TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐIỆN LỰC

KHOA CÔNG NGHỆ TỰ ĐỘNG

Giáo Trình:

LÝ THUYẾT
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

HÀ NỘI - 2009

MỤC LỤC

Chương IV: **Đánh giá chất lượng hệ điều khiển tự động**

4.1 Khái niệm và các chỉ tiêu chất lượng (1 tiết)

4.2 Đánh giá chất lượng hệ ở chế độ xác lập (1 tiết)

4.3 Đánh giá chất lượng hệ ở chế độ quá độ (1,5 tiết)

4.4 Đánh giá gián tiếp chất lượng hệ điều khiển ở chế độ quá độ (2,5tiết)

Chương V: **Tổng hợp hệ điều khiển tự động tuyến tính**

5.1 Khái niệm (0,5 tiết)

5.2 Ổn định hoá hệ thống (0,5 tiết)

5.3 Tổng hợp hệ thống theo đặc tính tần số (2 tiết)

5.4 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp tối ưu (2 tiết)

5.6 Tổng hợp theo phương pháp gán điểm cực (3 tiết)

5.7 Tổng hợp theo phương pháp cân bằng mô hình (1 tiết)

5.8 Bộ điều chỉnh PID (1 tiết)

Chương VI: **Nâng cao chất lượng hệ ĐKTĐ tuyến tính**

6.1 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp bù nhiễu.

6.2 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp bù tín hiệu.

6.3 Hệ thống điều khiển thích nghi.

6.4 Phân ly hệ thống điều khiển tự động.

Chương VI: **Ứng dụng phần mềm Matlab**.

7.1 Giới thiệu phần mềm Matlab.

7.2 Malab – Controll systems.

CHƯƠNG I
KHÁI NIỆM VÀ CÁC NGUYÊN TẮC ĐIỀU KHIỂN CƠ BẢN

I. Một số định nghĩa và khái niệm thường dùng:

Lý thuyết điều khiển tự động là cơ sở lý thuyết của một nghành khoa học, nó nghiên cứu những nguyên tắc thành lập hệ tự động và các qui luật của các quá trình xảy ra trong hệ. Từ đó xây dựng được các hệ tối ưu hoặc gần tối ưu bằng những phương pháp kỹ thuật, đồng thời nghiên cứu quá trình tĩnh và động của hệ thống đó.

Với những phương pháp hiện đại của lý thuyết điều khiển tự động, chúng ta có thể lựa chọn được cấu trúc hệ thống hợp lý, xác định trị số tối ưu của các thông số. Đánh giá tính ổn định và các chỉ tiêu chất lượng trong quá trình điều khiển.

Một vài khái niệm có tính chất chung nhất của kỹ thuật điều khiển trong các nghành khoa học khác nhau. Không kể đến đặc điểm cụ thể, nguyên lý tác động và công dụng của các hệ thống đó, các khái niệm đó là:

- Đối tượng điều khiển: Là các thiết bị tạo ra đại lượng vật lý theo yêu cầu của công nghệ.

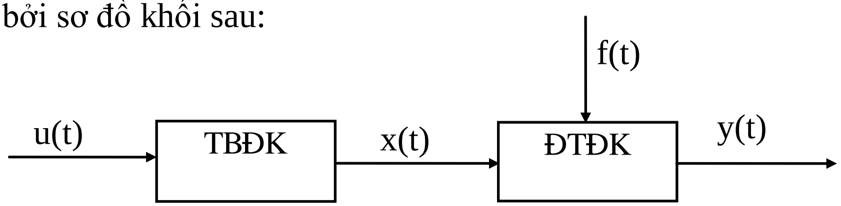
- Thiết bị điều khiển: Là thiết bị gia công tín hiệu điều khiển để tác động vào đối tượng điều khiển (ĐTĐK).

- Tín hiệu điều khiển: Là tín hiệu phù hợp để tác động vào ĐTĐK.

- Điều khiển: Là tập hợp tất cả các tác động được thực hiện lên đối tượng cần điều khiển theo một nguyên tắc, một quy luật nào đó nhằm thoả mãn các yêu cầu đặt ra.

- Một hệ thống không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là hệ thống điều khiển tự động.

Một cách tổng quát hệ thống điều khiển tự động được mô tả bởi sơ đồ khối sau:



Trong đó:

TBĐK: Thiết bị điều khiển, có nhiệm vụ tác động lên đối tượng điều khiển theo một qui luật nào đó để thoả mãn yêu cầu công nghệ.

ĐTĐK: Đối tượng cần điều khiển (Cơ cấu chấp hành), là tập hợp những phương tiện kỹ thuật như máy móc, thiết bị, khí cụ...chịu những tác động nào đó để đạt được mục đích điều khiển đề ra.

u(t) : Tín hiệu vào

y(t) : Tín hiệu ra.

x(t) : Tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng.

f(t) : Tín hiệu nhiễu loạn tác động vào hệ thống.

- Tín hiệu: là một hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin về các thông số kỹ thuật và được truyền tải bởi các đại lượng vật lý.

- Hệ đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ không đảo dấu.

- Hệ đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ có đảo dấu.

- Phản hồi: Là mối liên hệ ngược trích một phần năng lượng ở đầu ra quay lại khống chế đầu vào. Bao gồm các loại phản hồi sau:

  - Phản hồi âm: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn ngược dấu nếu là một chiều và ngược pha nếu là xoay chiều, có tác dụng giữ ổn định cho hệ.

  - Phản hồi dương: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn cùng dấu nếu là một chiều và cùng pha nếu là xoay chiều, có tác dụng nâng cao hệ số khuyếch đại và tạo nên hệ tự kích.

  - Phản hồi cứng: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ cả ở chế độ quá độ và chế độ xác lập nhưng hiệu quả cơ bản là ở chế độ xác lập còn ở chế độ quá độ ít hiệu quả (thường bỏ qua), có tác dụng nâng cao chất lượng xác lập. Để tạo phản hồi cứng phải dùng các thiết bị có tính tỷ lệ như máy phát tốc, can nhiệt, mạch điện tử...

  - Phản hồi mềm: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ ở chế độ quá độ còn chế độ xác lập không tham gia, có tác dụng nâng cao chất lượng quá độ. Để tạo phản hồi mềm phải dùng các thiết bị có tính vi, tích phân như mạch R-C; R-L, cầu mềm (cầu động), biến áp vi phân...

Tổ hợp của bốn loại phản hồi trên tạo ra: Phản hồi âm cứng, dương mềm, âm mềm, dương cứng tuỳ theo từng trường hợp thực tế với yêu cầu cụ thể.

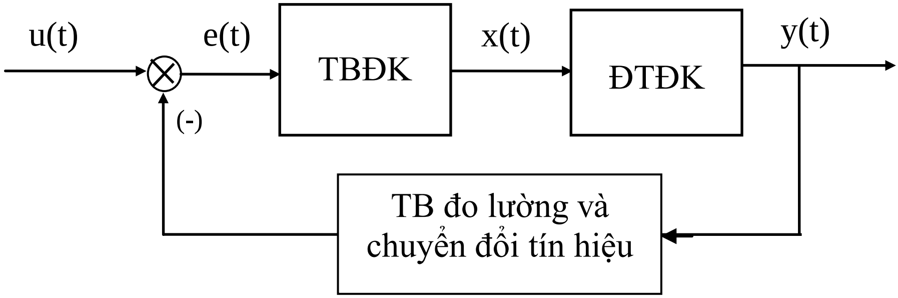
II.Những nguyên tắc điều khiển cơ bản

1.Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch:

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa trên sự sai lệch của lượng ra thực tế so với yêu cầu (đặt ở đầu vào).

$x(t) = f[y(t) - u(t)] = f[e(t)]$

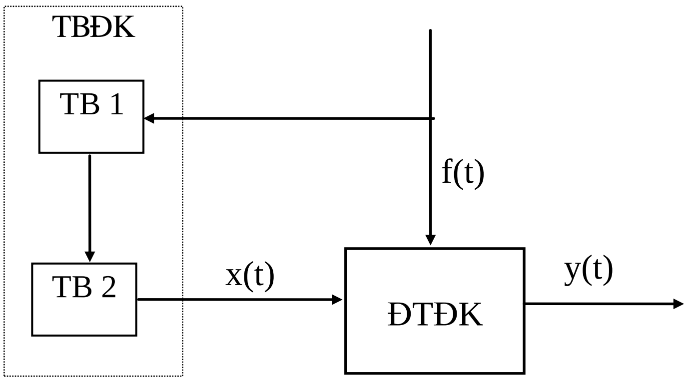
Sơ đồ cấu trúc như sau:



2.Nguyên tắc điều khiển theo nhiễu loạn (bù nhiễu):

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa trên đo tín hiệu nhiễu và tạo hàm điều khiển để khử nhiễu ở đầu ra. $x(t) = f[f(t)]$

Những hệ thống được xây dựng theo nguyên tắc này là những hệ thống hở (không có phản hồi). Sơ đồ cấu trúc như sau:



Trong đó:

TB 1 là thiết bị để đo nhiễu.

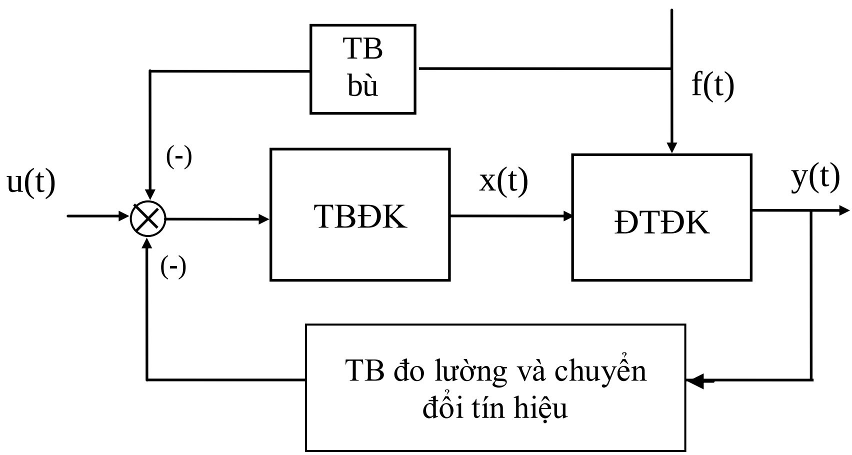
TB 2 là thiết bị để tạo ra tín hiệu điều khiển x(t).

3.Điều khiển hỗn hợp (theo sai lệch và bù nhiễu):

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa vào sự tổng hợp của hai phương pháp trên.

$x(t) = f[e(t),f(t)]$

Sơ đồ cấu trúc tổng quát như sau:



III.Phân loại các hệ thống tự động:

Hệ thống điều khiển tự động rất đa dạng, tuỳ thuộc vào các quan điểm khi phân loại mà ta có các cách phân loại khác nhau.

1. Phân loại theo nhiệm vụ:

- Hệ điều khiển giữ ổn định: là hệ khi lượng vào là giá trị đặt trước (chủ đạo) thì lượng ra biến đổi xung quanh giá trị yêu cầu với sai lệch nào đó. Ví dụ hệ điều khiển tự động giữ ổn định điện áp đầu ra máy phát; hệ tự động giữ ổn định nhiệt độ lò; hệ tự động giữ ổn định tốc độ trên trục động cơ... Để tạo ra hệ điều khiển này ta phải dùng phản hồi âm và để giữ ổn định đại lượng vật lý nào ta dùng phản hồi đại lượng đó.

- Hệ điều khiển theo chương trình: là hệ thống khi lượng vào biến đổi theo quy luật nào đó thì lượng ra cũng biến đổi theo qui luật ấy. Qui luật vào được gọi là chương trình điều khiển, nó có thể là qui luật theo không gian hoặc thời gian, có thể là liên tục hoặc rời rạc theo thới gian. Hiện nay qui luật được tạo nên do phần mềm điều khiển.

- Hệ điều khiển tuỳ động: là lượng ra biến đổi theo đúng qui luật của lượng vào nhưng lượng vào là hàm bất kỳ của không gian và thời gian hoàn toàn không biết trước, để tạo ra hệ này phải gồm hai phần:

+ Hệ điều khiển theo chương trình.

+ Thiết bị đo các đại lượng vật lý thực tế và gia công tạo chương trình điều khiển đầu vào.

Ví dụ: hệ điều khiển theo hướng của rađa, các hệ điều khiển xe tự hành...

2. Phân loại theo phương pháp tác động:

- Hệ điều khiển trực tiếp: là hệ chỉ có thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển, với ưu điểm là đơn giản nhưng nhược điểm là sai số điều khiển lớn nên nó phù hợp với thiết bị gia đình như bàn là, nồi cơm điện, tủ lạnh...

- Hệ điều khiển không trực tiếp: là hệ ngoài thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển còn có khâu khuyếch đại trung gian (khuyếch đại sai lệch) có ưu điểm là độ chính xác cao nên thường là các hệ điều khiển dùng trong công nghiệp.

3. Phân loại theo nguyên tắc tác động:

- Hệ điều khiển liên tục: là hệ mà tín hiệu được xử lý trong hệ là tín hiệu liên tục theo thời gian, thiết bị sử dụng trong hệ là thiết bị tương tự và tính toán theo hệ thập phân.

- Hệ điều khiển rời rạc (hệ điều khiển xung -số): là hệ chỉ cần có một tín hiệu trong hệ là hàm rời rạc theo thời gian. Thiết bị được sử dụng trong hệ có thiết bị số và tính toán theo hệ nhị phân.

- Hệ điều khiển Rơle: là hệ mà trong nó tồn tại phần tử làm việc theo đặc tính rơle.

4. Theo mô tả toán học:

- Hệ tuyến tính: là hệ trong quá trình làm việc thông số của các phần tử không thay đổi hay là hệ thống có các phần tử được mô tả bởi phương trình vi phân tuyến tính. Đặc trưng cơ bản của hệ tuyến tính là chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

- Hệ phi tuyến: là hệ trong quá trình làm việc chỉ cần một thông số nào đó biến đổi hoặc có ít nhất một phần tử trong hệ là phi tuyến. Hệ phi tuyến không chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

5. Phân loại theo mạch vòng:

- Hệ thống hở (không có phản hồi)
- Hệ thống có một mạch vòng.
- Hệ thống có nhiều mạch vòng.

6. Theo khả năng thích nghi:

- Hệ không tự động thích nghi: khi môi trường thay đổi tác động vào hệ thống thì đặc tính của hệ không thay đổi.
- Hệ tự động thích nghi: tự chỉnh định các biến đổi của bên ngoài ảnh hưởng đến hệ thống và nó tự chọn chế độ thích ứng.

7. Theo khả năng nhận tin tức:

- Hệ tiền định: là hệ thống mà các lượng tác động vào hệ đã biết trước.
- Hệ không tiền định (hệ ngẫu nhiên) : những thông tin về các lượng tác động vào hệ thống hoàn toàn ngẫu nhiên.

8. Theo sai lệch:

- Hệ vô sai tĩnh : là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t) = 0$.
- Hệ hữu sai: là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t) \neq 0$

9. Theo dạng tiêu thụ năng nượng: hệ điều khiển điện, cơ, khí nén, thuỷ lực ....

IV.Nhiệm vụ của môn học: Môn học LTĐKTĐ phải giải hai bài toán kỹ thuật

1.Bài toán phân tích hệ thống:

Áp dụng cho các hệ điều khiển đã có ta phải phân tích, xác định được các chỉ tiêu của hệ như:

- Hệ có làm việc được hay không (có ổn định hay không).
- Chất lượng của hệ ở chế độ quá độ và chế độ xác lập.
- Thông số của các đại lượng điều khiển cho phép trong phạm vi nào.

2. Bài toán tổng hợp hệ thống (thiết kế hệ thống):

Áp dụng cho hệ điều khiển chưa có đi thiết kế mới. Xuất phát từ yêu cầu công nghệ (đơn đặt hàng) ta thành lập hệ thống đáp ứng và được thực hiện qua các bước:

- Khảo sát và tìm hiểu công nghệ, từ đó có các chỉ tiêu điều khiển cần.
- Từ các chỉ tiêu cần xây dựng nên bài toán điều khiển.
- Từ bài toán điều khiển xây dựng sơ đồ khối cho hệ thống.
- Thiết kế sơ đồ nguyên lý cho từng khối trong hệ và cả hệ thống.
- Tính chọn thông số cho các thiết bị trong hệ.
- Quay về bài toán một để kiểm tra, nếu chưa được ta hiệu chỉnh và kiểm tra cho đến khi đảm bảo yêu cầu công nghệ thì bài toán thiết kế kết thúc.
- Lắp thử và kiểm nghiệm thực tế.

CHƯƠNG II
MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

II-1 Khái niệm

Để khảo sát hệ điều khiển tự động (hệ gia công qui luật biến đổi tín hiệu) bắt buộc phải tìm qui luật biến đổi hàm do đó ta phải sử dụng công cụ toán học. Muốn vậy ta phải chuyển đổi từ hệ điều khiển thực cho bởi mô hình nào đó (sơ đồ nguyên lý, sơ đồ lắp giáp,...) sang mô hình mô tả bằng toán học, đó gọi là mô tả toán học cho hệ điều khiển. Khi chuyển mô hình phải thoả mãn các yêu cầu sau:

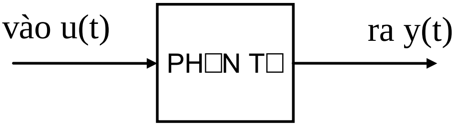
- Phải mô tả hệ là hệ điều khiển (hệ gia công tín hiệu).
- Khá chính xác nhưng dễ áp dụng.
- Có tính tổng quát: áp dụng được cho những hệ điều khiển với mục đích khác nhau và nguyên lý làm việc khác nhau.

Để thỏa mãn các yâu cầu trên, trong điều khiển thường dùng các mô hình toán:

- Phương trình vi phân: không gian hàm gốc.
- Sơ đồ cấu trúc và hàm truyền đạt: không gian toán tử Laplace.
- Đặc tính tần số: không gian toán tử Fourier.
- Hệ phương trình trạng thái: không gian trạng thái.

II-2 Mô tả hệ điều khiển tự động bằng phương trình vi phân

Để khảo sát một hệ thống tự động, ta phải mô tả được các phần tử trong hệ tự động bằng các biểu thức toán học thông qua phương trình vi phân. Mô hình một phần tử trong hệ tự động như hình vẽ:



Để mô tả quá trình động học xảy ra trong phần tử người ta thường dùng phương trình vi phân tuyến tính với dạng tổng quát như sau:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m u}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u(t)$$

Hay:

$$a_0 y^{[n]}(t)+\cdots+a_{n-1}y^{[1]}(t)+a_n y(t)=b_0 u^{[m]}(t)+\cdots+b_{m-1}u^{[1]}(t)+b_m u(t)$$

$$m\le n$$

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{[n-i]}(t)=\sum_{j=0}^{m} b_j u^{[m-j]}(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm y(t) = f[u(t)] ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t)=y^{-}(t)+y^{*}(t)$$

Với:

$y^{*}(t)$:Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên

$y^{-}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{[n-i]}(t) = 0$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất có dạng:

$$y^{-}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$$

c_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

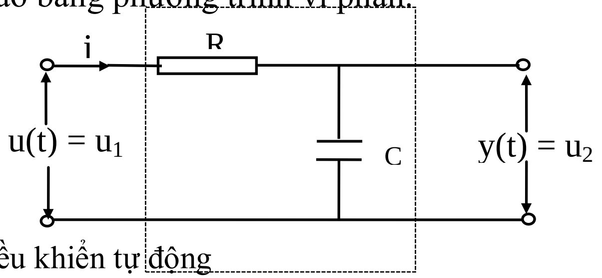
p_i : Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính.

Thay: $y^{[i]}(t) = p^i$ (i =1 ÷ n) vào phương trình vi phân thuần nhất ta được phương trình đặc tính (phương trình đặc trưng của phương trình vi phân thuần nhất)

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

Nhận xét: Với trường hợp phương trình vi phân bậc thấp ta có thể giải nó nhanh chóng. Với trường hợp bậc cao việc giải phương trình vi phân để tìm nghiệm y(t) bằng cách thông thường gặp nhiều khó khăn, nhiều khi không giải được. Để khắc phục nhược điểm này người ta chuyển từ giải trực tiếp phương trình vi phân sang giải bằng cách thông qua toán tử Laplace.

Ví dụ: Cho mạch điện như hình vẽ hãy mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào bằng phương trình vi phân.



Từ sơ đồ nguyên lý ta viết phương trình vi phân mô tả phần tử:

$$u(t) = u_1 = R.i + y(t)$$

$$y(t) = u_2 = \frac{1}{C}\int i.dt$$

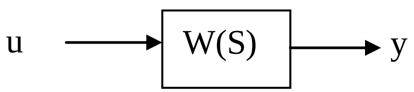
Hay: $i(t) = C\dfrac{dy(t)}{dt}$

Thay vào phương trình đầu ta được: $RC\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$

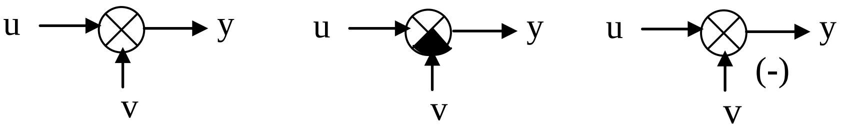
II-3 MÔ HÌNH TOÁN HỌC THEO CẤU TRÚC HÀM TRUYỀN ĐẠT

I. Sơ đồ cấu trúc

- Trong sơ đồ cấu trúc mỗi phần tử hay nhóm phần tử được mô tả bởi một ô hình chữ nhật trong đó có ghi hàm truyền đạt (ký hiệu w(p)). Các phần tử được nối với nhau bởi mũi tên chỉ hướng tác động hay hướng truyền tín hiệu.



- Tại các điểm có từ hai tín hiệu vào trở lên trong sơ đồ cấu trúc dùng nút cộng tín hiệu là vòng tròn gạch chéo, nếu ô quạt để trắng tín hiệu có dấu +, nếu ô quạt bôi đen hoặc ghi dấu (-) bên ngoài thì tín hiệu có dấu -



y = u +v　　　y = u -v　　　y = u -v

II. Hàm truyền đạt

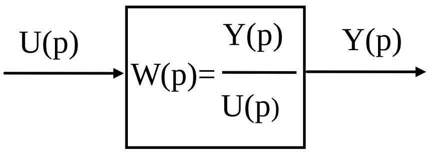
Hàm số truyền của phần tử tự động hay hệ thống (hay còn gọi là hàm truyền đạt) là tỷ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào biểu diễn dưới dạng toán tử Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

$u(t) \rightarrow U(p) = L[u(t)]$

$y(t) \rightarrow Y(p) = L[y(t)]$

Khi đó: Hàm truyền được ký hiệu W (p)

$$W(p) = \left.\frac{Y(p)}{U(p)}\right|_{\text{Điều kiện đầu triệt tiêu}}$$



III. Phép biến đổi Laplace

1. Công thức tìm hàm ảnh khi biết hàm gốc:

Nếu f(t) là hàm gốc, gọi F(p) là hàm ảnh Laplace của nó thì:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t).e^{-pt}.dt$$

Với f(t) là hàm liên tục và có đạo hàm liên tục trong khoảng khảo sát.

Quan hệ giữa hàm gốc và ảnh còn được viết theo ký hiệu sau: $f(t) \rightarrow F(p) = L[f(t)]$

Các tính chất cơ bản của chuyển đổi Laplace:

- Tính chất 1 (Tính chất đơn ánh): X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)] ;

  Nếu $x(t) \neq y(t)$ thì $X(p) \neq Y(P)$.

- Tính chất 2 (Tính chất tuyến tính T): X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)] khi đó:

  L[a.y(t) + b.x(t)] = L[a.y(t)] + L[b.x(t)] = a.Y(p) + b.X(p)

- Tính chất 3 (phép dịch trục):

  X(p) = L[x(t)] và y(t) = x(t-T) khi đó:

  $Y(p) = L[y(t)] = X(p)e^{-pT}$

- Tính chất 4: X(p) = L[x(t)] và y (t) = $x(t)e^{-at}$ khi đó:

  Y(p) = L[y(t)] = X(p+a)

- Tính chất 5 (ảnh của khâu đạo hàm): X(p) = L[x(t)]

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = pX(p)$$

.

.

$$y(t) = \frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = p^n X(p)$$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

- Tính chất 6 (ảnh của khâu tích phân): X(p) = L[x(t)]

$$y(t) = \int_0^t x(t)dt \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = \frac{X(p)}{p}$$

.

.

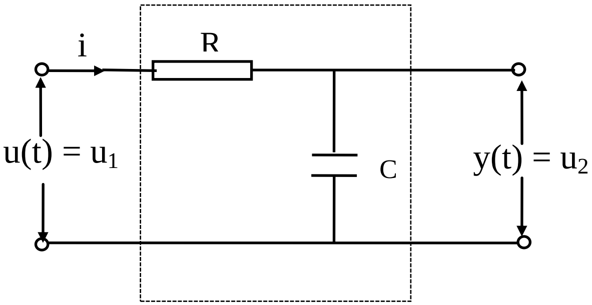
$$y(t) = \underbrace{\iiint}_{n} x(t)dt \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = \frac{X(p)}{p^n}$$

- Định lý về giới hạn thứ nhất: X(p) = L[x(t)] và tồn tại $\lim\limits_{t\to\infty} x(t)$ thì: $\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = \lim\limits_{p\to 0} pX(p)$

- Định lý về giới hạn thứ hai: X(p) = L[x(t)] và tồn tại $\lim\limits_{t\to 0} x(t)$ thì: $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = \lim\limits_{p\to\infty} pX(p)$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

Ví dụ**:** Dùng toán tử p tìm mối quan hệ giữu lượng ra và lượng vào của phần tử sau:



Từ sơ đồ nguyên lý ta viết phương trình vi phân mô tả phần tử:

$$u(t) = u_1 = R.i + \frac{1}{C}\int i.dt$$

$$y(t) = u_2 = \frac{1}{C}\int i.dt$$

Chuyển sang toán tử p ta được:

$$U(p)=U_1(p) = R.I(p) + \frac{I(p)}{C.p} = I(p)\frac{RCp+1}{Cp}$$

$$Y(p)=U_2(p) = \frac{I(p)}{C.p}$$

(Với điều kiện ban đầu bằng 0)

Như vậy ta đã xác định được quan hệ giữa lượng ra và lượng vào:

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{CRp+1} = \frac{1}{Tp+1}; \text{ (Với T =RC)}$$

2. Công thức tìm hàm gốc khi biết hàm ảnh:

Nếu có hàm ảnh Laplace thì ta có thể xác định hàm gốc của nó.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt}dp$$

Quan hệ giữa hàm ảnh và gốc còn được viết theo ký hiệu sau:

$F(p) \rightarrow f(t) = L^{-1}[F(p)]$

Thông thường để đơn giản trong quá trình tính toán, phép biến đổi ngược laplace thường được sử dụng theo phương pháp sau:(*b*iến đổi ngược hàm hữu tỷ).

Giả sử hàm f (t) có ảnh laplace F(p):

$$F(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0p^m + \ldots + b_m}{a_0p^n + \ldots + a_n}$$

Để tìm f(t) ta thực hiện theo các bước sau:

- Phân tích F(p) thành tổng các phân thức tối giản (khai triển hệ vi sai)

$$F(p) = A + \sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{ki}}{(p-a_k)^i} + \sum_{k=1}^{m}\frac{B_k(p-\alpha_k)+C_k\beta_k}{(p-\alpha_k)^2+\beta_k{}^2}$$

Trong đó: A, A_{ki} , B_k , C_k là các hằng số. a_k là các nghiệm thực bội n và $\alpha_k \pm j\beta_k$ là các nghiệm phức liên hợp của phương trình A(p) = 0.

