Bài giảng môn lý thuyết điều khiển tự động và Matlab

MỤC LỤC

BÀI GIẢNG MÔN LÝ THUẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Phần mở đầu

Mục đích môn học:

- ***Môn học lý thuyết điều khiển tự động cung cấp các phương pháp nghiên cứu hệ thống tự động, bao gồm các phương pháp thiết lập mô hình toán của hệ thống, phân tích – đánh giá chất lượng hệ thống cũng như thiết kế bộ điều khiển.***

Nhiệm vụ môn học:

- ***Sau khi môn học kết thúc, sinh viên phải nắm được phương pháp xây dựng các dạng mô hình toán từ một hệ thống vật lý cụ thể (các phương pháp mô tả hệ thống), từ đó với các tiêu chuẩn, đặc tính động học đã được học phân tích, đánh giá được chất lượng của hệ thống và thực hiện bài toán tổng hợp (thiết kế bộ điều khiển).***

Nội dung môn học: ***bao gồm hai phần***

1. ***Lý thuyết điều khiển tuyến tính***
2. ***Lý thuyết điều khiển phi tuyến***

Phần 1: **LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH**

CHƯƠNG 1: NHẬP MÔN

1.1 NỘI DUNG BÀI TOÁN ĐIỀU KHIỂN

Định nghĩa:
Hệ thống tự động là **một tập hợp các thiết bị** nhằm thực hiện một mục đích nào đó của con người.
Ví dụ :
Hệ thống điều khiển tốc độ động cơ, điều khiển chuyển dịch từ vị trí này xang vị trí khác...
Một hệ thống sẽ được mô tả bằng một **mô hình toán học. Mô hình này** biểu diễn mối quan hệ của véc tơ tín hiệu ra (có s phần tử) $\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ . \\ y_s(t) \end{bmatrix}$ (đáp ứng của hệ thống) phụ thuộc vào véc tơ tín hiệu vào (có r phần tử) $\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ . \\ u_r(t) \end{bmatrix}$ (tín hiệu kích thích hệ thống) và trạng thái của hệ thống được biểu diễn bằng véc tơ trạng thái (có n phần tử) $\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}$

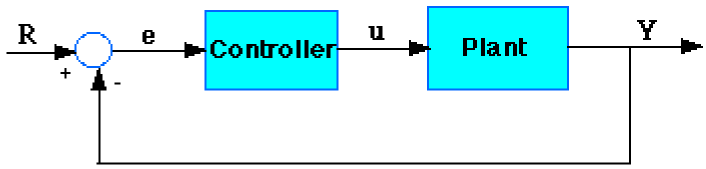
Bài toán điều khiển hệ thống
Bài toán điều khiển hệ thống được hiểu là bài toán can thiệp vào đối tượng điều khiển để hiệu chỉnh, để biến đổi sao cho nó có chất lượng động học mong muốn. Ta phải tiến hành các bước sau :

- Xác định loại tín hiệu vào ra
- Xây dựng mô hình toán học
- Phân tích hệ thống
- Xác định tín hiệu điều khiển (xác định luật điều khiển hoặc thiết kế bộ điều khiển)
- Đánh giá chất lượng hệ thống
- Thiết kế lại bộ điều khiển

1.2 NHỮNG CẤU TRÚC CƠ BẢN CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

1.2.1 Các khái niệm cơ bản

Một hệ thống điều khiển tự động dạng đơn giản nhất thường có sơ đồ khối sau : bao gồm đối tượng điều khiển và bộ điều khiển với các biến vào, ra, và các biến trạng thái.



Các khái niệm tên biến được định nghĩa như sau :

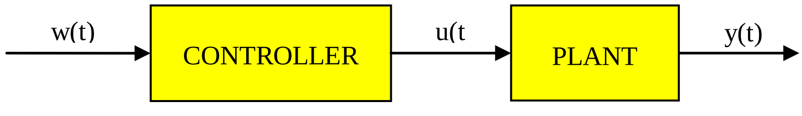
- **BIẾN ĐƯỢC ĐIỀU KHIỂN** (controled variable): là một thông số, hay một điều kiện được đo và được điều khiển. Thông thường là **tín hiệu ra y(t)**

- **BIẾN ĐIỀU KHIỂN** (Manipulated variable): là một thông số, hay một điều kiện được thay đổi bởi bộ điều khiển. Hay nó là **tín hiệu vào của đối tượng điều khiển u(t)**
- **BỘ ĐIỀU KHIỂN (CONTROLLER)** : với tín hiệu vào là sai lệch điều khiển e(t), tín hiệu ra là u(t) đưa đến điều khiển đối tượng
- **ĐỐI TƯỢNG ĐIỀU KHIỂN** (plant or object) : là một vật thể vật lý được điều khiển ví dụ như động cơ điện, lò nhiệt, động cơ đi ê gien
- **THIẾT BỊ ĐO LƯỜNG VÀ PHẢN HỒI** (feed back): là thiết bị đo tín tín hiệu ra đưa trở về bộ điều khiển nhằm giảm sai lệch tín hiệu ra so với tín hiệu điều khiển w(t) hoặc $U_o(t)$ hoặc R(t)
- **ĐIỀU KHIỂN** (control): đo giá trị của biến được điều khiển của hệ thống đưa tác động lên biến điều khiển nhằm hiệu chỉnh hoặc giảm bớt sai lệch của đại lượng ra so với chuẩn
- **NHIỄU (DISTURBANCE)** : là tín hiệu tác động ngược trở lại hệ thống. Có nhiễu do bản thân hệ gây ra là nhiễu nội, nhiễu ngoài tác động vào là nhiễu ngoại coi như tín hiệu vào
- **ĐIỀU KHIỂN PHẢN HỒI (FEEDBACK CONTROL)** : dùng tín hiệu phản hồi hiệu chỉnh nhằm giảm sai lệch tín hiệu ra so với một vài tín hiệu nào đó mà ta muốn
- **HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN PHẢN HỒI (FEEDBACK CONTROL SYSTEM)** : là hệ thống duy trì mối quan hệ giữa tín hiệu ra với một số tín hiệu chuẩn nào đó và sử dụng sự sai lệch này tác động điều khiển
- **HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH XÉC VÔ (SERVO SYSTEM) :** đây thực chất là hệ điều chỉnh vị trí, tốc độ hoặc gia tốc. thông thường cơ cấu điều khiển là động cơ xéc vô
- **HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG ĐIỀU CHỈNH (AUTOMATIC REGULATING SYSTEM)** : là hệ thống điều khiển phản hồi để duy trì tín hiệu ra thực tế ở giá trị mong muốn khi bị nhiễu tác động
- **HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN QUÁ TRÌNH (PROCESS CONTROL SYSTEM)** : là hệ thống tự động mà tín hiệu ra là biến
- **HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI (ADAPTIVE CONTROL SYSTEM)** : theo thời gian, dưới tác động của nhiễu, đặc tính động học của các phần tử, đối tượng thay đổi, hệ thống có khả năng thích nghi được những thay đổi này. Đó là khả ngăng tự sửa, tự chiỉnh theo những thay đổi không dự đoán trước được
- **HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN THÔNG MINH (LEARNING CONTROL SYSTEM)** : là hệ thống có khả năng tự học và tích luỹ kinh nghiệm.

1.2.2 Hệ thống điều khiển hở

-Sơ đồ cấu trúc của hệ thống điều khiển như hình :

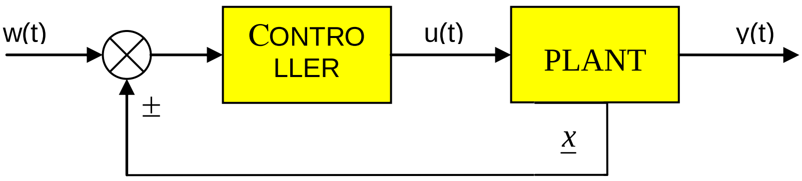
Ví dụ như muốn điều khiển tàu thủy đi theo một quỹ đạo y(t), thủy thủ phải luôn bẻ lái một góc w(t) để tạo ra một góc bánh lái u(t).



