

Chương 7: Tính Chất của laser hoạt động chế độ liên tục



Đch t Problems in Laser physics của G.Cerullo, S.Longhi, M.Nisoli, S.Stagira, và O.Svelto, 2001.

Các bài tập

7.1P Tính toán hệ số mất mát logarithmic

Tính toán hệ số mất mát logarithmic trên một lần truyền qua của buồng cộng hưởng laser Fabry-Perot với một mất mát bên trong có thể bỏ qua. Buồng cộng hưởng này gồm 2 gương với hệ số truyền qua là $T_1 = 80\%$ và $T_2 = 5\%$

7.2P Tính toán thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng

Một laser vòng Nd:YAG chi u dài hình học $L = 10\text{cm}$ có một tinh thể tích cực dài $l = 1\text{cm}$ với chiết suất $n = 1.82$, một bên trong buồng cộng hưởng quang học vi ba gương có hệ số phản xạ lần lượt là $R_1 = 95\%$, $R_2 = 100\%$ và $R_3 = 98\%$ bức sóng phát laser. B qua số mất mát bên trong buồng cộng hưởng và hệ số tiết diện phát xạ của mức hi u d $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19}\text{cm}^2$ tâm của dịch chuyển laser ,tính:

- (a) Thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng khi tính thể tích buồng.
- (b) Thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng khi laser đã ổn định và thể tích buồng bằng giá trị của nó.
- (c) Thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng khi thể tích buồng bằng giá trị của nó.
- (d) Số photon trong buồng cộng hưởng laser.

7.3P Laser 4 mức với thời gian sống xác định của các mức laser dưới

Xét một laser 4 mức bên dưới và hệ số:

- (i) tỉ số phân nhánh của dịch chuyển $2 \rightarrow 1$ so với thể tích dịch chuyển phát toàn phần là $\beta = 0.5$.
- (ii) thời gian sống toàn phần trạng thái cao là bằng hoàn toàn và giá trị của nó $\tau_2 = 234\mu\text{s}$ (các dữ liệu của phần dịch chuyển $1.064\mu\text{m}$ của Nd:YAG). Trong những điều kiện này, thời gian sống τ_1 của mức laser bên dưới phải bằng như thế nào $N_1 / N_2 < 1\%$?

7.4P Phân tích quá trình tích cực của laser 3 mức

Trong số laser 3 mức, mức laser thấp là trạng thái cơ bản và số biến xuất hiện qua một diode bơm tập trung mức lên mức laser cao (qua sự phản xạ nhanh). Hệ số mất mát toàn phần của mức là N_1 , thời gian sống mức cao τ , thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng τ_c và thể tích buồng là W_p , hãy viết phương trình tích cực không phụ thuộc không gian của laser 3 mức. Hệ số hệ số mất

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

logarit toàn phần là γ , tỉ số phát xạ cảm ứng của d ch chuyển laser là σ_e và chi u dài c a môi tr ãng ho t tính là l , hãy tính t c b m c n thi t t n ng ãng.

7.5P Đi u kiện ãng trong laser ruby

Dùng k t qu c a bài t p 7.4P, hãy tính toán s o l n m t c n thi t t c dao ãng laser trong laser ruby b c sóng $\lambda = 694.3nm$. Gi s bu ãng c ãng h ãng Fabry-Perot v i các h s ph n x c a các ãng là $R_1 = 100\%$, và $R_2 = 96\%$, s m t mát do tán x trong m t l n truy n qua là 3% và thanh ruby dài 6 cm. Gi s giá tr c a tỉ số phát xạ cảm ứng và h p th u b ãng nhau và b ãng $\sigma_a = \sigma_e = 2.7 \times 10^{-20} cm^2$.

7.6P Th u kính nh i t trong laser Nd:YAG microchip

Trong laser microchip Nd:YAG c t o r a t m t thanh tinh th dày 1mm (chi t su t $n=1.82$) v i các m t ph ãng song song c b m d c b i m t laser diode, các th u kính nh i t c c m ãng trong quá trình b m trong tinh th c xem nh ã các th u kính m ãng c t tâm c a bu ãng c ãng h ãng. Tiêu c t ãng ãng c a các th u kính nh i t có th c tính b ãng cách o s ph n k c a chùm laser microchip. Gi s r ãng laser ãng ho t ãng mode c b n TEM_{00} và góc ph n k c a chùm là: $\theta = 5mrad$, hãy tính giá tr c a các th u kính nh i t?

7.7 P H i u su t ãng trong m t laser 4 m c c b m d c

Chúng ta hãy xét m t laser 4 m c c b m d c b ãng m t chùm b m tròn TEM_{00} có kích th c v t g n nh không i w_p . Gi s r ãng chùm laser bao g m m t mode Gauss TEM_{00} , kích th c v t c chùm là w_0 và s nh i u x mode bên trong môi tr ãng l i có th b qua. Hãy rút ra bi u th c gi i tích c a h i u su t ãng c a laser g n ãng.

(H ãng d n: t bi u th c ãng cong u vào- u ra chu n hóa $y=y(x)$ trong ph ãng trình (7.3.33) c a PL, tính toán bi u th c ãng ãng i v i x và (dy/dx) . Sau ó dùng các k t qu này tính h s góc c a ãng cong h i u su t ãng. (M c khó l n h n trung bình).

7.8P Tính toán ãng ãng và h s góc c a ãng cong h i u su t trong laser Nd:YAG c b m d c

Laser Nd:YAG b c sóng $\lambda = 1.064\mu m$ bao g m tinh th dài $l=5mm$, c t bên trong m t bu ãng c ãng h ãng ph ãng lõm, c b m d c b i m t laser diode GaAs b c sóng $\lambda_p = 800nm$. G ãng ph ãng c ph tr c t i p trên m t ph ãng c a tinh th YAG và có h s ph n x 100% b c sóng laser. G ãng u ra có bán kính cong $R=10cm$ và h s truy n qua $T=6\%$ b c sóng laser. Chi u dài hình h c c a bu ãng c ãng h ãng là $L=9cm$ và m t mát bên trong trên m t l n truy n qua là: $\gamma = 0.03$. Gi s h i u su t b m toàn ph n $\eta_p \approx 60\%$ và ph n b b m Gauss v i kích th c v t w_p g n b ãng $123\mu m$ và g n nh không i d c theo tinh th , tính toán công su t b m ãng ãng. Hãy tính h s góc c a ãng cong h i u su t khi công su t b m v t h ãng ãng laser c c t i u m t h s là $x=10$. Gi s i v i

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Nd:YAG, tiết diện ngang hình vuông $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$, thời gian sống mức cao $\tau = 230 \mu\text{m}$ và chiết suất là $n = 1.82$.

7.9P Tính toán số mật mát bên trong laser

tính toán số mật mát bên trong một laser Nd:YLF có bán kính diode công suất cao, công suất bơm ngang P_{th} có dùng 2 bán kính khác nhau với hiệu suất là: $R_1 = 90\%$, và $R_2 = 95\%$. Góc còn lại có hiệu suất 100% bức xạ laser. Bật ngang công suất bơm ngang $P_{th1} = 1\text{w}$ và $P_{th2} = 600\text{mw}$, hãy tính số mật mát bên trong.

7.10P Tính toán ghép u ra t i u

Tính toán hiệu suất truyền qua tia u c a g ng u ra khi laser bài tập 7.9P có bán kính diode có công suất u vào là $P_p = 5\text{w}$. cho n gin, b qua s bi n i c a tr ng b m và tr ng laser theo ph ng ngang và dùng các k t qu c a s ghép u ra t i u c a lý thuy t sóng ph ng.

7.11P Hi u su t đ c trong m t laser sóng đ ng

Xét 2 h laser hoàn toàn gi ng nhau ch khác nhau đ ng hình h c c a bu ng c ng h ng. Laser u tiên dùng bu ng c ng h ng vòng m t h ng, trong khi ó laser th hai bao g m bu ng c ng h ng sóng ng (Fabry-Perot) v i m t b ghép u ra. H s m t mát ghép u ra i v i 2 chùm laser là $\gamma_2^{(1)} = 0.05$ và $\gamma_2^{(2)} = 0.1$, số mật mát bên trong trên m t l n truyền qua gi ng nhau i v i c hai laser và b ng $\gamma_i = 0.1$. Gi s r ng c hiê su t b m laser và hi u su t ngang gi ng nhau, làm sao b n so sánh h s góc c a ng cong hi u su t c a hai laser khi :

(i) chúng ho t ng g n ng ng

(ii) chúng ho t ng trên ng ng 10 l n

(Bài tập này liên quan n hi u su t đ c trong laser 4 m c)

7.12P H th c tán s c i v i v ch Lorent

V ch R_1 c a ruby b c sóng $\lambda_0 = 694.3\text{nm}$ c xem g n úng là m t đ ch chuy n m r ng ng nh t 2 m c v i s m r ng do va ch m nhi t ph òng $\Delta\nu_e \approx 330 \text{ GHz (FWHM)}$. Chi t su t kh i c a ruby i v i i n tr ng c phân c c song song v i tr c quang h c c là $n_0 = 1.763$. Tính toán chi t su t c a ruby có tính n s tán s c c a vào b i v ch R_1 :

(i) tâm v ch h p th $\nu = \nu_0$

(ii) đ ch chuy n t n s xanh t ν_0 n $\Delta\nu_0/2$. Gi s m t Cr^{3+} là $N = 1.58 \times 10^{19} \text{ ions/cm}^3$ và tiết diện h p th $\sigma_a = 1.22 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ i v i đ ch chuy n R_1 .

(Bài tập này liên quan n h th c gi a h s h p th và chi t su t i v i đ ch chuy n 2 m c c m r ng ng nh t).

7.13P S đ ch t n s trong laser m r ng ng nh t

Rút ra ph ng trình (7.9.1) c a PL mô t s đ ch t n s i v i đ ch chuy n laser

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

chỉ ra những kết quả.

(Hãy dùng: tính toán tần số các mode của buồng cộng hưởng quang học tính đến công suất của môi trường liên vi vật Lorentz, xem phần trình 7.10.2 của PL và bài tập 7.12P. Sau đó, chúng ta so sánh các tần số các mode này với các tần số của buồng cộng hưởng rỗng và dùng số kỳ là khi hoạt động trạng thái xác lập liên vi vật mất mát. Cuối cùng, biểu diễn mật độ năng lượng của các mode theo bước sóng của các tần số mode của buồng cộng hưởng. (Mức khó l nh n trung bình)

7.14P Tính toán số d ch t n s trong laser He-Xe

Trong laser He-Xe áp suất thấp liên vi cao hoạt động bước sóng $3.51 \mu\text{m}$, d ch chuyển laser chủ yếu bị mở rộng do hiệu ứng Doppler với FWHM của $\Delta\nu_0 \approx 200\text{MHz}$. Hệ số mất mát logarit trên mặt liên vi truyền qua $\gamma = 0.5$ và chiều dài buồng cộng hưởng quang học $L_e = 0.1\text{m}$. Tính toán tần số $\Delta\nu_0 / \Delta\nu_c$ giữa các mode của buồng cộng hưởng laser và tần số các mode của buồng cộng hưởng. Sau đó tính toán số d ch t n s của sự phát xạ laser khi tần số mode của buồng cộng hưởng ν_c của hệ thống tâm của vạch liên vi $\nu_0 - \nu_c = 50\text{MHz}$.

7.15P Giới hạn liên vi của r ng v ch laser

Xét một laser Nd:YAG ở mode d ch trong một buồng cộng hưởng vòng dao động $\lambda_l = 1064\text{nm}$ phát ra công suất đầu ra là $P = 100\text{mW}$. Hệ số chiều dài quang học của buồng cộng hưởng $L_e = 12\text{cm}$ và mất mát logarit trên mặt liên vi truyền qua $\gamma = 0.01$, tính toán giới hạn Schawlow-Townes của r ng v ch laser do phát xạ t phát.

(bài tập này liên quan đến việc rút ra công thức Schawlow-Townes của r ng v ch laser do phát xạ t phát)

7.16P Liên vi laser Ti-Sapphire bằng mặt b l c l ng chi t

B l c l ng chi t liên vi laser được làm từ mặt phản xạ góc Brewster của vào góc Brewster trong laser Ti-sapphire hoạt động $\lambda = 780\text{nm}$. Mặt phản xạ quay sao cho chiều tia thẳng và tia b t thẳng là $n_o = 1.535$ và $n_e = 1.544$. Tính toán chiều dày L cho khoảng cách bước sóng giữa hai chế độ d ch chuyển liên vi tiếp nhau là $\Delta\lambda_{fsr} = 6 \text{ nm}$.

7.17P Chế độ mode ngang

Một laser Ar-ion hoạt động bước sóng xanh $\lambda = 514.4 \text{ nm}$, có liên vi không bão hòa 10% trên mặt liên vi truyền qua. Buồng cộng hưởng bao gồm 2 gương cầu bán kính cong $R = 5\text{m}$ và cách nhau $L = 100\text{cm}$. Gương đầu ra có hệ số truyền qua $T_2 = 5\%$; gương còn lại có hệ số phản xạ 100%. Các khe giới hạn nhau của vào chế độ 2 của buồng cộng hưởng thu được mode TEM_{00} . Bằng tất cả các loại mất mát khác, hãy tính toán góc kính khe chế độ.

7.18P Dao động mode d ch trong một laser liên vi không ng nh t

r ng v ch $\Delta\nu_0 = 50 \text{ MHz}$ của laser CO_2 áp suất thấp chủ yếu là do sự mở rộng

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Dopler. Laser hoạt động với công suất bình thường giá trị trung bình. Giả sử rằng một mode trùng với peak dịch chuyển và một mode khác nhau với tất cả các mode, tính toán khoảng cách giữa các mode cho phép hoạt động mode đó.

7.19P Lois t o h ph b ng k thu t mode xo n

Phương pháp loại bỏ các vân sóng đứng trong buồng cộng hưởng laser Fabry-perot có giá trị là k thu t mode xo n, trong đó nó là i u khi n tr ng thái phân cực của các sóng truyền ngược chiều nhau cho các chùm truyền ngược nhau trong môi trường có tính bất đẳng hướng phân cực tròn cùng hướng (u là trái hoặc u là phải) và cùng biên độ E_0 . Dùng biểu thức của trạng thái phân cực của các sóng tròn và kí hiệu bước sóng laser là λ . Chứng tỏ rằng :

(i) Sự giao thoa của 2 sóng phân cực tròn một phương ngang quy chiếu $z=0$ tạo ra một sóng phân cực tuyến tính biên độ $2E_0$.

(ii) Sự giao thoa của 2 sóng phân cực tròn một phương ngang chung trục z theo cách đặt một phương giao thoa $z=0$, tạo ra một sóng phân cực tuyến tính biên độ $2E_0$ và hướng dao động hình thành nên một góc $\Delta\varphi = 2\pi d/\lambda$ với hướng phân cực một phương quy chiếu $z=0$.

7.20P Ch n l c n mode d c b ng etalon bên trong buồng cộng hưởng

Một laser Ar-ion hoạt động bức xạ xanh $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ có một mất toàn phần trên một lần truyền qua là $\gamma = 4\%$, mỗi peak không bão hòa $G_p = \exp(\sigma_p Nl) = 1.3$ và chiều dài buồng cộng hưởng $L = 100 \text{ cm}$. Laser hoạt động mode đơn, một etalon Fabry-Perot ($n_r = 1.45$) có trục và trục nghiêng với chiều dài $l = 2 \text{ cm}$ có dùng bên trong buồng cộng hưởng. Cho rằng, giả sử rằng một mode buồng cộng hưởng trùng với peak dịch chuyển (rằng vì chúng ta chúng là $\Delta\nu_0 = 3.5 \text{ GHz}$), tính toán chiều dài của etalon và hướng phân cực của hai bộ phận etalon một bộ hoạt động mode.

TR L I

7.1A Tính toán sự mất mát logarit

mất mát trên một lần truyền qua γ của buồng cộng hưởng Fabry-Perot có thể tính như sau :

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \quad (1)$$

hay :

$$\gamma_1 = -\ln(1 - T_1) \quad (2)$$

$$\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \quad (3)$$

Và T_1, T_2 là sự truyền công suất của 2 gương. Với $T_1 = 80\%$ và $T_2 = 5\%$, thay vào phương trình (2) và (3) chúng ta thu được $\gamma_1 \approx 1.61, \gamma_2 = 0.05$ và vì thế phương

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

trình (1) ta có $\gamma \cong 0.83$.

7.2A Tính toán thời gian sống photon trong buồng cộng hưởng

rút ra biểu thức tổng quát của thời gian sống photon trong buồng cộng hưởng khi laser bên dưới ngưỡng. Chúng ta hãy nhớ lại rằng cường độ $I(t)$ mất phần quy chiếu bên trong buồng cộng hưởng vòng lặp thì giảm theo hàm mũ theo trình trở hoàn:

$$I(t + \Delta t) = \exp[g + R_1 R_2 R_3] I(t) \quad (1)$$

ở đây g là lợi ích lợi nhuận truyền qua các gương phản xạ khi đi qua thanh Nd:YAG và Δt là thời gian di chuyển photon trong buồng cộng hưởng. Giả sử rằng cường độ biến đổi chậm theo thời gian mất lợi nhuận truyền qua buồng cộng hưởng và lợi ích toàn phần trên mất lợi nhuận truyền qua nhíp, chúng ta có thể cho phần trình (1) $I(t + \Delta t) \cong I(t) + (dI/dt)\Delta t$ và $\exp[g + \ln(R_1 R_2 R_3)] \cong 1 + [g + \ln(R_1 R_2 R_3)]$, vì thế phần trình (1) có thể viết lại như sau:

$$dI/dt = -(g + \ln(R_1 R_2 R_3)) / \Delta t \quad (2)$$

Nghiệm của phần trình (2) là:

$$I(t) = I_0 \exp(-t/\tau_c) \quad (3)$$

ở đây I_0 là cường độ ban đầu tại thời điểm $t=0$ và

$$\tau_c = -\frac{\Delta t}{g + \ln(R_1 R_2 R_3)} \quad (4)$$

Biểu diễn thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng tính như sau

$$g = \sigma_e N l \quad (5)$$

$$\Delta t = \frac{L_e}{c} \quad (6)$$

ở đây $N = N_2 - N_1 \cong N_2$ là số lượng nguyên tử ở trạng thái kích thích trong quá trình bơm; c là vận tốc ánh sáng trong chân không và $L_e = (n-1)l + L$ là chiều dài quang học của buồng cộng hưởng. Thay phần trình (5) và (6) vào phần trình (4) chúng ta thu được:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$\tau_c = -\frac{(n-1)l + L}{c[\sigma_e Nl + \ln(R_1 R_2 R_3)]} \quad (7)$$

Phân tích (7) cho phép trả lời các câu hỏi (a-d):

(a) Khi tính thất bại của buồng cộng hưởng là $N=0$, từ phương trình (7) ta thu được:

$$\tau_c = -\frac{(n-1)l + L}{c \ln(R_1 R_2 R_3)} = -\frac{0.82 \times 10^{-2} m + 10^{-1} m}{3 \times 10^8 \frac{m}{s} \ln(0.95 \times 1 \times 0.98)} \cong 5 ns \quad (8)$$

(b) Bởi vì lợi nhuận ngưỡng cho buồng $g_{th} = -\ln(R_1 R_2 R_3)$ thì tích buồng cộng hưởng giá trị ngưỡng của nó, chúng ta có $g = g_{th}/2$. Từ phương trình (7), chúng ta có:

$$\tau_c = -2 \frac{(n-1)l + L}{c \ln(R_1 R_2 R_3)} \cong 10 ns \quad (9)$$

(c) Khi tích buồng cộng hưởng, giá trị ngưỡng, giá trị g_{th} , từ phương trình (7) ta có $\tau_c \rightarrow \infty$. Điều này có nghĩa là buồng cộng hưởng sẽ ngừng dao động nếu ban đầu nó bắt đầu theo thời gian τ_c phân kỳ như là ngưỡng khi dao động tắt. Hiện tượng này có nghĩa là sự mất mát, là tính chất đặc trưng của các hệ vật lý có sự chuyển trạng thái.

(d) Số lượng hạt ngưỡng N_{th} thu được bằng cách cho lợi nhuận mất mát. Vì vậy ta có

$$N_{th} = -\frac{\ln(R_1 R_2 R_3)}{\sigma_e l} = -\frac{\ln(0.95 \times 1 \times 0.98)}{2.8 \times 10^{-19} cm^2 \times 1 cm} \cong 2.55 \times 10^{21} cm^{-3} \quad (10)$$

7.3A Laser 4 mức với thời gian sống xác định của các mức laser thấp

Chúng ta hãy xét laser 4 mức và giả sử rằng:

- (i) Thời gian sống τ_1 của mức laser thấp (mức 1) gần bằng với thời gian sống τ_2 của mức laser cao (mức 2).
- (ii) Thời gian sống của mức 2 hoàn toàn bằng với sự phân nhánh β từ mức chuyển $2 \rightarrow 1$. Trong những điều kiện này, từ phương trình các phương trình tiếp theo sau đây về mật độ N_1 và N_2 của mức (1) và mức (2) có thể viết:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_2} + R_p - B\phi(N_2 - N_1) \quad (1)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_1} + \beta \frac{N_2}{\tau_2} - B\phi(N_2 - N_1) \quad (2)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Đây R_p là tốc độ bơm; ϕ là số photon trong mode cộng hưởng và B là độ chuyển đổi trên một photon trên một mode. Chú ý rằng trong phương trình (2), số phân rã bức xạ và không bức xạ của các mức nguyên tử phải tính qua số hạng $-N_1/\tau_1$, trong khi số $\beta N_2/\tau_2$ tính cho tốc độ phân rã nguyên tử từ mức 2 sang mức 1, do phát xạ phát. Khi laser hoạt động bên dưới ngưỡng và trạng thái xác lập, từ phương trình (2) với $\dot{\phi}=0$ chúng ta thu được:

$$\frac{N_1}{N_2} = \beta \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (3)$$

Có $N_1/N_2 < 1\%$, từ phương trình (3) chúng ta có $\tau_1 < 0.01(\tau_2/\beta)$. Giả sử $\tau_2 = 234 \mu s$ và $\beta = 0.51$ chúng ta thu được:

$$\tau_1 < \frac{234 \mu s}{100 \times 0.51} \cong 4.59 \mu s \quad (4)$$

Chú ý: điều kiện (4) chỉ thể hiện điều kiện về môi trường laser Nd:YAG, trong đó thời gian phân rã của các mức laser thấp là khoảng vài trăm pico giây.

7.4A Phân tích phương trình tốc độ của laser 3 mức

Trong laser 3 mức, với giả thiết phân rã nhanh từ các mức phân phối độ bền sang các mức laser cao, chúng ta chỉ cần xét mức N_1 của các laser thấp (trạng thái cơ bản) và N_2 của các laser cao (trạng thái kích thích). Thời điểm các thời điểm nào các mức này thể hiện điều kiện bảo toàn mức:

$$N_1 + N_2 = N_t \quad (1)$$

Đây: N_t là mức toàn phần của môi trường hoạt tính. Nếu số bơm không kết hợp với trạng thái cơ bản sang các mức laser cao hiện tại cùng cấp với tốc độ w_p , chúng ta có thể viết lại phương trình tốc độ không phụ thuộc không gian sau đây về mức N_2 của các laser cao và số photon ϕ trong mode cộng hưởng:

$$\frac{dN_2}{dt} = W_p N_1 - \frac{N_2}{\tau} - B\phi(N_2 - N_1) \quad (2)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\phi}{\tau_c} - B\phi V_a(N_2 - N_1) \quad (3)$$

Đây: τ là thời gian sống của các laser cao hiện tại, B là tốc độ chuyển đổi trên một photon trên một mode; τ_c là thời gian sống photon buồng cộng hưởng, và V_a là thể tích của mode trong môi trường hoạt tính. Chú ý rằng khi số

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

sánh với laser chu n 3 m c (xem ph n 7.22 PL), s khác nhau c b n c a s laser 3 m c thu n túy là t c b m hi u đ ng $R_p = W_p N_1$ ph thu c vào m t c a m c laser th p. T t nhiên nó không c xem nh h ng s tính toán t c b m ng ng W_{pc} , và m t N_{1c} và N_{2c} c a các m c laser ng ng. u tiên chúng ta th y r ng t i ng ng t c t ng tr ng toàn ph n c a các photon trong bu ng c ng h ng ph i bi n m t. T ph ng trình (3) chúng ta thu c :

$$V_a B (N_{2c} - N_{1c}) = \frac{1}{\tau_c} \quad (4)$$

Dùng bi u th c c a B và τ_c trong ph ng trình (7.2.13) và (7.2.14) c a PL ph ng trình (4) có th c vi t đ i đ ng :

$$\sigma_e (N_{2c} - N_{1c}) l = \gamma \quad (5)$$

ây $\gamma = L_e C / \tau_c$ là m t mát logarit toàn ph n trên m t l n truy n qua; L_e là chi u dài bu ng c ng h ng quang h c, σ_e là ti t di n phát x c m ng c a d ch chuy n laser và l là chi u dài c a môi tr ng l i. Bi u th c N_{1c} và N_{2c} thu c t ph ng trình (1) và (5) là :

$$N_{1c} = \frac{N_t - \gamma / \sigma_e l}{2} \quad (6)$$

$$N_{2c} = \frac{N_t + \gamma / \sigma_e l}{2} \quad (7)$$

Do ó, bi u th c c a W_{pc} thu c t pt (2) b ng cách thi t l p $\phi = 0$ và $dN_2 / dt = 0$. T ó thu c $W_{pc} = N_{2c} / (N_{1c} \tau)$. Vì v y, dùng ph ng trình (6) và (7) :

$$W_{pc} = \frac{N_t + \gamma / \sigma_e l}{\tau (N_t - \gamma / \sigma_e l)} \quad (8).$$

7.5A i u ki n ng ng trong laser ruby

S o l n m t ng ng c cho b i ph ng trình (5) c a bài t p (7.4). m t mát logarit toàn ph n γ c cho b i :

$$\gamma = \gamma_i + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \quad (1)$$

ây $\gamma_i = 0.03$ là m t mát bên trong; $\gamma_1 = -\ln R_1 = 0$ và $\gamma_2 = -\ln R_2 \cong 0.04$ là mát logarit do s truy n qua c a g ng. T ph ng trình (1), chúng ta có th thu

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

c $\gamma \cong 0.05$. Từ phương trình (5) của bài tập (7.4), chúng ta có :

$$N_{2c} - N_{1c} = \frac{\gamma}{\sigma_e l} = \frac{0.05}{2.7 \times 10^{-20} \text{ cm}^2 \times 6 \text{ cm}} \cong 3.08 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} \quad (2)$$

7.6A Thụ kính nhiet trong laser Nd:YAG microchip

Vấn đề hiện diện của các thụ kính cảm nhiệt, buồng cộng hưởng laser có thể sẽ trở thành một vấn đề nghiêm trọng, chiều dài $l = 1 \text{ mm}$ và các thụ kính mỏng có tiêu cự rất gần nhau. Do sự giãn nở của buồng cộng hưởng, hai chùm tia mode Gauss TEM₀₀ có kích thước vượt nhau W_0 phía trước thì ngược lại phía sau. Do đó, chùm tia W_0 có thể tính góc phân kỳ $\theta_a = 0.005 \text{ rad}$ dùng phương trình (4.7.19) của PL tức là :

$$W_0 = \frac{\lambda}{\pi \theta_a} = \frac{1.064 \mu\text{m}}{\pi \times 5 \times 10^{-2} \text{ rad}} \cong 67.7 \mu\text{m} \quad (1)$$

thiết lập mối quan hệ giữa kích thước W_0 và tiêu cự f , từ đó chúng ta thấy rằng bán kính cong R của mode Gauss trên các thụ kính mỏng phía trước và phía sau của buồng cộng hưởng. Từ phương trình (4.2.20) của PL, chúng ta thu được $R = 2f$ (xem ví dụ (4.5) của PL). Mặt khác, bán kính cong của chùm tia Gauss có mối quan hệ với khoảng cách truyền của chùm tia qua phương trình (4.7.17b) của PL, vì vậy chúng ta có :

$$R = 2f = d \left[1 + \left(\frac{\pi W_0^2}{d \lambda} \right)^2 \right] \quad (2)$$

ở đây $d = l / 2n \cong 274.7 \mu\text{m}$ là khoảng cách giữa hai thụ kính mỏng và các buồng cộng hưởng, $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ là bước sóng laser trong chân không. Thay phương trình (1) vào phương trình (2), ta thu được $f \cong 33.4 \text{ cm}$.