- Xác định hàm gốc cho từng phần tử trong tổng trên như sau:

. $L^{-1}[A] = A.\delta(t)$

. $L^{-1}[\frac{A_{ki}}{(p-a_k)^i}] = A_{ki}\frac{t^{i-1}e^{a_k t}}{(i-1)!}1(t)$

. $L^{-1}[\frac{B_k(p-\alpha_k)}{(p-\alpha_k)^2+\beta_k{}^2}] = B_k e^{\alpha_k t}\cos(\beta_k t)1(t)$

. $L^{-1}[\frac{C_k\beta_k}{(p-\alpha_k)^2+\beta_k{}^2}] = C_k e^{\alpha_k t}\sin(\beta_k t)1(t)$

Ví dụ: Cho hàm ảnh F(p) = $\frac{1}{(p+1)(p+2)}$ hãy tìm hàm gốc f (t)

Ta có: F(p) = $\frac{1}{(p+1)(p+2)} = \frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+2}$ p

Theo công thức ta có: f(t) = $(e^{-t} - e^{-2t})1(t)$

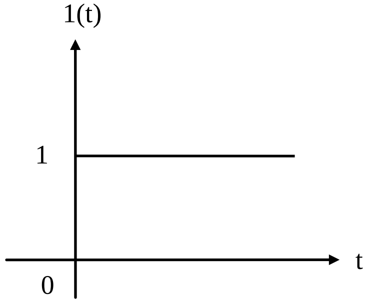
II.4 TÍN HIỆU TÁC ĐỘNG VÀ PHẢN ỨNG CỦA KHÂU HAY HỆ

Với mỗi một khâu hay hệ thống tín hiệu tác động vào thường có hai loại. Tín hiệu tiền định và tín hiệu ngẫu nhiên. Trong phạm vi giáo trình này chúng ta chỉ xét tín hiệu vào khâu hay hệ là tín hiệu tiền định.

I.Tín hiệu tác động vào hệ:

1. Tín hiệu bậc thang đơn vị: 1(t)

$$1(t) = \begin{cases} 0 \text{ với } t<0 \\ 1 \text{ với } t \geq 0 \end{cases}$$



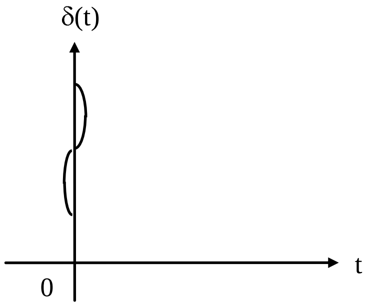
Và:

$$1(t) \leftrightarrow L[1(t)] = \frac{1}{p}$$

2. Tín hiệu xung đơn vị: δ(t)

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} \infty \text{ với } t = 0 \\ 0 \text{ với } t \neq 0 \end{cases}$$

Hay:



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

Và:

$$\delta(t) \leftrightarrow L[\delta(t)] = 1$$

3. Tín hiệu điều hoà:

Là tín hiệu có dạng:

$$x(t) = X_m \mathrm{Sin}\,(\omega t + \varphi\,)$$

Hay: $x(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$

Và: $A.Sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A.Sin(\omega t + \varphi)] = \dfrac{A.\omega}{p^2 + \omega^2}$

$A.Cos(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A.Cos(\omega t + \varphi)] = \dfrac{A.p}{p^2 + \omega^2}$

4. Tín hiệu bất kỳ:

Tuỳ theo từng trường hợp khảo sát mà ta có thể phân tích tín hiệu theo hàm bất kỳ thành tín hiệu theo hàm 1(t) hay δ(t). Khi đó việc khảo sát hệ thực chất theo các tín hiệu trên.

- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ x (t) theo tín hiệu 1 (t)

$$x(t) = x_0.1(t) + \int_0^t \frac{dx(\tau)}{dt} 1(t-\tau)d\tau$$

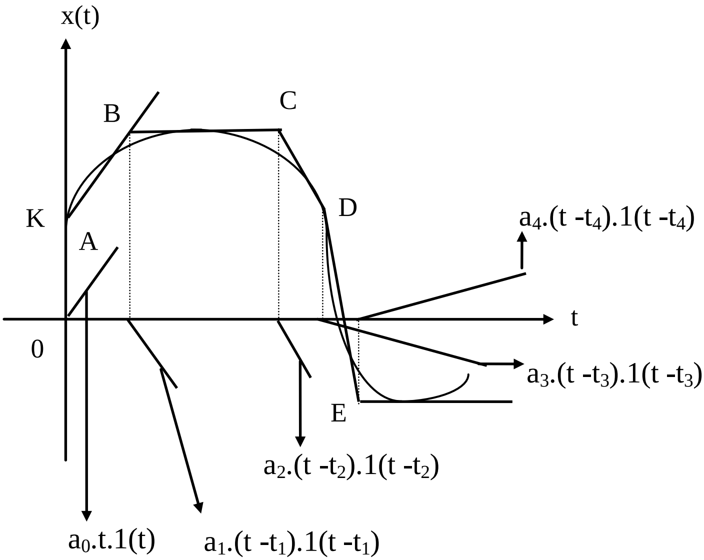
- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ x(t) theo hàm δ(t). Nếu hàm x(t) xác định và liên tục với mọi giá trị của t thì:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau).\delta(t-\tau)d\tau$$

Trong thực tế người ta thường sử dụng biểu thức gần đúng biểu diễn x(t) theo 1(t) sau:

$$x(t) = x_0.1(t) + \sum_{i=0}^{n} a_i(t-t_i).1(t-t_i)$$

Ví dụ: Phân tích hàm x(t) bất kỳ như hình vẽ theo hàm 1(t).



$$x(t) = K + a_0 t.1(t) - a_1.1(t - t_1) - a_2(t - t_2).1(t - t_2) - a_3(t - t_3).1(t - t_3)$$
$$+ a_4(t - t_4).1(t - t_4)$$

II. Phản ứng của khâu hay hệ:

1. Đặc tính thời gian:

Đặc tính thời gian của phần tử hay hệ thống là sự thay đổi tín hiệu ra theo thời gian khi tín hiệu vào là các hàm 1(t), δ(t) hoặc tín hiệu bất kỳ x(t).

Hàm quá độ h(t): Mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra khi tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị 1(t).

Ta có:

Tín hiệu vào: $u(t) = 1(t) \rightarrow U(p) = \dfrac{1}{p}$

Tín hiệu ra: $y(t) = h(t) \rightarrow Y(p) = H(p)$

Hàm truyền của phần tử:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{H(p)}{\frac{1}{p}}=p.H(p) \text{ Hay: } H(p)=\frac{1}{p}.W(p)$$

Hàm trọng lượng k (t): Là phản ứng của phần tử khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị δ(t).

Tín hiệu vào: $u(t)=\delta(t)\rightarrow U(p)=1$

Tín hiệu ra: $y(t)=k(t)\rightarrow Y(p)=K(p)$

Hàm truyền của phần tử:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{K(p)}{1}=K(p)$$

Hay: $K(p)=W(p)$

Từ H (p) và K (p) ta có mối liên hệ giữa h (t) và k (t):

$$h(t)=\int_0^t k(t)dt \text{ hay } \quad k(t)=\frac{dh(t)}{dt}$$

2. Đặc tính tần số:

Đặc tính tần số của phần tử hay hệ thống là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu vào. Với tín hiệu vào biến đổi theo qui luật điều hoà.

Giả sử ở đầu vào phần tử cho tác động u(t) có dạng:

$u(t) = A_V \sin\omega t$

thì sau thời gian quá độ, đầu ra của nó nhận được một dao động điều hoà khác có cùng tần số, khác biên độ và lệch pha so với u(t) 1 góc φ.

$y(t) = A_R \sin(\omega t + \varphi)$

Nếu giữ A_V = Const và thay đổi ω thì A_R và φ sẽ thay đổi theo.

- Sự phụ thuộc của φ vào ω được gọi là đặc tính pha tần số (PT) ký hiệu là φ(ω).

- Sự thay đổi của A(ω) = $\frac{A_R}{A_V}$ theo ω được gọi là đặc tính biên độ tần số (BT) .

- Hàm truyền tần số của phần tử:

Nếu đầu vào phần tử có dạng: $u(t) = A_V.e^{j\omega t}$

Thì ở trạng thái xác lập đầu ra của phần tử là: $y(t) = A_R.e^{j(\omega t + \varphi)}$

Đồng thời:

$$\frac{d^m u}{dt^m} = A_V (j\omega)^m e^{j\omega t}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} = A_R (j\omega)^n e^{j(\omega t+\varphi)}$$

Mặt khác theo phần trước ta có:

$$a_o.\frac{d^n y}{dt^n} + a_1.\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_{n-1}.\frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0.\frac{d^m u}{dt^m} + b_1.\frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + ... + b_{m-1}.\frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Thay vào biến đổi ta được:

$$[a_o.(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1}. + ... + a_{n-1}.(j\omega) + a_n]A_R e^{j[\omega t+\varphi]}$$

$$= b_0.(j\omega)^m + b_1.(j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}.(j\omega) + b_m]A_V e^{j\omega t}$$

Chuyển đổi biểu thức trên và đặt:

$$W(j\omega) = \frac{A_R}{A_V} e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}(j\omega) + a_n}$$

W(jω) được gọi là hàm truyền tần số của phần tử với:

$A(\omega) = \dfrac{A_R}{A_V}$: Là biên độ của W (jω).

φ(ω) : Là góc pha của W (jω).

Mặt khác ta có hàm truyền đạt của phần tử là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n}$$

So sánh ta thấy rằng có thể nhận được hàm truyền tần số của phần tử từ hàm truyền đạt của nó bằng cách thay p = jω.

- Đặc tính tần số phần thực và phần ảo:

Tách phần thực và phần ảo của W(jω) ta được

W(jω)=

$$A(\omega)e^{j.\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j\frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$$

Trong đó:

$R(\omega) = \dfrac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần thực của phần tử.

$I(\omega) = \dfrac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần ảo của phần tử.

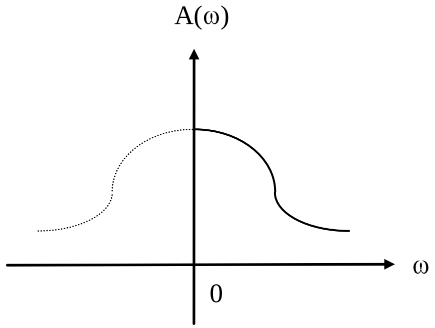
Khi đó đặc tính biên độ tần số và đặc tính pha tần số xác định theo biểu thức:

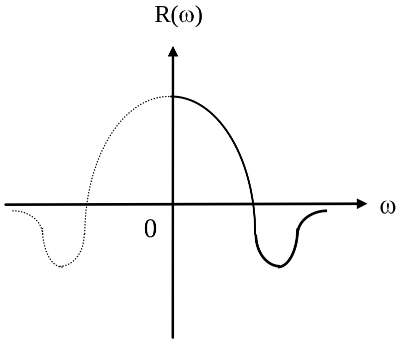
$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

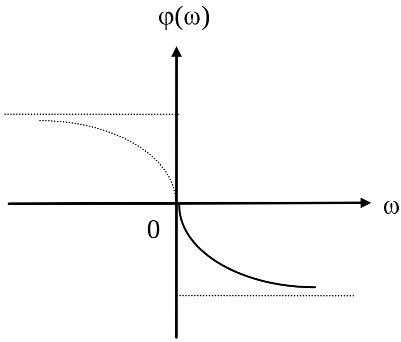
$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

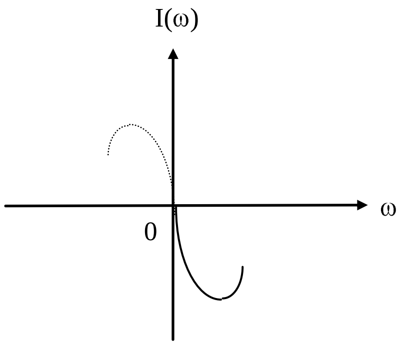
Đặc tính A (ω), R(ω)là các hàm chẵn đối xứng qua trục tung.

Đặc tính φ(ω), I(ω) là các hàm lẻ đối xứng qua gốc toạ độ.









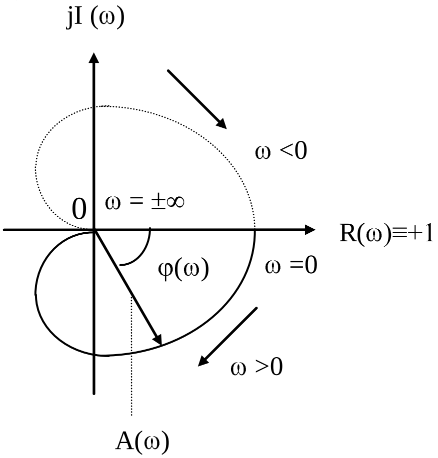
- Đặc tính tần số biên pha: (ĐTBP)

Cho ω biến thiên (từ $-\infty \rightarrow +\infty$) biểu diễn hàm truyền đạt tần số

$$W(j\omega) = R(\omega) + j.I(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

trên mặt phẳng phức ta sẽ được đặc tính tần số biên pha.

Đặc tính tần số biên pha gồm hai nhánh đối xứng nhau qua trục thực. Nên khi khảo sát và vẽ ĐTBP ta chỉ cần xét trong đoạn $\omega = 0 \to +\infty$.



- Đặc tính tần số logarit:

Lấy logarit 2 vế hàm truyền tần số $W(j\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$ ta được:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\,\varphi(\omega)$$

Người ta gọi:

- $\ln A(\omega)$: đặc tính biên độ tần số logarit (BTL). Để đơn giản cho tính toán chuyển từ ln sang lg.

- $\varphi(\omega)$: đặc tính pha logarit (PTL).

Đặc tính biên độ tần số logarit L(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với:

- Trục tung biểu diễn biên độ đơn vị tính là đêcibel (db).

1 Đêxiben bằng $\frac{1}{10}$ bel. Bel là đơn vị đo logarit thập phân của

hệ số khuyếch đại công suất của tín hiệu. 1 bel ứng với khuyếch đại công suất lên 10 lần, 2 bel khuyếch đại lên 100 lần ...Mà công suất của tín hiệu lại tỷ lệ với bình phương biên độ tín hiệu nên:

1 bel $\rightarrow \lg A^2(\omega) = 2\lg A(\omega)$

Nếu tính đơn vị là Đêxibel:

1bl = 10 db $\rightarrow 10.2\lg A(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ (db).

Đặc tính biên độ tần số Logarit tính theo đơn vị Đexibel được ký hiệu là $L(\omega)$

$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ (db)

- Trục hoành biểu diễn tần số ω và có thể dùng các đơn vị:

. Radiăng (rad): biểu diễn trục tiếp tần số ω (rad/s) đơn giản dễ hiểu nhưng phải chia phi tuyến theo hàm logarit cơ số 10 nên khó áp dụng, chỉ nên dùng khi có tọa độ chia sẵn.

. Đecac (dec): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 10 lần:

1 dec ~ $\lg\omega_2 - \lg\omega_1$, nếu $\omega_2 = 10\omega_1$

Chọn $\omega_1 = 1\ \text{rad}$ làm gốc muốn tìm giá trị dec của ω bất kỳ ta có:

$$\lg\omega - \lg\omega_1 = \lg\frac{\omega}{\omega_1} = \lg\omega\ (\text{dec})$$

Và $\omega_1 = 1\ \text{rad} \Rightarrow \lg\omega_1 = 0\ (\text{dec})$: gốc toạ độ

Khi đó trục hoành được chia đều, đây là đơn vị thường dùng

. Octavit (Oct): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 2 lần

1 (oct)=$\lg\omega_2 - \lg\omega_1$; Với $\omega_2 = 2\omega_1$; chọn $\omega_1 = 1$ rad làm gốc

$$\Rightarrow 1\ (\text{oct}) = \lg\frac{\omega_2}{\omega_1} = \lg 2 = 0{,}3(\text{dec})$$

Đặc tính pha tần số logarit φ(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với trục tung biểu diễn góc pha φ với đơn vị đo bằng độ hoặc radiăng trục hoành đo theo đơn vị đecac (dec).

Để sử dụng thuận lợi thường vẽ L(ω), φ(ω) cùng chung trục hoành hoặc trục hoành là tịnh tiến của nhau.

III. Phân loại các khâu động học

Dựa vào mô tả toán học người ta phân loại các khâu động học thành 4 nhóm

1. Nhóm khâu nguyên hàm: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra lặp lại quy luật lượng vào

- Khâu tỷ lệ: $W(p) = K$
- Khâu quán tính: $W(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$
- Khâu dao động: $W(p) = \dfrac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$
- Khâu không ổn định: $W(p) = \dfrac{K}{Tp-1}$

2. Nhóm khâu vi phân: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với vi phân lượng vào.

- Vi phân lý tưởng: $W(p) = Kp$
- Vi phân thực: $W(p) = K(Tp + 1)$

***3. Khâu tích phân*:** là khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với tích phân lượng vào. $W(p) = \dfrac{K}{p}$

4. Khâu chậm sau: là khâu động học mà lượng ra lặp lại lượng vào sau một khoang thời gian trễ τ: $W(p) = e^{-\tau p}$

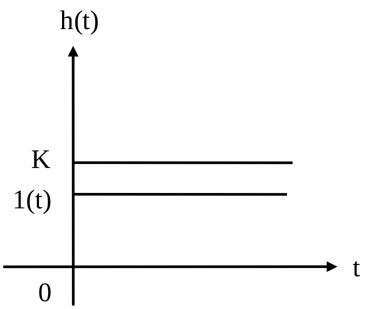
IV CÁC ĐẶC TÍNH CỦA CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

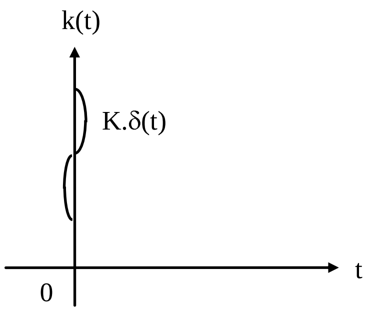
I.Các đặc tính của khâu nguyên hàm:

1. Khâu khuyếch đại (tỷ lệ): W(p) = K

a. *Đặc tính thời gian:*

- Hàm quá độ: h(t) = K.1(t)
- Hàm trọng lượng: $k(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = K.\delta(t)$





b. *Đặc tính tần số:*

- Hàm truyền tần số: W(jω) = K + j 0 = $K.e^{j\,0}$
- Đặc tính tần số biên pha: TBP

R(ω) = K

I(ω) = 0

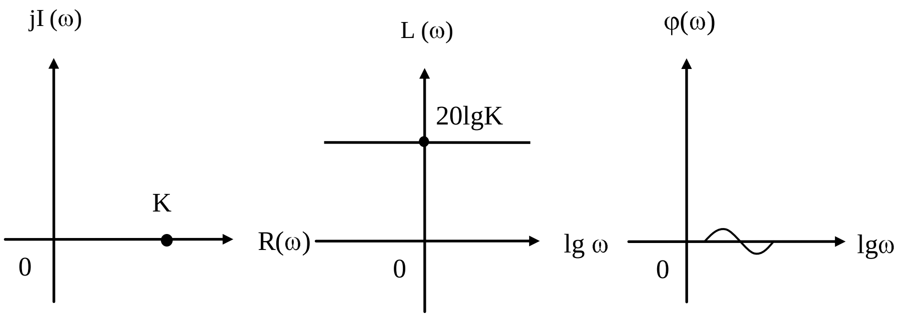
- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\ \lg A(\omega) = 20\ \lg K$$

- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = 0$$

đặc tính trùng với trục hoành như hình vẽ.



2. Khâu quán tính bậc 1: $W(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$

a. Đặc tính thời gian:

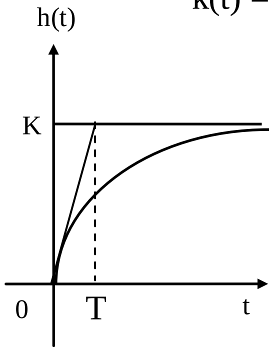
- Hàm quá độ h(t):

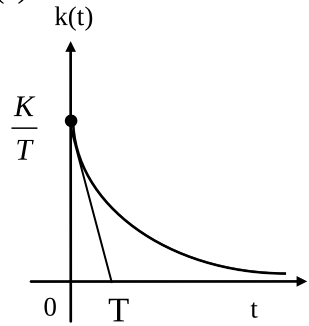
$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.\frac{K}{1+Tp}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p}.\frac{K}{1+Tp}\right] = K.1(t).(1- e^{-\frac{t}{T}})$$

- Hàm trọng lượng k(t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T}.1(t).e^{-\frac{t}{T}}$$





b. Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+jT\omega} = \frac{K}{1+(T\omega)^2} - j\frac{KT\omega}{1+(T\omega)^2} = R(\omega) + j\,I(\omega)$$

$$= A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg(\omega T)$$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và

$$\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\omega T$$

$$\rightarrow R^2(\omega)+I^2(\omega) = \frac{K^2}{1+(\omega T)^2}$$

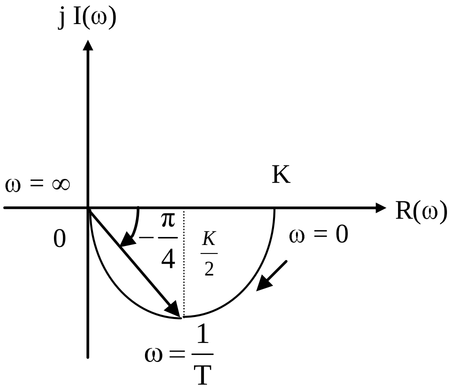
$$\rightarrow\ [R^2(\omega)+I^2(\omega)]^2 = K^2R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega)+I^2(\omega) = KR(\omega)$$

$$\rightarrow\ R^2(\omega) - KR(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = I^2(\omega) + \frac{K^2}{4}$$

Hay $\left[R(\omega)-\frac{K}{2}\right]^2 + I^2(\omega) = \left(\frac{K}{2}\right)^2$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(\frac{K}{2},0)$, bán kính $\frac{K}{2}$.

Theo trên ta chỉ xét ω = 0 → ∞ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số loagrit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\ \lg A(\omega) = 20\ \lg\frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega)=\begin{cases}L_1(\omega)=20\lg K & \text{khi } \omega\to 0\\ L_2(\omega)=20\lg K-20\lg \omega T & \text{khi } \omega\to\infty\end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega)=\lim_{\omega\to 0}L(\omega)=\lim_{\omega\to 0}(20\lg K-20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2})=20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega)=\lim_{\omega\to\infty}L(\omega)=\lim_{\omega\to\infty}(20\lg K-20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2})=20\lg K-20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha=\dfrac{L(\omega_2)-L(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha=\dfrac{L_1(\omega_2)-L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}=0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha=\dfrac{L_2(\omega_2)-L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}$

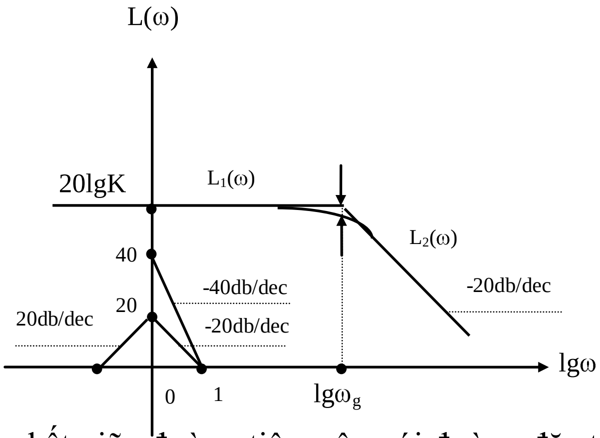
$$tg\alpha=\frac{[20\lg K-20\lg\omega_2 T]-[20\lg K-20\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}=-20\ (\text{db/dec})$$

Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \to 20\lg K = 20\lg K - 20\lg\omega_g T \to \omega_g = \dfrac{1}{T}$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:



Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20\lg K - [20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}\,] =$

$20\lg\sqrt{2}$ (db) $\cong$ 2,9 (db) < [3(db)]

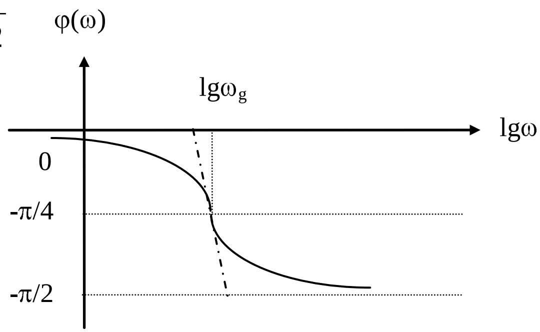
- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\,\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg(\omega T)$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{4}$ (điểm uốn)

$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2}$



3.Khâu dao động:

Hàm truyền đạt có dạng: W(p) = $\dfrac{K}{T^2.p^2+2.\xi.T.p+1}$

Từ hàm truyền đạt ta có phương trình đặc tính:

$$T^2.p^2+2.\xi.T.p+1=0$$

$$\Delta^{'}=(\xi T)^2-T^2=T^2(\xi^2-1)$$

a. Đặc tính thời gian:

- Trường hợp 1: nếu $\Delta^{'}>0$ hay $\xi>1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hai khâu quán tính:

$$W(p)=K.\frac{1}{1+T_1p}.\frac{1}{1+T_2p}$$

Với: $T_1+T_2=2.\xi.T$ và $T_1.T_2=T^2$

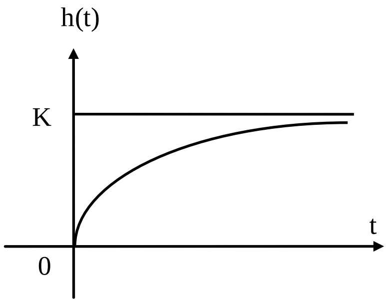
- *Hàm quá độ* h(t):

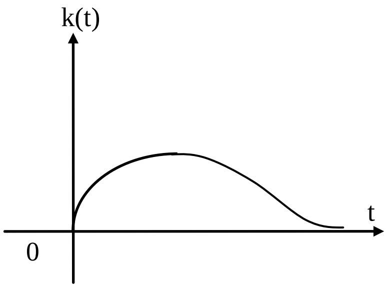
Ta có: $H(p)=\dfrac{1}{p}.W(p)=\dfrac{1}{p}.K.\dfrac{1}{1+T_1p}.\dfrac{1}{1+T_2p}$

$\rightarrow h(t)=L^{-1}[H(p)]=L^{-1}[\dfrac{1}{p}.K\dfrac{1}{1+T_1p}.\dfrac{1}{1+T_2p}]$

Giả sử $T_1>T_2$ thì hàm quá độ là:

$$h(t)=K(1-\frac{T_1}{T_1-T_2}e^{-\frac{t}{T_1}}+\frac{T_2}{T_1-T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}).1(t)$$





- *Hàm trọng lượng k (t):*

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{\mathrm{K.1(t)}}{\mathrm{T_1 - T_2}}\left(\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_1}} - \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}}\right)$$

- Trường hợp 2: nếu $\Delta' < 0$ hay $\xi < 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm phức:

$$p_{1,2} = \frac{-\xi}{T} \pm \frac{j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$$

Với:

$$\alpha = \frac{\xi}{T}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$$

- Hàm quá độ h(t):

Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.\frac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\frac{1}{p}.\frac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}]$

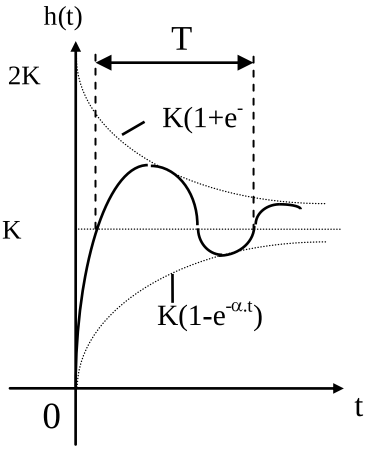
$$= K\left\{1 - e^{-\alpha t}\left[Cos(\beta.t) + \frac{\alpha}{\beta}Sin(\beta.t)\right]\right\}.1(t)$$

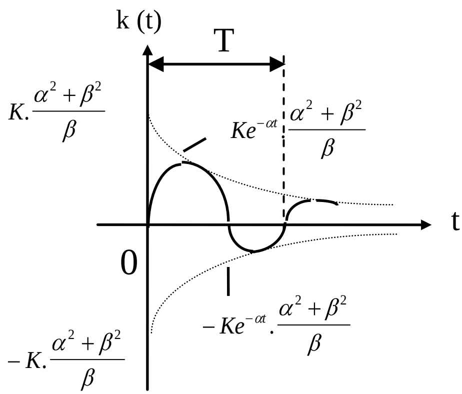
- Hàm trọng lượng k (t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K.\omega_0^2}{\beta}.e^{-\alpha t}.\sin(\beta t).1(t)$$

$$K.\alpha.e^{-\alpha t}[Cos(\beta T) + \frac{\alpha}{\beta}Sin(\beta.t)] - K.e^{-\alpha t}[-\beta.Sin(\beta.t) + \alpha.Cos(\beta.t)]$$

$$= K.1(t).e^{-\alpha t}.\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta}Sin(\beta.t)$$





b. Đặc tính tần số:

- Trường hợp 1**:** nếu $\Delta' < 0$ hay $\xi < 1$ khi đó:

Hàm truyền tần số: W(jω) = $\dfrac{K}{-T^2\omega^2 + 2\xi T.j\omega + 1}$

$$= \frac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2} - j\frac{2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$= R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$

$$R(\omega) = \frac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{-2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi..T.\omega)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg\frac{2.\xi.T.\omega}{1-T^2\omega^2}$$

Khảo sát A(ω) ta thấy hàm số có thể có cực trị tại các tần số

$$\omega_1 = 0;\ \omega_{ch} = \frac{1}{T}\sqrt{1-2\xi^2}\ ;\ \omega_2 = \infty$$

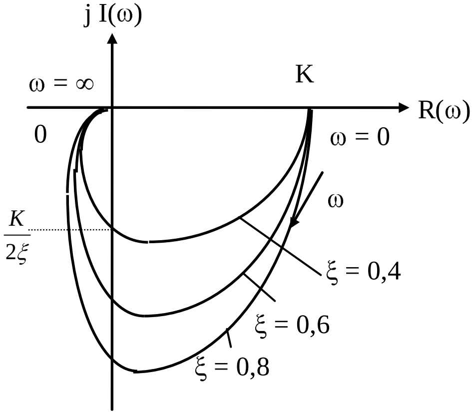
Trong đó ω_{ch} chỉ tồn tại khi $\sqrt{1-2\xi^2} > 0 \rightarrow \xi < \sqrt{0.5} = 0{,}707$ và được gọi là tần số cộng hưởng. Biên độ cực đại ứng với tần số này là:

$$A(\omega_{ch}) = \frac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Khi ξ càng nhỏ hiện tượng cộng hưởng xảy ra càng mãnh liệt, khi ξ = 0 thì $A(\omega_{ch}) \rightarrow \infty$.