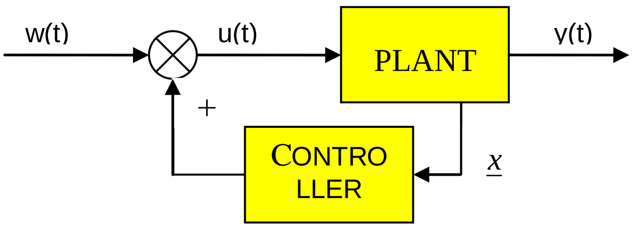
-Về bản chất, đây là bài toán điều khiển một chiều và chất lượng điều khiển phụ thuộc độ chính xác của mô hình toán mô tả đối tượng và giả thiết trong quá trình làm việc hệ thống không bị nhiễu tác động

1.2.3 Điều khiển phản hồi trạng thái

-Sơ đồ cấu trúc như hình : Với sơ đồ này bộ điều khiển nằm ở mạch chính



-Sơ đồ cấu trúc của hệ có bộ điều khiển nằm ở mạch phản hồi :

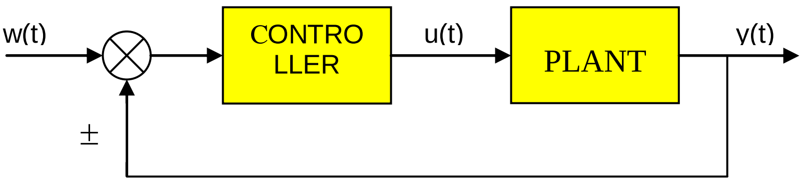


-Nguyên tắc điều khiển phản hồi trạng thái là bộ điều khiển sử dụng véc tơ trạng thái $\underline{x}(t)$ của đối tượng để tạo thành tín hiệu vào mong muốn u(t) cho đối tượng. Vị trí của bộ điều khiển có thể là mạch truyền thẳng hoặc ở mạch hồi tiếp

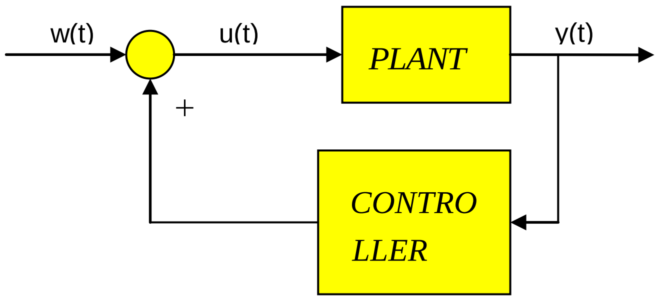
-Hệ thống điều khiển phản hồi trạng thái có khả năng giữ được ổn định chất lượng mong muốn cho đối tượng, mặc dù trong quá trình điều khiển luôn bị nhiễu tác động

1.2.4 Điều khiển phản hồi tín hiệu ra

-Sơ đồ cấu trúc như hình 1.9 (24) : Với sơ đồ này bộ điều khiển nằm ở mạch chính



-Sơ đồ cấu trúc của hệ có bộ điều khiển nằm ở mạch phản hồi



-Ở phương pháp trên cho ta chất lượng điều khiển rất tốt, nhưng ta sẽ gặp khó khăn trong việc xác định véc tơ trạng thái $\underline{x}(t)$, bởi không phải lúc nào ta cũng đo được chúng, do vậy người ta thay sử dụng $\underline{x}(t)$ bằng tín hiệu ra $\underline{y}\ t$ để tạo ra tín hiệu điều khiển $\underline{u}\ t$ cho đối tượng điều khiển.

-Vị trí bộ điều khiển có thể là mạch truyền thẳng hoặc mạch hồi tiếp. Và ngày nay nguyên lý điều khiển này được giải quyết triệt để nhờ phản hồi trạng thái và quan sát trạng thái.

1.3 PHÂN LOẠI CÁC HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG

- HTĐK tuyến tính và phi tuyến : tính xếp chồng đúng cho tuyến tính và không đúng cho phi tuyến

$$u_1(t) \Rightarrow y_1(t)$$

$$u_2(t) \Rightarrow y_2(t)$$

$$au_1(t) + bu_2(t) \Rightarrow y(t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

- HTĐK dừng và không dừng : hệ số của phương trình mô tả là hằng số, đáp ứng ra không phụ thuộc thời điểm xuất hiện tín hiệu vào – hệ không dừng có một vài thông số thay đổi theo thời gian, đáp ứng ra phụ thuộc vào thời điểm xuất hiện tín hiệu vào
- HTĐK liên tục – HTĐK rời rạc
- Hệ SISO – MIMO (single input single output) : hệ một chiều -multy input multy output : hệ nhiều chiều
- Hê điều khiển thông số tập trung – Thông số phân bố
- Hệ tiền định – ngẫu nhiên

1.4 NỘI DUNG CƠ BẢN CỦA LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Môn học nghiên cứu các nguyên tắc chung để xây dựng hệ thống tự động, các phương pháp khảo sát chúng mà không phụ thuộc vào bản chất vật lý của các quá trình. Là cơ sở để thiết kế các hệ tự động. Nó có hai nhiệm vụ chính

1.*phân tích hệ thống* : khảo sát nguyên lý hoạt động của các phần tử cũng như hệ thống với cấu trúc và thông số đã cho cùng với tác động đầu vào khác nhau. Nói cách khác thông qua mô hình có được ta khảo sát tính ổn định, đánh giá chất lượng tĩnh, động của hệ thống

2.*Tổng hợp bộ điều khiển* : từ đối tượng điều khiển, từ yêu cầu chất lượng của hệ ta phải chọn được các khâu hiệu chỉnh, bộ điều chỉnh cùng các thông số của nó thoả mãn các yêu cầu trên.

CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 1

Câu hỏi 1: Mô hình toán học của một hệ thống tự động là gì? Mục đích của việc thiết lập mô hình toán học của một hệ thống tự động.

Câu hỏi 2: Phân biệt khái niệm điều khiển hở và khái niệm điều khiển phản hồi

Câu hỏi 3: So sánh phương pháp điều khiển phản hồi trạng thái và điều khiển phản hồi tín hiệu ra.

Câu hỏi 4: Trình bày các phương pháp phân loại hệ thống tự động.

CHƯƠNG 2: ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC TRONG MIỀN PHỨC

2.1 CÁC CÔNG CỤ TOÁN HỌC

2.1.1 Hàm biến phức (tự đọc 25-30)
2.1.2 Phép biến đổi Fourier

Đây là công cụ hữu hiệu để khảo sát đặc tính tần số của một tín hiệu x(t). Nó giúp ta biểu diễn x(t) thông qua tập các dao động của nó. Trong đó mỗi dao động lại là một tín hiệu điều hoà đặc trưng cho x(t) tại mỗi điểm tần số nhất định.

1. Ảnh Fourier của tín hiệu tuần hoàn

Cho tín hiệu tuần hoàn : $x(t) = A\cos(\omega_o t - \varphi)$ với tần số dao động ω_o ta có thể biến đổi thành :

$x(t) = ce^{j\omega_o t} + \bar{c}e^{-j\omega_o t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t} \Big| c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{jn\omega_o t}dt$ và n=...-1,0,1,...

2. Ảnh fourier của tín hiệu không tuần hoàn

Cho một tín hiệu x(t) hợp lệ với phép biến đổi fourier thì ta có thể biểu diễn như sau :

ảnh (hay phổ) fourier $X(j\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$

Và hàm gốc $x(t) = F^{-1}\{x(t)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$

Toán tử fourier có 8 tính chất quan trọng được trình bầy ở trang 32

3.Phép biến đổi Fourier là một phép lọc tần cao. Ta giả sử có tín hiệu $\tilde{x}(t) = x(t) + n(t)$ trong đó n(t) là thành phần tín hiệu nhiễu cao tần lẫn vào. ta có thể lọc x(t) ra khỏi $\tilde{x}(t)$ bằng cách tính ảnh Fourier của hàm $\tilde{x}(t)$, sau đó bỏ đi tất cả các thành phần tần số cao hơn ω_g trong $\tilde{X}(j\omega)$ theo công thức : $X(j\omega) = \tilde{X}(j\omega)W(\omega)$,;, $W(\omega) = \begin{cases} 1, |\omega| \le \omega_g \\ 0, |\omega| \ge \omega_g \end{cases}$ rồi chuyển ngược lại ta được x(t)

2.1.3 Phép biến đổi laplace

Đây là công cụ hữu hiệu cho việc phân tích một hệ thống kỹ thuật với các tín hiệu thường gặp là tín hiệu causal **(tín hiệu có tính chất nhân quả)**

1.Phép biến đổi thuận

Nếu có một hàm thời gian x(t) hợp lệ với toán tử Laplace thì tồn tại ảnh L là x(s)

X(s)= $L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt$

Và $x(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s)e^{st}ds$ với s=c+j ω

Các định lý quan trọng : được trình bầy ở trang 10-11

1.Định lý trễ : hàm x(t-T) có ảnh L: x(s)e^{-Ts}

2.Định lý đạo hàm : dx(t)/dt có ảnh L : sx(s) –x(0)

3.Định lý tích phân : tích phân của x(t) có ảnh L : (1/s)x(s)

4.Định lý tới hạn : $\begin{matrix} x(+0) = \lim_{s\to\infty} sX(s) \\ x(\infty) = \lim_{s\to 0} sX(s) \end{matrix}$