7.7A Híu suất ngang trong laser 4 mức

Trong laser 4 mức và phân bố ngang có dạng Gauss thì sự suy giảm của chùm tia và mode cộng hưởng laser bên trong môi trường là hệ số góc của công suất ngang cho bởi phương trình (7.3.35) của PL, nghĩa là :

$$\eta_t = \frac{\pi w_0^2}{\pi w_p^2} \frac{dy}{dx} = \delta \frac{dy}{dx} \quad (1)$$

ở đây w_p và w_0 là kích thước của các mode chùm tia TEM₀₀ và các mode laser truyền bên trong môi trường; $\delta = (w_0 / w_p)^2$; x và y là công suất bơm chu kỳ hóa và công suất laser đầu ra tương ứng của hai phương trình

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hình Ảnh

(7.3.25) và (7.3.27) của PL. Bằng công cụ ra- u vào chu n hóa $y=y(x)$ c xác nh b i ph ng trnh (7.3.33) của PL, t c là :

$$\frac{1}{x} = \int_0^1 \frac{t^\delta dt}{1+yt} \quad (2)$$

rút ra bi u th c gi i tích c a hi u su t ngang g n ng ng, chúng ta c n tính o hàm dy/dx t i $x=x_{th}$, v i x_{th} là giá tr ng ng c a công su t b m chu n hóa, nó ã thu c t ph ng trnh (2) b ng t $y=0$, t c là :

$$x_{th} = \frac{1}{\int_0^1 t^\delta dt} = 1+\delta \quad (3)$$

L y vi phân c hai v c a ph ng trnh (2) theo các bi n x và y chúng ta thu c :

$$\frac{1}{x^2} = \frac{dy}{dx} \int_0^1 \frac{t^{\delta+1} dt}{(1+yt)^2} \quad (4)$$

Do ó, o hàm dy/dx t i $x=x_{th}$ có th thu c ph ng trnh (4) b ng cách t $x=x_{th}$ và $y=0$. Chúng ta thu c:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_{th}} = \frac{1}{x_{th}^2} \frac{1}{\int_0^1 t^{\delta+1} dt} = \frac{\delta+2}{x_{th}^2} \quad (5)$$

T ph ng trnh (1) v i pt (3) và (5), hi u su t ngang g n ng ng có th c vi t d i d ng n gi n cu i cùng là :

$$\eta_t = \frac{\delta(\delta+2)}{(1+\delta)^2} \quad (6)$$

Chú ý :

- (i) Hi u su t ngang ng ng bi n m t khi $\delta \rightarrow 0$, t c là khi kích th c v t laser nh h n r t nhi u kích th c v t b m.
- (ii) Hi u su t ngang ng ng t c giá tr c c i c a nó $\eta_t=1$ khi $\delta \rightarrow \infty$, t c là khi kích th c v t laser l n h n r t nhi u kích th c v t b m.

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

(iii) Tính số p mode, tức là khi $w_0 = w_p$, giá trị ngưỡng của η_t tính khi $\eta_t = 3/4$. Khi tính công suất bơm trên ngưỡng, η_t sẽ tính theo giá trị cực tiểu của nó $\eta_t = 1$ (xem hình 7.10 của PL). Sự tăng tính khiếm tốn về công suất bơm η_t đáng kể là do trong trường hợp này, công suất vào- ra $y=y(x)$, khác rất ít so với công suất tính (xem hình 7.9 của PL).

7.8A: Tính toán ngưỡng và hiệu suất góc công suất trong laser

Nd: YAG c b m d c

Vì tính toán công suất bơm ngưỡng P_{th} và tính toán hiệu suất góc của công suất hiệu suất η của laser Nd:YAG c b m d c có thể thực hiện bằng cách áp dụng các kết quả của mô hình phẳng không gian của laser 4 mức và giả thiết phân bố Gauss không nhiễu của các mode bơm và mode laser bên trong môi trường l i (xem phần 7.3.2 của PL). Trong trường hợp này, ngưỡng công suất bơm P_{th} và hiệu suất góc của công suất hiệu suất η có thể viết là:

$$P_{th} = (1 + \delta) P_{mth} \quad (1)$$

$$\eta = \eta_p \eta_c \eta_q \eta_t \quad (2)$$

Vì $\delta = (w_0 / w_p)^2$, w_0 và w_p là kích thước của các mode laser và mode bơm bên trong môi trường l i; P_{mth} là ngưỡng cực tiểu của chùm Gauss cho bởi pt (7.3.32) của PL; η_p là hiệu suất bơm; $\eta_c = \gamma_2 / 2\gamma$ là hiệu suất ghép vào; $\eta_q = h\nu / h\nu_p$ là hiệu suất tải; η_t là hiệu suất ngang cho bởi pt (7.3.35) của PL. Bởi vì số mất logarit trên mặt l n truyền qua của laser cho bởi $\gamma = \gamma_i - (1/2)\ln(1-T) \cong 0.06$, và $\gamma_i = 0.03$ là số mất bên trong trên mặt l n d ch chuyển và $T=0.06$ là hệ số truyền qua của b ghép vào, giả sử $w_p = 123\mu m$, $\eta_p = 0.6$, $\tau = 230\mu s$, $h\nu_p = 1.87 \times 10^{-19} J$ và $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19} cm^2$, từ pt (7.3.32) của PL chúng ta thu được:

$$P_{mth} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{\pi w_p^2}{2\sigma_e} = \frac{0.06}{0.6} \frac{1.87 \times 10^{-19} J}{230\mu s} \frac{\pi \times 123^2 \mu m^2}{2 \times 2.8 \times 10^{-19} cm^2} \cong 69 mW \quad (3)$$

Thay giá các số liệu khác vào trong pt (1) và (2); đầu tiên chúng ta cần tính kích thước của mode laser bên trong môi trường l i. Để làm điều này, chúng ta hãy chú ý rằng do ta xét các bước sóng gần ngưỡng, các mode của mode laser Gauss TEM₀₀ có tính đồng phẳng, trong khi đó các mode sóng của nó thì các góc công suất khác với bán kính công suất của các góc công suất. Do đó, chúng ta có thể viết (xem pt(4.7.13b) của PL):

$$R = L_d \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda L_d} \right) \right] \quad (4)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Ây: $L_d = L - l + l/n \cong 87.7mm$ chi u dài nh i u x c a bu ng c ng h ng. Gi i pt (4) theo w_0 chúng ta thu c :

$$w_0^2 = \frac{\lambda L_d}{\pi} \left(\frac{R}{L_d} - 1 \right)^{1/2} = \frac{1.064 \mu m \times 8.77 \times 10^4 \mu m}{\pi} \left(\frac{100mm}{87.7mm} - 1 \right)^{1/2} \cong 1.11 \times 10^4 \mu m^2 \quad (5)$$

T s ` $\delta = (w_0 / w_p)^2$ c cho b i $\delta \cong 0.8$ và t pt (1) và (3) thì công su t b m ng ng c tính là $P_{th} \cong 125mW$. Chú ý r ng do kho ng rayleigh c a mode laser $Z_R = \pi W_0^2 / \lambda \cong 32.5mm$ l n h n áng k so v i chi u dày c a thanh ($l=5mm$), gi thuy t v kích th c v t c a mode g n nh không i bên trong môi tr ng l i là hoàn toàn th a mẫn.

tính h s góc c a ng cong hi u su t khi công su t b m là $x=10$ l n h n giá tr ng ng c c ti u, c cho b i ph ng trình (3), chúng ta c n tính hi u su t ngang η_r i v i phân b b m Gauss có th c tính qua pt 7.11b c a PL, nó là th phát h a tính ch t c a hi u su t ngang theo t s $\delta = (w_0 / w_p)^2$ trong tr ng h p chùm b m là chùm Gauss i v i $x=10$. Trong tr ng h p c a chúng ta, chúng ta có $\delta \cong 0.8$, vì th t hình nh trong hình (7.11b) chúng ta có th tính $\eta_r \cong 0.9$. Hi u su t l ng t và hi u su t ghé p có th c tính là:

$$\eta_q = \frac{h\nu}{h\nu_p} = \frac{\lambda_p}{\lambda} = \frac{800nm}{1064nm} \cong 0.75 \quad (6)$$

$$\eta_c = \frac{\gamma_2}{2\gamma} = -\frac{\ln(1-T)}{2\gamma} \cong \frac{T}{2\gamma} \cong 0.5 \quad (7)$$

Trong khi ó t n i dung c a , hi u su t b m là: $\eta_p = 0.6$. Tóm l i t pt (2) cu i cùng chúng ta thu c h s góc c a ng cong hi u su t $\eta \cong 20\%$.

7.9A Tính toán s m t mát c a laser bên trong

Ch ra $\gamma^{(1)}$ và $\gamma^{(2)}$ m t mát logarit c a laser Nd:YLF khi h s ph n x gh ép u ra là $R_1 = 90\%$ và $R_2 = 95\%$, t bi u th c c a ng ng b m i v i laser 4 m c c cho b i pt (7.3.12) c a PL chúng ta thu c :

$$\frac{P_{th1}}{P_{th2}} = \frac{\gamma^{(1)}}{\gamma^{(2)}} \quad (1)$$

Chú ý r ng pt (1) úng b t k phân b không gian c a các mode b m và mode laser, mi n là trong 2 t p h p o ch h s ph n x c a b ghé p u ra thay i. B i vì $\gamma^{(1)} = \gamma_i + \gamma_1 / 2$ và $\gamma^{(2)} = \gamma_i + \gamma_2 / 2$, ây $\gamma_1 = -\ln R_1$ và $\gamma_2 = -\ln R_2$, t pt(1) chúng ta thu c :

$$\frac{\gamma_i - \frac{1}{2} \ln R_1}{\gamma_i - \frac{1}{2} \ln R_2} = \frac{P_{th1}}{P_{th2}} \quad (3)$$

Giải phương trình này tìm γ_i :

$$\gamma_i = \frac{1}{2} \frac{P_{th2} \ln R_1 - P_{th1} \ln R_2}{P_{th2} - P_{th1}} \cong 0.03 \quad (4).$$

7.10A Tính toán s ghép u ra t i u

Trong trường hợp s bi n thiên theo phương ngang c a các mode b m và các mode laser trong môi trường l i có thể b qua, tính toán s ghép u ra t i u chúng ta có thể dùng pt t c laser trong phép g n úng sóng phẳng. Từ phương trình (7.5.3) và (7.5.4) c a PL v i $\gamma_i=0$, s ghép u ra t i u γ_{2opt} c cho b i :

$$\gamma_{2opt} = 2\gamma_i (x_m^{1/2} - 1) \quad (1)$$

Đây γ_i là s m t mát logarit bên trong trên m t l n truy n qua và $x_m = P / P_{mth}$ là t s gi a công su t b m th t s P và công su t b m ng ng P_{mth} t ng ng v i s ghép u ra b ng 0, t c là v i $\gamma_2=0$. Nếu P_{mth} là công su t b m ng ng i v i s ghép u ra $\gamma_2=-\ln R$, thì P_{mth} có thể c tính là:

$$P_{mth} = \frac{\gamma_i}{\gamma_i - \frac{1}{2} \ln R} P_{th} \quad (2)$$

T bài tập 7.9P chúng ta có $\gamma_i \cong 0.3, P_{th} = 1W$ i v i $R=0.9$, vì thế từ pt (2) ta thu c $P_{mth} \cong 363mW$. Bởi vì công su t b m P là 5W, từ phương trình (1) ta có :

$$\gamma_{2opt} = 2 \times 0.03 \times \left[\left(\frac{5W}{0.363W} \right)^{1/2} - 1 \right] \cong 0.16 \quad (3)$$

T ng ng v i b ghép u ra v i h s ph n x là $R_{opt} = \exp(-\gamma_{2opt}) \cong 85\%$.

7.11A Hi u su t d c trong m t laser sóng d ng

H s góc c a ng cong hi u su t c a 2 laser, gi s có hi u su t l ng t , hi u su t b m, hi u su t ngang b ng nhau, ch khác nhau hi u su t ghép u ra η_c và các hi u su t d c η_l . Hi u su t ghép u ra khác nhau trong 2 laser b i chúng có h s truy n qua c a g ng u ra khác nhau. c b i t, i v i c laser vòng ho c

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

laser sóng d ng v i l b ghép u ra, chúng ta có th vi t $\eta_c = \gamma_2 / (\gamma_i + \gamma_2)$, ây γ_i là s m t mát bên trong trên m t l n truy n qua và γ_2 s m t mát logarit do b ghép u ra. H n n a, trong bu ng c ng h ng vòng hi u su t d c luôn luôn b ng 1, t c là $\eta_i^1 = 1$, trong khi ó trong bu ng c ng h ng th ng nó luôn luôn nh h n 1 do các vân sóng d ng c a mode laser và giá tr c a nó t n 1 khi laser ho t ng trên ng ng. c bi t, g n ng ng có th ch ng t r ng $\eta_i^2 = 2/3$, trong khi ó laser ho t ng t i m c b m l n h n nhi u l n ng ng thì chúng ta có $\eta_i^2 = 8/9$ (xem ph n 7.3.2 c a PL). T s c a h s góc c a ng cong hi u su t γ^1 và γ^2 i v i 2 laser s là :

$$\frac{\eta^{(1)}}{\eta^{(2)}} = \frac{\eta_2^{(1)} \eta_i^{(1)}}{\eta_2^{(2)} \eta_i^{(2)}} = \frac{\gamma_2^{(1)} (\gamma_2^{(2)} + \gamma_i)}{\gamma_2^{(2)} (\gamma_2^{(1)} + \gamma_i)} \eta_i^{(1)} \quad (1)$$

T d li u c a , chúng ta có $\gamma_2^1 = 0.05, \gamma_2^2 = 0.1$ và $\gamma_i = 0.05$ khi laser ho t ng g n ng ng $\eta_i^2 = 2/3$, vì v y t pt (1) chúng ta có $\eta^1 / \eta^2 \cong 1.125$, i v i laser ho t ng trên ng ng 10 l n ta có $\eta_i^2 = 8/9$ và $\eta^1 / \eta^2 \cong 0.844$

Chú ý thêm

Vì c rút ra giá tr gi i tích $\eta_i = 2/3$ c a hi u su t d c c a laser sóng d ng ho t ng g n ng ng r t c n thi t. Vì c này c th c hi n qua vi c phân tích tr c t i p pt t c tính n tính ch t sóng d ng c a mode c ng h ng. t c m c tiêu này, chúng ta hãy xét các laser 4 m c bao g m môi tr ng ho t tính có chi u dài l , ti t di n ngang A và chi t su t n, c t bên trong bu ng c ng h ng Fabry-Perot v i chi u dài hình h c L . T các pt t c ph thu c không gian c cho b i pt (E.I.9) c a PL, cho phép r ng d i các i u ki n xác l p s photon c ng h ng ϕ trong mode laser th a m n pt:

$$\frac{c\sigma}{V} \int \frac{R_p |u|^2}{\frac{1}{\tau} + \frac{c\sigma}{V} |u|^2} dV = \frac{1}{\tau_c} \quad (2)$$

ây: R_p là t c b m; τ là th i gian s ng c a m c laser cao, τ_c là th i gian s ng c a photon trong bu ng c ng h ng, σ là ti t di n d ch chuy n t n s c a mode c ng h ng, u là biên tr ng ph thu c không gian c a mode c a bu ng c ng h ng, V là th tích hi u d ng c a mode trong bu ng c ng h ng c xác nh b i pt (E.I.7) c a PL và tích phân v trái trong pt (2) c l y trên th tích c a môi tr ng ho t tính. B i vì trong bài t p này chúng ta quan tâm n nh h ng các vân mode sóng d ng n h s góc c a ng cong hi u su t laser, chúng ta s b qua s ph thu c theo ph ng ngang c a mode b m và mode c ng h ng, t c là chúng ta s gi s phép g n úng sóng ph ng cho các tr ng. H n

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Hiện nay, chúng ta sẽ nghiên cứu về phân tích trong trường hợp một chùm tia \$R_p\$ là sóng phẳng theo trục \$z\$ của trục tọa độ \$x, y, z\$. Trong trường hợp này, chúng ta có thể thể hiện tích phân trong phương trình (2) trên các biến \$x, y\$ như sau:

$$\frac{\tau c \sigma A R_p}{V} \int_0^1 \frac{|u(z)|^2}{1 + \frac{\tau c \sigma}{V} |u(z)|^2} dz = \frac{1}{\tau c} \quad (3)$$

Giả sử \$u(z) = \sin(kz)\$ là sóng phẳng đơn sắc của mode buồng cộng hưởng Fabry-perot. Công suất laser đầu ra \$P_{out}\$ và công suất bơm \$P_p\$ có liên quan với \$\phi\$ và \$R_p\$ qua các phương trình (7.2.18) và (6.2.6) của PL, tức là:

$$P_{out} = \frac{\gamma_2 c}{2L_e} h\nu \phi \quad (4)$$

$$P_p = \frac{h\nu_p A l}{\eta_p} \quad (5)$$

Trong đó \$\eta_p\$ là hiệu suất bơm, \$L_e = nl + L - l\$ là chiều dài quang học của buồng cộng hưởng, \$v_p\$ và \$v\$ là các tần số bơm và laser tương ứng, và \$\gamma_2\$ là mất mát logarit ghép đầu ra. Từ phương trình (4) và (5), chúng ta có hệ phương trình đồng nhất để tìm hiệu suất \$\eta_s = dP_{out} / dP_p\$:

$$\eta_s = \eta_p \frac{h\nu}{h\nu_p} \frac{c}{2L_e} \frac{d\phi}{dR_p} \quad (6)$$

Giả sử hàm \$\phi = \phi(R_p)\$ xác định bởi phương trình (3). Giá trị ngưỡng \$R_{pth}\$ thu được từ phương trình (3) bằng cách đặt \$\phi = 0\$ và suy ra cho biết:

$$R_{pth} = \frac{V}{\tau c \sigma A \int_0^1 |u(z)|^2 dz} \quad (7)$$

Nếu chúng ta lấy vi phân cấp 2 của phương trình (3) với \$R_p\$ và \$\phi\$ và tính các phương trình thu được thì \$R = R_{pth}\$ và \$\phi_{th} = 0\$. Chúng ta thu được:

$$\int_0^1 |u(z)|^2 dz - R_{pth} \frac{\tau c \sigma}{V} \left(\frac{d\phi}{dR_p} \right)_{R_{pth}} \int_0^1 |u(z)|^4 dz = 0 \quad (8)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Thế biểu thức R_{pth} cho bởi pt (7) trong pt (8) và giả định tìm $(d\phi / dR_p)R_{pth}$ chúng ta thu được:

$$\left(\frac{d\phi}{dR_p} \right) = \tau_c A \frac{\left(\int_0^1 |u(z)|^2 dz \right)^2}{\int_0^1 |u(z)|^4 dz} \quad (9)$$

Bởi vì $\tau_c = L_e / \gamma c$; đây γ là mất mát logarit trên một lần truyền qua (xem pt (7.2.14) của PL), từ pt (6) và pt (9) cuối cùng chúng ta viết hệ số góc của công suất tổng năng lượng dưới dạng:

$$\eta_s = \eta_p \frac{h\nu}{h\nu_p} \frac{\gamma_2}{2\gamma} \eta_l \quad (10)$$

đây chúng ta đưa vào hiệu suất η_l

$$\eta_l = \frac{1}{l} \frac{\left(\int_0^1 |u(z)|^2 dz \right)^2}{\int_0^1 |u(z)|^4 dz} \quad (11)$$

Trong pt (10) và pt (11) cho phép chúng ta xem xét những đặc tính của các vân sóng động trên hệ số góc của công suất. Trong một buồng cộng hưởng vòng một chiều, chúng ta có thể giả sử $u(z)=1$ không phụ thuộc vào tọa độ z , cho từ pt (11) chúng ta thu được $\eta_l = 1$. Ngược lại, trong buồng cộng hưởng Fabry-Perot, dạng bảo toàn $u(z)=\sin(kz)$, đây $k = 2\pi\nu / c$ là sóng của mode cộng hưởng. Nếu chúng ta giả sử (như thường làm trong các cấu hình laser phổ biến nhất) rằng chiều dài l của môi trường hoạt tính lớn hơn nhiều bước sóng laser $\lambda = 2\pi / k$, tích phân trong pt (11) có dạng gần đúng:

$$\int_0^1 |u(z)|^2 dz = l \langle \sin^2 x \rangle \quad (12)$$

$$\int_0^1 |u(z)|^4 dz = l \langle \sin^4 x \rangle \quad (13)$$

đây: $\langle f(x) \rangle$ là ký hiệu cho $(1/2\pi) \int_0^{2\pi} f(x) dx$ bởi vì:

$$\langle \sin^2 x \rangle = 1/2, \langle \sin^4 x \rangle = 3/8 \quad (14)$$

Trong pt (11-13), cuối cùng chúng ta thu được $\eta_l = 2/3$.

7.12A Hệ thức tán sắc i v i m t v ch Lorentz

Hệ thức giữa chiết suất n và hệ số hấp thụ α của môi trường di chuyển không đồng nhất cho bởi phương trình (7.10.2) của PL và có dạng :

$$n(\nu - \nu_0) = n_0 + \left(\frac{c}{2\pi\nu} \right) \left(\frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu_0} \right) \alpha(\nu - \nu_0) \quad (1)$$

ở đây n_0 là chiết suất cách xa tần số cộng hưởng, ν_0 là tần số di chuyển ν_0 , $\Delta\nu_0$ là độ rộng di chuyển (FWHM), ν là tần số của sóng điện từ di chuyển, c là tốc độ ánh sáng trong chân không và α là hệ số hấp thụ i v i m t v ch Lorentz, hệ số hấp thụ cho bởi (chẳng hạn xem pt (2.4.33), (2.5.10) và (2.5.11) của PL):

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\sigma_a N}{\left[1 + 4(\nu - \nu_0)^2 / \Delta\nu_0^2 \right]} \quad (2)$$

ở đây, σ_a là tiết diện hấp thụ peak và N là mật độ nguyên tử, chú ý rằng hệ số hấp thụ tần số cộng hưởng, tức là tại $\nu = \nu_0$ là $\alpha_p = \sigma_a N$ i v i $N = 1.58 \times 10^{19} \text{ ion/cm}^3$ và $\sigma_a = 1.22 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ thì chúng ta có : $\alpha_p \cong 0.1928 \text{ cm}^{-1}$. i v i $\nu = \nu_0 + \Delta\nu_0 / 2$, hệ số hấp thụ giảm bằng một nửa giá trị peak của nó, tức là $\alpha(\Delta\nu_0 / 2) = \alpha_p / 2$. Dùng những kết quả này và pt (1), chúng ta thấy rằng chiết suất của ruby tại tần số cộng hưởng bằng n_0 , tức là cách xa giá trị cộng hưởng. $\nu = \nu_0 + \Delta\nu_0 / 2$, từ pt (1) chúng ta thấy rằng chiết suất khác với giá trị l ch h ng n_0 một lượng :

$$\Delta n = n(\Delta\nu_0 / 2) - n_0 = - \frac{c}{8\pi\nu} \alpha_p \cong - \frac{\lambda_0 \alpha_p}{8\pi} \quad (3)$$

i v i $\lambda_0 = 694.3 \text{ nm}$ và $\alpha_p \cong 0.1928 \text{ cm}^{-1}$, từ pt (3) chúng ta thấy rằng $\Delta n \cong 5.3 \times 10^{-7}$. Chú ý rằng đóng góp vào chiết suất cũng có phần i v ch d ch chuy n R_1 rất nhỏ so với n_0 và có thể bỏ qua trong thực tế.