- Đặc tính tần số biên pha: Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số biên pha như hình vẽ:

ω	R(ω)	I(ω)
0	K	0
1/T	0	-K/2ξ
∞	0	0



- Đặc tính biên độ tần số logarit:

L(ω) = 20lgA(ω)

$$= 20\lg\frac{K}{\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi..T.\omega)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg \quad \text{khi} \ \ \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K - 40\lg \omega T \ \text{khi} \ \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2}) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to\infty}(20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2})$$
$$= 20\lg K - 40\lg \omega T$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

$\rightarrow$ $tg\alpha = \dfrac{[20\lg K - 40\lg\omega_2 T] - [20\lg K - 40\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$ = - 40 (db/dec)

Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20\lg K = 20\lg K - 40\lg\omega_g T \rightarrow \omega_g = \dfrac{1}{T}$

Để có thể tiệm cận hoá được đường cong $L(\omega)$ theo $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ thì sai lệch biên độ lớn nhất tại tần số t $\omega_g = \dfrac{1}{T}$ phải thoả mãn điều kiện: $\Delta L(\omega_g) \le 3$ (db).

Khi đó:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g)$

$= 20\lg K - (20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2})$

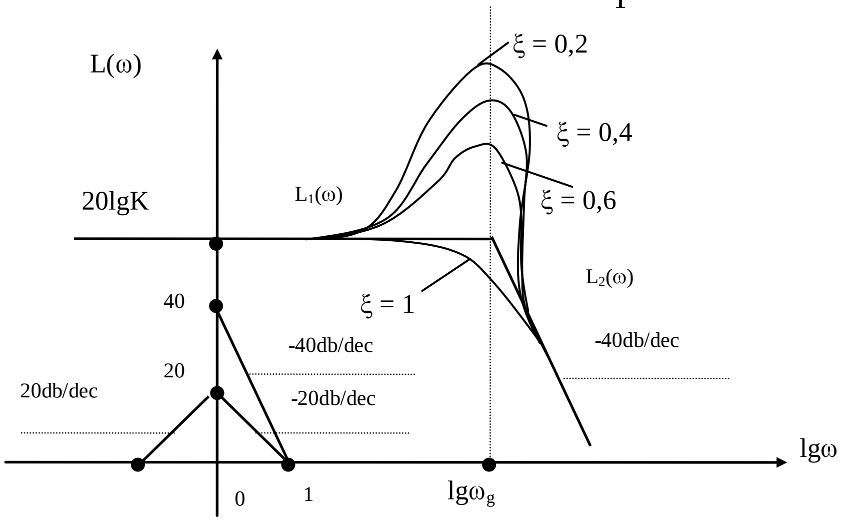
$= 20\lg\sqrt{4\xi^2} = \pm 20\lg 2\xi \le 3$ (db).

Hay: $0{,}38 \le \xi \le 0{,}71$ (*)

Khi ξ không thoả mãn điều kiện (*) thì ta phải vẽ chính xác L(ω) theo:

$$L(\omega) = 20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2}$$

Khi ξ thoả mãn điều kiện (*) đặc tính có dạng như hình vẽ: khi ξ<0,38 đặc tính xảy ra cộng hưởng tại $\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T}$



- Đặc tính pha tần số logarit: φ(ω)

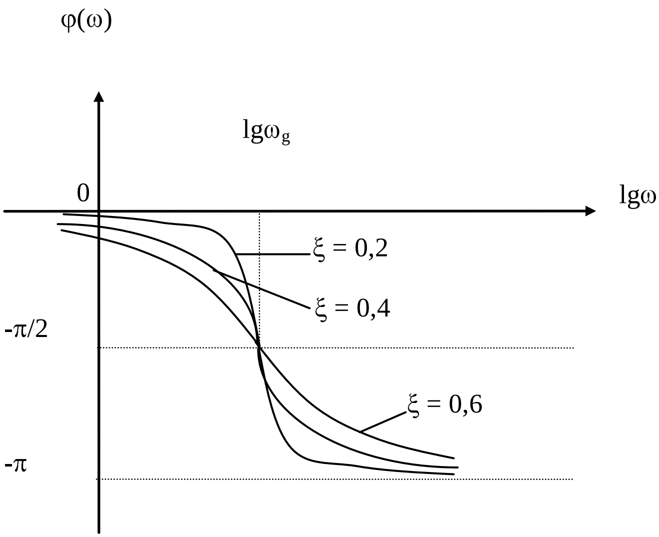
$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\,\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg\,\frac{2.\xi.T.\omega}{1-T^2\omega^2}$$

Khi ω = 0 → φ(ω) = 0

$\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2}$ (điểm uốn)

ω = ∞ → φ(ω) = - π

Khi ξ càng nhỏ hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn càng lớn



- Trường hợp **2:** nếu $\Delta' \geq 0$ hay $\xi \geq 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hệ gồm hai khâu quán tính mắc nối tiếp. khi đó các đặc tính tần số của hệ thống sẽ được xét ở phần sau.

4. Khâu không ổn định bậc một: W(p) = $\dfrac{K}{Tp-1}$

a. Đặc tính thời gian:

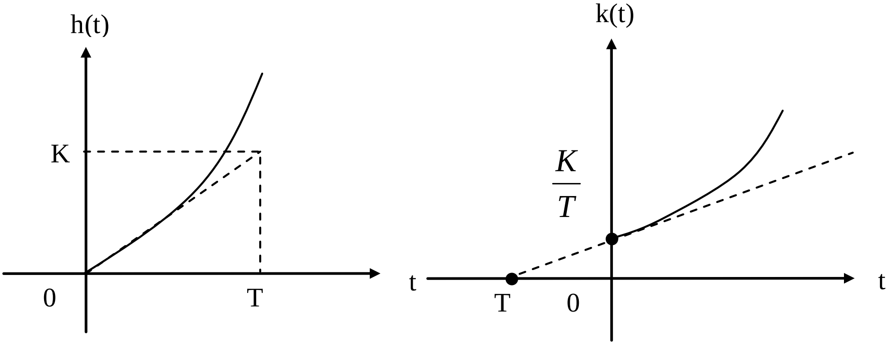
- Hàm quá độ h(t):

Ta có: H(p) = $\dfrac{1}{p}$.W(p) = $\dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{Tp-1}$

$\rightarrow$ h(t) = L^{-1}[H(p)] = $L^{-1}[\dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{Tp-1}]$ = K.1(t).($e^{\frac{t}{T}}$ -1)

- Hàm trọng lượng k(t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T}.1(t).e^{\frac{t}{T}}$$



b. Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \dfrac{K}{jT\omega - 1}$

$$= -\frac{K}{1+(T\omega)^2} - j\frac{KT\omega}{1+(T\omega)^2} = R(\omega) + j\,I(\omega)$$

$$= A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

Ta thấy rằng R (ω)và Iv (ω) đều âm nên:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \text{arctg}\,\omega T + (-\pi)$$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và

$$\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \omega T$$

$$\rightarrow \left[\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right]^2 = (\omega T)^2 \quad \text{ta có} \quad R^2(\omega) + I^2(\omega) = \frac{K^2}{1+(\omega T)^2}$$

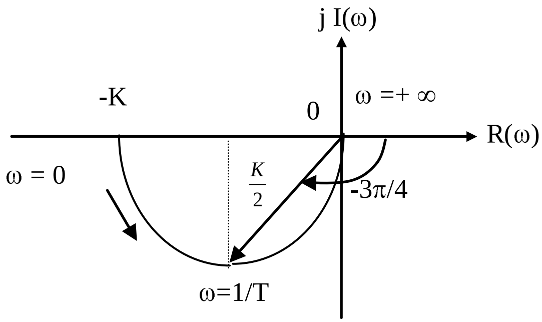
$\rightarrow \ [R^2(\omega)+I^2(\omega)]^2 = K^2R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega)+I^2(\omega) = -KR(\omega)$

$\rightarrow \ R^2(\omega)+KR(\omega)+\frac{K^2}{4}+I^2(\omega)=\frac{K^2}{4}$

Hay $\left[R(\omega)+\frac{K}{2}\right]^2+I^2(\omega)=\left(\frac{K}{2}\right)^2$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(-\frac{K}{2},0)$, bán kính $\frac{K}{2}$.

Theo trên ta chỉ xét ω = 0 → ∞ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số loagrit: L(ω)

$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg K & \text{khi } \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K - 20\lg \omega T & \text{khi } \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to\infty}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}) = 20\lg K - 20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

$$\rightarrow tg\alpha = \frac{[20\lg K - 20\lg\omega_2 T] - [20\lg K - 20\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = -20 \text{ (db/dec)}$$

Xác định tần số gẫy: ω_g

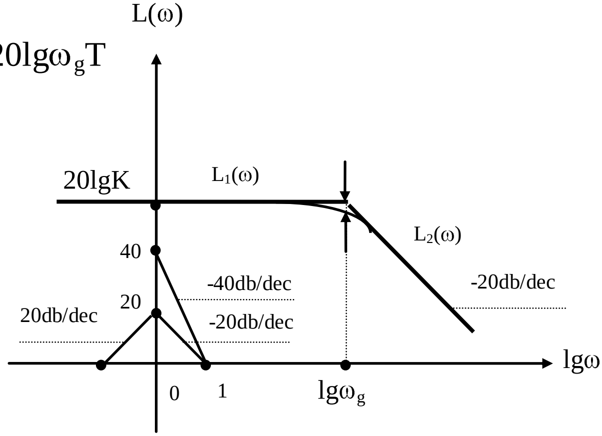
Hai đặc tính $L_1(\omega)$và Lv (ω)cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

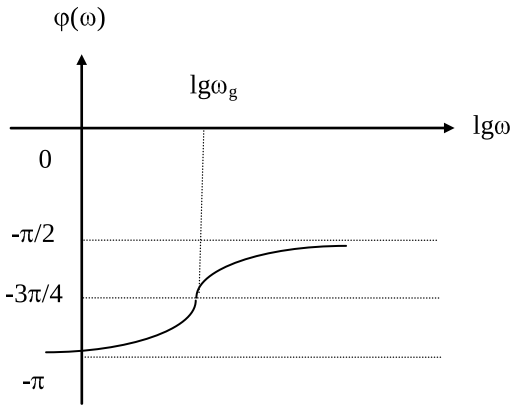
$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g)$

$\rightarrow 20\lg K = 20\lg K - 20\lg\omega_g T$

$\rightarrow \omega_g = \dfrac{1}{T}$

Đặc tính có dạng như hình vẽ.





Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20\lg K - [20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}\,] =$

$20\lg\sqrt{2}\,(db) \cong 2{,}9(db)$

- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\omega T) - \pi$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = -\pi$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{3\pi}{4}$$

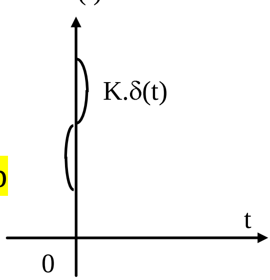
$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

II. Các đặc tính của khâu vi phân:

1. *Khâu vi phân lý tưởng:* W(p) = Kp

a. Đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ:

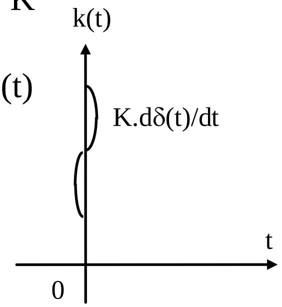


Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.Kp = K$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[K] = K.\delta(t)$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K\frac{d\delta(t)}{dt}$$



b. Đặc tính tần số:

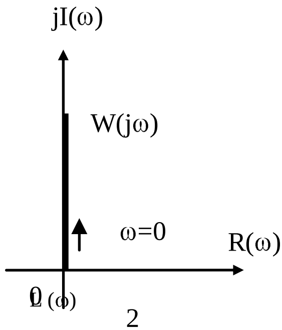
Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = jK\omega = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K\omega$

$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ



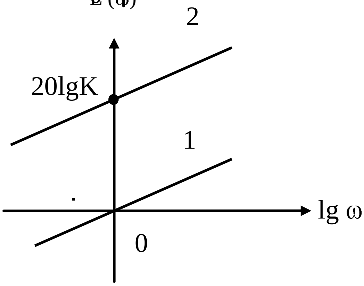
$R(\omega) = 0$

$I(\omega) = K\omega$

- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K\omega$

$= 20\lg K + 20\lg\omega$



Khi $K = 1 \rightarrow L(\omega) = 20\lg\omega$

Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số ω =1, có độ nghiêng được xác định như sau:

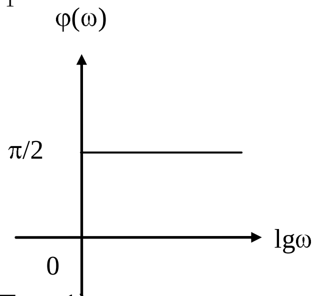
$$tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = \frac{20\lg\omega_2 - 20\lg\omega_1}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = +20 \text{ (db/dec)}$$

Khi K>1 đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg\infty = \frac{\pi}{2}$$

đặc tính như hình vẽ.



2. ***Khâu vi phân bậc một***: W(p) = K(Tp +1)

a. Đặc tính thời gian:

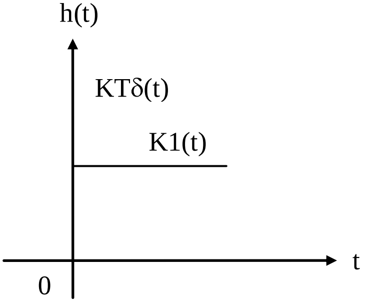
- Hàm quá độ:

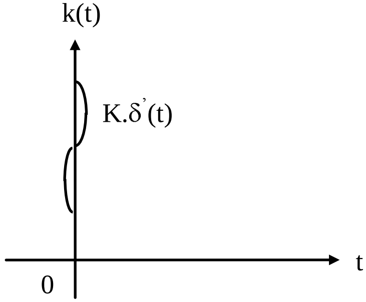
Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}K(Tp+1) = K(T + \frac{1}{p})$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[K(T+\frac{1}{p})] = K[1(t) + T.\delta(t)]$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K[\delta(t)+T.\frac{d\delta(t)}{dt}]$$

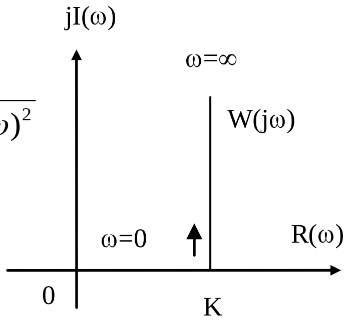




b. Đặc tính tần số:

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K(Tj\omega + 1) = K + jKT\omega = R(\omega) + jI(\omega)$

$= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$



$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K\sqrt{1 + (T\omega)^2}$

$\varphi(\omega) = \text{arctg}\,\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctgT\omega$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số TBP như hình vẽ

- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\,\lg A(\omega) = 20\lg\,(K\sqrt{1 + (T\omega)^2}\,)$$

$$= 20\lg K + 20\lg\sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg K & \text{khi } \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K + 20\lg \omega T & \text{khi } \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1 + (T\omega)^2}\,) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to\infty}(20\lg K + 20\lg\sqrt{1 + (T\omega)^2}\,) = 20\lg K + 20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

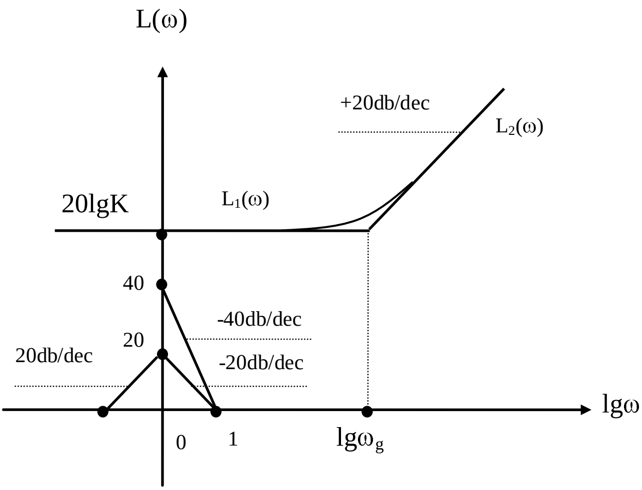
$\rightarrow tg\alpha = \dfrac{[20\lg K + 20\lg 10\omega_1 T] - [20\lg K + 20\lg\omega_1 T]}{\lg 10\omega_1 - \lg\omega_1} = +20$ (db/dec)

Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20\lg K = 20\lg K + 20\lg\omega_g T \rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}$$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:



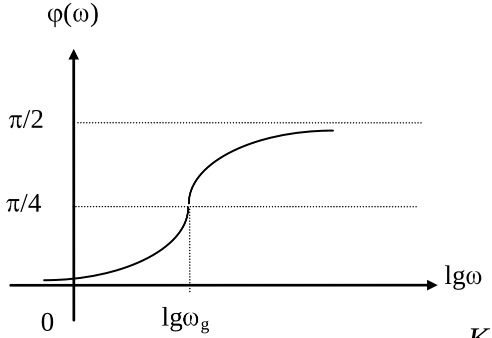
- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\omega T)$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{4} \text{ (điểm uốn)}$$

$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$



III. Các đặc tính của khâu tích phân: $W(p) = \dfrac{K}{p}$

1. Đặc tính thời gian:

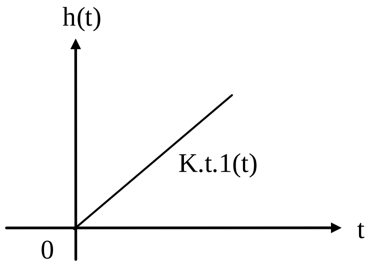
- Hàm quá độ:

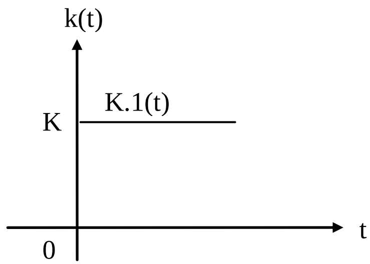
Ta có: $$H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.\frac{K}{p} = \frac{K}{p^2}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\frac{1}{p}.\frac{K}{p}] = K.t.1(t)$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K.1(t)$$



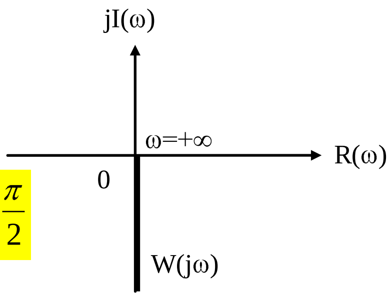


2. Đặc tính tần số:

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \dfrac{K}{j\omega} = -j\dfrac{K}{\omega} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \dfrac{K}{\omega}$

$\varphi(\omega) = \text{arctg}\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(-\infty) = -\dfrac{\pi}{2}$



- Đặc tính tần số biên pha: TBP

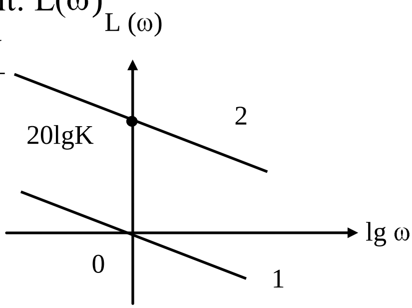
Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ

- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\dfrac{K}{\omega}$

$= 20\lg K - 20\lg\omega$

Khi K = 1 → L(ω) = - 20lgω



Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số ω =1, có độ nghiêng được xác định như sau:

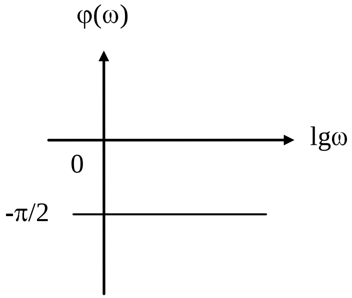
$$tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = \frac{-20\lg\omega_2 - (-20\lg\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = -20$$

(db/dec)

Khi K >1 đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \mathrm{arctg}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$



IV. các đặc tính của khâu chậm trễ: $W(p) = e^{-p\tau}$

1. Đặc tính thời gian:

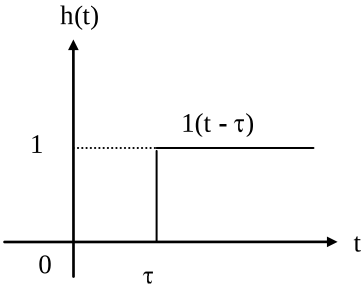
- Hàm quá độ:

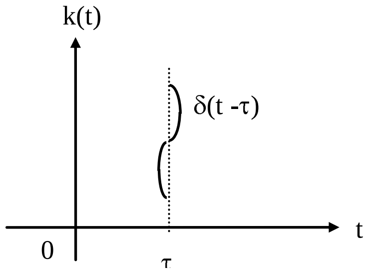
Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.\, e^{-p\tau}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[\frac{1}{p}.\, e^{-p\tau}] = 1(t - \tau)$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d1(t-\tau)}{dt} = \delta(t-\tau)$$





2. Đặc tính tần số:

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

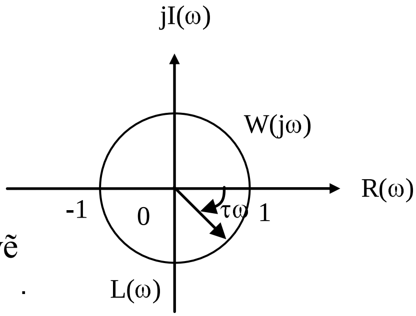
$A(\omega) = 1 = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

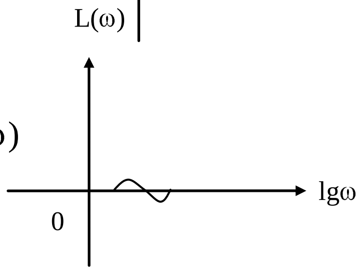
$\varphi(\omega) = -\omega\tau$

- *Đặc tính tần số biên pha*: TBP

$R^2(\omega) + I^2(\omega) = 1$

Là vòng tròn đơn vị như hình vẽ





- *Đặc tính biên độ tần số logarit*: L(ω)

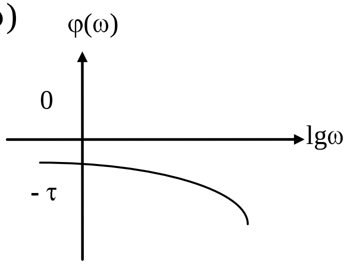
$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0$

Đặc tính trùng với trục hoành

- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

$\varphi(\omega) = -\tau\omega$

đặc tính như hình vẽ.



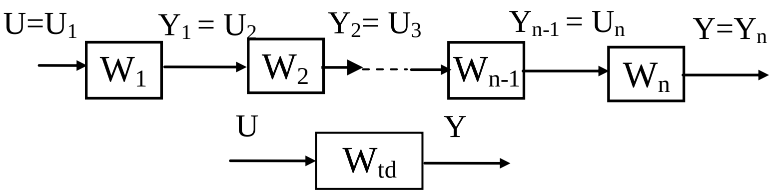
II-5 HÀM TRUYỀN CỦA HỆ THỐNG VÀ CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

I. Hàm truyền của hệ thống điều khiển(dai so so do khoi)

Phần trước chúng ta đã mô tả toán học các phần tử trong hệ điều khiển dưới dạng hàm truyền Nhưng ta thấy rằng một hệ thống điều khiển gồm nhiều các phần tử ghép nối với nhau theo một qui luật nào đó, nhằm đáp ứng được các yêu cầu của hệ. Sau đây ta đi xác định hàm truyền của hệ thống gồm các khâu mắc nối tiếp, song song, mạch mắc phản hồi và nguyên lý chuyển đổi tín hiệu.

1. Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp:

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên. Tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng.

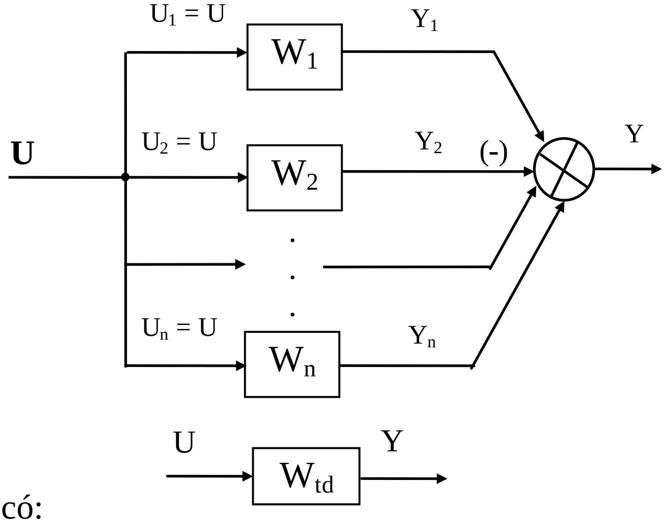


Ta có:

$$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} \cdots \frac{Y}{Y_{n-1}} = \frac{Y_1}{U_1} \cdot \frac{Y_2}{U_2} \cdots \frac{Y}{U_n} = W_1.W_2...W_n = \prod_{i=1}^{n} W_i$$

2. Hệ thống gồm các phần tử mắc song song:

Các phần tử được gọi là mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần. Tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số tín hiệu ra của các phần tử thành phần.