2. Phép biến đổi ngược

Để thực hiện phép biến đổi ngược, ta có thể sử dụng nhiều cách, đơn giản nhất là ta dùng phương pháp biến đổi ngược hàm hữu tỷ :

- Phân tích hàm thành tổng các phân thức tối giản
- Tra bảng ảnh dịch về thành tổng các hàm gốc cơ bản
- Tính tổng các hàm gốc đã tìm được

Ví dụ : cho hàm ảnh $X(s)=\dfrac{1}{s^2(1+s)}=\dfrac{1}{1+s}-\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s^2}$

Tra bảng ảnh ta tìm được hàm gốc $x(t)=(e^{-t}-1+t)1(t)$

3. Ứng dụng : Sử dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân

Cho phương trình $\dfrac{d^2y}{dt}+2\dfrac{dy}{dt}+5y=3$ với điều kiện đầu bằng không. Chuyển qua ảnh L ta có

$$Y(s)=\frac{3}{s(s^2+2s+5)}=\frac{3}{5s}-\frac{3.2}{10\left[(s+1)^2+2^2\right]}-\frac{3(s+1)}{5\left[(s+1)^2+2^2\right]}$$

Tra bảng ta có $y(t)=\dfrac{3}{5}-\dfrac{3}{10}e^{-t}\sin(2t)-\dfrac{3}{5}\cos(2t)$

2.1.4 Tín hiệu

Tín hiệu x(t) là một hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin về các thông số kỹ thuật được quan tâm trong hệ thống, được truyền tải bởi các đại lượng vật lý. Nói cách khác tín hiệu là một hình thức biểu diễn thông tin.

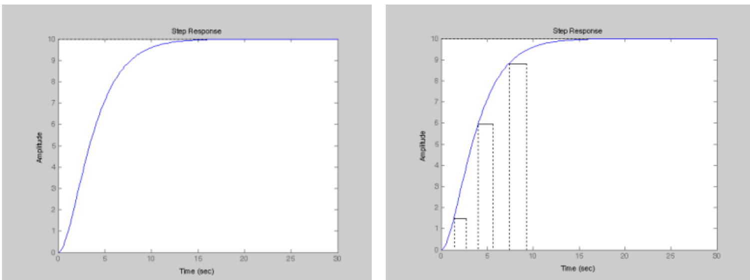
Ví dụ : ta muốn điều khiển mực nước trong một cái bình luôn ở độ cao không đổi, thì mức nước trong bình là một thông số chúng ta cần quan tâm. mực nước này được đo bởi sensor áp điện, tức giá trị tức thời của mực nước được biểu diễn thông qua một hàm điện áp u(t) với đơn vị là mv. Thì ta nói u(t) là tín hiệu mang thông tin về mực nước.

Trong một hệ thống có nhiều tín hiệu : $x_1(t), x_2(t)...x_n(t)$ được quan tâm cùng một lúc thì nó tạo thành một véc tơ tín hiệu được ký hiệu :

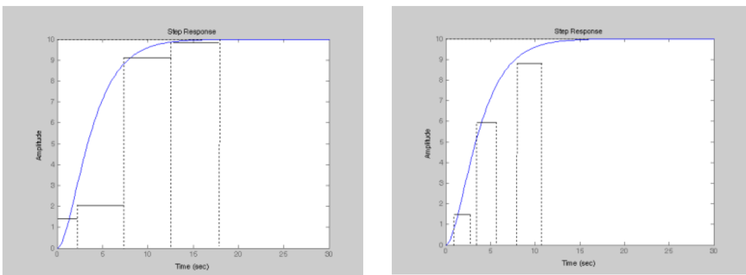
$$\underline{x}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1(t) & . & x_n(t) \end{bmatrix}^T$$

1. Phân loại tín hiệu

- Tín hiệu liên tục-tương tự - Tín hiệu không liên tục-tương tự



- Tín hiệu liên tục- rời rạc-Tín hiệu không liên tục rời rạc : tín hiệu số



Hình 1.1 trang 2 LTĐKTT thể hiện trực quan 4 dạng tín hiệu trên

2. Một số tín hiệu điển hình

Trong điều khiển tuyến tính ta thường sử dụng một số dạng tín hiệu sau (các tín hiệu này có đặc tính chung là có tính nhân quả : tính causal tức là x(t)=0 khi t<0)

1)Tín hiệu bậc thang (hàm heaviside) được định nghĩa như sau :

$$1(t)=\begin{cases}1, khi-t\geq 0\\ 0, khi-t>0\end{cases}$$

2)Tín hiệu tăng dần đều được xác định như sau (RAMP) :

$$x(t)=t\times 1(t)=\begin{cases}t, khi-t\geq 0\\ 0, khi-t<0\end{cases}$$

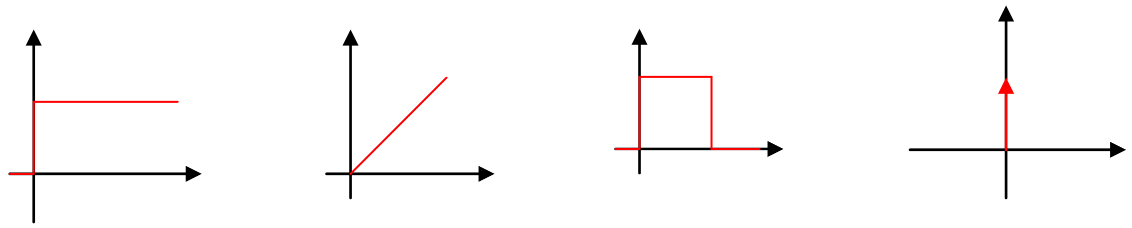
3)Tín hiệu xung vuông

$$r_a(t)=\frac{1}{T_a}\left[1(t)-1(t-T_{a)})\right]$$

4)Tín hiệu dirac (còn gọi là hàm mở rộng delta)

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}1(t)=\lim_{T_a\to 0}\frac{1}{T_a}\ 1(t)-1(t-T_a$$

Hình 1.2 và 1.3 trang 4 &5 thể hiện dạng của bốn tín hiệu.



2.2 XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN HỌC

MÔ HÌNH (model) là hình thức biểu diễn lại những hiểu biết của ta về hệ thống một cách khoa học, về mối quan hệ giữa tín hiệu vào u(t) và tín hiệu ra y(t) nhằm phục vụ mục đích mô phỏng, phân tích, và tổng hợp bộ điều khiển cho hệ thống

Việc xây dựng mô hình gọi là **mô hình hoá.** Có hai phương pháp mô hình hoá : thực nghiệm và lý thuyết

A.*phương pháp lý thuyết* :

Là phương pháp thiết lập mô hình dựa trên các định luật có sẵn về quan hệ vật lý bên trong và quan hệ giao tiếp với môi trường bên ngoài của hệ thống. Các quan hệ này được mô tả theo theo quy luật lý hoá, quy luật cân bằng … dưới dạng những phương trình toán học. ví dụ : mô tả máy điện bằng phương trình cân bằng điện áp, phương trình cân bằng mô men

B.*phương pháp thực nghiệm (nhận dạng)* :

Trong trường hợp chúng ta hiểu biết về các về quan hệ lý hoá bên trong và quan hệ giao tiếp với môi trường bên ngoài của hệ thống không được đầy đủ để xây dựng hoàn chỉnh mô hình hệ thống nhưng đủ thông tin để khoanh vùng các mô hình thích hợp, sau đó ta dùng phương pháp thực nghiệm để xây dựng tiếp mô hình. Tức là ta tìm được một mô hình thuộc vùng các mô hình thích hợp trên dựa trên cơ sở quan sát tín hiệu vào ra sao cho sai lệch giữa nó với những mô hình khác là nhỏ nhất đây là phương pháp nhận dạng hệ thống.