Chú ý bổ sung :

Phương trình (1) thiết lập mối quan hệ giữa chiết suất và hệ số hấp thụ i v i di chuyển nguyên tử Lorentz có thể rút ra dùng mô hình cổ điển của nguyên tử và tán xạ trong môi trường i n môi, mô hình Drude-Lorentz. Trong mô hình như thế, electron quang học của môi trường di chuyển khi i v trí cân bằng $x=0$ của nó do tác động của điện trường vào nó bị kéo về vị trí ban đầu do lực đàn hồi (lực liên kết), chu kỳ dao động của nó tính toán các va chạm và bức xạ i l ng c c. Phương trình chuyển động i v i di chuyển electron x là:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = eE \quad (4)$$

Đây: m và e là khối lượng và điện tích bên trong của electron, ω_0 là tần số dao động tự nhiên của electron; γ dùng để mô tả sự mất mát năng lượng và $E(t)$ là biên độ của điện trường của sóng điện từ tới nguyên tử. Chú ý rằng, trong cách viết phương trình (4) vận tốc electron dx/dt đã được coi như vận tốc ánh sáng c , vì thế có thể bỏ qua lực cản động trên electron. Nếu chúng ta xét một trường sinus, $E(t) = E_0 \cos \omega t$ tần số ω , nghiệm của phương trình (4) có thể dễ dàng tìm bằng cách Ansatz:

$$x(t) = x_0 \exp(i\omega t) + x_0^* \exp(-i\omega t) \quad (5)$$

Đây biên độ phức của dao động có thể thu được bằng cách thế phương trình (5) vào phương trình (4) và cho các số hạng dao động bằng nhau là: $\exp(\pm i\omega t)$. Chúng ta thu được:

$$x_0 = \frac{eE_0 / m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma / m} \quad (6)$$

Lượng tử của dòng điện là:

$$p = ex \frac{e^2 / m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega / m} E_0 \exp(i\omega t) + c.c. \quad (7)$$

Đây c.c. chỉ liên hệ phức. Nếu chúng ta có N nguyên tử trên một đơn vị thể tích, phân bố của mô men lưỡng cực điện tử là:

$$p = Np = \frac{Ne^2 / m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega / m} E_0 \exp(i\omega t) + c.c. \quad (8)$$

Theo lý thuyết điện động lực học, chúng ta biết rằng phân bố cho bởi phương trình (8) chính là nguồn của môi trường điện môi ϵ_r của môi trường:

$$\epsilon_r = n_0^2 + \frac{Ne^2 / m}{\epsilon_0 [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega / m]} \quad (9)$$

Đây n_0 (số chiết suất) là chiết suất của môi trường cách xa vật chất đang xét

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$\omega = \omega_0$. Hãy xác định phần thực $\alpha(\omega)$ và chỉ số khúc xạ $n(\omega)$ của môi trường cho biết $\alpha(\omega) > 0$ và $n(\omega) > 1$ trong môi trường hấp thụ):

$$\alpha(\omega) = -\frac{\omega}{c} \text{Im} \sqrt{\epsilon_r} \quad (10)$$

$$n(\omega) = \text{Re} \sqrt{\epsilon_r} \quad (11)$$

Đây là vận tốc ánh sáng trong chân không. Nếu chúng ta giả sử rằng đóng góp vào hằng số ϵ_r trong môi trường (9) cho biết các lượng tử của trường điện từ nhúng nhàn số vận tốc ánh sáng khi $(n_0)^2$, chúng ta có thể giả sử:

$$\sqrt{\epsilon_r} \cong n_0 + \frac{Ne^2/m}{2n_0\epsilon_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + i\omega\gamma/m \right]} \quad (12)$$

Vì thế thì phương trình (10-12) chúng ta có:

$$\alpha(\omega) = \frac{Ne^2\gamma/m}{2n_0m\epsilon_0} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2/m^2} \quad (13)$$

$$n(\omega) = n_0 + \frac{Ne^2}{2mn_0\epsilon_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2/m^2} \quad (14)$$

rút ra từ các phương trình (1), chúng ta cần đưa vào ghép gần ứng dụng của trường điện từ. Nó ứng cho các dao động tắt dần yếu, tức là $\Delta\omega_0/\omega_0 \ll 1$ đây $\Delta\omega_0 = \gamma/m$. Như chúng ta sẽ chứng minh bên dưới, điều kiện này có nghĩa rằng vận tốc pha $\Delta\omega_0$ của sóng cộng hưởng nhỏ hơn vận tốc ánh sáng ω_0 , điều kiện cần thiết để sóng cộng hưởng cộng hưởng. Bởi vì đóng góp của trường điện từ trong phương trình (9) mới chỉ khi $|\omega - \omega_0| \gg \Delta\omega_0$ tức là xa từ tần số cộng hưởng ω_0 , trong phương trình (9), chúng ta có thể cho $(\omega_0^2 - \omega^2) \cong 2\omega_0(\omega - \omega_0)$ và $\omega \cong \omega_0$ vì thế thì phương trình (13) và (14) chúng ta thu được:

$$\alpha(\omega) = \frac{Ne^2\omega}{2n_0m\epsilon_0\omega_0\Delta\omega_0} \frac{1}{1 + \left[\frac{2(\omega - \omega_0)}{\Delta\omega_0} \right]^2} \quad (15)$$

$$n(\omega) = n_0 - \frac{Ne^2}{n_0m\epsilon_0\omega_0\Delta\omega_0^2} \frac{\omega - \omega_0}{1 + \left[\frac{2(\omega - \omega_0)}{\Delta\omega_0} \right]^2} \quad (16)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Phân bố Lorentz (15) cho thấy rằng vế phải là Lorentz với FWHM bằng $\Delta\omega_0$. So sánh phân bố Lorentz (15) và (16) cuối cùng chúng ta thu được:

$$n(\omega) = n_0 - \frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega\Delta\omega_0} \alpha(\omega) \quad (17)$$

Phân bố Lorentz (17) rút về phân bố Lorentz (1) khi chúng ta thay $\omega = 2\pi\nu$.

7.13A Dịch chuyển tần số trong laser mơnochromat

Tần số dao động ν_l trong laser mơnochromat trong mode, như đã cho trong (7.9) của PL, được cho bởi biểu thức dịch chuyển tần số:

$$\nu_l = \frac{(\nu_0 / \Delta\nu_0) + (\nu_c / \Delta\nu_c)}{1 / \Delta\nu_0 + 1 / \nu_c} \quad (1)$$

Ở đây ν_0 là tần số trung tâm của dịch chuyển laser; ν_c là tần số của mode buồng cộng hưởng laser. Và $\Delta\nu_c$ và $\Delta\nu_0$ là độ rộng của tần số cộng hưởng mode của buồng cộng hưởng laser và dịch chuyển laser tương ứng. Lý do vật lý của hiệu ứng dịch chuyển tần số nói chung không trùng với tần số mode của cộng hưởng ν_c , mà nó bị kéo về phía tần số trung tâm của buồng cộng hưởng laser ν_0 , là dịch chuyển nguyên tố đóng góp vào mật độ trạng thái của môi trường như đã chứng minh trong bài tập (7.12P). Sự phụ thuộc của tần số cộng hưởng nguyên tố thông qua các tính toán tần số cộng hưởng mode trong buồng cộng hưởng đóng vai trò trong hiệu ứng dịch chuyển tần số.

Để chứng minh phân bố Lorentz (1), chúng ta hãy xét buồng cộng hưởng quang học Fabry-Perot dài hình học L của môi trường có chỉ số khúc xạ n và chiều dài l với chỉ số khúc xạ n_0 . Như đã chứng minh trong bài tập 7.12 P, chỉ số khúc xạ của môi trường liên tục đóng góp cộng hưởng do dịch chuyển laser là (xem phần (1) của bài tập 7.14P):

$$n(\nu) = n_0 + \frac{c(\nu - \nu_0)}{2\pi\Delta\nu_0\nu} g(\nu) \quad (2)$$

Ở đây $g(\nu)$ là hàm Lorentz. ν_L là tần số dao động dịch chuyển pha của laser sau khi đi hết một vòng buồng cộng hưởng được cho bởi:

$$\Delta\phi_L = 2\frac{2\pi\nu_L}{c} [L - l + \ln(\nu_L)] + \phi \quad (3)$$

Ở đây ϕ dùng để chỉ dịch chuyển pha do nhiễu xạ hoặc phản xạ tại các gương (xem phần 5.2 của PL). Bởi vì các trạng thái cộng hưởng chính nó sau khi đi qua một vòng buồng cộng hưởng chúng ta có:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$\Delta\phi_L = 2m\pi \quad (4)$$

m là số nguyên. Rõ ràng điều kiện này xác định tần số dao động của buồng cộng hưởng để làm yếm môi trường l. Nếu ν_c là tần số mode của buồng cộng hưởng thì hiển nhiên chúng ta có :

$$2\frac{2\pi\nu_c}{c}(L-l+l n_0)+\phi = 2m\pi \quad (5)$$

Kết hợp với pt (2.5) chúng ta thu được :

$$\nu_c L_e = \nu_L \left[L_e + \frac{c(\nu_L - \nu_0)l}{2\pi\Delta\nu_0\nu_L} g(\nu_L) \right] \quad (6)$$

Đây $L_e = L - l + l n_0$ là chiều dài quang học của buồng cộng hưởng. Khi laser hoạt động trạng thái xác lập, thì môi trường buồng cộng hưởng biến mất tức là:

$$g(\nu_L)l = \gamma \quad (7)$$

Đây γ là môi mất logarit toàn phần trên môi trường truyền qua. Bằng cách khai triển biểu thức gi tích trong phần 5.3 của PL, có thể dàng thấy rằng γ có liên hệ với rãng $\Delta\nu_c$ của các mode của buồng cộng hưởng biến thiên theo :

$$\Delta\nu_c = \frac{c\gamma}{2\pi L_e} \quad (8)$$

Dùng phương trình (7) và (8), phương trình (6) có thể viết dưới dạng :

$$\nu_c = \nu_L \left[1 + \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu_0\nu_L} (\nu_L - \nu_0) \right] \quad (9)$$

Giải pt (9) tìm ν_L , cuối cùng chúng ta thu được (1).

7.14A Tính toán số dịch chuyển tần số trong laser He-Xe

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

trình độ $\Delta\nu_c$ của tần số cộng hưởng mode trong buồng cộng hưởng cho bởi:

$$\Delta\nu_c = \frac{\gamma c}{2\pi L_e} = \frac{0.5 \times 10^8 \text{ms}^{-1}}{2\pi \times 0.1 \text{m}} \cong 79.6 \text{MHz} \quad (1)$$

Vì thế tỉ số $\Delta\nu_0 / \Delta\nu_c$ giữa trình độ của dịch chuyển laser mở rộng Doppler và tần số mode cộng hưởng:

$$\frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_c} = \frac{200 \text{MHz}}{79.6 \text{MHz}} \cong 2.5 \quad (2)$$

Bởi vì $\Delta\nu_c$ gần bằng với $\Delta\nu_0$, nên ít đa hình vngs có dịch chuyển tần số nhỏ khi buồng cộng hưởng laser ν_c của chúng cách xa tâm vngs ν_0 . Sự chênh lệch tần số $\nu_L - \nu_0$ giữa tần số dao động laser thực và cộng hưởng mode của buồng cộng hưởng có thể rút ra dùng hình thức dịch chuyển cho bởi phương trình (7.9.1) của PL (xem bài tập 7.13P):

$$\nu_L - \nu_c = \frac{\nu_0 - \nu_c}{1 + \frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_c}} = \frac{50 \text{MHz}}{1 + 2.5} \cong 14.3 \text{MHz} \quad (3)$$

Chú ý rằng ứng dụng đo lường, sự dịch chuyển tần số khá rõ ràng và thực sự có thể quan sát với laser He-Xe bức sóng $3.51 - \mu\text{m}$.

7.15A Giới hạn nhiễu xạ của phản xạ laser

Giới hạn của phản xạ laser do nhiễu xạ phát phát trong một mode dọc cho bởi công thức Schawlow-Townes có dạng (xem phương trình (7.9.2) của PL):

$$\Delta\nu_L = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{(2\pi h\nu_L)(\Delta\nu_c)^2}{P} \quad (1)$$

Đây N_1 và N_2 là mật độ của các mức laser trên và dưới, P là công suất laser đầu ra, ν_L là tần số của phản xạ laser và $\Delta\nu_c$ là trình độ của tần số mode của buồng cộng hưởng:

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_c} = \frac{\gamma c}{2\pi L_e} \quad (2)$$

Trong pt (2), $\tau_c = L_e / (\gamma c)$ là thời gian sống photon trong buồng cộng hưởng và c là tốc độ ánh sáng trong chân không. Với $\lambda_L = 0.164 \text{nm}$, $\gamma = 0.01$ và $L_e = 12 \text{cm}$ chúng ta

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

có $\nu_L = c/\lambda_L \cong 2.8195 \times 10^{14} \text{ Hz}$, $\tau_c = L_e / (vc) \cong 40 \text{ ns}$ và thời gian trình (2) $\Delta\nu_c \cong 398 \text{ MHz}$. Đối với laser Nd:YAG, mức laser thấp có thể xem như gần trạng thái là $N_2/N_1 \gg 1$, vì thế chúng ta có thể giả sử rằng trong phương trình (1) rằng $N_2/(N_2 - N_1) \cong 1$. Dùng phép gần đúng này và đối với mật công suất đầu ra là $P=100 \text{ mW}$, thời gian trình (1) cuối cùng ta thu được $\Delta\nu_L \cong 0.186 \text{ MHz}$. Chú ý rằng giá trị nhiễu ngẫu nhiên này trong thực tế có thể bỏ qua so với nhiễu trong môi trường, chẳng hạn như các dao động chi u dài của bộ ngưng tụ quang, thường gây ra sự nhiễu ngẫu nhiên vài chục KHz trong các laser không nhiễu nhiễu vài Hz trong các laser dùng phương pháp nhiễu chi u dài ngưng tụ quang.

Chú ý bổ sung :

Giá trị nhiễu ngẫu nhiên của laser mode hoạt động liên tục cho bởi công thức Schawlow-Townes phương trình (1), để thiết lập biểu thức nhiễu phát xạ phát tán ngẫu nhiên của trạng thái nhiễu. Mặc dù việc xem xét nhiễu phát xạ phát tán có một lý thuyết nhiễu laser yếu, nhưng có thể đưa ra các cách tính toán nhiễu ngẫu nhiên của laser do phát xạ phát tán bằng cách áp dụng hệ thức bất biến ngẫu nhiên thời gian của các hệ lượng tử có dạng :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (3)$$

Hệ thức này thiết lập mối liên hệ giữa ΔE của bất biến ngẫu nhiên của các hệ lượng tử trong quá trình nhiễu ngẫu nhiên thời gian Δt . Nếu ϕ là số photon trong mode ngưng tụ và ν_L là tần số của chúng, nhiễu ngẫu nhiên của E cho bởi $E = h\nu_L \phi$ sao cho :

$$\Delta E = h\nu_L \Delta\phi + h\phi \Delta\nu_L \quad (4)$$

Đây $\Delta\phi$ và $\Delta\nu_L$ là bất biến của ϕ và ν_L . Đối với mật laser trên ngưỡng, số photon ϕ có thể nằm trong khoảng 10^{10} đến 10^{16} (xem ví dụ 7.1 của PL), vì thế bất biến của số photon $\Delta\phi/\phi$ chắc chắn là nhỏ hơn nhiều so với bất biến tần số $\Delta\nu_L/\nu_L$. Trong hình này chúng ta có thể hiểu được vì sao việc xét nhiễu đối với laser trên ngưỡng ít quan trọng hơn so với mật mát dao động trạng thái xác lập (xem phương trình (7.3.4) của PL) trong nhiễu vi sai khóa biên của trạng thái bên trong ngưng tụ quang, tức là ϕ , nhưng không phải pha của nó, tức là nhiễu dao động do bất biến $\Delta\nu_L$ của tần số. Do đó trong phương trình (4) chúng ta có thể bỏ qua số hạng đầu tiên về phía. Vì thế sau khi thay thế (4) vào phương trình (3), hệ thức bất biến ngẫu nhiên có dạng :

$$\Delta\nu_L \geq \frac{1}{2\pi\phi\Delta t} \quad (5)$$

tính Δt , chúng ta thay r ng b t c phép o E nào c ng c n m t kho ng Δt không dài h n th i gian s ng phát xa t phát, t c là $1/\Delta t$ ph i l n h n t c C c a s t ng s photon trong bu ng c ng h ng do phát x t phát. i v i laser 4 m c, vi c xem xét ph ng trình (7.22) c a PL cho th y r ng $1/\Delta t \cong C = V_a B N_2$, vì th ph ng trình (5) cho ta :

$$\Delta v_L \geq \frac{V_a B N_2}{2\pi\phi} \quad (6)$$

ây B là t c d ch chuy n c m ng trên m t photon trên m t mode. V_a là th tích mode trong môi tr ng ho t tính và N_2 là m t c a m c laser trên. Vì th d dàng vi t l i ph ng trình (6) d i d ng tiêu chu n nh t c cho b i pt (7.9.2) c a PL, sau ó chúng ta l i th y n u P là công su t laser u ra, $\tau_c = 1/(2\pi\Delta v_c)$ là th i gian s ng photon bu ng c ng h ng, $N_c = N_2 - N_1$ là s o l n m t thì chúng ta có $P = h\nu_L\phi/\tau_c = 2\pi h\nu_L\phi\Delta v_c$ và $BV_a = 1/\tau_c N_c = 2\pi\Delta v_c/(N_2 - N_1)$ (xem ph ng trình (7.3.2) c a PL) t c là :

$$\phi = \frac{P}{2\pi h\nu_L\Delta v_c} \quad (7)$$

$$V_a B = \frac{2\pi\Delta v_c}{N_2 - N_1} \quad (8)$$

Th ph ng trình (7) và (8) vào ph ng trình (6), cu i cùng chúng ta thu c công th c Schawlow-Townes c cho b i ph ng trình (1).

7.16A i u h ng laser Ti-sapphire b ng m t b l c l ng chi t:

N u L_e ch chỉ u dài b ng d c theo h ng chùm bên trong b ng, kho ng cách t n s Δv_{fsr} gi a 2 c c i liên ti p nhau c a b l c l ng chi t c cho b i (xem ví d 7.6.2 c a PL):

$$\Delta v_{fsr} = \frac{c}{L_e(n_e - n_o)} \quad (1)$$

ây c là t c ánh sáng trong chân không và n_o, n_e chỉ t su t c a tia th ng và tia b t th ng. Theo kho ng cách b c sóng $\Delta\lambda_{fsr}$, chúng ta có th vi t $\Delta\lambda_{fsr} = \lambda^2\Delta v_{fsr}/c$, công th c này có th c rút ra d dàng b ng cách l y vi phân theo λ và v h th c $\lambda = c/v$. i v i $n_o = 1.535, n_e = 1.544, \lambda = 780nm$ và $\Delta\lambda_{fsr} = 6nm$, chúng ta có $\Delta v_{fsr} = c\Delta\lambda_{fsr}/\lambda^2 \cong 2.96 \times 10^{12} Hz$. Vì th t ph ng trình (1)

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

ta thu $c L_e = c / [\Delta v_{fsr} (n_0 - n_e)] \cong 11.27mm$. Chiều dày buồng L là:

$$L = L_e \cos \theta_B' \quad (2)$$

Âng θ_B là góc Brewster bên trong. Nếu chúng ta trung bình của n_0 và n_e , góc Brewster nội vi bằng chính là $\theta_B = \tan^{-1} n \cong 57^\circ$. Vì thế, qua định luật Snell, góc Brewster bên trong là $\theta_B' = \sin^{-1} [(1/n) \sin \theta_B] \cong 33^\circ$. Thay vào phương trình (2) và $L_e \cong 11.3mm$, chiều dài buồng chúng ta thu được $L \cong 9.45mm$.

7.17A Chiều dài của mode ngang

Chúng ta hãy chú ý rằng sự mất mát do nhiễu xạ trên mặt lồi truyền qua nội vi mode TEM_{lm} của buồng cộng hưởng là $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \cong 0.1\%$ mất mát logarit do sự ghép nối. Vì vậy, nếu không bão hòa trên mặt lồi truyền qua là $\alpha = 0.1$ là giá trị của các mode ngang, tránh dao động laser các mode ngang bậc cao thì mất mát logarit toàn phần trên mặt lồi truyền qua $\gamma_{lm} = \gamma_2 / 2 + \gamma_{lm}^{(d)}$ của các mode TEM_{lm} bậc cao hơn phải nhỏ hơn α để có thể tồn tại:

$$\gamma_{lm}^{(d)} + \frac{\gamma_2}{2} < \alpha \quad (1)$$

Bởi vì chúng ta chỉ xét sự mất mát do nhiễu xạ là một hàm tăng theo bậc mode, các mode TEM_{01} bậc thấp nhất sẽ tồn tại lâu nhất (1). Điều này cho ta $\gamma_{01}^{(d)} > 0.0745$. Do buồng cộng hưởng là hình trụ và tham số $g = 1 - L/R = 0.8$, từ phương trình (5.13) của PL chúng ta thấy rằng giá trị của $\gamma_{01}^{(d)} > 0.0745$ của mode tồn tại là Fresnel $N = a^2 / \lambda L$ của buồng cộng hưởng hình trụ. Từ kết quả này chúng ta thu được bán kính khe của buồng cộng hưởng mode TEM_{00} cần là:

$$2a = 2(N\lambda L)^{1/2} \cong 2mm \quad (2)$$

7.18A Độ rộng của mode dọc trong laser có phản xạ không hoàn toàn

Bởi vì đặc tính của laser CO_2 chủ yếu bị ảnh hưởng Doppler và FWHM của đường cong phân bố Gauss $\Delta\nu_0 = 50MHz$, khi laser hoạt động ở chế độ hai lộn giá trị của các mode của buồng cộng hưởng rất nhỏ so với độ rộng của đường cong phân bố. Vì vậy, các mode của buồng cộng hưởng trùng với peak đặc trưng của laser, hoạt động ở mode đơn chiều hướng các mode tần số của buồng cộng hưởng một phía cách nhau $\pm c/2L$ so với các mode trung tâm, vì vậy chỉ có một tần số tồn tại trong $\Delta\nu_0/2$, tức là:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$\frac{2}{2L} \geq \frac{\Delta\nu_0}{2} \quad (1)$$

Chọn $\Delta\nu_0 = 50\text{MHz}$ và giả sử phương trình (1) là với L chúng ta thu được khoảng cách giữa các cực tiểu là $L_{\max} = c / \Delta\nu_0 = 6\text{m}$.

7.19A Loi b s t o h ph b ng k thu t mode xo n

Chúng ta hãy xét sự giao thoa của 2 sóng phân cực tròn với cùng biên độ E_0 và cách quay, chúng truyền ngược nhau dọc theo trục z của buồng cộng hưởng. Theo bài tập, ký hiệu của cách phân cực quay phù hợp chúng ta dùng quy ước ngược lại luôn luôn để mô tả chùm ánh sáng tới, nghĩa là ngược lại của bài toán cổ điển thu được bằng cách dùng biểu diễn các trường trong mặt phẳng ngang (x,y) của hướng truyền với các vectơ đơn vị của hai sóng phân cực tròn truyền ngược nhau. Ký hiệu ρ và ϕ là biên độ và pha của điện trường và vị hướng chỉ của phương trình (1) chúng ta có thể viết về 2 sóng:

$$\rho_1 = E_0, \phi_1 = kz - \omega t, \rho_2 = E_0, \phi_2 = kz + \omega t + \phi_0, \quad \phi_2 = kz + \omega t + \phi_0 \quad (1)$$

Với $k = 2\pi / \lambda$ là số sóng và $\omega = kc$ tần số góc của các sóng và ϕ_0 là sự lệch pha giữa hai sóng. Chú ý rằng, theo phương trình (1), các vectơ đơn vị của hai sóng quay trong mặt phẳng ngang với cùng tần số góc ω nhưng theo hướng ngược nhau, một theo chiều kim đồng hồ và cái kia ngược chiều kim đồng hồ. Vì vậy việc quan sát mô tả chùm ánh sáng tới, điều này phù hợp với sự kết hợp của hai sóng phân cực tròn trái và phân cực tròn phải. Với sự trợ giúp của hình (1), có thể chứng minh rằng theo quy tắc hình bình hành, tổng vectơ của các trường đơn vị của 2 sóng phân cực tròn là một vectơ đơn vị trục x mà góc lệch là:

$$\phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \quad (3)$$

Dùng phương trình (1) và (3) chúng ta thu được:

$$\phi = kz + \phi_0 / 2 \quad (4)$$

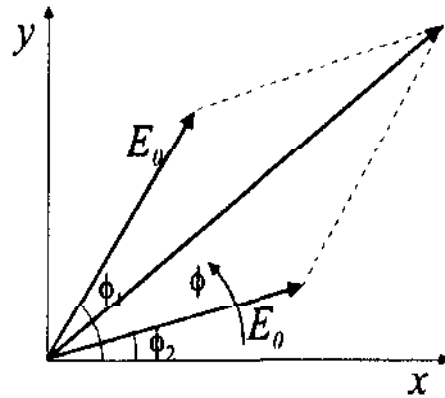


Fig.1 Interference of two counterpropagating circularly-polarized waves.

Trong pt (4), chúng ta thấy góc ϕ không phụ thuộc vào thời gian t, mặc dù ϕ_1 và ϕ_2 có phụ thuộc, kết quả là trong khi các vectơ biên độ của 2 sóng phân cực tròn quay trong mặt phẳng ngang theo hướng ngược nhau, thì ngược lại chúng có hướng dao động xác định hình thành vị trí cực tiểu tại góc ϕ cho bởi pt (4).