Ta có:

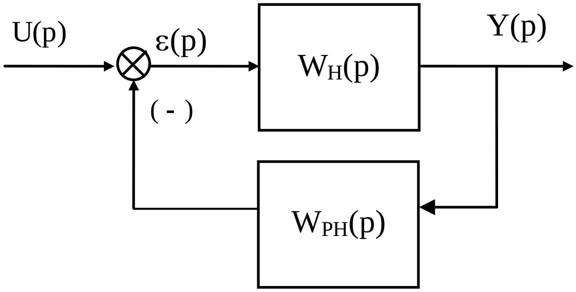
$$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U} + \frac{-Y_2}{U} + \cdots + \frac{Y_n}{U} = \frac{Y_1}{U_1} + \frac{-Y_2}{U_2} + \cdots + \frac{Y_n}{U_n}$$

$$= W_1 + (-W_2) + \ldots + W_n = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

3. Hệ thống có khâu phản hồi:

a. Hàm số truyền hệ kín với phản hồi âm:

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi (-) như hình vẽ.



Ta có: $W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$; $W_H(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$

Mặt khác: $\varepsilon(p) = U(p) - Y(p)W_{PH}(p)$

Suy ra : $W_H(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{Y(p)}{U(p) - Y(p)W_{PH}(p)}$

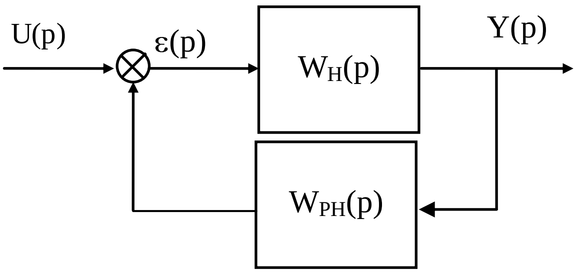
Vậy:

$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)W_{PH}(p)}$$

b. Hàm số truyền hệ kín với phản hồi dương:

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi (+) như hình vẽ.

Làm tương tự ta tìm được

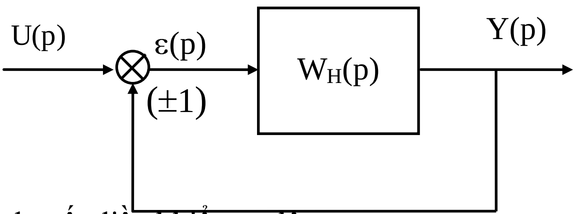


$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 - W_H(p)W_{PH}(p)}$$

Chú ý: với hệ có phản hồi đơn vị (±1)

Thì hàm truyền hệ kín được tính như sau:

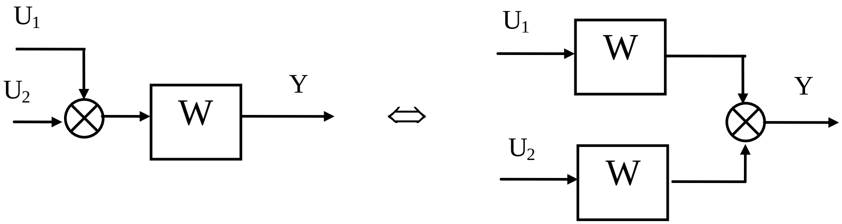
$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 \mp W_H(p)}$$



4.Chuyển đổi tín hiệu:

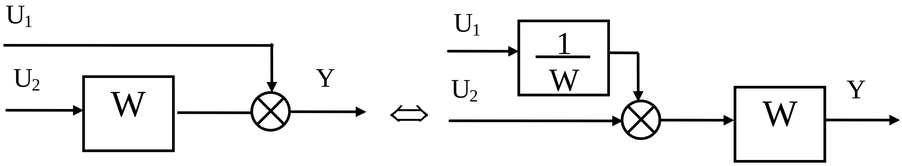
Chuyển đổi bộ cộng tín hiệu:

- Từ trước một khối ra sau khối đó:



$$Y=(U_1+U_2)W=U_1W+U_2W$$

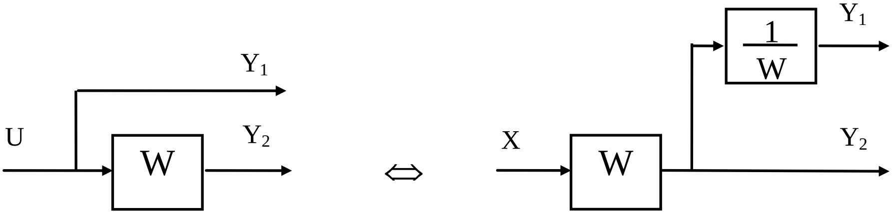
- Từ sau một khối ra trước khối đó:



$$Y=U_1+U_2W=(U_1\cdot\frac{1}{W}+U_2)W$$

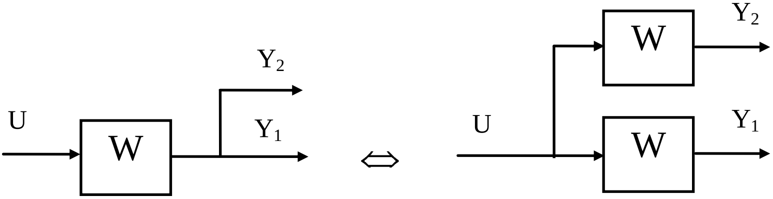
Chuyển đổi nút rẽ nhánh tín hiệu:

- Từ trước một khối ra sau một khối:



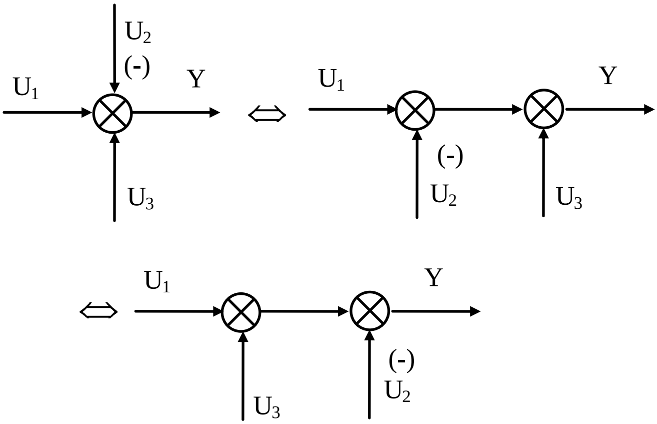
$$Y_1 = U$$
$$Y_2 = W.U$$

- Từ sau một khối ra trước khối đó:



$$Y_1 = U.W$$

- Các bộ cộng liền nhau có thể đổi chỗ cho nhau:



II Các đặc tính tần số của hệ thống điều khiển tự động

1. Đặc tính tần số biên pha:

Từ hàm truyền đạt của hệ ta đi xác định hàm truyền tần số bằng cách thay p = jω.

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$W(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Cho ω biến thiên từ $0 \to \infty$ lập bảng biến thiên cho R (ω), I(ω) hoặc A(ω), φ(ω). Sau đó vẽ chúng lên mặt phẳng phức được đặc tính biên pha của hệ.

2. Đặc tính tần số biên độ logarit:

Với đặc tính này người ta thường vẽ đặc tính hệ hở trong hệ kín với phản hồi (-1).

Hệ thống hở gồm nhiều phần tử mắc nối tiếp nhau và được mô tả bởi:

$$W_H(p) = \frac{\prod_{i=1}^{n_0} K_i \prod_{i=1}^{n_1}(T_{i1}P+1).e^{-P\prod_{i=1}^{n_2}\tau_i}}{P^{\gamma}\prod_{i=1}^{n_3}(T_{i2}P+1)\prod_{i=1}^{n_4}(T_{i3}P^2+2\xi_i T_{i3}P+1)} =$$

$W_1(p).W_2(p).W_3(p)\ldots W_n(p)$

Thay p = jω ta được hàm truyền tần số của hệ thống hở:

$$W_H(j\omega) = W_1(j\omega).W_2(j\omega).W_3(j\omega)\ldots W_n(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega)$$

Nếu hàm truyền tần số được viết dưới dạng

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)}$$

Khi đó:

$$W_H(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)e^{j\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)} = A_H(\omega)e^{j\varphi_H(\omega)}$$

$$L_H(\omega) = 20\lg A_H(\omega) = 20\lg\prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)$$

$$L_H(\omega) = 20\lg A_H(\omega) = 20\lg \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} 20\lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega)$$

Ta thấy rằng để vẽ đặc tính biên độ tần số logarit của hệ hở $L_H(\omega)$ ta chỉ việc cộng đại số các đặc tính $L_i(\omega)$ của các khâu có trong hệ. Phép cộng này có thể thực hiện như sau:

- Vẽ tất cả các đặc tính $L_i(\omega)$ của các phần tử trong hệ lên cùng một hệ trục toạ độ sau đó cộng đồ thị.

- Để đơn giản ta có thể thực hiện theo các bước sau:

- Bước1: Xác định các tần số gẫy $\omega_{gi} = \frac{1}{T_i}$

  Tính $\lg\omega_{gi}$ và đặt chúng lên trục hoành.

- Bước 2: Xác định giá trị 20lgK hệ hở:

$$20\lg K_h = 20\lg \prod_{i=1}^{n} K_i$$

Sau đó đặt chúng lên trục tung.

- Qua điểm $20\lg K_H$ vừa tìm được kẻ từ trái qua phải đường thẳng có độ nghiêng –20γ db/dec (γ là số khâu tích phân có trong hệ) và dừng lại ở tần số gãy nhỏ nhất.

- Tại các tần số gẫy đặc tính thay đổi độ nghiêng. Độ nghiêng của hệ thống bằng độ nghiêng của hệ trước đó cộng với độ nghiêng của khâu ứng với tần số gẫy.

- Hiệu chỉnh lại đặc tính nếu cần thiết khi trong hệ thống có khâu dao động với ξ không thoả mãn điều kiện: ξ <0,38

3. Đặc tính tần số pha logarit: $\varphi_H(\omega)$

$$\varphi_H(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega)$$

Ta thấy rằng đặc tính đều là các hàm arctg. Vì vậy để vẽ đặc tính tần số pha logarit của hệ ta có thể thực hiện bằng phương pháp cộng đồ thị.

II-6 MÔ TẢ HỆ BẰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ MÔ HÌNH TRẠNG THÁI

Để mô tả quá trình động học xảy ra trong hệ điều khiển người ta dùng phương trình vi phân tổng quát có dạng:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t)$$

$$= b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \cdots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t)$$

Như trên ta đã biết để tìm mối liên hệ giữa lượng ra và lượng vào ta phải giải phương trình vi phân trên. Có thể giải trực tiếp với phương trình vi phân đơn giản hoặc chuyển sang giải phương trình đại số bằng chuyển đổi laplace sau đó biến đổi Laplace ngược. Ngoài ra từ phương trình vi phân bậc cao trên ta có thể đưa về hệ các phương trình vi phân bậc một hay hệ phương trình mô tả các trạng thái của hệ và từ đó ta đưa ra được mô hình trạng thái.

I. Thành lập phương trình trạng thái và mô hình trạng thái từ phương trình vi phân:

1. Vế phải của phương trình không chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_m u(t)$$

Ta đặt:

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$x_3 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

....

$$x_n = \frac{dx_{n-1}}{dt^{n-1}} = \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}$$

$$\frac{dx_n}{dt} = \frac{d^n y}{dt^n}$$

Như vậy phương trình vi phân trên có thể viết về dạng hệ các phương trình như sau:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0 \dfrac{d^n y}{dt^n} = b_m u - a_1 \dfrac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \cdots - a_n y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = -a'_n x_1 - \cdots a'_1 x_n + b'_m u \end{cases}$$

Hay:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + \ldots + 0x_n + 0u \\ \dot{x}_2 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + \ldots + 0x_n + 0u \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{x}_n = -a'_n x_1 - \cdots a'_1 x_n + b'_m u \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái. Các biến $x_1 \ldots x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . \\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ b'_m \end{bmatrix} u$$

Tín hiệu ra của hệ:

$$y = x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

Ta có thể viết gọn như sau:

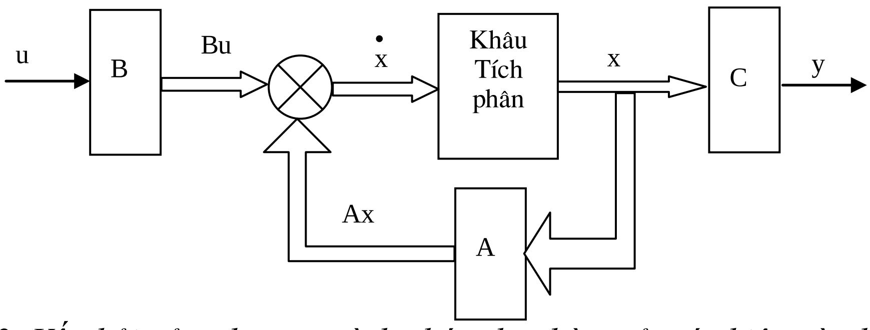
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

Với:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . \\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ b'_m \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{matrix} 1 & 0 & & . & 0 \end{matrix}$$

Từ hệ phương trình trạng thái rút gọn ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như sau:



2. Vế phải của phương trình chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t)$$

$$= b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \cdots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t)$$

Xét trường hợp tổng quát n = m. Ta đặt

$$y = x_1 + B_0 u$$

$$\dot{x}_1 = x_2 + B_1 u$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + B_2 u$$

...

$$\dot{x}_{n-1} = x_n + B_{m-1} u$$

Khi đó:

$$\frac{dy}{dt} = \dot{x}_1 + B_0\frac{du}{dt} = x_2 + B_1 u + B_0\frac{du}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \dot{x}_2 + B_1\frac{du}{dt} + B_0\frac{d^2u}{dt^2} = x_3 + B_2 u + B_1\frac{du}{dt} + B_0\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$\frac{d^3y}{dt^3} = \dot{x}_3 + B_2\frac{du}{dt} + B_1\frac{d^2u}{dt^2} + B_0\frac{d^3u}{dt^3} = x_4 + B_3 u + B_2\frac{du}{dt} + B_1\frac{d^2u}{dt^2} + B_0\frac{d^3u}{dt^3}$$

....

$$\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} = x_n + B_{n-1}u + B_{n-2}\frac{du}{dt} + \cdots + B_1\frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}} + B_0\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}$$

$$\frac{d^ny}{dt^n} = \dot{x}_n + B_{n-1}\frac{du}{dt} + B_{n-2}\frac{d^2u}{dt^2} + \cdots + B_1\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}} + B_0\frac{d^nu}{dt^n}$$

Thay vào phương trình trên ta được:

$$a_0\left(\dot{x}_n + B_{n-1}\frac{du}{dt} + B_{n-2}\frac{d^2u}{dt^2} + \cdots + B_2\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}} + B_1\frac{d^nu}{dt^n}\right) +$$

$$+ a_1\left(X_n + B_{n-1}u + B_{n-2}\frac{du}{dt} + \cdots + B_2\frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}} + B_1\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}\right) + \ldots +$$

$$+ a_{n-1}\ \ x_2 + B_1 u\ \ + a_n\ \ x_1 = b_0\frac{d^mu}{dt^m} + \cdots + b_{m-1}\frac{du}{dt} + b_m u$$

Chọn các hệ số $B_1 \ldots B_n$ theo các hệ số $a_0 \ldots a_n$, $b_0 \ldots b_n$ sao cho đạo hàm của tín hiệu vào triệt tiêu khi đó ta có:

$$\dot{x}_n = -\frac{a_1}{a_0}x_n - \cdots - \frac{a_{n-1}}{a_0}x_2 - \frac{a_n}{a_0}x_1 + \frac{1}{a_0}(-a_1B_{n-1} - a_2B_{n-2} - \cdots - a_{n-1}B_1 - a_nB_0 + b_m)u$$

$$\dot{x}_n = -a'_1x_n - \cdots - a'_{n-1}x_2 - a'_nx_1 + B'_m u$$

Với:

$$a'_1 = \frac{a_1}{a_0}; a'_2 = \frac{a_2}{a_0}; \cdots; a'_n = \frac{a_n}{a_0};$$

$$B'_m = \frac{1}{a_0}(-a_1B_{n-1} - a_2B_{n-2} - \cdots - a_{n-1}B_1 - a_nB_0 + b_m)$$

Như vậy đạo hàm của các biến trạng thái có thể được viết lại:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + B_1u \\ \dot{x}_2 = x_3 + B_2u \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + B_{n-1}u \\ \dot{x}_n = -a'_nx_1 - \cdots - a'_2x_{n-1} - a'_1x_n + B'_mu \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái. Các biến $x_1 \ldots x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trạng thái có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . \\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ . \\ B'_m \end{bmatrix} u$$

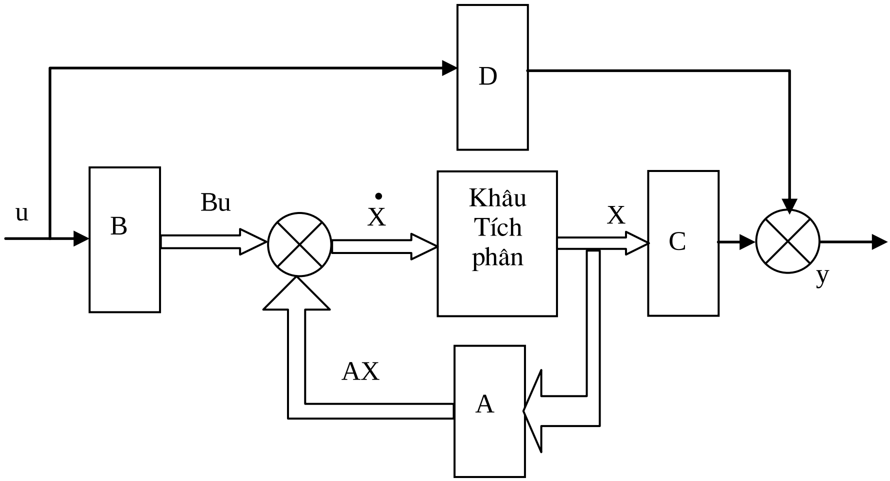
Tín hiệu ra của hệ

$$y = x_1 = 1 \quad 0 \quad \ldots.0 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + B_0u$$

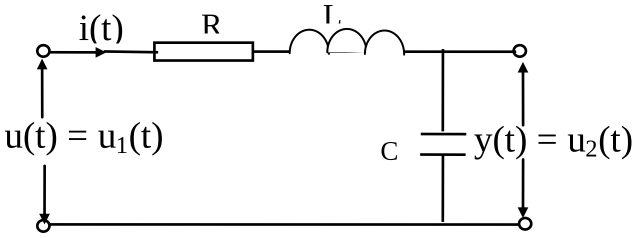
Ta có thể viết gọn như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} + Du \end{cases}$$

Từ hệ phương trình trạng thái ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như sau:



Ví dụ: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái cho mạch điện sau:



Ta có:

$$\begin{cases} u = u_1 = R.i + L\dfrac{di}{dt} + u_2 \\ y = u_2 = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int idt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L\dfrac{di}{dt} = u_1 - R.i - u_2 \\ \dfrac{du_2}{dt} = \dfrac{1}{C}.i \end{cases}$$

hay: $$\begin{cases} \dfrac{du_2}{dt} = \dfrac{1}{C}.i \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}u_1 - \dfrac{R}{L}i - \dfrac{1}{L}u_2 \end{cases}$$

Đặt: $u_2 = x_1$ là biến trạng thái thứ nhất.

$i = x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

Khi đó:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{1}{C}x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L}u_1 - \dfrac{L}{R}x_2 - \dfrac{1}{L}x_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + \dfrac{1}{C}.x_2 + 0.u_1 \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{L}x_1 - \dfrac{L}{R}x_2 + \dfrac{1}{L}u_1 \end{cases}$$

Hệ trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C} \\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

$$y = 1 \quad 0 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Hay :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

Ví dụ: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái cho động cơ 1 chiều kích từ độc lập với tín hiệu vào là điện áp mạch phần ứng, tín hiệu ra là tôc độ quay:

Ta có:

$$\begin{cases} u = u_u = R.i + L\dfrac{di}{dt} + E \\ y = \omega = \dfrac{1}{K_M}E \\ M_d - M_c = j\dfrac{d\omega}{dt} \\ M = K_M i \end{cases}$$

Để đơn giản xét động cơ ở chế độ không tải: $i_c = 0$

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L}.i - \dfrac{K_M}{L}\omega + \dfrac{1}{L}u_u \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{K_M}{j}i \end{cases}$$

Đặt: $\omega = x_1$ là biến trạng thái thứ nhất.

$i = x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

Khi đó:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + \dfrac{K_M}{j}.x_2 + 0.u_u \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{K_M}{L}x_1 - \dfrac{R}{L}x_2 + \dfrac{1}{L}u_u \end{cases}$$

Hệ trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{K_M}{j} \\ -\dfrac{K_M}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

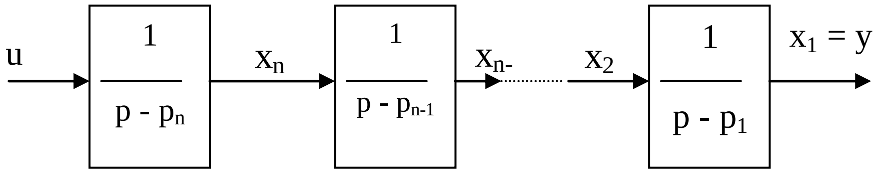
$$y = 1 \quad 0 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Hay : } \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

II. Thành lập phương trình và mô hình trạng thái từ hàm truyền đạt:

1. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_0 p^n + ... + a_n} = \frac{1}{(p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n)}$$



Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:

Từ sơ đồ cấu trúc với việc đặt các biến trạng thái là $x_1,...,x_n$ ta có:

$$\begin{aligned} & x_1 = y \\ & x_2 = \dot{x}_1 - x_1 p_1 \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ & x_n = \dot{x}_{n-1} - x_{n-1} p_{n-1} \\ & u = \dot{x}_n - x_n p_n \end{aligned} \qquad \text{Hay} \qquad \begin{aligned} & \dot{x}_1 = x_2 + x_1 p_1 \\ & \dot{x}_2 = X_3 + x_2 p_2 \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ & \dot{x}_n = x_n p_n \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình trạng thái: $\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$

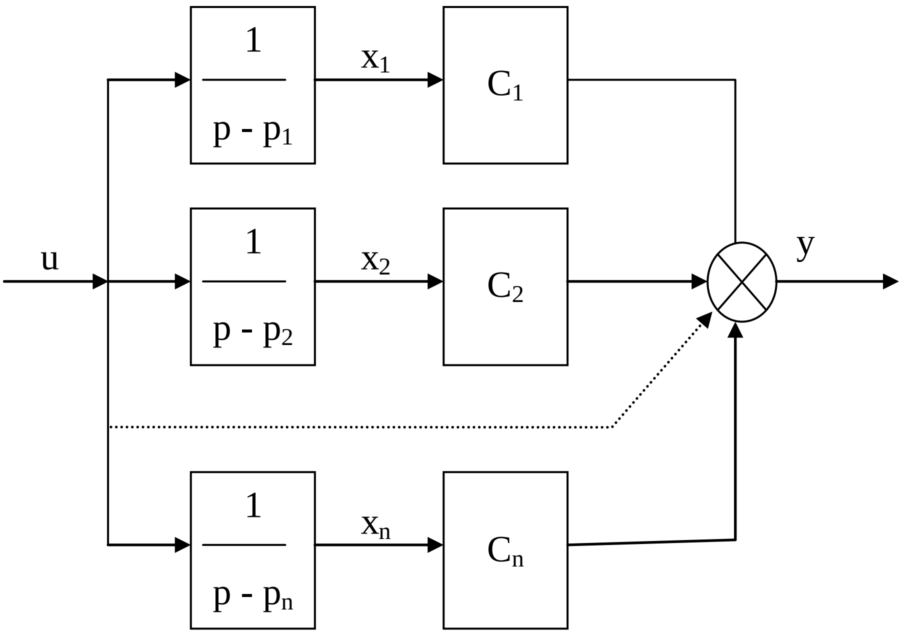
Với:

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} p_1 & 1 & . & 0 \\ 0 & p_2 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_n \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ 1 \end{bmatrix}; C = 1 \quad 0 \qquad . \quad 0$$

2. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_0 p^n + ... + a_n} = \frac{C_1}{P - P_1} + \frac{C_2}{P - P_2} + ... + \frac{C_n}{P - P_n}$$

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:



Từ sơ đồ cấu trúc với việc đặt các biến trạng thái là $x_1,...,x_n$ ta có:

$$u = \dot{x}_1 - x_1p_1$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$u = \dot{x}_n - x_np_n$$

$$y = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

Hay

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_1p_1 + u\\
&\dot{x}_2 = x_2p_2 + u\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\dot{x}_n = x_np_n + u\\
&y = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n
\end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \underline{\dot{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

Với:

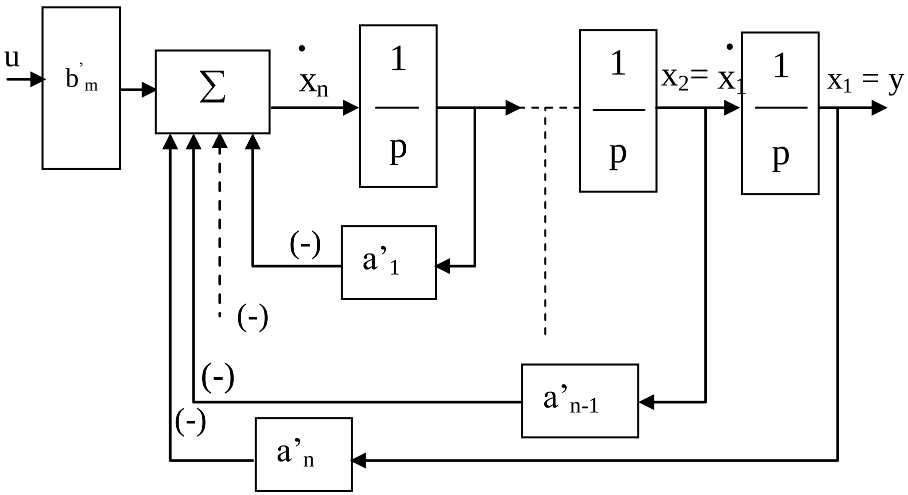
$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; \qquad A = \begin{bmatrix} p_1 & 1 & . & 0 \\ 0 & p_2 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_n \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ . \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & . & C_n \end{bmatrix}$$

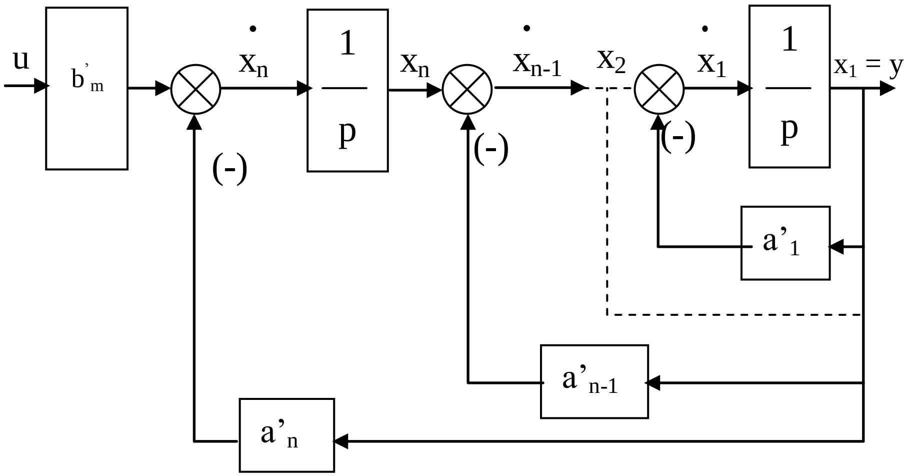
3. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n} = \frac{b'_m}{p^n + a'_1p^{n-1} + ... + a'_n}$$

a. Cách 1:



b. Cách 2:

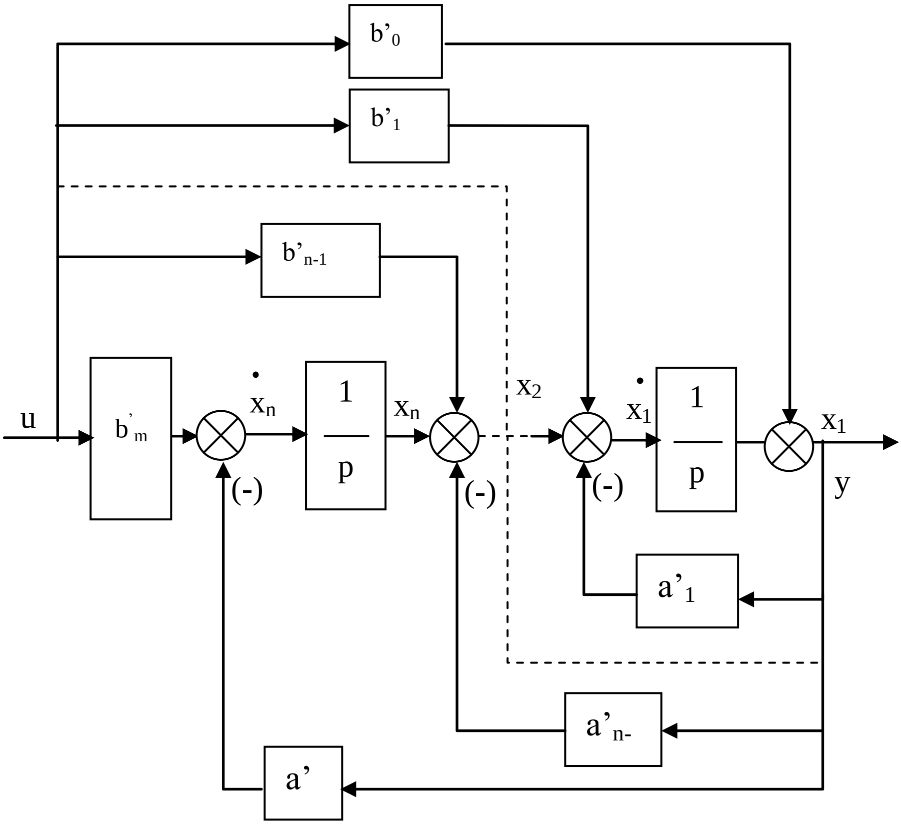


4. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + ... + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n} = \frac{b'_0p^m + b'_1p^{m-1} + ... + b'_m}{p^n + a'_1p^{n-1} + ... + a'_n}$$

Xét trường hợp tổng quát n = m.