CÁC DẠNG MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ SISO :

- 1)Phương trình vi phân mô tả quan hệ u(t) và y(t)
- 2)Hàm truyền đạt G(s)
- 3)Hàm đặc tính tần G($j\omega$)

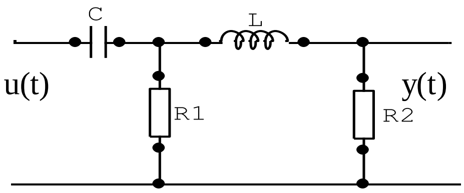
2.2.1 Phương trình vi phân (differential equation)

Dựa trên các định luật có sẵn về quan hệ vật lý bên trong và quan hệ giao tiếp với môi trường bên ngoài của hệ thống các quan hệ này được mô tả theo theo quy luật lý hoá, quy luật cân bằng … tạo ra hệ phương trình vi phân mô tả bản chất động học của các phần tử, hệ thống. Đây là mô hình gốc đúng với bản chất thực. Nó có dạng tổng quát như sau :

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + .. + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + .. + b_m \frac{d^m u}{dt^m}$$

Trong đó các hệ số a_i, b_j được xác định từ các phần tử cấu thành hệ thống. chúng có thể là hằng số hoặc tham số phụ thuộc thời gian hoặc các yếu tố khác.

ví dụ : cho mạch điện như hình 2.17 trang 56



Sử dụng các định luật về mạch điện như Kirchoff ta sẽ xây dựng được phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào như sau :

$$CLR_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (CR_1R_2 + L)\frac{dy(t)}{dt} + (R_1 + R_2)y(t) = CR_1R_2 \frac{du(t)}{dt}$$

Trong đó u(t) là tín hiệu vào (tín hiệu kích thích), y(t) là tín hiệu ra (tín hiệu đáp ứng)

2.2.2 Mô hình truyền đạt TF (transfer function)

1.Hàm truyền đạt :

Xuất phát từ PTVP dạng tổng quát mô tả quan hệ vào ra của hệ :

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + .. + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + .. + b_m \frac{d^m u}{dt^m}$$

$$x(t) \to X(s)$$

Qua phép biến đổi Laplace $\left(\frac{dx(t)}{dt}\right) \to sX(s)$ với giả thiết điều kiện đầu bằng 0 ta có :

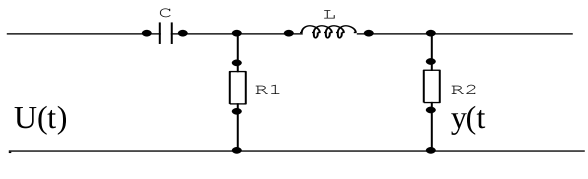
$$\left(\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right) \to s^n X(s)$$

$(a_o + a_1 s + \ldots + a_n s^n)Y(s) = (b_o + b_1 s + \ldots + b_m s^m)U(s)$. Từ đó ta có

$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + ... + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n}$ **là hàm truyền đạt**

Vậy hàm truyền đạt là tỷ số của ảnh Laplace tín hiệu ra chia cho ảnh Laplace tín hiệu vào ứng với điều kiện đầu bằng không

Xác định HTĐ của mạch điện sau : ví dụ 2.17 trang 56



Viết phương trình cho các linh kiện :

$$i_c(t) = C\frac{du_c(t)}{dt} \Leftrightarrow I_c(s) = CsU_c(s) \ ;$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \Leftrightarrow I_L(s) = LsI_L(s) \ ;$$

$$R_1 i_R(t) = u_R(t) \Leftrightarrow R_1 I_R(s) = U_R(s) \ ;$$

$$R_2 i_L(t) = y(t) \Leftrightarrow R_2 I_L(s) = Y(s) \ ;$$

Thay vào các phương trình kirchoff ta có :

$$\frac{y(t)}{CR_2}+\frac{u_L(t)+y(t)}{CR_1}+\frac{d\left(u_L(t)+y(t)\right)}{dt}=\frac{du(t)}{dt}\Leftrightarrow$$

$$CR_1R_2sU(s)=[CLR_1s^2+(CR_1R_2+L)s+(R_1+R_2)]Y(s)$$

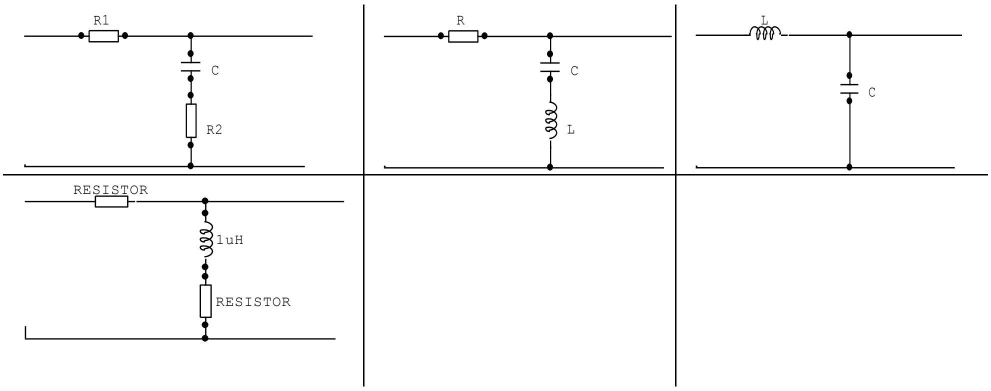
Từ đây ta có :

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{CR_1R_2s}{[CLR_1s^2+(CR_1R_2+L)s+(R_1+R_2)]}$$

2.Thông tin từ mô hình

- Từ HTĐ ta có thể tìm được mô hình ZPK (zero pole gain) : biết được vị trí các điểm cực, điểm không trên mặt phẳng S.
- Ta biết được các đặc tính động học Hàm quá độ h(t), hàm trọng lượng g(t), hàm truyền đạt tần số
- Đánh giá chất lượng hệ

Ví dụ: **Bài tập 19 trang 222 : xác định hàm truyền đạt của các mạch điện**



$$u_1=i_cR_1$$

$$i_c=\frac{cdu_c}{dt}$$

$$u_2=i_cR_2\Rightarrow u_2=\frac{cR_2du_c}{dt}$$

$$y(t)=u_c+u_2=u_c+\frac{cR_2du_c}{dt}\Leftrightarrow Y(s)=U_c(s)(1+cR_2s)\Rightarrow U_c(s)=Y(s)/(1+cR_2s)$$

$$I_c=csU_c(s)=csY(s)/(1+cR_2s)$$

$$U(s)=U_1(s)+Y(s)=R_1csY(s)/(1+cR_2s)+Y(s)=\frac{R_1cs+(1+cR_2s)}{(1+cR_2s)}Y(s)$$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{(1+cR_2s)}{R_1cs+(1+cR_2s)}$$

$$T_1=R_1c$$

$$T_2=R_2c$$

$$G(s)=\frac{1+T_2s}{1+(T_1+T_2)s}$$

3. Mô hình điểm không - điểm cực ZPK (zero pole gain)

Đây là một dạng của hàm truyền đạt G(s)=k $\frac{(s-z_1)...(s-z_{m-1})(s-z_m)}{(s-p_1)...(s-p_{n-1})(s-p_n)}$

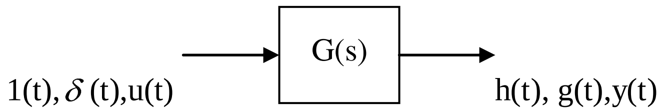
- Trong đó k: hệ số khuyếch đại, z_i là điểm không p_j là điểm cực
- với mô hình này, ta dùng để thiết kế bộ điều khiển học phần sau
- khai báo mô hình ZPK trong Matlab :

- h=zpk(z,p,k)

2.2.3 Sơ đồ cấu trúc và đại số sơ đồ khối

1.Khái niệm

Một hệ thống tuyến tính, sau khi được mô hình hoá nó có sơ đồ khối như sau :



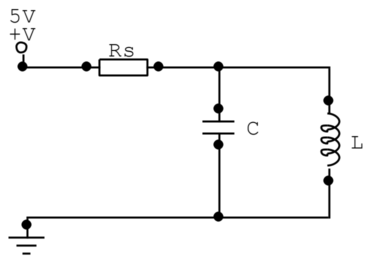
Sơ đồ cấu trúc bao gồm nhiều khối cơ bản được nối với nhau theo chiều tín hiệu, mỗi khối có hàm truyền đạt đặc trưng cho quan hệ vào ra

Thực chất là ta phân hệ thống lớn thành nhiều hệ thống con được nối với nhau theo chiều tín hiệu

-Xây dựng sơ đồ cấu trúc từ hàm truyền đạt : ta có thể xây dựng sơ đồ cấu trúc bằng cách phân tích hàm này thành tổng hoặc tích các hàm cơ bản

-Xây dựng sơ đồ cấu trúc từ mô hình SS : Căn cứ số lượng biến trạng thái, ta xác định được số lượng khâu tích phân, từ qua hệ các phương trình ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc.

