Nanophotonic (tạm dịch là quang tử nano) hoặc quang học nano là môn học nghiên cứu ánh sáng ở thang nano. Nó là một nhánh của ngành quang học, nghiên cứu tương tác của ánh sáng với những hạt hoặc vật chất ở kích thước nhỏ hơn bước sóng. Những lĩnh vực nghiên cứu của quang học nano bao gồm: kính hiển vi quang học quét trường gần (NSOM), kính hiển vi quét hiệu ứng chui ngầm được kích thích quang (photoassisted scanning tunnelling microscopy), và quang học Plasmon bề mặt. Kính hiển vi truyền thống sử dụng những thành phần phát sinh nhiễu xạ để tăng độ phân giải. Nhưng do giới hạn nhiễu xạ (thường gọi là tiêu chuẩn Rayleigh), ánh sáng chỉ có thể hội tụ lại thành một vết với đường kính khoảng ½ bước sóng ánh sáng. Cộng đồng các nhà khoa học và kĩ thuật đang quan tâm đến đặc tính của những vật liệu và hiện tượng ở kích thước vài nano mét, vì vậy cần phải sử dụng những kĩ thuật khác với kĩ thuật truyền thống. Kính hiển vi đầu dò quét (SPM) sử dụng một đầu dò (thường là một mũi có lổ nhỏ hoặc siêu nhọn), nó có tác dụng kích thích cục bộ mẫu hoặc truyền những thông tin cục bộ từ mẫu để được thu thập và phân tích. Khả năng chế tạo những thiết bị có kích thước cỡ nano trong thời gian gần đây đã thúc đẩy lĩnh vực nghiên cứu này.

Phạm vi nghiên cứu của nanophotonics bao gồm hai chủ đề chính: 1)nghiên cứu tính chất kì lạ của ánh sáng ở kích thước nano 2)chế tạo ra những thiết bị có hiệu suất cao cho các ứng dụng trong kĩ thuật.

Những nghiên cứu này đã tạo ra tiềm năng to lớn để cách mạng hóa ngành viễn thông qua việc cung cấp những thiết bị không có hiệu ứng giao thoa, vận tốc cao, tiêu tốn năng lượng thấp chẳng hạn như các công tắc điện quang hoặc công tắc quang học trên chip.

Thành phần của một hệ thống nanophotonic bao gồm:

- Ống dẫn sóng
- Các bộ ghép
- Công tắc quang học
- Bộ điều biến điện quang
- Các bộ dồn kênh chia bước sóng
- Bộ khuếch đại
- Laser
- Bộ cách li

- Mạch tuần hoàn quang học.

Các tài liệu bằng tiếng Anh về lĩnh vực này rất nhiều nhưng tài liệu bằng tiếng Việt còn thưa thớt. Mà đây lại là một lĩnh vực công nghệ mới với những ứng dụng đầy tiềm năng trong tương lai. Vì vậy, tôi xin được giới thiệu với các độc giả *Các bài giảng về nanophotonics* của giáo sư Vladimir M.Shalaev ở khoa Kĩ thuật điện và máy tính, đại học Purdue. Khóa học này bao gồm tổng cộng 20 bài giảng (các bạn có thể tải miễn phí các bài giảng này bằng tiếng Anh tại trang web http://cobweb.ecn.purdue.edu/~ece695s/).

Vì nhiều lí do khách quan và chủ quan, tôi chưa thể dịch hết toàn bộ các bài giảng này mà chỉ xin giới thiệu với các bạn độc giả 5 chương đầu tiên của khóa học này. Giáo trình này dành cho các ***học viên cao học chuyên nghành quang học, vật lý điện tử ứng dụng*** và bất cứ ai quan tâm đến lĩnh vực đầy tiềm năng này. Phần bổ túc kiến thức về sóng điện từ do người dịch tự thêm vào. Ngoài ra còn một số thí nghiệm ảo về sóng điện từ mà các độc giả có thể dễ dàng tìm được tại trang http://mientayvn.com/Cao%20hoc%20quang%20dien%20tu/Sach/Mot_so_van_de_ve_luong_tu_hoc_dien_tu/Nanophotonic/phan_cuc.html

Nguyễn Thanh Lâm

Liên hệ và trao đổi về môn học: thanhlam1910_2006@yahoo.com

I.PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

Các phương trình Maxwell có thể được viết dưới những dạng khác nhau. Ở đây chúng ta dùng những phương trình Mawell vĩ mô ở dạng vi phân của chúng. Những phương trình này được viết dưới dạng tổng quát (từ *2.1a* đến *f*), trong đó những kí tự in đậm biểu diễn những đại lượng vecto và những kí tự thường biểu diễn những đại lượng vô hướng.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho\,, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0\,, \qquad (2.1\text{a,b})$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = j + \dot{\boldsymbol{D}}\,, \qquad (2.1\text{c,d})$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}\,, \qquad \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}\,. \qquad (2.1\text{e,f})$$

Trong đó

E là vecto cường độ điện trường; đơn vị là $1V/m=1m\ kg\ s^{-3}A^{-1}$

D là vecto cảm ứng điện; $1As/m^2 = 1C/m^2$

H là vecto cường độ trường từ; $1A/m$

B là vecto cảm ứng từ; $1Vs/m^2=1T=1Wb/m^2$

ρ là mật độ điện tích; $1As/m^3=1C/m^3$

j là vecto mật độ dòng điện; $1A/m^2$

P là vecto phân cực điện môi, là số momen lưỡng cực điện trên một đơn vị thể tích;

$1\ As/m^2$

M là vecto từ độ, là số momen lưỡng cực từ trên một đơn vị thể tích; $1\ Vs/m^2$

$\varepsilon_0 \approx 8.859 \times 10^{-12}\ As/Vm$ là hằng số điện môi chân không

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Vs/Am$ là độ từ thẩm chân không

∇ là toán tử Nabla, trong hệ tọa độ Đề Các $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$

$\dot{} = \partial/\partial t$, một chấm trên đầu một đại lượng nào đó có nghĩa là

lấy vi phân đại lượng đó theo thời gian.

Tác dụng toán tử ∇ vào các trường vô hướng và vecto thường được kí hiệu là:

$$\nabla \cdot f(\boldsymbol{r}) = \operatorname{grad} f,$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{A}(\boldsymbol{R}) = \operatorname{div} \boldsymbol{A},$$
$$\nabla \times \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \operatorname{curl} \boldsymbol{A},$$

Và toán tử Laplace được định nghĩa là:

$$\Delta \equiv \nabla^2.$$

Nếu tác dụng toán tử Laplace Δ vào đại lượng vô hướng ρ chúng ta thu được:

$$\Delta\rho = \frac{\partial^2\rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\rho}{\partial z^2} \qquad (2.2)$$

Nếu tác dụng vào trường vecto ***E*** sẽ dẫn đến:

$$\Delta\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \\ \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \\ \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}. \qquad (2.3)$$

Phương trình (2.1 a,b) chứng tỏ rằng các điện tích tự do là nguồn của cảm ứng điện và cảm ứng từ không có nguồn. Phương trình (2.1 c,d) cho biết trường điện và từ biến thiên theo thời gian có thể tạo ra nhau như thế nào. Thêm vào đó, trường $\boldsymbol{H}$ còn có thể được tạo ra do mật độ dòng điện vĩ mô j. Phương trình (*2.1 e,f*) là những phương trình trong vật liệu ở dạng tổng quát. Từ đó, chúng ta rút ra rằng cảm ứng điện là tổng của cường độ điện trường và độ phân cực.

Bằng cách áp dụng toán tử $\nabla \cdot$ vào (*2.1 d*) chúng ta thu được phương trình liên tục cho điện tích:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{j} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho\,, \tag{2.4}$$

Nó tương ứng với định luật bảo toàn điện tích trong một hệ kín.

Dạng tích phân của 2.1 có thể thu được từ dạng vi phân bằng cách lấy tích phân và dùng các định luật Gauss và Stokes:

$$\int \rho(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}V = \oint \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{f} \tag{2.5a}$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{f} = \oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{2.5b}$$

ở đây *dV*, *df* và *ds* tương ứng là các yếu tố vi phân thể tích, mặt và đường.

Ở dạng vi mô, phương trình Maxwell chứa tất cả các điện tích như là nguồn của trường điện $\boldsymbol{E}_{\text{vi mô}}$ bao gồm tất cả các electron, proton liên kết với nguyên tử, kí hiệu là ρ_{lien_ket} chứ không chỉ các điện tích tự do ρ. Tương tự, không chỉ mật độ dòng điện vi mô phải được dùng như là nguồn của $\boldsymbol{H}_{\text{vi mô}}$ mà còn tất cả các spin và những hạt mang điện có quỹ đạo $l \neq 0$ phải được đưa vào như là mật độ dòng điện liên kết j_{lien_ket}. Do đó, việc chuyển sang các đại lượng vĩ mô có thể thực hiện bằng cách lấy trung bình theo thể tích nhỏ (lớn hơn một nguyên tử nhưng nhỏ hơn bước sóng ánh sáng và thay thế ρ_{lien_ket} bằng $-\nabla.\boldsymbol{P}$ và $\boldsymbol{j}_{lien\_ket}$ bằng $\mathbf{P}$ + curl $\mathbf{M}/\mu_0$)

II.BỨC XẠ ĐIỆN TỪ TRONG CHÂN KHÔNG

Trong chân không, chúng ta có những điều kiện sau:

$$\boldsymbol{P} = 0\,; \quad \boldsymbol{M} = 0\,; \quad \rho = 0\,; \quad \boldsymbol{j} = 0. \qquad (2.6)$$

Sử dụng (2.1 e,f), (2.1 c,d) có thể được viết là:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \dot{\boldsymbol{H}} \quad \text{and} \quad \nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \dot{\boldsymbol{E}} \qquad (2.7\text{a,b})$$

Tác dụng $\nabla \times$ vào (2.7a) và $\partial / \partial t$ vào (2.7b), chúng ta thu được:

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\mu_0 \nabla \times \dot{\boldsymbol{H}} \quad \text{and} \quad \nabla \times \dot{\boldsymbol{H}} = \varepsilon_0 \ddot{\boldsymbol{E}}\,. \qquad (2.8)$$

Sử dụng tính chất của toán tử ∇, chúng ta tìm được:

$$-\mu_0 \varepsilon_0 \ddot{\boldsymbol{E}} = \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E}. \qquad (2.9)$$

Với (2.6), (2.3) và (2.1a) chúng ta thấy rằng:

$$\nabla \boldsymbol{E} = 0 \qquad (2.10)$$

Và (2.9) rút về phương trình sóng thông thường, được viết cho trường điện:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \ddot{\boldsymbol{E}} = 0\,. \qquad (2.11)$$

Một phương trình tương tự có thể thu được cho cường độ trường từ. Nghiệm của phương trình này là tất cả những sóng có dạng:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}_0 f(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t). \qquad (2.12)$$

$\boldsymbol{E}_0$ là biên độ, f là một hàm tùy ý sao cho đạo hàm bậc hai của nó tồn tại. Khi thế nghiệm (2.12) vào phương trình (2.11) chúng ta sẽ thu được hệ thức giữa k và ω :

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}\right)^{1/2} = c \quad \text{with} \quad k = |\boldsymbol{k}| = 2\pi / \lambda_{\text{v}}. \qquad (2.13)$$

Trong (2.13), *c* là vận tốc ánh sáng trong chân không và λ_v là bước sóng ánh sáng trong chân không. Trong tất cả các dạng nghiệm có thể có của (2.12), trong những phần sau, chúng ta sẽ tập trung vào một loại nghiệm đơn giản nhất, có tên là sóng điều hòa phẳng có thể được viết dưới dạng:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{kr} - \omega t)]. \qquad (2.14)$$

Đối với tất cả các sóng (không chỉ trong chân không), vận tốc pha υ_{ph} và vận tốc nhóm υ_g được định nghĩa là:

$$v_{\mathrm{ph}} = \frac{\omega}{k}; \quad \boldsymbol{v}_{\mathrm{g}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \mathrm{grad}_{\boldsymbol{k}} \omega, \qquad (2.15)$$

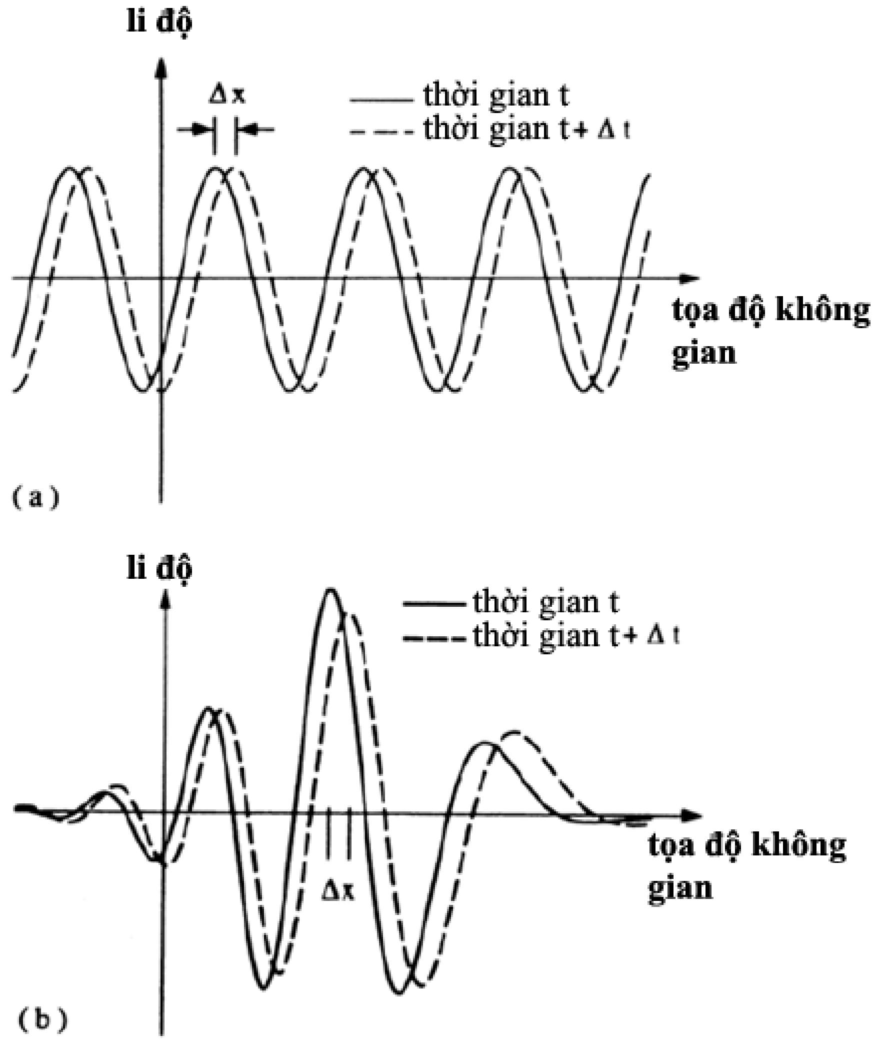
ở đây, vận tốc pha υ_{ph} là vận tốc lan truyền của một pha nào đó, (chẳng hạn, cực đại của một sóng đơn sắc) trong khi vận tốc nhóm υ_g cho biết vận tốc lan truyền của tâm khối của bó sóng với tần số ở giữa là ω và bao quanh một khoảng tần số nhỏ $d\omega$ như được biểu diễn tương ứng trong hình *2.1 a,b*. Công thức (2.15) có giá trị tổng quát. *Grad$_k$* ở phía phải của (2.15) có nghĩa là lấy vi phân đối với **k** , nó được dùng thay cho biểu thức đơn giản $\partial\omega/\partial k$ trong môi trường không đẳng hướng.

Xem ảnh động tại http://mientayvn.com/Vat%20li/Vat_li_chat_ran/Phonon_I/bo_song.swf.html

(bạn có thấy vận tốc chuyển động của cả bó sóng chậm hơn vận tốc chuyển động của các pha sóng bên trong nó không ?)

Từ (2.13) và (2.15), đối với trường hợp đặc biệt của sự truyền sóng điện từ trong chân không chúng ta tìm được:

$$v_{\mathrm{ph}} = v_{\mathrm{g}} = c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2} \qquad (2.16)$$



Hình 2.1. Sóng điều hòa (a) và bó sóng (b) được biễu diễn tại hai thời điểm khác nhau t và $t + \Delta t$ để minh họa cho khái niệm vận tốc pha và vận tốc nhóm.

Bây giờ, chúng ta muốn tìm hiểu xem những ý nghĩa gì được hàm chứa trong các phương trình Maxwell. Thế (2.12) hoặc (2.14) vào (2.10):

$$\nabla \cdot E = \mathrm{i}E_0 \cdot k \exp[\mathrm{i}(kr - \omega t)] = 0. \qquad (2.17)$$

Điều này có nghĩa là:

$$E_0 \perp k \qquad (2.18)$$

Hoặc nói cách khác, sóng điện từ là sóng ngang đối với $\boldsymbol{E}$. Chúng ta có thể rút ra được những gì từ các phương trình Maxwell cho các trường khác ? Từ (2.7), đối với sóng phẳng chúng ta có

$$\boldsymbol{H} = (\omega\mu_0)^{-1}\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{H}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] \qquad (2.19a)$$

Với

$$\boldsymbol{H}_0 = (\omega\mu_0)^{-1}\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E}_0. \qquad (2.19b)$$

Hơn nữa, với (2.1 e, f) và (2.6), chúng ta có

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] = \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)], \qquad (2.19c)$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] = \omega^{-1}\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E}_0 \exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)]. \qquad (2.19d)$$

Theo (2.19b), sóng điện từ cũng là sóng ngang theo $\boldsymbol{B}$ và trường điện và từ vuông góc với nhau, nghĩa là một cách tổng quát, chúng ta có

$$\boldsymbol{D} \perp \boldsymbol{k} \perp \boldsymbol{B} \perp \boldsymbol{D}. \qquad (2.19e)$$

Thêm vào đó, trong chân không và môi trường đẳng hướng chúng ta có:

$$\boldsymbol{E} \parallel \boldsymbol{D} \quad \text{and} \quad \boldsymbol{H} \parallel \boldsymbol{B}. \qquad (2.19f)$$

Như chúng ta sẽ thấy sau này trong mối quan hệ với (2.17) và (2.43), (2.44), trong vật chất người ta thường có sóng ngang, nó tuân theo (2.19e) nhưng thêm vào đó, sóng dọc cũng tồn tại trong những điều kiện nào đó.

Mật độ độ động lượng Π của trường điện từ là:

$$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{D} \times \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{\Pi} \parallel \boldsymbol{k} \qquad (2.20)$$

Và mật độ năng thông được định nghĩa bởi vecto Poynting

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \qquad (2.21)$$

Với $\boldsymbol{S}//\mathbf{\Pi}$ trong chân không và môi trường đẳng hướng.

$\boldsymbol{S}$ là hàm biến đổi nhanh theo không gian và thời gian. Giá trị trung bình $\langle S\rangle$ là cường độ I hoặc mật độ năng thông. Đối với sóng phẳng điều hòa, cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ. Đối với sóng phẳng đơn sắc đang khảo sát ở đây, chúng ta có:

$$\langle \boldsymbol{S}\rangle = \frac{1}{2}|\boldsymbol{E}_0 \times \boldsymbol{H}_0| = \frac{1}{2}\frac{1}{c\mu_0}\boldsymbol{E}_0^2 = \frac{1}{2}\frac{c}{\mu_0}\boldsymbol{B}_0^2 = \frac{1}{2}c\mu_0\boldsymbol{H}_0^2\,. \tag{2.22}$$

Phương trình (2.20) và (2.21) cũng có đúng trong môi trường vật chất.

III. SÓNG ĐIỆN TỪ TRONG MÔI TRƯỜNG VẬT CHẤT:

Phần này sẽ được khảo sát sơ lược trong bài giảng.

Lí thuyết điện từ: PHAS3201, Winter 2008
5. Những phương trình Maxwell và sóng điện từ

1 Dòng điện dịch

Chúng ta đã có hầu hết những kiến thức để phát biểu đầy đủ các phương trình Maxwell; tuy nhiên, chúng ta không xét chi tiết cách rút ra những phương trình này. Đặc biệt, khi xét trường từ, chúng ta đã đề cập rằng cần phải tính đến trường điện biến đổi theo thời gian trong định luật Ampere. Chúng ta sẽ xem xét thử xem những đòi hỏi này đến từ đâu, và nó có thể được hiểu từ phương trình liên tục như thế nào.

Chính xác hóa định luật Ampere

- Xét tụ điện đang nạp với dòng điện I
- Định luật Ampere ở dạng nguyên thủy của nó là

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da \tag{1}$$

- Tích phân được lấy dọc theo đường cong kín C bao quanh dây chứa dòng điện
- Cũng xét hai bề mặt khác nhau:
  1. Bề mặt cắt dây (đồng phẳng với C)
  2. Bề mặt không cắt dây (cách xa C)
- Những điều này sẽ cho hai câu trả lời khác nhau
- For 1, we find I, while for 2, we find zero

TAKE NOTES

2 Những phương trình Maxwell

Chúng ta phát biểu những phương trình Maxwell dưới dạng vi phân và tích phân, và rút ra phương trình sóng cho **H** và **E** của những vật liệu tuyến tính, đẳng hướng.

Dạng vi phân

- Bây giờ chúng ta có thể phát biểu tập hợp đầy đủ các phương trình Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathrm{J} + \frac{\partial \mathrm{D}}{\partial t} \text{ (Ampère-Maxwell)} \tag{2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \text{ (Faraday)} \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{D} = \rho \text{ (Coulomb-Gauss)} \tag{4}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{B} = 0 \text{ (Biot-Savart+)} \tag{5}$$

Dạng tích phân

- Dạng tích phân

$$\oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathbf{n}da \tag{6}$$

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot \mathbf{n}da = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{7}$$

$$\oint_S \mathbf{D}\cdot \mathbf{n}da = \int_v \rho dv \tag{8}$$

$$\oint_S \mathbf{B}\cdot \mathbf{n}da = 0 \tag{9}$$

Những phương trình sóng

- Bây giờ chúng ta cần khảo sát trường điện và từ
- Chúng ta cần tìm một phương trình cho mỗi trường
- Giả sử môi trường đồng nhất, tuyến tính và đẳng hướng
- Thì $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ và $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$
- Chúng ta bắt đầu với phương trình Ampere - Maxwell
- Chúng ta cũng giả sử rằng môi trường có độ dẫn điện đồng nhất g, sao cho $\mathbf{J} = g\mathbf{E}$

TAKE NOTES

Phương trình cho H

- Chúng ta tìm được:

$$\nabla^2\mathbf{H} - g\mu\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \epsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{10}$$

- Đây là phương trình sóng cho H, với sự tắt dần tỉ lệ với $g\mu$
- Một điện trở sẽ tiêu tán năng lượng (ví dụ: kim loại, plasma)
- Khi môi trường không dẫn điện $g \to 0$, chúng ta có:

$$\nabla^2\mathbf{H} = \epsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \tag{11}$$

- Lặp lại quy trình này cho **E**

TAKE NOTES

Phương trình cho E

- Chúng ta tìm được:

$$\nabla^2\mathbf{E} - g\mu\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{12}$$

- Đây là phương trình sóng cho **E;** như trước, nếu $g \to 0$ chúng ta có:

$$\nabla^2\mathbf{E} = \epsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{13}$$

- Chú ý rằng vận tốc của sóng là $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$
- Chúng ta có thể tìm các phương trình cho **D** và **B** dựa vào mối liên hệ tuyến tính của chúng với **E** và **H**
- Nghiệm sẽ là sóng phẳng:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i(\mathbf{k}_H\cdot\mathbf{r} - \omega_H t)} \tag{14}$$

3 Sóng phẳng

Một chú ý chung: bạn thấy rằng người ta có thể dùng i và j để biểu diễn $\sqrt{-1}$. Trong kĩ thuật thường dùng j. Nhưng ở đây dùng i hay j là tùy bạn

Giải phương trình cho H

- Giả sử rằng *k = (0,0,k)* nằm dọc theo trục z
- $\nabla^2\mathbf{H} = -k^2\mathbf{H}$
- $\partial^2\mathbf{H}/\partial t^2 = -\omega^2\mathbf{H}$
- Như chúng ta tiên đoán, chúng ta sẽ thấy rằng nếu $k^2/\omega^2 = \epsilon\mu$ thì sóng phẳng sẽ là nghiệnm của phương trính sóng cho $\mathbf{H}$
- Vận tốc pha là $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$
- Định luật Faraday cho biết mối quan hệ giữa E và B: Những nghiệm của các phương trình sóng của chúng có liên quan với nhau như thế nào

TAKE NOTES

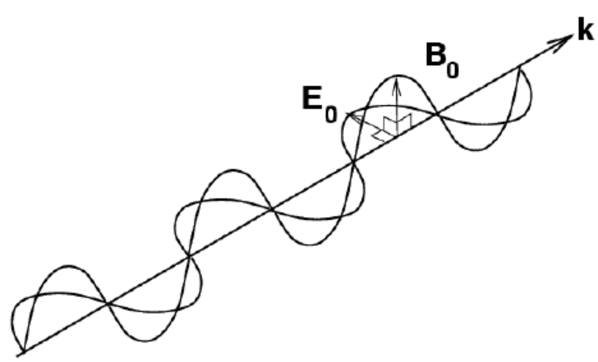
Sóng điện từ

- Để thõa mãn định luật Faraday thì $\mathbf{k}_B = \mathbf{k}_E = \mathbf{k}$
- Also $\omega_B = \omega_E = \omega$ và $\phi_B = \phi_E = \phi$
- Mối liên hệ giữa trường điện và từ là:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega\mathbf{B}_0 \tag{15}$$

- **k** nằm dọc theo phương truyền sóng

Minh họa



Hình 1: Sóng điện từ phân cực tuyến tính hoặc phân cực phẳng

- B vuông góc với k, E
- Bởi vì $\nabla \cdot \mathbf{E} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$, k & E vuông góc với nhau.
- Sóng điện từ là sóng ngang (TEM)

TAKE NOTES

4 Phân cực

$\mathbf{E}_0$

- Chúng ta đã thảo luận trường hợp đặc biệt: ánh sáng phân cực phẳng hoặc tuyến tính
- Nói chung,$\mathbf{E}_0$ là số phức
- Chúng ta giả sử rằng sóng truyền theo trục z, *k = (0, 0, k)*
- E_x & E_y có biên độ và pha độc lập nhau

$$\mathbf{E}_0 = E_{0x}e^{i\phi_x}\mathbf{i} + E_{0y}e^{i\phi_y}\mathbf{j} \tag{16}$$

- Chúng ta có $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(kz-\omega t)}$
- Những thành phần khác nhau liên hệ với nhau như thế nào ?