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:



Chú ý: trong trường hợp m < n thì nếu bậc của tử khuyết hệ số b'_i nào thì trong mạch vòng trạng thái ta cho hệ số đó bằng 0 (bỏ mạch vòng trạng thái đó)

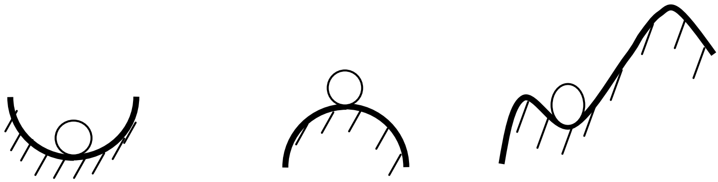
CHƯƠNG III   ỔN ĐỊNH

III-1 Khái niệm và thông số ảnh hưởng

1. Khái niệm:

Ổn định là tính chất của hệ tự trở về trạng thái ban đầu khi kết thúc tác động của nhiễu loạn hay khả năng của hệ chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác.

Ví dụ ta xét vị trí của quả cầu trong các trường hợp sau:



Trạng thái ổn định   Trạng thái không ổn định   Biên giới ổn định

2. Thông số ảnh hưởng

Như ta đã biết 1 hệ điều khiển thực chất làm nhiệm vụ biến đổi qui luật lượng vào thành qui luật lượng ra theo yêu cầu. Về mặt toán học quá trình biến đổi đó được mô tả bằng phương trình vi phân tổng quát sau:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m u}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm y(t) = f[u(t)] ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy rằng đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t)=\overline{y}(t)+y^*(t)$$

Với:

$y^*(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên ứng với một kích u(t) nào đó. Nó đặc trưng cho quá trình xác lập, là trị số của đại lượng cần điều khiển và luôn ổn định.

$\bar{y}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất nó đặc trưng cho quá trình quá độ. Như vậy tính ổn định của hệ chỉ còn phụ thuộc vào thành phần tự do $\bar{y}(t)$. Và dạng tổng quát của nó là:

$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$$

C_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu và cấu trúc, tham số của hệ

p_i : Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính

$a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_{n-1}p + a_n = 0$

Hay: $y(t) = y^*(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i . e^{p_i t}$

Như vậy ta có thể nhân xét tính ổn định của hệ như sau:

- Nếu: $\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{n} c_i . e^{p_i t} = 0$ thì $y(t) = y^*(t) \to$ hệ ổn định.

- Nếu: $\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{n} c_i . e^{p_i t} = \infty$ thì $y(t) \to \infty$ hệ không ổn định

- Nếu: $\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{n} c_i . e^{p_i t} = c = const$ thì $y(t) = y^*(t) + c \neq y^*(t)$

$\to$ hệ ở biên giới ổn định.

Như vậy tính ổn định của hệ phụ thuộc vào thành phần tự do: $\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$

Hay chính là phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc tính. Mà nghiệm của phương trình đại số trên có hai dạng cơ bản là nghiệm thực và nghiệm phức.

◆ *Khi p_i là nghiệm thực:*

- Nếu $p_i < 0$ (đặt $p_i = -\alpha_i$)

$$\rightarrow \bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i.e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = 0 \rightarrow \text{Hệ ổn định}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p^*_i = 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* + \sum_{i=1}^{n-1} c_i.e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = c_i^* \rightarrow \text{hệ ở biên giới ổn định.}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p^*_i > 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i$, $p^*_i = \alpha^*_i$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* e^{\alpha_i^*} + \sum_{i=1}^{n-1} c_i.e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = \infty \rightarrow \text{hệ không ổn định.}$$

◆ *Khi p_i là nghiệm phức:* $p_{i,\,i+1} = \alpha_i \pm j\,\beta_i$

Ta có:

$$c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} =$$

$$(a + jb)e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + (a - jb)e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$

$$= 2A_i\, e^{\alpha_i t}.\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Với:

$A_i = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\varphi_i = arctg\dfrac{b}{a}$

Như vậy: $$\overline{y}(t) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 2A_i e^{\alpha_i t}\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Qua biểu thức trên ta thấy rằng ở chế độ xác lập $\overline{y}(t) = 0, \infty, c_i^*$ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực α_i của nghiệm phức.

. - Nếu $\alpha_i < 0$ $\rightarrow \lim_{t\to\infty} \overline{y}(t) = 0 \rightarrow$ hệ ổn định

. - Nếu $\alpha^*_i = 0$ còn (n/2 – 1) cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t\to\infty} \overline{y}(t) = c_i^* \rightarrow$ hệ ở biên giới ổn định.

- Nếu $\alpha^*_i > 0$ còn (n/2 – 1) cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t\to\infty} \overline{y}(t) = \infty$ $\rightarrow$ hệ không ổn định.

3. Kết luận: Như vậy tính ổn định của hệ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực nghiệm của phương trình đặc tính.

- Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính hệ thống đều có phần thực âm $\rightarrow$ hệ thống ổn định.

- Chỉ cần có nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực = 0 còn các nghiệm khác có phần thực âm $\rightarrow$ hệ ở biên giới ổn định.

- Chỉ cần 1 nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương $\rightarrow$ hệ thống không ổn định.

Theo kết luận ở trên ta thấy rằng để xét ổn định cho hệ ta phải đi tìm nghiệm của phương trình đặc tính. Với các phương trình bậc cao việc giải phương trình gặp nhiều khó khăn, vì vậy để khắc phục nhược điểm trên người ta đưa ra các tiêu chuẩn để xét ổn định đó là:

- Tiêu chuẩn ổn định đại số.
- Tiêu chuẩn ổn định tần số.

III-2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

I. Điều kiện cần để hệ ĐKTĐ ổn định:

Điều kiện cần để hệ ĐKTĐ ổn định là tất cả các hệ số a_i của phương trình đặc tính phải dương (hay cùng dấu).

$A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} +...+ a_{n-1}p + a_n = 0$

II. Điều kiện cần và đủ để hệ ĐKTĐ tuyến tính hoá ổn định:

- Định lý 1: Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính hệ tuyến tính hoá có phần thực âm thì hệ sẽ ổn định không phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính hoá.

- Định lý 2: Nếu 1 nghiệm của phương trình đặc tính của hệ tuyến tính hoá có phần thực dương thì hệ sẽ không ổn định không phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính hoá.

- Định lý 3: Nếu phương trình đặc tính của hệ tuyến tính hoá có nghiệm có phần thực bằng 0 còn các nghiệm khác có phần thực âm thì tính ổn định của hệ có thể phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính. Khi đó bắt buộc phải xét hệ là hệ phi tuyến theo lý thuyết phi tuyến.

III. Tiêu chuẩn ổn định RAOX:

1.Phát biểu:

Điều kiện cần và đủ để hệ ĐKTĐ tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột đầu tiên của bảng RAOX phải dương.

2. Cách lập bảng RAOX:

Bảng RAOX được thành lập dựa vào các hệ số a_i của phương trình đặc tính.$A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} +... + a_{n-1}p + a_n = 0$

Và được thành lập qua các bước sau:

Bước 1: Hai hàng đầu tiên trong bảng RAOX được sắp xếp bởi các hệ số a_i theo qui luật sau:

Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

$$\begin{array}{cccccc} a_0 & & a_2 & & a_4 & \ldots a_n \\ \downarrow & \nearrow & \downarrow & \nearrow & \downarrow & \nearrow \\ a_1 & & a_3 & & a_5 & \end{array}$$

Khi xuất hiện cột $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ thì từ cột này trở đi không thuộc bảng Raox.

VD: cho phương trình đặc tính:

$A(p) = a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0$

$$\begin{array}{ccccc} a_0 & & a_2 & & a_4 \\ \downarrow & \nearrow & \downarrow & \nearrow & \\ a_1 & & a_3 & & 0 \end{array}$$

Bước 2: Các số hạng còn lại trong bảng Raox được tính theo qui luật sau: Mỗi số hạng trong một hàng của bảng Raox là một thương số có:

- Tử số là định thức bậc hai mang dấu âm với cột thứ nhất là cột đầu tiên của 2 hàng trên số hạng đang tính, cột thứ 2 là cột sát bên phải của 2 hàng trên số hạng đang tính.

- Mẫu số: tất cả các số hạng trong cùng một hàng đều có trung mẫu số là số hạng đầu tiên của hàng trên số hạng đang tính.

Dạng tổng quát của bảng Raox:

a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	.	.
a_1	a_3	a_5	a_7	.	.	
b_0	b_2	b_4	.	.		
b_1	b_3	.	.			
c_0	c_2	.				
c_1	.					

$$b_0 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1}; \quad b_2 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1}; b_1 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0}; \quad b_3 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & b_4 \end{vmatrix}}{b_0};$$

$$c_0 = \frac{-\begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1}; \ \ldots\ldots\ldots$$

3. Các tính chất của bảng Raox:

- Có thể nhân hoặc chia tất cả các số hạng trong cùng 1 hàng của bảng Raox với 1 số dương thì kết quả của bảng Raox không thay đổi.

- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột 1 của bảng Raox bằng số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.

- Trong cột thứ nhất của bảng Raox có 1 số hạng bằng 0 thì hệ không ổn định.

- Có thể dùng tiêu chuẩn Raox để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình các số hạng cột thứ nhất >0.

Chú ý:

- Tiêu chuẩn này áp dụng xét ổn định cho cả hệ hở và hệ kín với phương trình đặc tính bậc bất kỳ.

- Nếu trong hệ có khâu trậm sau với hàm truyền $e^{-p\tau}$ thì khi đó phương trình đặc tính A (p) không phải là phương trình đại số tuyến tính. Muốn áp dụng tiêu chuẩn Raox ta phải khai triển $e^{-p\tau}$ theo chuỗi Taylo và lấy biểu thức gần đúng.

$$e^{-p\tau} = \frac{(-p\tau)^0}{0!} + \frac{(-p\tau)^1}{1!} + \frac{(-p\tau)^2}{2!} + ... \approx 1 - p\tau$$

IV. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz:

1. Phát biểu:

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là các hệ số a_i của phương trình đặc tính dương và các giá trị định thức hurwitz dương.

2. Cách lập định thức Hurwitz:

Định thức hurwitz được thành lập từ các hệ số a_i của phương trình đặc tính A (p) và được thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Định thức cao nhất Δ_n gồm n hàng n cột được thành lập như sau:

- Trên đường chéo chính được sắp xếp bởi các hệ số từ $a_1 \rightarrow a_n$ với chỉ số tăng dần từ trên xuống.

- Bổ xung các số hạng trong cột bởi các hệ số a_i với chỉ số giảm dần theo chiều từ trên xuống dưới. Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

Bước 2: Tính các định thức Hurwitz còn lại. Xuất phát từ định thức cao nhất ta bỏ dần từng hàng và cột cụ thể như sau:

- Định thức Δ_{n-1} : Từ định thức Δ_n ta bỏ đi hàng thứ n, cột thứ n.

- Định thức Δ_{n-2} : Từ định thức Δ_{n-1} ta bỏ đi hàng thứ n -1, cột thứ n -1

- ……

$$\Delta n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & . & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & . & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & . & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix}$$

3. Chú ý:

- Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và hệ kín.

- Có thể dùng tiêu chuẩn Hurwitz để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} a_i > 0 \\ \Delta_i > 0 \end{cases}$$

- Nếu trong hệ có khâu chậm sau muốn áp dụng tiêu chuẩn này ta cũng phải khai triển Taylo.

III-3 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

I. Tiêu chuẩn ổn định Nyquyst:

Tiêu chuẩn này áp dụng để xét ổn định cho hệ thống kín với phản hồi (-1) dựa vào đặc điểm của đặc tính tần số hệ thống hở.

1. *Sử dụng đặc tính tần số biên pha*: $W_H(j\omega)$

a. phát biểu: Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là:

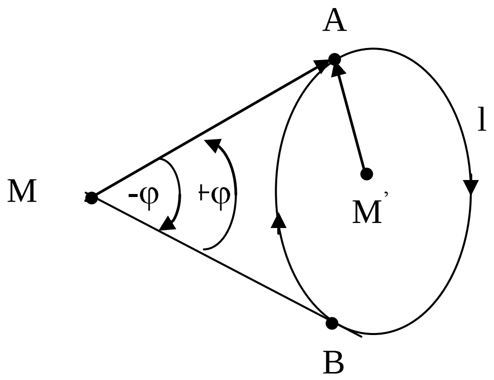
- Khi hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ không được bao điểm (-1, j0) khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$.

- Khi hệ hở không ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_h(j\omega)$ phải bao điểm (-1, j0) m/2 vòng khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$. Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.

b. Nguyên lý bao:

- Cho đường cong kín l và 1 điểm M nằn ngoài đường cong từ M kẻ vector MA tiếp xúc với đường cong l cho vector MA trượt trên đường cong từ A $\rightarrow$B theo chiều mũi tên vector này quay đi được góc $-\varphi$ như hình vẽ.

- Tiếp tục cho MB trượt trên l từ B $\rightarrow$A theo chiều mũi tên vector này quay đi 1 góc $+\varphi$. Như vậy khi vector này trượt trên toàn đường cong l, tổng góc quay mà nó đạt được là: $\Delta\varphi = -\varphi + \varphi = 0$



- Cho điểm M' nằm trong đương cong kín l. Từ M' kẻ vector M'A và cho nó trượt trên toàn đường cong kín l. Tổng góc quay mà nó đạt được là:

$\Delta\varphi = 2\pi$

Như vậy khi điểm M' được bao 1 vòng thì vector M'A quay đi góc 2π. Nếu M' được bao k vòng thì vector M'A quay đi góc $2k\pi$.

Kết luận: Muốn tìm số vòng bao của đường cong $W_H(j\omega)$ với điểm (-1,j0) thì từ điểm (-1,j0) kẻ vector tới đầu đường cong (ứng với $\omega = 0$) và cho trượt trên toàn đường cong nếu tổng góc quay = 0 thì kết luận là không bao. Nếu tổng góc quay là $2k\pi$ thì kết luận là bao k vòng.

C. Nguyên lý điểm chuyển đổi:

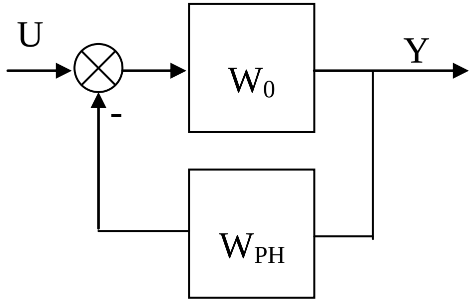
- Điểm chuyển đổi: Là các điểm mà đường cong $W_H(j\omega)$ cắt trục hoành trong khoảng từ $(-\infty \rightarrow -1)$.

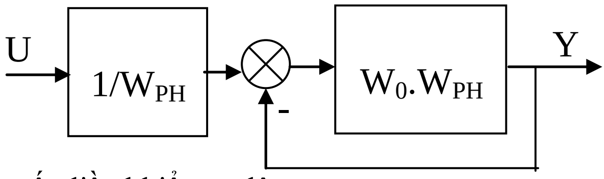
- Nguyên lý điểm chuyển đổi: Đi theo chiều tăng của ω (từ $0 \rightarrow \infty$) nếu tại các điểm chuyển đổi đặc tính $W_h(j\omega)$ chuyển từ góc thứ 3 sang góc thứ 2 ta có điểm chuyển đổi dương (ký hiệu là c^+). Còn chuyển từ góc thứ 2 sang góc thứ 3 ta có điểm chuyển đổi âm (ký hiệu c^-). Khi đó số vòng bao được tính:

$$k = \left| c^+ - c^- \right|$$

d. Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.





Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

- Xét ổn định cho hệ hở. Nếu hệ hở không ổn định ta phải xét xem phương trình đặc tính có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raox hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Vẽ đặc tính $W_H(j\omega)$ xác định số vòng bao của nó với (-1,j 0) theo nguyên lý bao. Dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

- Với đường cong $W_h(j\omega)$ phức tạp ta xác định số vòng bao theo nguyên lý điểm chuyển đổi.

2. Sử dụng đặc tính tần số Logarit: $L_H(\omega)$và $\varphi_H(\omega)$.

a. phát biểu:

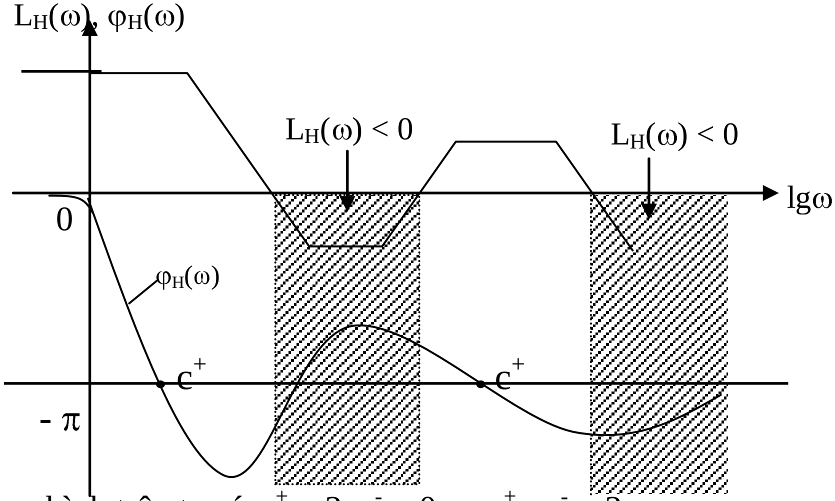
Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là: hiệu số giữa điểm chuyển đổi dương và điểm chuyển đổi âm trên đặc tính tần số loga hệ hở phải bằng m/2 khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow +\infty$ (Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương).

b. Điểm chuyển đổi:

Theo chiều tăng của ω từ $0 \rightarrow +\infty$ nếu đường đặc tính $\varphi_H(\omega)$ cắt đường $(-\pi)$ trong khoảng $L_H(\omega) > 0$ thì điểm đó gọi là điểm chuyển đổi.

Nếu tại điểm chuyển đổi $\varphi_H(\omega)$chuyển từ trên đường $(-\pi)$ xuống dưới đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi dương c^+, chuyển từ dưới đường $(-\pi)$ lên trên đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi âm c^-

Điều kiện để hệ kín ổn định là: $\left|c^+ - c^-\right| = \dfrac{m}{2}$



Theo hình trên ta có $c^+ = 2$, $c^- = 0 \rightarrow c^+ - c^- = 2$

Ta có $\dfrac{m}{2} = 2 \rightarrow m = 4$ như vậy nếu phương trình đặc tính hệ hở có 4 nghiệm có phần thực dương thì hệ kín ổn định.

c. Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.

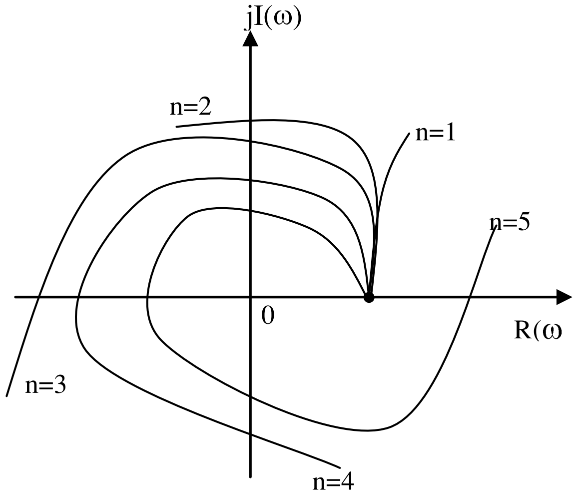
Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

- Tìm xem phương trình đặc tính hệ hở có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raox hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

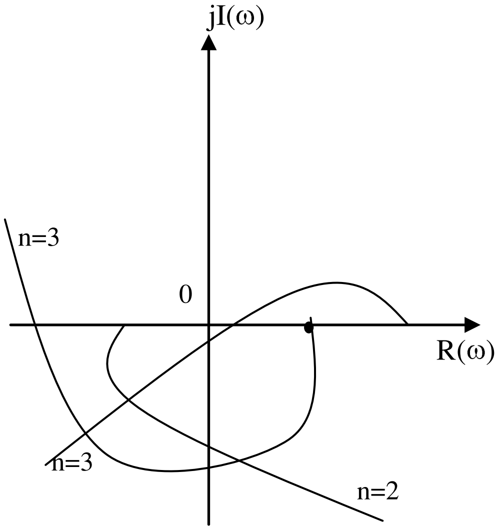
- Vẽ đặc tính $L_h(\omega)$và $v\varphi_h(\omega)$. Xác định điểm chuyển đổi, dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

II. Tiêu chuẩn ổn định Mikhailop:

1. ***Phát biểu:*** Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là véc tơ đa thức đặc tính A (jω) phải xuất phát từ 1 điểm trên trục thực dương quay lần lượt n góc phần tư ngược chiều kim đồng hồ khi ω biến thiên từ 0 → ∞. Với n là số bậc của phương trình đặc tính hệ thống.



Hệ ổn định



Hệ không ổn định

2. Cách vẽ A(jω):

Để vẽ vector A (jω) ta xuất phát từ phương trình đặc tính hệ thống A (p) = 0. Thay p = jω sau đó tách thành phần thực và phần ảo: $A(j\omega) = R(\omega) + j\,I(\omega)$. Cho ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ lập bảng biến thiên từ đó vẽ A (jω).

3. Chú ý:

Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và kín với phương trình đặc tính có bậc bất kỳ. Trong trường hợp không cần vẽ A(jω) mà vẫn có thể áp dụng tiêu chuẩn này bằng cách: giải 2 phương trình $R(\omega) = 0$ và $I(\omega) = 0$ được các nghiệm ω_{Ri} và ω_{Ii} và đặt các nghiệm này nên trục tần số, nếu:

- Các tần số làm R (ω) = 0 hoặc I (ω) = 0 lần lượt xen kẽ nhau

- Khi ω = 0 thì R (ω) >0.

- Số nghiệm số = số bậc của phương trình đặc tính

Thì kết luận hệ ổn định. Nếu không kết luận hệ không ổn định.

III-4 PHÂN VÙNG ỔN ĐỊNH

I. Khái niệm:

Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + 1 = 0$$

Theo phần trước ta đã biết tính ổn định của hệ điều khiển chỉ phụ thuộc vào nghiệm p_i của phương trình đặc tính. Mà các nghiệm p_i lại phụ thuộc vào các hệ số a_i của phương trình A(p).

Mặt khác hệ số a_i của phương trình đặc tính được cấu tạo nên bởi các thông số của các phần tử trong hệ thống.

Vì vậy khi 1 hoặc vài thông số nào đó trong hệ thay đổi dẫn đến các hệ số a_i thay đổi → các nghiệm p_i của phương trình A(p) thay đổi → tính ổn định của hệ cũng thay đổi theo.

Giả sử hệ đang làm việc ổn định thì sẽ có 1 tập hợp các thông số làm cho tập hợp nghiệm đều có phần thực âm. Nếu thông số biến đổi làm hệ mất ổn định nghĩa là trong tập hợp nghiệm xuất hiện 1 nghiệm có phần thực dương. Như vậy thông số biến đổi làm hệ chuyển từ ổn định sang không ổn định.

Ngược lại cũng có thể khi thông số biến đổi làm cho hệ chuyển từ không ổn định sang ổn định.

Do quá trình thông số biến đổi là liên tục vì vậy 1 nghiệm đang có phần thực âm mà chuyển sang phần thực dương thì quĩ đạo di chuyển của nó cũng phải liên tục → phải đi qua điểm có phần thực = 0 (cắt trục ảo) tại đây hệ ở biên giới ổn định. Tại điểm cắt trục ảo nghiệm của ta $p_i = j\omega$ khi $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ ta được vô số các nghiệm có phần thực =0 hay nói cách khác biên giới ổn định là 1 mặt ngăn cách giữa 2 vùng ổn định và không ổn định.

Khi đó phương trình biên giới có dạng: ($p_i = j\omega$)

$$A(p) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = 0$$

Nếu hệ có 2 thông số biến đổi thì phương trình trên sẽ là phương trình biểu diễn mặt phẳng đècac. Còn có 3 thông số biến đổi trở lên thì đó là phương trình mặt trong không gian.

II. Phân vùng ổn định khi 1 thông số biến đổi tuyến tính:

Giả sử thông số biến đổi trong hệ là λ . Khi đó phương trình đặc tính của hệ hoàn toàn có thể viết được ở dạng:

$$A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$$

Thay $p = j\omega \rightarrow \lambda = -\dfrac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R(\omega) + j\,I(\omega)$.

Biểu diễn λ trong mặt phẳng phức ta sẽ được đường cong giới hạn của thông số biến đổi λ .

III. Các bước thực hiện

- Gọi thông số biến đổi trong hệ cần khảo sát là λ hoặc λ là biểu thức chứa thông số biến đổi.

- Viết phương trình đặc tính về dạng: $A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0$

- Rút λ từ phương trình đặc tính trên: $\lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$

Thay $p = j\omega$ và tách $\lambda = R(\omega) + j\,I(\omega)$.

- Cho ω biến thiên từ $0 \to \infty$ lập bảng biến thiên

ω	$0 \to \infty$
$R(\omega)$	
$I(\omega)$	

Và vẽ được 1/2 đường cong giới hạn λ. Lấy đối xứng qua trục hoành được 1/2 đường cong còn lại ứng với $\omega = 0 \to -\infty$.