Ví dụ : cho mạch điện như hình vẽ



Ta có phương trình cho từng phần tử :

$$i_c(t) = C\frac{du_c\ \ t}{dt} \Leftrightarrow I_c\ \ s\ = CsU_c\ \ s\ ; \Rightarrow U_c\ \ s\ = \frac{1}{C}\frac{1}{s}I_c\ \ s$$

$$u_c = u_L(t) = L\frac{di_L\ \ t}{dt} \Leftrightarrow U_L\ \ s\ = LsI_L\ \ s\ ; \Rightarrow I_L\ \ s\ = \frac{1}{L}\frac{1}{s}U_L\ \ s$$

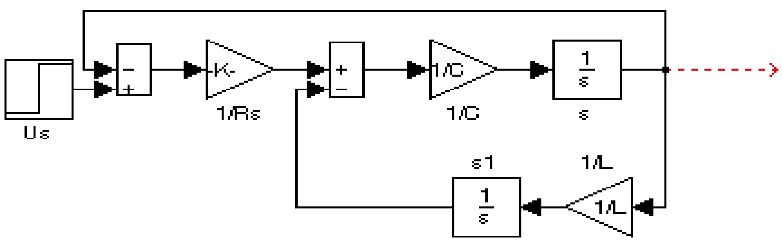
$$R_s i_R\ \ t\ = u_R\ \ t\ \Leftrightarrow R_s I_s\ \ s\ = U_R\ \ s\ ;$$

Phương trình mạch vòng và nút ta có :

$$-u_s + i_s R_s + u_c = 0$$

$$-i_s + i_L + i_C = 0$$

Từ đây ta có sơ đồ cấu trúc mạch như sau



2.Đại số sơ đồ khối :

là các phép quy đổi tương đương để tính hàm truyền đạt của hệ khi ta biết được sơ đồ cấu trúc của hệ. Bao gồm :

- 2 khối mắc song song
- 2 khối mắc nối tiếp
- 2 khối mắc hồi tiếp
- Phép chuyển nút tín hiệu từ trước một khối ra sau một khối

- Phép chuyển nút tín hiệu từ sau một khối ra trước một khối
- Phép chuyển nút rẽ nhánhtín hiệu từ trước một khối ra sau một khối
- Phép chuyển nút rẽ nhánh tín hiệu từ sau một khối ra trước một khối
- Phép chuyển nút rẽ nhánh từ trước một nút ra sau một nút
- Phép chuyển nút rẽ nhánh từ sau một nút ra trước một nút

ví dụ 2.25, 2.26, 2.27 trang 72, 73 : biến đổi sơ đồ khối để tính hàm truyền đạt của hệ thống

3.Sơ đồ tín hiệu

Đây là một dạng của SĐCT thay một khối, với tín hiệu vào, ra bằng hai điểm, một đường cong theo chiều tín hiệu và biểu thức hàm truyền

4.Matlab : từ SĐCT ta có thể chuyển thành sơ đồ mô phỏng thông qua thư viện Simulink và ta tìm được hàm h(t) cũng như các trạng thái mà ta muốn

2.2.4 Sơ đồ tín hiệu và công thức Mason (tự đọc trang 74-80)

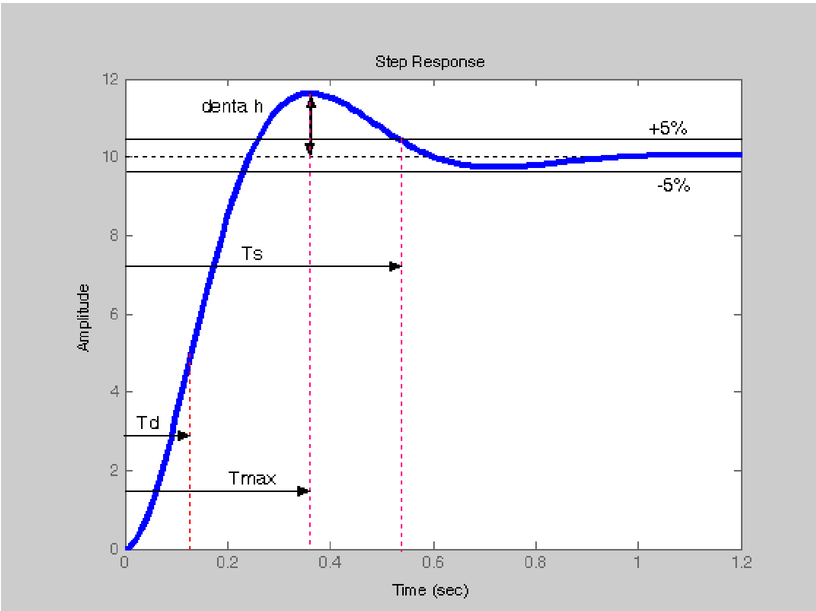
2.2.5 ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC

1.Đáp ứng thời gian

1)Hàm quá độ

Hàm quá độ được ký hiệu h(t) (step respone) là đáp ứng của hệ thống khi hệ đang ở trạng thái 0 được kích thích đầu vào là hàm 1(t). Hàm h(t) là một đường cong mô tả quá trình hệ thống chuyển từ một trạng thái xác lập này xang một trạng thái xác lập khác.

Hàm quá độ được sử dụng để đánh giá chất lượng động học của hệ thống trong quá trình quá độ. Thông thường hàm quá độ có dạng đường cong sau :



Quá trình quá độ của một hệ thống được hiểu là quá trình hệ thống chuyển từ trạng thái xác lập cũ (h(t)=0 với t<0) xang trạng thái xác lập mới. Thời điểm xác định hệ thống đạt trạng thái xác lập mới là đường cong quá độ đi vào vùng sai số cho phép và không thoát ra nữa.

Qua đường cong quá độ người ta xác định được 4 chỉ tiêu để đánh giá chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ :

1. Thời gian tăng (T_r rise time) : được xác định tại thời điểm hàm h(t) đạt từ 10% đến 90% giá trị xác lập .. Nó đặc trưng cho khả năng cường kích của hệ thống.
2. Thời gian trễ (T_d delay time) : được xác định tại thời điểm hệ đạt 50% giá trị xác lập.
3. Thời gian quá độ (T_s settling time) : là thời điểm hệ đạt trạng thái xác lập
4. Quá điều chỉnh (δ : overshoot) : được xác định bằng tỷ lệ phần trăm của giá trị hàm h(t) đạt lớn nhất so với giá trị xác lập

Các phương pháp xây dựng hàm quá độ

1)Sử dụng mô hình hàm truyền đạt :

A.**Tính h(t) thông qua ảnh L của nó**

- Hàm gốc h(t) có ảnh L là 1/s

- $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)} \Rightarrow Y(s)=G(s)U(s)$. Vậy H(s)=G(s)/s, tra bảng ta có h(t)

B. Dùng các lệnh Matlab

Trong Matlab để khai báo mô hình ta có thể dùng hai lệnh :

- sys=tf(num,den)
- Hoặc s = f('s');   sys=f(s)
- Step(sys) %xác định hàm quá độ
- Lsim(sys,y,t,[,x_o])%xác định đáp ứng với tín hiệu bất kỳ

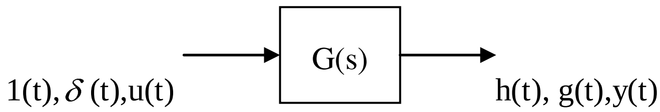
2)Dùng phương pháp thực nghiệm : xây dựng đường cong quá độ thông qua các phương pháp nhận dạng hệ thống bằng thực nghiệm

<u>2)Hàm trọng lượng g(t) (impulse respone)</u>

Là đáp ứng của hệ khi hệ đang ở trạng thái o và đầu vào được kích thích bởi xung dirac

Hàm trong lượng mô tả sự phản ứng của hệ thống đối với nhiễu. Đó là quá trình hệ quay trở về trạng thái xác lập ban đầu khi bị nhiễu đánh bật khỏi vị trí làm việc.

Một hệ thống tuyến tính, sau khi được mô hình hoá nó có sơ đồ khối như sau :



Các phương pháp xây dựng hàm trọng lượng

1)Sử dụng mô hình hàm truyền đạt :

A.**Tính g(t) thông qua ảnh L của nó**

- Hàm gốc δ(t) có ảnh L là 1
- $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)} \Rightarrow Y(s)=G(s)U(s)$. Vậy G(s)=G(s), tra bảng ta có g(t). Vậy ảnh L của hàm trọng lượng chính là hàm truyền đạt

B. Dùng các lệnh Matlab

Trong Matlab để khai báo mô hình ta có thể dùng hai lệnh :

- sys=tf(num,den)
- Hoặc s = f('s');   sys=f(s)
- Impulse(sys) %xác định hàm trọng lượng

2)Dùng phương pháp thực nghiệm : xây dựng đường cong quá độ thông qua các phương pháp nhận dạng hệ thống bằng thực nghiệm

Thông thường hàm g(t) có dạng như sau :

<u>2.Đáp ứng tần số (frequency response)</u>

Đặc tính tần cho phép ta khảo sát hệ trong miền tần số, có nghĩa khi đầu vào là tín hiệu sin thì đặc tính tần cho ta biết quan hệ giữa biên độ, góc lệch pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào phụ thuộc vào tần số nó đang làm việc như thế nào. Để dễ dàng khảo sát hệ người ta đưa ra 3 dạng đặc tính : ĐTTS biên pha G(jω), (đường cong Nyquist) ĐTTS logarith biên độ L(ω) và pha $\varphi(\omega)$ (đồ thị Bode)

Đáp ứng tần số của hệ thống có thể được biểu diễn bằng hai cách : đường cong Nyquist và đồ thị Bode. Cả hai đồ thị đều cho ta biết các thông tin như nhau, nhưng cách thể hiện khác nhau. Đáp ứng tần số là phản ứng của hệ thống với tín hiệu vào sin, biến thay đổi là tần số và tín hiệu ra có tần số giống tín hiệu vào nhưng khác về biên độ và pha. Đáp ứng tần số (frequency response) xác định sự khác nhau giữa biên độ và pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào.