Hiện tượng này có nghĩa là hiện tượng ngược nhau của phân cực tuyến tính và biên độ của nó dao động theo thời gian giữa không (khi hai sóng giao thoa ngược pha) và $2E_0$ (khi hai sóng giao thoa cùng pha). Trong pt (2), chúng ta thấy rằng:

(i) Trong mặt phẳng quy chiếu $z=0$, hiện tượng ngược nhau của phân cực tuyến tính và biên độ $2E_0$ và hình thành vị trí cực tiểu tại góc $\phi(z=0) = \phi_0 / 2$

(ii) Trong mặt phẳng $z=d$, hiện tượng ngược nhau của phân cực tuyến tính và biên độ $2E_0$ như hình thành vị trí cực tiểu tại góc $\phi(z=d) = \phi(z=0) + kd$

7.20A Chọn lọc mode d của buồng cộng hưởng

cho ngắn gọn, chúng ta giả sử rằng chiều dài buồng cộng hưởng và góc nghiêng etalon của chu trình sao cho tần số buồng cộng hưởng và Peak truyền qua của etalon trùng với tâm của vạch l, l là toàn phần trên l truyền qua buồng cộng hưởng cho bởi công thức $G_p \exp(-\gamma) \approx 1.25$, đây $G_p = 1.3$ là l là peak không bão hòa và $\gamma = 0.04$ là mất mát toàn phần trên mặt l truyền qua các mặt do ghép ra và mất mát bên trong. Nếu $\Delta\nu = c / 2L \approx 150 \text{ MHz}$ là khoảng cách giữa các mode d lân cận nhau của buồng cộng hưởng laser, hoặc ngược lại mode d của buồng cộng hưởng là tất cả các mode d của laser như sau mất mát như l là:

$$\exp(-\gamma) G_p g^*(m\Delta\nu) < 1 \tag{1}$$

Hiện tượng bất kỳ mode nào $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$. Trong pt (1), $g^*(\nu) = \exp\left[-\ln 2 \left(\nu / \Delta\nu_0\right)^2\right]$ là công thức Gauss của dịch chuyển Doppler, $\Delta\nu_0 = 3.5 \text{ GHz}$ là FWHM của công thức và $T(\nu)$ là hàm truyền qua của etalon bên trong buồng cộng hưởng. $T(\nu)$ cho bởi (xem pt (4))

(4.5.6) của PL)

$$T(\nu) = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \left[\frac{2\pi l' \nu}{c} \right]} \quad (2)$$

Đây R là hệ số phản xạ của 2 bề mặt etalon và $l' = n_r l \cos \theta \cong n_r l = 2.9 \text{ cm}$ là vị trí góc nghiêng nh θ . Chú ý rằng khoảng pha δ do etalon δ cho bởi $\Delta \nu_{fsr} = c / 2l' \cong 5.17 \text{ GHz}$, lần lượt số vị trí cách mode d c theo trục bu ng c ng h ng $\Delta \nu$ và b ng v i r ng ng cong v ch l i. Vì vậy các mode d c d i các peak bên u tiên c a hàm truy n qua etalon có thể d dàng ch ng t r ng ph ng trình (1) c th a m ă n, b i vì $G_p \exp(-\gamma) g^* \Delta \nu_{fsr} \cong 0.27 < 1$. Vì thế m b o h o t ng n mode d c thì ph ng trình (1) c th a m ă n ng v i 2 mode d c k v i các mode c ng h ng, t c là i v i $m = \pm 1$. i u này mang l i :

$$T(\Delta \nu) < \frac{1}{G_p \exp(-\gamma) g^* (\Delta \nu)} \cong 0.8 \quad (3)$$

Dùng ph ng trình (2) có thể vi t l i :

$$(1-R)^2 < 0.8 \left[(1-R)^2 + 4R \sin^2 \left(\pi \frac{\Delta \nu}{\Delta \nu_{fsr}} \right) \right] \quad (4)$$

B i vì $\epsilon = \sin^2(\pi \Delta \nu / \Delta \nu_{fsr}) \cong 8.3 \times 10^{-3}$ là m t i l ng nh , có thể tìm c d dàng (1-R) t b t ng th c (4), mang l i i v i các b c chính $1-R < 4\epsilon^{1/2}$, nghĩa là $R > 64\%$. N u tính toán chính xác h n R b ng quy trình l p, ta s thu c $R > 70\%$. Nh v y dài c c t i u c a etalon là :

$$F = \frac{\pi R^{1/2}}{1-R} \cong 0.87 \quad (5)$$

Ch 8: Tính ch t laser chuy n t i p

Bài t p

8.1P Dao ng ph c h i trong laser Nd:YAG

Tính t n s dao ng ph c h i c a laser Nd:YAG khi nó h o t ng tr ên ng ng 2 l n, gi s chi ều dài bu ng c ng h ng $L = 20 \text{ cm}$, thanh Nd:YAG có chi u dài $l = 0.8 \text{ cm}$, chi t su t YAG $n = 1.82$ và th i gian s ng c a laser tr ng thái trên $\tau = 230 \mu\text{s}$ và m t mát logarit toàn ph n trên m t l n truy n qua $\gamma = 2\%$.

8.2P Ph nhi u c a công su t u ra i v i laser 4 m c

Xét laser 4 m c n mode c b m sóng liên t c và gi s r ng nhi u Gauss

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

cho các tham số của chế độ liên tục. Rút ra biểu thức giá trị tích lũy và hiệu suất của công suất của laser.

(Hình 7.4: Sơ đồ tiên vi tính quang trình của các photon trong mode dao động và tính toán mô hình nhiễu loạn Gauss được thêm vào chế độ liên tục. Sau đó tùy chỉnh hóa quang trình của quang học trong trạng thái ổn định, thu được các tham số của nhiễu loạn và nghiên cứu tính chất nhiễu loạn của tùy chỉnh nhiễu loạn của nhiễu loạn Gauss trong ngày)
(Mức khó cao hơn trung bình).

8.3P Công suất Q-nhanh trong laser Nd:YLF

Laser Nd:YLF chế độ liên tục Flash hoạt động xung và kích thước xung Q-nhanh bên trong buồng cộng hưởng có thể điều chỉnh được, chiều dài $l=1\text{cm}$, vận tốc ánh sáng $n=1.45$ của tinh thể, chiều dài tiêu cự $L=30\text{cm}$. Hiệu suất truyền qua của bộ ghép vào buồng cộng hưởng là $T=20\%$ và mất mát laser logarit bên trong trên 1 lần truyền qua được tính toán là $\gamma_i \cong 5\%$. Giá trị diện tích phát xạ của $\sigma_e = 1.9 \times 10^{-19} \text{cm}^2$ của Nd:YLF tính toán của sóng laser là $\lambda = 1053 \text{nm}$, tính toán của xung và khoảng thời gian xung của các xung Q-chuyển mạch, khi nào xung của xung chế độ liên tục giá trị trung bình.

8.4P Tính toán của xung và khoảng thời gian xung trong laser Nd:YAG công suất Q-1 p

Khi laser Nd:YAG trong hình 7.4 và 7.5 chế độ liên tục $P_m = 10 \text{kW}$ và chuyển mạch Q-1 p tần số 10kHz bên trong buồng cộng hưởng, mất mát do chèn của nó là có thể bỏ qua. Tính toán của xung và khoảng thời gian của xung của công suất trung bình và vận tốc trung bình.

8.5P Hiệu ứng áp điện trong tinh thể Pockels công suất Q

Xét tinh thể Pockels trong hình 7.4 là vận tốc ánh sáng chiếu vào hướng trục x qua tinh thể phi tuyến. Trong trạng thái này, vận tốc ánh sáng $\Delta n = n_x - n_y$ là $\Delta n = n_0^3 r_{63} V / L$ đây, n_0 là vận tốc ánh sáng, r_{63} là hằng số phi tuyến thích hợp của vật liệu, V là hiệu điện thế, L là chiều dài tinh thể. Rút ra biểu thức của hiệu ứng áp điện cho các kết cấu tinh thể Pockels-kính phân cực trong hình 8.5a chế độ liên tục (hiệu ứng áp điện sóng). Tính toán hiệu ứng $1/4$ sóng $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ trong trạng thái tinh thể Pockels KD_2PO_4 , vận tốc KD_2PO_4 , $r_{63} = 26.4 \times 10^{-12} \text{m/v}$ và $n_0 = 1.51$.

8.6P Công suất Q-tích cực trong laser 3 mức

Rút ra biểu thức vận tốc ánh sáng của xung và khoảng thời gian xung áp dụng cho laser 3 mức chuyển mạch. (Mức khó cao hơn trung bình).

8.7P Tính toán góc lệch chùm tia phản xạ của chùm tia phản xạ

Chùm laser He-Ne của sóng (trong không khí) $\lambda = 632.8 \text{nm}$ làm lệch chùm tia phản xạ của chùm tia phản xạ của $LiNbO_3$ hoạt động chế độ Bragg tần số 1GHz . Giá trị vận tốc âm thanh trong $LiNbO_3$ là $7.4 \times 10^5 \text{cm/s}$ và vận tốc ánh sáng $n=2.3$, tính toán góc lệch của chùm tia.

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

8.8P Khóa mode c a các mode d i bên v i biên ng u nhiên

Gi s r ng tính hi u khóa mode có N d i bên cùng pha nh ng biên c a các d i bên riêng bi t ng u nhiên c phân b ng u nhiên và ng u gi a giá tr 0 và c c i E_0 . Tính toán giá tr kì v ng c a công su t u ra trung bình trong tín hi u N-mode và công su t Peak c a xung khóa mode u th trong m i chu kì. (M c khó l n h n trung bình).

8.9P Xung Gauss có t n s bi n thiên theo th i gian v i h th c khóa pha b c hai

Rút ra bi u th c gi i tích i v i tín hi u xung khóa mode ph ng trình 8.6.14 c a PL trong tr ng h p phân b Gauss c a các biên mode và h th c khóa pha b c hai 2.

8.10P V s tu n hoàn c a các tín hi u khóa mode

B ng cách l y g n úng t ng trên t t c các mode trong pt (8.6.10) c a PL v i l tích phân, c tính quan tr ng c a tính ch t u ra b m t. ó là gì?

8.11P i u ki n khóa pha i v i s khóa mode hài b c 2

Gi s r ng h th c pha gi a các mode d c liên ti p nhau là $\varphi_{l+1} - \varphi_l = \varphi_l - \varphi_{l-1} + \pi$ và biên ph không i trên $2N$ mode. Ch ng t r ng t n s bây gi là $2\Delta v$, ây $\Delta v = c/2L$ là kho ng cách c a các mode d c theo tr c c a bu ng c ng h ng (h ng d n :hãy b t u b ng cách ch ng t r ng h th c khóa pha c th a mẫn b ng cách gi s $\varphi_l = 0$ n u l ch n và $\varphi_l = \pi/2$ n u l l . Sau ó vi t tín hi u khóa mode nh t ng c a s ch ng ch t c a các mode d c v i các ch s mode ch n và l và ch ng t r ng hai t ng này t ng ng v i 2 chu i xung b trì hoãn l kho ng th i gian là $1/(2\Delta v)$

(M c khó l n h n trung bình).

8.12P Tính toán r ng xung trong laser Nd:YAG khóa mode tích c c

Laser Nd:YAG ho t ng b c sóng $\lambda = 1064nm$, c khóa mode b i l b i u bi n âm quang. Gi s chi u dài bu ng c ng h ng $L = 1.5m$ và r ng v ch ph c m r ng ng nh t v i chi u r ng $\Delta v_0 \cong 195GHz$, tính toán r ng xung kì v ng. N u r ng xung c m r ng ng nh t thì r ng xung kì v ng s b ng bao nhiêu ?

8.13P Phân tích xung Gauss c a khóa mode t n s

Rút ra bi u th c gi i tích c a r ng xung và s bi n i t n s theo th i gian c a các xung Gauss trong s khóa mode t n s c a laser c m r ng ng nh t. (M c khó l n h n trung bình. Nê n c ph l c F u tiên c a PL).

8.14P Khóa mode trong laser He-Ne

Xét laser He-Ne ho t ng b c sóng $632.8nm$ và gi s r ng t i nhi t phòng r ng v ch l i c m r ng Doppler v i r ng v ch ph $\Delta v_0 \cong 1.7GHz$. N u laser ho t ng xa ng ng và ng laser có chi u dài $L = 40cm$. Kho ng th i gian xung kì v ng b ng bao nhiêu và t n s b ng bao nhiêu khi laser c khóa mode b i l b khóa mode âm quang.

8.15P Khóa mode hài c a m t laser trong bu ng c ng h ng tuy n tính

M t h laser c t o b i bu ng c ng h ng tuy n tính chi u dài quang h c

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$L=2m$, b khóa mode bên ngoài cách tâm trục khóa mode âm quang bên trong buồng cộng hưởng laser khoảng cách $d=L/4$ tính từ gương. Tính toán giá trị tối ưu của các tham số khóa mode v_m để tối ưu hóa chu kỳ xung khóa mode. Tìm vị trí của nút và bụng khi n lần số g p 2 lần giá trị tối ưu của nó.

8.16P Tính toán năng lượng xung và công suất peak trong laser Nd:YAG khóa mode thụ động

Laser Nd:YAG khóa mode thụ động bimodal hoạt động bảo hòa nhanh phát ra một chuỗi xung với tần số $\nu_m=100MHz$, mỗi xung có độ rộng là $\Delta\tau_p=10ps$ (FWHM của xung), công suất trung bình là $P_{av}=500mW$. Tính toán năng lượng xung và công suất xung peak của mỗi chuỗi xung phát ra.

8.17P Khoảng thời gian xung trong một laser Ti:sapphire khóa mode thụ động kính Kerr lý tưởng

Xét laser Ti:sapphire khóa mode thụ động kính Kerr và giả sử rằng một mát mát truyền qua toàn phần có thể coi là $2\gamma_i = 2\gamma - kP$. Ở đây P là công suất laser bên trong buồng cộng hưởng peak và $k \approx 5 \times 10^{-8} W^{-1}$ là hằng số mát phi tuyến do các khóa mode thụ động kính Kerr. Giả sử mát truyền qua bảo hòa là $2g_0 \approx 0.1$, băng thông là 100THz và năng lượng bên trong buồng cộng hưởng $E=40nJ$, tính toán khoảng thời gian xung tối đa trong trường hợp giả định khi các hiệu ứng tán sắc bậc hai và bậc ba có thể bỏ qua.

8.18P Khoảng thời gian xung trong một laser khóa mode Ti:sapphire loại soliton

Trong một laser Ti:sapphire khóa mode thụ động, các chuỗi xung chỉ xảy ra khi có sự tương tác giữa các tán sắc âm của buồng cộng hưởng và sự biến pha trong môi trường Kerr. Chúng ta biết rằng tán sắc bậc hai của nhóm trên mát truyền qua là $\phi'' = -800fs^2$ và sự dịch chuyển pha trên mát truyền qua phi tuyến trên công suất trong môi trường Kerr là $\delta \approx 2 \times 10^{-6} W^{-1}$, tính toán khoảng thời gian xung trung bình và công suất peak xung, giả sử buồng cộng hưởng phi tuyến có chiều dài $L=1m$, sự ghép vào ra $T=5\%$ và công suất trung bình $P_{av} = 50mW$.

8.19P Sự mở rộng xung trong bán dẫn quang

Giả sử vận tốc nhóm (GVD) của vật thể quang $\lambda \approx 800nm$ là $50fs^2/mm$, tính toán chiều dày cần thiết để các mát quang có thể truyền qua 1 xung 10fs mà không thay đổi theo thời gian của biên độ của Gauss. Nếu xung trung bình không vượt quá 20% (Hằng số dùng các kết quả của PL).

8.20P Sự tồn tại của chuỗi xung khóa mode

Xét sự truyền mát chuỗi xung khóa mode tần số ν_m qua mát môi trường tán sắc bậc hai (GVD) không biến đổi β_2 . Chứng minh rằng khoảng cách truyền L_n mà mát phản xạ vào các cho biết $L_n = n/\pi\beta_2\nu_m^2$ ($n=1,2,3,\dots$), chuỗi xung tồn tại hình dạng

ban đầu của nó (như Talbot)

(Hằng số \$n\$ là chiết suất của môi trường xung quanh khóa mode nhốt lại các mode dọc theo trục khóa pha và truyền đi thành phần ngang của trục dọc theo môi trường tán xạ, giống như luật parabol và vị trí tán xạ. Sau đó chúng ta truyền sau khi truyền qua một số nguyên lần chiều dài của chiều dài của buồng \$L_t = 1/\pi\beta_2 y_m^2\$, sự trễ pha tích lũy của mode là một số nguyên của \$2\pi\$.

Tr 1 i

8.1A Dao động pha trong laser Nd:YAG

Tính dao động pha \$\omega'\$ của laser 4 mức có dạng (8.2.11) của PL. Các tham số laser đưa vào trong phương trình này là tham số truyền \$x\$. Thời gian sống của laser trạng thái trên \$\tau\$ và thời gian sống photon \$\tau_c\$. Theo phương trình (7.2.14) của PL thì thời gian sống photon \$\tau_c\$ là:

$$\tau_c = \frac{L_e}{\gamma c} \cong 34ns \quad (1)$$

ở đây \$L_e = L + (n-1)l \cong 20.65cm\$ là chiều dài quang học của buồng cộng hưởng (\$L=20cm\$ là chiều dài hình học của buồng cộng hưởng, \$l=0.8cm\$ là chiều dài của thanh Nd:YAG, \$n=1.82\$ chiết suất của nó) và \$\gamma = 0.02\$ là mất mát logarit toàn phần trên lần truyền qua. Từ phương trình (8.12) và (8.15) của PL chúng ta có:

$$t_0 = \frac{2\tau}{x} = 230\mu s \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{x-1}{\tau_c \tau}} \cong 355kHz \quad (3)$$

Từ phương trình (8.2.11) của PL cuối cùng chúng ta thu được:

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{1}{t_0}\right)^2} \cong \omega \cong 355kHz \quad (4).$$

8.2A Phân tích công suất trong laser 4 mức

Để tìm hiểu về các phân tích tính toán phân tích \$S_{\sigma}(\omega)\$ là các phương trình của laser 4 mức có dạng \$dN/dt\$ và \$d\phi/dt\$ như sau. Các tham số, như phương trình này đã thu được từ phương trình (7.2.1a) và (7.2.1b) của PL là:

$$\frac{dN}{dt} = R_p - B\phi N - \frac{N}{\tau} + \xi_p \quad (1a)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = V_a B\phi N - \frac{\phi}{\tau_c} \quad (1b)$$

Ây $\xi_p(t)$ trong (1a) là sóng ngẫu nhiên tuần hoàn thích delta pha. Do số biến thiên của số photon trung bình là nhỏ, chúng ta có thể tuyến tính hóa phương trình (1a) và (1b) quanh nghiệm trung bình xác lập (N_0, ϕ_0) bằng cách viết:

$$N = N_0 + \delta N, \phi = \phi_0 + \delta \phi \quad (2)$$

Ây δN và $\delta \phi$ là biến ngẫu nhiên cổ điển và số photon do sóng ngẫu nhiên $\xi_p(t)$. Nghiệm trung bình xác lập thu được từ phương trình (1a) và (1b) bằng cách bỏ qua sóng ngẫu nhiên và cho các hàm theo thời gian bằng 0; chúng ta thu được:

$$N_0 = \frac{1}{BV_a \tau_c} \quad (3a)$$

$$\phi_0 = \frac{x-1}{\tau B} \quad (3b)$$

Ây $x = R_p / R_{cp}$ và R_{cp} là tốc độ bơm tối thiểu cần cho bộ phát quang trình (7.3.3) của PL. Sau khi thế Ansatz (2) trong phương trình (1a) và (1b), sử dụng phương trình (3a) và (3b) và bỏ qua các số hạng phi tuyến chỉ giữ lại số hạng $\delta \phi, \delta N$ trong phương trình và thu được thì chúng ta tìm được các phương trình tuyến tính sau đây mô tả dao động δN và $\delta \phi$:

$$\frac{d\delta N}{dt} = -\frac{x}{\tau} \delta N - BN_0 \delta \phi + \xi_p \quad (4a)$$

$$\frac{d\delta \phi}{dt} = BV_a \phi_0 \delta N \quad (4b)$$

Tính $\delta \phi(t)$ chúng ta thế phương trình (4a) $\delta N(t)$ thu được từ phương trình (4b). Chúng ta thu được phương trình vi phân hai biến phân nh sau về $\delta \phi$:

$$\frac{d^2 \delta \phi}{dt^2} + \frac{x}{\tau} \frac{d\delta \phi}{dt} + \omega_0^2 \delta \phi = BV_a \phi_0 \xi_p \quad (5)$$

Ây chúng ta viết:

$$\omega_0^2 = B^2 V_a \phi_0 N_0 = \frac{x-1}{\tau_c \tau} \quad (6)$$

T lý thuyết tuyến tính về sóng hiện đại của số photon, chúng ta biểu diễn trung bình số photon vào và ra của bộ phát công suất $S_1(\omega)$ và chuyển thành số photon ra của bộ phát công suất $S_2(\omega)$ cho bởi $S_2(\omega) = S_1(\omega) |H(\omega)|^2$, ở đây

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$H(\omega)$ là hàm truyền của hệ vì thế ta có :

$$S_{\delta\phi}(\omega) = (BV_a\phi_0)^2 S_{\xi_p}(\omega) |H(\omega)|^2 \quad (7)$$

Đây $S_{op}(\omega)$ là mật độ phổ của biến ngẫu nhiên ξ_p , $S_{\delta\phi}(\omega)$ là phổ công suất của các biến ngẫu nhiên photon và hàm truyền của hệ, $H(\omega)$ thu được từ biên độ của nghiệm của phương trình :

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{x}{\tau} \frac{df}{dt} + \omega_0^2 f = \exp(j\omega t) \quad (8)$$

Chúng ta dễ dàng chứng minh được :

$$H(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + jx\omega/\tau} \quad (9)$$

Bởi vì $\xi_p(t)$ là biến ngẫu nhiên Gauss thích delta. Phổ công suất $S_{op}(\omega)$ nó không phụ thuộc vào tần số là biến ngẫu nhiên. Từ phương trình (7), chúng ta thấy rằng phổ công suất của biến ngẫu nhiên dao động trong số photon $\delta\phi(t)$ và vì thế công suất trung bình của $\delta P(t)$ tỷ lệ với $|H(\omega)|^2$. Từ phương trình (9), cuối cùng chúng ta thu được :

$$S_{\delta p}(\omega) |H(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + x^2 \omega^2 / \tau^2} \quad (10)$$

8.3A Công suất Q-nhanh trong laser Nd:YLF

Công suất xung laser Nd:YLF công suất Q có thể tính được từ phương trình (8.4.20) và (8.4.21) của PL, nó cho chúng ta biết về các đặc tính của xung và khoảng thời gian xung của laser 4 mức công suất Q-nhanh theo các tham số laser bao gồm ghép nối ra logarit γ_2 , diện tích chùm A_b trong môi trường laser, tỉ lệ tổn thất phát xạ σ_e và thời gian sống photon trung bình τ_c , hệ số tán xạ ngược η_E và tỉ số $x = N_i / N_p$ mà qua đó chúng ta có thể tính được các giá trị tham số cho trong bài toán này chúng ta có :

$$\gamma_2 = -\ln(1-T) \cong 0.223 \quad (1)$$

$$\tau_c = \frac{L_e}{c\gamma} \cong 6.28ns \quad (2)$$

Đây $T=0.2$ là hệ số truyền qua của bộ ghép nối ra, $L_e = L + (n-1) \cong 30.45cm$ là chiều dài quang học của buồng cộng hưởng và $\gamma = \gamma/2 + \gamma_i \cong 0.1616$ là mật độ mất logarit toàn phần trên chiều dài truyền qua. Để tính diện tích chùm A_b , trước tiên chúng

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

ta vì $A_b = \pi \omega_b^2 / 2$, đây ω_b là kích thước spot chùm bên trong tinh thể tích cực. Vì vậy bù ng c ngh h ng tiêu, W_b chính là phần trình (5.5.11) của PL cho biết công thức $W_b = (L\lambda / 2\pi)^2$. Tuy nhiên, trong trường hợp của chúng ta chi u dài bù ng c ngh h ng a vào trong phần trình trên là chi u dài nhiễu xạ bù ng c ngh h ng: $L_d = L - l + l/n \cong 29.7cm$. Vì thế chúng ta có:

$$A_b = \frac{\pi \omega_b^2}{2} = \frac{L_d \lambda}{4} \cong 7.9 \times 10^{-4} cm^2 \quad (3)$$

Hệ số độ ng n ng l ng η_E của ng v i t s $x=2$ có thể tính từ hình (8.11) của PL là $\eta_E \cong 0.8$. Từ phần trình (8.4.20) và (8.4.21) và sử dụng phần trình (1-3), cuối cùng chúng ta thu được kết quả như sau:

$$E = \frac{\gamma_2}{2} \eta_E \frac{A_b}{\sigma_e} h\nu = \frac{0.223}{2} \times 1.6 \times \frac{7.9 \times 10^{-4} cm^2}{1.9 \times 10^{-19} cm^2} \times 6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \times 2.849 \times 10^{14} s \cong 0.14 mJ$$

$$\Delta \tau_p = \tau_c \frac{\eta_e}{x - \ln x - 1} \cong 6.28 ns \times 5.214 \cong 32.7 ns$$

8.4A Tính toán năng lượng xung và công suất xung trong laser Nd:YAG công suất Q1 p

Năng lượng xung và công suất xung của xung công suất Q cho biết phần trình (8.4.17) và (8.4.21) của PL, đây, theo lý thuyết công suất Q-1 p l i, s o l n m t N_i và N_f trước và sau mỗi xung xác định như sau từ phần trình (8.4.18) và (8.4.31) của PL. Trong trường hợp của chúng ta, dữ liệu như sau là có giá trị: công suất bơm vào $P_{in} = 10kW$, công suất ngưỡng $P_{th} = 2.2kW$, thời gian giữa các xung liên tiếp nhau $\tau_p = 0.1ms$ và thời gian trì hoãn $\tau = 0.23 \times 10^{-3} s$. Vì thế chúng ta có $x = P_p / P_{th} = 4.545$ và $f^* = \tau / \tau_p = 2.3$. Nghiệm từ các phương trình (8.4.18) và (8.4.31) về N_i / N_p và N_f / N_i có giá trị như sau (xem hình (8.11) của PL):

$$\frac{N_i}{N_p} = 1.98, \quad \frac{N_f}{N_i} = 0.236 \quad (1)$$

Số lượng mật độ hạt N_p giữa $\gamma = 0.1192$, $\sigma = 3.5 \times 10^{-19} cm^2$ và $l = 7.5 cm$, sẽ là:

$$N_p = \frac{\gamma}{\sigma l} = 4.5 \times 10^{16} ions / cm^3 \quad (2)$$

Chức năng tích tích cực V_a là thể tích của thanh, năng lượng xung đầu ra E có dạng phần trình (8.4.17) của PL ($\gamma_2 = 0.1625$, $V_a = 2.37 cm^3$, $h\nu = 1.87 \times 10^{-19} J$):

$$E = \frac{\gamma_2}{2\gamma} (N_i - N_f) (V_a h\nu) = 19.8mJ \quad (3)$$

Vì thế công suất trung bình là :

$$P_{out} = \frac{E}{\tau_p} = 198W \quad (4)$$

Cuối cùng, khoảng thời gian xung cho bởi phương trình (8.4.21) của PL:

$$\Delta\tau_p = \tau_c \frac{N_i - N_f}{N_i - N_p - N_p \ln\left(\frac{N_i}{N_p}\right)} = 89.4ns \quad (5)$$

Ây $\tau_c = L_e / c\gamma = 15.7ns$ là thời gian sống photon ($L_e = L + (n-1)l \cong 56.15cm$)

Chú ý

Chú ý rằng do chu kỳ của xung $\tau_p = 1ms$ ngắn hơn nhiều so với thời gian trì hoãn của môi trường $\tau = 0.23ms$, công suất trung bình P_{out} trong chế độ công tắc Q-L phải cho bởi phương trình (4) chính xác hơn công suất trung bình $P'_{out} = (V_a h\nu / l\sigma\tau) (\gamma_2 / 2) (P_p / P_{th} - 1) \cong 211W$ khi hoạt động chế độ liên tục (xem phần (7.3.9) của PL). Điều này có nghĩa là các sóng phản xạ tích lũy bị quá trình bơm chuyển thành xung laser. Tuy nhiên, nếu chu kỳ xung lớn hơn nhiều so với thời gian trì hoãn, môi trường công suất trung bình khi hoạt động công tắc Q sẽ chính xác hơn gần giá trị liên tục là P'_{out} , bởi vì trong trường hợp này sóng phản xạ tích lũy sẽ giải phóng và xung tiếp theo bắt đầu từ các phân rã bất ổn định và không bất ổn định. Ví dụ, nếu tần số 1 KHz, thời gian sống $\tau_p = 10ms$ và $f^* = \tau / \tau_p = 0.23$, từ phương trình (8.4.18) và (8.4.31) thì chúng ta sẽ thu được $N_i / N_p = 4.48$ và $N_i / N_f = 0.012$, thời gian sống của xung $E \cong 59.4mJ$ và công suất trung bình $P'_{out} \cong 59.4W$.