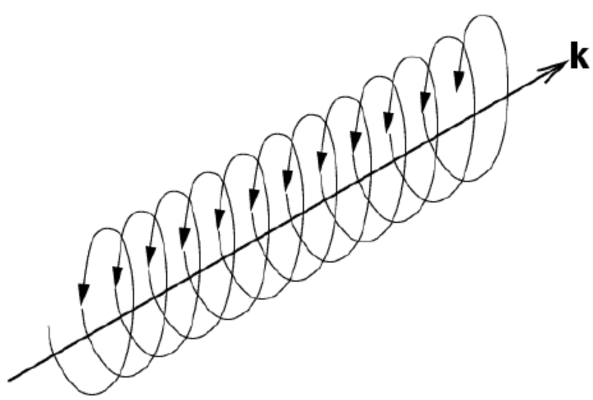
TAKE NOTES

Quan hệ pha

- Phần thực của E là:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{Re} &= \cos(kz+\phi_x)\left(E_{0x}\cos(\omega t)\,\mathbf{i} + E_{0y}\cos(\omega t-\phi)\,\mathbf{j}\right) \\ &+ \sin(kz+\phi_x)\left(E_{0x}\sin(\omega t)\,\mathbf{i} - E_{0y}\sin(\omega t-\phi)\,\mathbf{j}\right) \end{aligned} \tag{17}$$

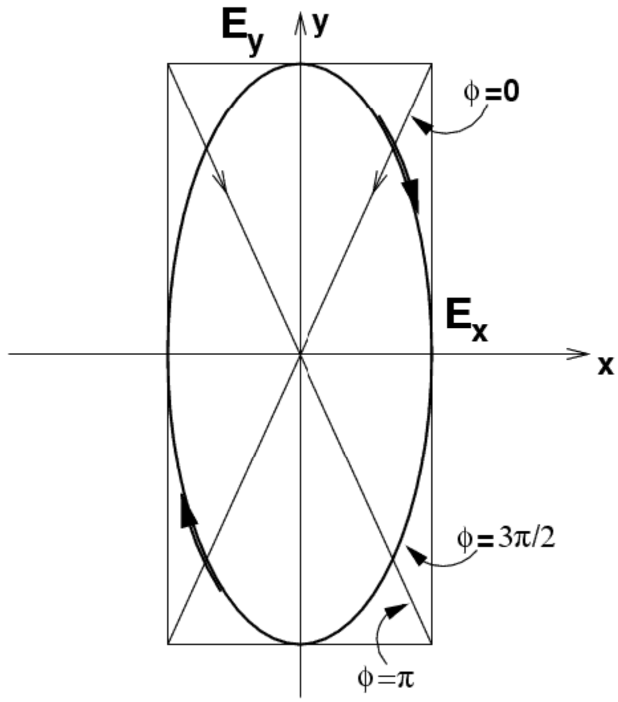
- Độ lệch pha giữa E_{0x} & E_{0y} là ϕ
- Đầu của vecto trường tạo thành đường xoắn ốc



Hình 2: Đường do đầu của vecto trường điện vạch ra của sóng điện từ phẳng phân cực elip

Phân loại

- $\phi = 0$ hoặc π: phân cực phẳng hoặc tuyến tính
- $\phi = \pi/2$ hoặc $3\pi/2$ với $E_{0x} = E_{0y}$: phân cực tròn
- $E_{0x} \neq E_{0y}, \phi \neq 0$: Phân cực elip



Hình 3: đường được vạch ra do vecto trường điện trong một mặt phẳng cho trước theo thời gian trong phân cực elip; truyền ra ngoài trang giấy

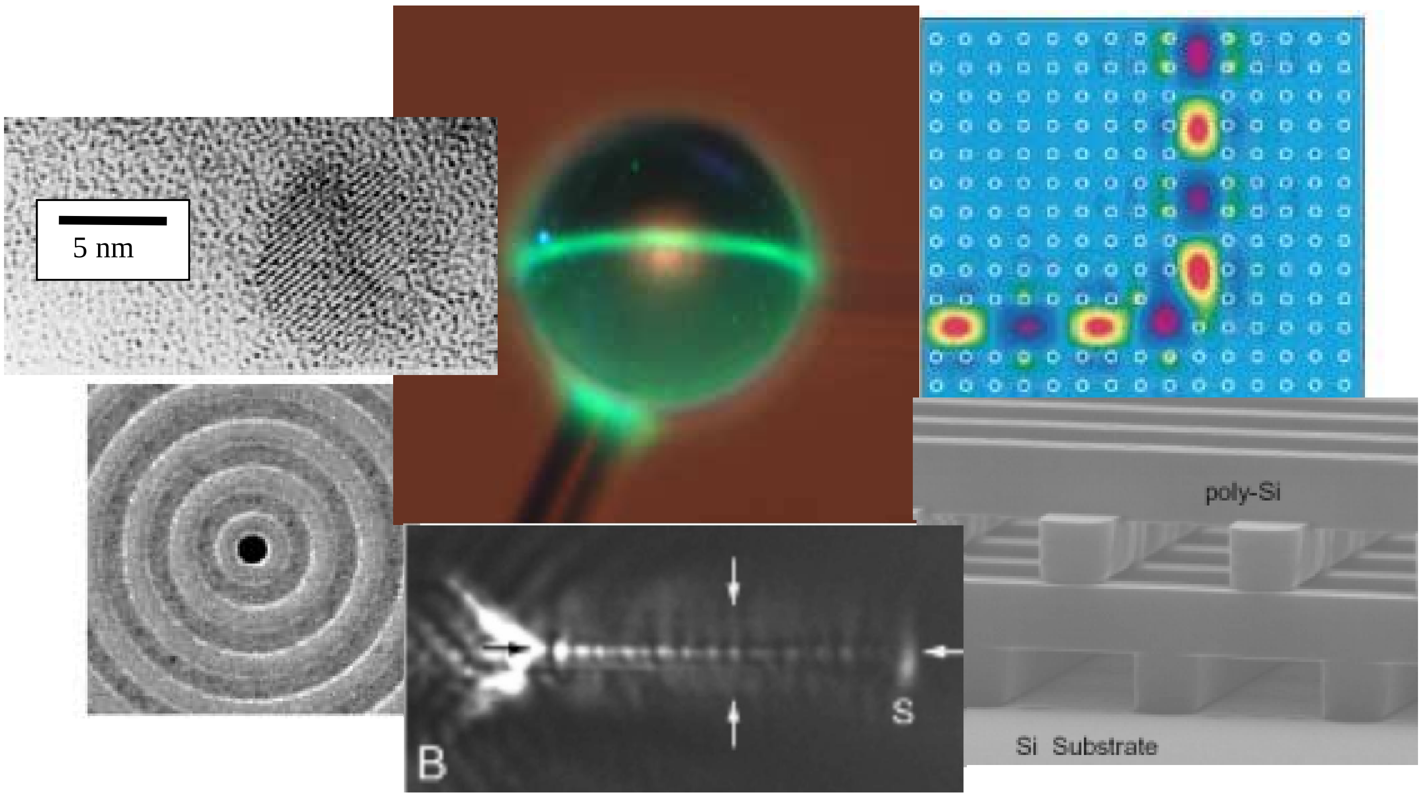
Phân loại

- Nếu $E_{0x} \neq E_{0y}$ đối với phân cực phẳng thì mặt phẳng ở tại góc $\theta = \tan^{-1}(E_{y0}/E_{x0})$
- Ánh sáng không phân cực có nghĩa là độ phân cực của nó biến đổi ngẫu nhiên theo thời gian (chỉ có thể cho phổ liên tục)
- Những nguồn sáng (dây tóc bóng đèn, mặt trời) thuộc loại này
- Ánh sáng phân cực một phần là hỗn hợp của những loại đặc biệt, hoặc ánh sáng có một mặt phẳng bị áp đặt (dùng bộ lọc Polaroid)
- Tính chất cơ bản là quan hệ giữa vecto x và y trong trường

Xem các thí nghiệm ảo minh họa hiện tượng phân cực của sóng điện từ tại:

http://mientayvn.com/Cao%20hoc%20quang%20dien%20tu/Sach/Mot_so_van_de_ve_luong_tu_hoc_dien_tu/Nanophotonic/phan_cuc.html

Quang tử nano



Tổng quan về khóa học

Phần I: Giới thiệu tương tác của ánh sáng với vật chất

Rút ra phương trình sóng trong vật chất từ những phương trình Maxwell
Tính chất điện của điện môi, bán dẫn và kim loại (dạng khối)
Tương tác của ánh sáng với cấu trúc nano và cấu trúc micro(so sánh d với λ)

Phần II: Tinh thể Photonic

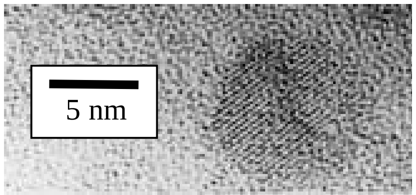
Các hiệu ứng điện từ trong môi trường tuần hoàn (Lí thuyết Bloch)

Môi trường tuần hoàn theo 1, 2 và 3 chiều
Ứng dụng: Phản xạ toàn hướng, đoạn cong đột ngột của ống dẫn sóng,
Sự định vị ánh sáng, Hiệu ứng siêu lăng kính, Sợi tinh thể photonics

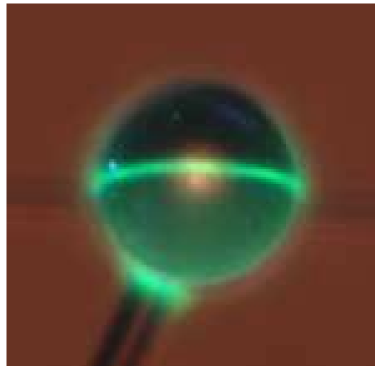
Phần III: Quang học kim loại (những trường giảm nhanh)

Tương tác của ánh sáng với những cấu trúc nano kim loại 1, 2 và 3 chiều
Dẫn ánh sáng dưới giới hạn nhiễu xạ
Kính hiển vi quang học trường gần
Sự truyền qua khe hở nhỏ hơn bước sóng
Vật liệu có hệ số khúc xạ âm
Thấu kính lí tưởng

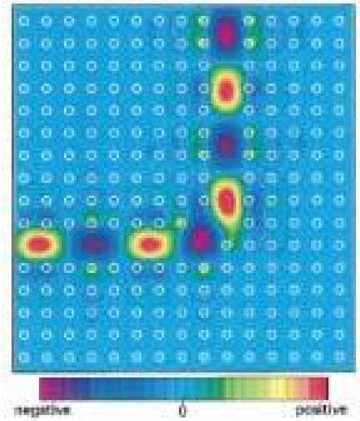
Tóm tắt bằng hình



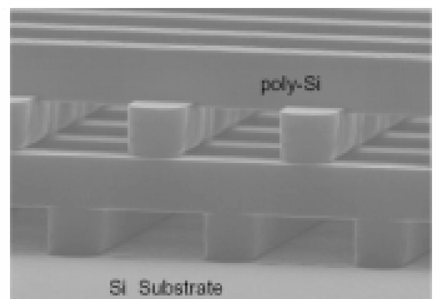
K.S. Min et al. PhD Thesis



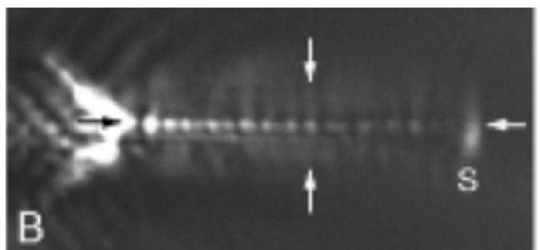
K.V. Vahala et al, Phys. Rev. Lett, 85, p.74 (2000)



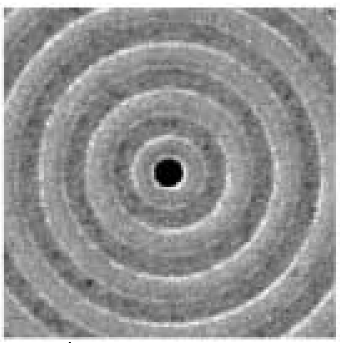
J. D. Joannopoulos, et al, Nature, vol.386, p.143-9 (1997)



S. Lin et al, Nature, vol. 394, p. 251-3, (1998)



J.R. Krenn et al., Europhys.Lett. ***60, 663-669*** *(2002)*



T.Thio et al., Optics Letters ***26,*** *1972-1974 (2001).*

Động cơ

Những bước đột phá thường liên quan đến vật liệu

- Thời kì đồ đá, Thời kì kim loại, Thời kì Si,….
- Con người đã nhận ra được lợi ích của các vật liệu có trong thiên nhiên
- Hiện nay những nhà khoa học có thể thiết kế những vật liệu có cấu trúc nano có những tính năng mới

Có thể <u>thiết kế</u> những vật liệu mới với tính chất quang học có ích không

- Có !
- Những hiện tượng kì lạ xảy ra khi chiều của cấu trúc vào cỡ $\approx \lambda_{\text{ánh sáng}}$

Khóa học này sẽ nghiên cứu những hiện tượng đó là gì…và tại sao chúng xảy ra

Thiết bị quang học có thể nhỏ đến mức nào ?

- Các nhà khoa học đã đi từ thấu kính lớn,đến sợi quang học, đến tinh thể photonic, đến…
- Nhiễu xạ thiết lập những giới hạn cơ bản phải không?
- Lời giải cho vấn đề: quang học kim loại/plasmonics

Tương tác của ánh sáng với vật chất

Những phương trình Maxwell

Phương trình phân kì	Phương trình xoáy
$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_f$	$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}}$
$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$	$\nabla \times \boldsymbol{H} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$

$\boldsymbol{D}$ = Vecto cảm ứng điện

$\boldsymbol{E}$ = Vector cường độ trường điện

ρ = mật độ điện tích

$\boldsymbol{B}$ = Vecto cảm ứng từ

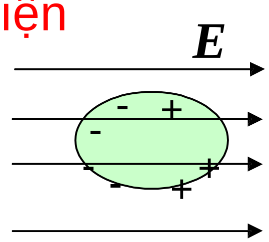
$\boldsymbol{H}$ = Vecto cường độ trường từ

$\boldsymbol{J}$ = Mật độ dòng điện

Những hệ thức cơ bản

Các hệ thức cơ bản thiết lập mối quan hệ giữa cảm ứng điện với độ phân cực của môi trường

Điện



Khi $\boldsymbol{P}$ tỉ lệ với $\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{E}) = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

Vector phân cực điện…… Phụ thuộc vào loại vật liệu!!

ε_0 = Hằng số điện môi của chân không = $8.85 \cdot 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$ [F/m]

ε = Hằng số điện môi phụ thuộc vào loại vật liệu

Mật độ thông lượng điện toàn phần = Thông lượng do điện trường ngoài + thông lượng do sự phân cực của vật liệu

Từ

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M}(\boldsymbol{H})$$

Vecto cảm ứng từ Vecto cường độ từ trường Vecto phân cực từ

μ_0 = Độ từ thẩm của chân không = $4\pi x 10^{-7}$ H/m

Chú ý: Từ bây giờ chúng ta sẽ tập trung vào những vật liệu $\boldsymbol{M} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$

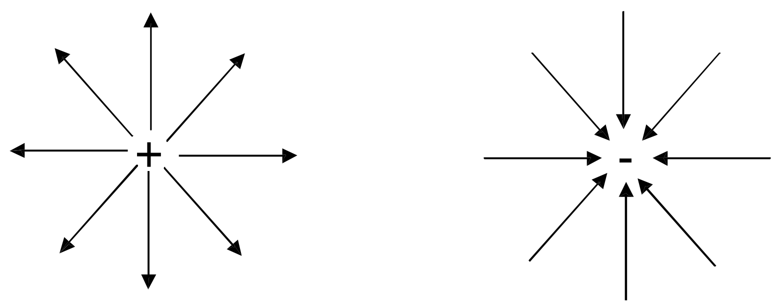
Các phương trình phân kì

Chứng minh phương trình : $\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$

Coulomb

- Điện tích cùng dấu đẩy nhau (+ và + hoặc – và -)
- Điện tích khác dấu hút nhau (+ và -)
- Ông ta giải thích điều này bằng khái niệm trường điện: $\vec{F} = q\vec{E}$

⇨ Mỗi điện tích có những đường sức gắn với nó



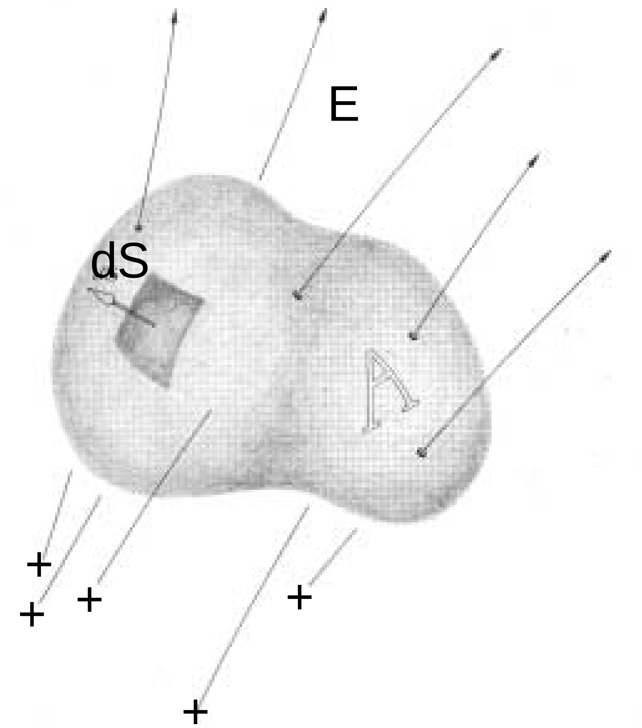
- Ông ta nhận thấy:Những điện tích lớn hơn tạo ra lực tác động lẫn nhau mạnh hơn
- Coulomb đã giải thích điều này là do trường mạnh hơn (nhiều đường sức hơn)

Các phương trình phân kì

Định luật Gauss (Gauss 1777-1855)

$$\int_A \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_A \varepsilon E \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \rho \, dv$$

Điện trường liên quan đến điện tích kèm theo



Lí thuyết Gauss (rất tổng quát)

$$\int_A \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{F} dv$$

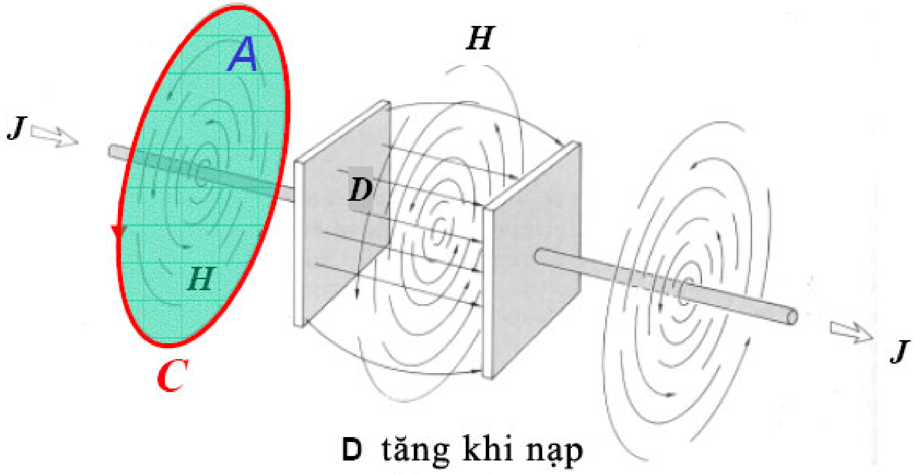
Kết hợp 2 điều trên

$$\int_A \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{D} dv = \int_V \rho \, dv \Rightarrow \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$

Phương trình phân kì $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ được rút ra tương tự từ pt $\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$

Các phương trình xoáy

Chứng minh phương trình: $\nabla \times \boldsymbol{H} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}$



D tăng khi nạp điện cho tụ

Ampere (1775-1836)

$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_A \left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \right) \cdot d\boldsymbol{S}$$

Từ trường được cảm ứng do:
- Sự thay đổi thông lượng điện
- Dòng điện

Các phương trình xoáy

Ampere: $\oint_C \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_A \left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}\right)\cdot d\boldsymbol{S}$

Định lí Stokes : $\oint_C \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_A (\nabla\times\boldsymbol{F})\cdot d\boldsymbol{S}$

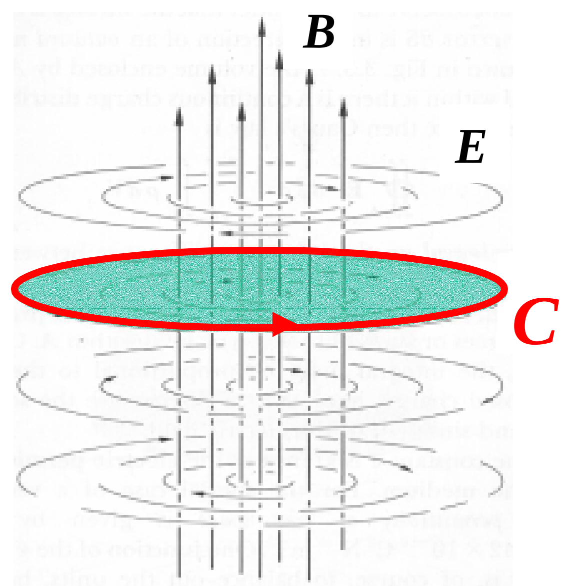
$$\oint_C \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_A \underline{(\nabla\times\boldsymbol{H})}\cdot d\boldsymbol{S} = \int_A \underline{\left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}\right)}\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}$$

Pt xoáy còn lại. $\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

Được rút ra tương tự từ $\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -\int_A \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{S}$

$$\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} \underset{\text{Stokes}}{=} \int_A \underline{(\nabla\times\boldsymbol{E})}\cdot d\boldsymbol{S} = -\int_A \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\underline{\partial t}}\cdot d\boldsymbol{S}$$



Tóm tắt các phương trình Maxwell

Phương trình phân kì

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

Đường sức bắt đầu và kết thúc trên các điện tích hoặc các cực

Phương trình xoáy

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$$

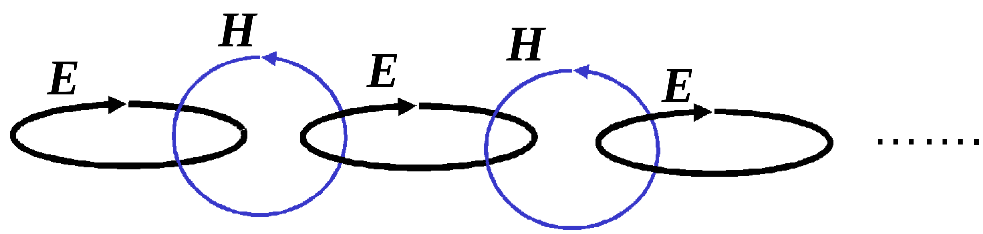
Sự thay đổi thông lượng làm phát sinh trường

Dòng điện làm phát sinh từ trường

Chú ý: Không có hằng số nào (chẳng hạn như μ_0 ε_0, μ ε, c, χ,…….) xuất hiện khi các phương trình được viết dưới dạng này.

Phương trình sóng

Chứng minh sự tồn tại của sóng điện từ



<u>Từ những pt xoáy</u>: Điện trường thay đổi dẫn đến từ trường thay đổi và từ trường thay đổi lại dẫn đến điện trường thay đổi ….

Công việc thực tế

Mục tiêu: Rút ra pt sóng:

$$\nabla^2 \boldsymbol{U}(r,t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{U}(r,t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$$ cho *E* và *H*

Nghiệm: Sóng truyền với Vận tốc(pha) v

$$\boldsymbol{U}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{U}_0(\boldsymbol{r})\exp(i\omega t)\right\}$$

Vị trí Thời gian

Điểm khởi đầu: <u>Những phương trình xoáy</u>

Phương trình sóng cho trường điện

Mục tiêu : $\nabla^2 \boldsymbol{E}\,(r,t) = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{E}(r,t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$

Các pt xoáy a) $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} = -\mu_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$ (Chỉ xét vật liệu có $\boldsymbol{M}$ = 0)

b) $\nabla \times \boldsymbol{H} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$

Bước 1: Tìm cách thu được phương trình vi phân chỉ phụ thuộc vào $\boldsymbol{E}$

⇨ Áp dụng toán tử rot vào cả hai vế của a)

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla \times \left(-\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \frac{\partial (\nabla \times \boldsymbol{H})}{\partial t}$$

Bước 2: Thế b) vào

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{D}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}$$

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

Bình tĩnh!....trông giống một phương trình sóng rồi

Phương trình sóng cho điện trường

So sánh: $$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial \boldsymbol{t}^2}$$

Với: $$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}$$

Dùng hệ thức vecto: $$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E}$$!

Xác nhận lại $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0$ khi *1)* $\rho_f = 0$

2) $\varepsilon(r)$ không thay đổi đáng kể trong khoảng cách cỡ λ

Kết quả: $$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}$$

Để giải phương trình này cần: 1) Tìm $\boldsymbol{P(E)}$

2) Tìm $\boldsymbol{J(E)}$…có thể dùng định luật Ohm: $\boldsymbol{J(E)} = \sigma \boldsymbol{E}$
… chúng ta sẽ xét điều này sau..bây giờ giả sử rằng: $\boldsymbol{J(E)} = 0$

Môi trường đồng nhất, đẳng hướng và tuyến tính

P tỉ lệ tuyến tính với ***E*:** $\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E}$

χ là một hằng số được gọi là "*độ cảm điện*"

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} + \cancel{\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \varepsilon_0 \chi \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \varepsilon_0 (1 + \chi) \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

Định nghĩa hằng số điện môi tỉ đối là: $\varepsilon_r = 1 + \chi$

Tất cả những tính chất của vật liệu

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

Rút ra từ ***P***

Chú ý 1 : Trong môi trường bất đẳng hướng ***P*** và ***E*** không nhất thiết phải song song $P_i = \sum_j \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j$

Chú ý 2 : Trong môi trường phi tuyến $\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \boldsymbol{E}^2 + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \boldsymbol{E}^3 + \ldots\ldots$

Tính chất của sóng điện từ trong vật liệu khối

Chúng ta đã rút ra phương trình sóng điện từ!

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}}$$

Vận tốc của sóng điện từ trong môi trường

Vận tốc của sóng điện từ:

So sánh $\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$ và $\nabla^2 \boldsymbol{E} = \dfrac{1}{v^2} \dfrac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial \boldsymbol{t}^2}$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{c_0^2}{\varepsilon_r}$$

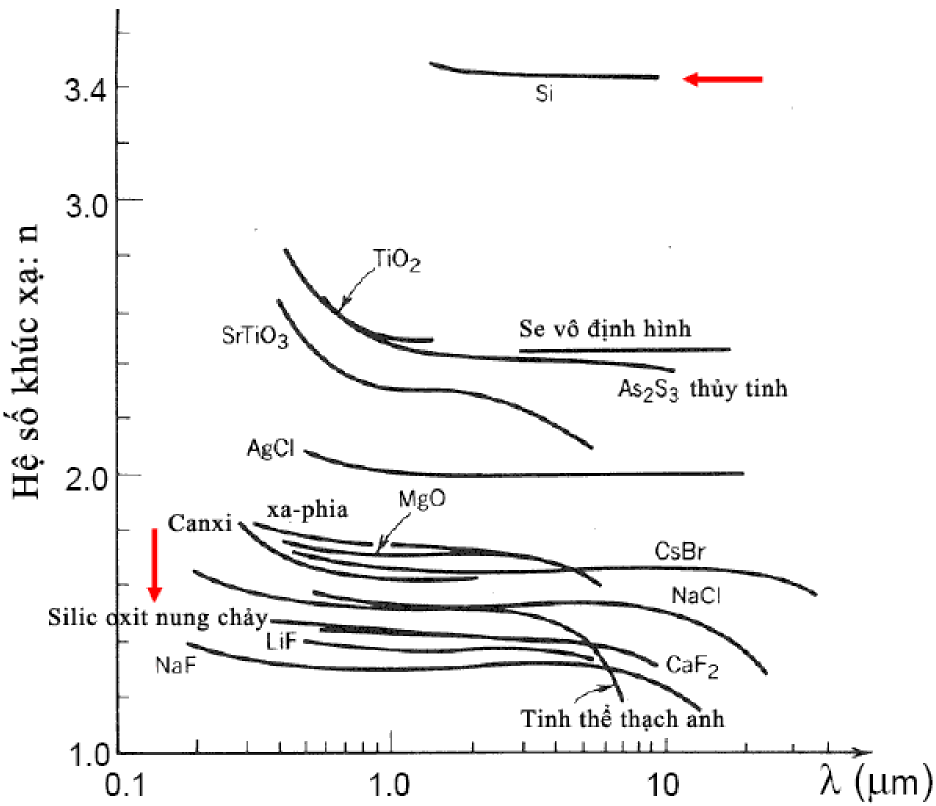
Ở đây $c_0{}^2 = 1/(\varepsilon_0\, \mu_0) = 1/((8.85\text{x}10^{-12}\, C^2/m^3 kg)\, (4\pi \text{ x } 10^{-7}\, m\, kg/C^2)) = (3.0 \text{ x } 10^8\, m/s)^2$

Hệ số khúc xạ quang học

Hệ số khúc xạ được định nghĩa là: $n = \dfrac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 + \chi}$

Chú ý: Việc tính đến độ phân cực dẫn đến 2 phương trình sóng khác nhau một lượng ε_r $\Rightarrow$ c trở thành v

Hệ số khúc xạ của các vật liệu khác nhau



Hệ thức tán sắc

Hệ thức tán sắc: $\omega = \omega(k)$

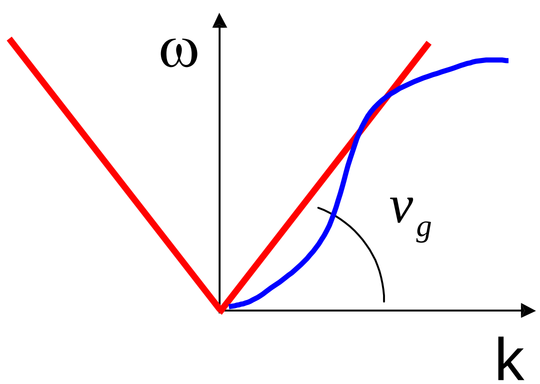
Được rút ra từ phương trình $\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$

Thế vào: $\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(z,\omega)\exp(-ikr + i\omega t)\right\}$

Kết quả: $k^2 = \frac{n^2}{c^2}\omega^2$

Kiểm tra lại!

$$\omega^2 = \frac{c^2}{n^2}k^2$$



Vận tốc nhóm: $v_g \equiv \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{1+\chi}}$

Vận tốc pha: $v_{ph} \equiv \frac{\omega}{k}$

Sóng điện từ

Nghiệm của: $$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$$

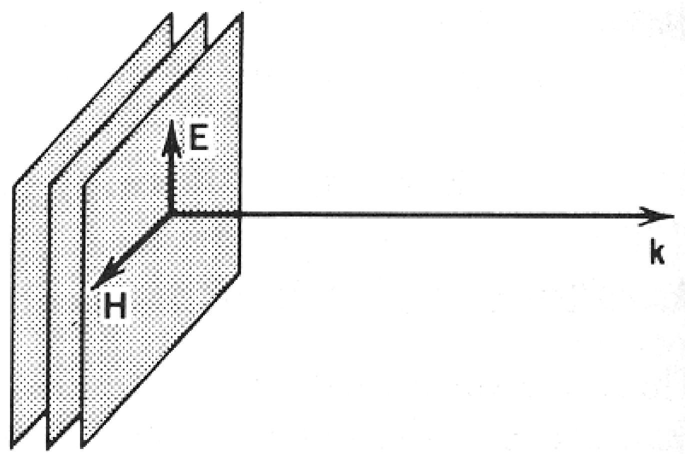
Sóng đơn sắc:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega)\exp(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + i\omega t)\right\}$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{H}(\boldsymbol{k},\omega)\exp(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + i\omega t)\right\}$$

Kiểm tra các nghiệm này!

