăng bán kính khe từ 2mm lên 10 mm như biểu diễn trong hình 4a. Chỉ  $200 \mu\text{m}$  sẽ hiển thị rõ ràng và truyền hình ảnh 5 m mà không bị mờ, như minh họa bởi mô phỏng của biểu diễn trong hình 4(b) và 4(d).



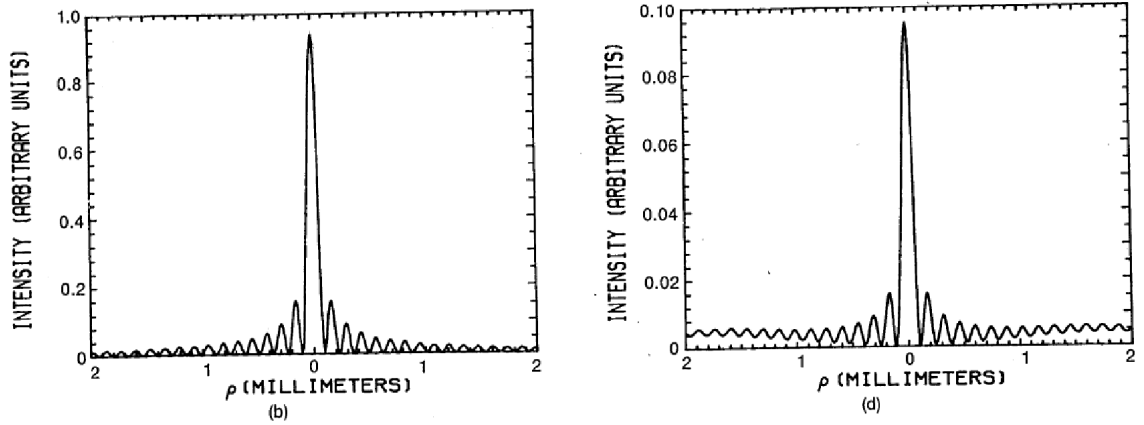


Fig. 4. Intensity distributions for a  $J_0$  beam: (a) when  $z = 0$ , (b) when  $z = 2$  m, (c) when  $z = 4$  m, and (d) when  $z = 5.5$  m. The aperture at  $z = 0$  has a radius of 1 cm, but only the central 4 mm of the beam is plotted in (b)–(d) in order to show clearly that the central spot diameter has not changed.

Hình 5 biểu diễn sự phân bố cường độ của chùm tia laser lên 5 l n không ch t ng kho ng truy n m t l ng t ng t nh th mà còn gi m l n c a bi n ng trong c ng peak. M t chùm v i m t s âu tr ng nh l n nh th s r t h u đ ng, ch ng h n trong vi c i u ch nh ho c t ng chu n tr c v i chính xác cao.

V n còn m t ph ng pháp n gi n nh ng chính xác tìm kho ng c a chùm  $J_0$  khe xác nh. T ph ng trình (4), ng i ta th y r ng chùm  $J_0$  là ch ng ch t c a các sóng ph ng có cùng biên và truy n cùng góc  $\theta = \sin^{-1}(\alpha\lambda/2\pi)$  i v i tr c z nh ng có góc ph ng v ch y t 0 n  $2\pi$  rad. i v i m t tr ng nh th , nh c bi u di n trong hình 6, quang hình h c tiên oán r ng vùng ch n hình nón b t u xu t hi n t i kho ng cách

$$z_{\max} = r/\tan \theta$$

$$= r[(2\pi/\alpha\lambda)^2 - 1]^{1/2}, \quad (5)$$

ây r là bán kính c a khe ó chùm  $J_0$  c hình thành. Ch ng h n, trong tr ng h p chúng ta ang nghi n c u hình 2 và 3  $\tan \theta = 1.9 \times 10^{-3}$ , bán kính khe ban u  $r=0.2$  mm, chúng ta tìm c  $z_{\max}=1.05$  m. Trong tr ng h p hình 4 và 5, góc truy n  $\theta$  v n nh c , nh ng r t ng lên 1 cm, và vì th  $z_{\max}=5.25$ m. Trong c hai tr ng h p  $z_{\max}$  t ng ng v i m t i m c t t i g c c a suy gi m cu i cùng s c nét trong c ng nh c a chùm  $J_0$ .

Qu th c, ng i ta nh n th y ph ng trình (5) ã tiên oán chính xác kho ng hi u đ ng c a các chùm  $J_0$  khe xác nh i v i t t c các giá tr c a  $\alpha$  trong kho ng  $\omega/c \geq \alpha \geq 2\pi/r$ . Khi  $\omega/c \geq \alpha \geq 2\pi/r$ . Khi  $\alpha > \omega/c$ , sóng bi n m t, và  $z_{\max}=0$ . Khi  $\alpha < 2\pi/r$ , tr ng ngu n v c b n ch là m t a bán kính r, và  $z_{\max}$  b ng v i kho ng Rayleigh.

Trong ph n I c a bài báo cáo này, chúng tôi ch a vào lí thuy t chùm không nhi u x vô h ng; trong ph n II chúng tôi s a vào lí thuy t tr ng i n t hoàn ch nh. Vài ph ng pháp t o ra chùm  $J_0$  khe c nh ã c th c hi n, và s xác nh n s b v m t th c nghi m c a tiên oán v a a ra trên ã thu c. Các thí nghi m thêm n a ang c t i n hành, và các k t qu chi ti n c a vào m t cách riêng bi t.<sup>3</sup>

Cu i cùng, chúng tôi mu n ch ra r ng lo i tr ng không nhi u x c cho b i ph ng trình (2) có th c t ng quát hóa thêm n a g p c các nghi m a s c. Có th d dàng ch ng t r ng s ch ng ch t tuy n tính c a các tr ng không nhi u x (ph ng trình 2), t t c u có cùng  $\alpha$  nh ng có t n s khác nhau  $\omega \geq c\alpha$ , v n không nhi u x theo ngh a là phân b c ng trung bình theo th i gian gi ng nhau m i n i trong m t ph ng vuông góc v i tr c z. Lo i xung không nhi u x theo ph ng ngang có th c xây d ng hi n t i ang c nghiên c u.

## REFERENCES

1. See, for example, H. Kogelnik and T. Li, "Laser beams and resonators," Proc. IEEE, **54**, 1312–1392 (1966).
2. See, for example, C. J. Bouwkamp, "Diffraction theory," Rep. Prog. Phys., **17**, 35–100 (1954).
3. A brief report on some of our initial experimental results was presented at the 1986 Annual Meeting of the Optical Society of America: J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, "Diffraction-free beams," J. Opt. Soc. Am. A **3**, P128 (1986).