8.5A Hiện tượng phân cực ánh sáng trong tinh thể Pockels công tắc Q

Chúng ta hãy xét sơ đồ hình vẽ của tinh thể Pockels và môi trường kính phân cực với trục kính phân cực tạo một góc 45° so với trục dọc của tinh thể Pockels. Ánh sáng phân cực tuyến tính đi vào tinh thể Pockels sẽ chia thành 2 sóng với tần số khác nhau và biên độ khác nhau do sự khác biệt của các kính phân cực dọc theo hai trục dọc của trục x và y. Hai sóng này có cùng tần số sóng và bước sóng nhưng lệch pha khác nhau. Sau khi truyền qua chiều dài L của tinh thể, sự chênh lệch pha giữa các sóng sẽ là :

$$\Delta\phi = (k_1 - k_2)L = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_x - n_y)L \quad (1)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Đây λ_0 là bước sóng trong chân không và n_x, n_y là chiết suất theo trục x và trục y. Sau thấu kính, sóng truyền qua nói chung phân cực elip. Các biên độ $\Delta\phi$ là $m\pi/2$ nguyên lần $\pi/2$, ánh sáng trở thành phân cực tròn. Chuyển chùm phân cực tuyến tính thành chùm phân cực tròn, lưỡng chiết $n = n_x, -n_y$ phải thỏa mãn điều kiện sau :

$$\Delta n = n_x - n_y = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4L} \quad (2)$$

Đây m là số nguyên dương. Từ điều kiện của bài toán chúng ta biết rằng lưỡng chiết Δn có liên hệ với điện áp V qua biểu thức sau:

$$\Delta n = n_0^3 r_{63} \frac{V}{L} \quad (3)$$

Thay thế các phương trình (2) và (3) chúng ta có

$$V = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n_0^3 r_{63}} \quad (4)$$

Điện áp tối thiểu cần có để thực hiện $m=0$ trong phương trình (4) chính là điện áp làm phân cực sóng. Trong trường hợp thấu kính Pockels KD_2PO_4 bước sóng $\lambda = 1.06\mu m$, hệ số lưỡng chiết của KD_2PO_4 , $r_{63} = 26.4 \times 10^{-12} V/m$ và $n_0 = 1.51$, điện áp làm phân cực sóng là:

$$V = \frac{\lambda_0}{4n_0^3 r_{63}} = 2.915 kV \quad (5)$$

8.6A Công thức Q-tích cực trong laser 3 mức

Phân tích công thức Q-tích cực nhanh trong laser 3 mức có thể thực hiện theo các kỹ thuật tiếp theo sau, nó sẽ xây dựng trong phần 8.4.4 của PL về laser 4 mức bắt đầu từ phương trình các mức của laser 3 mức có thể luận chi tiết trong bài tập 7.4P. Đặt $N(t) = N_2 - N_1$ và $\phi(t)$ là số photon và số photon bị mất trong mode laser theo thời gian; trong trường hợp công thức Q-nhanh, số biến thiên của N và ϕ sau thời gian chuyển mạch là:

$$\frac{dN}{dt} = -2B\phi N \quad (1)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\phi}{\tau_c} + B\phi V_a N \quad (2)$$

Đây B là tốc độ chuyển mạch trên photon trên mode, τ_c là thời gian sống của photon trong buồng cộng hưởng và V_a là thể tích mode trong môi trường hoạt tính. Chú ý rằng vì chúng ta quan tâm đến sự hình thành xung công thức Q, nó xuất hiện trên thang thời gian ngắn hơn nhiều so với thời gian sống mức laser bên

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

trên, trong phương trình (1), chúng ta sẽ bỏ qua sự thay đổi số lượng photon do các quá trình bơm và siphon ra khỏi buồng cộng hưởng laser trên xuất hiện trong thời gian chậm. Công thức phương trình (1) và (2) khác với phương trình (8.4.8a) và (4.8.4b) trong PL của laser bán dẫn một chiều 2 trong phương trình số lượng photon. Điều này là do hiện tượng vật lý trong laser 3 mức, bất cứ quá trình phát xạ cảm ứng nào tạo nên sự chuyển đổi duy nhất từ mức laser trên xuống mức thấp hơn, do đó đóng góp 2 photon vào sự gia tăng số lượng photon. Ngược lại xung quanh cho biết (xem thêm phương trình (8.4.16) của PL :

$$E = \int_0^{\infty} P(t) dt = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) h\nu \int_0^{\infty} \phi(t) dt \quad (3)$$

Đây P(t) là công suất đầu ra và phương trình (7.2.18) của PL sẽ được dùng. Tích phân trong phương trình (3) có thể thực hiện bằng cách lấy tích phân cả vế của phương trình (2) từ $t=0$ đến $t=\infty$ và dùng điều kiện biên $\phi(0) = \phi_i \neq 0, \phi(\infty) = \phi(f) \neq 0$ và phương trình (1) chúng ta thu được :

$$\int_0^{\infty} \phi(t) dt = V_a \tau_c (N_i - N_f) / 2 \quad (4)$$

Và vì thế :

$$E = \frac{\gamma_2}{2\gamma} V_a h\nu \frac{N_i - N_f}{2} \quad (5)$$

Đây N_i và N_f là giá trị số lượng photon trước và sau xung công suất Q. Xác định N_f thì chúng ta phải tìm điều kiện biên trong phương trình (1) và (2) bằng cách xét sự gia tăng phương trình (1) và (2), ta thu được :

$$\frac{d\phi}{dN} = -\frac{V_a}{2} \left[1 - \frac{N_p}{N} \right] \quad (6)$$

Tích phân cả vế điều kiện ban đầu $\phi_i \neq 0$ cho ta:

$$\frac{d\phi}{dN} = \frac{V_a}{2} \left[N_i - N - N_p \ln(N_i / N) \right] \quad (7)$$

Đây $N_p = 1/V_a B \tau_c = \gamma / \sigma l$ là giá trị ngưỡng số lượng photon ở vị trí buồng cộng hưởng Q cao. Nếu chúng ta giả sử trong phương trình (7) $\phi_f \neq 0$ chúng ta có thể thu được N_f / N_i như một hàm của N_p / N_i bằng một phương trình nào, nó tương đối chính xác phương trình (8.4.18) của PL có sẵn ở vị trí laser 4 mức. Chú ý rằng vì các số sánh phương trình (5) với phương trình tương ứng của thyl trong trường hợp laser 4 mức [xem phương trình (8.4.17) của PL] cho chúng ta thấy rằng năng lượng đầu ra của xung công suất Q ở vị trí laser 3 mức bằng phân nửa

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

nhân công suất trung bình của laser 4 mW.

Theo PL, khoảng thời gian xung xác định là $\Delta\tau_p = E/P_p$, đây P_p là công suất Peak của xung. Xác định công suất xung Peak P_p , chúng ta chú ý rằng theo phương trình (7.2.18) của PL, $P_p = (\gamma_2 c / 2L_e) h\nu\phi_p$. Đây ϕ_p là Peak của Photon được sinh ra từ phương trình (7) bằng cách thiết lập $N = N_p$. Vì thế chúng ta có:

$$P_p = \frac{\gamma_2 c V_a}{4L_e} h\nu N_p \left[\frac{N_i}{N_p} - 1 - \ln \frac{N_i}{N_p} \right] \quad (8)$$

Bởi vì $N_p = 1/V_a B\tau_c = \gamma/\sigma l$ và $1/\tau_c = c\gamma/L_e$. Thế phương trình (5) và (8) cuối cùng chúng ta thu được biểu thức của khoảng thời gian xung là:

$$\Delta\tau_p = \tau_c \frac{(N_i - N_f)/N_p}{\frac{N_i}{N_p} - 1 - \ln \frac{N_i}{N_p}} \quad (9)$$

So sánh phương trình (9) với phương trình (8.4.21) của PL, ta thấy biểu thức của khoảng thời gian xung ở các Laser công suất Q 3 mW và 4 mW là gần như nhau.

8.7A Tính toán góc lệch chùm tia phản xạ trong âm quang

Bức sóng âm tần số $\nu_a = 1\text{GHz}$ và gia tốc âm trong LiNbO_3 $v = 7.4 \times 10^5 \text{cm/s}$ là $\lambda_a = v/\nu_a = 74\mu\text{m}$. Gia tốc phản xạ làm lệch chùm tia âm quang hoạt động theo Bragg, chùm tia phản xạ có góc $\theta' = \lambda/\lambda_a \cong 0.5^\circ$, đây $\lambda = 632.8\text{nm}$ là bước sóng của chùm tia. Chú ý rằng phương trình (8.4.4) của PL, chùm tia phản xạ Bragg thỏa mãn điều kiện $L' \gg 3.17\text{mm}$.

8.8A Khóa mode của các mode diên trong biên độ

Tính hiệu khóa mode $E(t)$ do sự chồng chập của N mode diên trong pha với biên độ A_n có thể viết là:

$$E(t) = \sum_{n=1}^N A_n \exp(jn\omega t) \quad (1)$$

Đây $\omega = 2\pi/T$ là khoảng cách tần số giữa các mode lân cận nhau và A_n là biên độ của chúng. Chúng ta có thể cho A_n mang giá trị thực. Bởi vì biên độ A_n là các biên độ ngẫu nhiên nên phân bố ngẫu nhiên của A_n có giá trị trung bình E_0 , xác suất A_n nhận giá trị trong khoảng $(A \div A+dA)$ là $g(A)dA$. Đây mật độ xác suất $g(A)$ có dạng:

$$g(A) = \begin{cases} 1/E_0 & \text{if } 0 < A < E_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

Công suất trung bình theo thời gian P_{av} của các hiện tượng tín hiệu khóa mode là:

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |E(t)|^2 dt = \sum_{m,n=1}^N \int_0^T A_n A_m \exp[j(n-m)\omega t] dt = \sum_{n=1}^N A_n^2 \quad (3)$$

Giá trị kỳ vọng của P_{av} là:

$$\langle P_{av} \rangle = \sum_{n=1}^N \langle A_n^2 \rangle = \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} A_n^2 g(A_n) dA_n = \frac{N}{E_0} \int_0^{E_0} A^2 dA = \frac{NE_0^2}{3} \quad (4)$$

tính toán giá trị kỳ vọng của công suất Peak của xung khóa mode u trong m i chu kì, chúng ta hãy tính toán trung bình t p h p c a công suất quang học t c th i, t c là :

$$\langle P(t) \rangle = \langle |E(t)|^2 \rangle = \sum_{n,m=1}^N \langle A_n A_m \rangle \exp[j(n-m)\omega t] \quad (5)$$

N u chúng ta giả s r ng các biên A_n, A_m là c l p th ng kê i v i $n \neq m$, thì chúng ta có :

$$\langle A_n A_m \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_n A_m g(A_n) g(A_m) dA_n dA_m = \left(\int_{-\infty}^{\infty} A g(A) dA \right)^2 = \frac{E_0^2}{4} \quad (6)$$

Th p h ng trình (6) vào ph h ng trình (5) chúng ta thu c:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{E_0^2}{4} \sum_{n,m=1}^N \exp[j(n-m)\omega t] = \frac{E_0^2}{4} \left| \sum_{n=1}^N \exp(in\omega t) \right|^2 \quad (7)$$

T p h ng trình (7), cu i cùng chúng ta có công suất xung Peak t c t i $t = 0$ và giá trị kỳ vọng của nó là $\langle P(t) \rangle_{peak} = N^2 E_0^2 / 4$.

8.9A Xung Gauss có t n s biên thiên theo th i gian v i h th c khóa pha b c hai

Biên c a hình bao chu i xung t s ch ng ch t c a các mode d c tr c bu ng c ng h ng khóa pha là :

$$A(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} A_l \exp(jl\Delta\omega t) \quad (1)$$

ây, i v i phân b biên Gauss và h th c khóa mode b c 2 biên ph c c a E_l c cho b i(xem ph h ng trình (8.6.10)và (8.6.13) c a PL):

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$E_l = E_0 \exp \left[- \left(\frac{2l\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^2 \frac{\ln 2}{2} \right] \exp \left[j(l\varphi_1 + l^2\varphi_2) \right] \quad (2)$$

Trong phương trình (1) và (2), $\Delta\omega$ là khoảng cách tần số giữa các mode d c tr c bu ng c ng h ng lân c n nhau, $\Delta\omega_L$ là r ng d i c a c ng ph , φ_1 và φ_2 là hai h ng s xác nh i u ki n khóa pha. Trong tr ng h p s mode d c l n dao ng , t c là khi $\Delta\omega_L \gg \Delta\omega$, t ng ph ng trình (1) có th c tính g n úng b ng tích phân trên l t $l = -\infty$ n $l = \infty$ (xem bài t p 8.10P). Trong gi thi t này, th ph ng trình (2) vào ph ng trình (1) chúng ta thu c :

$$A(t) \cong E_0 \int_{-\infty}^{\infty} dl \exp(-c_1 l^2 + 2c_2 l) = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{c_1}} \exp(c_2^2 / c_1) \quad (3)$$

ây chúng ta ã t :

$$c_1 = \left(\frac{2\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^2 + \frac{\ln 2}{2} - j\varphi_2 \quad (4a)$$

$$c_2 = \frac{j\varphi_1}{2} + \frac{j\Delta\omega t}{2} \quad (4b)$$

Dùng phương trình (4a) và (4b), bi u th c c a i n tr ng toàn ph n c a chu i xung khóa mode có th c vi t d i d ng cu i cùng:

$$E(t') \propto \exp(-\alpha t'^2) \exp(j\beta t'^2 + j\omega_0 t') \quad (5)$$

ây $t' = t + \varphi_1 / \Delta\omega$ là th i gian hãm, và h ng s α và β là:

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\Delta\omega}{2} \right)^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^2 \frac{\ln 2}{2}}{\left(\frac{2\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^4 \frac{\ln^2 2}{4} + \varphi_2^2} \quad (6a)$$

$$\beta = \frac{\left(\frac{\Delta\omega}{2} \right)^2 \varphi_2}{\left(\frac{2\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^4 \frac{\ln^2 2}{4} + \varphi_2^2} \quad (6b)$$

Chú ý r ng, i v i i u ki n khóa pha b c 2 xung cu i cùng bi u di n s bi n i t n s theo th i gian tuy n tính, ó là t n s sóng mang t c th i c a xung b **quét** tuy n tính theo th i gian theo $\omega(t') = \omega_0 + 2\beta t'$ (xem ph ng trình (5) . Trong th c

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

t, các xung quang học có tần số biến thiên theo thời gian tuyến tính có thể có ra trong laser mở rộng ngược lại bằng cách dùng bộ điều biến pha bên trong buồng cộng hưởng để tạo ra một chuỗi khóa pha bậc 2 giữa các mode để tránh các buồng cộng hưởng (xem bài tập (8.13P))

8.10A Về sự tuần hoàn của các tín hiệu khóa mode

Bằng cách lý giải ứng dụng trên tất cả các mode trong phạm vi trình 8.6.10 của PL với tích phân, khoảng cách chênh lệch tần số $\Delta\omega$ giữa hai mode lân cận nhau trở thành nhỏ vô cùng. Vì thế khoảng thời gian giữa 2 xung liên tiếp nhau là $\tau_p = 2\pi / \Delta\omega$ tiến tới vô cùng. Thay vì thu được một chuỗi xung tuần hoàn cách nhau một khoảng thời gian bằng thời gian đi hết một vòng buồng cộng hưởng, chúng ta chỉ thu được một xung.

8.11A Điều kiện khóa pha và điều kiện khóa mode hài bậc 2

Nếu chúng ta giả sử tần số của mode để theo trình bày khi tần số mang cao hơn trong buồng cộng hưởng $A(t)$ thu được như sau để tránh các mode để theo trình khóa pha với biên độ bằng nhau E_0 , có dạng:

$$A(t) = E_0 \sum_{l=1}^{2N} \exp(j\Delta\omega l t + j\phi_l) \quad (1)$$

Điều kiện điều kiện khóa pha tuân theo phạm vi trình vi phân bậc hai:

$$\phi_{l+1} - 2\phi_l + \phi_{l-1} = \pi \quad (2)$$

Chúng ta có thể tìm nghiệm tổng quát của phương trình (2) như là một số hạng chẵn của nghiệm của phương trình thuần nhất $\phi_{l+1} - 2\phi_l - \phi_{l-1} = 0$ và nghiệm của phương trình không thuần nhất. Hai nghiệm đặc trưng tuyến tính của phương trình vi phân đồng nhất có thể tìm được là $\phi_l = 1$ và $\phi_l = l$ và vì thế nghiệm tổng quát của phương trình đồng nhất là $\phi_l = c_1 + c_2 l$, đây c_1 và c_2 là các hằng số tùy ý. Nghiệm riêng của phương trình (1) có thể tìm bằng Ansatz:

$$\phi_l = \alpha l^2 \quad (3)$$

Điều kiện hằng số α trong phương trình (3) có thể xác định bằng cách thế phương trình (3) vào phương trình (2). Chúng ta có:

$$\alpha \left[(l+1)^2 - 2l^2 + (l-1)^2 \right] = \pi \quad (4)$$

Vì thế $\alpha = \pi/2$. Tóm lại nghiệm tổng quát nhất của phương trình khóa pha (2) là:

$$\phi_l = c_1 + c_2 l + \frac{\pi}{2} l^2 \quad (5)$$

Chú ý rằng giá trị không biến mất c_1 chỉ nhận được một giá trị thay thế pha

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

cho dạng bao trùm $A(t)$, trong khi đó với sự dịch chuyển thích hợp về thời gian, chúng ta có thể giả sử $c_2 = 0$. Không mất tính tổng quát, trong các phần sau chúng ta sẽ giả sử $c_1 = c_2 = 0$, vì thế phương trình (5) chúng ta thu được:

$$\varphi_l = \frac{\pi}{2} l^2 = \begin{cases} 0 \pmod{2\pi} & \text{for } l = 2r \text{ even} \\ \pi/2 \pmod{2\pi} & \text{for } l = 2r+1 \text{ odd} \end{cases} \quad (6)$$

Dùng phương trình (6), dạng bao chu kỳ xung $A(t)$ như trong phương trình (1) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} A(t) &= E_0 \sum_{r=1}^N \exp[j(2r-1)\Delta\omega t + j\pi/2] + E_0 \sum_{r=1}^N \exp(j2r\Delta\omega t) \\ &= E_0 f(t) [1 - \exp(-j\Delta\omega t + j\pi/2)] \end{aligned} \quad (7)$$

Vậy chúng ta sẽ viết:

$$f(t) = \sum_{r=1}^N \exp(2j\Delta\omega r t) = \exp[j\Delta\omega(N+1)t] \frac{\sin(\Delta\omega N t)}{\sin(\Delta\omega t)} \quad (8)$$

Công thức của chu kỳ xung được là:

$$|A(t)|^2 \propto 2 |f(t)|^2 [1 + \sin(\Delta\omega t)] \quad (9)$$

Hiện tượng nhiễu xạ trong phương trình (9), chúng ta thấy rằng $|A(t)|^2$ là tích của các hàm tuần hoàn dao động nhanh $|f(t)|^2$, nó thể hiện các peak hẹp có khoảng là $\approx (\pi/N\Delta\omega)$ tại các thời gian $t_n = n\pi/\Delta\omega$ ($n=1,2,3,\dots$) cách nhau $T_{rep} = \pi/\Delta\omega$, và nhiễu xạ bên thiên chằm $[1 - \sin(\Delta\omega t)]$. Nếu số mode dao động N lớn thì chúng ta thể hiện phép gần đúng $[1 - \sin(\Delta\omega t)] \cong [1 - \sin(\Delta\omega t_n)] = 1$. Vì thế $|A(t)|^2 \propto |f(t)|^2$. Điều này chứng tỏ rằng chu kỳ xung được có tần số lặp lại $\nu_{rep} = 1/T_{rep} = 2(\Delta\omega/2\pi)$ bằng hai lần khoảng cách tần số $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi$ của các mode dọc theo trục của buồng cộng hưởng.

8.12A Tính toán nhiễu xạ xung trong laser Nd:YAG khóa mode tích cực

Đối với laser có mô-đun xung, khoảng thời gian xung trong laser khóa mode âm quang có tính gần đúng bằng phương trình (8.6.19) của PL:

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.45}{(\nu_m \Delta\nu_0)^{1/2}} \quad (1)$$

Ở đây ν_m là tần số siêu âm và $\Delta\nu_0$ là băng thông laser. Đối với mô-đun buồng cộng hưởng laser tuyến tính chi tiêu dài quang học L , tần số siêu âm cần cho bộ công thức $\nu_m = c/2L$. Đây là tốc độ ánh sáng trong chân không. Đối với chi tiêu dài

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

buồng cộng hưởng $L=1.5\text{m}$ thì chúng ta có $\nu_m = 100\text{MHz}$. Giả sử $\Delta\nu_0 \cong 195\text{GHz}$, từ phương trình (1) thì chúng ta thu được $\Delta\tau_p \cong 102\text{ps}$. Chú ý rằng, nếu vì chiều dài cộng hưởng không ngắn nhất, khoảng thời gian xung sẽ cho biểu thức phương trình (8.6.18) của PL và vì thế việc phân tích không phải thu được vào tần số trung tâm ν_m và tần số lệch tần số trung tâm là $\Delta\nu_0$. Trong trường hợp này, chúng ta sẽ thu được khoảng thời gian xung:

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.441}{\Delta\nu_0} \cong 2.3\text{ps} \quad (2)$$

Ngắn hơn nhiều so với khoảng thời gian xung thu được từ việc chiếu ngắn nhất.

8.13A Phân tích xung Gauss của khóa mode tần số

Cơ sở lý thuyết phân tích sóng khóa mode tần số trung tâm (FM) gần như các cơ sở lý thuyết phân tích sóng khóa mode tần số biên của vào chỉ tìm thấy trong phần của PL. Ý tưởng cơ bản là khi hoạt động khóa mode trạng thái xác định, sự luân chuyển của xung bên trong buồng cộng hưởng laser sẽ tạo ra hình dạng của nó sau một vòng cách nhau một số thời gian pha nào đó. Nếu \hat{U}_g, \hat{U}_l và \hat{U}_m là các toán tử mô tả sự xung trong môi trường liên tiếp, yếu tố mất mát và biến đổi pha thì chúng ta sẽ có:

$$\hat{U}_g \hat{U}_l \hat{U}_m A(t) = \exp(i\phi) A(t) \quad (1)$$

Đây $A(t)$ là sóng bao của sự luân chuyển xung trạng thái xác định trong buồng cộng hưởng và ϕ là số thời gian pha có thể có. Biểu thức của \hat{U}_g, \hat{U}_l gần như các biểu thức tìm được trong khóa mode AM và cho biểu thức phương trình (F.1.15) và (F.1.13) của PL. Trong trường hợp biến đổi pha, chúng ta có $\hat{U}_m = \exp[j\gamma_m \cos(\omega_m t)]$, đây ω_m là tần số trung tâm và γ_m là hằng số trung tâm. Bởi vì chúng ta chỉ xét xung qua biến đổi tần số nên việc mô tả nó bằng các biến đổi là các biến đổi của biến đổi pha, chúng ta có thể lấy gần đúng cos bằng một quy luật parabol gần đúng và thì tập trung vào các hằng số trung tâm ($\gamma_m \ll 1$):

$$\hat{U}_m = 1 \pm j\gamma_m \left[1 - (\omega_m^2 t^2 / 2) \right] \quad (2)$$

Đây dựa trên phân tích gần đúng theo xung qua biến đổi tần số nên việc mô tả nó bằng các biến đổi là các biến đổi của biến đổi pha. Như đã thảo luận về phần đầu của bài tập, trường hợp này có liên quan với việc mô tả xung không qua biến đổi tần số nên việc mô tả nó bằng các biến đổi của biến đổi pha. Trường hợp chuyển tiếp nó sẽ hấp thụ một phần trong các biến đổi của biến đổi pha thu được bằng thông tin xác định của môi trường hoạt động. Sau khi thay thế phương trình (F.1.13), (F.1.15) và (2) vào phương trình (1) và dùng biến đổi Fourier

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

[(g₀, γ, γ_m | φ) ≪ 1] và vì vậy trong bao xung, chúng ta thu được các phương trình vi phân sau :

$$\left\{ g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] - \gamma \pm j\gamma_m \left(1 - \frac{\omega_m^2}{2} \right) - j\phi \right\} A(t) = 0 \quad (3)$$

Nghiệm Gauss của phương trình (2) với tham số xung phức có thể tìm được dưới dạng :

$$A(t) \propto \exp[-(\alpha + j\beta)t^2/2] \quad (4)$$

Ây α là hằng số thực thì thời gian xung và β là hằng số thực hoặc ảo. Nếu β = 0, thì thời gian xung dao động theo thời gian của xung. Sau khi thế phương trình (4) vào phương trình (3), chúng ta dễ dàng thấy rằng phương trình (4) là nghiệm của phương trình (3) miễn là :

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{\gamma_m}{2g_0} \left(\frac{\omega_m \Delta\omega_m}{2} \right)} \quad (5a)$$

$$\beta = \pm \alpha \quad (5b)$$

Vì g₀ và φ là :

$$g_0 = \gamma + \alpha g_0 \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \quad (6a)$$

$$\phi = \pm \gamma_m - \beta g_0 \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \quad (6b)$$

Chú ý rằng, trái ngược với khóa mode AM, các xung Gauss trong khóa mode FM dao động theo thời gian với tham số dao động là β/α = ±1, dù các số biến đổi theo thời gian xác định bởi sự truyền qua của xung trong bộ lọc. Điều này có nghĩa là các xung có thể là nhiễu loạn. Cần chú ý rằng, do giá trị của β không triệt tiêu, thì phương trình (8.6.16) của PL chúng ta thấy rằng tích băng thông thời gian Δτ_pΔν_L lớn hơn giá trị tới hạn 0.441. Điều này có nghĩa là nhiễu loạn Fourier mất hiệu lực, tức là chúng ta có thể có nhiễu loạn khóa mode FM Δτ_pΔν_L ≅ 0.63.