TEM wave



Những phương trình Maxwell đối xứng dẫn đến phương truyền $\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{H}$

Mật độ quang học

Tính trung bình theo thời gian của vecto Poynting: $$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$$

Truyền ánh sáng trong môi trường tán sắc

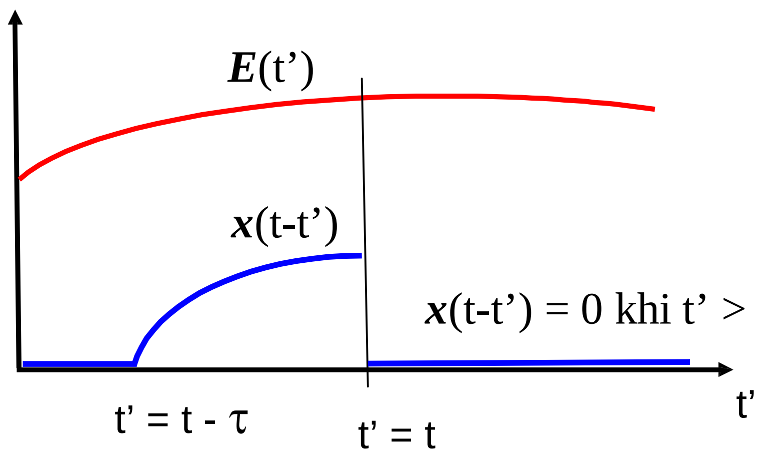
Quan hệ giữa $\boldsymbol{P}$ và $\boldsymbol{E}$ là động

Hệ thức : $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t) = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ giả sử rằng đáp ứng tức thời

Trong thực tế: $$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dt' x(\underline{t-t'}) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t')$$

$\boldsymbol{P}$ do đáp ứng của $\boldsymbol{E}$ trên những khoảng thời gian đặc trưng τ :

Hàm x(t) là một hàm vô hướng kéo dài trong khoảng thời gian τ :



Sóng điện từ trong môi trường tán sắc

Quan hệ giữa ***P*** và ***E*** động

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)=\varepsilon_0\int_{-\infty}^{+\infty}dt'\,x(t-t')\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t')$$

Sóng điện từ:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega)\exp(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+i\omega t)\right\}$$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)=\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{k},\omega)\exp(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+i\omega t)\right\}$$

Hệ thức giữa các biên độ phức

$$\boxed{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{k},\omega)=\varepsilon_0\chi(\omega)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega)}$$

(Đáp ứng chậm của vật chất $\Rightarrow$ trạng thái phụ thuộc ω)

Điều này là do phương trình hệ số của exp($i\omega t$) ..kiểm tra điều này!

Nó cũng dẫn đến:

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0\left[1+\chi(\omega)\right]$$

Hấp thụ và tán sắc sóng điện từ

Vật liệu trong suốt có thể được mô tả bởi hệ số khúc xạ thực n

Sóng điện từ: $\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(z,\omega)\exp(-ikz + i\omega t)\right\}$

Hệ thức tán sắc $\omega^2 = \dfrac{c^2}{n^2}k^2 \Rightarrow k = \pm\dfrac{\omega}{c}n$

Vật liệu hấp thụ có thể được mô tả bởi n phức: $\boxed{n = n' + in''}$

Suy ra: $k = \pm\dfrac{\omega}{c}(n' + in'') = \pm\left(\dfrac{\omega}{c}n' + i\dfrac{\omega}{c}n''\right) \equiv \pm\left(\beta - i\dfrac{\alpha}{2}\right)$

Xét dấu + : $\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(z,\omega)\exp\left(-i\beta z - \dfrac{\alpha}{2}z + i\omega t\right)\right\}$

Sóng chạy Phân rã

Chú ý: $\beta = \dfrac{\omega}{c}n' = k_0 n' \Rightarrow$ n' đóng vai trò như hệ số khúc xạ thông thường

$\alpha = -2\dfrac{\omega}{c}n'' = -2k_0 n'' \Rightarrow$ α là hệ số hấp thụ

Hấp thụ và tán sắc sóng điện từ

n là đại lượng được rút ra từ χ (chúng ta sẽ xác định χ của các vật liệu khác nhau trong chương tới)

n phức dẫn đến χ phức :

$$\left.\begin{aligned} \chi &= \chi' + i\chi'' \\ n &= \sqrt{1+\chi} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} n = n' + in'' = \sqrt{1+\chi} &= \sqrt{1+\chi' + i\chi''} \\ \alpha &= -2k_0 n'' \end{aligned}\right\} \Rightarrow n = n' - i\frac{\alpha}{2k_0} = \sqrt{1+\chi' + i\chi''}$$

Môi trường hấp thụ yếu

Khi $\chi' << 1$ và $\chi'' << 1$:

$$\sqrt{1+\chi' + i\chi''} \approx 1 + \frac{1}{2}\left(\chi' + i\chi''\right)$$

Hệ số khúc xạ:

$$n' = 1 + \frac{1}{2}\chi'$$

Hệ số hấp thụ:

$$\alpha = -2k_0 n'' = -k_0 \chi''$$

Tóm tắt

Phương trình Maxwell

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_f \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$$

Phương trình xoáy dẫn đến

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2}$$ (under certain conditions)

Môi trường tuyến tính, đồng nhất, đẳng hướng

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E}$$

Phương trình sóng với v = c/n

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$$

Trong thực tế: Quan hệ giữa ***P*** và ***E*** động

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dt' x(t - t') \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t') \Rightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{k}, \omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, \omega)$$

Đây sẽ là kết quả quan trọng !!!

Chương 2 tiếp theo

Phần thực và ảo của χ liên quan đến

- Kramers-Kronig

- Tần số ban đầu phụ thuộc vào χ trong vật liệu thực

Rút ra χ cho từng loại vật liệu

- Điện môi (Hấp thụ mạng, đuôi Urbach, tâm màu…)

- Bán dẫn (Vùng năng lượng, excitons …)

- Kim loại (Plasmons, plasmon-polaritons, …)

Các phương trình và hệ thức thường dùng

Phương trình Maxwell — Phương trình phân kì $\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$ — Phương trình xoáy $\nabla \times \boldsymbol{H} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}$

$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ — $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

Hệ thức thường dùng: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 (1+\chi) \boldsymbol{E} = \varepsilon_o \varepsilon_r \boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \chi_m \boldsymbol{H} = \mu_0 (1+\chi_m) \boldsymbol{H} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H}$$

Định luật Gauss $\displaystyle\int_A \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_A \varepsilon E \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \rho dv$

Maxwell (also) $\displaystyle\oint_C \boldsymbol{H} \cdot dl = \int_A \left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \right) \cdot d\boldsymbol{S}$

Quan hệ động giữa P và E: $\displaystyle\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dt' x(t-t') \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t')$ và $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{k},\omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega)$

Vật liệu hấp thụ và tán sắc: $\displaystyle\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ \boldsymbol{E}(z,\omega) \exp\left(-i\beta z - \frac{\alpha}{2} z + i\omega t \right) \right\}$

ở đây $\beta = \dfrac{\omega}{c} n' = k_0 n'$, hệ số hấp thụ $\alpha = -2\dfrac{\omega}{c} n'' = -2k_0 n''$

Các định lí toán học

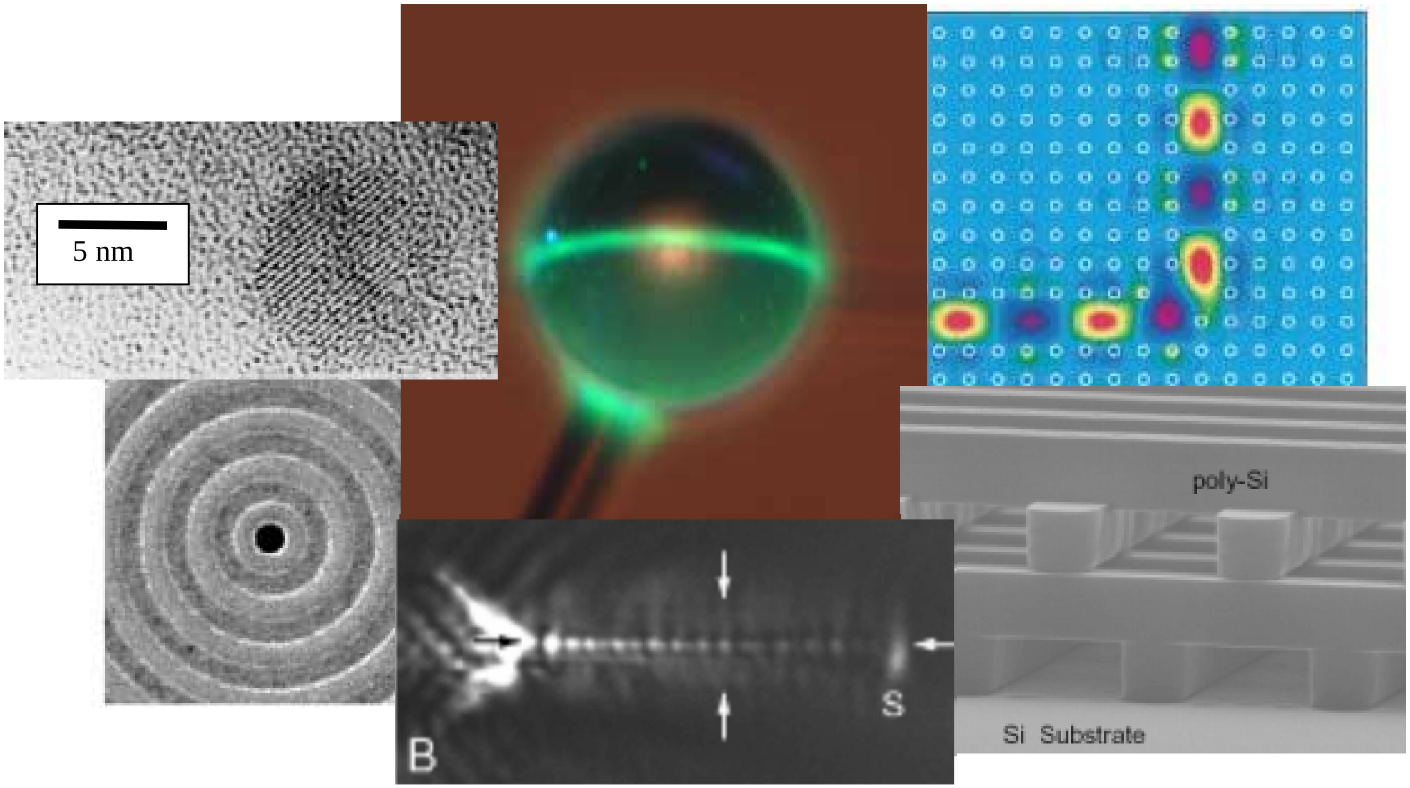
Hệ thức vecto $\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E}$

$\nabla \cdot \varepsilon \boldsymbol{E} = \varepsilon \nabla \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{E} \cdot \nabla \varepsilon$

Định lí Gauss $\displaystyle\int_A \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{F} dv$

Stokes $\displaystyle\oint_C \boldsymbol{F} \cdot dl = \int_A (\nabla \times \boldsymbol{F}) \cdot d\boldsymbol{S}$

Chương 2: Tán sắc trong vật liệu



Những gì đã học trong chương trước ?

PT Maxwell

Những chữ in đậm là vector!

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_f \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$$

Những phương trình xoáy dẫn đến

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2}$$

(trong những điều kiện nào đó)

Môi trường tuyến tính, đồng nhất và đẳng hướng

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E}$$

Phương trình sóng

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial \boldsymbol{t}^2}$$

Nghiệm: Sóng điện từ

$$\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ \boldsymbol{E}(z,\omega) \exp\left(-i\beta z - \frac{\alpha}{2} z + i\omega t \right) \right\}$$

where $\underbrace{\beta = k_0 n'}_{\text{Truyền pha}}$ and $\underbrace{\alpha = -2k_0 n''}_{\text{hấp thụ}}$

Trong thực tế: Đáp ứng của vật chất (***P***) không tức thời

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dt' x(t - t') \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t') \Rightarrow \begin{rcases} \chi' = \chi'(\omega) \\ \chi'' = \chi''(\omega) \end{rcases} \Leftrightarrow \begin{cases} n' = n'(\omega) \\ n'' = n''(\omega) \end{cases}$$

Hôm nay: Nguồn gốc vi mô của ω

Tần số ban đầu phụ thuộc vào χ trong vật liệu thực

- Mô hình Lorentz (Mô hình dao động tử điều hòa)
- Điện môi (hấp thụ mạng, tâm màu…)
- Bán dẫn (Vùng năng lượng, đuôi Urbach, excitons …)
- Kim loại (Độ dẫn điện AC, dao động Plasma, chuyển dịch liên vùng…)

Phần thực và ảo của χ liên quan đến

- Kramers-Kronig

Nhưng đầu tiên…..

- Khi nào chúng ta sẽ làm việc với χ, ε, hoặc n ?

Tất cả chúng được dùng để mô tả tính chất quang của vật liệu!

n’ và n’’ với χ’ và χ’’ với ε’ và ε’’

Tất cả những cặp (n’ và n’’, χ’ và χ’’, ε’ và ε’’) mô tả cùng một tính chất vật lí

Trong khi giải quyết vấn đề nhiều khi người ta thích dùng đại lượng này hơn đại lượng kia

n’ và n’’ được dùng khi khảo sát sự lan truyền sóng

$$\boldsymbol{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{E}(z,\omega)\exp\left(-i\beta z - \frac{\alpha}{2}z + i\omega t\right)\right\}$$ ở đây $\underbrace{\beta = k_0 n'}_{\text{Sự lan truyền pha}}$ và $\underbrace{\alpha = -2k_0 n''}_{\text{Hấp thụ}}$

$\left.\begin{array}{l}\chi' \text{ và } \chi'' \\ \varepsilon' \text{ và } \varepsilon''\end{array}\right\}$ được dùng khi thảo luận về nguồn gốc của những hiệu ứng quang học

Như chúng ta sẽ thấy hôm nay…

Những mối quan hệ nội tại

Chẳng hạn: n và ε

Từ $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ ⇨ $\boxed{\begin{array}{l}\varepsilon_r' = (n')^2 - (n'')^2 \\ \varepsilon_r'' = 2n'n''\end{array}}$ và $\boxed{\begin{array}{l} n' = \sqrt{\dfrac{\sqrt{(\varepsilon_r')^2 + (\varepsilon_r'')^2} + \varepsilon_r'}{2}} \\ n'' = \sqrt{\dfrac{\sqrt{(\varepsilon_r')^2 + (\varepsilon_r'')^2} - \varepsilon_r'}{2}}\end{array}}$

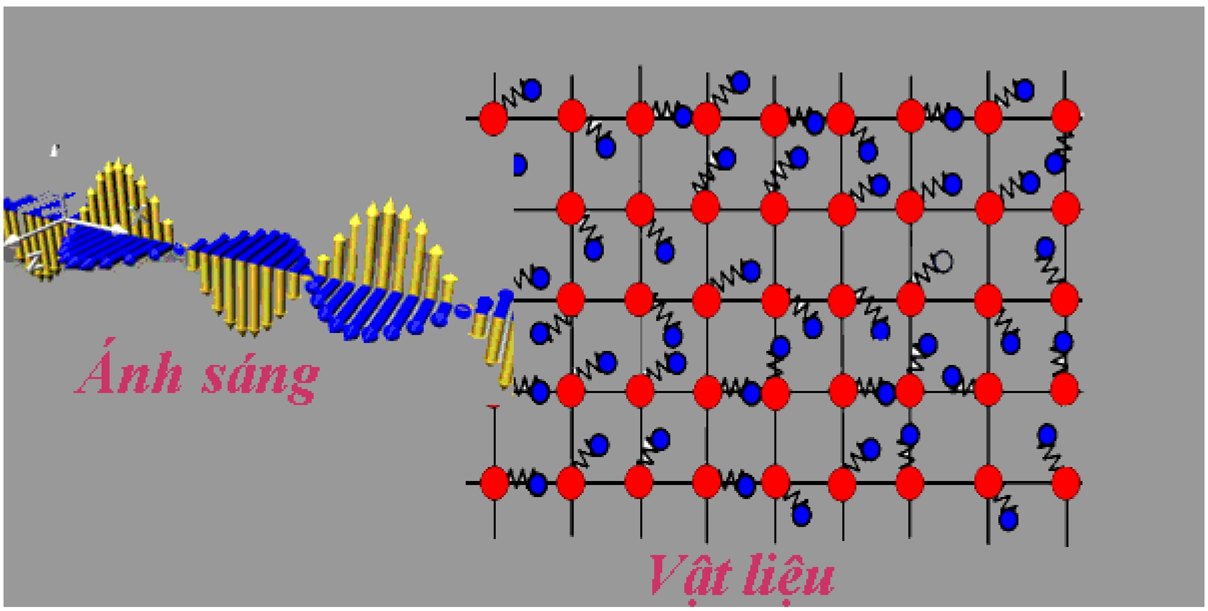
$$n' + in'' = \sqrt{\varepsilon_r' + i\varepsilon_r''}$$

Phần sau đây do www.mientayvn.com thêm vào

Mô hình dao động tử điều hòa Lorentz

Mô hình dao động tử điều hòa Lorentz là bức tranh đơn giản về tương tác giữa nguyên tử và trường. Nó thuần túy cổ điển; tuy nhiên, mô hình này là công cụ cơ bản để hình dung tương tác giữa nguyên tử và trường.

Lorentz là nhà vật lí cuối thế kỷ 19, lúc mà cơ học lượng tử chưa được khám phá. Tuy nhiên, ông ta đã biết những kết quả của lí thuyết điện từ và cơ học cổ điển. Do đó, ông ta đã mô tả bài toán tương tác nguyên tử - trường theo các thuật ngữ của vật lí cổ điển. Lorentz xem nguyên tử như một vật nặng (hạt nhân) gắn với một vật nặng khác nhỏ hơn (electron) bằng một lò xo. Lò xo sẽ co giãn do tương tác của trường điện với điện tích của electron.



Lorentz không chỉ ra vị trí cụ thể của lò xo gắn electron với nguyên tử; tuy nhiên, ông giả thuyết rằng lực tương tác giữa chúng là lực đàn hồi tuân theo định luật Hooke: $F(x)=-kx$. Ở đây x là độ dịch chuyển vị trí từ điểm cân bằng. Trong cơ học lượng tử, giả thuyết này được gọi là gần đúng lưỡng cực của tương tác electron – nguyên tử. Do đó, các kết quả do nó tiên đoán rất có giá trị.

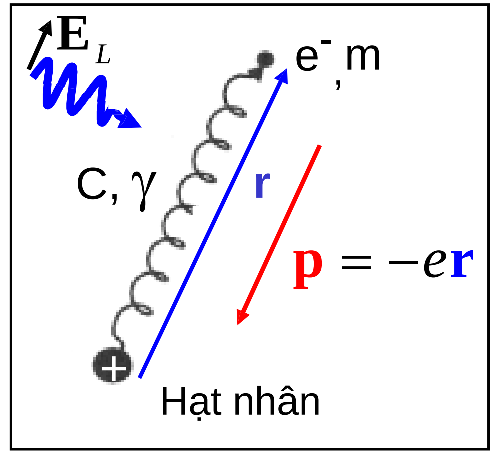
Nếu vật liệu chịu tác động của trường điện thì các electron sẽ dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng. Sự dao động của trường điện trong sóng điện từ sẽ làm electron dao động điều hòa. Tác động của từ trường có thể bỏ qua vì nó rất nhỏ so với trường điện. Lorentz cũng xét sự tắt dần trong mô hình của mình.

Đáp ứng điện môi tuyến tính của vật chất

Trạng thái của electron liên kết trong trường điện từ

- Tính chất quang học của điện môi phụ thuộc vào các electron liên kết

Mô hình Lorentz



- Những điện tích trong vật liệu được xem như dao động tử điều hòa

$$m\mathbf{a}_{el} = \mathbf{F}_{E,cục\_bộ} + \mathbf{F}_{tắt\_dần} + \mathbf{F}_{Lò\_xo} \qquad \text{(1 dao động tử)}$$

$$m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + m\gamma\frac{d\mathbf{r}}{dt} + C\mathbf{r} = -e\mathbf{E}_L \exp(-i\omega t)$$

- Momen lưỡng cực điện của hệ này là: $\mathbf{p} = -e\mathbf{r}$

$$m\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} + m\gamma\frac{d\mathbf{p}}{dt} + C\mathbf{p} = e^2\mathbf{E}_L \exp(-i\omega t)$$

- Nghiệm của phương trình này có dạng:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 \exp(-i\omega t) \; ; \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -i\omega\mathbf{p}_0 \exp(-i\omega t) \; ; \frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} = -\omega^2\mathbf{p}_0 \exp(-i\omega t)$$

$\Rightarrow -m\omega^2\mathbf{p}_0 - im\gamma\omega\mathbf{p}_0 + C\mathbf{p}_0 = e^2\mathbf{E}_L$ $\Rightarrow$ Giải tìm $\mathbf{p}_0(\mathbf{E}_L)$

Độ phân cực nguyên tử

Xác định độ phân cực nguyên tử

- Phần trước: $-m\omega^2\mathbf{p}_0 - im\gamma\omega\mathbf{p}_0 + C\mathbf{p}_0 = e^2\mathbf{E}_L$

$$\Rightarrow \quad -\omega^2\mathbf{p}_0 - i\gamma\omega\mathbf{p}_0 + \frac{C}{m}\mathbf{p}_0 = \frac{e^2}{m}\mathbf{E}_L$$

(Chia 2 vế cho m)

Kí hiệu là ω_0^2 (là tần số cộng hưởng của ω)

$$\Rightarrow \quad \mathbf{p}_0 = \frac{e^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\mathbf{E}_L$$

Momen lưỡng cực của 1 nguyên tử (trong hệ SI)

- Xác định độ phân cực nguyên tử $\alpha(\omega) \equiv \dfrac{p_0}{\varepsilon_0 E_L} = \dfrac{e^2}{\varepsilon_0 m}\dfrac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$

Tần số cộng hưởng

Hằng số tắt dần

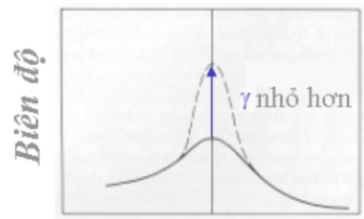
Đặc tính của độ phân cực nguyên tử

Đáp ứng của vật chất (***P***) không tức thời ⇨ phụ thuộc vào ω

- Độ phân cực nguyên tử: $\alpha(\omega) = \dfrac{p_0}{\varepsilon_0 E_L} = \dfrac{e^2}{\varepsilon_0 m}\dfrac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} = A \exp\left(i\theta(\omega)\right)$

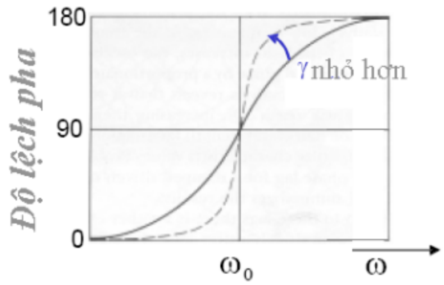
- Biên độ

$$A = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m}\frac{1}{\left[\left(\omega_0^{\,2} - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2\right]^{1/2}}$$



- Độ lệch pha giữa α với E:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



Quan hệ giữa độ phân cực nguyên tử (α) và χ: 2 trường hợp

Trường hợp I: Môi trường loãng (.. khí)

Photon của trường E

- Momen lưỡng cực của nguyên tử j : $\mathbf{p}_j = \varepsilon_0 \alpha_j(\omega)\mathbf{E}_L$

Mật độ

- Vecto phân cực: $\mathbf{P} = \underbrace{\frac{1}{V}\sum_j \mathbf{p}_j}_{\text{Tổng trên tất cả các nguyên tử}} = \frac{\varepsilon_0}{V}\sum_j \alpha_j \mathbf{E}_L = \varepsilon_0 N \alpha_j \mathbf{E}_L$

Xuất hiện trong pt Maxwell..

$$\alpha_j(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

➡ $$\mathbf{P} = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\mathbf{E}_L \quad \left(= \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}_L\right)$$

➡ Độ cảm điện từ vi mô sẽ là: $$\boxed{\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}}$$

- Tần số plasma được định nghĩa là: $\omega_p^2 = \dfrac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$ ➡ $\chi(\omega) = \dfrac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$

Ghi nhớ: ε và n liên hệ trực tiếp với χ

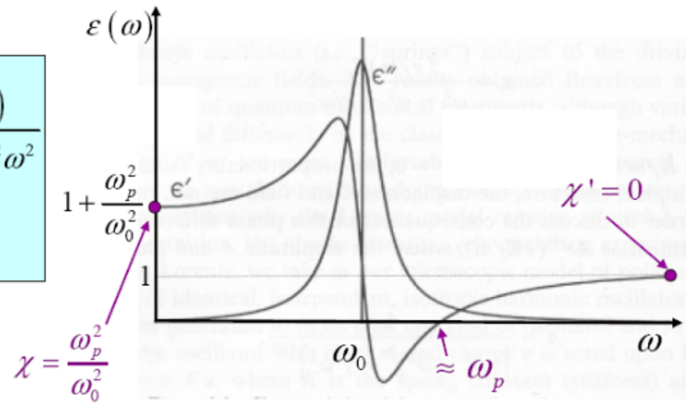
ε phụ thuộc tần số

- Hệ thức giữa ε với χ : $\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \dfrac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon' + i\varepsilon'' = 1 + \chi' + i\chi'' = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

$$\varepsilon' = 1 + \chi'(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\varepsilon'' = \chi''(\omega) = \frac{\omega_p^2\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}$$



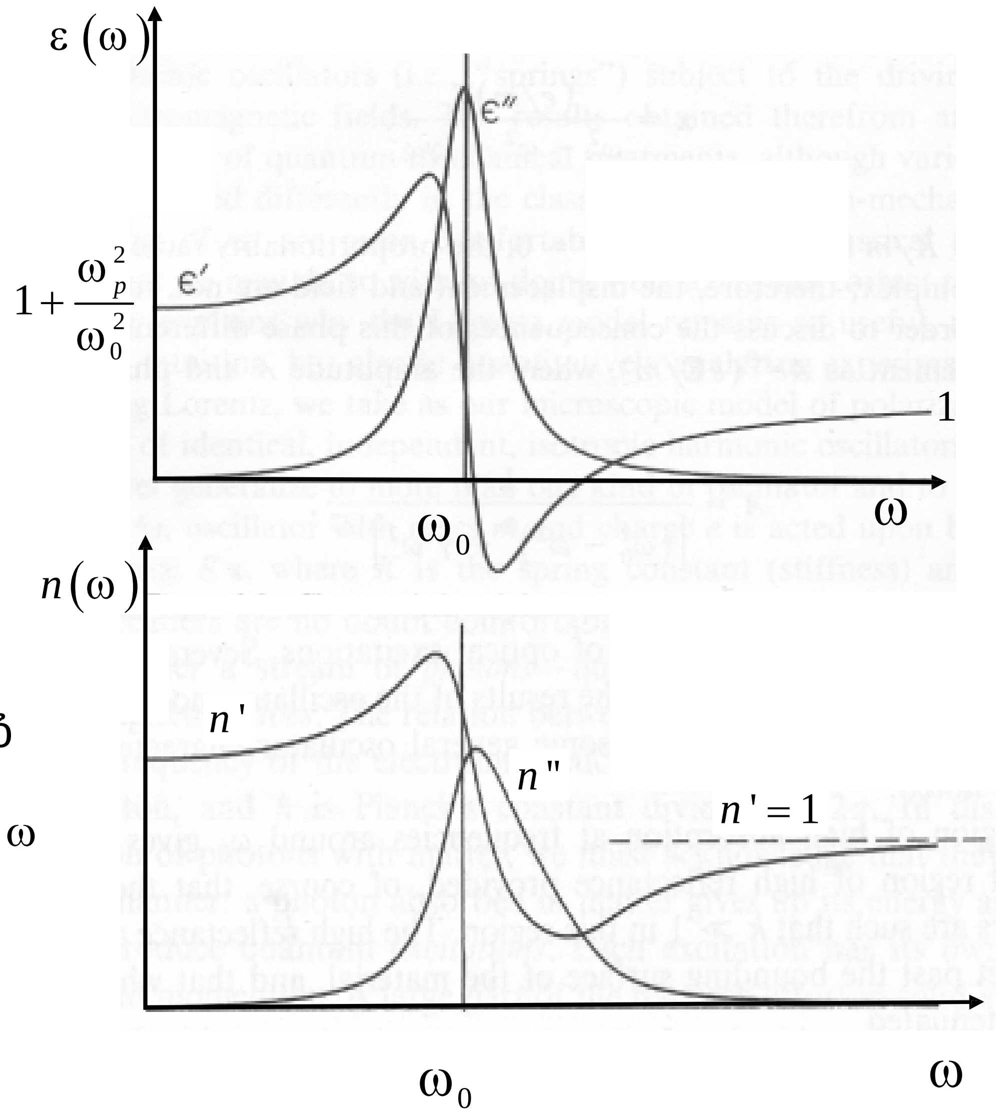
Truyền sóng điện từ: Cần n’ và n’’

Hệ thức giữa n và ε

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

$$\varepsilon_r' = (n')^2 - (n'')^2$$

$$\varepsilon_r'' = 2n'n''$$



- $\omega \ll \omega_0$: n’ lớn ⇨ v_{ph} =c/n’ nhỏ
- $\omega \approx \omega_0$: v_{ph} phụ thuộc mạnh vào ω
  Hấp thụ mạnh (~ n’’)
- $\omega \gg \omega_0$: n’ = 1 ⇨ v_{ph} =c

Môi trường loãng thực sự

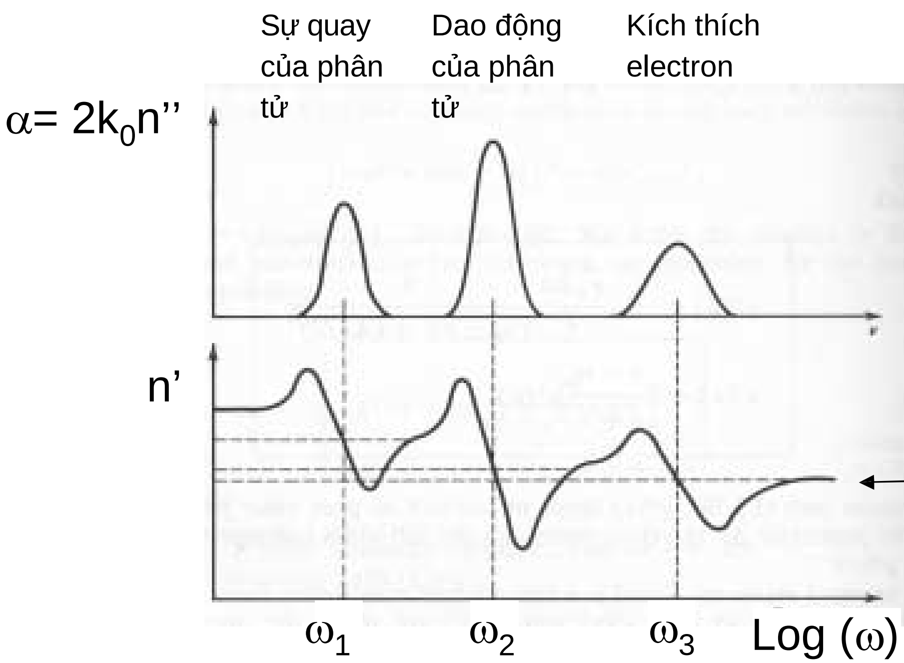
Trong thực tế, nguyên tử có nhiều tần số cộng hưởng

- Tần số cộng hưởng do chuyển động của nguyên tử (thấp) và electron (cao)

$$\Rightarrow \quad \chi = \sum_k \frac{N_k e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_k^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Ở đây N_k là mật độ electron/nguyên tử cộng hưởng tại ω_k

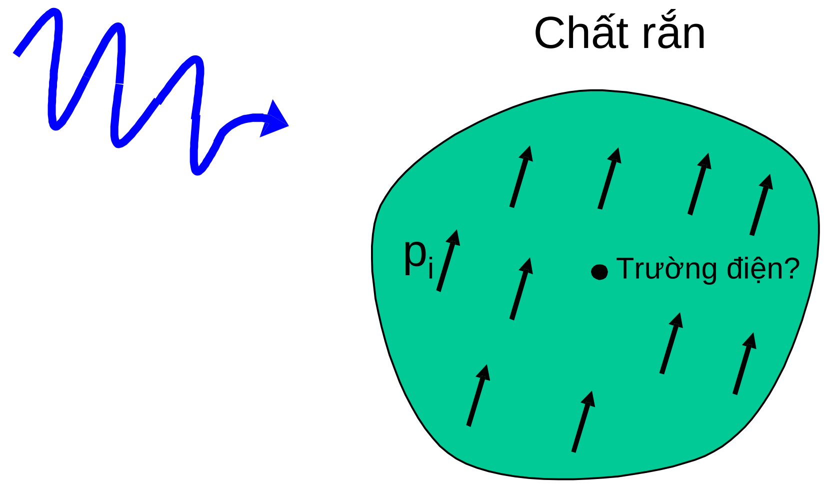
Ví dụ về sự phụ thuộc thực sự của n' và n''



n' > 1 chứng tỏ sự hiện diện của những dao động tử tần số cao

Trở lại mối quan hệ giữa độ phân cực (α) và χ:

Trường hợp II:chất rắn



- Nguyên tử cảm ứng trường do:1) Chùm ánh sáng tới

  2) Trường do các lưỡng cực cảm ứng của nguyên tử khác tạo nên, p_i

- Trường cục bộ:

$$\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_I$$

Trường cục bộ   Trường ngoài   trường do các lưỡng cực cảm ứng của các nguyên tử còn lại tạo ra

Độ cảm điện của chất rắn

Trường cục bộ

- Trường cục bộ $\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_I$

Trường cục bộ   Trường ngoài   Tất cả những nguyên tử còn lại

Trường lưỡng cực cảm ứng

- Ví dụ: Đối với đối xứng lập phương: $\mathbf{E}_I = \dfrac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0}$ (Trong các sách vật lí chất rắn, chẳng hạn. Kittel, Ashcroft..)