Ví dụ một thuyền buồm chịu tác động của sóng biển x(t)=$X_m$sin ωt, tín hiiệu ra là độ lắc của thuyền y(t)=$Y_m$sin(ωt+φ)

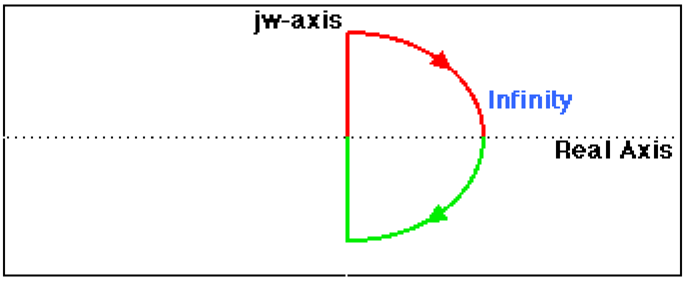
<u>1)Đường cong Nyquist</u> *(The Nyquist Diagram)*

Đường cong Nyquist xây dựng từ hàm truyền đạt tần số G(j* w) trong đó G(s) là hàm truyền đạt hệ hở, w là véc tơ tần số bao nửa mặt phẳng bên phải. đường xanh biểu diễn tần số từ 0 đến vô cùng và đường đỏ biểu diễn tần số âm.

Các phương pháp xây dựng đường cong Nyquist

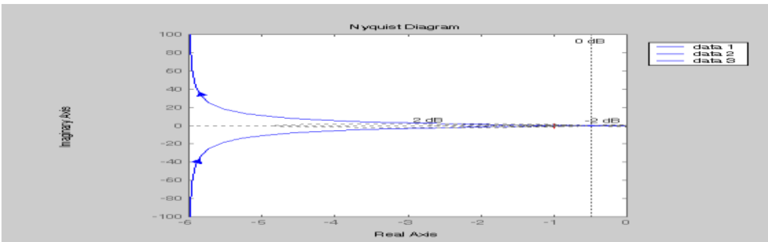
1)Dùng phương pháp đại số thông thường :
Xuất phát từ hàm truyền G(s) ta thay s= jω ta được
G(jω) =Re G(jω) +Im G(jω).
Từ đây ta có biên độ A(ω) và pha $\varphi(\omega)$
Khi cho ω chạy từ 0 đến + VC ta được đường ĐTTS biên pha (nyquist)
2)Dùng các lệnh Matlab
Trong Matlab để khai báo mô hình ta có thể dùng hai lệnh :

- sys=tf(num,den)
- Hoặc s = f('s'); sys=f(s)
- Nyquist(sys) %xác định đường cong Nyquist



Ví dụ 2.36 trang 84 : Xây dựng đường cong Nyquist cho hệ có HTĐ : $G(s) = \dfrac{3}{s(1+2s)}$

Sử dụng lệnh Nyquist trong Matlab ta được :
s=tf('s')Transfer function:s
>> sys=3/(s*(1+2*s))
Transfer function:
3
----
2 s^2 + s
>> nyquist(sys)
>> grid on
Ta có kết quả như sau :



Đường cong phía dưới biểu diễn tần số biến thiên từ 0 ra vô cùng
<u>2)Đường đặc tính tần logarith - đồ thị bode</u>
Là hình thức khác biểu diễn mối quan hệ giữa biên độ và pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào khi tần số làm việc của hệ thống thay đổi từ không đến vô cùng trên trục log (tần số). Đồ thị Bode bao gồm hai đồ thị con : Đặc tính TSBĐ và Đặc tính TSPH
Chú ý trục tần số theo tỷ lệ xích lg (dec), trục pha là độ và trục biên độ là decibel (db). Decibel được định nghĩa là 20*log10 (|G(j*w|)
-Đặc tính TSBĐ được định nghĩa là $L(\omega) = 20\lg\left|\tilde{G}(j\omega)\right|$ có đơn vị là dezibel (dB). Cứ thay đổi 20 dB tương đương hệ số khuyếch đại thay đổi 10 lần, 40 db hệ số khuyếch đại thay đổi 100 lần
-Trục hoành là lgω có đơn vị là dec, có nghĩa thay đổi 1 dec tương đương tần số thay đổi 10 lần, 2 dec tần số thay đổi 100 lần
-Thực chất đây là thủ thuật chọn hệ trục toạ độ. Với việc chọn như thế cho phép trong khoảng diện tích đủ nhỏ, ta vẫn có được đồ thị đầy đủ của hệ thống trogn một dải tần số lớn. Và công việc xây dựng đồ thị của hệ thống gồm nhiều hệ thống con mắc nối tiếp dễ dàng hơn nhờ cộng các đồ thị con này.
Các bước xây dựng đường cong Bode như sau :

- 1.Phân tích HTĐ tần số thành hai thành phần thực ảo

- 2.Tính biên độ $A(\omega)$
- 3.Tính $L(\omega) = 20\lg A(\omega)$ dựng đặc tính khi tần số thay đổi từ 0 đến VC
- 4.Tính góc $\varphi(\omega) = \text{arctg}\dfrac{Q(\omega)}{P(\omega)}$ dựng đặc tính pha khi tần số thay đổi từ không đến vô cùng.

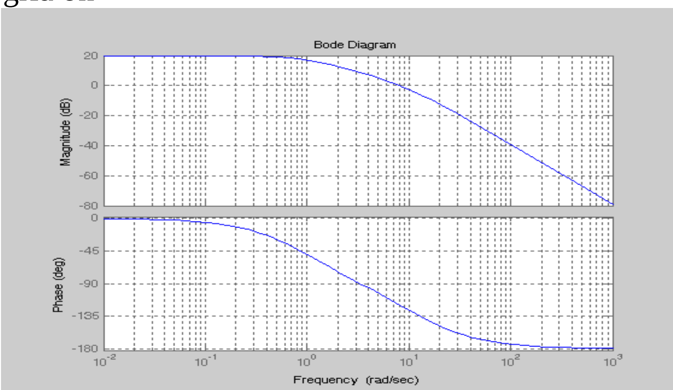
Thông tin từ đáp ứng tần số : Đáp ứng tần số của hệ hở cho ta biết chất lượng của hệ thống kín :

- Có ổn định hay không
- Độ dự trữ ổn định là bao nhiêu
- Đỉnh cộng hưởng và độ rộng dải thông DC GAIN
- Và các thông số khác

-Ví dụ 2.45 trang 93 : xây dựng đồ thị Bode của hệ $G(s) = \dfrac{110}{(s+1)(s+11)}$

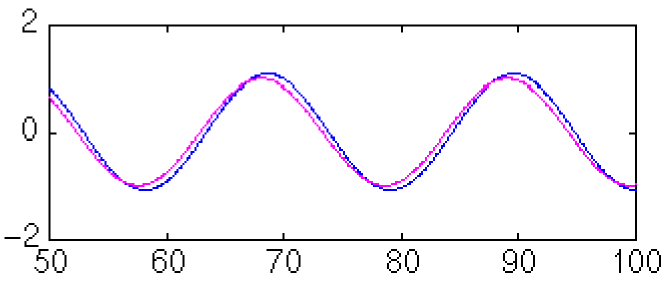
Sử dụng lệnh Matlab ta có

```
s=tf('s') : Transfer function:s
>> sys=110/((s+1)*(s+11))
Transfer function:
     110
---------------
s^2 + 12 s + 11

>> bode(sys)
>> grid on
```



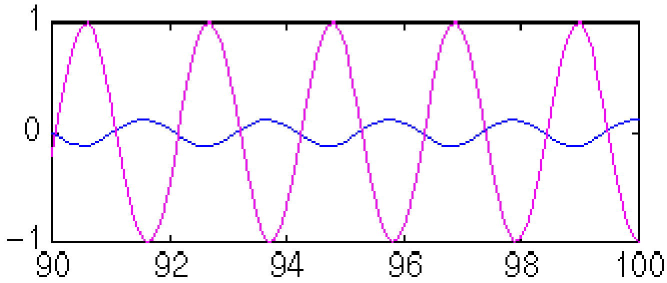
Một ví dụ trực quan cho ta thấy đáp ứng của hệ thống phụ thuộc vào tần số tín hiệu vào như thế nào qua kết quả mô phỏng dưới đây :

```
w= 0.3;
 num = 1;
 den = [1 0.5 1 ];
 t=0:0.1:100;
 u = sin(w*t);
 [y,x] = lsim(num,den,u,t);
 plot(t,y,t,u)
 axis([50,100,-2,2])
```



```
w = 3;
 num = 1;
```

```
den = [1 0.5 1 ];
t=0:0.1:100;
u = sin(w*t);
[y,x] = lsim(num,den,u,t);
plot(t,y,t,u)
axis([90, 100, -1, 1])
```