- Theo chiều tăng của $\omega = -\infty \to +\infty$ gạch dọc bên trái đường cong vùng gạch toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.

- Lấy 1 điểm trong vùng ổn định xác định thông số λ thay vào phương trình đặc tính để thử lại tính ổn định của hệ.

- Thông số trong thực tế là số thực nên ta chỉ cần quan tâm đến các trị số trong vùng ổn định nằm trên trục thực và khoảng đó là khoảng cho phép thông số thay đổi mà hệ ổn định.

VD: Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = (1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) + K = 0$$

Hãy phân vùng ổn định theo thông số K. (T_1, T_2, T_3 biết trước và cố định)

- Phương trình đã cho ở dạng cần viết:
- Rút K = - $(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)$

Thay p = jω tách phần thực, phần ảo.

$K = -(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)(1+T_3j\omega)$

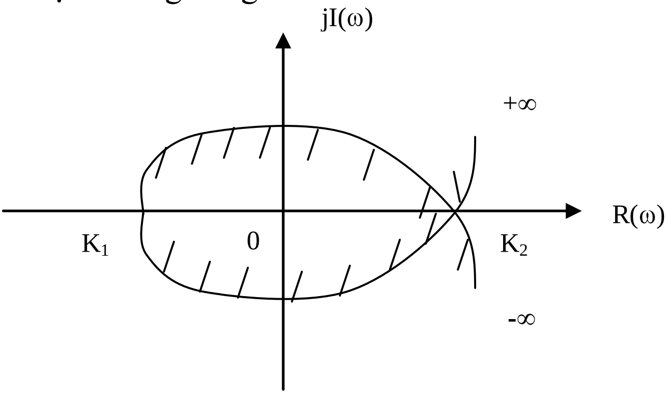
$= jT_1T_2T_3\omega^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - j(T_1 + T_2 + T_3)\omega - 1$

$R(\omega) = (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - 1$

$I(\omega) = T_1T_2T_3\omega^3 - (T_1 + T_2 + T_3)\omega$

- Lập bảng biến thiên khi $\omega = 0 \to +\infty$.

Và vẽ được đường cong



Lấy đối xứng được toàn bộ đường cong.

- Cho $\omega = -\infty \to +\infty$ gạch sọc bên trái đường cong vùng được gạch sọc toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.
- Thử lại: cho K = 0.

$(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) = 0 \rightarrow$

$p_1 = -\dfrac{1}{T_1}$, $p_2 = -\dfrac{1}{T_2}$, $p_3 = -\dfrac{1}{T_3}$

Tất cả các nghiệm có phần thực âm hệ ổn định. Vùng đã xét ổn định, vậy khoảng biến đổi của thông số K mà hệ ổn định là: $K_1 < K < K_2$

III-5 ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH

I. Khái niệm

Độ dự trữ ổn định là việc đánh giá một cách định lượng trị số của một thông số nào đó hoặc khoảng cách của đường đặc tính tới trị số giới hạn hoặc vùng giới hạn.

Với một hệ thống bình thường bao giờ cũng phải có độ dự trữ ổn định nào đó. Lúc này mới thoả mãn được chất lượng theo yêu cầu công nghệ và khi thông số biến đổi hệ không bị mất ổn định.

II.Độ dự trữ ổn định theo các tiêu chuẩn:

1. Tiêu chuẩn Raox:

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là số hạng gần 0 nhất của các số hạng trong cột 1 của bảng Raox.

Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các số hạng trong cột 1 của bảng Raox tổng quát là A_i khi đó:

$$\min(A_i) \geq \lambda$$

2. Tiêu chuẩn Huwitz:

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là giá trị định thức Huwitz gần 0 nhất.

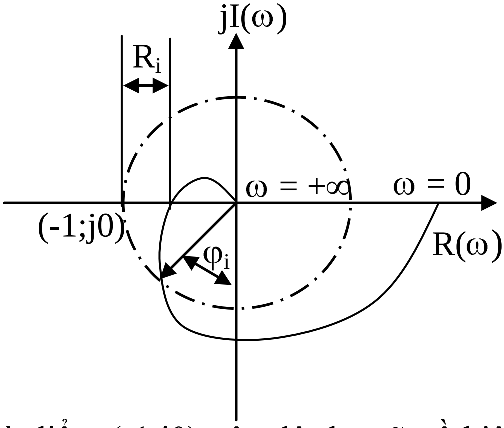
Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các giá trị định thức Huwitz là Δ_i khi đó:

$\min(\Delta_i) \geq \lambda$

3. Tiêu chuẩn Nyquits:

a. Theo đặc tính $W_h(j\omega)$:



Điểm giới hạn ở đây là điểm (-1;j0) nên độ dự trữ về biên độ ở đây là khoảng cách nhỏ nhất từ điểm (-1;j0) đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành trong khoảng từ $(-1;+\infty)$ nếu hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định, trong khoảng từ $(-\infty;-1)$ nếu hệ hở không ổn định và độ dự trữ về pha là góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị.

Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔA và $\Delta\varphi$

Gọi khoảng cách từ điểm (-1;j0) đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành là R_i và góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị là φ_i khi đó:

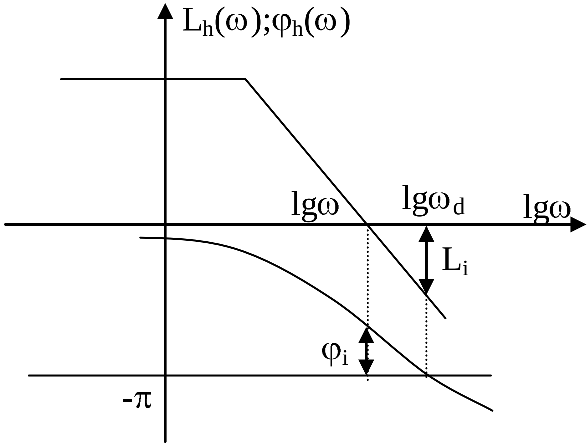
$R_i \geq \Delta A$

$\varphi_i \geq \Delta\varphi$

b. Theo đặc tính $L_h(\omega)$và v$\varphi_h(\omega)$:

Độ dự trữ ổn định về biên độ là trị số của đường $L_h(\omega)$ tại tần số ω_d làm đặc tính $\varphi_H(\omega_d) = -\pi$

Độ dự trữ ổn định về pha là trị số từ đường -π đến đặc tính $\varphi_h(\omega)$ tại tần số ω_c làm đặc tính $L_H(\omega_c) = 0$



Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔL và Δφ

Các hệ phải thoả mãn điều kiện:

$L_i \geq \Delta L$

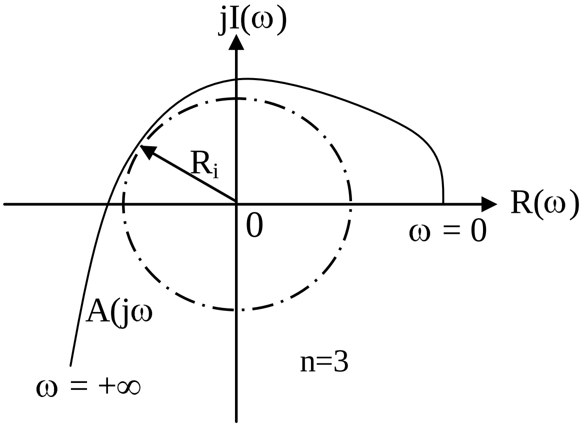
$\varphi_i \geq \Delta\varphi$

4. Tiêu chuẩn Mikhailop:

Điểm giới hạn là gốc toạ độ, độ dự trữ ổn định là bán kính vòng tròn lấy tâm là gốc toạ độ và tiếp xúc với vector đa thức A(jω)

Gọi trị số giới hạn cho phép là R. Khi đó

$R_i \geq R$



III-6 TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH

1. Tính điều khiển được

Một hệ điều khiển tự động tuyến tính liên tục (ĐKTTLT) được gọi là ĐK được nếu tồn tại ít nhất 1 tín hiệu ĐK đưa hệ từ trạng thái đầu x_0 đến trạng thái cuối x_T trong khoảng thời gian hữu hạn

Cho hệ được mô tả bởi hệ phương trình trạng thái cấp n:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

Điều kiện để hệ điều khiển được là ma trận:

$$P = [B\ AB\ A^2B \ldots A^{n-1}B]$$

Có hạng bằng n: $\text{Rank}(P) = n$

Hay: det(P) = 0.

2. Tính quan sát được

Một hệ ĐKTTLT được gọi là QS được tại t_0 nếu tồn tại ít nhất 1 giá trị hữu hạn $T > t_0$ để điểm trạng thái $x(t_0)$ được xác định một cách chính xác thông qua tín hiệu vào ra của hệ.

Cho hệ được mô tả bới phương trình trạng thái cấp n:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

Điều kiện để hệ quan sát được là ma trận

$$L = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Có hạng bằng n: $\mathrm{Rank}(L) = n$

Hay: $\det(L) = 0$.

CHƯƠNG IV. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

IV-1 Các chỉ tiêu chất lượng của hệ điều khiển tự động

Sau khi xét ổn định cho hệ theo các phương pháp đã học như giải trực tiếp tìm nghiệm sau đó xét dấu hoặc sử dụng các tiêu chuẩn đại số (Raox, Huwits), tiêu chuẩn tần số (Naiquyt, Mikhailop) chúng ta đã biết được hệ thống đã cho có ổn định hay không. Điều đó cho chúng ta biết hệ thống có thể làm việc được hay không.

Còn hệ thống có được mang ra sử dụng hay không còn phụ thuộc vào chất lượng của hệ thống. Như vậy ổn định chỉ là điều kiện cần và chất lượng của quá trình điều khiển mới là điều kiện đủ để chứng tỏ khả năng làm việc của hệ. Hay nói một cách khác ổn định và chất lượng là 2 chỉ tiêu của hệ thống điều khiển, ta chỉ khảo sát chất lượng khi hệ thống đã ổn định.

Nếu hệ thống không ổn định ta phải tìm cách đưa hệ thống về ổn định (hiệu chỉnh thô). Khi hệ thống đã ổn định rồi nhưng không đảm bảo chất lượng thì ta phải tìm cách nâng cao chất lượng hệ thống (hiệu chỉnh tinh).

Yêu cầu chất lượng hệ thống chính là yêu cầu chất lượng của quá trình công nghệ. Nó được đánh giá bằng chất lượng tĩnh và chất lượng động (chất lượng của quá trình quá độ).

Với mỗi hệ thống cụ thể thì người ta cho trước các chỉ tiêu chất lượng tĩnh và động, hệ thống của ta phải thoả mãn những yêu cầu chất lượng cụ thể đó.

***1. Chất lượng tĩnh*:** là sai lệch tĩnh của hệ thống ở chế độ xác lập St

$$St = \lim_{t\to\infty} e(t)$$

e(t) sai lệch điều khiển

***2.* Chất lượng động:**

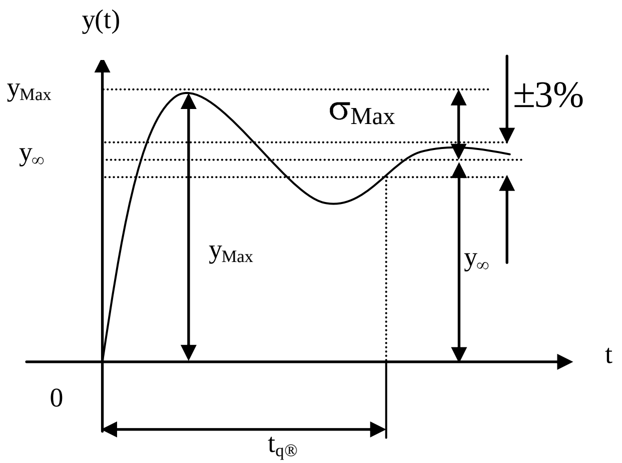
a. Độ quá điều chỉnh: (δmax %)

Là biên độ cực đại của đại lượng cần điều chỉnh so với trị số xác lập

$$\delta_{max}\% = \frac{y_{max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100\%$$

b. Thời gian quá độ: $t_{qđ}$ là thời gian kể từ khi bắt đầu khởi động hệ thống cho đến khi đặc tính quá độ của hệ thống đi vào và nằm trong vùng giới hạn cho phép ($\pm$ 3% y_{∞}).

c. Số lần dao động n: Là số đỉnh nhọn hay số điểm cực trị của đặc tính lượng ra trong khoảng thời gian $t_{qđ}$.



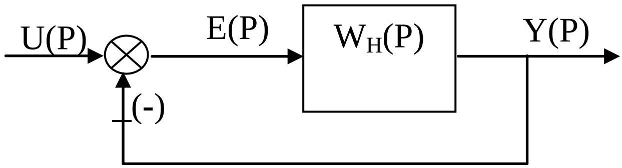
IV-2. Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập

Ta biết chất lượng tĩnh của hệ thống được xác định:

$$St = \lim_{t\to\infty}[\, u(t) - y(t)] = \lim_{t\to\infty} e(t)$$

Chất lượng hệ thống càng tốt khi St càng bé.

Giả sử cho hệ thống kín có sơ đồ cấu trúc như hình vẽ.



Một cách tổng quát chọn: $W_H(p) = \dfrac{KW_0(p)}{p^{\gamma}}$

Với $W_0(p) = \dfrac{Y(p)}{U(p)} = \dfrac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + ... + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n}$;

K là hệ số khuyếch đại của hệ thống

a_i, b_j là các hệ số và được xác định từ các thông số của các phần tử trong mạch.

Từ sơ đồ cấu trúc ta có: $W_K(p) = \dfrac{W_H(p)}{1 + W_H(p)} = \dfrac{Y(p)}{U(p)}$

$\rightarrow$ $Y(p) = U(p)\dfrac{W_H(p)}{1 + W_H(p)}$

Mặt khác ta có: $W_H(p) = \dfrac{Y(p)}{E(p)}$

Từ đó ta có: $E(p) = \dfrac{U(p)}{1 + W_H(p)}$

Theo định lý về giới hạn thứ nhất ta có:

$$St = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to o} pE(p) = \lim_{p\to o} \frac{pU(p)}{1 + W_H(p)}$$

Như vậy sai lệch tĩnh của hệ thống phụ thuộc vào

- Tín hiệu vào của hệ thống U(p)
- Cấu trúc của hệ thống $W_H(p)$

Nếu thay $W_H(p)$ bằng dạng tổng quát thì ta có:

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{pX(p)}{1+\frac{KW_0(p)}{p^\gamma}} = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}X(p)}{p^\gamma + KW_0(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}U(p)}{p^\gamma + K\frac{b_o p^m + \ldots + b_m}{a_0 p^n + \ldots + a_n}}$$

1. Khi tín hiệu vào là hàm 1(t): $u(t) = U_0.1(t) \to U(p) = U_0/ p$

- Xét trường hợp $\gamma = 0$ (Trong hệ không có khâu tích phân T). Ta có

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{p}{1+K\frac{b_0 p^m + \ldots + b_m}{a_0 p^n + .. + a_n}} . \frac{U_0}{p} = \frac{U_0}{1+K\frac{b_m}{a_n}}$$

Như vậy St tỷ lệ nghịch với hệ số khuyếch đại K. Khi K càng lớn sai lệch tĩnh càng giảm nhưng hệ càng dễ mất ổn định.

- Xét trường hợp $\gamma = 1,2,3....$

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)} . \frac{U_0}{p} = 0$$

Như vậy để hệ không còn tồn tại sai lệch tĩnh (hệ vô sai tĩnh) trong hệ phải có ít nhất một khâu tích phân.

2. Khi tín hiệu vào là hàm: $u(t) = U_0.t \to U(p) = \frac{U_0}{p^2}$

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)} . \frac{U_0}{p^2}$$

- Khi $\gamma = 0 \to St = \infty \to$ hệ thống không sử dụng được.

- Khi $\gamma = 1 \to St = \frac{U_0 a_n}{Kb_m} \to$ Sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với hệ số khuyếch đại.

- Khi γ = 2,3,4.... → St = 0 → Để hệ vô sai trong hệ ít nhất phải có 2 khâu tích phân.

3. **Khi tín hiệu vào là hàm:** $u(t) = U_0 t^2 \rightarrow U(p) = \dfrac{2U_0}{p^3}$

$$St = \lim_{p\to 0}\frac{p^{\gamma+1}}{p^{\gamma}+KW_0(p)}.\frac{2U_0}{p^3}$$

- Khi γ = 0,1 → St = ∞ → hệ thống không sử dụng được.

- Khi $\gamma = 2 \rightarrow St = \dfrac{2U_0 a_n}{Kb_m}$ → Sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với hệ số khuyếch đại.

- Khi γ = 3,4.... → St = 0 → Để hệ vô sai trong hệ ít nhất phải có 3 khâu tích phân.

Chú ý: Khi đánh giá chất lượng ở chế độ xác lập người ta còn cho chỉ tiêu chất lượng tĩnh cho phép dưới dạng [St%]. St% của hệ lucs này được xác định như sau:

$$St\% = \frac{St}{y_\infty}100\%$$

$$y_\infty = y_{XL} = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} pY(p)$$

Y(p) được xác định từ đầu vào và cấu trúc của hệ thống.

IV-3 Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ

Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ là ta phải xác định được 3 chỉ tiêu là độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, số lần dao động ta có thể thực hiện theo nhiều cách. Tuy nhiên nếu có được đặc tính quá độ h (t) của hệ thì việc xác định các chỉ tiêu trên rất đơn giản.

I. Phương pháp đại số: Biến đổi Laplace ngược để tìm hàm h(t) khi biết hàm H (p).

1. Dùng phương pháp biến đổi ngược hàm hữu tỷ.

Giả sử hệ có hàm truyền: $W(p) = \dfrac{B(p)}{A(p)} = \dfrac{b_0 p^m + ... + b_m}{a_0 p^n + ... + a_n}$

Khi đó hàm ảnh H (p) có dạng:

$$H(p) = \frac{1}{p} W(p)$$

Để tìm h(t) ta thực hiện theo các bước sau:

Phân tích H (p) thành tổng các phân thức tối giản.

$$H(p) = A + \sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{n} \frac{A_{ki}}{(p - a_k)^i} + \sum_{k=1}^{m} \frac{B_k (p - \alpha_k) + C_k \beta_k}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k^{\ 2}}$$

Trong đó: A, A_{ki} , B_k , C_k là các hằng số. a_k là các nghiệm thực bội n và $\alpha_k \pm j\beta_k$ là các nghiệm phức liên hợp của phương trình A (p) = 0

Xác định hàm gốc cho từng phần tử trong tổng trên như sau:

- $L^{-1}[A] = A.\delta(t) = h_1(t)$

- $L^{-1}[\dfrac{A_{ki}}{(p - a_k)^i}] = A_{ki} \dfrac{t^{i-1} e^{a_k t}}{(i-1)!} 1(t) = h_2(t)$

- $L^{-1}[\dfrac{B_k (p - \alpha_k)}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k^{\ 2}}] = B_k e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t) 1(t) = h_3(t)$

- $L^{-1}[\frac{C_k\beta_k}{(p-\alpha_k)^2+\beta_k{}^2}] = C_k e^{\alpha_k t}\sin(\beta_k t)1(t)$ = $h_4(t)$

$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t) + h_4(t)$

2. Dùng phương pháp phương trình đặc trưng:

Giả sử hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + ... + b_m}{a_0 p^n + ... + a_n}$$

Khi đó:

$$h(t) = c_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t} 1(t)$$

Trong đó:

c_0 là hằng số được xác định theo điều kiện đầu p = 0

$$c_0 = W(0) = \frac{B(0)}{A(0)}$$

p_i là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính A (p) = 0

c_i là các hằng số được xác định như sau:

$$c_i = \left.\frac{B(p)}{pA'(p)}\right|_{P=P_i}$$

Nếu p_i là các nghiệm phức thì ta phải dùng công thức ơle

$$c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$

$$= (a + jb)e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + (a - jb)e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$

$$= 2A_i e^{\alpha_i t}.\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Với:

$$A_i = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi_i = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}(\text{rad})$$

Ví dụ: cho hệ có hàm truyền $W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{Tp+1}$ hãy tìm h (t) sử dụng phương pháp phương trình đặc trưng:

$$h(t) = c_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t} 1(t)$$

$$c_0 = W(0) = K\,;\; c_1 = \left.\frac{B(p)}{pA'(p)}\right| p = -1/T = -K$$

$$h(t) = K1(t) - Ke^{-\frac{t}{T}} 1(t) = k1(t)[1 - e^{-\frac{t}{T}}]$$

II. Phương pháp máy tính số: Sử dụng ngôn ngữ MATLAB

1. Sử dụng sơ đồ cấu trúc của hệ:

Lấy các khối trong thư viện Simulink của ngôn ngữ MATLAB sau đó nối chúng lại theo đúng sơ đồ cấu trúc của hệ đã cho. Vì cần đặc tính quá độ nên ở đầu vào ta phải dùng hàm bước nhảy step và ở đầu ra ta dùng khối scope để hiển thị và quan sát đặc tính.

2. Sử dụng câu lệnh:

Giả sử hệ đã cho dưới dạng hàm truyền đạt. Ta phải dùng câu lệnh để khai báo hàm truyền và dùng câu lệnh để vẽ đặc tính quá độ.

IV-4 Đánh giá gián tiếp chất lượng quá độ hệ thống

1. Sử dụng phương pháp phân bố nghiệm:

Đây là phương pháp đánh giá chất lượng của QTQĐ không cần xác định đặc tính quá độ h (t). Nó dựa trên sự phân bố nghiệm trên mặt phẳng phức để cho chúng ta biết khả năng tác động nhanh cũng như đặc điểm dao động trong QTQĐ của hệ thống.

Như ta đã biết 1 hệ điều khiển thực chất làm nhiệm vụ biến đổi lượng vào thành lượng ra theo yêu cầu. Về mặt toán học quá trình biến đổi đó được mô tả bằng phương trình vi phân tổng quát sau:

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m u(t)}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{du(t)}{dt}+b_m u(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Nhận thấy rằng đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t)=y^{-}(t)+y^{*}(t)=\sum_{i=1}^{n}c_i e^{p_i t}+\frac{B(0)}{A(0)}$$

Với:

$y^{*}(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên

$y^{-}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất nó đặc trưng cho quá trình quá độ:

$$y^{-}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$$

C_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

p_i : Là nghiệm thứ i của PT đặc tính:

$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0$

Nếu p_i là các nghiệm thực âm (các nghiệm phân bố trên trục thực) thì

$$y^{-}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$$ hệ không dao động

Nếu p_i là các nghiệm phức liên hợp $p_{i,\, i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i$; $\alpha_i < 0$ (Có nghiệm nằm ngoài trục thực) thì

$$\overline{y}(t) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 2A_i e^{\alpha_i t}.\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$ hệ sẽ dao động

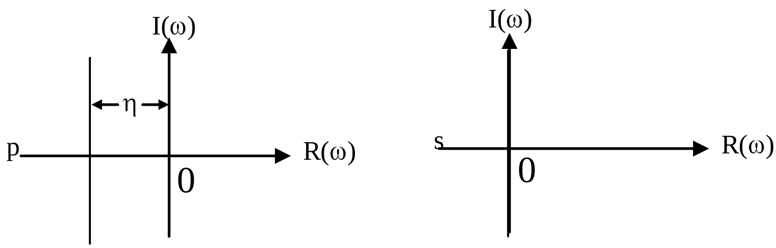
Ta đã biết tính ổn định của hệ phụ thuộc vào dấu phần thực nghiệm α_i, nếu giá trị tuyệt đối phần thực càng lớn thì vị trí của p_i càng xa trục ảo thì tính chất ổn định của hệ càng tốt. Mặt khác α_i (mang dấu âm) là số mũ của hàm luỹ thừa, nếu $|\alpha_i|$ càng lớn thì hàm mũ tắt càng nhanh, thời gian quá độ của hệ thống càng nhỏ. Vì vậy chất lượng QTQĐ của hệ được đánh giá gián tiếp qua phần thực α_i. Thành phần quá độ ứng với $|\alpha_i|$ bé nhất sẽ nằm gần trục ảo nhất về phía trái sẽ suy giảm chậm hơn các thành phần quá độ có $|\alpha_i|$ lớn hơn. Ký hiệu

$$\eta = \min_{i=1\to n}|\alpha_i|$$

Do đó khi đánh giá thời gian QTQĐ có thể một cách gần đúng thay thế thời gian thực của hệ thống bằng thời gian của thành phần tắt chậm nhất $e^{-\eta t}$

Như vậy ta phải xác định η để thời gian QTQĐ của hệ thống là t_0 khi lượng ra của của nó đạt giá trị a = St (sai lệch tĩnh cho phép):

$$\bar{y}(t_0) = a = e^{-\eta t_0} \to \eta = \frac{\ln\frac{1}{a}}{t_0}$$



Như vậy để hệ thống thảo mãn thời gian QTQĐ yêu cầu thì phương trình đặc tính hệ thống với các nghiệm p_i có phần thực thoả mãn điều kiện $|\alpha_i| \geq \eta$.

Ta dời trục tung sang trái một đoạn đúng bằng η và thực hiện bằng cách đổi biến số: $s = p - \eta \to p = s + \eta$ lúc này hình thành bài toán để hệ thống thảo mãn thời gian QTQĐ yêu cầu thì phương trình đặc tính hệ thống với các nghiệm s_i có phần thực thoả mãn điều kiện $\alpha_i \leq 0$. Đây chính là điều kiện để hệ thống ổn định ứng với phương trình đặc tính mới.

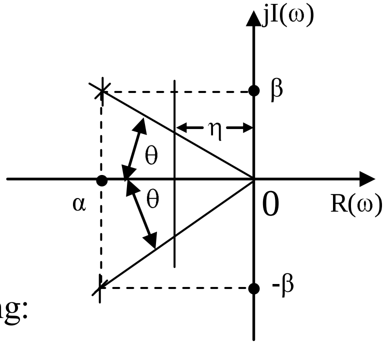
$$A(s) = a_0(s+\eta)^n + a_1(s+\eta)^{n-1} ... + a_n = 0$$

Nếu chỉ xét đến η thì mới chỉ đánh giá được độ tác động nhanh chậm của hệ thống. Trong thực tế người ta còn đánh giá tần số dao động của hệ thống thông qua phần ảo β_i của các nghiệm p_i. Nếu xét cùng một thời gian quá độ nếu nghiệm nào có phần ảo β_i lớn thì số lần giao động nhiều hơn, tuy nhiên nếu các nghiệm có cùng β_i nhưng nghiệm nào có $|\alpha_i|$ lớn hơn sẽ giao động ít hơn. Như vậy để đánh giá mức độ dao động của hệ ta sử dụng hệ số dao động m.

Nhưng để đánh giá ta phải tìm hệ số mức độ dao động lớn nhất bằng cách kẻ từ gốc toạ độ đến cặp nghiệm liên hợp sao cho tất cả các nghiệm còn lại nằm trọn trong 2 tia đó.

Khi đó:

$$m = tg\theta = \frac{|\beta_i|}{|\alpha_i|}$$



Người ta đã khảo sát và thấy rằng:

Nếu $m \le 0.275$ hệ dao động ít n = 1,2.

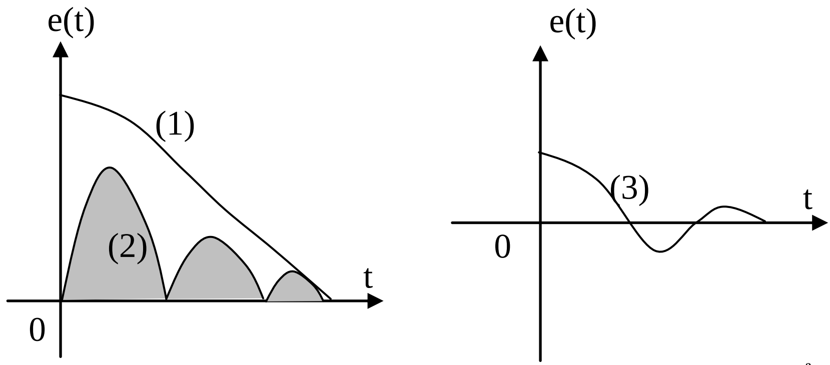
$m > 0.275$ hệ dao động nhiều n >= 3

2. Sử dụng phương pháp tích phân:

Phương pháp này người ta sử dụng giá trị tích phân của sai lệch e(t) để đánh giá chất lượng QTQĐ của hệ.