Chú ý

Trong các bài tập, chúng ta chỉ cần xác định các nghiệm xung dưới dạng, các nghiệm này tạo ra hình dạng của nó sau khi truyền qua một vòng, bằng cách quan sát sự thay đổi của nghiệm xung. Để quan sát sự thay đổi của nghiệm xung Gauss của phương trình (4) và (5) là cần thiết. Cần chú ý rằng, có thể có sự thay đổi của nghiệm xung nào khi đi qua bộ lọc vào một lúc nào đó hút về phía hoặc là nhiễu loạn hoặc là nhiễu loạn. Do đó, nó là một hút khẩi vì xung.

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

T quan i m v t lý, i u này là do vì c n u tâm c a xung b i u h ng t c c i ho c là c c ti u c a s i u bi n pha nó s ch u m t s d ch chuy n t n s khi i qua b i u bi n. Hi u ng này c trung hòa b i b ng thông xác nh c a môi tr ng l i, nó y ph xung h ng v tâm c a v ch l i trong m i n th i gian. i u này t ng ng v i s khóa tâm c a xung h ng v i m i u bi n pha đ ng. c bi t có th ch ng t xung i u h ng ban u b hút v phía i m đ ng c a s nhi u lo n pha có cùng cong i u bi n pha nh cong b ch u b i xung ban u (xem hình (8.1)). S t n t i c a 2 b thu kh d i v i khóa mode FM t ng ng v i d u nhân ôi trong ph ng trình (5b), trong th c t là nguyên nhân c a s chuy n m ch không áng quan tâm c a ho t ng laser gi a hai i u ki n tr ng thái đ ng khác nhau.

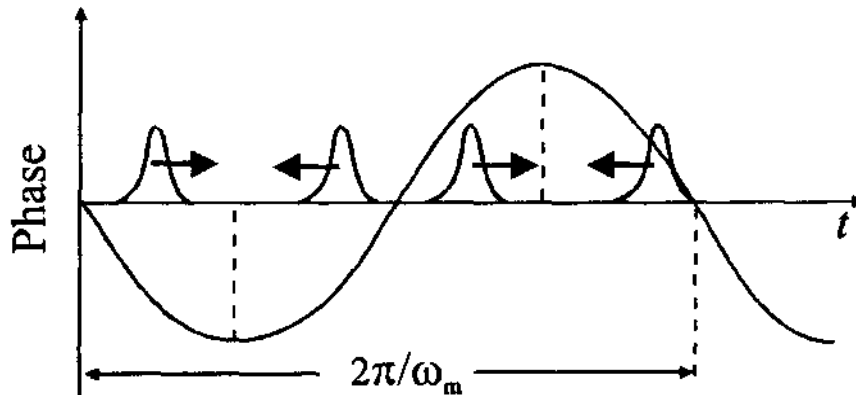


Fig.8.1 Schematic of the sinusoidal phase modulation showing the attraction of detuned optical pulses toward the stationary points of phase perturbation.

8.14A Khóa mode trong laser He-Ne

B i vì v ch l i b m r ng không ng u, i v i ho t ng laser trên ng ng b ng thông dao ng có khuynh h ng bao ph b ng thông l i toàn ph n. c bi t, gi s r ng phân b Gauss i v i biên c a các mode b khóa, chúng ta có th tính toán kho ng th i gian xung t ph ng trình (8.6.18) c a PL, t c là :

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.441}{\Delta\nu_0^*} \cong 0.26ns \quad (1)$$

T n s c a xung c xác nh b ng kho ng t n s c a các mode đ c theo tr c bu ng c ng h ng c cho b i công th c :

$$\nu_p = \frac{2}{2L} \cong 375MHz \quad (2)$$

8.15A Khóa mode hài c a m t laser trong bu ng c ng h ng tuy n tính

M t câu tr l i cho bài t p này có th c rút ra b ng cách xét b i c nh m i n th i gian c a s khóa mode trong laser (xem ph n (8.6.2) c a PL). i u ki n c n thi t i v i m t xung truy n bên trong bu ng c ng h ng laser thích h p v i s

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Đi u bi n m t mát bên trong là xung i qua b i u bi n t ng ng v i c c t i u s i u bi n m t mát. N u m t xung i qua b i u bi n t i th i i m t, sau khi ph n x t g ng u ra nó l i i qua b i u bi n th i gian $t' = t + (2d/c)$, ây d là kho ng cách quang h c gi a các b i u bi n, (ây gi s r ng cho ng i n n u b qua dày) và g ng u ra và c là v n t c ánh sáng trong chân không.

cho phù h p, chúng ta òi h i r ng th i gian chuy n t i p $2d/c$ là m t s nguyên l n c a chu kì i u bi n $T_m = 1/v_m$. i u này cho chúng ta $v_m = m(c/2d)$, v i $m=1,2,3\dots$ N u d là m t cái ph n nguyên c a chi u dài bu ng c ng h ng L, t c là $d=L/N$, cu i cùng chúng ta thu c:

$$v_m = mN \frac{c}{2L} \quad (1)$$

ây c m và N là s nguyên. Giá tr c c t i u c a s i u bi n m t mát bu ng c ng h ng òi h i t c khóa mode laser t ng ng v i $m=1$ t c là : $v_m = N(c/2L)$. i v i $N=4$ và $L=2m$ chúng ta thu c $v_m = 300$ MHz . Trong tr ng h p t n s i u bi n b ng 2 l n giá tr c c t i u này trong th i gian chuy n t i p t'-t thì có hai c c t i u c a s m t mát i u bi n, nó có th gán cho hai xung riêng bi t. K t qu là t ng t n s c a chu i xung khóa mode hai l n.

Chú ý

Chú ý r ng t bào âm quang ph i c i u khi n t n s b ng n a t n s i u bi n c n thi t (xem th o l u n trang 341 c a PL).

8.16A Tính toán n ng l ng xung và công su t peak trong laser

Nd: YAG khóa mode th ng

Trong laser khóa mode th ng v i v ch l i ng nh t, b h p th bão hòa nhanh và biên xung tr ng thái xác l p c mô t b i hàm Sechant hyperbolic cho công su t xung u ra có th c vi t là :

$$P(t) = P_p \operatorname{sech}^2(t/\tau_p) \quad (1)$$

ây P_p là công su t Peak xung và τ_p có liên quan n kho ng th i gian xung $\Delta\tau_p$ c a c ng xung b i công th c : $\tau_p \cong \Delta\tau_p / 1.76$. N ng l ng xung E và công su t quang h c trung bình c a chu i xung P_{av} hi n nhiên là :

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt = P_p \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2(t/\tau_p) dt \quad (2)$$

$$P_{av} = v_m E \quad (3)$$

ây v_m là t n s c a kho ng th i gian xung. B ng cách th $\xi = t/\tau_p$ và tính n :

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sec h^2 \xi d\xi = 2 \quad (4)$$

Tại phương trình (2) và (3), ta có thể dàng thu được:

$$E = 2P_p \tau_p \cong 1.13 P_p \Delta \tau_p \quad (5)$$

$$P_{av} \cong 1.13 v_m P_p \Delta \tau_p \quad (6)$$

Với $\Delta \tau_p = 10 ps$, $v_m = 100 MHz$ và $P_{av} = 500 mW$, từ phương trình (6) chúng ta dễ dàng thu được $P_p \cong 442.5 W$ và vì thế từ phương trình (4), $E \cong 5 nJ$

8.17A Khảo sát thời gian xung trong một laser Ti:sapphire chế tạo khóa mode th u kính Kerr lý tưởng

Trong trường hợp khóa mode th u kính Kerr chế tạo khóa mode th u kính Kerr lý tưởng, thời gian xung có tính gần đúng bằng phương trình (8.6.22) của PL:

$$\Delta \tau_p \cong \frac{0.79}{\Delta \nu_0} \left(\frac{g_0}{\gamma'} \right)^{1/2} \left(\frac{P_s}{P_p} \right)^{1/2} \quad (1)$$

Ở đây $\Delta \nu_0$ là băng thông l i, $2g_0$ là l i bão hòa m t l n truyền qua, γ' là s m t mát m t l n truyền qua c ng th p c a b h p th bão hòa, P_s là công suất bão hòa c a b h p th bão hòa và P_p là công suất Peak c a xung. Trong trường hợp khóa mode th u kính Kerr, hoạt động của b h p th bão hòa nhanh c cung cấp bằng m t s m t mát phi tuyến phụ thuộc vào công suất c a vào b i khe bên trong buồng c ng h ng, d n n h s m t mát phi thu c vào công suất trên m t l n truyền qua là:

$$2\gamma_t = 2\gamma - kP \quad (2)$$

Ở đây γ là s m t mát tuyến tính và k là h s m t mát phi tuyến. Thu c bi u th c $\Delta \tau_p$ áp dụng cho trường hợp c a chúng ta. Lưu ý chúng ta chú ý rằng, i v i b h p th bão hòa chúng ta có thể viết (xem phương trình (8.6.20) của PL):

$$2\gamma_t = 2\gamma - 2\gamma' \left(\frac{P}{P_s} \right) \quad (3)$$

So sánh phương trình (2) và (3) để tìm mối liên hệ giữa các tham số áp dụng cho hai trường hợp:

$$\frac{P_s}{\gamma'} = \frac{2}{k} \quad (4)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Thay thế các phương trình (1) và (4) chúng ta thu được:

$$\Delta\tau_p = \frac{0.79}{\Delta\nu_0} \left(\frac{2g_0}{kP_p} \right)^{1/2} \quad (5)$$

thì tất cả các mối quan hệ giữa các tham số trong phương trình (5) thay vì công suất Peak của nó P_p , ưu tiên chúng ta thay thế bằng các tham số của xung sechanch hyperbolic chúng ta có (xem bài tập 8.16P):

$$P_p = \frac{E}{1.13\tau_p} \quad (6)$$

Thay thế các tham số của P_p vào cho các phương trình (6) vào phương trình (5) để nhận được biểu thức sau đây về độ rộng xung:

$$\Delta\tau_p \cong \frac{1.13}{E} \left(\frac{0.79}{\Delta\nu_0} \right) \left(\frac{2g_0}{k} \right) \quad (7)$$

Thay vào phương trình (7) các giá trị bằng số của bài tập: $E=40\text{nJ}$, $2g_0 \cong 0.1$, $\Delta\nu_0 \cong 100\text{THz}$ và $k \cong 5 \times 10^{-8} \text{W}^{-1}$, chúng ta thu được $\Delta\tau_p \cong 3.5 \text{fs}$.

8.18A Khoang độ rộng xung trong một laser khóa mode Ti:sapphire lo i soliton

Khoang độ rộng xung khóa mode lo i soliton được cho bởi phương trình (8.6.41) của PL có dạng:

$$\Delta\tau_p = \frac{3.53|\phi^*|}{\delta E} \quad (1)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Ây \$E\$ là năng lượng xung bên trong buồng cộng hưởng, \$\phi''\$ là tán sắc nhóm toàn phần trên mặt l n truyền qua trong buồng cộng hưởng và \$\delta\$ d ch chuyển pha phi tuyến trong môi trường Kerr trên mặt vòng truyền qua buồng cộng hưởng và trên mặt n v công suất quang học. i v i s ghép u ra nh , n ng l ng xung bên trong buồng cộng hưởng \$E\$ liên h v i công suất u ra trung bình \$P_{av}\$ b i h th c sau:

$$E \cong \frac{P_{av} T_R}{T} \quad (2)$$

Ây \$T_R = 2L/c\$ là thời gian i h t m t vòng buồng cộng hưởng và \$T\$ là h s truyền qua c a b ghép u ra. i v i \$L=1.5m\$, ng i ta thu c \$T_R=10ns\$ và do ó i v i \$P_{av}=500mW\$ và \$T=0.05\$, ph ng trình (2) cho chúng ta \$E \cong 100nJ\$. Th giá tr này c a n ng l ng xung vào ph ng trình (1) và gi s \$|\phi'' = 800 fs^2|\$ và \$\delta \cong 2 \times 10^{-6} W^{-1}\$, chúng ta thu c \$\Delta\tau_p \cong 14fs\$. tính công suất n ng l ng xung, chúng ta nh l i r ng i v i xung đ ng sech công suất nh xung \$P_p\$ có liên h v i n ng l ng xung \$E\$ và kho ng th i gian xung \$\Delta\tau_p\$ b i h th c (xem bài t p 8.16P):

$$P_p \cong \frac{E}{1.13\Delta\tau_p} \quad (3)$$

T ph ng trình (3) v i \$\Delta\tau \cong 14fs\$ và \$E=100nJ\$, chúng ta thu c: \$P_p \cong 6.3MW\$

8.19P S m r ng xung trong b n th ch anh

Xung Gauss truyền bên trong môi trường tán sắc v i s tán sắc v n t c nhóm không i \$\beta_2\$ gi nguyên hình đ ng c a nó, nh ng c kho ng th i gian xung và s thay i t n s theo th i gian theo quá trình truyền. c bi t, kho ng th i gian xung c a m t xung Gauss không bi n i t n s theo th i gian t ng trong quá trình truyền trong môi trường tán sắc. i v i môi trường có chi u dài \$L\$, kho ng th i gian xung \$\tau_p'\$ u ra c a môi trường có quan h v i kho ng th i gian xung u vào \$\tau_p\$ qua h th c (xem bài t p (G.15) c a PL):

$$\tau_p' = \tau_p \left[1 + \left(\frac{L}{L_D} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

Ây: \$L_D = \tau_p^2 / |\beta_2|\$ là chi u dài tán sắc c a xung trong môi trường. B i vì FWHM c a biên đ ng c ng xung Gauss \$\Delta\tau_p\$ có quan h v i \$\tau_p\$ qua \$\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2} \tau_p\$ v i \$\Delta\tau_p = 10fs\$ và \$\beta_2 = 50 fs^2 / mm\$, chúng ta có \$\tau_p \cong 6fs\$ và \$L_D \cong 0.72mm\$. N u chúng ta òi h i \$\tau_p' < 1.2\tau_p\$, t ph ng trình (1) chúng ta thu c:

$$\frac{L}{L_D} = \sqrt{\left(\frac{\tau_p'}{\tau_p} \right)^2 - 1} \leq 0.66 \quad (2)$$

Chiều dài đặc trưng phép cộng tính thống nhất là $L_{max} \cong 0.66L_D \cong 0.47mm$.

8.20P Sự tán sắc của chu kỳ xung khóa mode

Điốt quang $E(t)$ đi vào chu kỳ xung khóa mode đi vào cửa môi trường tán sắc có thể coi là sự phân rã các mode khóa pha với khoảng cách tần số góc $\omega_m = 2\pi\nu_m$ và biên độ E_l , tức là:

$$E(t) = \exp(j\omega_0 t) \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp(j\omega_m l t) \quad (1)$$

Ở đây ω_0 là tần số mang quang học đi với mode $l=0$. Mỗi thành phần tần số $\omega_0 + \omega_m l$ truyền trong môi trường tán sắc với hằng số truyền $\beta_l = \beta(\omega_0 + \omega_m l)$, ở đây $\beta(\omega)$ là hằng số tán sắc của môi trường. Điốt quang khoảng cách l đi vào cửa môi trường có vị trí:

$$E(z, t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp[j(\omega_0 + l\omega_m)t - j\beta(l)z] \quad (2)$$

Ở đây: $\beta(l) = \beta(\omega_0 + \omega_m l)$. Trong trường hợp tán sắc bậc nhất nhóm không đi (GVD), hằng số tán sắc $\beta(\omega)$ có thể tính gần đúng bằng luật parabolic, tức là:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 \quad (3)$$

Ở đây: $\beta_0 = \beta(\omega_0)$, $\beta_1 = (d\beta/d\omega)_{\omega_0}$ và $\beta_2 = (d^2\beta/d\omega^2)_{\omega_0}$ là tham số GVD. Dùng phương trình (3), phương trình (2) có thể viết lại như sau:

$$E(z, t) = \exp[j(\omega_0 t - \beta_0 z)] \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp[j\omega_m l(t - \beta_1 z)] \exp(-j\beta_2 \omega_m^2 l^2 z / 2) \quad (4)$$

Để xem xét phương trình (4) cho thấy khoảng cách truyền là bậc của chiều dài bước sóng $L_t = 1/(\pi\beta_2\nu_m^2)$, tức là tại $z = L_n = nL_t$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), pha của sóng exp trong sóng cầu cùng cửa phương trình (4) là một bội nguyên của 2π , bất kỳ giá trị của chu kỳ mode l , vì thế chúng ta có:

$$E(L_n, t) = \exp[j(\omega_0 t' - \phi)] \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp(j\omega_m l t') \quad (5)$$

Ở đây $t' = t - \beta_1 L_n$ là thời gian hầm và $\phi = L_n(\beta_1 \omega_0 - \beta_0)$ là số hầm pha hằng số. So sánh phương trình (5) với phương trình (1) cho thấy rằng khoảng cách truyền L_n chu kỳ xung tuần hoàn đúng hình dạng của nó về biên độ và pha, ngoại trừ điốt quang thời gian không có nhiễu và trễ hoãn pha. Chú ý rằng tính chất này là đúng bất kỳ giá trị của biên độ mode E_l ,

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

thực là nó không phụ thuộc vào hình dạng xung khóa mode. Cần chỉ ra rằng sự tồn tại của chu kỳ xung ban đầu này làm mất tác dụng của hiệu ứng tán sắc trong môi trường xung khóa mode. Tuy nhiên hiệu ứng này đòi hỏi chu kỳ xung tuần hoàn từ $t = -\infty$ đến $t = \infty$. Trong thực tế nó sẽ có một biên độ xác định các xung miền là xung lồi. Tính chất tồn tại của nó dựa trên định lý sóng ban đầu không tuần hoàn.

Chú ý

Hiện tượng tồn tại mà qua đó mô tả sự tuần hoàn truyền trong môi trường tán sắc của sóng xung ban đầu của nó mô tả các hiện tượng thích hợp như hiệu ứng Talbot của quang nhiễu xạ, bởi vì kết quả của thí nghiệm này có liên quan đến sự nhiễu xạ trong môi trường tán sắc bậc hai và sự nhiễu xạ không gian của trường sóng vô hướng.

Chương 9: Các laser trạng thái rắn, laser thu nhập và laser bán dẫn

Các bài tập

9.1P: Hệ số góc công suất trong laser $Ti:Al_2O_3$

Laser $Ti:Al_2O_3$ được bơm dọc bởi một chùm điều tiêu của laser Ar^+ ở bước sóng bơm $\lambda_p = 514nm$. Một bộ lọc chỉnh bước sóng được chèn vào trong buồng cộng hưởng làm cho laser dao động ở bước sóng 850nm. Giả sử rằng độ mất mát trên một lần truyền qua buồng cộng hưởng $\gamma_r = 10\%$, hệ số phản xạ gương đầu ra $R = 95\%$ và hiệu suất bơm $\mu_p = 30\%$, hãy xác định công suất đầu ra điều kiện tối ưu. Tính hệ số góc công suất của laser.

9.2P: Công suất đầu ra của laser Nd:YAG.

Laser Nd:YAG có bơm ngang bước sóng 808 nm. Mode laser có kích thước thể tích $W_0 = 1.4mm$; tiết diện phát xạ có mật độ $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19} cm^2$ và thời gian sống mức trên là $\tau = 230\mu m$. Hệ số ghép nối vào và ra của buồng cộng hưởng là $T = 12\%$ và công suất bơm là $P_{in} = 48.8W$. Tính toán công suất bơm cần thiết để thu được công suất đầu ra $P_{out} = 45W$ của laser này.

9.3 P: laser Nd:YVO₄ trong sợi quang

Một công ty laser chế tạo cho nhà sản xuất mua nhà sản xuất của laser Nd:YVO₄ mới ngoài trời. Laser này có công suất bơm nội bộ $P_{in} = 1W$ công suất bơm $P_p = 7W$, công suất đầu ra $P_{out} = 1W$. Thành phần vật liệu sợi quang được đưa vào trong diện tích phản xạ; do sự mất mát trong buồng cộng hưởng laser công suất bơm nội bộ mất mát gấp 2 lần. Tính toán công suất đầu ra của laser này trong nhà sản xuất khi công suất bơm nội bộ là P_p . Hãy xác định, hệ số ghép nối vào và ra của sợi quang bên trong buồng cộng hưởng laser không nhúng nhà sản xuất.

9.4P: Laser trạng thái rắn màu xanh

Laser trạng thái rắn màu xanh dùng môi trường hoạt tính là Nd:YAG, dựa trên sự chuyển đổi sóng hài bậc hai bên trong buồng cộng hưởng của laser tinh thể hài bậc hai được ghép nối vào ra. Hệ số truyền qua của bộ ghép nối là $T_{gr} = 99\%$ tại 532nm

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

và $T_{ir} = 0.01\%$ thì 1064 nm , thanh u ra c b m d c b c sóng 808 nm . Gi s r ng hi u su t b m là $\mu_p = 45\%$; c ng bão hòa i v i Nd:YAG là $2.9 \times 10^{17} \text{ W/m}^2$; kích th c v t mode bên trong thanh là $W_t = 120 \mu\text{m}$; laser ho t ông d i i u ki n b m t i u và h s m t mát trên m t l n truy n qua là $\gamma_i = 3\%$ b c sóng 1064 nm khi không có s phát sóng hài b c hai. S chuy n i công su t trong tinh th phi tuy n có th c bi u di n là $P_{2\omega} = k(P_{\omega})^2$ ây P_{ω} là công su t b c sóng 1064 nm i vào tinh th ; $P_{2\omega}$ là công su t 532 nm phát ra t tinh th ; $k = 10^{-2} \text{ W}^{-1}$ là h s chuy n i. Tính toán công su t b m c n thi t trong laser này công su t b m u ra $P_{out} = 2 \text{ W}$ b c sóng là 532 nm (M c khó l n h n trung bình).

9.5P: Laser Yb:YAG và laser Nd:YAG

Hai công ty s n su t laser l n là các i th c nh tranh m nh trong th tr ng laser tr ng thái r n. Công ty A ch t o laser Nd:YAG và vài tháng sau công ty B t o ra laser Yb:YAG. Hai laser c b m d c d i i u ki n b m t i u; kích th c v t mode trong thanh Yb:YAG nh h n 5 l n trong thanh Nd:YAG. H n n a các hi u su t b m trong 2 laser là nh nhau. Công ty A phát bi u r ng laser Nd:YAG có ng ng b m l n h n 3.6 l n c a laser Yb:YAG c a B. Gi s r ng s m t mát trên m t l n truy n qua $\gamma = 6\%$ trong 2 laser, tính toán chi u dài c a thanh Yb:YAG, dùng các giá tr b ng s c báo cáo trong b ng sau:

	Nd:YAG (1% at. w.)	Yb:YAG (6.5% at. w.)
$N_t (10^{20} \text{ cm}^{-3})$	1.38	8.97
$\tau (\text{ms})$	0.23	1.16
$\sigma_e (10^{-20} \text{ cm}^2)$	28	1.8
$\sigma_a (10^{-20} \text{ cm}^2)$	-	0.12
$\lambda (\text{nm})$	1064	1030
$\lambda_p (\text{nm})$	808	941

ây N_t là m t c a các m u ho t tính trong môi tr ng; τ là th i gian s ng m c laser trên; σ_e là ti t di n phát x c m ng hi u d ng b c sóng laser λ ; σ_a là ti t di n h p th hi u d ng b c sóng laser; λ_p là b c sóng b m.

9.6P: S d h ng trong thanh laser Cr:LiSAF

M t nghiên c u sinh chèn m t thanh laser Cr:LiSAF bên trong bu ng c ng h ng laser. Thanh có m t là $10^{23} \text{ Cr}^{3+} \text{ ion/cm}^3$ c b m d c b c sóng 670 nm ; chùm b m c phân c c theo h ng th ng ng. M t b i u ch nh làm cho laser dao ng b c sóng 850 nm và ch ch n s phân c c th ng ng, nó trùng v i h ng v i tr c quang h c Cr:LiSAF. Nghiên c u sinh phát bi u r ng do tính d h ng c a Cr:LiSAF ng ng b m t ng 3 l n khi quay thanh 90° quanh tr c quang h c. Tính toán chi u dài thanh các giá tr b ng s c báo cáo trong b ng sau:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

<i>Cr:LiSAF</i>	Direction //	Direction \perp
$\sigma_e (10^{-20} \text{ cm}^2)$	5	1.8
$\sigma_p (10^{-20} \text{ cm}^2)$	5	2.3

Đây σ_e là tỉ lệ di n phát xạ c m ng hi u đ ng b c sóng laser; σ_p là tỉ lệ di n h p th b c sóng b m; các kí hi u song song và vuông góc ch h ng c a tr c quang h c Cr:LiSAF // và \perp v i h ng phân c c ánh sáng t ng ng.

(H ng d n: tr l i bài t p này òi h i các nghi m th và nghi m gi i tích c a m t ph ng trình phi tuy n)

9.7P: công su t ng ng b m trong b m đ c

óng góp tr ng thái c b n và kích thích thi t l p bi u th c c a công su t b m ng ng c a m t laser m t c u hình b m đ c, n u h p th tr ng thái c b n c c tr ng b i h s m t mát trên m t l n truy n qua γ_a , và h p th tr ng thái kích thích c c tr ng b i ti t di n h p th tr ng thái kích thích σ_{ESA} c tính n. So sánh các k t qu c a ph ng trình (6.3.20) c a PL.