2.2.6 Quan hệ giữa phần thực và phần ảo của hàm đặc tính tần - toán tử Hillbert

Đây là bài toán xác định hàm truyền đạt của hệ thống khi biết được phần thực hoặc phần ảo của chúng. Tự đọc trang 94-100

2.2.7 Xây dựng mô hình toán học của các khâu cơ bản

1.PHÂN LOẠI CÁC KHÂU CƠ BẢN

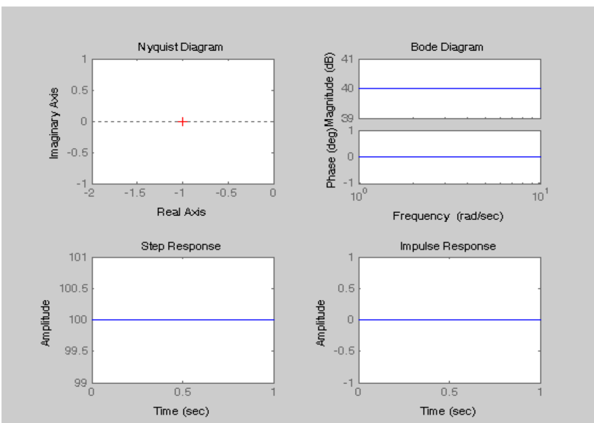
Trong môn học, các khâu động học cơ bản được phân loại như sau :

- 1.Khâu khuyếch đại
- 2.Khâu quán tính bậc nhất
- 3.Khâu quán tính bậc hai
- 4.Khâu dao động
- 5Khâu tích phân
- 6Khâu vi phân
- 7.Khâu lead/lag
- 8.Khâu trễ
- 9.Khâu pha cực tiểu

2.KHÂU KHUYẾCH ĐẠI P (PROPOTIONAL)

- HTĐ : G(s)= k
- 1.TSBP : là một điểm trên trục thực
- 2.Tslogarith : là một đường thẳng nằm ngang
- 3.Hàm quá độ là một đường nằm ngang
- 4.Hàm trọng lượng trùng với trục hoành

Ví dụ : xây dựng các đặc tính động học của khâu khuyếch đại với k=100



Nếu trong một giới hạn hẹp bỏ qua các ký sinh, phi tuyến ta có thể coi các phần tử sau là các khâu khuyếch đại : chiết áp, khuyếch đại thuật toán, máy phát tốc, hệ đòn bẩy, hệ vòi phun và lá chắn, các van thuỷ lực hay khí …

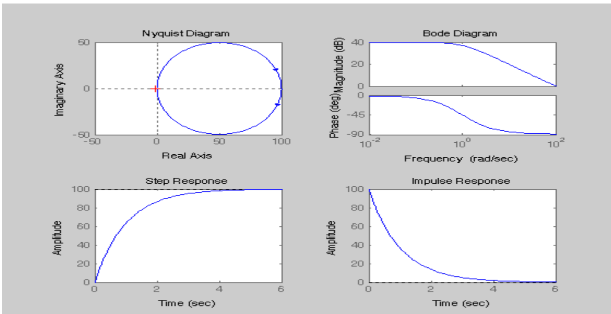
3. KHÂU QUÁN TÍNH BẬC NHẤT PT1

- HTĐ : G(s)= k/[1 +Ts)

Trong đó k là hệ số khuyếch đại của khâu, T hằng số thời gian quán tính, s là toán tử Laplace

- 1.TSBP : là đường tròn bán kính r=k/2 tâm là [k/2 0]
- 2.Đặc tính TS logarith : có tần số gẫy là 1/T tần số ở vùng lớn hơn 1/T thì cứ tần số thay đổi 10 lần biên độ thay đổi 20 bd (độ nghiêng -20db/dec)
- Đặc tính pha logarith sẽ chạy từ 0 đến -pi/2 tại tần số gẫy góc pha sẽ là -pi/4
- 3.Hàm quá độ là một đường cong xuất phát từ 0 xác lập tại k
- 4.Hàm trọng lượng là một đường cong xuất phát một điểm trên trục tung k/T xác lập tại trục hoành theo hàm mũ

Ví dụ : xây dựng các đặc tính động học của khâu G(s)=100/(s+1)



Mạch hiệu chỉnh RC, LR, máy phát điện DC với đầu vào là kích từ ra là điện áp, bình nén khí, lò nhiệt …

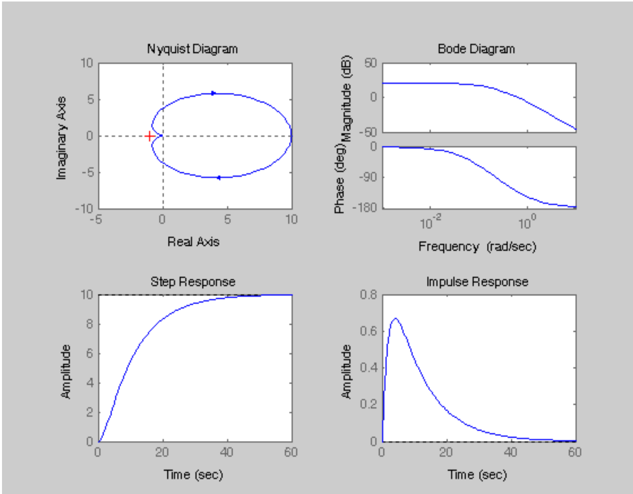
4 KHÂU QUÁN TÍNH BẬC HAI PT2

- HTĐ : G(s)= k/(1 +T_1 s)(1 +T_2s)

Trong đó k là hệ số khuyếch đại của khâu, T_1 khác T_2 hằng số thời gian quán tính, s là biến Laplace

- 1.Đặc tính TSBP : là đường cong cắt trục hoành tại k và kết thúc tại gốc toạ độ
- 2.Đặc tính TS logarith : có tần số gẫy là 1/T (đây là đỉnh cộng hưởng) tần số ở vùng lớn hơn 1/T thì cứ thay đổi 10 lần biên độ thay đổi 40 bd (độ nghiêng -40db/dec)
- Đặc tính pha sẽ chạy từ 0 đến -pi
- 3.Hàm quá độ là một đường cong xuất phát từ 0 xác lập tại k dạng chữ s
- 4.Hàm trọng lượng là một đường cong xuất phát từ gốc toạ độ vọt lên rồi triệt tiêu theo trục hoành theo hàm mũ

Ví dụ : xây dựng các đặc tính động học của hệ có hàm truyền đạt như sau : $G(s) = \frac{10}{(2s+1)(10s+1)}$



5 KHÂU DAO ĐỘNG BẬC 2

- HTĐ : $G(s)= k/[1 +2DTs + T^2s^2)$

Trong đó k là hệ số khuyếch đại của khâu, T hằng số thời gian quán tính, s là biến Laplace, D hệ số tắt dần (0<D<1 vì nếu D> 1 nó trở thành khâu PT2)

- 1.Đặc tính TSBP : có hàm truyền đạt tần số như sau :

$$G(j\omega)=\frac{k}{(j\omega T)^2+2Dj\omega T+1}$$

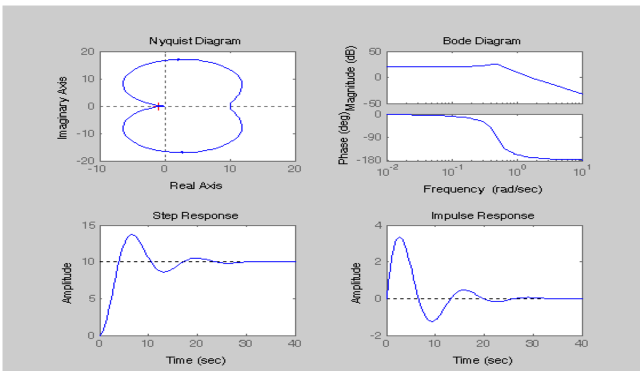
- 2.Đặc tính TS logarith : $L(\omega)$=20lgk khi tần số nhỏ hơn 1/T .