$\Rightarrow$ $\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_0 + \dfrac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0}$ (Hệ thức tương tự có thể rút ra cho bất kì chất rắn nào)

Độ phân cực của chất rắn

- Chất rắn bao gồm nhiều loại nguyên tử, giả sử loại nguyên tử j có mật độ N_j

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \sum_j N_j \underbrace{\alpha_j \mathbf{E}_L}_{p_j} = \varepsilon_0 \sum_j N_j \alpha_j \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0} \right) = \varepsilon_0 \sum_j N_j \alpha_j \mathbf{E}_0 + \sum_j N_j \alpha_j \frac{\mathbf{P}}{3}$$

$$\Rightarrow \mathbf{P}\left(1 - \frac{1}{3}\sum_j N_j \alpha_j\right) = \varepsilon_0 \sum_j N_j \alpha_j \mathbf{E}_0 \Rightarrow \boxed{\chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{\sum_j N_j \alpha_j}{1 - \frac{1}{3}\sum_j N_j \alpha_j}}$$

Hệ thức Clausius-Mossotti

Độ phân cực của chất rắn

- Độ cảm điện:

$$\chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{\sum_j N_j \alpha_j}{1 - \frac{1}{3}\sum_j N_j \alpha_j} \qquad \mathrm{I}$$

- Khi mật độ nguyên tử nhỏ:

 ….hoặc sự phân cực yếu:

$$\chi \approx \sum_j N_j \alpha_j \qquad \mathrm{II}$$

Trường hợp của không khí và thủy tinh

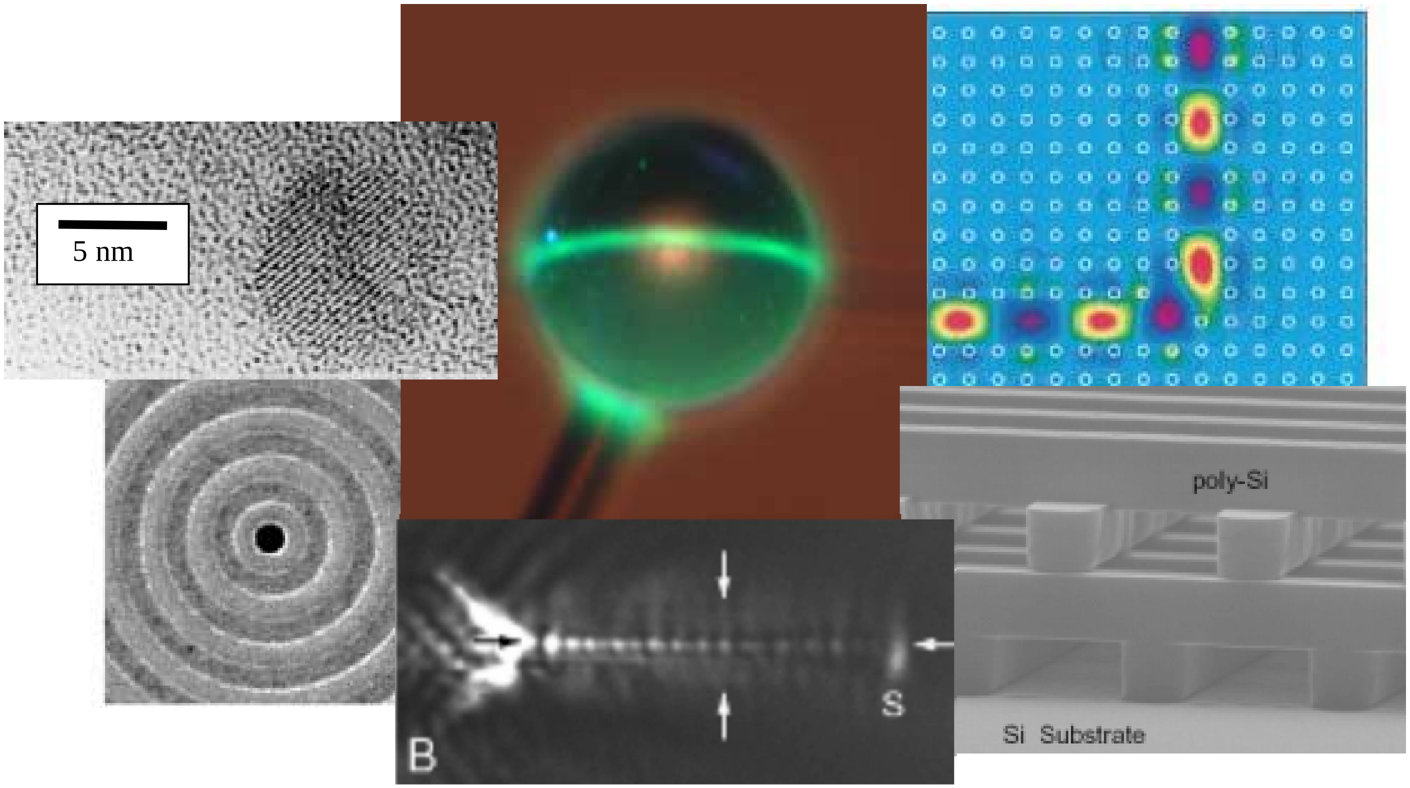
Clausius-Mossotti

- Theo định nghĩa: $\varepsilon = 1 + \chi$
- Sắp xếp lại I

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3\varepsilon_0}\sum_j N_j \alpha_j \qquad \mathrm{III}$$

- Kết luận: Điện môi của chất rắn có liên hệ với độ phân cực nguyên tử
- Điều này rất tổng quát!!

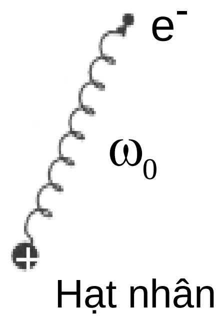
Chương III: Tính chất quang học của vật liệu khối và nano

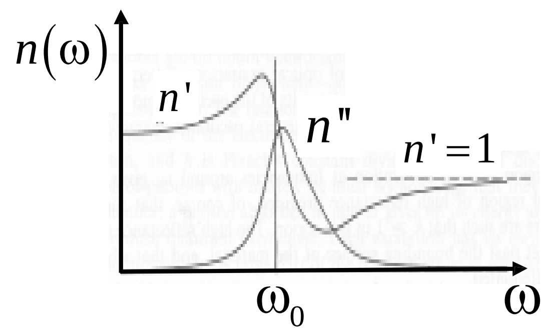


Chương trước

Sự phụ thuộc tần số của χ trong vật liệu thực

- Mô hình Lorentz (mô hình dao động tử điều hòa)





Hôm nay chúng ta nghiên cứu tính chất quang học của vật liệu

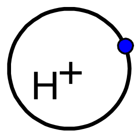
- Điện môi (Hấp thụ mạng, tâm màu…)
- Bán dẫn (Vùng năng lượng, đuôi Urbach, excitons …)
- Kim loại (Đáp ứng do các electron liên kết và electron tự do, dao động plasma..)

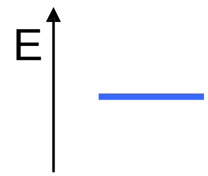
Tính chất quang học của phân tử, hạt nano, và vi hạt

Phân loại vật chất: Điện môi, Bán dẫn, Kim loại

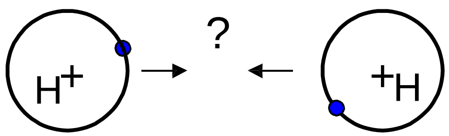
Liên kết và vùng năng lượng

- Một nguyên tử, chẳng hạn Hidro. Phương trình Schrödinger:

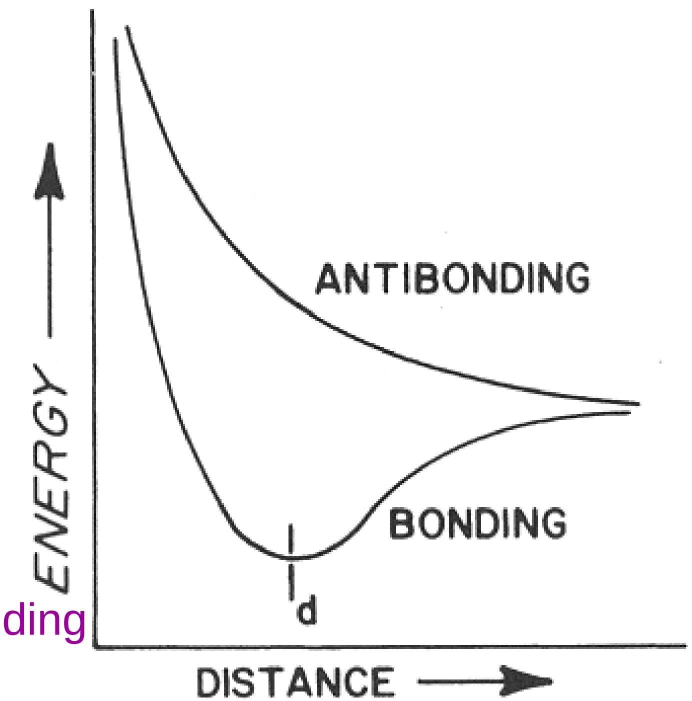




- Hai nguyên tử: hình thành liên kết



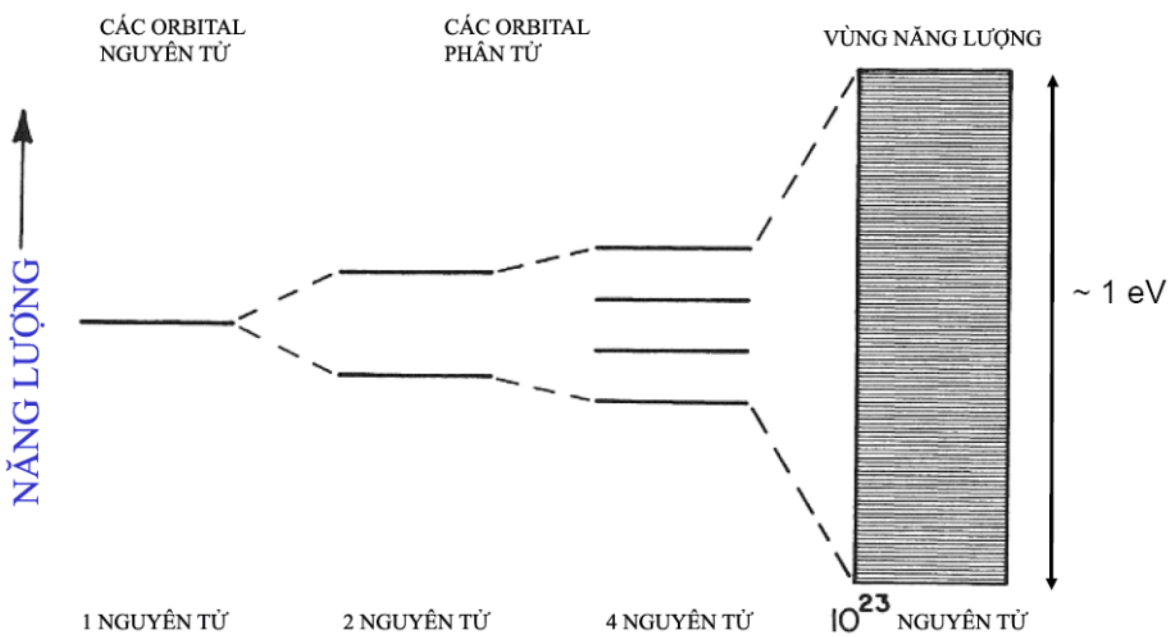
Mỗi electron đóng góp một trạng thái



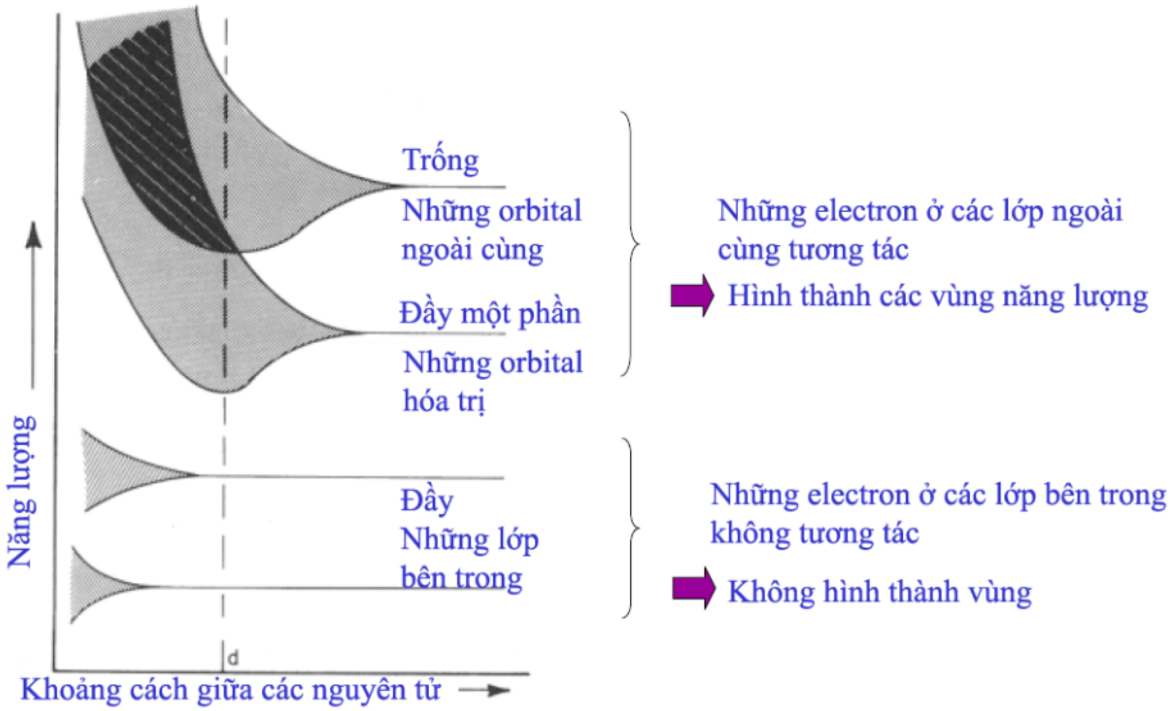
- Khoảng cách cân bằng d (sau tương tác)

Chú ý: energy (năng lượng); distance (khoảng cách); bonding (liên kết); antibonding (phản liên kết).

Phân loại vật chất



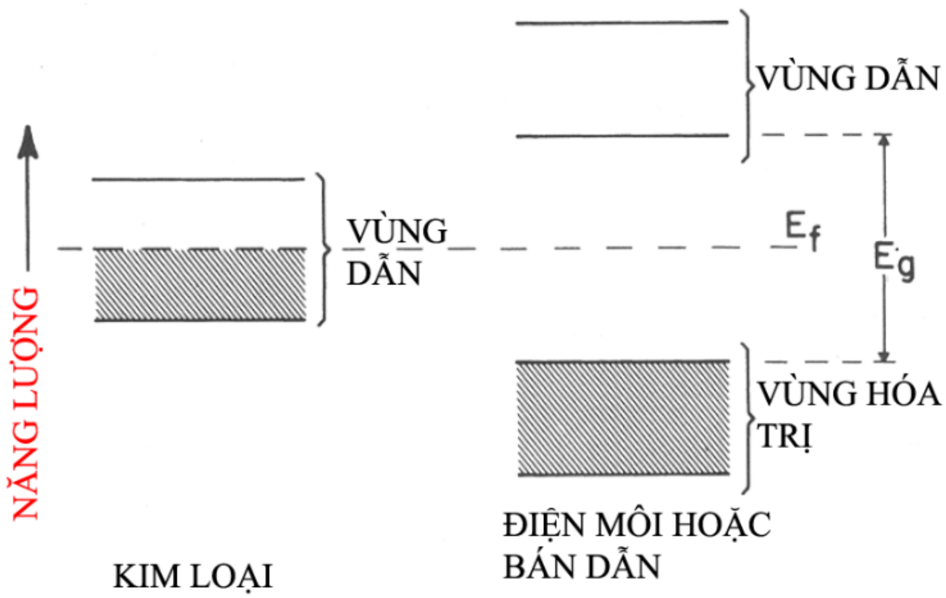
- Nguyên lí Pauli: Chỉ hai electron có cùng trạng thái điện tử (một là spin 1/2 và một là spin -1/2)


Trống
Những orbital
ngoài cùng
Đầy một phần
Những orbital
hóa trị
Đầy
Những lớp
bên trong
d
Năng lượng
Khoảng cách giữa các nguyên tử
Những electron ở các lớp ngoài
cùng tương tác
Hình thành các vùng năng lượng
Những electron ở các lớp bên trong
không tương tác
Không hình thành vùng

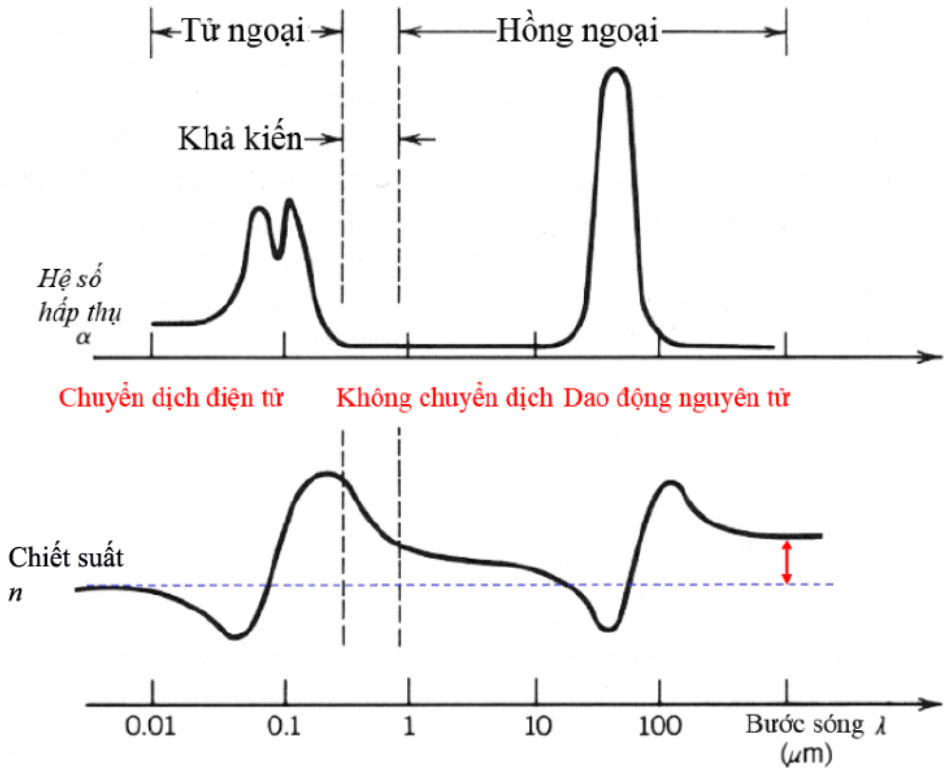
Phân loại vật chất

Điện môi, bán dẫn, và kim loại

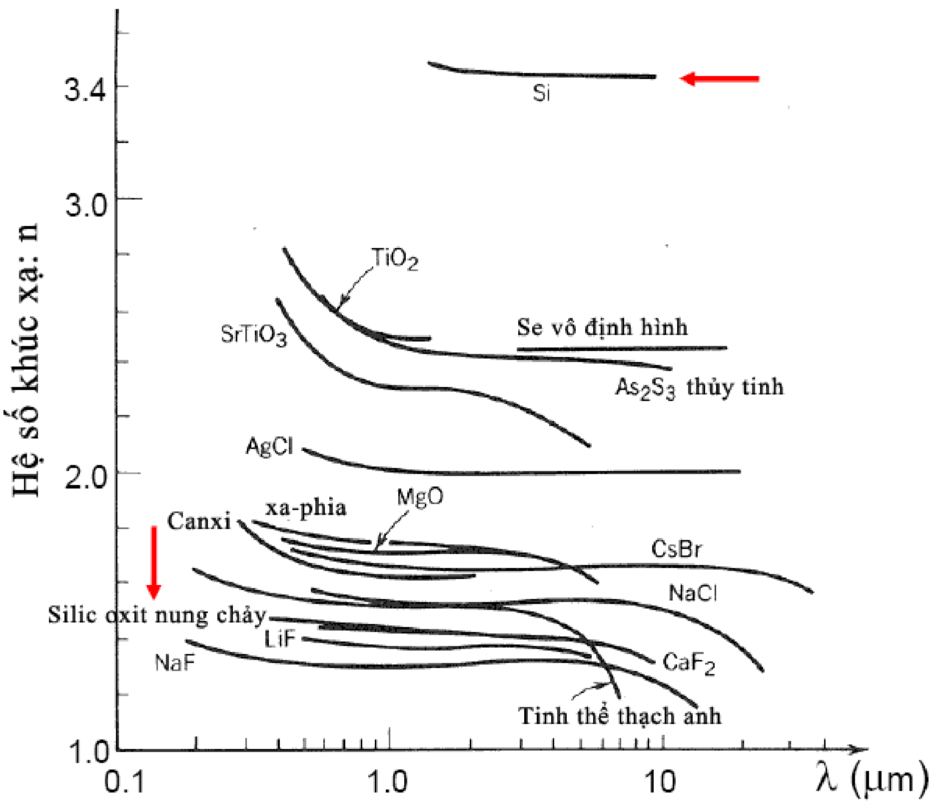
- Phân loại dựa trên cấu trúc vùng



Tán xạ và hấp thụ trong điện môi



Hệ số khúc xạ của các vật liệu khác nhau

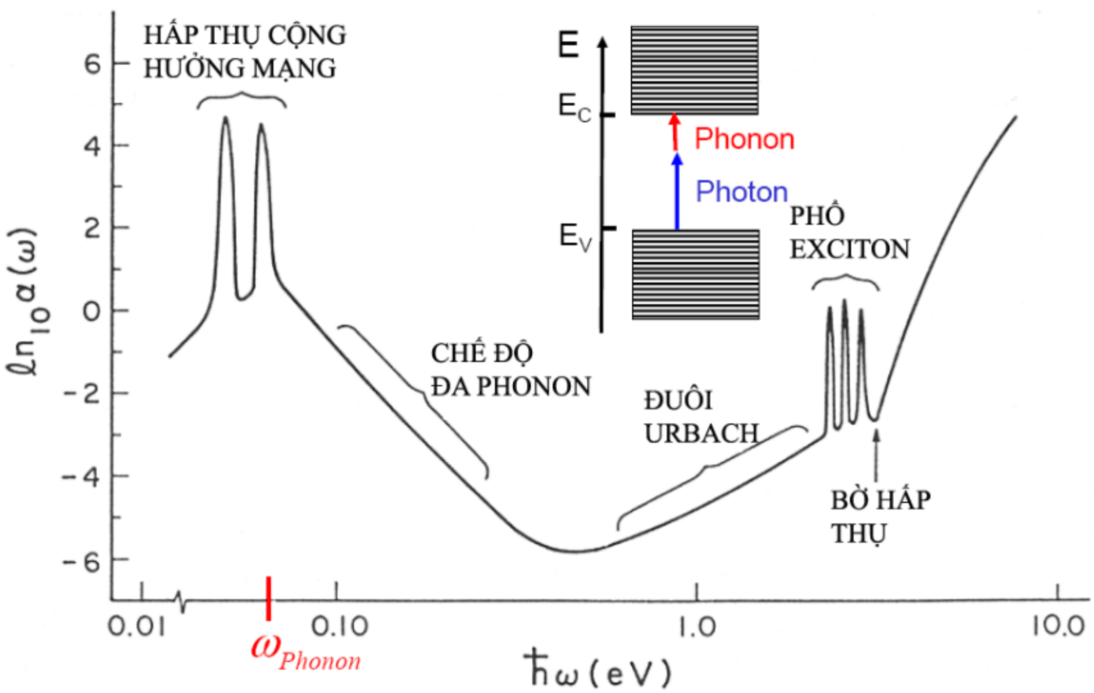


Tâm màu

- Điện môi có E_{GAP} lớn nên không thể hiện tính hấp thụ…..hoặc ?
- Bức xạ chùm ion hoặc tia X chiếu vào làm phô ra những màu đẹp!
- Do sự hình thành những tâm màu (hấp thụ)….(Xem bài tập về nhà)

Những quá trình hấp thụ trong bán dẫn

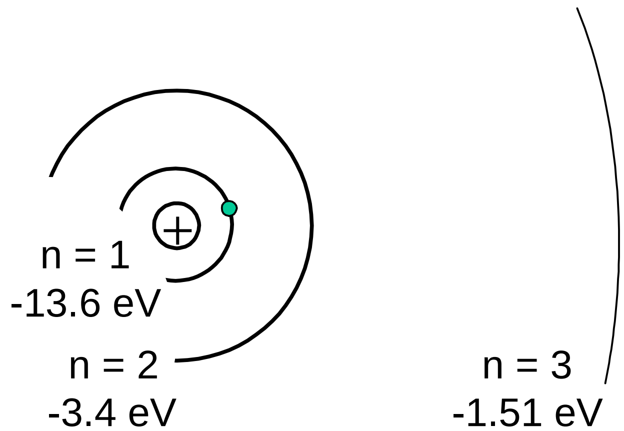
Phổ hấp thụ của bán dẫn điển hình



Các Exciton: Liên kết electron và lỗ trống bằng lực Coulomb

Tương tự với nguyên tử hidro

- Electron quay quanh lỗ trống tương tự với electron quay quanh hạt nhân nguyên tử hidro.
- 1913 Niels Bohr: Electron chuyển động trên những quỹ đạo xác định



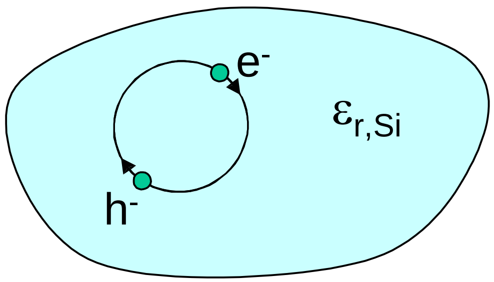
- Năng lượng liên kết của electron: $E_B = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\varepsilon_0 \hbar n)^2} = -\frac{13.6}{n^2} eV, n = 1, 2, 3, \ldots$

Ở đây: m_e = Khối lượng electron, ε_0 = hằng số điện môi chân không, $\hbar$ = hằng số Plancks
n = số lượng tử năng lượng/số lượng tử quỹ đạo

Năng lượng liên kết của electron với lỗ trống

Electron quay quanh lỗ trống

- Quỹ đạo electron được dự đoán là bị lượng tử hóa giống nguyên tử Hidro.
- Dùng khối lượng hiệu dụng rút gọn thay cho m_e: ⇨ $1/m^* = 1/m_e + 1/m_h$
- Chính xác cho hằng số điện môi tương đối của Si, $\varepsilon_{r,Si}$ (hình).