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch e(t) có dạng như hình (1) thì kết luận là hệ không dao động.

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch e(t) có dạng như hình (2) thì kết luận là hệ dao động nhưng không có quá điều chỉnh.



Trong hai trường hợp này diện tích của vùng e(t) có thể được xác định như sau.

$$I_1 = \int_0^\infty e(t)dt$$

Nếu diện tích này càng nhỏ thì quá trình quá độ xẩy ra càng nhanh và ngược lại.

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch e(t) có dạng như hình (3) thì kết luận là hệ dao động và có quá điều chỉnh.

Trong trường hợp này ta không thể sử dụng công thức $I_1 = \int_0^\infty e(t)dt$ được bởi vì e(t) đổi dấu nên I_1 bây giờ bằng tổng đại số của 2 phần (+) và (-) dẫn đến không phản ánh chính xác tổng diện tích dẫn đến đánh giá sai chất lượng. Trong trường hợp này ta dùng công thức:

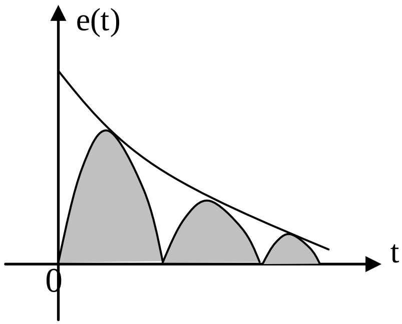
$$I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)|dt$$

Công thức này có thể dùng để đánh giá chất lượng chung cho hệ dao động hay đơn điệu. Nhưng trong thực tế không được sử dụng vì tính tích phân trên gặp rất nhiều khó khăn. Lúc này người ta sử dụng công thức:

$$I_3 = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$$

I_3 không phụ thuộc vào dấu e (t) nghĩa là không phụ thuộc vào đặc điểm của đường cong quá độ.

Tuy nhiên nếu xét 2 hệ: đơn điệu và dao động có cùng thời gian quá độ như hình vẽ



Diện tích trong trường hợp đơn điệu lớn hơn trường hợp dao động nhưng trên thực tế QTQĐ của đường đơn điệu tốt hơn đường dao động vì ở hệ đơn điệu $\sigma_{max}\% = 0;\ n = 0$.

Đồng thời các tiêu chuẩn tích phân trên không nêu lên được độ bằng phẳng, không nói đến tốc độ biến thiên của e(t). Vì vậy để khắc phục người ta đưa ra dạng tổng quát sau:

$$I_4 = \int_0^{\infty} V dt$$

với $$V = e(t)^2 + [v_1 \frac{de}{dt}]^2 + \ldots + [v_n \frac{d^n e}{dt^n}]^2$$

$v_1 \ldots v_n$ là các hệ số

Trong thực tế người ta thường chọn:

$$V = e(t)^2 + [v_1 \frac{de}{dt}]^2$$

Khi đó: $$I_4 = \int_0^{\infty} [e(t)^2 + (v_1 \frac{de}{dt})^2] dt$$

$\int_0^{\infty} e(t)^2 dt$: Đặc trưng cho tốc độ nhanh chậm của QTQĐ

$\int_0^{\infty} [v_1 \frac{de}{dt}]^2 dt$: Đặc trưng cho độ bằng phẳng của QTQĐ

3. Sử dụng đặc tính tần số:

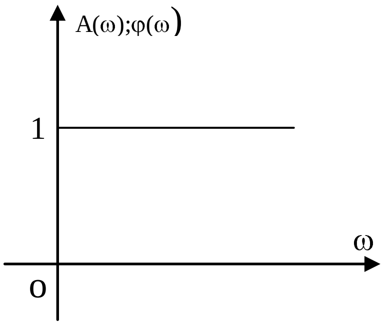
Giả sử cho hệ thống điều khiển có tín hiệu ra tại mọi thời điểm lặp lại chính xác tín hiệu vào của hệ. Mà tín hiệu vào là 1(t) dẫn đến hệ thống sẽ không dao động và không có quá điều chỉnh. Khi đó

$$W(p) = 1; W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = 1 \; A(\omega) = 1; \varphi(\omega) = 0$$

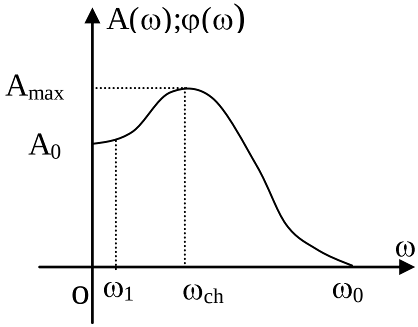
Điều này chỉ thực hiện được trong trường hợp lý tưởng, hệ không có quán tính. Trong thực tế hệ của ta là có quán tính cho nên đặc tính $A(\omega)$ có dạng như hình vẽ.

$A(\omega) = 1; \varphi(\omega) = 0$ có thể đạt được ở tần số thấp: $0 < \omega < \omega_1$

Ở tần số cộng hưởng ω_{ch} đặc tính biên độ có giá trị cực đại A_{max}. Khi tần số tiếp tục tăng do hệ thống có quán tính lên hệ thống không kịp phản ứng với các dao động cao tần nên $A(\omega)$giảm nhanh chóng. Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào.



Người ta đã xác định được A_{max} càng lớn thì hệ càng dao động và người ta đưa ra hệ số đánh giá mức độ dao động của hệ:



$$M = \frac{A_{max}}{A_0}$$

Thông thường

- M = 1: hệ đơn điệu $\sigma_{max}\% = 0;\ n = 0$

- M = 1,2 – 1, 5 thì kết luận hệ có độ quá điều chỉnh <= 30%, n<=2

- Nếu M càng lớn thì hệ càng dao động và lượng quá điều chỉnh càng lớn

Dựa vào đặc tính $A(\omega)$có thể tính được gần đúng thời gian quá độ và thời gian này tỷ lệ nghịch với tần số:

$$t_{max} = \frac{\pi}{\omega_{ch}};\ t_{qd} = (2 \to 4)\frac{\pi}{\omega_0}$$

CHƯƠNG V TỔNG HỢP HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG TUYẾN TÍNH

V-1 Khái niệm

Sau khi xét ổn định tồn tại hệ không ổn định, nếu hệ thống đã ổn định, sau khi khảo sát chất lượng lại tồn tại hệ chưa đảm bảo chất lượng yêu cầu.

Vấn đề đặt ra là nếu hệ thống không ổn định thì làm thế nào đưa hệ thống về ổn định. Nếu hệ thống đã ổn định nhưng chất lượng không thoả mãn yêu cầu thì làm thế nào nâng cao chất lượng của hệ.

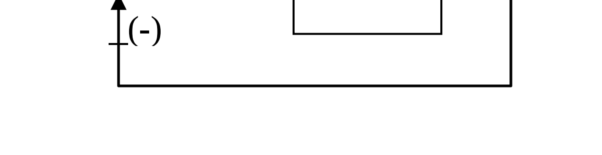
Để giải quyết các vấn đề đó ta tiến hành ổn định hoá và tổng hợp hiệu chỉnh hệ thống.

V-2 Ổn định hoá hệ thống

I. Với hệ có cấu trúc ổn định:`

Hệ có cấu trúc ổn định là hệ thống khi thay đổi thông số của các phần tử trong hệ thì tính ổn định của hệ thay đổi theo nhưng cấu trúc của hệ không đổi.

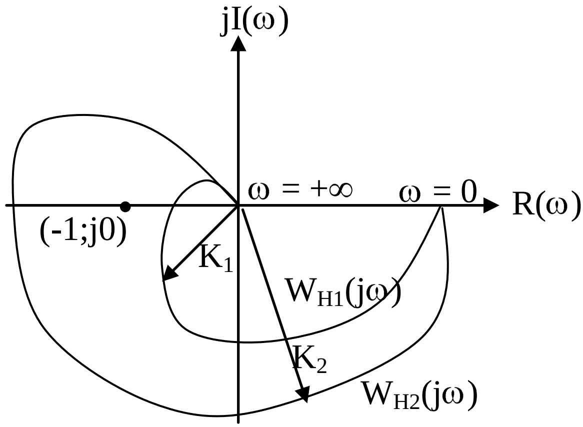
1. Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ:



Giả sử hệ hở đã cho có hàm truyền dạng:

$$W_h(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{A(p)}$$

Ổn định và có đặc tính $W_H(j\omega)$ như hình vẽ.



Nếu hệ số khuyếch đại là K_1 thì hệ kín ổn định, nếu là K_2 thì hệ kín không ổn định.

2. Giả sử hệ thống điều khiển có hàm truyền:

$$A(p) = p^3 + (T+1)p^2 + (T+2)p + 4 = 0$$

Hãy xác định T để hệ ổn định $\rightarrow T > 1$

Kết luận: Như vậy để ổn định hoá hệ thống có cấu trúc ổn định thì ta chỉ việc thay đổi sự tương quan của các thông số trong mạch. Để xác định trị số giới hạn của các thông số đó ta sử dụng các phương pháp Raox, Huwitzs, lý thuyết phân vùng ….

II. Với hệ có cấu trúc không ổn định

Hệ có cấu trúc không ổn định là hệ thống khi đổi tất cả các thông số với mọi giá trị hệ vẫn không ổn định. Muốn ổn định hoá hệ thống này ta phải thay đổi cấu trúc của hệ bằng các cách sau:

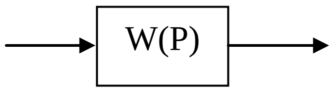
- Thay đổi lại cách ghép nối các phần tử trong hệ.
- Thêm các mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ.
- Thêm một số thiết bị bên ngoài vào trong hệ (thiết bị hiệu chỉnh).

Một hệ có cấu trúc không ổn định thường là hệ có khâu tích phân và không có khâu vi phân mắc nối tiếp nghĩa là hệ thống không thoả mãn điều kiện cần để hệ ổn định.

1. Thêm mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ:

Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ với:

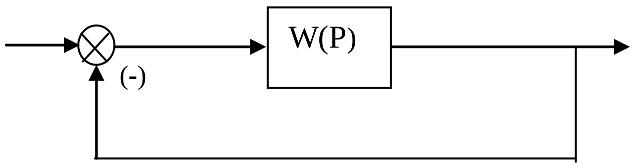
$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$



$$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + 0 = 0$$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm mối liên hệ phản hồi:



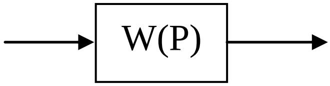
$$W_K(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

$$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K = 0$$

Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

2. Thêm thiết bị hiệu chỉnh vào trong hệ:

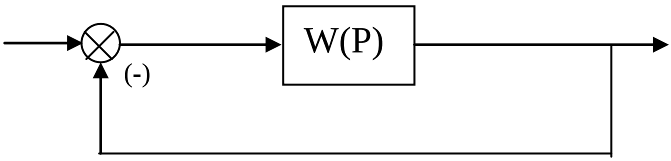
Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ với:



$$W(p)=\frac{K}{p^2(T_1p+1)(T_2p+1)}$$

$$A(p)=T_1T_2p^4+(T_1+T_2)p^3+p^2+0p+0=0$$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không

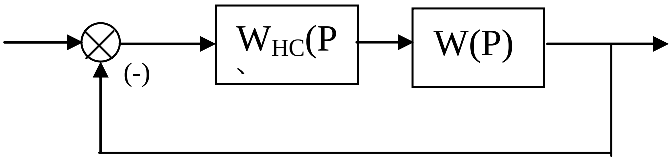


thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm mối liên hệ phản hồi:

$$W_K(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}$$

$A(p)=T_1T_2p^4+(T_1+T_2)p^3+p^2+0p+K=0$ hệ vẫn có cấu trúc không ổn định. Ta đưa thêm thiết bị hiệu chỉnh mắc nối tiếp có hàm truyền:



$$W_{HC}(p)=\frac{T_3p+1}{T_4p+1}$$

$$W_K(p)=\frac{W_{HC}(p)W(p)}{1+W_{HC}(p)W(p)}$$

$$A(p) = T_1T_2T_4p^5 + (T_1T_2 + T_1T_4 + T_1T_2)p^4 + (T_1 + T_2 + T_4)p^3 + p^2 + KT_3p + K = 0$$

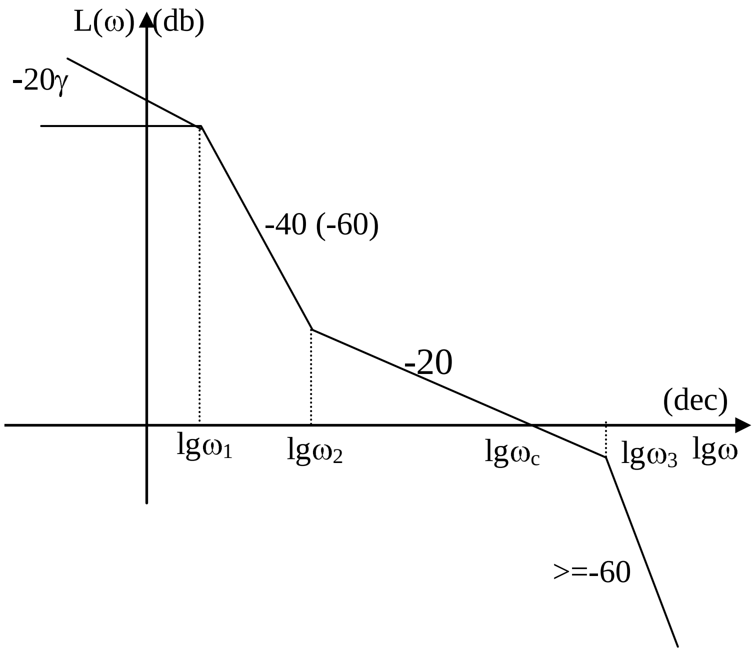
Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

Sau khi đã đưa hệ về có cấu trúc ổn định thì việc ổn định hoá hệ thống được thực hiện như ở mục 1.

V-3 Tổng hợp hệ thống theo đặc tính tần số

I. Đặc tính L(ω) mẫu:

Như ta đã biết nếu cho trước một hệ thống ĐK ta sẽ vẽ được đặc tính L (ω)và từ đặc tính này ta sẽ xác định được một bộ thông số chất lượng của hệ.



Ngược lại nếu công nghệ yêu cầu một bộ thông số chất lượng ta sẽ đi thiết kế được một hệ điều khiển đáp ứng và từ hệ điều khiển này ta cũng sẽ vẽ được đặc tính L(ω)của nó.

Như vậy nếu trong kỹ thuật xuất phát từ một bộ thông số chất lượng gọi là tối ưu ta sẽ vẽ được đặc tính L(ω) gọi là đặc tính mẫu. Nó có dạng như hình vẽ và được chia ra làm 4 vùng theo 4 dải tần số khác nhau:

1. ***Dải tần số cực thấp $\omega <= \omega_1$:***

Vùng tần số cực thấp độ nghiêng đoạn đặc tính vùng này quyết định sai lệch tĩnh của hệ. Nếu muốn sai lệch tĩnh nhỏ thì độ nghiêng tăng.

2. ***Dải tần số thấp*** $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$**:**

Vùng tần số thấp độ nghiêng của vùng này quyết định độ quá điều chỉnh của hệ nếu độ nghiêng càng tăng thì độ quá điều chỉnh tăng theo. Độ rộng của vùng này quyết định thời gian quá độ của hệ. Muốn thời gian quá độ ngắn thì độ rộng vùng này tăng.

3. ***Dải tần trung bình*** $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$**:**

Vùng trung tần, độ rộng vùng này quyết định độ dự trữ ổn định của hệ. Và trong kỹ thuật yêu cầu để hệ thống làm việc được thì độ nghiêng của vùng này phải cố định bằng –20db/dec và $\lg\omega_3 - \lg\omega_2 \geq 0.9$dec

4. ***Dải tần số cao*** $\omega \geq \omega_3$**:**

Vùng cao tần, trong vùng này tập trung chủ yếu năng lượng của tín hiệu nhiễu cao tần. Để hệ thống chống nhiễu tốt thì độ nghiêng của vùng này càng lớn càng tốt. Để hệ không bị ảnh hưởng nhiều của nhiễu thì độ nghiêng tối thiểu của vùng này là -60db/dec.

I. Đặc tính $L_m(\omega)$ mong muốn:

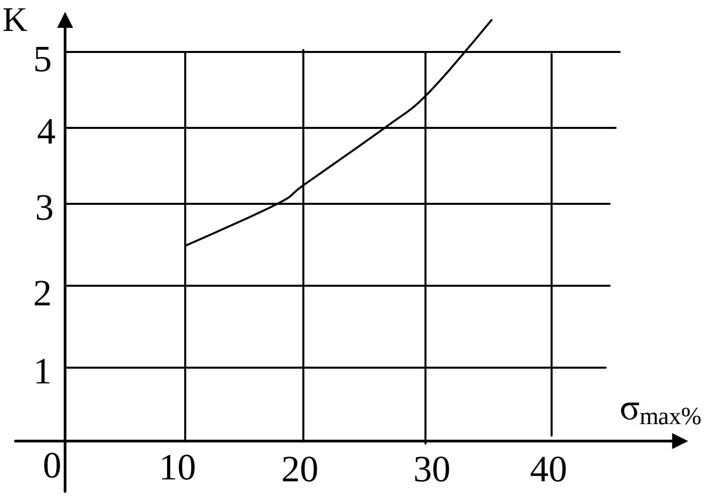
Từ yêu cầu công nghệ, ta phải xây dựng được hệ thống đáp ứng được các yêu cầu kỹ thuật đề ra hệ thống đó là hệ thống mong muốn. Hệ này có cấu trúc hoàn toàn mới so với hệ đã có.

Đặc tính biên độ tần số loga của hệ này được gọi là đặc tính mong muốn $L_m(\omega)$. Nó được xây dựng dựa trên đặc tính mẫu và đặc tính $L_0(\omega)$ của hệ đã có (hệ cũ) và được thực hiện qua các bước sau:

1.Xác định tần số cắt ω_c

Xuất phát từ các yêu cầu công nghệ: δmax %, t_p , n ta xác định tần số cắt ω_c từ biểu thức tính thời gian quá độ: $t_{qd} \geq \frac{K\pi}{\omega_c} \rightarrow \omega_c \geq \frac{K\pi}{t_{qd}}$

Trong đó K là hệ số được xác định từ δmax % tra theo đồ thị $K = f(\sigma_{max}\%)$



Trong trường hợp không có đường cong để tra có thể lấy gần đúng

$$\omega_c = (2 \to 4)\frac{\pi}{t_{qd}}$$

Sau đó tính $\lg\omega_c$ và đặt lên trục hoành

2. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ở phần trung tần.

Qua tần số cắt lg ω_C ta kẻ 1 đường thẳng có độ nghiêng -20db/dec đường thẳng này được giới hạn bởi 2 tần số ω_2 và ω_3. Hai tần số này được chọn như sau:

- $\omega_3 = (2 - 4)\omega_C$; $\omega_2 = \dfrac{\omega_C^2}{\omega_3}$
- $\lg\omega_3 - \lg\omega_c \approx \lg\omega_c - \lg\omega_2 \approx 0,9(\text{dec})$

Thông thường để thuận lợi cho việc tính toán cũng như thiết bị hiệu chỉnh đơn giản người ta thường chọn

- ω_2: trùng với tần số gẫy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn ở phần trung tần với đặc tính $L_0(\omega)$ ở phần tần số thấp

- ω_3: trùng với tần số gẫy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn ở phần trung tần với đặc tính $L_0(\omega)$ở phần cao tần

Sau đó kiểm tra lại điều kiện: $\lg\omega_3 - \lg\omega_2 \geq 0.9$ dec

3. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ở phần tần số thấp.

Từ điểm tương ứng với ω_2 kẻ đường thẳng có độ nghiêng (-40db/dec);(-60db/dec), hoặc trùng với độ nghiêng của đặc tính hệ cũ. Giới hạn vùng này quyết định bởi ω_1. Thông thường ω_1 được chọn trùng với tần số gẫy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn với đặc tính $L_0(\omega)$. Nếu không có thể tuỳ chọn ω_1 với nguyên tắc càng mở rộng vùng tần số thấp thì thời gian qúa độ càng ngắn.

4. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ở phần cao tần.

Từ điểm tương ứng với ω_3 kẻ đường thẳng có độ nghiêng càng lớn càng tốt. Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản nên kẻ càng gần hệ cũ càng tốt nhưng độ nghiêng không được <-60db/dec.

5. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ở phần tần số cực thấp.

Nếu hệ sau hiệu chỉnh yêu cầu trở thành hệ vô sai tĩnh bậc γ thì qua điểm ứng với ω_1 kẻ đường có độ nghiêng -20γ (γ số khâu tích phân có trong hệ)

Nếu không thì từ điểm ω_1 kẻ song song với đặc tính cũ hoặc chọn trùng với đặc tính cũ.

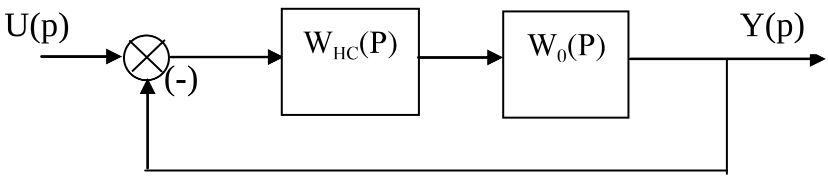
II. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh:

Sau khi xây dựng được $L_m(\omega)$nghĩa là ta xây dựng được đặc tính biên độ tần số loga của hệ mới.

Vấn đề đặt ra là: nếu có một hệ cũ nó chưa thoả mãn các chỉ tiêu về ổn định và chất lượng thì ta phải đưa vào hệ thống một khâu gọi là thiết bị hiệu chỉnh để hệ thống đạt được các chỉ tiêu đề ra. Mục đích của ta là từ $L_m(\omega)$và $L_0(\omega)$ta phải đi xác định được $L_{HC}(\omega)$và từ đó tính toán được thiết bị hiệu chỉnh.

1. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh nối tiếp:

Cấu trúc như hình vẽ



$W_0(p)$ hàm truyền đạt của hệ thống trước khi hiệu chỉnh.

$W_{HC}(p)$ hàm truyền đạt của thiết bị hiệu chỉnh.

Từ sơ đồ ta có: $W_m(p) = W_{HC}(p).\ W_0(p)$

Hay:

$W_m(j\omega) = W_{HC}(j\omega).\ W_0(j\omega) \ \rightarrow \ A_m(\omega) = A_{HC}(\omega).\ A_0(\omega)$

$20\lg A_m(\omega) = 20\lg[A_{HC}(\omega).\ A_0(\omega)]$

$= 20\lg A_{HC}(\omega) + 20\lg\ A_0(\omega)$

$\rightarrow L_m(\omega) = L_{HC}(\omega) + L_0(\omega) \rightarrow L_{HC}(\omega) = L_m(\omega) - L_0(\omega)$

Như vậy để tính toán thiết bị hiệu chỉnh ta thực hiện qua các bước sau:

- Xây dựng đặc tính biên độ tần số logarit của hệ thống cũ $L_0(\omega)$.

- Xây dựng đặc tính biên độ tần số logarit của hệ thống mong muốn $L_m(\omega)$ theo $\delta_{max}\%$ và $t_{qđ}$ sau đó kiểm tra tính ổn định của hệ mong muốn.

- Xác định đặc tính hiệu chỉnh theo:

$L_{HC}(\omega) = L_m(\omega) - L_0(\omega)$. Từ đặc tính ta tìm được $W_{HC}(p) \rightarrow$ Thiết kế được khâu hiệu chỉnh và từ đó tính toán thông số của mạch hiệu chỉnh

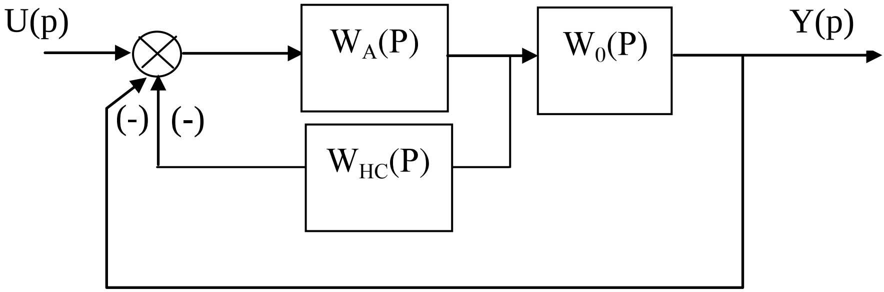
2. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh bằng cách ghép phản hồi:

Để thực hiện theo phương pháp này ta phải phân tích và chia hệ thống cũ thành 2 nhóm:

- Nhóm thiết bị có công suất lớn nằm ở phía cuối của hệ (thiết bị động lực) có hàm truyền $W_0(p)$ và không bị bao bởi khâu hiệu chỉnh

- Nhóm thiết bị có công suất nhỏ nằm ở đầu vào của hệ (thiết bị tổng hợp và khuyếch đại trung gian), ảnh hưởng nhiều đến chất lượng cũng như tính ổn định có hàm truyền $W_A(p)$ và được bao bởi khâu hiệu chỉnh. Ta có cấu trúc hiệu chỉnh như hình vẽ.

$$W_m(p) = \frac{W_A(p)}{1 + W_A(p)W_{HC}(p)} W_0(p)$$



Thay P =jω ta được $W_m(j\omega) = \dfrac{W_A(j\omega)}{1 + W_A(j\omega)W_{HC}(j\omega)} W_0(j\omega)$

Trong phạm vi tần số khảo sát do tín hiệu chủ đạo biến đổi chậm nên

$$W_A(j\omega)W_{HC}(j\omega) >> 1$$

Khi đó: $W_m(j\omega) = \dfrac{W_0(j\omega)}{W_{HC}(j\omega)}$

Tương tự như trên ta tìm được $L_{HC}(\omega) = L_0(\omega) – L_m(\omega)$

Để thiết kế sơ đồ nguyên lý mạch hiệu chỉnh và tính toán thông số mạch hiệu chỉnh ta làm tương tự chỉ khác là khi vẽ đặc tính biên độ tần số loga ta không vẽ cho cả hệ mà chỉ vẽ cho nhóm thiết bị không bị bao bởi khâu hiệu chỉnh $W_0(p)$

V-4 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp tối ưu
(Modul tối ưu và Tối ưu đối xứng)

I. Khái niệm:

Xuất phát từ bài toán mong muốn là ở chế độ xác lập lượng ra đúng bằng lượng vào hoặc ít ra ở chế độ quá độ lượng ra bám được lượng đặt với thời gian ngắn nhất.

