

Liên hệ: thanhlam1910_2006@yahoo.com hoặc frbwrites@gmail.com

www.mientayvn.com

Dịch vụ dịch thuật tiếng Anh chuyên ngành khoa học kỹ thuật

menu con *Select All* trong menu *Edit* và chọn điều kiện biên Neumann cho tất cả các biên. Sau đó sửa lại điều kiện biên cho hai phía của thanh. Phía trái chọn điều kiện biên Dirichlet với $r = 100$. Phía bên phải chọn điều kiện biên Neumann với $g = -10$. Bước tiếp theo là mở hộp thoại *PDE Specification* và nhập vào các hệ số của PDE. *PDE parabolic* tổng quát mà *PDE Toolbox* xử lí có dạng:

$$d \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (\nabla u) + au = f$$

với điều kiện đầu $u_0 = u(t_0)$ và thời gian tính nghiệm mô tả trong mảng *tlist*. Như vậy trong trường hợp này ta có $d = 1$, $c = 1$, $a = 0$ và $f = 0$. Khởi gán các lưới và làm tinh lại. Điều kiện đầu $u_0 = 0$ và khoảng thời gian được nhập vào là $[0:0.5:5]$. Ta nhập chúng vào hộp thoại *Solve Parameters* từ menu *Solve*. Bây giờ ta có thể giải bài toán. Để thấy được quá trình truyền nhiệt ta đánh dấu vào ô *Animation* trong hộp thoại *Plot selection*. Nên chọn màu là *colormap hot*. Chú ý là nhiệt độ của khối tăng rất nhanh. Bài toán này được lưu trong *ct8_9.m*.

b. Phân bố nhiệt trong thanh phóng xạ: Bài toán phân bố nhiệt này là một ví dụ về bài toán 3-D PDE parabolic được biến đổi thành bài toán 2-D nhờ dùng tọa độ trụ. Ta khảo sát một thanh phóng xạ hình trụ. Tại cuối bên trái của thanh nhiệt được gia tăng liên tục. Đầu cuối bên phải có nhiệt độ không đổi. Tại biên bên ngoài, nhiệt được trao đổi với môi trường bằng truyền nhiệt. Tại một thời điểm, nhiệt độ được tạo ra không đồng đều trong toàn bộ thanh do quá trình phóng xạ. Giả sử ban đầu nhiệt độ bằng 0. Điều này đưa tới bài toán sau:

$$\rho C \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla u) = f$$

Trong đó ρ là mật độ, C là nhiệt dung riêng của thanh, k là hệ số dẫn nhiệt và f là nguồn nhiệt phóng xạ. Mật độ của kim loại là 7800 kg/m^3 , nhiệt dung riêng là $500 \text{ Ws/kg}^\circ\text{C}$, độ dẫn nhiệt là $40 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Nguồn nhiệt là 20000 W/m^3 . Nhiệt độ ở một đầu thanh là 100°C . Nhiệt độ môi trường bên ngoài là 100°C và hệ số truyền nhiệt là $50 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$. Dòng nhiệt ở cuối bên trái là 5000 W/m^2 . Nhưng đây là bài toán hình trụ, như vậy ta cần biến đổi phương trình, dùng các tọa độ trụ r , z và θ . Do tính đối xứng, nghiệm không phụ thuộc θ . Như vậy phương trình đã biến đổi là:

$$\rho C \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(kr \frac{\partial u}{\partial z} \right) = fr$$

Điều kiện biên là:

- $\vec{n} \cdot (k \nabla u) = 5000$ ở đầu cuối bên trái của thanh (điều kiện biên Neumann). Do điều kiện Neumann tổng quát hoá trong PDE Toolbox là $\vec{n} \cdot (c \nabla u) + qu = g$ và c phụ thuộc vào r trong bài toán này ($c = kr$), điều kiện biên này được biểu diễn bằng biểu thức $\vec{n} \cdot (c \nabla u) = 5000r$.

- $u = 100$ tại đầu cuối bên phải của thanh (điều kiện biên Dirichlet)
- $\vec{n} \cdot (k \nabla u) = 50(100 - u)$ tại biên bên ngoài (điều kiện biên Neumann tổng quát hoá). Trong PDE Toolbox nó được biểu diễn bằng:

$$\vec{n} \cdot (c \nabla u) + 50r \cdot u = 50r \cdot 100.$$

- trục của hình trụ $r = 0$ không phải là biên trong bài toán gốc nhưng khi biến đổi thành 2-D thì lại là biên. Ta phải cho một điều kiện biên $\vec{n} \cdot (c \nabla u) = 0$ tại đây. Giá trị đầu là $u(t_0) = 0$

Mô hình thanh là hình chữ nhật dọc theo trục x và trục y hướng r . Ta vẽ hình chữ nhật với các góc $(-1.5, 0)$, $(1.5, 0)$, $(1.5, 0.2)$, $(-1.5, 0.2)$, nghĩa là cần nhập các số $[-1.5 \ 0.0 \ 3 \ 0.2]$ vào **Object Dialog** của phần tử R1. Nhập điều kiện biên Neumann cho đầu cuối bên trái với $q = 0$ và $g = 5000 \cdot y$. Nhập điều kiện biên Dirichlet cho đầu cuối bên phải với $h = 1$ và $r = 100$. Đối với biên ngoài dùng điều kiện biên Neumann với $q = 50 \cdot y$ và $g = 50 \cdot y \cdot 100$. Trên trục ta dùng điều kiện biên Neumann với $q = 0$ và $g = 0$. Các hệ số của phương trình $c = 40 \cdot y$, $a = 0$, $d = 7800 \cdot 500 \cdot y$ và $f = 20000 \cdot y$.

3. Các ví dụ về bài toán hyperbolic:

a. Phương trình sóng: Ta khảo sát sóng tạo ra từ dao động của một màng hình vuông có các góc $(-1, -1)$, $(-1, 1)$, $(1, -1)$ và $(1, 1)$. Phương trình dao động có dạng:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0$$

Màng được cố định ($u = 0$) tại cạnh phải và cạnh trái và tự do $\left(\frac{\partial u}{\partial n} = 0\right)$ ở cạnh trên và cạnh dưới. Ngoài ra, ta cần giá trị đầu $u(t_0)$ và $\left(\frac{\partial u(t_0)}{\partial t}\right)$. Giá trị đầu phải khớp với điều kiện biên. Nếu ta bắt đầu tại $t = 0$, thì $u(0) = \arctan\left(\cos\frac{\pi}{2}x\right)$ và $\frac{\partial u(0)}{\partial t} = 3 \sin(\pi x) e^{\sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)}$ là các giá trị đầu thoả mãn điều kiện biên.

Ta dùng **PDE Toolbox** với mode **Generic Scalar**. Vẽ hình chữ nhật với các góc như trên, nghĩa là ta phải điền vào **Object Dialog** các số: $[-1 \ -1 \ 2 \ 2]$. Sau đó ta xác định điều kiện biên và khởi gán lưới. Mở hộp thoại **PDE**