⇨ Năng lượng liên kết electron: $E_B = \frac{m^*}{m_e}\frac{1}{\varepsilon^2}13.6eV, n = 1, 2, 3, \ldots$

- Giá trị điễn hình đối với bán dẫn: $E_B = 10meV - 100meV$

- Chú ý: Bán kính Bohr Exciton~ 5 nm (gấp nhiều lần hằng số mạng)

Tính chất quang học của kim loại (xác định ε)

Dòng điện được cảm ứng bởi trường điện biến đổi theo thời gian

- Xét trường biến đổi theo thời gian: $\mathbf{E}(t) = \mathrm{Re}\{\mathbf{E}(\omega)\exp(-i\omega t)\}$
- Phương trình chuyển động của electron trong kim loại: $m\dfrac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = m\dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = -m\dfrac{\mathbf{v}}{\tau} - e\mathbf{E}$

  thời gian hồi phục~ 10^{-14} s
- Tìm nghiệm ở trạng thái dừng: $\mathbf{v}(t) = \mathrm{Re}\{\mathbf{v}(\omega)\exp(-i\omega t)\}$
- Thế **v** vào trong phương trình chuyển động: $-i\omega m\mathbf{v}(\omega) = -\dfrac{m\mathbf{v}(\omega)}{\tau} - e\mathbf{E}(\omega)$
- Suy ra: $\mathbf{v}(\omega) = \dfrac{-e}{m(1/\tau - i\omega)}\mathbf{E}(\omega)$
- Mật độ dòng điện theo định nghĩa là: $\mathbf{J}(\omega) = -ne\mathbf{v}$

  mật độ electron
- Vì thế: $\mathbf{J}(\omega) = \dfrac{(ne^2/m)}{(1/\tau - i\omega)}\mathbf{E}(\omega)$

Tính chất quang học của kim loại

Xác định điện dẫn suất

- Từ trang trước: $\mathbf{J}(\omega) = \dfrac{(ne^2/m)}{(1/\tau - i\omega)}\mathbf{E}(\omega)$
- Định nghĩa điện dẫn suất: $\mathbf{J}(\omega) = \sigma(\omega)\mathbf{E}(\omega)$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma(\omega) = \frac{(ne^2/m)}{(1/\tau - i\omega)} = \frac{\sigma_0}{(1 - i\omega\tau)}}$$

ở đây $\sigma_0 = \dfrac{ne^2\tau}{m}$

Cả electron liên kết và electron dẫn đều đóng góp vào ε

- Từ phương trình xoáy: $\nabla \times \boldsymbol{H} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J} = \dfrac{\partial \varepsilon_B \boldsymbol{E}(t)}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J}$
- Đối với trường biến đổi theo thời gian: $\mathbf{E}(t) = \mathrm{Re}\{\mathbf{E}(\omega)\exp(-i\omega t)\}$

$$\Rightarrow \nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \varepsilon_B \boldsymbol{E}(t)}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{J} = -i\omega\varepsilon_B(\omega)\boldsymbol{E}(\omega) + \sigma(\omega)\boldsymbol{E}(\omega) = -i\omega\varepsilon_0 \underbrace{\left(\varepsilon_B(\omega) - \frac{\sigma(\omega)}{i\varepsilon_0\omega}\right)}_{\varepsilon_{EFF}(\omega)} \boldsymbol{E}(\omega)$$

Dòng được cảm ứng do trường xoay chiều được mô hình hóa bởi ε_{EFF}

- Đối với trường biến đổi theo thời gian: $\varepsilon_{EFF} = \varepsilon_B - \dfrac{\sigma}{i\varepsilon_0\omega} = \varepsilon_B + i\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}$

Các electron liên kết

Các electron dẫn

Tính chất quang học của kim loại

Hằng số điện môi khi $\omega \approx \omega_{\text{khả kiến}}$

- Bởi vì $\omega_{kk}\tau >> 1$: $\sigma(\omega) = \dfrac{\sigma_0}{(1 - i\omega\tau)} = \dfrac{\sigma_0(1 + i\omega\tau)}{(1 + \omega^2\tau^2)} \approx \dfrac{\sigma_0}{\omega^2\tau^2} + i\dfrac{\sigma_0}{\omega\tau}$

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{Ta suy ra là :}\quad \varepsilon_{EFF} = \varepsilon_B + i\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} = \varepsilon_B + i\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\omega^3\tau} - \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\omega^2\tau} \\[2ex] \bullet\ \text{Gọi :}\quad \omega_p^2 = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\tau} = \dfrac{ne^2}{\varepsilon_0 m} \quad \left(\approx 10eV\ \textit{đối với kim loại}\right)\end{array}\right\} \Rightarrow$$

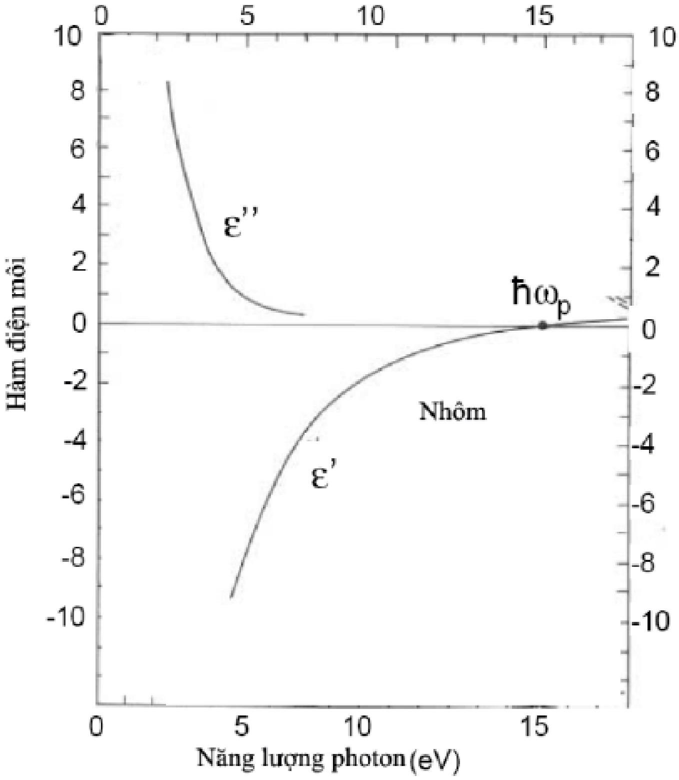
$$\boxed{\varepsilon_{EFF} = \varepsilon_B - \frac{\omega_p^2}{\underline{\omega}^2} + i\frac{\omega_p^2}{\underline{\omega}^3\underline{\tau}}}$$

Các electron liên kết

Các electron tự do

- Những điều này có ý nghĩa như thế nào đối với một kim loại thực ?

Tính chất của nhôm (trường hợp đơn giản)



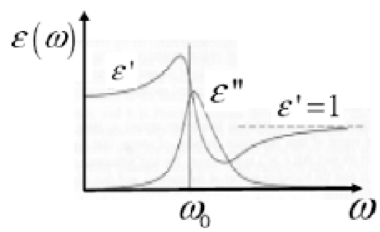
$$\varepsilon_{EFF} = \varepsilon_B - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i\,\frac{\omega_p^2}{\omega^3\tau}$$

- Chỉ các electron dẫn đóng góp vào: ε_{EFF}

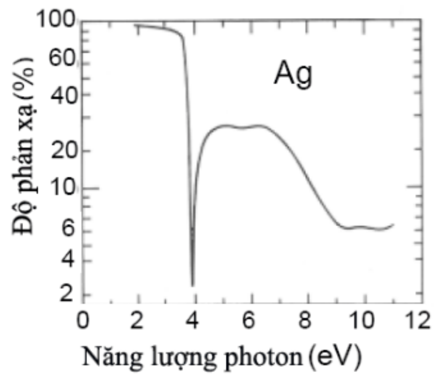
➡ $\varepsilon_B \approx 1$

$$\varepsilon_{EFF,Al} \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i\,\frac{\omega_p^2}{\omega^3\tau}$$

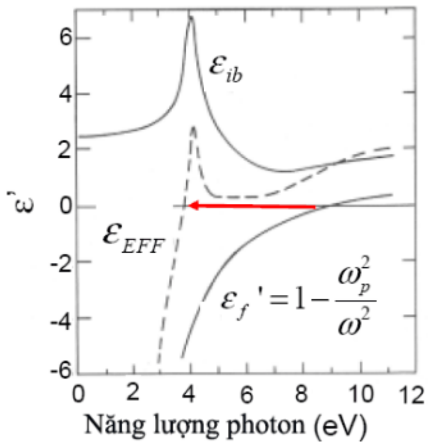
- Phù hợp với:



Ag: Các hiệu ứng chuyển dịch liên vùng



- Ag biểu hiện tính chất phản xạ lí thú
- Cả electron dẫn và electron liên kết đóng góp vào ε_{EFF}



- Tính chất này là do sự chuyển dịch liên vùng

Kích thích các electron liên kết

Liên vùng

- Đối với Ag: $\varepsilon_B = \varepsilon_{ib} \neq 0$

$$\varepsilon_{EFF} = \varepsilon_{ib} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i\frac{\omega_p^2}{\omega^3 \tau}$$

Tiếp theo

Ánh sáng tương tác với những vật thể nhỏ (d < λ)

- Tán xạ ánh sáng do dao động tử lưỡng cực điều hòa

Hạt nano

- Điện môi…Tán xạ Rayleigh (bầu trời xanh)
- Bán dẫn....Hấp thụ cộng hưởng tại $\hbar\omega \geq E_{GAP}$, huỳnh quang phụ thuộc kích thướt…)
- Kim loại…Hấp thụ cộng hưởng tại tần số plasma bề mặt, không phát xạ ánh sáng)

Hạt micro

- Những hạt với các chiều vào cỡ λ
  - ⇨ Tán xạ có khuynh hướng được tăng cường
  - ⇨ không phụ thuộc λ (mây trắng)
- Những hình cầu micro với đường kính lớn hơn rất nhiều so với λ
  - ⇨ Hình dung về các tia một cách trực giác
  - ⇨ Cầu vòng do tán sắc H_20
  - ⇨ Ứng dụng: bộ cộng hưởng, lasers, v.v…

Tương tác của ánh sáng với những cấu trúc nhỏ

Phân tử

- Tán xạ ánh sáng do dao động tử điều hòa lưỡng cực

Các hạt nano

- Điện môi…Tán xạ Rayleigh (bầu trời xanh)
- Bán dẫn....Hấp thụ cộng hưởng tại $\hbar\omega \geq E_{GAP}$, huỳnh quang phụ thuộc kích thướt…)
- Kim loại…Hấp thụ cộng hưởng tại tần số plasma bề mặt, không phát xạ ánh sáng)

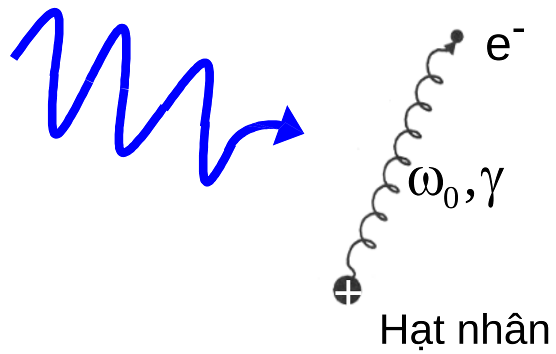
Hạt micro

- Những hạt với các chiều vào khoảng λ hoặc lớn hơn
  - ➡ Tán xạ về phía trước được tăng cường
  - ➡ Có thể xem chùm sáng bao gồm các tia
  - ➡ Cầu vòng do tán sắc H_20
  - ➡ Ứng dụng: bộ cộng hưởng, lasers, v.v…..

Tương tác của ánh sáng với một vật thể nhỏ

Điện trường làm các electron chuyển động điều hòa

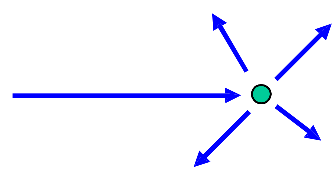
- Xét mô hình Lorentz



$$\mathbf{p} = \frac{e^2}{m} \underbrace{\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}}_{\sim \text{ Độ phân cực nguyên tử}} \mathbf{E}_L$$

Những điện tích dao động sẽ bức xạ

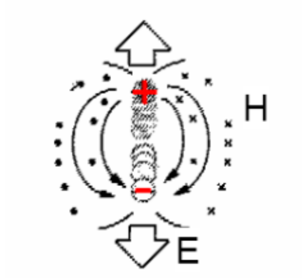
- Bức xạ này là cường độ ánh sáng bị tán xạ



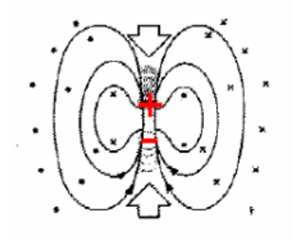
- Quá trình này diễn ra như thế nào?

Điện tích dao động phát ra sóng điện từ

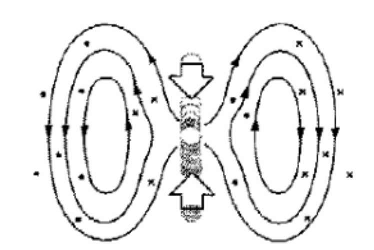
Trường điện và từ phát ra từ sự dao động điện tích



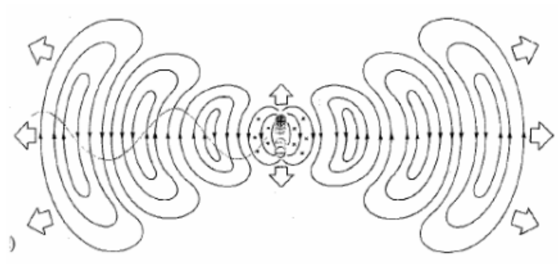
Đường sức điện trường bắt đầu tại các điện tích dương và kết thúc tại các điện tích âm



Đường sức từ là các đường khép kín



Sự bắt đầu của một sóng điện từ



Sau vài chu kì

Bức xạ ⊥ hướng dao động

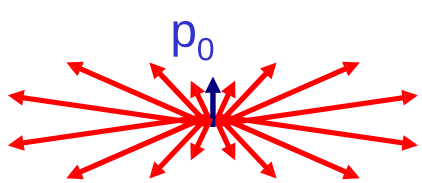
Điện tích dao động phát ra sóng điện từ

Bức xạ phát ra phụ thuộc vào góc

- Cường độ bức xạ: $$I = \frac{p^2\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\sin^2\theta$$

Cách rút ra: Xem các bài giảng của Feynman về vật lí (hoặc Ramo, và các cộng sự)

- Dạng bức xạ:



- Bức xạ tán xạ toàn phần: $$P_S = \int_A I dA' = \frac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

Mặt kín bao quanh lưỡng cực

Bức xạ phát ra từ dao động tử Lorentz

Cường độ tán xạ từ dao động tử Lorentz

- Cường độ tán xạ do lưỡng cực: $I = \dfrac{p^2\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\sin^2\theta$
- Mô hình Lorentz: $\mathbf{p} = \dfrac{e^2}{m}\dfrac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\mathbf{E}_L$

- Mô hình Lorentz: $$\boxed{I_S = \frac{e^4\omega^4}{32\pi^2 m^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\right)^2 E_L^2 \sin^2\theta}$$

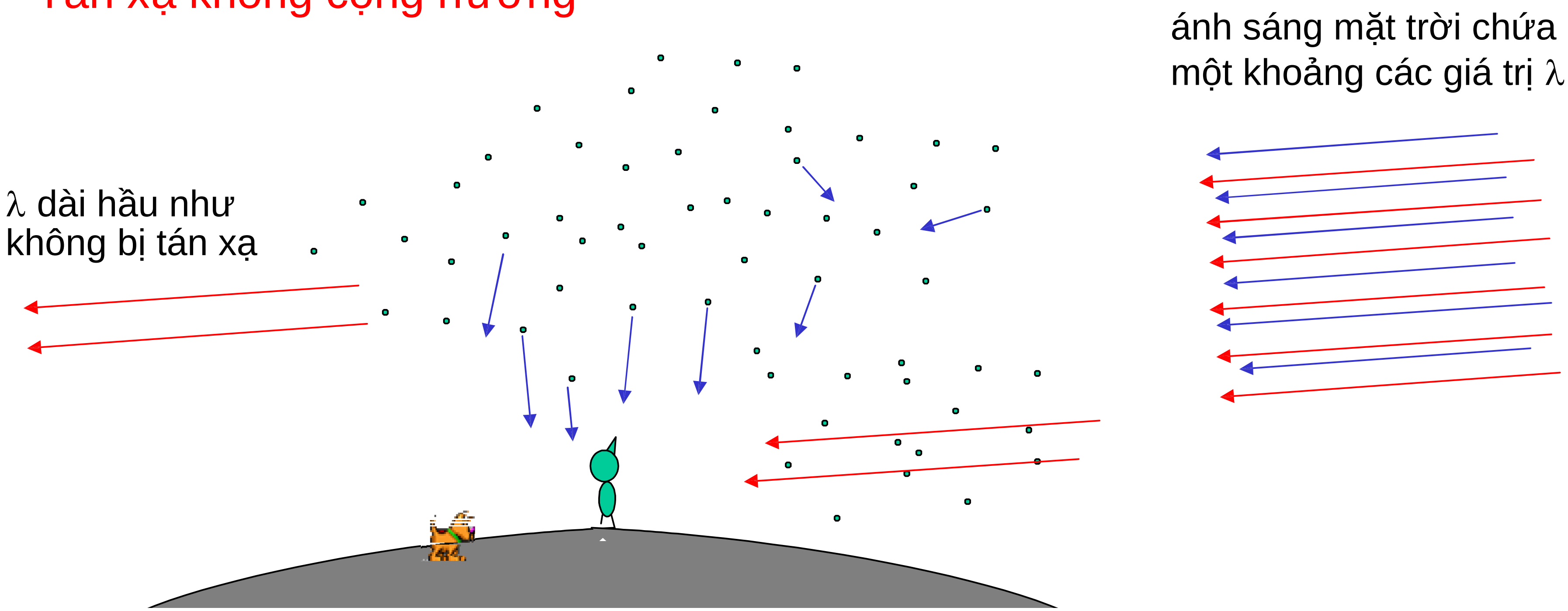
cường độ đi vào

Kết luận

- Tán xạ mạnh nhất gần cộng hưởng
- Tán xạ mạnh nhất khi ω cao hơn hoặc λ ngắn hơn
- Tán xạ xuất hiện ở cả những hướng trước và sau

Bầu trời xanh

Tán xạ không cộng hưởng



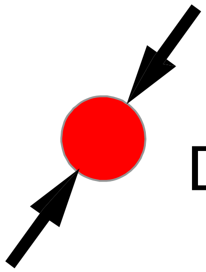
- Trong phổ khả kiến: phân tử O_2, và N_2 có : $\omega_0 >> \omega$

$$\Rightarrow \quad I_s = \frac{e^4\omega^4}{32\pi^2 m^2 \varepsilon_0 c^3 r^2}\,\frac{1}{\omega_0^2 \cancel{-\omega^2 - i\gamma\omega}}\,E^2 \sin^2\theta$$

- λ ngắn hơn hai lần $\Rightarrow$ Tán xạ tăng 2^4 = mạnh hơn 16 lần
- Tương tự cho các hạt nano điện môi,

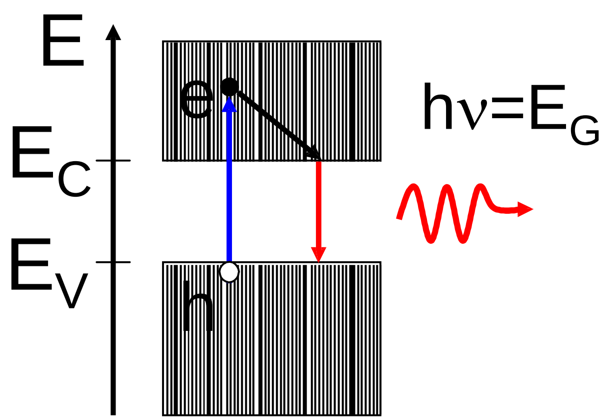
Hạt nano bán dẫn

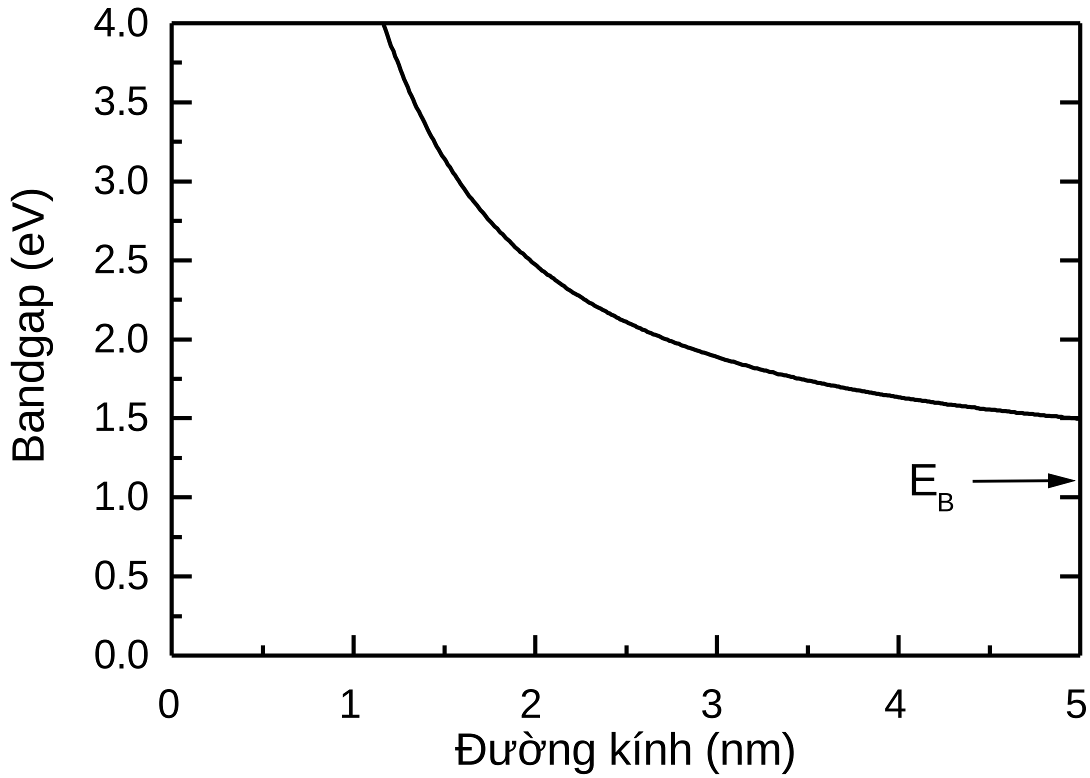
Ví dụ: tinh thể nano Si (bandgap nghĩa là độ rộng năng lượng vùng cấm)



D: 1-5 nm

Sự phát quang





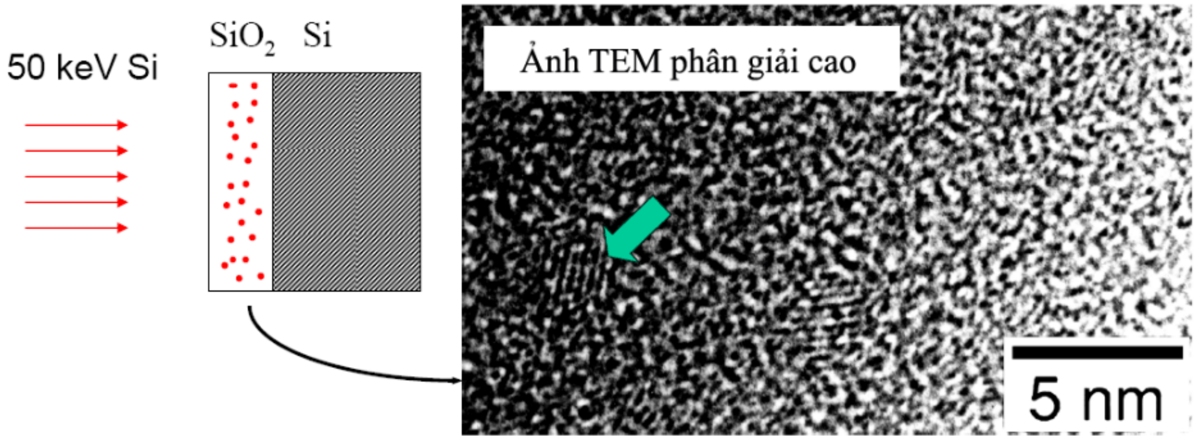
C.Delerue et al. Phys Rev. B 48, 11024 (1993)

Chế tạo tinh thể nano Si bằng phương pháp tổng hợp chùm Ion

Tổng hợp tinh thể nano

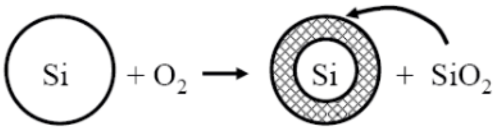
- Cấy $5x10^{16}$ Si @ 50 keV → 100 nm SiO_2
- Luyện nhiệt1100 °C/10 phút trong chân không
- Rửa bằng khí hidro để 1) làm sạch những sai hỏng phát sáng

  2) Tăng phần tinh thể nano nhạy cảm quang

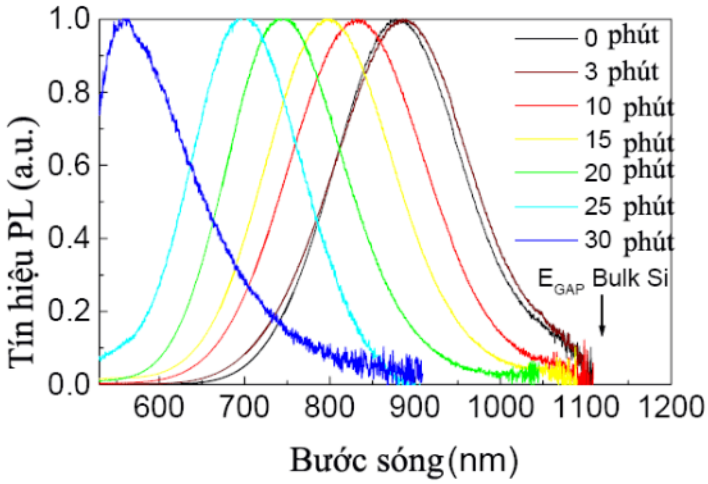


Điều chỉnh bước sóng phát ra $\lambda_{Emission}$ của tinh thể nano Si bằng quá trình oxy hóa

- Quá trình oxy hóa của tinh thể nano Si ở T = 1000 °C



- Có thể điều chỉnh bước sóng đỉnh lớn hơn 300 nm



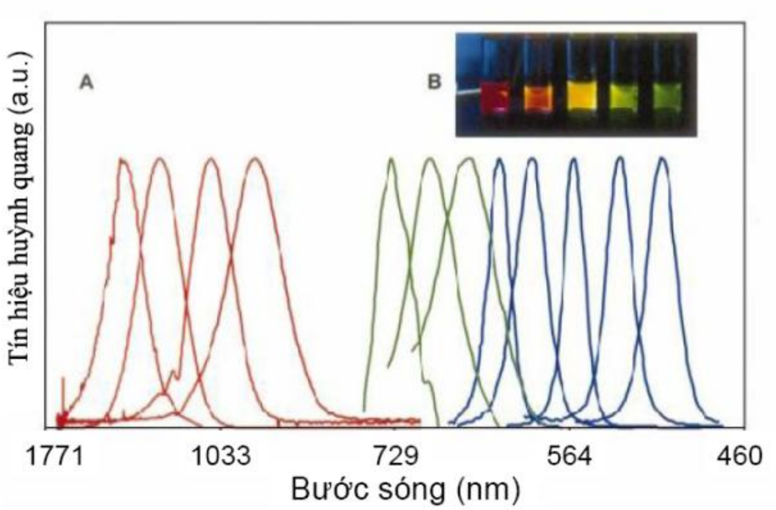
Các thông số thực nghiệm

$P = 10\ mW/mm^2$

$\lambda_{EXC} = 458$ nm

T = 293 K

Tính chất quang học phụ thuộc vào vật liệu và kích thước



- Vùng đỏ: Tinh thể nano InAs đường kính 2.8, 3.6, 4.6, và 6.0 nm
- Vùng xanh lá cây: Tinh thể nano InP đường kính 3.0, 3.5,và 4.6 nm.
- Vùng xanh da trời: Tinh thể nano đường kính CdSe 2.1, 2.4,3.1, 3.6, và 4.6 nm

M.Bruchez và các cộng sự. (Nhóm Alivisatos), Science, 2013, ***281*** *(2014)*

Dán nhãn vật liệu sinh học bằng tinh thể nano bán dẫn

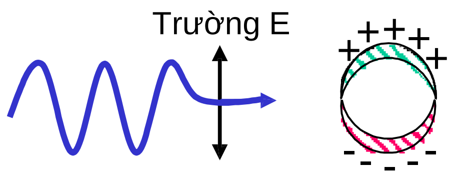
- Ảnh qua kính hiển vi đồng tụ của nguyên bào sợi của chuột
- Dán nhãn bằng hạt nano bán dẫn
- Exciton bước sóng 363-nm, quan sát được trong vùng khả kiến