9.8P Công su t b m ng ng trong laser hóa màu óng góp b i ba-b i ba

Thi t l p bi u th c công su t b m ng ng c a laser thu c nhu m c b m đ c khi quá trình truy n qua v i t c k_{st} ; h p th b i ba- b i ba v i ti t di n σ_T là phân r b i ba v i th i gian s ng τ_T c tính n. Gi s chùm b m và chùm mode u có phân b gauus. So sánh bi u th c này v i bi u th c c rút ra trong bài 9.7

9.9P H s góc ng cong hi u su t trong laser hóa màu

Xét 1 laser 6G-rhodamine dao ng b c sóng 580nm và c b m 514nm b ng laser Ar^+ . Gi s i u ki n b m t i u v i kích th c v t b m là $100 \mu\text{m}$ và v i 80% công su t b m c h p th trong dòng tia hóa màu, c ng gi s s ghép u ra 3% , s m t mát bên trong trên l l n truy n qua 1% và th i gian s ng i v i tr ng thái n kích thích th nh t là 5ns. Tính toán h s góc c a ng cong hi u su t c a laser này khi không có quá trình truy n qua. Bây gi gi s t c quá trình truy n qua $k_{st} \cong 10^7 \text{ s}^{-1}$, ti t di n phát xạ c m ng c a đ ch chuy n laser $\sigma_e = 1.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$, ti t di n h p th c a đ ch chuy n b i ba-b i ba $\sigma_T = 0.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ và th i gian s ng b i ba $\sigma_T \cong 0.1 \mu\text{s}$. Tính toán h s góc ng cong hi u su t hi u đ ng và so sánh nó v i k t qu tr c ây.

(H ng d n: b n nên gi i bài 9.8 tr c khi gi i bài t p này).

9.10P Laser nhi u t ng

Xét m t h th ng laser c t o r a t s ghép t ng c a 3 laser, m t laser phát b c sóng 500nm b m m t laser $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$, b m m t laser Nd:YAG. Gi s r ng laser xanh có công su t ng ng $P_{th} = 0.75 \text{ W}$ và h s góc ng cong hi u su t $\mu_{s1} = 13\%$. Laser $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ có công su t ng ng $P_{th} = 1.7 \text{ W}$ và h s góc ng cong hi u su t $\mu_{s2} = 15\%$ và laser Nd:YAG có công su t ng ng $P_{th} = 1 \text{ W}$ và h s góc ng cong hi u su t $\mu_{s3} = 12\%$. Tính

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

toán công suất ngưỡng của laser xanh lục công suất đầu ra $P_{out} = 0.75W$ laser Nd:YAG.

9.11P Các mode dọc trong laser bán dẫn

Xét laser bán dẫn với chiều dài buồng cộng hưởng $L=350\mu m$. Giả sử rằng, vật chất có băng thông $\Delta\nu_L = 380GHz$ và chiết suất nhóm của bán dẫn $n_g = n + v(dn/dv) = n - \lambda(dn/d\lambda) = 3.6$. Tính toán số mode dọc rơi vào trong vật chất này. Buồng cộng hưởng laser phải dài bao nhiêu để dao động n mode dọc?

9.12P Số lượng mode trong laser bán dẫn

Giả sử một chùm tia laser bán dẫn kết hợp vật chất không gian. Giả sử rằng phân bố trường ngang dọc theo hướng song song và vuông góc với mặt phẳng có biên dạng Gauss với kích thước W_{\parallel} và W_{\perp} . Công suất, vị trí hai phân bố trường, vị trí các chùm xuất hiện mặt đầu ra. Với những điều kiện cho trường này, hãy rút ra biểu thức của khoảng cách truyền chùm tia thành tròn. Chọn $W_{0\parallel} = 2.5\mu m$ và $W_{0\perp} = 0.5\mu m$ các chùm, tính toán giá trị của khoảng cách này với $\lambda = 850nm$.

9.13P Mật độ dòng trong laser GaAs/AlGaAs

Xét laser dọc trục kép bao gồm lớp p-hoạt tính GaAs giữa hai lớp p AlGaAs phát xạ $\lambda = 840nm$. Giả sử nồng độ hạt tải trong suốt $N_{tr} = 1.2 \times 10^{18}$ hạt tải / cm^3 , chiều dài buồng cộng hưởng $L = 300\mu m$, tỉ lệ phân $\sigma = 3.6 \times 10^{-16} cm^2$, thời gian sống bức xạ $\tau_r = 4ns$, chiều dài các lớp p-hoạt tính $d = 100nm$, hiệu suất lượng tử bên trong $\eta_i = 0.95$ và suất mát toàn phần trên mặt đầu truyền qua $\gamma = 1.43$. Giả sử rằng chiết suất các lớp p-hoạt tính và các lớp p là $n_1 = 3.6$ và $n_2 = 3.4$. Tính toán mật độ dòng ngưỡng cần thiết trong laser này.

9.14P Hiệu suất công suất trong laser GaAs/AlGaAs

Biểu thức của công suất đầu ra P_{out} của laser bán dẫn là (xem phương trình (9.4.14) của PL):

$$P_{out} = \left[\frac{(I - I_{th})\eta_i h\nu}{e} \right] \left(\frac{\ln(R)}{\ln(R) - \alpha L} \right)$$

Ây: I là dòng hoạt động, I_{th} là dòng ngưỡng, η_i là hiệu suất lượng tử bên trong; là tỉ số laser R là hệ số phản xạ của các gương đầu ra, α là hệ số mất mát bên trong, L là chiều dài buồng cộng hưởng. Bằng phương trình này rút ra biểu thức của hiệu suất công suất của laser. Sau đó tính toán hiệu suất công suất laser GaAs/AlGaAs với điện áp đặt vào $V = 1.8V$. Giả sử chiều dài buồng cộng hưởng $L = 300\mu m$. Hiệu suất lượng tử bên trong $\eta_i = 0.95$, hệ số phản xạ của hai mặt cuối $R = 32\%$, hệ số mất mát $\alpha = 10cm^{-1}$ và bước sóng phát xạ $\lambda = 850nm$.

9.15P Phân bố trường trong laser bán dẫn

Nói chung các laser bán dẫn loại Fabry-perot dao động vài mode dọc, một số dao động n mode, nghĩa là số lượng cấu trúc phân bố trường. Xét laser phân bố

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

chiều dài trong hình 9.29b của PL. Tính toán chu kỳ của sóng siêu âm chiếu tới, giá trị của laser hoạt động ở mode bậc sóng $\lambda = 1550\text{nm}$ và chiều dài trung bình trong bán dẫn là: $n_o = 3.5$.

9.16P Ngang dòng trong laser giếng lượng tử

Xét laser giếng lượng tử bao gồm lớp p hợp tính GaAs với chiều dày $d = 10\text{nm}$ giữa hai lớp AlGaAs phát ra bức xạ bức sóng 840nm . Mật độ hạt tải điện trong suốt $N_{tr} = 1.2 \times 10^{18} \text{hạt tải điện}/\text{cm}^3$; chiều dài bước sóng hiệu dụng $L = 300\mu\text{m}$, tỉ lệ phân bố $\sigma = 6 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, thời gian sống bức xạ $\tau_r = 4\text{ns}$, hiệu suất nội lượng bên trong $\eta_i = 0.95$, số mất mát toàn phần trên một lần truyền qua $\gamma = 1.43$ và hệ số giảm mát $\Gamma = 1.8 \times 10^{-2}$. Tính toán mật độ dòng ngang cần thiết của laser này. So sánh kết quả này với kết quả thu được của laser bán dẫn cấu trúc kép xét trong bài 9.13.

9.17P Mật độ hạt tải điện trong laser phát xạ mặt bước sóng ngắn

Xét laser phát xạ mặt bước sóng ngắn (VCSEL) bao gồm một lớp p hợp tính kép giữa hai lớp Bragg. Mật độ hạt tải điện bao gồm nhiều cấu trúc giếng lượng tử với chiều dài hiệu dụng $d = 30\text{nm}$; chiều dài bước sóng hiệu dụng (bao gồm các lớp cách nhau là) $L = 2\mu\text{m}$, hệ số phản xạ của hai gương $L = 99\%$; Hệ số mất mát $\lambda = 18\text{cm}^{-1}$; tỉ lệ phân bố $\sigma = 6 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ và mật độ hạt tải điện trong suốt là: $N_{tr} = 1.2 \times 10^{18} \text{hạt tải điện}/\text{cm}^3$. Tính toán mật độ hạt tải điện trong laser này.

Tr L i

9.1A: Hệ số góc công hiệu suất trong laser $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$

Hệ số góc công hiệu suất μ_s của laser bán dẫn có thể tính được vì nó là (xem phương trình (7.3.12) của PL):

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_p} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right) \quad (1)$$

ở đây η_p là hiệu suất bức xạ; γ là số mất mát một lần truyền qua; γ_2 là số mất mát ghép vào ra; ν là tần số phát laser; ν_p là tần số bức xạ, A là diện tích mặt cắt của môi trường hoạt tính; A_b là diện tích mặt cắt của mode laser. Vì vậy, để giảm thiểu các hiệu suất tổn thất kích thước và kích thước của chùm bức xạ nhau vì thế $A = A_b$.
tính toán hệ số góc công hiệu suất chúng ta có thể giả sử $2\gamma \cong \gamma_{tr} = 0.1$; số mất mát của bức xạ ghép vào ra có thể tính là $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \cong -\ln(R_2) = 0.05$. ở đây T_2 và R_2 là hệ số truyền qua và hệ số phản xạ của gương vào ra (xem phương trình (7.2.6) của PL).
Thay các giá trị bằng số cho bài tập vào phương trình (1), chúng ta có $\eta_s = 91\%$.

9.2A: Công suất đầu ra của laser Nd:YAG

Công suất đầu ra P_{out} của laser 4 mức có thể tính được vì nó là (xem phương trình (7.3.9) của PL):

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$P_{out} (A_b I_s) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (1)$$

Ây A_b là diện tích mặt cắt của mode laser ; γ_2 là hệ số mất mát ghép ra, P_p và P_{th} là công suất bơm và công suất ngưỡng, $I_s = h\nu / \sigma\tau$ là cường độ bão hòa của h 4 m c (xem phần trình (2.8.24) của PL). Hệ số mất mát ghép ra có thể tính là $\gamma_2 = -\ln(1-T_2)$, Ây T_2 là hệ số truyền qua của gương ra. Dùng giá trị bảng số cho trong bài tập, phần trình (1) có thể viết là:

$$P_{out} = 0.2196 (P_p - P_{th}) \quad (2)$$

Thay phần trình (2), chúng ta có thể dễ dàng tính được công suất đầu vào P_p cần thiết để công suất đầu ra $P_{out} = 45W$ là $P_p = 253.7W$.

9.3 P: Laser Nd:YVO₄ trong sóng ngắn

Nếu chúng ta xét công suất bơm ngưỡng P_{th} trong laser 4 m c (xem phần trình (6.3.20) của PL), chúng ta thấy rằng P_{th} luôn luôn tỉ lệ với hệ số mất mát nội truyền qua γ trong buồng cộng hưởng laser. Bật tắt thanh laser có thể thực hiện theo hướng dọc hay hướng ngang, hướng nào theo bài tập sẽ hiện diện của sóng ngắn trong buồng cộng hưởng không ảnh hưởng nhiều đến công suất bơm, chúng ta có thể giả sử rằng hai tỉ lệ diện tích mặt cắt của môi trường hoạt tính A và của mode laser (A_b) không thay đổi do sự hiện diện của sóng ngắn. Vì các lý do này sẽ nhận được P_{th} có quan sát thấy rằng vì sự nhận được của γ . Bây giờ xét hiệu suất của hệ số góc cộng hưởng η_s trong laser 4 m c (xem phần trình (7.3.14) của PL:

$$\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_q \eta_t \quad (1)$$

Ây η_p là hiệu suất bơm, $\eta_c = \gamma_2 / 2\gamma$ là hiệu suất ghép ra ; $\eta_q = h\nu / h\nu_p$ là hiệu suất lượng tử laser và $\eta_t = A_b / A$ là hiệu suất ngang. Trong phần trình (1), η_c chỉ thay đổi khi sự mất mát buồng cộng hưởng thay đổi. Trong trường hợp này, chúng ta thấy rằng : γ tăng gấp đôi thì η_s giảm một nửa giá trị ban đầu. Để tính toán giá trị ban đầu của η_s , chúng ta có thể dùng hình thức:

$$P_{out} = \eta_s (P_p - P_{th}) \quad (2)$$

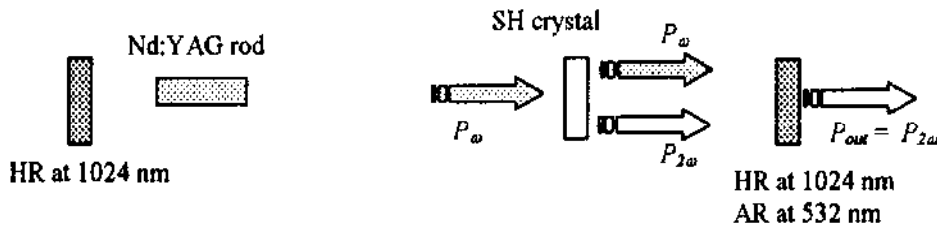
Ây P_{out} , P_p và P_{th} là công suất laser đầu ra, công suất bơm và công suất bơm ngưỡng. Thay các giá trị bảng số cho trong bài tập vào phần trình (2), chúng ta có $\eta_s = (1/6) = 16.7\%$ của giá trị ban đầu của hệ số góc cộng hưởng. Sau khi sóng ngắn xuất hiện chúng ta có $\eta_s = (1/12) = 8.3\%$. Trong trường hợp này công suất bơm

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

ng ứng t ng g p ôi ,vì th $P_{thfog} = 2W$. Th các giá tr m i này vào ph ng trình (2), chúng ta thu c công su t u ra m i $P_{thfog} = 0.42W$.

9.4P: Laser tr ng thái r n màu xanh

Laser c mô t trong ph n sau v i s h tr c a hình (9.1)



Hình 9.1 s hu ng c ng h ng

cho n gi n chúng ta s gi s r ng b ghép u ra có h s ph n x 100% b c sóng $1064nm$ và h s truy n qua 100% b c sóng $532nm$. H n n a chúng ta s gi s r ng hài b c hai c t o b i chùm laser i vào bên trong tinh th phi tuyến t bên ph i sang bên trái s hoàn toàn b h p th b i thanh Nd:YAG cho không có m t mát nào khác ngo i tr m t mát do s ghép u ra và m t mát bên trong.

D a trên c s c a gi thi t này và xét m i quan h c a công su t b c sóng $1064 nm$ và công su t hài b c hai c t o ra trong tinh th , s m t mát u ra có th c vi t là:

$$\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \cong kP_\omega \quad (1)$$

ây T_2 là h s truy n qua hi u d ng c a b ghép u ra, m t khác công su t u ra hài b c hai t laser P_{out} có th c bi u di n là:

$$P_{out} = (A_b I_s) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (2)$$

ây A_b là di n tích m t c t c a mode laser, γ_2 là h s m t mát c a b ghép u ra ; P_p và P_{th} là công su t b m và công su t b m ng ng t ng ng , $I_s = h\nu / \tau\sigma$ là c ng bão hòa i v i h b n m c (xem ph ng trình (8.2.24) c a PL). Công su t b m ng ng d i các i u ki n b m tối u có th c vi t là (xem ph ng trình (7.3.12) c a PL):

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p A}{\tau \sigma} \quad (3)$$

ây η_p là hi u su t b m, ν_p là t n s b m, A là di n tích m t c t c a môi tr ng ho t tính, γ là h s m t mát m t l n truy n qua. Chú ý r ng i v i b m d c trong i u ki n t i u, kích th c v t mode và kích th c v t c a chùm b m b ng nhau vì th $A = A_b$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Chúng ta có thể viết lại phương trình (1) và sử dụng các hằng số chuyển đổi trong tính toán $[P_{2\omega} = k(P_{\omega})^2]$ là:

$$\gamma_2 \cong kP_{\omega} = (kP_{2\omega})^{1/2} = (kP_{out})^{1/2} \quad (4a)$$

Hơn nữa, hệ số mất mát liên truyền qua có liên hệ với hệ số mất mát ghép vào ra qua biểu thức:

$$\gamma = \gamma_i + \frac{\gamma_2}{2} = \gamma_i + \frac{(kP_{out})^{1/2}}{2} \quad (4b)$$

Thay phương trình (3) vào phương trình (2) và dùng phương trình cuối cùng, biểu thức của γ_2 và γ cho biểu phương trình (4a) và (4b) chúng ta thu được:

$$\dots P_{out} = (kP_{out})^{1/2} \left[\frac{A_b}{A} \frac{h\nu}{h\nu_p} \eta_p \frac{P_p}{2\gamma_i + (kP_{out})^{1/2}} - \frac{A_b I_s}{2} \right] \quad (5)$$

Trong phương trình (5) thay các P_p như một hàm theo P_{out} , thì chúng ta sẽ thu được:

$$P_p = \frac{A}{A_b} \frac{h\nu_p}{h\nu} \frac{[2\gamma_i + (kP_{out})^{1/2}]}{\eta_p} \left[\frac{A_b I_s}{2} + \left(\frac{P_{out}}{k} \right)^{1/2} \right] \quad (6)$$

Thay các giá trị bằng số cho trong bài tập vào phương trình (6), chúng ta thu được công suất bơm cần thiết để thu được công suất đầu ra $P_{out} = 8.71W$ là $P_p = 2W$.

9.5P: Laser Yb:YAG và laser Nd:YAG

Công suất bơm trong laser 4 mức dưới điều kiện bất thuận có thể viết là (xem phương trình (7.3.12) của PL):

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{A}{\sigma_e} \quad (1)$$

Trong đó η_p là hiệu suất bơm, ν_p là tần số bơm, A là diện tích mặt cắt môi trường hoạt tính, γ là hệ số mất mát liên truyền qua, τ là thời gian sống mức laser trên, σ_e là tiết diện phát xạ chuyển mức hạ xuống. Biểu thức này có thể dùng để vẽ laser Nd:YAG được đề cập trong bài tập. Yb:YAG là laser 3 mức. Công suất bơm tối thiểu để các điều kiện thuận có thể viết là:

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \left(1 + \frac{\sigma_a N_l l}{\gamma} \right) \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{A}{\sigma_e + \sigma_a} \quad (2)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hình Ảnh

Đây; σ_e là tỉ lệ phát xạ tự phát của ion đất hiếm, l là chiều dài thanh Yb:YAG, N_t là mật độ ion đất hiếm trong môi trường. Theo bài tập, ta sẽ giả sử các công suất ngưỡng của Nd:YAG và Yb:YAG bằng 3.6. Dùng phương trình (2-3) và giả sử suất phát xạ tự phát bằng nhau trong cả hai laser chúng ta thu được:

$$\frac{P_{th,Yb}}{P_{th,Nd}} = \frac{A_{Yb}}{A_{Nd}} (\sigma_e)_{Nd} \left[\frac{1 + \sigma_a N_t l / \gamma}{\sigma_e + \sigma_a} \right]_{Yb} \frac{(h\nu_p / \tau)_{Yb}}{(h\nu_p / \tau)_{Nd}} = 0.278 \quad (3)$$

Đây các tham số vật lý liên quan tới hai laser được ký hiệu bằng các chỉ số Nd và Yb. Ở phương trình (3) nhận xét chiều dài thanh l của Yb:YAG nhận hàm theo các điều kiện khác chúng ta thu được:

$$l_{Yb} = \frac{\gamma}{(\sigma_a N_t)_{Yb}} \left[0.278 \frac{A_{Nd}}{A_{Yb}} \frac{(\sigma_e + \sigma_a) (\tau \lambda_p)_{Yb}}{(\sigma_e)_{Nd} (\tau \lambda_p)_{Nd}} - 1 \right] \quad (4)$$

Đây λ_p là bước sóng bơm. Theo bài tập, kích thước vật thể của mode trong thanh Nd:YAG lớn hơn 5 lần Yb:YAG, vì thế $A_{Nd} / A_{Yb} = 25$. Thay thế giá trị cho trong bài tập vào phương trình (4) chúng ta thu được chiều dài thanh $l_{Yb} \cong 1mm$.

9.6P: Sự đồng bộ trong thanh laser Cr:LiSAF

Công suất bơm trong laser 4 mức diode laser có thể có thể có thể là (xem phương trình (7.3.12) của PL):

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{A}{\sigma_e} \quad (1)$$

Đây η_p là hiệu suất bơm, ν_p là tần số bơm; A là diện tích mặt cắt của môi trường hoạt động, γ là hệ số mất mát tổng cộng qua, τ là thời gian sống của mức laser trên và σ_e là tỉ lệ phát xạ tự phát của ion đất hiếm. Do sự bố trí hình học của thanh Cr:LiSAF, tỉ lệ phát xạ tự phát và hấp thụ bên trong môi trường hoạt động thay đổi khi sinh viên quay thanh. Vì lý do này hiệu suất bơm thay đổi khi thanh quay. Trong những phần sau, chúng ta chỉ xét sự quay của thanh không thay đổi hoặc là suất phát xạ tự phát không thay đổi suất mất mát tổng cộng hình học và kích thước vật thể của mode. Theo bài tập và dùng phương trình (1), ta sẽ giả sử công suất bơm và ngưỡng có thể có thể là:

$$\frac{P_{th}^{\parallel}}{P_{th}^{\perp}} = \frac{\eta_p^{\perp} \sigma_e^{\perp}}{\eta_p^{\parallel} \sigma_e^{\parallel}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

Đây các ký hiệu \parallel và \perp chỉ hướng của trục quang học Cr:LiSAF song song và vuông góc với hướng phân cực ánh sáng. Tính hiệu suất bơm, chúng ta nhận được μ_p cho bởi (xem phương trình (6.2.5) của PL):

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hình Ảnh

$$\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq} \quad (3)$$

Ây η_r là hiệu suất bức xạ; η_t là hiệu suất chuyển đổi; $\eta_a = [1 - \exp(-\alpha l)]$ là hiệu suất hấp thụ, ây α là hệ số hấp thụ của vật liệu tích cực và l là chiều dài thanh; η_{pq} là hiệu suất lan truyền ngược. Giả sử rằng các hiệu suất $\eta_r, \eta_t, \eta_{pq}$ không thay đổi sau khi quay thanh, chúng ta có thể viết lại phương trình (2) dưới dạng phương trình (3) là:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 - \exp(-\alpha^\perp l) \sigma_e^\perp}{1 - \exp(-\alpha^\parallel l) \sigma_e^\parallel} \quad (4)$$

Tính hệ số hấp thụ α chúng ta có thể dùng hình thức:

$$\alpha = \sigma_p N_t \quad (5)$$

Ây σ_p là tiết diện hấp thụ của sóng bơm và N_t là mật độ toàn phần của các ion Cr^{+3} trong thanh Cr:LiSAF. Chú ý rằng trong phương trình (5), chúng ta giả sử rằng hệ số hấp thụ trong môi trường hoạt tính không bão hòa. η_s là hệ số phản xạ phương trình (5), chúng ta có thể viết lại phương trình (4) là:

$$\sigma_e^\parallel [1 - \exp(-\sigma_p^\parallel N_t l)] = 3 \sigma_e^\perp [1 - \exp(-\sigma_p^\perp N_t l)] \quad (6)$$

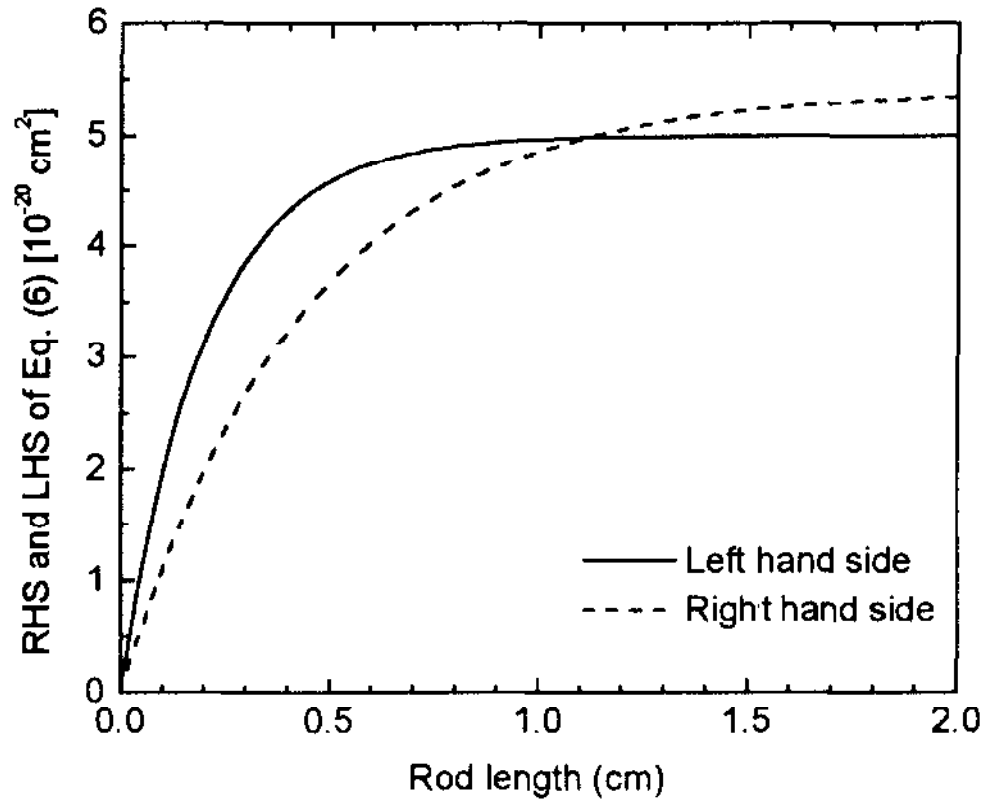


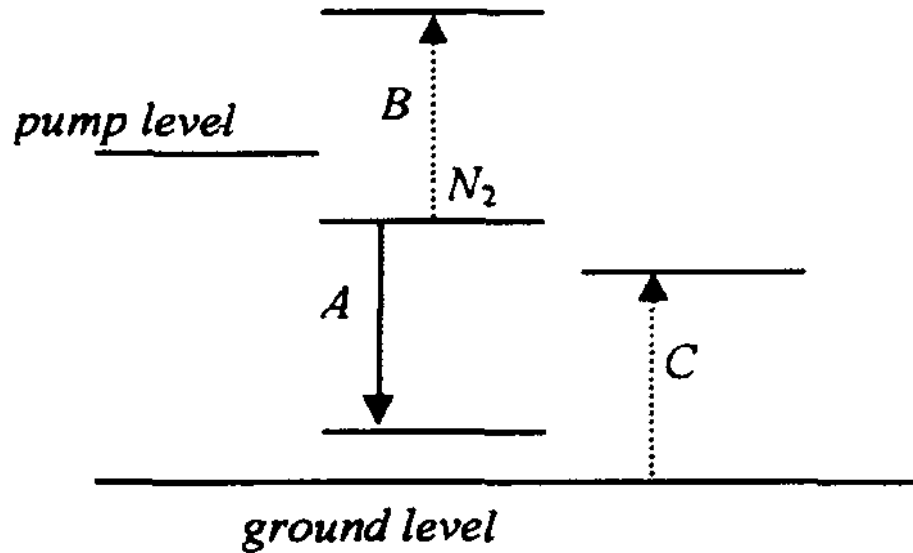
Fig. 9.2 Graphical solution of Eq. (6)

Biểu thức này là phương trình phi tuyến theo biến l . Nghiệm có thể thu được bằng phương pháp thử và phương pháp số. Tìm nghiệm bằng phương pháp thử, chúng ta vẽ trong hình (9.2) vế phải và vế trái của phương trình (6) như một hàm theo l và sau đó chúng ta tìm giao điểm của hai đường cong.