Người ta khảo sát và thấy rằng hàm truyền của hệ có dạng phân thức. Tử và mẫu số là một đa thức với:

- Bậc của đa thức tử nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu 2 bậc.
- Đa thức tử chính là đa thức mẫu sau khi bỏ hai số hạng bậc cao hơn
- Các hệ số của đa thức phải thoả mãn hệ phương trình: lấy một hệ số a_i bất kỳ bình phương trừ 2 lần tích của 2 hệ số a_i lân cận phải bằng 0.

$$W(p) = \frac{a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n}$$

$$\begin{cases} a_1^2 - 2a_0 a_2 = 0 \\ \ldots \\ a_{n-1}^2 - 2a_{n-2} a_n = 0 \end{cases}$$

Để đơn giản người ta chọn:

$$W_1(p) = \frac{a_n}{a_{n-2} p^2 + a_{n-1} p + a_n}$$, đặt $a_{n-2} = 2\tau^2; a_{n-1} = 2\tau; a_n = 1$

Nên $W_1(p)=\dfrac{1}{2\tau^2p^2+2\tau p+1}$: modul tối ưu

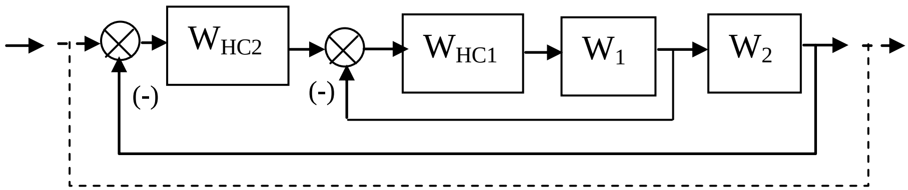
$$W_2(p)=\frac{a_{n-1}p+a_n}{a^{n-3}p^3+a_{n-2}p^2+a_{n-1}p+a_n},$$

đặt $a_{n-3}=8\tau^3; a_{n-2}=8\tau^2; a_{n-1}=4\tau; a_n=1$

Nên $W_2(p)=\dfrac{4\tau p+1}{8\tau^3p^3+8\tau^2p^2+4\tau p+1}$: tối ưu đối xứng

với $\tau\le\dfrac{1}{6}t_{qd}$

Trong hệ thống nếu dùng một thiết bị hiệu chỉnh mạch có thể phức tạp, khó tính toán. Để đơn giản ta dùng nghiều thiết bị và chuyển hệ về sơ đồ cấu trúc nối cấp chuẩn, tổng quát.



Mặt khác trong hệ thống cũ có thể có các khâu có hằng số thời gian khác nhau và trong kỹ thuật người ta quy định:

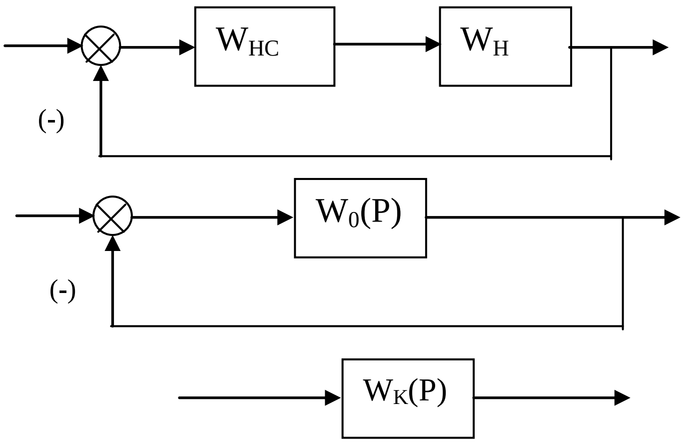
- Có thể bỏ qua các hằng số thời gian nhỏ hơn 1 miligiây (< 0.001 s)

- Các khâu có hằng số thời gian $\ge 0,1$giây trở lên coi là lớn ta phải để nguyên.

- Các khâu có hằng số thời gian 0.001(s) < T < 0.1 (s) gọi là hằng số thời gian nhỏ. Khi đó ta có thể thay thế các khâu có hằng số thời gian nhỏ thành một khâu tương đương cùng loại với hằng số thời gian bằng tổng hằng số thời gian của các khâu nhỏ thành phần. $T_{td} = \sum_{i=1}^{n} T_i$

II. Hiệu chỉnh bằng phương pháp Modul tối ưu:

Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là W_H (p). Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh W_{HC} (p) sao cho hàm truyền hệ thống kín W_K(p) với phản hồi (- 1)



Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}$$

Trong đó: $W_K(p) = \dfrac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}$

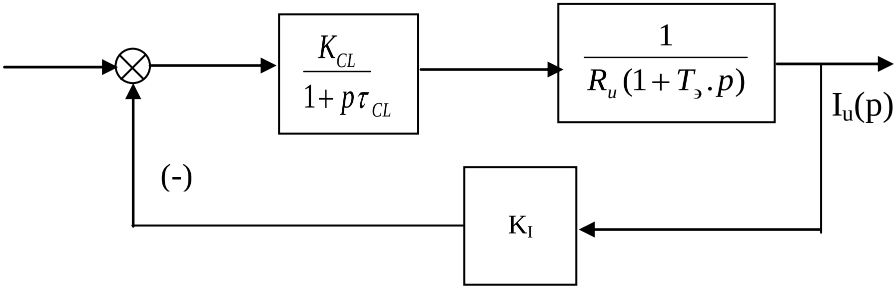
$W_0(p) = W_H(p) \,.\, W_{HC}(p)$

Thay vào ta tìm được

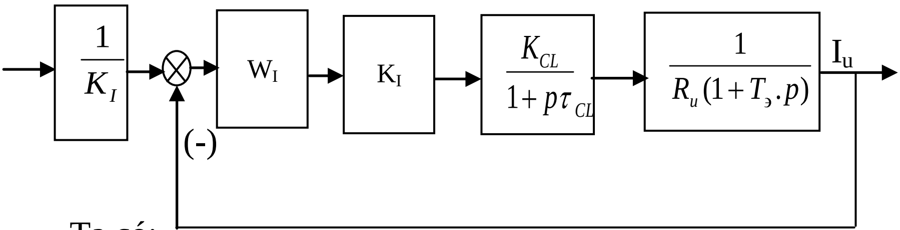
$$W_{HC} = \frac{1}{W_H 2\tau p(1+\tau p)}$$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_H để có thể giản ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn)

VD. Cho hệ có cấu trúc như hình vẽ hãy tìm khâu hiệu chỉnh theo phương pháp Modul tối ưu.



Biến đổi về phản hồi (-1) và đưa thêm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ vào hệ thống



Ta có:

$$\frac{\dfrac{K_I.K_{CL}}{R_u}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)} = \frac{K_{WI}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)} \quad (\tau_{CL} << T_э)$$

Với:

$$K_{WI} = \frac{K_I.K_{CL}}{R_u}$$

Như trên đã biết, theo tiêu chuẩn Môdul tối ưu ta phải tổng hợp hệ thống sao cho bù được các khâu có hằng số thời gian lớn. Trong hệ chỉ còn lại khâu có hằng số thời gian nhỏ và hàm truyền hệ kín phải thoả mãn điều kiện:

$$W_K(p) = \frac{W_H(p)}{1+W_H(p)} = \frac{1}{1+2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2}$$

Hay:

$$1+\frac{1}{W_H(p)} = 1+2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2$$

$$\Rightarrow W_H(p) = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2} = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p(1+\tau_\sigma.p)}$$

Như vậy ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ sao cho:

$$\frac{K_{WI}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)}.W_I(p) = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p(1+\tau_\sigma.p)} = \frac{1}{2.\tau_{CL}.p(1+\tau_{CL}.p)}$$

(Bù khâu có hằng số thời gian lớn $T_э$)

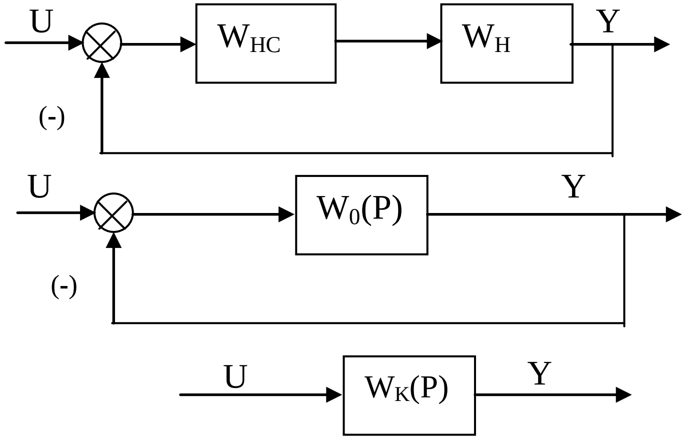
Hay:

$$\Rightarrow W_I(P) = \frac{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)}{K_{WI}.2.\tau_{CL}.p(1+\tau_{CL}.P)} = \frac{1+T_э P}{P}.\frac{1}{2.K_{WI}.\tau_{CL}}$$

$$= \frac{T_э}{2.K_{WI}.\tau_{CL}}(1+\frac{1}{T_э.p})$$

Ta thấy rằng khâu hiệu chỉnh dòng điện là khâu PI

III. Hiệu chỉnh bằng phương pháp tối ưu đối xứng:



Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là $W_H(p)$. Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh W_{HC} (p) sao cho hàm truyền hệ thống kín $W_K(p)$ với phản hồi đơn vị (- 1)

Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{4\tau p + 1}{8\tau^3 p^3 + 8\tau^2 p^2 + 4\tau p + 1}$$

Trong đó: $$W_K(p) = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}$$

$W_0(p) = W_H(p) \cdot W_{HC}(p)$

Thay vào ta tìm được: $$W_{HC} = \frac{4\tau p + 1}{W_H 8\tau^2 p^2 (1 + \tau p)}$$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_{HC} để có thể giản ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn)

Phương pháp này dùng hiệu chỉnh cho hệ thống có khâu tích phân. Nếu trong hệ không có khâu tích phân ta phải làm gần đúng về khâu tích phân bằng cách chọn hằng số thời gian có trong hệ là lớn nhất và làm gần đúng:

$$\frac{1}{T_L p+1} \approx \frac{1}{T_L p}$$

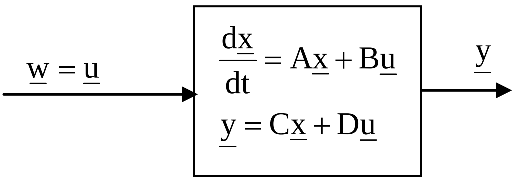
Sau khi hiệu chỉnh được hàm truyền của hệ kín có tử số là khâu vi phân làm tăng lượng quá điều chỉnh và số lần dao động (gây rung rật). Để khắc phục hiện tượng trên (hệ thống khởi động êm) ta đưa thêm khâu tiền xử lý mắc nối tiếp vào hệ có hàm truyền

$$W_{HCP} = \frac{1}{4\tau p+1}$$

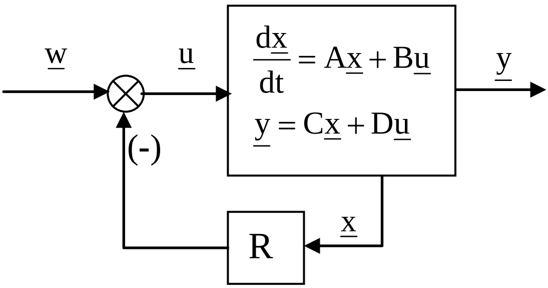
V-6 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp gán điểm cực

1. *Theo nguyên tắc phản hồi trạng thái:*

Cho hệ có cấu trúc:



Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi trạng thái tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi trạng thái R sẽ có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{x}) = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w}$$

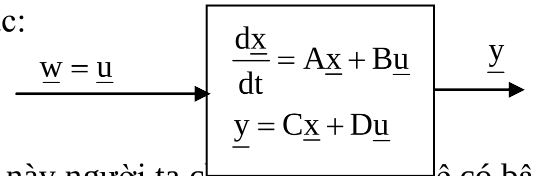
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận A-BR nhận n giá trị p_i cho trước làm các trị riêng hay:

$$\det(pI - (A - BR)) = (p - p_1)(p - p_2)\ldots(p - p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị

2. ***Theo nguyên tắc phản hồi đầu ra***

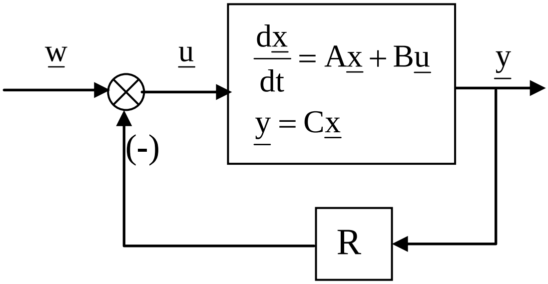
Cho hệ có cấu trúc:



Phương pháp này người ta chỉ áp dụng cho hệ có bậc m<n.

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + \ldots + b_m}{a_0 p^n + \ldots + a_n}$$

Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi đầu ra tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi đầu ra R sẽ có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{y}) = (A - BRC)\underline{x} + B\underline{w}$$

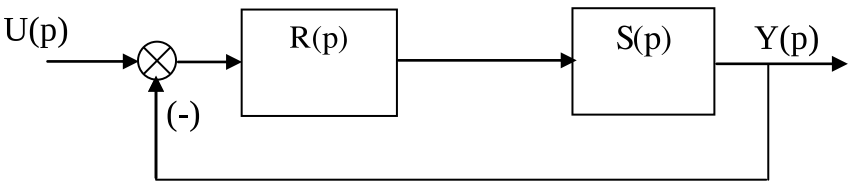
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận $A - BRC$ nhận n giá trị p_i cho trước làm các trị riêng hay:

$$\det(pI - (A - BRC)) = (p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị

V-7 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp cân bằng mô hình

Phương pháp cân bằng mô hình là phương pháp xác định bộ điều khiển R khi biết trước đối tượng S và hàm truyền cần có G của hệ thống kín. Việc xác định G xuất phát từ các chỉ tiêu chất lượng cần phai đạt được của hệ thống điều khiển.

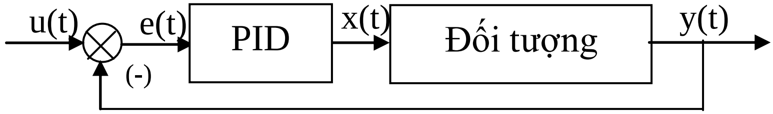


$$W_K(p) = \frac{R(p)S(p)}{1+R(p)S(p)} = G(p) \rightarrow R(p) = \frac{G(p)}{S(p)[1-G(p)]}$$

V-8 Bộ điều khiển PID

PID là bộ điều khiển tỷ lệ - tích – vi phân (Proportional-Integral-Derivative)

Bộ điều khiển PID được sử dụng rộng rãi để điều khiển đối tượng SISO theo nguyên tắc sai lệch:



Nếu e(t) càng lớn thì thông qua thành phần tỷ lệ làm cho x(t) càng lớn (vai trò của khâu P).

Nếu e(t) chưa bằng không thì thông qua thành phần tích phân, PID vẫ tạo tín hiệu điều chỉnh (vai trò của khâu I).

Nếu e(t) thay đổi lớn thì thông qua thành phần vi phân, phản ứng thích hợp x(t) càng nhanh (vai trò của khâu D).

Bộ điều khiển PID được mô tả bởi hàm truyền đạt sau:

$$W_{PID}(p) = k_p(1 + \frac{1}{T_i p} + T_D p)$$

k_p là hệ số khuyếch đại

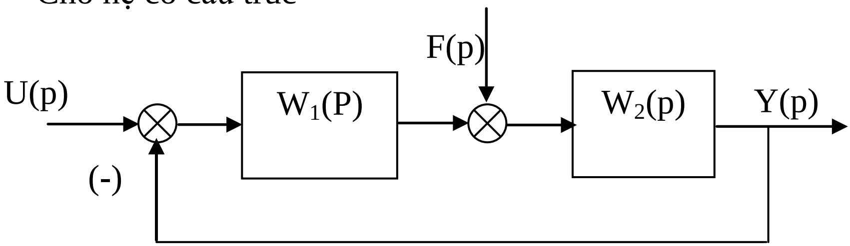
T_i hằng số tích phân

T_D hằng số vi phân

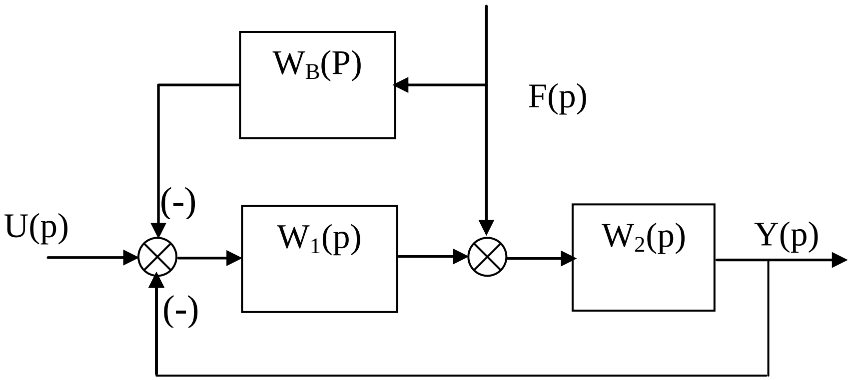
Chương VI: **Nâng cao chất lượng hệ ĐKTĐ tuyến tính**

6.1. Tổng hợp theo phương pháp bù nhiễu:

Cho hệ có cấu trúc



Đầu ra của hệ chịu ảnh hưởng của nhiễu F(p). Để hệ bất biến với nhiễu ta đưa thêm vào hệ khâu bù, với cấu trúc như hình vẽ.



Hệ tuyến tính với hai đầu vào U(p) và F(p) sử dụng nguyên lý xếp chồng, khi đầu vào là F(p), U(p) = 0

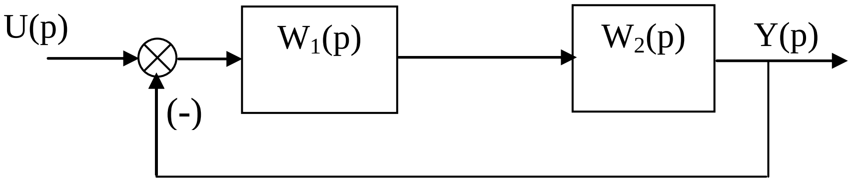
$$\left[F(p)-\ F(p)W_B(p)-Y(p)\ \ W_1(p)\right]W_2(p)=Y(p)$$

$$Y(p)=\frac{W_2(p)-W_1(p)W_2(p)W_B(p)}{1+W_1(p)W_2(p)}F(p)$$

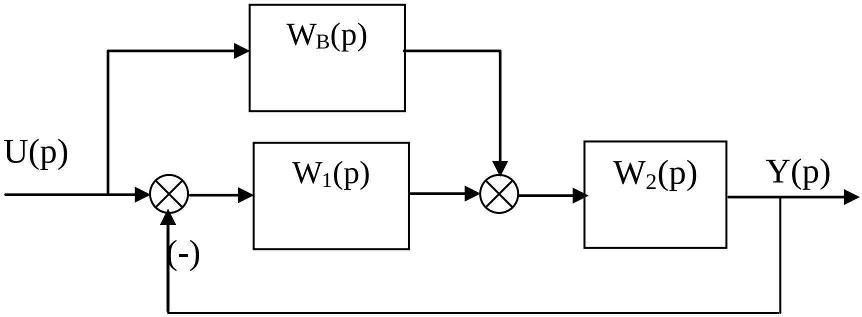
Để hệ bất biến với nhiễu thì tín hiệu ra Y(p) với tín hiệu vào F(p) phải bằng 0, nên: $W_B(p)=\dfrac{1}{W_1(p)}$

6.2 Tổng hợp theo phương pháp bù tín hiệu vào:

Cho hệ có cấu trúc:



Mong muốn tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào của hệ ta đưa thêm vào khâu bù với cấu trúc như sau:



$$U(p) - Y(p) \quad W_1(p) + U(p)W_B(p) \quad W_2(p) = Y(p)$$

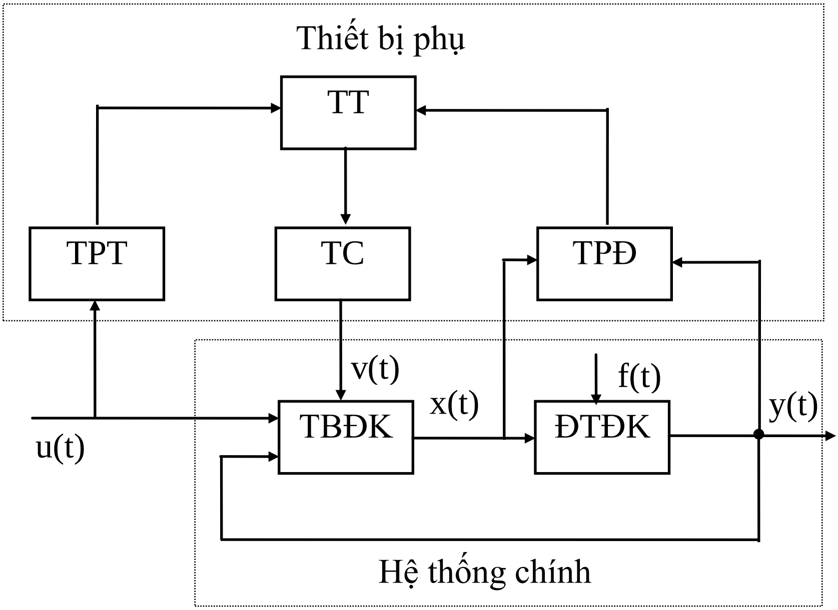
$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p) + W_B(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}$$

Để tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào thì W(p)=1 hay $W_B(p) = \dfrac{1}{W_2(p)}$

6.3 Hệ thống điều khiển thích nghi:

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x (t) được thành lập dựa vào tất cả các yếu tố ảnh hưởng đến đại lượng cần điều khiển.

Sơ đồ tổng quát của hệ điều khiển thích nghi như sau:



Trong đó:

TPT : Thiết bị phân tích tín hiệu vào (xác định tính chất của tín hiệu vào VD tốc độ, gia tốc của tín hiệu vào...).

TPĐ: Thiết bị phân tích đối tượng (xác định đặc tính động học của đối tượng cần điều khiển).

TT : Thiết bị tính toán (xác định phương pháp biến đổi đặc tính của thiết bị điều khiển chính).

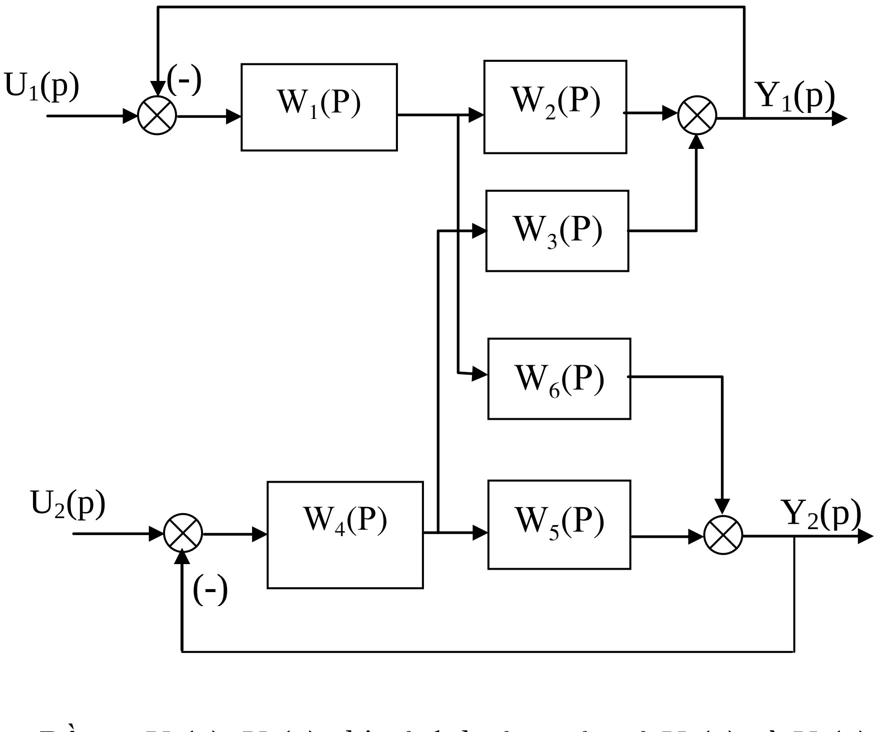
TC : Thiết bị chấp hành (có nhiệm vụ chỉnh định thiết bị điều khiển theo các tín hiệu nhận được từ thiết bị tính toán).

v(t) : Là hàm tự chỉnh, nó là hàm đa tham số.

$$v(t)=f\,[x(t), n(t), u(t), y(t)....]$$

6.4 Phân ly hệ thống điều khiển :

Trong thực tế có những đối tượng nhiều tín hiệu vào và nhiều tín hiệu ra, các tín hiệu ra này chịu ảnh hưởng của tất cả các tín hiệu vào. Không mất tính tổng quát xét hệ MIMO (Multiple Input Multiple Output) gồm 2 tín hiệu vào và tín hiệu ra như hình vẽ:

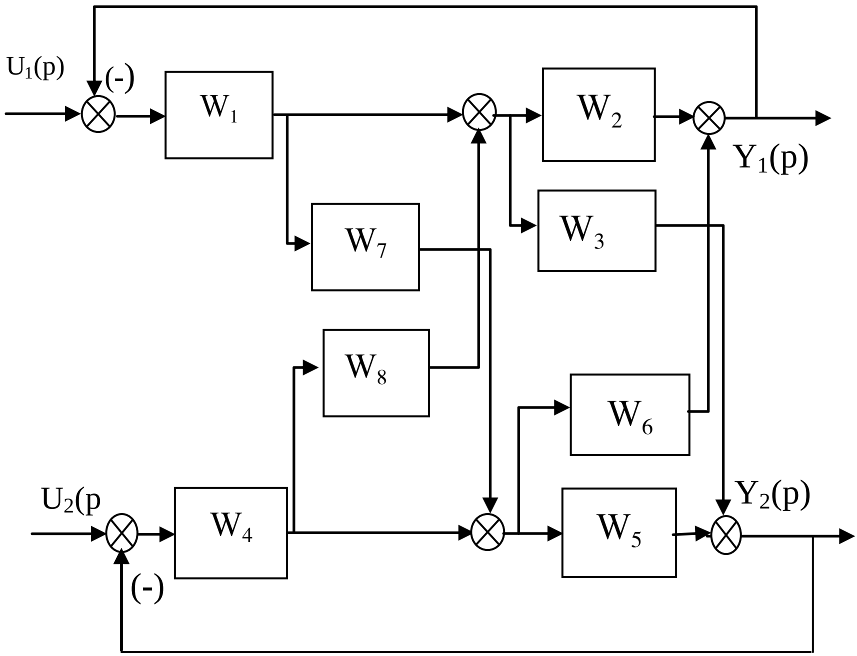


Đầu ra $Y_1(p)$, $Y_2(p)$ chịu ảnh hưởng của cả $U_1(p)$ và $U_2(p)$. Để đầu ra $Y_1(p)$ không chịu ảnh hưởng của $U_2(p)$ (bất biến với $U_2(p)$); đầu ra $Y_2(p)$ không chịu ảnh hưởng của $U_1(p)$ (bất biến với $U_1(p)$), ta đưa thêm hai khâu hiệu chỉnh $W_7(p); W_8(p)$ như hình vẽ:

1. Xác định điều kiện bất biến của Y_1 với U_2: Xét $U_1(p) = 0$; Tính đầu ra $Y_1(p)$

$$U_2 - Y_2 \quad W_4W_8 - Y_1W_1 \quad W_2 + \quad U_2 - Y_2 \quad W_4 - Y_1W_1W_7 \quad W_6 = Y_1$$

Tín hiệu ra Y_1 trong trường hợp này phải bằng 0. Từ đó ta tìm được: $W_8 = -\dfrac{W_6}{W_2}$



2. Xác định điều kiện bất biến của Y_2 với U_1: Xét $U_2(p) = 0$; Tính đầu ra $Y_2(p)$

$$U_1 - Y_1 \;\; W_1 W_7 - Y_2 W_4 \;\; W_5 + \;\; U_1 - Y_1 \;\; W_1 - Y_2 W_4 W_8 \;\; W_3 = Y_2$$

Tín hiệu ra Y_2 trong trường hợp này phải bằng 0. Từ đó ta tìm được: $W_8 = -\dfrac{W_3}{W_5}$

- Sách tham khảo:

[1] Nguyễn Doãn Phước; Lý thuyết điều khiển tuyến tính; NXB khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 2002.

[2] Nguyễn Thương Ngô; Lý thuyết tự động thông thường và hiện đại - Quyển 1 hệ tuyến tính; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 2005.

[3] Nguyễn Văn Hoà; Cơ sở lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1998.

[4] Phạm Công Ngô; Lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1996.

[5] Nguyễn Thị Phương Hà; Lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1999.