Kích thích hạt nano kim loại

Hạt

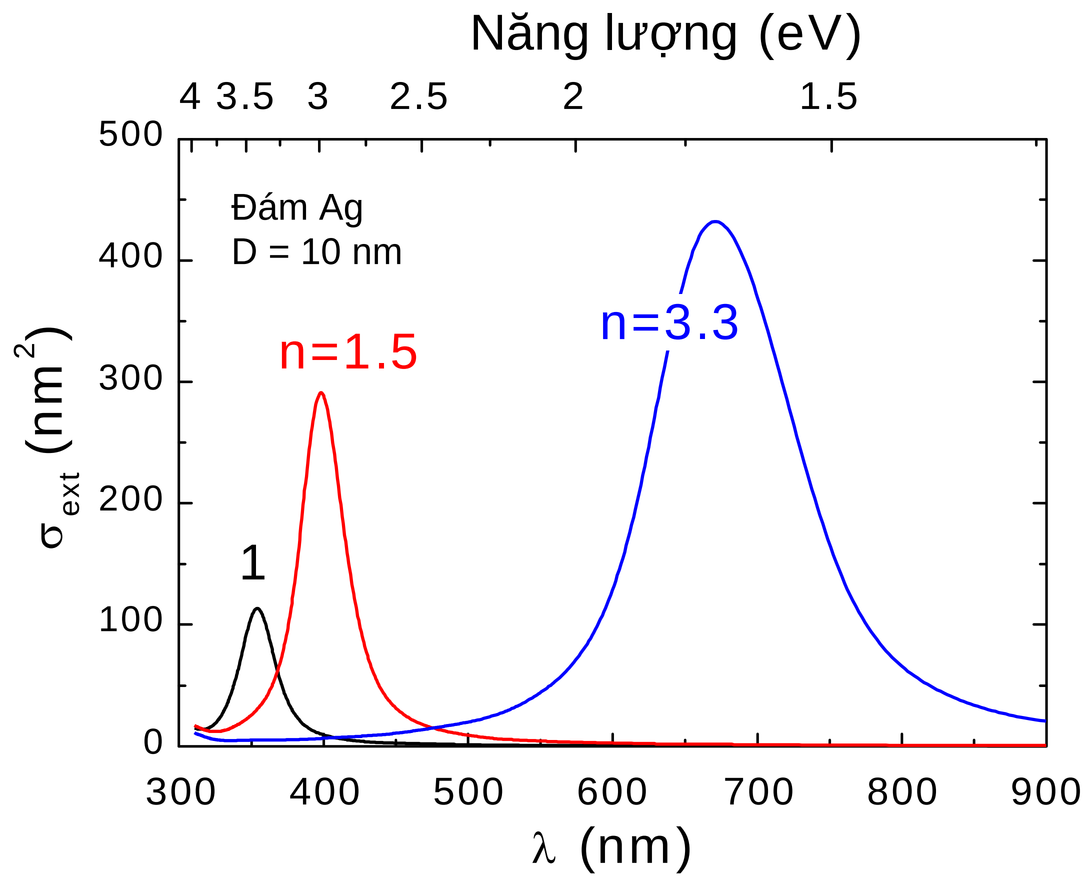
Thể tích = V_0

$\varepsilon_M = \varepsilon'_M + i\varepsilon''_M$



Ma trận chủ

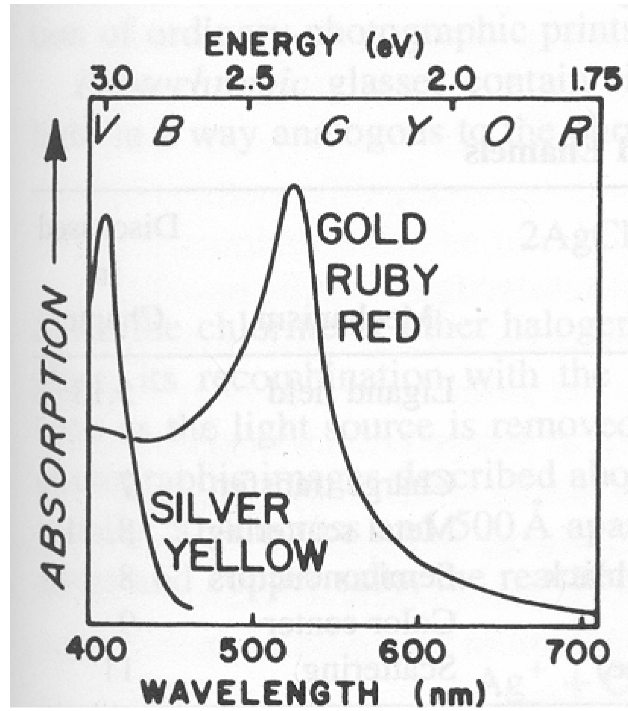
$\varepsilon_H = \varepsilon'_H = n_H^2$



$$\sigma_{ext}(\omega) = 9\frac{\omega}{c}\varepsilon_H'^{\,3/2} V_0 \frac{\varepsilon'_M(\omega)}{\left(\varepsilon'_M(\omega) + 2\varepsilon'_H\right)^2 + \varepsilon''_M(\omega)^2}$$

Bài tập về nhà

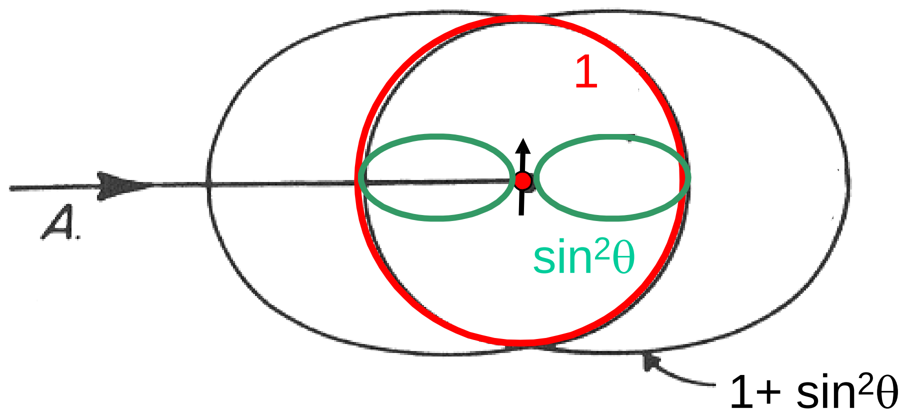
Ứng dụng của hạt nano kim loại



- Bình thủy tinh được chạm khắc của Tiệp Khắc
- Hạt nano Ag có thể nhuộm màu vàng
- Hạt nano Au có thể nhuộm màu đỏ
- Thủy tinh nóng chảy hòa tan 0.1 % Au
- Làm lạnh chậm dẫn đến sự tạo mầm và hình thành hạt nano

Tán xạ ánh sáng bởi hạt có d ≈ λ

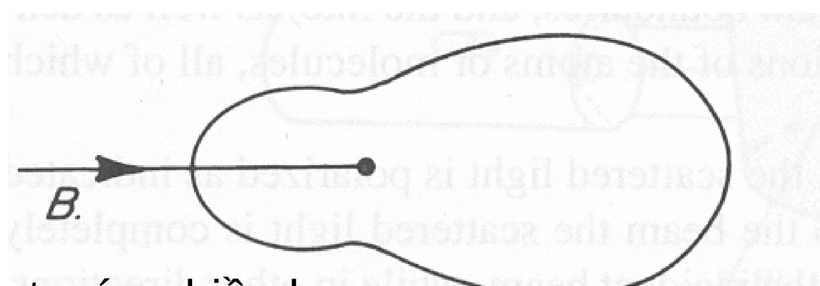
Tán xạ từ một lưỡng cực bị kích thích d << λ



- Cường độ tròn đỏ do sự phân cực ngoài mặt phẳng

- Đường cong màu đen biểu diễn dạng tán xạ của sự phân cực tới ngẫu nhiên

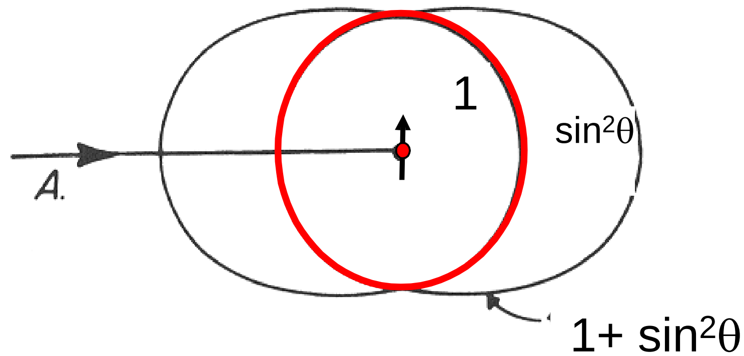
Tán xạ từ một hạt có kích thướt d ≈ λ



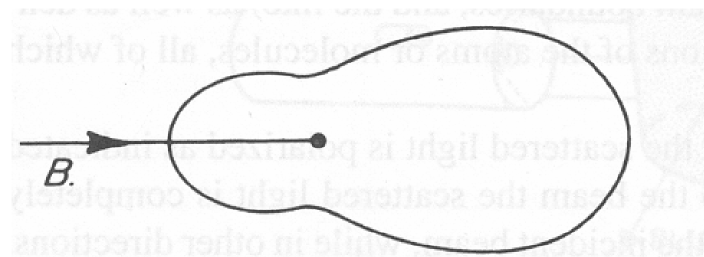
- Tán xạ về phía trước nhiều hơn

Tương tác của ánh sáng với những hạt có d ≈ λ

Hạt d << λ

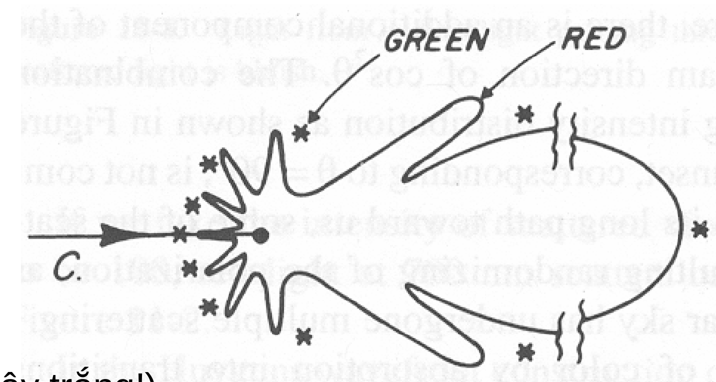


Hạt d ≈ λ



- Tán xạ về phía trước nhiều hơn

Hạt d ≈ 2λ

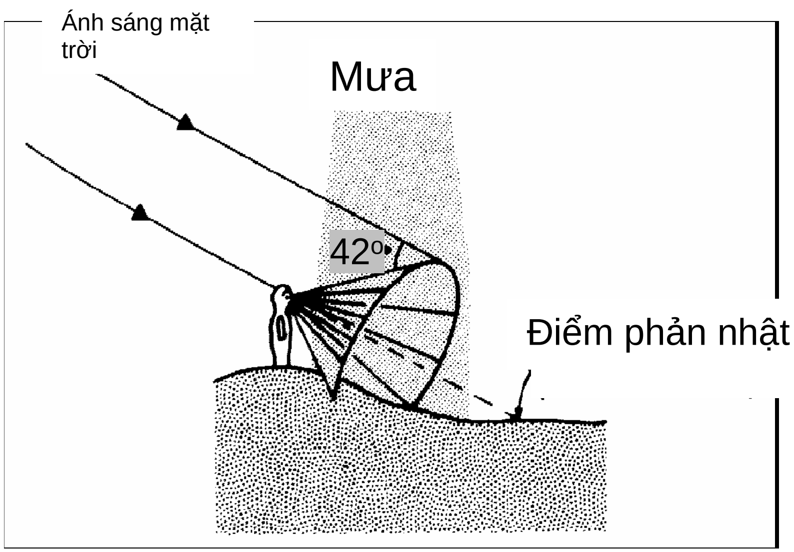


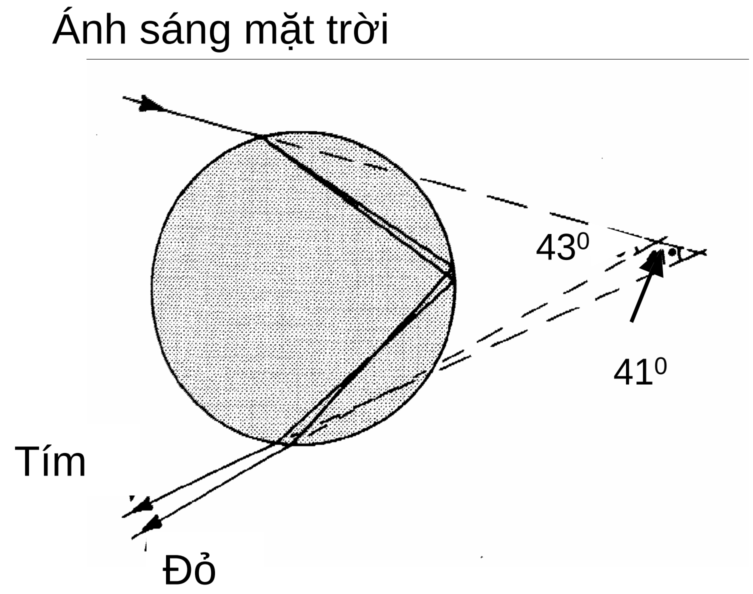
- Tán xạ về phía trước rất mạnh
- Cường độ tán xạ của các màu khác giau là giống nhau (mây trắng!)
- Những cực đại tán xạ xuất hiện ở các hướng khác nhau đối với các màu khác nhau

Tương tác của ánh sáng với những hạt có d >> λ

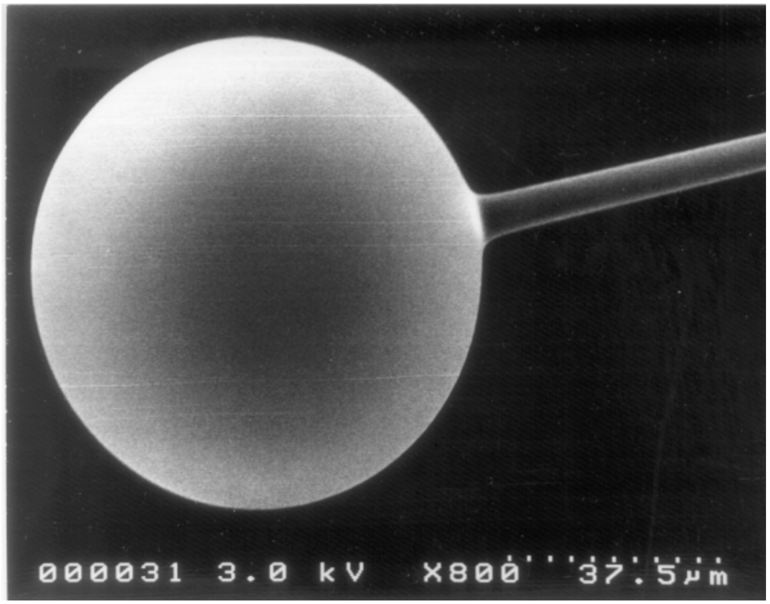
Quan niệm ánh sáng là các chùm tia trở nên thích hợp

- Ví dụ: giải thích hiện tượng cầu vồng

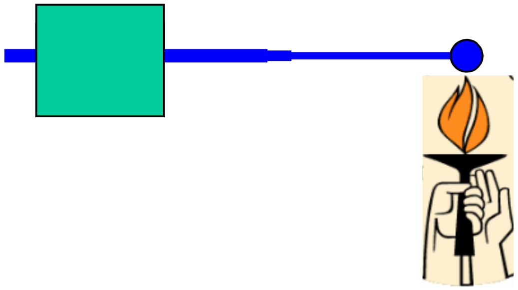




Quả cầu micro với đường kính d >> λ



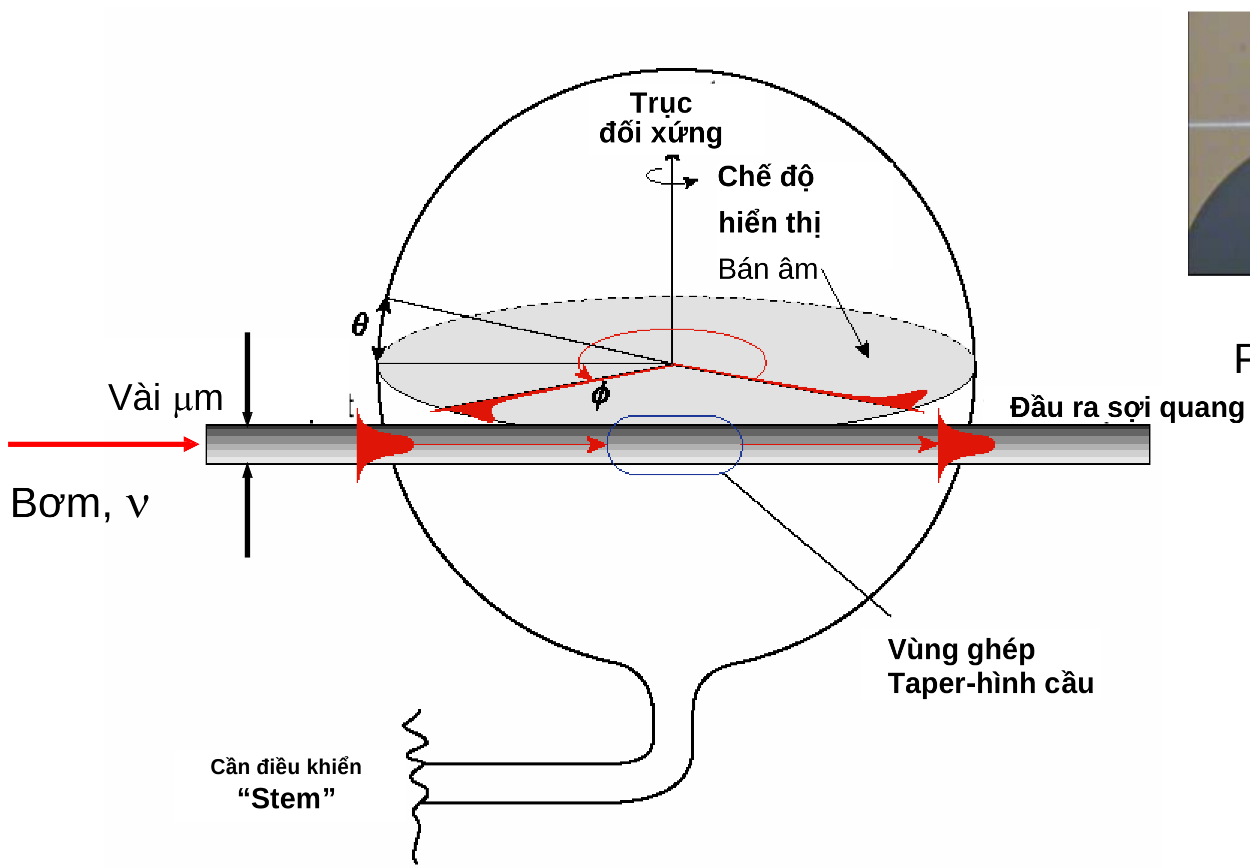
Quả cầu micro SiO_2 đường kính 100 μm

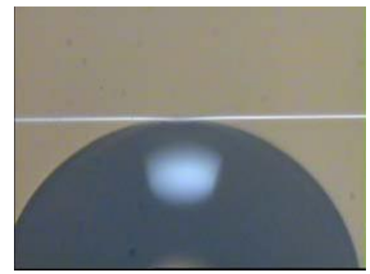


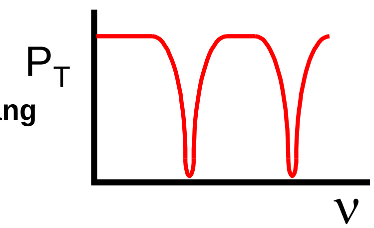
Tổng hợp quả cầu micro

Đưa ánh sáng vào quả cầu micro SiO_2

- Đưa ánh sáng vào chế độ hiển thị vòng bán âm bằng sợi quang có tiết diện nhỏ





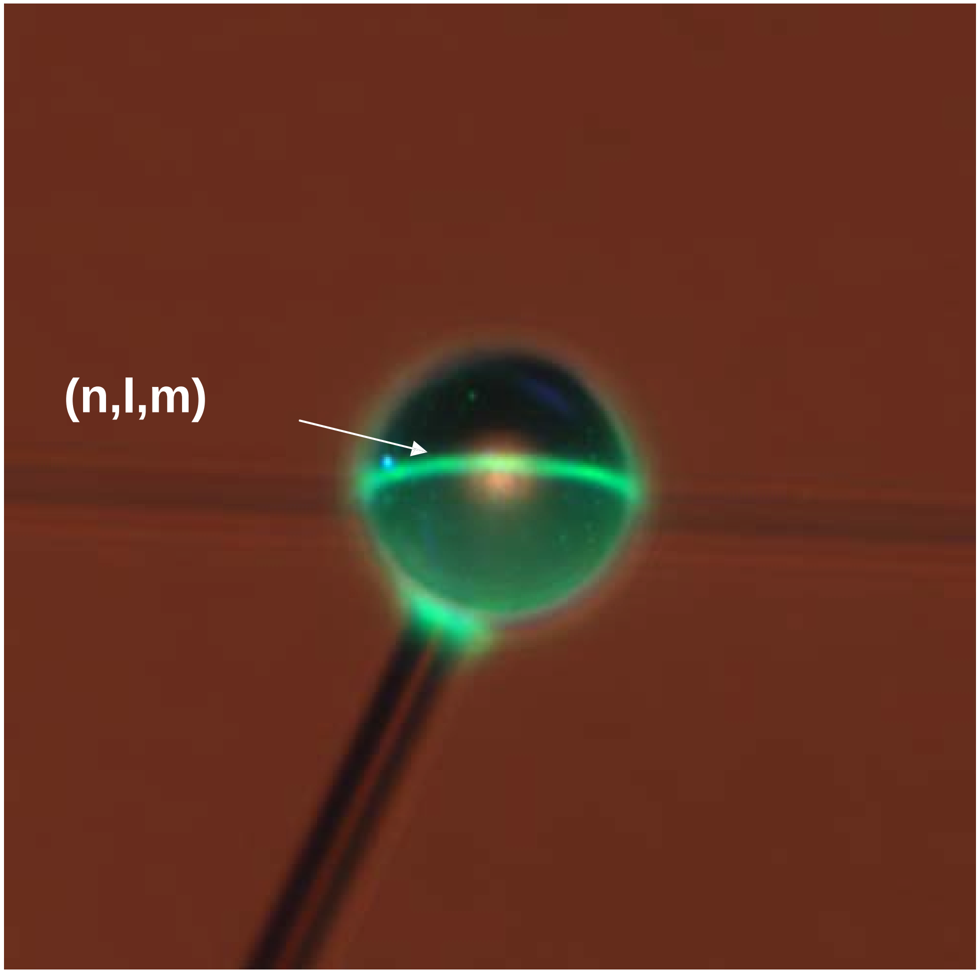


$Q = \Delta\nu/\nu$

$\eta = 99.8\%$

** Ming Cai, Oskar Painter, and Kerry Vahala, Phys Rev. Lett. 85, 74 (2000)*

Quả cầu micro được pha những ion Er



- Tương tự quỹ đạo electron
- Hình cầu được pha Er hoạt động như Laser ! (cần xem xét độ mất mát và độ lợi phản hồi)

Hình cầu micro đóng vai trò như buồng cộng hưởng micro

Đặc tính

- Được xác định bằng hệ số phẩm chất $Q = \dfrac{\text{Thời gian sống photon}}{\text{Chu kì quang học}}$

- Giá trị Q vào cỡ 10^3 - 10^4 được xem là tuyệt vời

- Giá trị Q của buồng cộng hưởng hình cầu micro SiO_2 : $< 10^{10}$! *

  Thời gian tồn tại của photon $< \mu s$

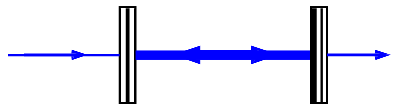
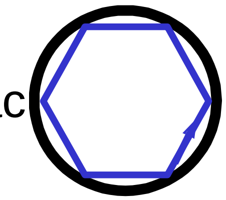
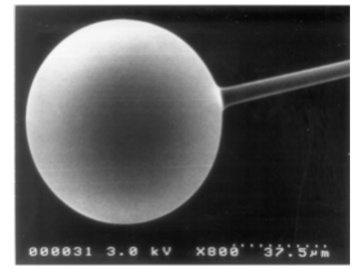
  Photon chuyển động tròn 10^6 lần khi D = 100 μm

- Q sau cùng 10^{10} bị giới hạn bởi tính chất riêng của vật liệu

* *M.L. Gorodetsky, A.A. Savchenkov, and V.S. Ilchenko, Opt. Lett.* ***21****, 453 (1996)*

Hình cầu micro: Thiết bị và ứng dụng

So sánh với các buồng cộng hưởng thông thường

- Ví dụ:  hoặc  hoặc 

- Những hướng đặc trưng: λ - 100λ

Thiết bị và ứng dụng

- Micro-laser dòng ngưỡng thấp
- Bộ lọc quang học độ rộng phổ hẹp
- Cảm biến với độ nhạy dưới đơn lớp
- Thiết bị ghép kênh theo độ dài sóng cho nghành viễn thông
- Quang học phi tuyến
- Những thí nghiệm điện động lực học lượng tử

Tóm tắt

Tương tác của ánh sáng với những vật thể nhỏ (d < λ)

- Tán xạ ánh sáng do dao động tử điều hòa lưỡng cực

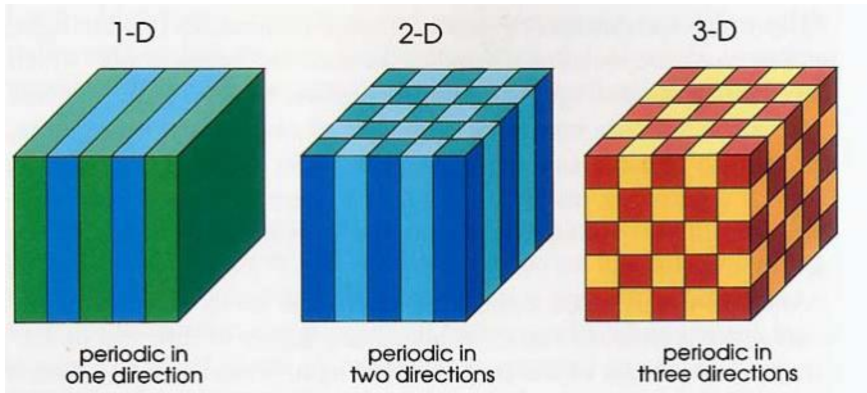
Hạt nano

- Điện môi…Tán xạ Rayleigh (bầu trời xanh)
- Bán dẫn....Hấp thụ cộng hưởng tại $\hbar\omega \geq E_{GAP}$, huỳnh quang phụ thuộc kích thướt…)
- Kim loại…Hấp thụ cộng hưởng tại tần số plasmon bề mặt, không phát sáng)

Hạt micro

- Những hạt với chiều vào cỡ bước sóng λ ⇨ Tán xạ về phía trước được tăng cường
  ⇨ không phụ thuộc λ (mây trắng)
- Hình cầu micro với đường kính lớn hơn rất nhiều so với λ
  ⇨ Có thể dùng khái niệm tia sáng
  ⇨ Cầu vòng do tán sắc với H_20
  ⇨ Ứng dụng: buồng cộng hưởng, lasers, v.v…

Tinh thể Photonic: Giới thiệu



Tinh thể Photonic:

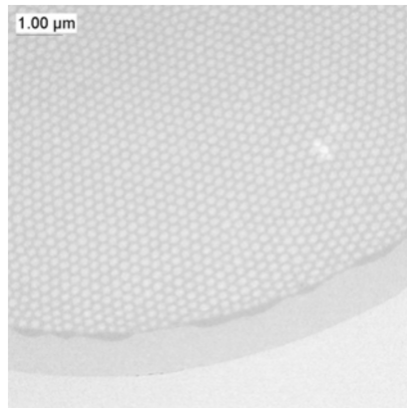
Sự sắp xếp tuần hoàn của các vật thể bằng chất điện môi (hoặc bằng kim loại, có đặc tính phân cực…).
Hằng số mạng cỡ bước sóng ánh sáng trong vật liệu.