Dùng các giá trị bằng số đã cho trong bài tập, chúng ta tìm được giao điểm $l=1.1 \text{ cm}$ biểu diễn nghiệm của bài tập. Chú ý rằng nghiệm tương ứng với giao điểm $l=0 \text{ cm}$ không có ý nghĩa vật lý và có thể bỏ qua. Cần chú ý rằng không có giao điểm khác giữa hai đường cong.

9.7A: Công suất ngưỡng bơm trong buồng d c: đóng góp trạng thái c b n và kích thích

Chúng ta hãy xét sự các mức năng lượng trong môi trường hoạt tính của biểu diễn trong hình 9.3, đây dịch chuyển A các dịch chuyển c m ng, trong khi dịch chuyển B và C chỉ các quá trình hấp thụ các mức laser trên và các mức laser c b n.



Hình 9.3: Các mức năng lượng

Khi có hoạt động laser, dịch chuyển mức năng lượng A cần tránh vì sẽ hấp thụ B và C. rút ra biểu thức cân bằng năng lượng, đầu tiên chúng ta cần thiết lập biểu thức cân bằng số lượng N_{2c} trong mô hình laser trên. Điều kiện này có thể tính bằng cách giả sử rằng khi laser ngừng hoạt động, số lượng trên mức năng lượng trung gian qua bằng với số mất mát trong buồng cộng hưởng. Điều kiện này có thể viết là:

$$\sigma_e N_{2c} l = \gamma + \sigma_{ESA} N_{2c} l + \gamma_a \quad (1)$$

Ở đây σ_e là tiết diện phát xạ của mức năng lượng i vì dịch chuyển laser A; σ_{ESA} là tiết diện hấp thụ i vì dịch chuyển B, γ là hệ số mất mát trên mức năng lượng trung gian qua do buồng cộng hưởng và γ_a là hệ số mất mát trên mức năng lượng trung gian qua do hấp thụ trạng thái cân bằng (dịch chuyển C). Thay vào phương trình (1), chúng ta thu được:

$$N_{2c} = \frac{\gamma + \gamma_a}{(\sigma_e - \sigma_{ESA}) l} \quad (2)$$

Từ các biểu thức trên R_{pc} có thể xác định, giả sử rằng tất cả các mức kích thích phân rã qua phát xạ tự phát (xem phương trình (6.3.18) của PL):

$$R_{pc} = \frac{N_{2c}}{\tau} = \frac{\gamma + \gamma_a}{(\sigma_e - \sigma_{ESA}) h} \quad (3)$$

Ở đây τ là thời gian sống của mức laser trên. Trong các hình vẽ mô hình, các biểu thức có liên hệ với công suất bơm P_p (xem phương trình

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

(6.3.12) c a PL) :

$$R_p = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2}{\pi (\omega_0^2 + \omega_p^2) l} \quad (4)$$

ây η_p là hi u su t b m; ν_p là t n s b m; l là chi u dài môi tr ãng ho t tính ; W_0 là kích th c v t c a mode và W_p là kích th c v t b m. V i s h tr c a ph ãng trình (3) và (4), công su t b m ãng có th c bi u di n là :

$$P_{th} = \frac{(\gamma + \gamma_a) h\nu_p}{\eta_p} \frac{\pi (\omega_0^2 + \omega_p^2)}{\tau 2(\sigma_e - \sigma_{ESA})} \quad (5)$$

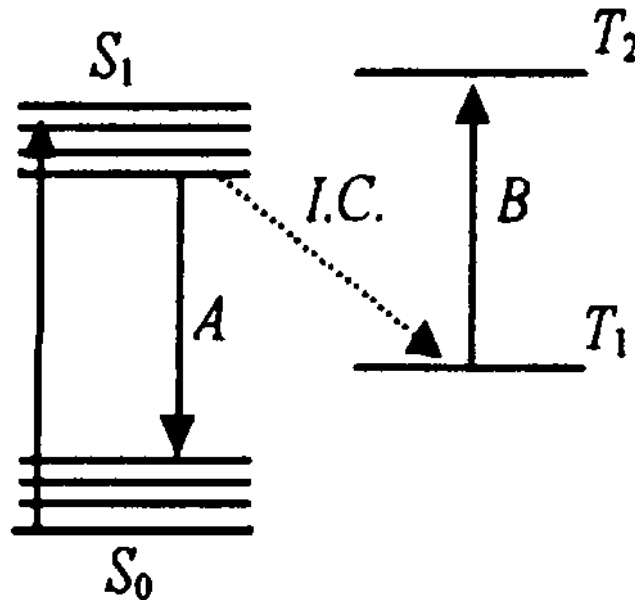
So sánh k t qu này v i ph ãng trình (3.6.20) c a PL cho th y r ãng công su t b m ãng ãng t ãng i v i m t laser lý t ãng vì hai lý do:

(a) S t ãng m t mát trên m t l n truy n qua t γ n $\gamma + \gamma_a$

(b) S ãng m h s l i trên m t l n truy n qua toàn ph n do s h p th tr ãng thái kích thích có th c xem nh s thay i t i t di n c m ãng hi u d ãng t σ_e n $\sigma_e - \sigma_{SEA}$.

9.8P Công su t b m ãng ãng trong laser hóa màu: óng góp b i ba-b i ba

Chúng ta hãy xét s các m c n ãng l ãng trong phân t thu c nhu m c bi u di n trong hình 9.4(xem hình 9.3 c a PL):



Hình 9.3: s các m c n ãng l ãng trong thu c nhu m

D ch chuy n laser x y ra gi a các m c dao ãng th p nh t c a tr ãng thái kích thích S_1 và t p h p các m c dao ãng tr ãng thái c b n S_0 . C S_0 và S_1 c ãng i là các trạng thái ãn b i vì trong nh ãng tr ãng thái ãy spin i n t toàn ph n trong phân t thu c nhu m b ãng 0. S t o ra các tr ãng thái kích thích b ãng t ãng tác i n t v i spin #0 b c m do spin tr ãng thái c b n b ãng 0 và spin c b o toàn trong các kích thích c m ãng quang. Tuy

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

nhien, m t s m t có th tích l y trên tr ng thái có spin khác 0 (tr ng thái b i ba T_1 trong hình (4)) do d ch chuy n không b c x , c th là quá trình truy n qua (I.C) t m t S_1 . Các tr ng thái T_1 và T_1 c g i là các tr ng thái b i ba b i vì spin i n t toàn ph n trong phân t thu c nhu m b ng m t. Tr ng thái b i ba T_1 có th h p th b c x t i b c sóng laser t o ra các tr ng thái b i ba v i n ng l ng cao (T_2 trong hình (4)). C ch h p th này c nh tranh v i ho t ng laser. xác nh nh h ng c a h p th b i ba - b i ba trên công su t b m ng ng c a laser thu c nhu m, u tiên chúng ta ph i tính toán m t b i ba N_T c t o ra do quá trình truy n qua. ch ho t ng liên t c, t c t o b i ba b i quá trình truy n qua b ng v i t c phân rã b i ba. i u này có th c bi u di n là :

$$k_{ST}N_2 = \frac{N_T}{\tau_T} \quad (1)$$

ây N_2 là m t m c laser trên; S_1 là t c quá trình truy n qua và k_{ST} là t c quá trình truy n qua và τ_T là th i gian s ng b i ba.

T ph ng trình (1) chúng ta có

$$N = k_{ST}\tau_T N_2 \quad (2)$$

thu c công su t b m ng ng, chúng ta ph i xác nh m t t i h n N_{2c} trong m c laser trên. i l ng này có th c tính gi s r ng khi laser ng ng l i trên m t l n truy n qua b ng m t mát trong bu ng c ng h ng. i u ki n này có th c vi t là:

$$\sigma_e N_{2c} l = \gamma + \sigma_T N_T l \quad (3)$$

ây σ_e là ti t di n phát x c m ng i v i d ch chuy n laser A ; σ_T là ti t di n h p th i v i d ch chuy n b i ba-b i ba (B); γ là h s m t mát trên m t l n truy n qua trong bu ng c ng h ng ; l là chi u dài môi tr ng ho t tính.

V i s h tr c a ph ng trình (2), có th vi t l i ph ng trình (3) là:

$$N_{2c} = \frac{\gamma}{(\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T) l} \quad (4)$$

T c b m t i h n R_{pc} bây gi c thi t l p b ng cách gi s r ng t t c các m t kích thích phân rã ng ng qua phát x t phát ho c qua quá trình truy n qua (xem ph ng trình (6.3.18) c a PL). Vì th :

$$R_{pc} = \frac{N_{2c}}{\tau} = \frac{\gamma}{(\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T) \tau} \quad (5)$$

ây τ là th i gian s ng m c laser trên. Chú ý r ng h ng s th i gian phân rã τ c cho b i s k th p c a phân rã b c x và c a phân rã do quá trình truy n qua theo h th c

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_r} + k_{ST}$$

Ây, τ_r là thời gian sống bức xạ.

Trong cấu hình bán dẫn, các tham số có liên hệ với công suất bơm P_p (xem phần trình (6.3.2) của PL):

$$R_p = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2}{\pi(\omega_0^2 + \omega_p^2)l} \quad (6)$$

Ây η_p là hiệu suất bơm; ν_p là tần số bơm; P_p công suất bơm; l là chiều dài môi trường hoạt tính, W_0 là kích thước vệt của mode, W_p là kích thước vệt của chùm bơm. Với sự trợ giúp của phần trình (5) và (6), công suất bơm có thể viết là:

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{\pi(\omega_0^2 + \omega_p^2)}{2(\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T)} \quad (7)$$

So sánh kết quả này với kết quả của phần trình (6.3.20) của PL cho thấy rằng công suất bơm tối thiểu cần để laser lý tưởng. Tính chất này là do sự giảm của hiệu suất toàn phần mà tỉ lệ truyền qua do hấp thụ bị bỏ qua, và có thể xem là sự thay đổi của tỉ lệ diện tích mặt cắt σ_e sang $(\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T)$. Chú ý rằng mức độ của quá trình truyền qua nhỏ, sự thay đổi nên có thể hoàn toàn là do thời gian sống bị bỏ qua. Đóng góp nhấc của suất P_{th} cần cho bơm là sự giảm của thời gian sống mức laser trên τ . Vì thời gian sống bức xạ τ_r do quá trình truyền qua.

9.9A Hiệu suất góc công suất trong laser hóa màu

tính toán hiệu suất góc công suất chúng ta xét biểu thức của công suất đầu ra laser, P_{out} :

$$P_{out} = (A_b I_s) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (1)$$

Ây A_b là diện tích mặt cắt của mode laser; γ_2 là số phản xạ ghép đầu ra; P_p và P_{th} là công suất bơm và công suất ngưỡng ngưỡng; $I_s = h\nu/\sigma_e \tau$ là hằng số bão hòa ở vị trí 4 mức của laser v (xem phần trình (2.8.24) của PL). Với sự trợ giúp của phần trình (1), hiệu suất góc công suất η_s có thể viết là (xem phần trình (7.3.10) của PL):

$$\eta_s = \frac{dP_{out}}{dP_p} = \frac{A_b I_s \gamma_2}{P_{th} 2} \quad (2)$$

Trong trường hợp laser thu cần mức công suất bơm ngưỡng trong cấu hình bán dẫn có

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

thể tích là : (xem từ (1) và (9.8)):

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{\pi (\omega_0^2 + \omega_p^2)}{2(\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T)} \quad (3)$$

ở đây γ là hệ số mất mát nội tuyến truyền qua trong buồng cộng hưởng; η_p là hiệu suất bơm; ν_p là tần số bơm; τ là thời gian sống mức laser trên; W_0 kích thước vệt cao mode; W_p là kích thước vệt cao chùm bơm; σ_e tiết diện phát xạ cảm ứng ở vị trí dịch chuyển laser; σ_T là tiết diện hấp thụ của dch chuyển bị ba-bi ba; k_{ST} là tốc độ quá trình truyền qua và τ_T thời gian sống bị ba. Chú ý rằng: để hiệu suất biến đổi thì chúng ta có $W_0 = W_p$.

Thay thế (3) vào phương trình (2), chúng ta thu được kết quả sau:

$$\eta_s = \eta_p \frac{\gamma_2}{2\gamma} \frac{h\nu}{h\nu_p} \frac{2A_b}{\pi (w_0^2 + w_p^2)} \frac{\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T}{\sigma_e} \quad (4)$$

Chúng ta có thể sắp xếp lại phương trình (4) là:

$$\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_q \eta_A \eta_g \quad (5)$$

ở đây η_p là hiệu suất bơm; $\eta_c = \gamma_2 / 2\gamma$ là hiệu suất ghép đầu ra; $\eta_q = h\nu / h\nu_p$ là hiệu suất biến đổi laser; $\eta_A = 2A_b / \pi (W_0^2 + W_p^2)$ là hiệu suất diện tích và $\eta_g = (\sigma_e - \sigma_T k_{ST} \tau_T) / \sigma_e$. Chú ý rằng có thể xem là hiệu suất biến đổi cho chúng ta biết tất cả các yếu tố liên quan và lý thuyết tính toán khi không có hấp thụ bị ba. Thay các giá trị cho trong bài tập vào phương trình (5), chúng ta thấy rằng hiệu suất công suất khi không có quá trình truyền qua là $\eta_{s0} = 43\%$, do quá trình truyền qua giá trị này giảm xuống $\eta_s = \eta_{s0} \eta_g = 29\%$.

9.10 A Laser hiệu suất

Biểu thức của công suất đầu ra của laser cho bởi công thức:

$$P_{out} = \eta_s (P_p - P_{th}) \quad (1)$$

ở đây η_s là hiệu suất công suất; P_p và P_{th} là công suất bơm và công suất bơm tối thiểu. Dựa trên phương trình (1), công suất đầu ra của laser Nd:YAG là:

$$P_{out} = \eta_s (P_p - P_{th}) \quad (1)$$

ở đây η_{s3} là hiệu suất công suất của laser Nd:YAG; P_{th3} là công suất bơm trong laser Nd:YAG; P_{p2} là công suất bơm cung cấp laser Ti:Sapphire. Phương trình (2) có thể viết lại dùng phương trình (1) để biểu diễn công suất đầu ra

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

công suất laser Ti:Sapphire:

$$P_{out3} = \eta_{s3} \left[\eta_{s3} (P_{p1} - P_{th2}) - P_{th3} \right] \quad (3)$$

ở đây η_{s2} là hiệu suất góc phản xạ công suất của laser laser Ti:Sapphire; P_{th2} là công suất ngưỡng của laser Ti:Sapphire; P_{p1} là công suất bơm cung cấp cho laser xanh. Phương trình (3) có thể viết lại dùng phương trình (1) biểu diễn công suất của laser xanh:

$$P_{out3} = \eta_{s3} \left\{ \eta_{s2} \left[\eta_{s1} (P_p - P_{th1}) - P_{th2} \right] - P_{th3} \right\} \quad (4)$$

ở đây η_{s1} là hiệu suất góc phản xạ công suất của laser xanh; P_{th1} là công suất ngưỡng trong laser xanh; P_p là công suất bơm tối thiểu cho laser xanh. Chúng ta có thể giải phương trình (4) thu được P_p như một hàm theo các biến còn lại:

$$P_p = \frac{P_{out} + \eta_{s3} P_{th3} + \eta_{s3} \eta_{s2} P_{th2} + \eta_{s3} \eta_{s2} \eta_{s1} P_{th1}}{\eta_{s1} \eta_{s2} \eta_{s3}} \quad (5)$$

Dùng phương trình (5), các giá trị bằng số cho trong bài tập, chúng ta thu được $P_p = 385.6W$.

9.11A Các mode dọc trong laser bán dẫn

Tính số lượng các mode có thể viết gần đúng là $\nu = lc / 2nL$; ở đây l là mật độ số nguyên; c là vận tốc ánh sáng trong chân không; n là chiết suất của bán dẫn; L là chiều dài buồng cộng hưởng. Từ biểu thức trên đây, chúng ta có thể dễ dàng nhận ra $\nu = l(c/2L)$. Từ biểu thức này, bởi vì n là hàm của ν , tức là: $n = n(\nu)$, sẽ thay đổi tần số $\Delta \nu$ tương ứng với sự thay đổi l là $\Delta l = 1$, có thể tính gần đúng từ phương trình $\Delta n \nu + n \Delta \nu = (c/2L)$. Phương trình này viết gần đúng $\Delta n = (dn/d\nu) \Delta \nu$, chúng ta nhận được:

$$\Delta \nu = \frac{c}{2n_g L} \quad (1)$$

ở đây:

$$n_g = \frac{n}{1 + \nu (dn/d\nu)} = \frac{n}{1 - \lambda (dn/d\lambda)} \quad (2)$$

Là các nhóm vận tốc li u. Nếu vận tốc ánh sáng của bán dẫn là $\Delta \nu_n$, số mode rơi vào trong vận tốc này có thể tính gần đúng là (xem hình 9.5)

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

Dùng phương trình (2a) và (2b) trong phương trình (3), chúng ta thu được:

$$w_{0\parallel}^2 - w_{0\perp}^2 = \frac{\lambda^2 z_c^2}{\pi^2} \left[\frac{w_{0\parallel}^2 - w_{0\perp}^2}{w_{0\parallel}^2 w_{0\perp}^2} \right] \quad (4)$$

Thì z_c có thể thu được là:

$$z_c = \frac{\pi w_{0\parallel} w_{0\perp}}{\lambda} \quad (5)$$

Thay các giá trị cho trong bài tập vào phương trình (5), chúng ta thu được $z_c = 4.6 \mu m$.

9.13A: Ngưỡng dòng trong laser GaAs/AlGaAs

Mật độ dòng ngưỡng J_{th} trong laser bán dẫn có liên quan đến mật độ hạt tải điện ngưỡng N_{th} qua hệ thức sau (xem phương trình (9.3.4) của PL):

$$J_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) N_{th} \quad (1)$$

Ây: $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ là điện tích electron; d là chiều dày của lớp hoạt tính; η_i là hiệu suất инжеkt bên trong, là phần của các hạt tải điện kết hợp trong lớp hoạt tính; τ_r là thời gian tái hợp bức xạ. Tính toán J_{th} , chúng ta cần biết mật độ hạt tải điện ngưỡng. Từ cân bằng giữa việc mất mát trong bán dẫn, rút ra biểu thức sau về N_{th} (xem ví dụ 9.1 của PL):

$$N_{th} = \left(\frac{\gamma}{\sigma L \Gamma} \right) + N_{tr} \quad (2)$$

Ây: γ là mật độ mất mát trên mặt bên truyền qua; σ là hệ số hấp thụ; L là chiều dài của môi trường hoạt tính; Γ là hệ số giam cầm chùm, nó biểu diễn mật độ phần của công suất chùm tia sáng trong lớp hoạt tính. Về việc mất bức xạ laser như một hàm của λ , hệ số giam cầm chùm có thể tính dựa trên chiết suất của các lớp hoạt tính (n_1) và các lớp phủ (n_2) bên ngoài. Với cách nhìn này, chúng ta có thể dùng hệ thức gần đúng (xem ví dụ 9.1 của PL):

$$\Gamma \cong \frac{D^2}{2 + D^2} \quad (3)$$

Ây:

$$D = 2\pi (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \frac{d}{\lambda} \quad (4)$$

Với sự thay thế các phương trình (1) và (2) mật độ dòng ngưỡng có thể viết là:

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hiện Đại

$$j_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) \left[\left(\frac{\gamma}{\sigma L \Gamma} \right) + N_{tr} \right] \quad (5)$$

Thay các giá trị đã cho trong bài tập vào phương trình (4) chúng ta có $D=0.885$; dùng các giá trị này trong phương trình (3) cho chúng ta giá trị $\Gamma=0.2814$. Thay các giá trị này trong phương trình (5) cùng với các dữ liệu đã cho trong bài tập chúng ta thu được $J_{th} = 703 A/cm^2$

9.14A Hiệu suất góc phản xạ công suất trong laser GaAs/AlGaAs

Công suất đầu ra P_s của laser bán dẫn có thể biểu diễn là $P=VI$, đây V là điện áp hoạt động qua diode laser và I là dòng hoạt động chạy bên trong. Với góc phản xạ θ , điện áp có thể xem là không đổi trên mặt phản xạ, vì thế hiệu suất góc phản xạ công suất η_s của diode laser có thể tính là :

$$\eta_s = \frac{dP_{out}}{dP} \cong \frac{dP_{out}}{VdI} \quad (1)$$

Đây P_{out} là công suất đầu ra của laser. Thay biểu thức P_{out} cho trong bài tập và với sự hỗ trợ của phương trình (1) chúng ta thu được :

$$\eta_s = \left(\frac{\eta_i h \nu}{Ve} \right) \left(\frac{\ln(R)}{\ln(R) - \alpha L} \right) \quad (2)$$

Thay các giá trị bằng số đã cho trong bài tập, chúng ta nhận được $\mu_s = 61\%$.

9.15A Phân bố pha trong laser bán dẫn

Laser phân bố pha bao gồm môi trường hoạt động trong ống dẫn sóng biến thiên chiều dày tuần hoàn một chiều trong các lớp bao, hình thành mặt phẳng phản xạ. Do cấu trúc này dao động mode trong laser chủ yếu là biến thiên của chiết suất hiệu dụng $n_{eff}(z)$ dọc theo hướng truyền z . Số biến thiên này có thể biểu diễn là :

$$n_{eff}(z) = n_0 + n_1 \sin \left[(2\pi z / \Lambda) + \phi \right] \quad (1)$$

Đây Λ là bước sóng thay đổi chiều dày tuần hoàn. Số biến thiên chiết suất trung bình tán xạ của mode laser theo các hướng trước và sau. Theo lý thuyết nhiễu xạ Bragg, giao thoa tạo thành hình thành giữa các thành phần tán xạ ngược nhau thể sau đây :

$$\lambda = \lambda_B = 2 \langle n_{eff} \rangle \Lambda \quad (2)$$

Đây λ là bước sóng mode; λ_B là bước sóng Bragg; $\langle n_{eff} \rangle$ là giá trị trung bình của chiết suất bên trong buồng cộng hưởng laser. Với sự hỗ trợ của phương trình (1), chúng ta có thể viết lại phương trình (2) là :

$$\Lambda = \lambda / 2n_0 \quad (3)$$

Thay các giá trị bằng số đã cho trong bài tập, chúng ta thu được $\Lambda = 221.5 nm$

9.16P Ngưỡng dòng trong laser giáng áp

Nhân tử rút ra trong bài tập 9.13, mật độ dòng ngưỡng J_{th} trong laser bán dẫn phi cực vi là (xem phương trình (9.4.13) của PL):

$$J_{th} \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) \left[\left(\frac{\gamma}{\sigma L \Gamma} \right) + N_{tr} \right] \quad (1)$$

Đây: e là điện tích electron; d là chiều dày của lớp hoạt tính; η_i là hiệu suất bên trong, nó là một phần trăm của các photon trong lớp hoạt tính; τ_r là thời gian tái hợp bức xạ; γ là hệ số mất mát trên mặt bên truyền qua toàn phần; σ là diện tích phân; L là chiều dài môi trường hoạt tính; Γ là hệ số giam giữ chùm tia điện tử trong công suất chùm tia trong lớp hoạt tính. Thay các giá trị đã cho trong bài tập chúng ta thu được: $J_{th} = 236 \text{ A/cm}^2$.

So sánh kết quả này với kết quả thu được trong bài tập 9.13, chúng ta thấy mật độ dòng ngưỡng trong laser giáng áp nhỏ hơn nhiều trong laser cấu trúc kép thông thường. Nguyên nhân của các kết quả này là như sau:

- (a) Giảm chiều dày lớp hoạt tính một bậc vài lần.
- (b) Sử dụng diện tích phân σ trong cấu trúc giáng áp do sự giam giữ electron và lỗ trống, nó bù một phần sự giảm hệ số giam giữ Γ (xem phần (3.3.5) của PL).

9.17P Mật độ hạt tải trong laser phát xạ trực tiếp

Biểu thức mật độ hạt tải trong ngưỡng N_{th} có thể rút ra từ việc cho diện tích và mật độ mất mát nhau trong bán dẫn theo biểu thức sau (xem phương trình (9.4.9) của PL):

$$N_{th} \left(\frac{\gamma}{\sigma d \Gamma} \right) + N_{tr} \quad (1)$$

Đây: γ là hệ số mất mát trên mặt bên truyền qua; σ là diện tích phân; d là chiều dài của lớp hoạt tính; Γ nó là hệ số giam giữ chùm tia, nó biểu thị điện tử trong công suất chùm tia trong lớp hoạt tính. Trong laser VCSEL, hệ số giam giữ chùm tia có thể giả sử là $\Gamma \cong 1$, do cấu trúc của bộ phát xạ trực tiếp. Tính toán hệ số mất mát trên mặt bên truyền qua, chúng ta có thể dùng hình thức (xem ví dụ 9.4 của PL):

$$\gamma = -\ln(R) + \alpha L \quad (2)$$

Bài Tập Chuyên Ngành : Quang Học Hình Ảnh