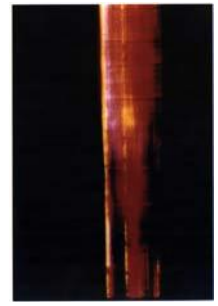
" A worm ahead of its time"

Sâu Sea Mouse

và lông của nó

20cm





Ánh sáng tới bình thường

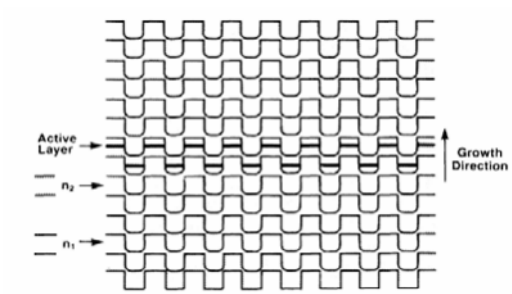
Ánh sáng tới không bình thường

http://www.physics.usyd.edu.au/~nicolae/seamouse.html

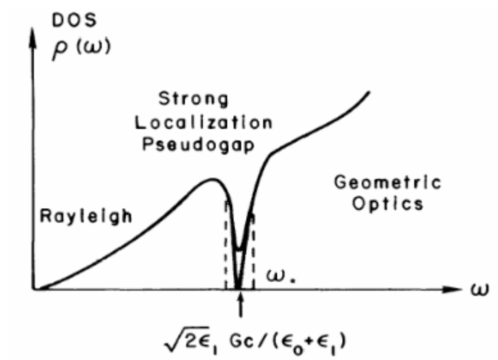
Đi nhanh đến năm 1987……

E. Yablonovitch
"Phát xạ cưỡng bức trong vật lí trạng thái rắn và vật lí điện tử"
Physical Review Letters, vol. 58, pp. 2059, 1987

S. John
"Sự cục bộ hóa photon mạnh trong những siêu mạng điện môi hỗn độn"
Physical Review Letters, vol. 58, pp. 2486, 1987

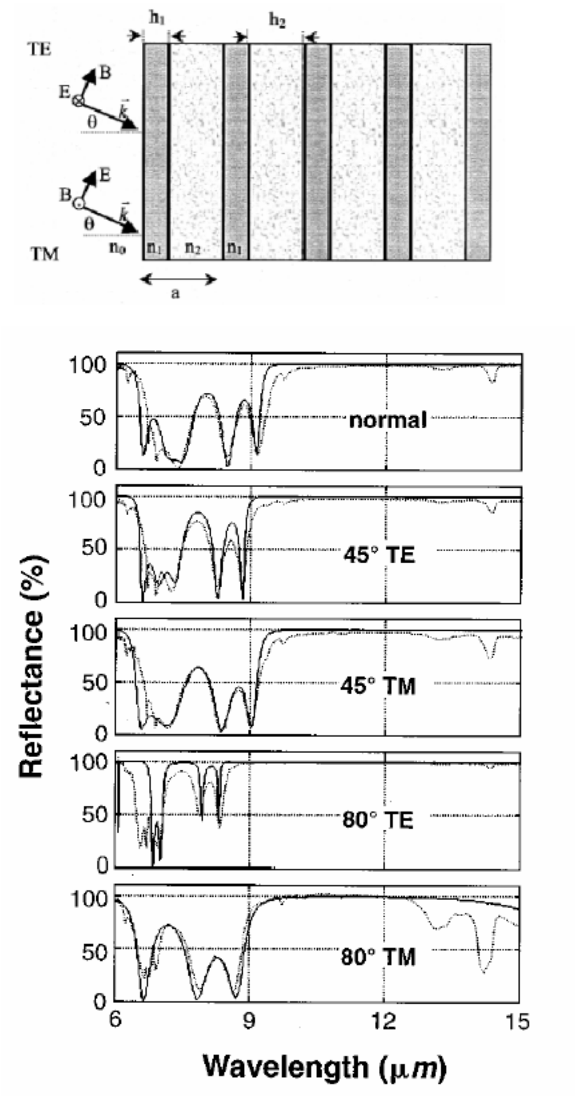


Mạng lập phương tâm mặt

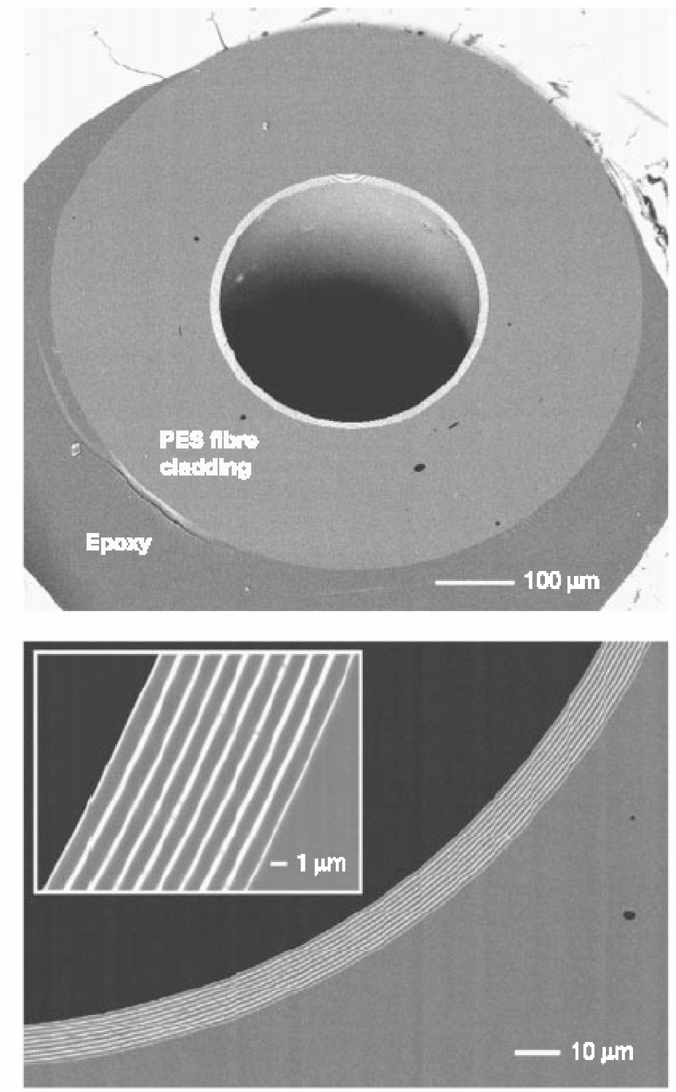


Vùng cấm photonic hoàn chỉnh

Bộ phản xạ toàn hướng

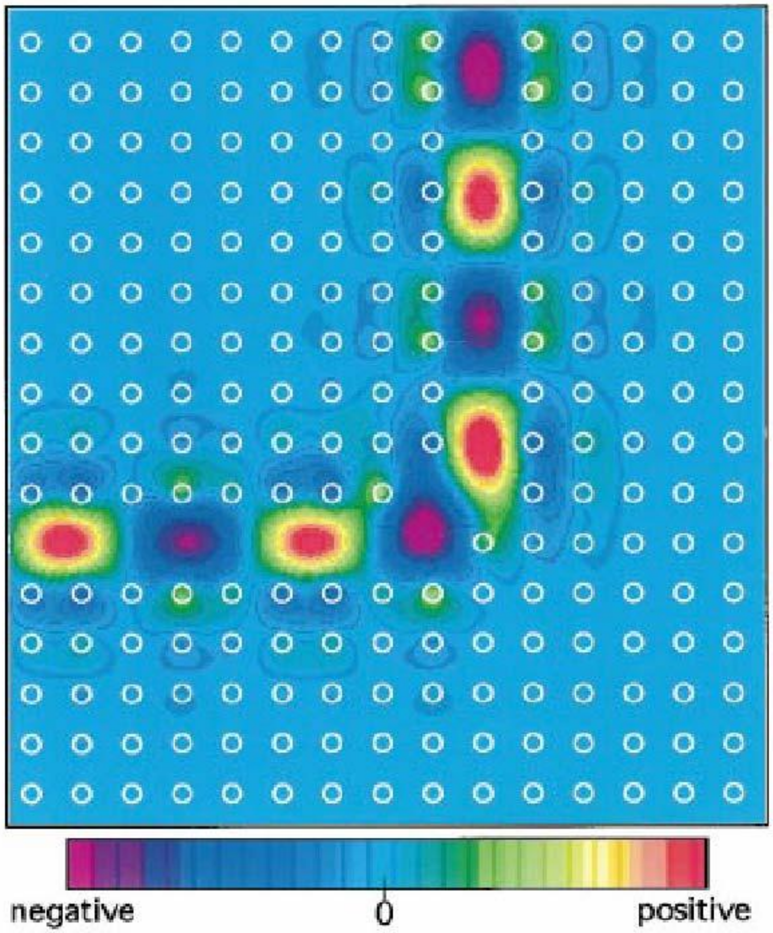


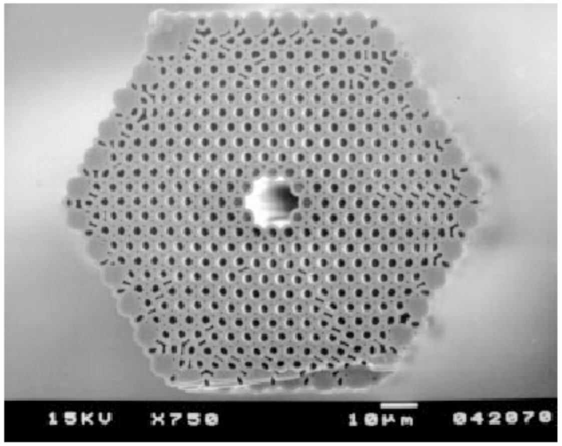
Y. Fink, et al, Science, vol.282, p.1679 (1998)

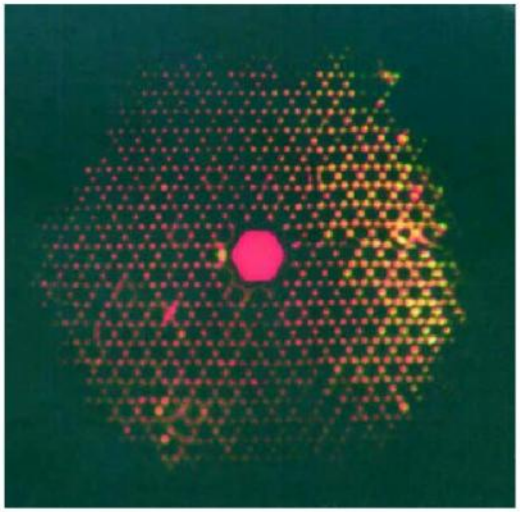


B. Temelkuran et al, Nature, vol.420, p.650 -3 (2002)

Mạch photonic tích hợp và sợi quang tinh thể photonic



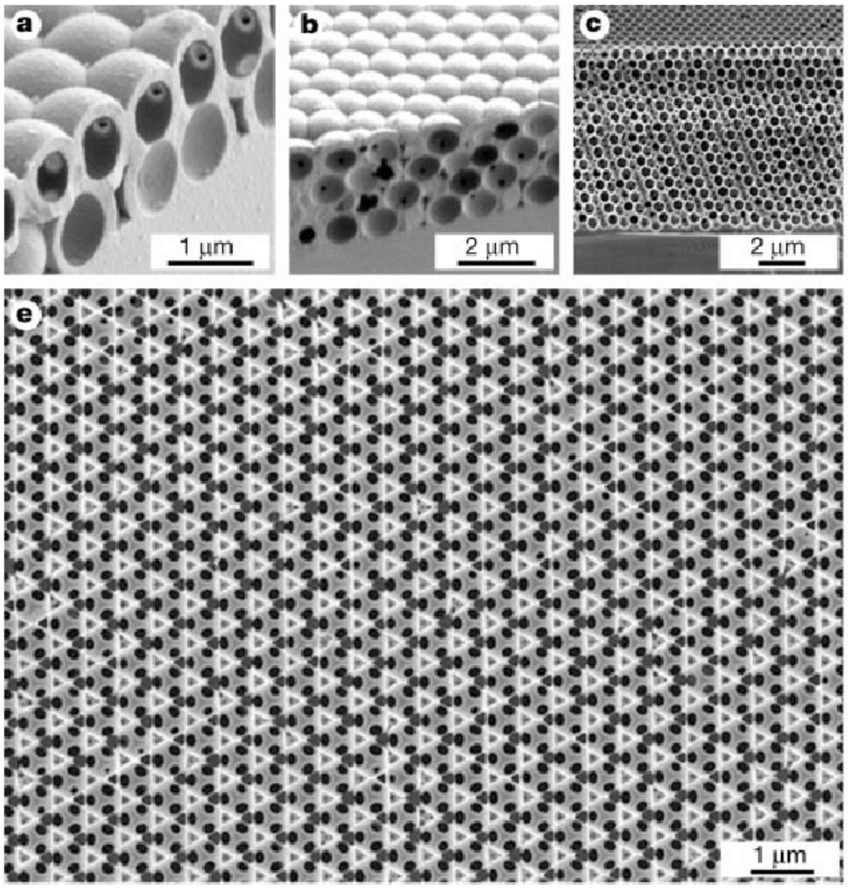


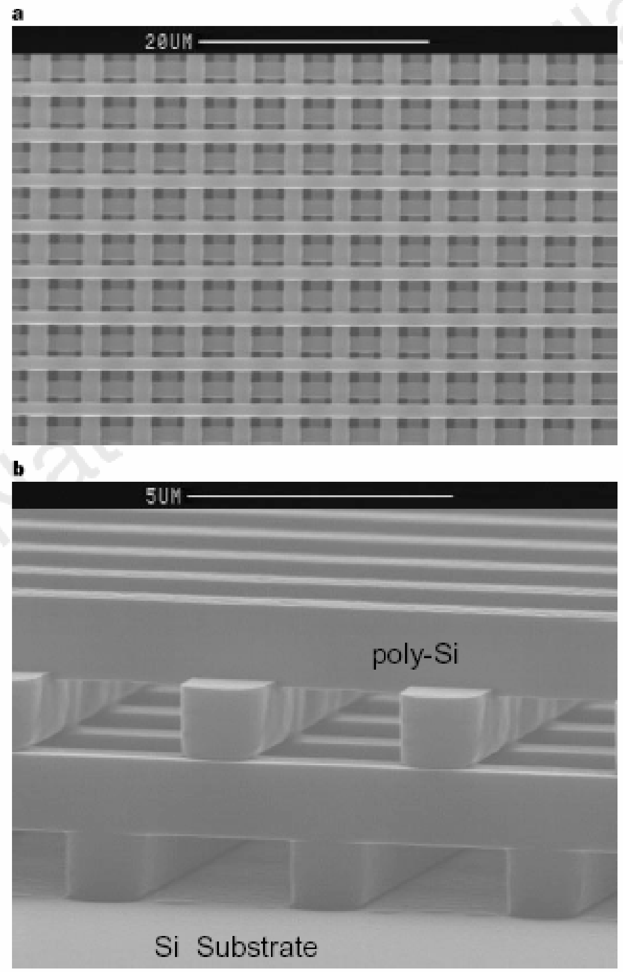


J. D. Joannopoulos, et al, Nature, vol.386, p.143-9 (1997)

R. F. Cregan, et al, Science, vol.285, p.1537-9 (1999)

Tinh thể photonic ba chiều





Y. A. Vaslov, Nature, vol.414, p.289-93 (2001)

S. Lin et al, Nature, vol. 394, p. 251-3, (1998)

Nhấn mạnh những bước tiến gần đây

•Sử dụng độ tương phản chiết suất mạnh, và sự phát triển của kĩ thuật chế tạo nano, dẫn đến một loạt những hiện tượng hoàn toàn mới.

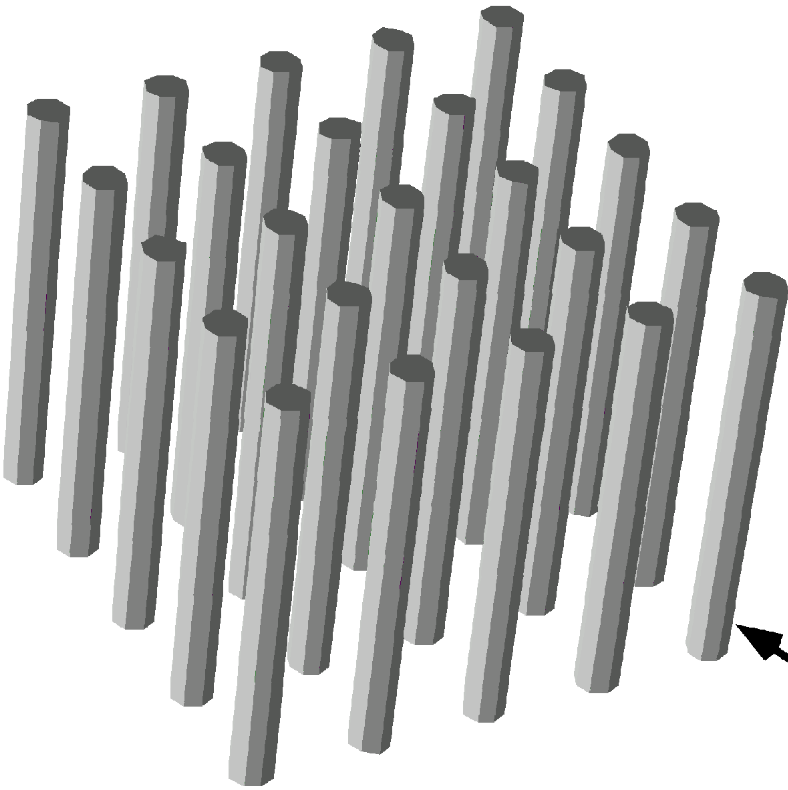
Sợi quang Silic oxit thông thường, $\delta n \sim 0.01$, cấu trúc tinh thể photonic , $\delta n \sim 1$

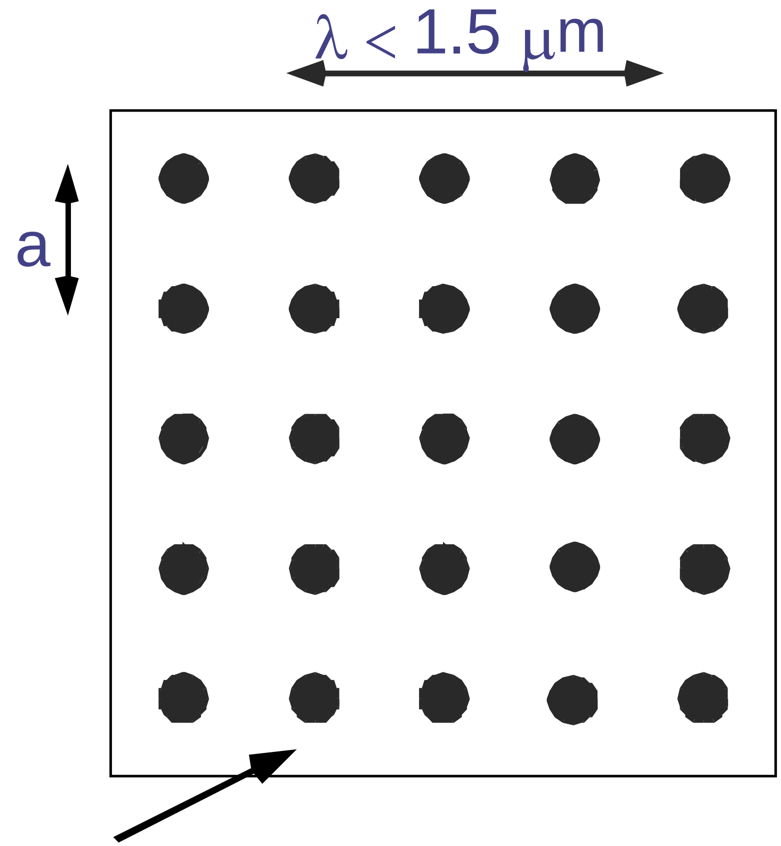
• Hệ thống các khái niệm mới trong quang học

Khái niệm về cấu trúc vùng.
Phương pháp lí thuyết kiểu ghép về sự vận chuyển photon.

•Tinh thể Photonic: Những bán dẫn phát sáng.

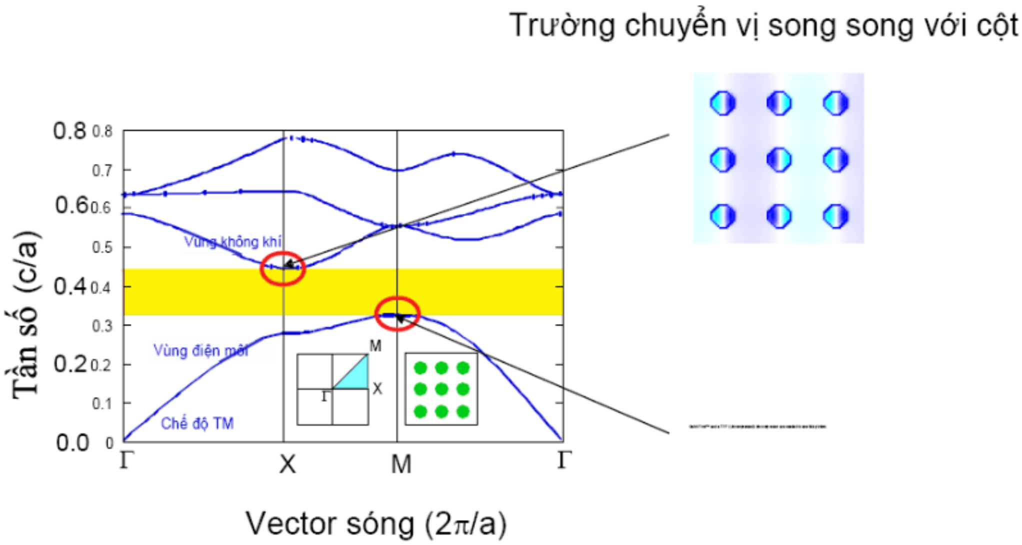
Tinh thể photonic hai chiều





Vật liệu chiết suất
cao, chẳng hạn. Si hoặc
GaAs

Cấu trúc vùng của tinh thể hai chiều



Vecto sóng xác định độ lệch pha giữa những ô đơn vị lân cận gần nhất.

X: (0.5*2π/a, 0): Vì thế, những ô đơn vị lân cận gần nhất nằm dọc theo hướng x lệch pha nhau một góc 180 độ

M: (0.5*2π/a, 0.5*2π/a): những ô đơn vị lân cận gần nhất nằm dọc theo đường chéo lệch pha nhau một góc 180 độ

Phương trình Maxwell ở trạng thái xác lập

Phương trình Maxwell phụ thuộc thời gian trong môi trường điện môi :

$$\nabla \bullet \mathbf{H}(\mathbf{r},t) = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r},t) - \varepsilon(\mathbf{r})\frac{\partial\left(\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right)}{\partial \mathbf{t}} = 0$$

$$\nabla \bullet \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{\partial\left(\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r},t)\right)}{\partial \mathbf{t}} = 0$$

Mô hình hàm điều hòa phụ thuộc thời gian (nghĩa là. trạng thái xác lập):

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$$

Phương trình Maxwell cho trạng thái xác lập:

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) + i\omega\left(\varepsilon(\mathbf{r})\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r})\right) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - i\omega\left(\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r})\right) = 0$$

Phương trình Master cho trạng thái xác lập trong điện môi

Biễu diễn phương trình chỉ trong từ trường:

$$\boxed{\nabla \times \frac{\mathbf{1}}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Vì thế, đối với trạng thái xác lập, phương trình Maxwell có thể được biễu diễn theo bài toán trị riêng, tương tự với cơ học lượng tử khi nghiên cứu tính chất của electron.

	Cơ học lượng tử	Điện từ học
Trường	$\Psi(\mathbf{r},t) = \Psi(\mathbf{r})e^{j\omega t}$	$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{i\omega t}$
Bài toán trị riêng	$\hat{H}\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r})$	$\Theta\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)\mathbf{H}(\mathbf{r})$
Toán tử	$\hat{H} = \frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r})$	$\Theta = \nabla \times \frac{\mathbf{1}}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times$

Điện từ học như bài toán trị riêng

Phương trình chính định nghĩa một toán tử:

$$\Theta\mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \nabla \times \frac{\mathbf{1}}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

Quan trọng, toán tử Θ là toán tử Hermit. Nếu chúng ta định nghĩa tích nội của hai trường vecto **F**(r) và **G**(r) là:

$$(\mathbf{F},\mathbf{G}) = \int d\mathbf{r}\mathbf{F}^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{G}(\mathbf{r})$$

thì

$$\begin{aligned}
(\mathrm{F},\Theta\mathrm{G}) &= \int d\mathrm{r}\mathrm{F}^* \cdot \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathrm{G} \right) \\
&= -\int d\mathrm{r} (\nabla \times \mathrm{F})^* \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathrm{G} \right) \\
&= -\int d\mathrm{r} \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathrm{F} \right)^* \cdot (\nabla \times \mathrm{G}) \\
&= \int d\mathrm{r} \left(\nabla \times \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathrm{F} \right)^* \cdot \mathrm{G} = (\Theta\mathrm{F},\mathrm{G})
\end{aligned}$$

Tính chất tổng quát của chế độ điều hòa

Với toán tử Θ là Hermit dẫn đến một số những tính chất tốt về chế độ điều hòa

Giả sử rằng **H**(r) là một chế độ riêng, nghĩa là $\Theta\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$

ω^2 thực

$$(\mathbf{H}, \Theta\mathbf{H}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (\mathbf{H}, \mathbf{H}) = (\Theta\mathbf{H}, \mathbf{H}) = \left(\frac{\omega^*}{c}\right)^2 (\mathbf{H}, \mathbf{H})$$

ω^2 dương

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (\mathbf{H}, \mathbf{H}) = (\mathbf{H}, \Theta\mathbf{H}) = \int d\mathbf{r} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} |\nabla \times \mathbf{H}|^2$$

Hai chế độ $\mathbf{H}_1$(r) và $\mathbf{H}_2$(r) tại hai tần số khác nhau ω_1 và ω_2 trực giao nhau,nghĩa là ($\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$) = 0

$$\left(\frac{\omega_1}{c}\right)^2 (\mathbf{H}_2, \mathbf{H}_1) = (\mathbf{H}_2, \Theta\mathbf{H}_1) = (\Theta\mathbf{H}_2, \mathbf{H}_1) = \left(\frac{\omega_2}{c}\right)^2 (\mathbf{H}_2, \mathbf{H}_1)$$

Vì thế nếu ω_1 và ω_2 khác nhau thì (H_1, H_2) = 0.

Hệ quả của sự trực giao

Đối với hai hàm sóng một chiều trực giao *f*(x) và *g*(x), nghĩa là.

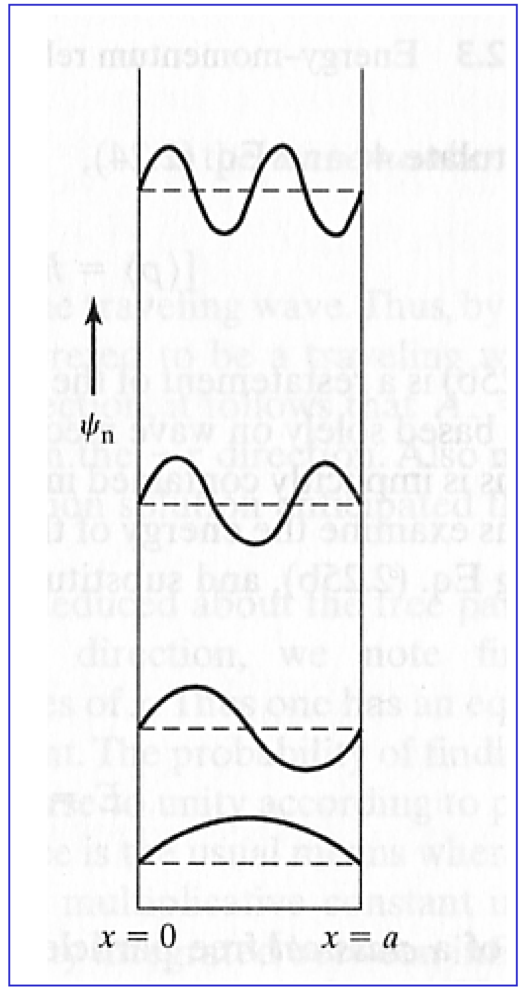
$$0 = (f, g) = \int dx\, f(x) g(x)$$

Vì thế, tích *fg* phải có phần âm bằng phần dương trên khoảng đang xét, vì thế tích phân toàn phần biến mất.

Bởi vì toán tử $$\Theta \mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \nabla \times \frac{\mathbf{1}}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

chứa đạo hàm đối với trường , chế độ tần số cao hơn thường biến đổi theo không gian nhiều hơn trong dạng trường của chúng.

Do trực giao, chế độ tần số cao hơn thường có mặt phẳng nhiều nút hơn trong dạng trường của chúng.



Bất biến tỉ lệ

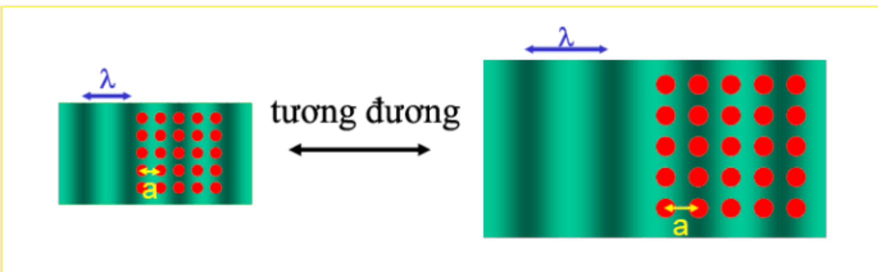
Nghiệm tại một thang này xác định nghiệm tại tất cả những thang độ dài còn lại.

Chẳng hạn, giả sử rằng chúng ta có trường điện từ ở trạng thái xác lập H (r) trong một cấu hình điện môi ε(r)

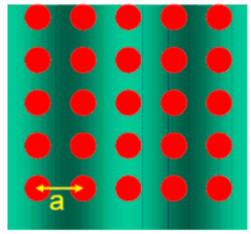
$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

Thì, trong cấu hình điện môi, chỉ là một phiên bản nén hoặc giãn của ε(r): ε'(r) = ε(r/s), Dùng r' = sr. chúng ta có

$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon'(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}'(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{cs}\right)^2 \mathbf{H}'(\mathbf{r})$$



Những đơn vị được chuẩn hóa

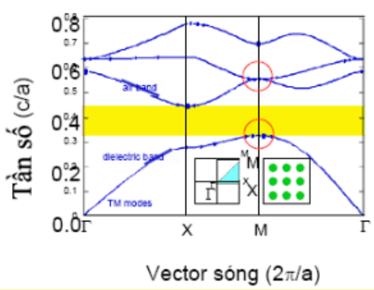


Hằng số mạng: *a*

Đơn vị của những đại lượng vật lí sau trở thành:

- Tần số: *c/a*
- Tần số góc: $2\pi c/a$
- Vecto sóng: $2\pi/a$
- Bước sóng: *a*

Ví dụ đơn giản về việc đọc giản đồ năng lượng



Vùng cấm trải từ 0.2837 c/a tới 0.4183 c/a
Tần số giữa khe là 0.3510 c/a

Để thiết kế một tinh thể sao cho ánh sáng 1.55 micromet rơi vào tâm khe, chúng ta có

c/(1.55micron) = 0.3510 c/a, vì thế
*a = 0.3510 * 1.55 micron = 0.5440 micron*

Năng lượng điện từ và nguyên lí biến phân

Từ phương trình chính:

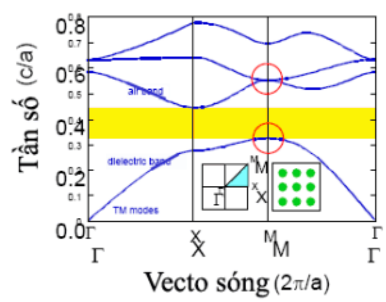
$$\Theta \mathrm{H}(\mathrm{r}) = \nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\mathrm{r})} \nabla \times \mathrm{H}(\mathrm{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathrm{H}(\mathrm{r})$$

Dạng tích phân:

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \frac{\int d\mathrm{r} \frac{1}{\varepsilon(\mathrm{r})} \boxed{\left|\nabla \times \mathrm{H}(\mathrm{r})\right|^2}}{\int d\mathrm{r} \left|\mathrm{H}(\mathrm{r})\right|^2}$$

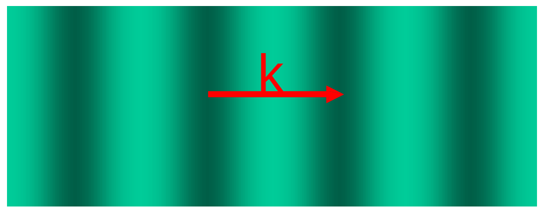
Độ tập trung của cường độ điện trường trong vùng có hằng số điện môi cao làm cực tiểu hóa tần số.

Hai vùng đầu tiên, trường chuyển vị tại điểm M



Ví dụ đơn giản về cấu trúc vùng: chân không (1chiều)

Chân không: ε=1, μ=1, nghiệm sóng phẳng của phương trình Maxwell:



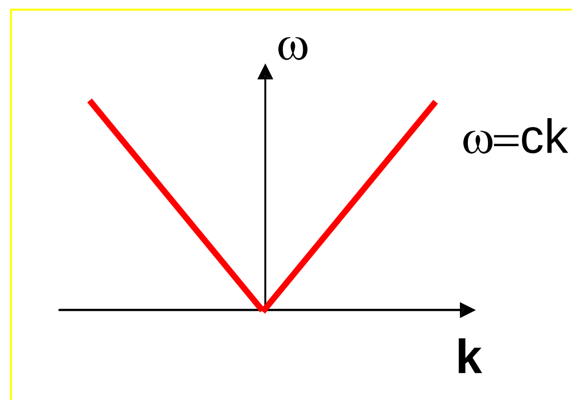
$$\boxed{\mathbf{H}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}}$$

với điều kiện ràng buộc ngang: $\mathbf{k}\bullet\mathbf{H}=\mathbf{0}$

Một cấu trúc vùng, hoặc hệ thức tán sắc định nghĩa mối quan hệ giữa tần số ω, và vector sóng k.

$$\boxed{\omega = c|\mathbf{k}|}$$

Đối với hệ thống một chiều, cấu trúc vùng có thể được mô tả đơn giản là:

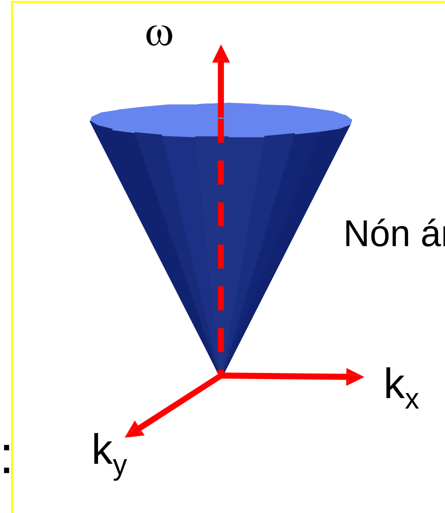


Hình dung cấu trúc vùng chân không (2 chiều)

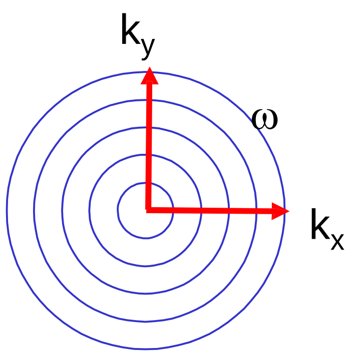
Đối với hệ thống hai chiều:

$$\omega = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

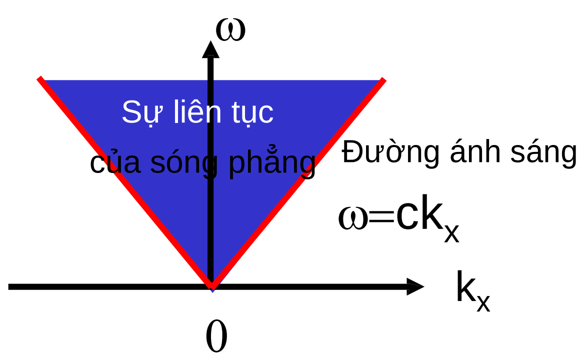
Hàm này biểu diễn một hình nón: <u>nón ánh sáng.</u>



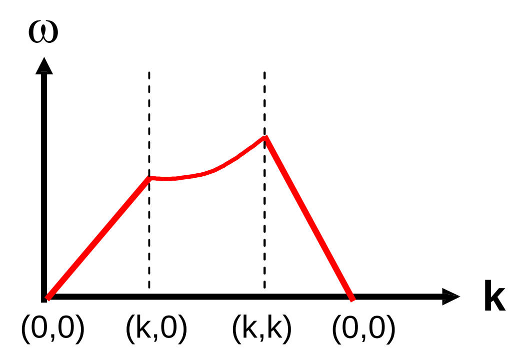
Một vài cách để hình dung cấu trúc vùng này :



Contour tần số không đổi



Hình chiếu giản đồ vùng

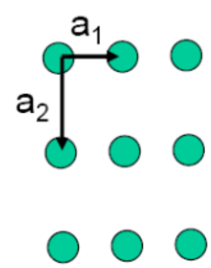


Giản đồ vùng dọc theo vài hướng "đặc biệt"

Lí thuyết Bloch cho điện từ học

Trong một môi trường điện môi tuần hoàn, nghĩa là $\varepsilon(r+a)=\varepsilon(r)$ nghiệm H(r) của phương trình Master là:

$$\boxed{\nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\mathrm{r})} \nabla \times \mathrm{H}(\mathrm{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathrm{H}(\mathrm{r})}$$



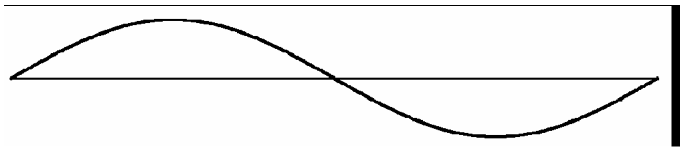
phải thõa mãn hệ thức sau:

$$\boxed{\mathrm{H}(\mathrm{r}) = e^{i(\mathrm{k}\cdot\mathrm{r})}\mathrm{u}_\mathrm{k}(\mathrm{r})}$$

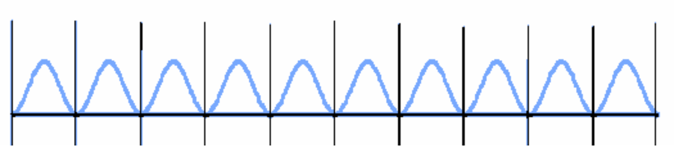
ở đây $u_k(r) = u_k(r+a)$ là hàm tuần hoàn.

Những hàm sóng Bloch

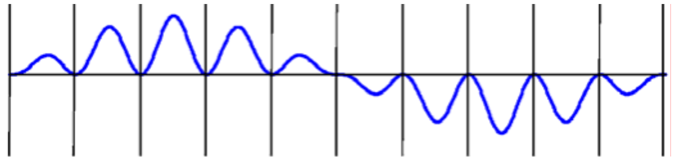
$$e^{ikx}$$



$$u(x)$$



$$e^{ikx}u(x)$$

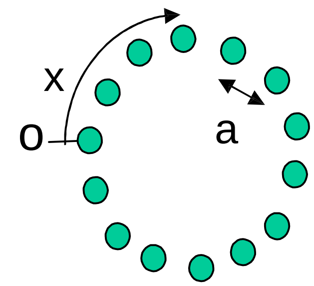


Chứng minh đơn giản lí thuyết Bloch

(Solid state Phys. Kittel, p179-180)

Chứng minh trong trường hợp một chiều

- Xét *N* điểm mạng giống nhau trên một vòng dài *Na*



- Hàm điện môi tuần hoàn theo a, với $\varepsilon(x)=\varepsilon(x+sa)$, ở đây s là số nguyên
- Đối xứng tịnh tiến $\Rightarrow$ Nghiệm mong đợi của phương trình sóng

$$\mathbf{H}(x+a) = C\,\mathbf{H}(x)$$

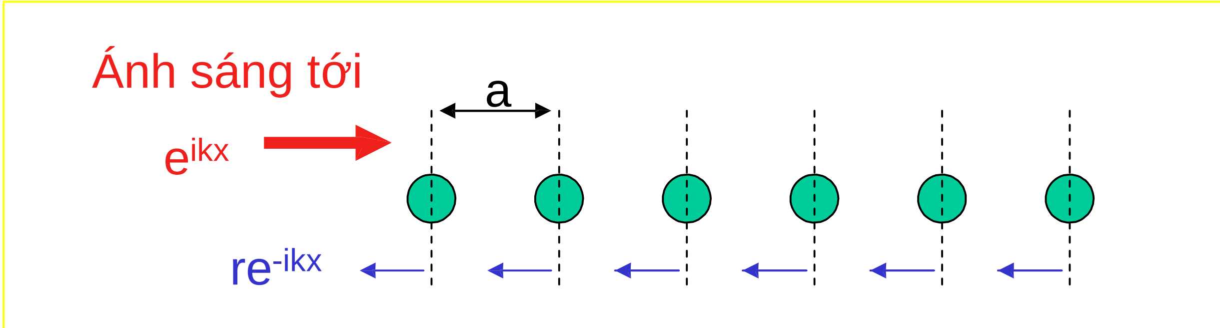
n lần

- Mỗi khi đi một vòng: $\mathbf{H}(x+Na) = \mathbf{H}(x) = C^N\,\mathbf{H}(x)$

$\Rightarrow$ C là căn bậc N của 1 : $C = \exp(i2\pi s/N)$; $s = 0, 1, 2, \ldots, N-1$

- Hàm Bloch $\begin{cases} \mathbf{H}(x) = \mathbf{u}_k(x)\exp(i2\pi sx/(Na)) \\ \text{Where } u_k(x+a) = u_k(x) \end{cases}$ thõa $\begin{cases} \mathbf{H}(x+a) = C\,\mathbf{H}(x) \\ \mathbf{H}(x+Na) = \mathbf{H}(x) \end{cases}$

Tán xạ Bragg



Bất kể phản xạ r từ các tán xạ riêng lẻ nhỏ như thế nào đi nữa, phản xạ toàn phần R từ cấu trúc bán vô định là:

$$R = re^{-ikx} + re^{-2ika}e^{-ikx} + re^{-4ika}e^{-ikx} + \ldots = re^{-ikx}\frac{1}{1-e^{-2ika}}$$

Hội tụ nếu

$$\boxed{e^{2ika} = 1 \qquad k = \frac{\pi}{a}}$$

Điều kiện Bragg

Ánh sáng không thể truyền trong tinh thể, khi tần số của ánh sáng tới thõa mãn điều kiện Bragg

Nguồn gốc của vùng cấm trong photonic

Tóm tắt ngắn về mạng đảo

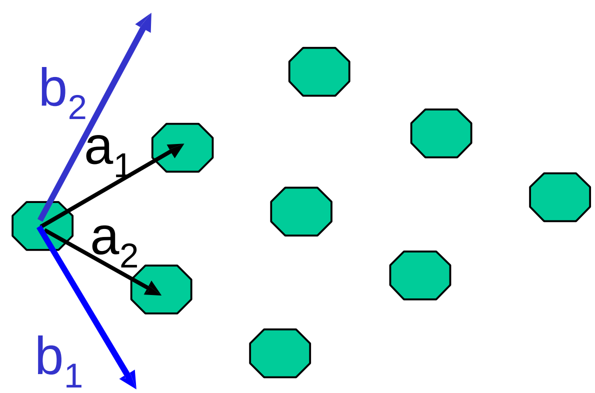
See Kittel, pp. 32-33

•Vecto mạng đảo **G** được xác định bởi: $\mathbf{e}^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{a}} = 0$
ở đây a là bất kì vecto mạng thực nào.

• Đối với tập hợp cho trước các vecto mạng thực, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ và $\mathbf{a}_3$, tập hợp các vecto cơ sở của mạng đảo là:

$$\mathbf{b_1} = \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \bullet (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)} \cdot 2\pi \qquad \mathbf{b_2} = \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \bullet (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)} \cdot 2\pi \qquad \mathbf{b_3} = \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \bullet (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)} \cdot 2\pi$$

Vector mạng đảo **G** là: $\mathbf{G} = n_1\mathbf{b}_1 + n_2\mathbf{b}_2 + n_3\mathbf{b}_3$, ở đây n_1, n_2, n_3 là các số nguyên tùy ý.

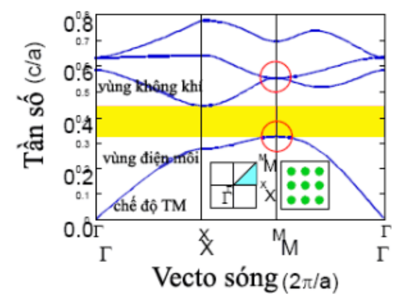


Tóm tắt

•Tinh thể Photonic là một môi trường nhân tạo có sự tương phản hệ số tuần hoàn.

•Sóng điện từ trong tinh thể photonic được mô tả bằng cấu trúc vùng, nó cho ta biết mối quan hệ giữa tần số của chế độ và vecto sóng.

•Cơ bản về tính chất của chế độ: bất biến tỉ lệ, trực giao.



Năng lượng điện từ và nguyên lí biến phân

Nghiệm $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ của phương trình Master:

$$\Theta\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla\times\varepsilon^{-1}(\mathbf{r})\nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\mathbf{H}(\mathbf{r})$$

Cực tiểu hóa hàm sau:

$$E_f[\mathbf{H}] = \frac{1}{2}\cdot\frac{(\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}$$

Chứng minh:

$$\begin{aligned}
E_f[\mathbf{H}+\delta\mathbf{H}] &= \frac{1}{2}\cdot\frac{(\mathbf{H}+\delta\mathbf{H},\Theta\mathbf{H}+\Theta\delta\mathbf{H})}{(\mathbf{H}+\delta\mathbf{H},\mathbf{H}+\delta\mathbf{H})}\\
&= \frac{1}{2}\left[(\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})+(\delta\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})+(\Theta\mathbf{H},\delta\mathbf{H})\right]\left[\frac{1}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}-\frac{(\mathbf{H},\delta\mathbf{H})+(\delta\mathbf{H},\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})^2}\right]\\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{(\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}\left[(\delta\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})-\frac{(\delta\mathbf{H},\mathbf{H})(\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}\right]+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}\left[(\Theta\mathbf{H},\delta\mathbf{H})-\frac{(\mathbf{H},\delta\mathbf{H})(\Theta\mathbf{H},\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})}\right]\\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{(\mathbf{H},\Theta\mathbf{H})}{(\mathbf{H},\mathbf{H})} = E_f[\mathbf{H}]
\end{aligned}$$

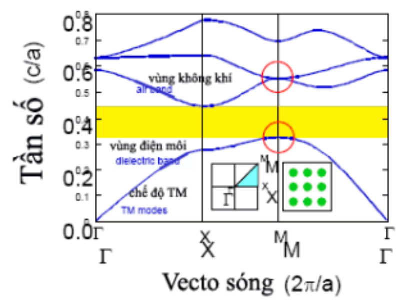
Năng lượng điện từ và nguyên lí biến phân

Định lí biến phân cho chúng ta một số gợi ý về những trạng thái riêng nằm ở mức thấp. Bởi vì

$$E_f[\mathbf{H}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\mathbf{H}, \Theta\mathbf{H})}{(\mathbf{H}, \mathbf{H})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(\mathbf{H}, \mathbf{H})} \cdot \int dr \frac{1}{\varepsilon} \left| \frac{\omega}{c} \mathbf{D} \right|^2$$

Từ phương trình này, chúng ta thấy hàm E_f cực tiểu khi trường chuyển vị D được tập trung trong vùng có hằng số điện môi cao, vì thế, chế độ bậc thấp hơn có khuynh hướng tập trung trường chuyển vị của nó trong vùng có hằng số điện môi cao.

Hai vùng đầu tiên, trường chuyển vị tại điểm M



Cấu trúc vùng năng lượng của tinh thể photonic hai chiều

1. Tinh thể photonic là gì?
2. Tinh thể photonic một, hai và ba chiều.
3. *Cấu trúc vùng năng lượng của tinh thể photonic hai chiều.*

1.Tinh thể photonic là gì ?

Loại vật liệu nào có thể giúp chúng ta điều khiển được hoàn toàn sự truyền ánh sáng? Để trả lời câu hỏi này, chúng ta dựa vào sự thành công của chúng ta khi điều khiển tính chất điện của vật liệu. Một tinh thể là một sự sắp xếp tuần hoàn các nguyên tử hoặc phân tử. Dạng hình học được tạo ra do sự lặp lại những nguyên tử hoặc phân tử trong không gian được gọi là mạng tinh thể. Tinh thể tạo ra một thế tuần hoàn để electron truyền qua nó, và cả thành phần tinh thể và dạng hình học của tinh thể quyết định tính chất dẫn điện của tinh thể.

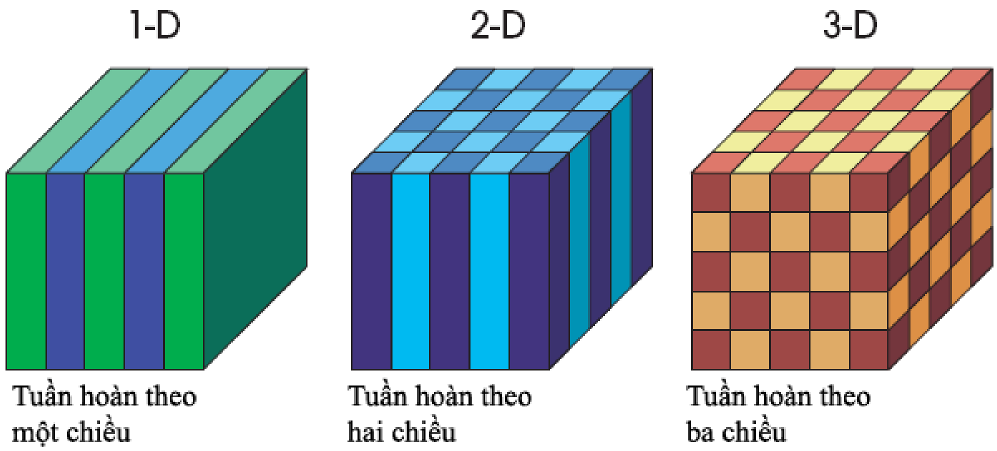
Lí thuyết cơ học lượng tử về thế tuần hoàn đã giải thích những điều huyền bí nhất của vật lý: Trong tinh thể dẫn điện, tại sao electron truyền giống như khí khuếch tán hoặc hạt tự do? Chúng làm cách nào để không tán xạ vào các thành phần của mạng tinh thể (các nút mạng)? Câu trả lời là electron truyền như sóng, và những sóng thõa mãn tiêu chuẩn nào đó có thể truyền qua thế tuần hoàn mà không tán xạ (mặc dù chúng sẽ bị tán xạ bởi các sai hỏng và tạp chất).

Tuy nhiên, quan trọng là tinh thể cũng có thể ngăn cấm sự truyền của những sóng nào đó. Có thể có những vùng cấm trong cấu trúc vùng năng lượng của tinh thể, có nghĩa là những electron bị cấm truyền với năng lượng nào đó theo hướng nào đó. Nếu thế của mạng đủ mạnh,vùng cấm có thể tồn tại ở tất cả các hướng truyền khả dĩ, dẫn đến những vùng cấm hoàn toàn. Chẳng hạn, bán dẫn có vùng cấm hoàn toàn giữa những vùng dẫn và vùng hóa trị.

Một sự tương tự về mặt quang học là tinh thể photonic, ở đó, những nguyên tử hoặc phân tử được thay thế bằng môi trường vĩ mô với hằng số điện môi khác nhau, và thế tuần hoàn được thay thế bằng hàm điện môi tuần hoàn (tương đương với chiết suất tuần hoàn). Nếu hằng số điện môi trong tinh thể khác nhau đáng kể, và nếu sự hấp thụ ánh sáng bởi vật liệu là cực tiểu thì sự phản xạ và khúc xạ ánh sáng từ tất cả các mặt phân cách khác nhau có thể tạo ra nhiều hiện tượng tương tự đối với photon giống như thế tuần hoàn của nguyên tử tạo ra cho các electron. Vì thế, một hướng để giải quyết bài toán điều khiển quang học là tinh thể photonic, một môi trường điện môi tuần hoàn mất mát thấp. Đặc biệt, chúng ta có thể thiết kế và tạo ra những tinh thể photonic với vùng cấm photonic, ngăn ánh sáng truyền theo hướng nào đó với một tần số nào đó. Chúng ta cũng sẽ thấy rằng tinh thể photonic có thể cho phép truyền theo những cách dị thường và hữu dụng.

2.Tinh thể photonic một, hai và ba chiều:

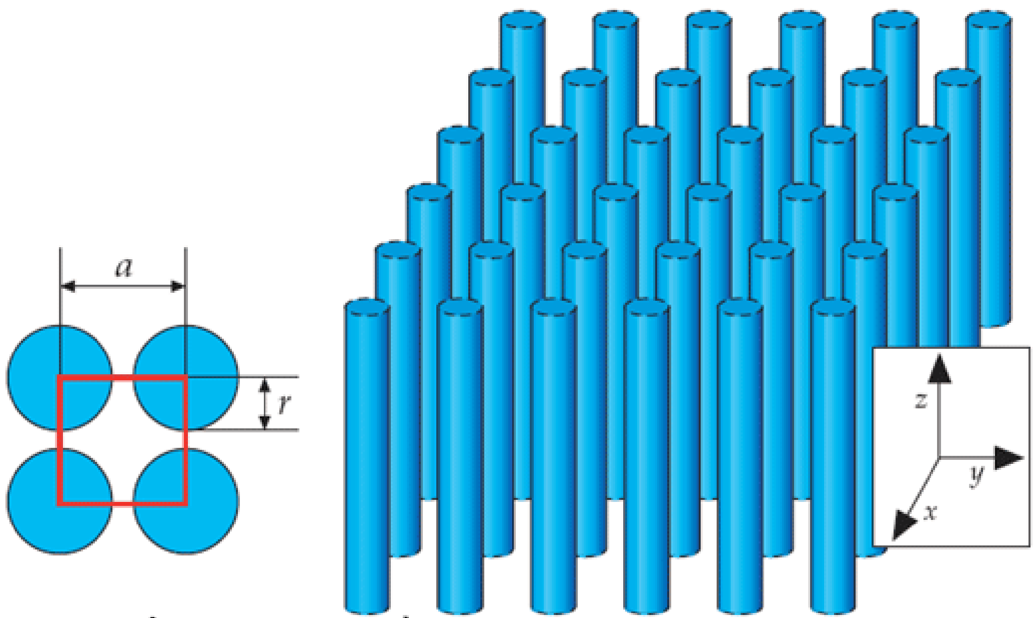
- Tinh thể photonic một chiều: bao gồm các lớp vật liệu xen kẽ nhau với hằng số điện môi khác nhau.
- Tinh thể photonic hai chiều: tuần hoàn theo hai chiều và đồng nhất về mặt hình học theo chiều thứ ba.
- Tinh thể photonic ba chiều: tuần hoàn theo cả ba chiều.



Hình 1: Ví dụ đơn giản về tinh thể một, hai và ba chiều. Những màu khác nhau biểu diễn những vật liệu với hằng số điện môi khác nhau. Tính năng xác định của tinh thể photonic là sự tuần hoàn của vật liệu điện môi dọc theo một hoặc nhiều trục.

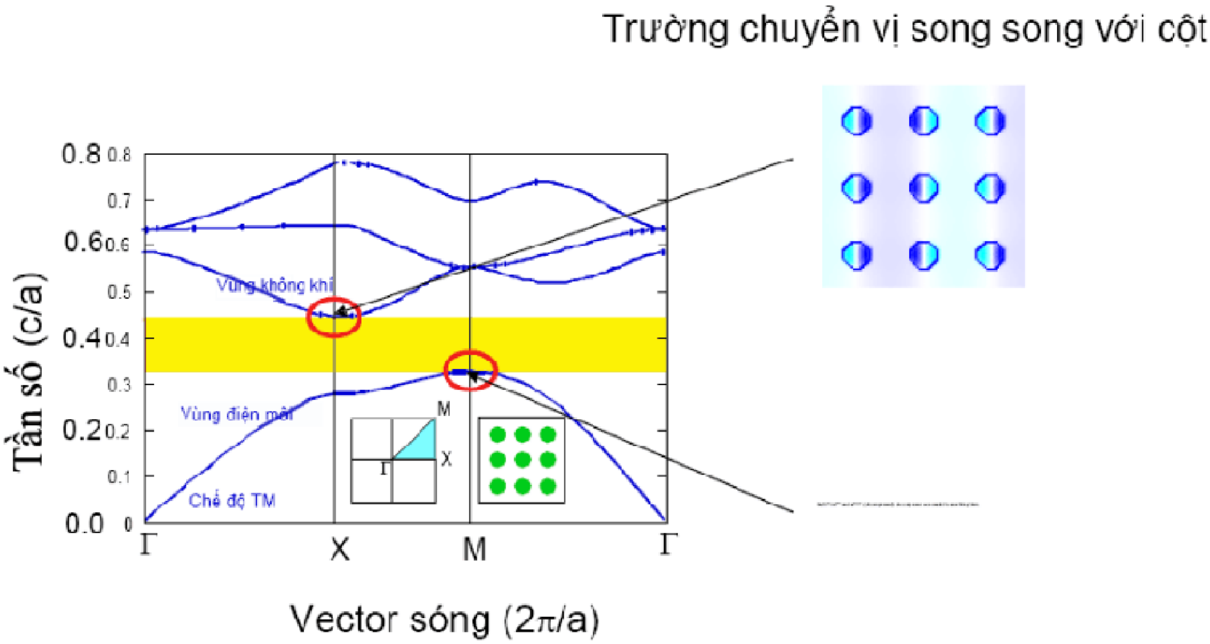
3.Cấu trúc vùng năng lượng của tinh thể photonic hai chiều:

Như trên đã nói, tinh thể photonic hai chiều tuần hoàn theo hai chiều và đồng nhất theo chiều thứ ba. Vùng cấm photonic sẽ xuất hiện trong mặt phẳng tuần hoàn đó. Đối với ánh sáng truyền trong mặt phẳng này, các chế độ điều hòa có thể tách thành hai sự phân cực độc lập, mỗi sự phân cực có cấu trúc vùng riêng của nó.



Hình 1: Tinh thể photonic hai chiều. Vật liệu này là một mạng vuông góc các cột điện môi, với bán kính r và hằng số điện môi ε. Vật liệu đồng nhất dọc theo trục z (chúng ta tưởng tượng những cột rất cao), và tuần hoàn dọc theo x và y với hằng số mạng a. Hình nhỏ phía trái biểu diễn mạng vuông góc từ trên với ô đơn vị được đóng khung màu đỏ.

Xét ánh sáng truyền trong mặt phẳng xy của một mạng vuông các cột điện môi với hằng số mạng a (hình 2). Cấu trúc thực tế của tinh thể photonic này bao gồm những thanh oxit nhôm ($\varepsilon = 8.9$ *) đặt trong không khí với bán kính r/a=0.2. Cấu trúc vùng đối với chế độ từ ngang (TM) được biểu diễn trong hình dưới đây.*



Nếu gọi $k_{//}$ là các vecto sóng nằm trong mặt phẳng xy thì trên hình vẽ này, trục thẳng đứng sẽ biểu diễn những giá trị của các vecto này. Khi đi từ trái sang phải, $k_{//}$ di chuyển dọc theo một quỹ đạo có dạng hình tam giác của vùng Brillouin bất khả quy từ Γ tới X tới M.

Lí do tại sao chúng ta chỉ vẽ $k_{//}$ dọc theo biên của vùng Brillouin là vì những cực đại và cực tiểu của một vùng đã cho hầu như luôn luôn xuất hiện tại biên vùng, và thường là tại một góc.

Mạng tinh thể vuông có vùng Brillouin vuông như được minh họa trong hình nhỏ của hình trên. Vùng Brilouin bất khả quy là nêm tam giác ở góc phải trên cùng; phần còn lại của vùng Brilouin có thể được tạo ra từ nêm tam giác này bằng phép đối xứng quay. Ba điểm đặc biệt tương ứng với $\mathbf{k}_{//} = 0$, $\mathbf{k}_{//} = \pi/a\mathbf{i}$, $\mathbf{k}_{//} = \pi/a\mathbf{i} + \pi/a\mathbf{j}$.

Đối với chế độ TM tinh thể photonic có vùng cấm hoàn toàn giữa vùng thứ nhất và vùng thứ hai. Trường ứng với chế độ TM thấp nhất (vùng điện môi) tập trung nhiều tại vùng điện môi. Đây là sự đối lập dễ nhận thấy với dạng trường trong vùng không khí. Ở đó, có những mặt phẳng nút cắt qua các cột điện môi, loại trừ một số biên độ trường chuyển vị ra khỏi vùng điện môi cao.

Theo nguyên lí biến phân, một chế độ tập trung hầu hết năng lượng trường điện của nó vào những vùng có hằng số điện môi cao để làm cho tần số của nó thấp hơn, nhưng những vùng cao hơn phải trực giao với những vùng thấp hơn. Điều này giải thích tại sao có sự tách rộng giữa hai vùng này. Vùng thứ nhất có hầu hết năng lượng của nó trong vùng điện môi, và có tần số thấp; vùng thứ hai phải có một mặt phẳng nút để trực giao với vùng thứ nhất, và vì thế có hầu hết năng lượng của nó trong vùng không khí tương ứng với tần số cao hơn.