$L(\omega)$=20lgk – 40lg (ω) khi tần số lớn hơn 1/T có tần số gẫy là 1/T (đây là đỉnh cộng hưởng) tần số ở vùng lớn hơn 1/T thì cứ thay đổi 10 lần biên độ thay đổi 40 bd (độ nghiêng -40db/dec)

- Đặc tính pha sẽ chạy từ 0 đến -pi tại tần số gẫy góc pha sẽ là -pi/2
- 3.Hàm quá độ là một đường cong xuất phát từ 0 xác lập tại k có dao động
- 4.Hàm trọng lượng là một đường cong xuất phát từ gốc toạ độ vọt lên rồi triệt tiêu theo trục hoành

Khâu dao động bậc hai trong thực tế có thể là động cơ DC kích từ độc lập, tín hiệu vào là điện áp, ra là góc quay. Hệ cơ khí có đàn hồi, trọng lượng, giảm sóc

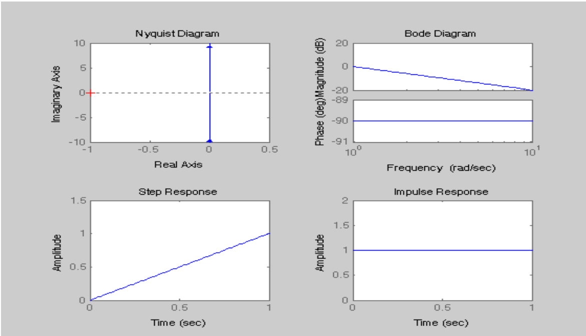
Ví dụ : Xây dựng đặc tính của hàm : $G(s)=\dfrac{10}{4s^2+2\times 0.3\times 2s+1}$



6.KHÂU TÍCH PHÂN

- HTĐ : G(s)= k/s
- 1.Đặc tính TSBP : là một nửa trục ảo phía âm
- 2.Đặc tính TS logarith : là một đường thẳng có độ nghiêng -20 db/dec. Khi tần số =1 thì biên độ bằng k db khi tần số =k thì biên độ bằng 0db.
- Đặc tính Pha là đường nằm ngang –pi/2
- 3.Hàm quá độ là một đường có độ dốc là k
- 4.Hàm trọng lượng là đường k

Ví dụ : tín hiệu ra là điện áp tụ điện, tín hiệu vào là dòng điện nạp, thì tụ điện là một khâu tích phân, từ thông trong cuộn cảm, góc quay của động cơ, mực nước của két …Khâu tích phân có các đặc tính động học như sau :

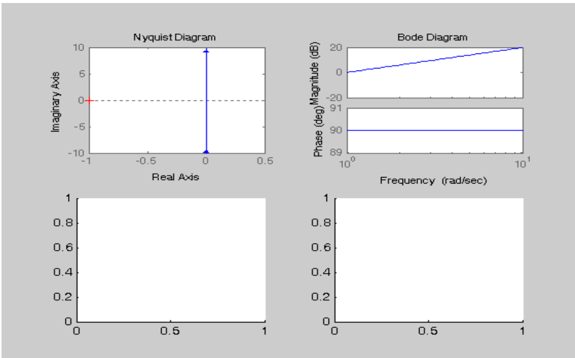


7. KHÂU VI PHÂN

- HTĐ : G(s)=ks
- 1.Đặc tính TSBP : là một nửa trục ảo phần dương
- 2.Tslogarith : là một đường có độ dốc + 20 db có biên độ bằng k db kh tần số bằng 1 dec.
- Đặc tính pha luôn vượt trước một góc +pi/2
- 3.Hàm quá độ là hàm dirac
- 4.Hàm trọng lượng cũng là hàm dirac

Ví dụ : trong thực tế tụ điện, với tín hiệu vào là điện áp đặt vào tụ, tín hiệu ra là dòng điện nạp, thì tụ điện là một khâu vi phân.

Khâu vi phân có các đặc tính động học như sau :



$$G(s)=\frac{y(s)}{u(s)}=ks=\frac{y(s)}{1/s}\Rightarrow y(s)=k\Rightarrow y(t)=k\delta(t)$$

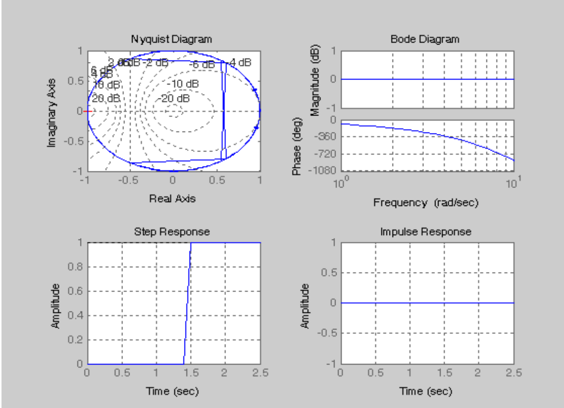
$$G(s)=\frac{y(s)}{u(s)}=ks=\frac{y(s)}{1}\Rightarrow y(s)=ks\Rightarrow y(t)=$$

8. KHÂU TRỄ

- HTĐ : $w(s)=e^{-\tau s}$
- 1.Đặc tính TSBP : là một đường tròn tâm gốc toạ độ bán kính là 1
- 2.Đặc tính TS logarith : là trục hoành có nghĩa biên độ ra bằng vào.
- Đặc tính pha $\varphi(\omega)=-\omega\tau$
- 3.Hàm quá độ giống khâu khuyếch đại có k=1 bị trễ một khoảng T
- 4.Hàm trọng lượng cũng giống khâu khuyếch đại có k=1 bị trễ khoảng T

Ví dụ : đường ống nước, các băng chuyền, các hệ thuỷ lực

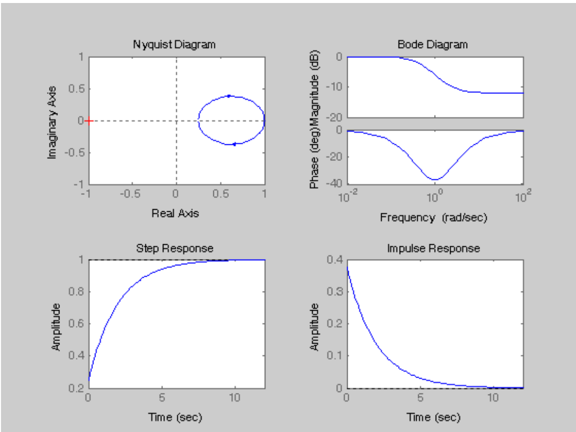
Cho khâu có hàm : $S(s)=e^{-1.5s}$. Sử dụng Matlab ta có

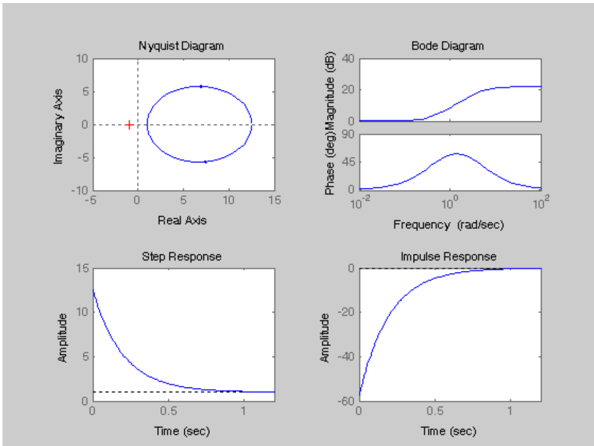


9. KHÂU LEAD/LAG

- HTĐ : $W(s) = \dfrac{1+T_t s}{1+T_m s}$
- Nếu $T_t > T_m$ là khâu lead (khâu dẫn qua : ưu tiên cho tần số cao đi qua, cắt tần thấp)
- Nếu $T_t < T_m$ là khâu lag (Khâu cắt bớt : ưu tiên tần thấp đi qua, cắt tần cao)
- 1.Đặc tính TSBP : là một đường cong
- 2.Đặc tính TS logarith : nếu là lead vùng tần thấp 0 db còn vùng cao 20 db góc lệch pha dương . Nếu là lag thì vùng thấp là 0 db còn vùng cao -20 db, góc lệch pha âm
- 3.Hàm quá độ xuất phát từ trục tung, tiếp cận với 1
- 4.Hàm trọng lượng, Nếu là lead từ một điểm trên trục tung dương về 0. nếu là lag thì từ âm về không

Ví dụ : trong điều khiển đây là những khâu bù





2.3 PHÂN TÍCH HỆ THỐNG

2.3.1 Những nhiệm vụ cơ bản của công việc phân tích hệ thống

Khi đã có **mô hình toán học**, công việc tiếp theo của bài toán điều khiển là phải **phân tích hệ thống** để rút ra được một số kết luận cơ bản về tính chất, chất lượng động học của hệ thống để phục vụ việc **thiết kế bộ điều khiển**. Bài toán phân tích hệ thống có những nhiệm vụ sau :

- Hiểu biết về tính ổn định của hệ thống
- Hiểu biết về chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập trong miền thời gian
- Hiểu biết về chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập trong miền tần số
- Hiểu biết về chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ.
- Hiểu biết về tính bền vững

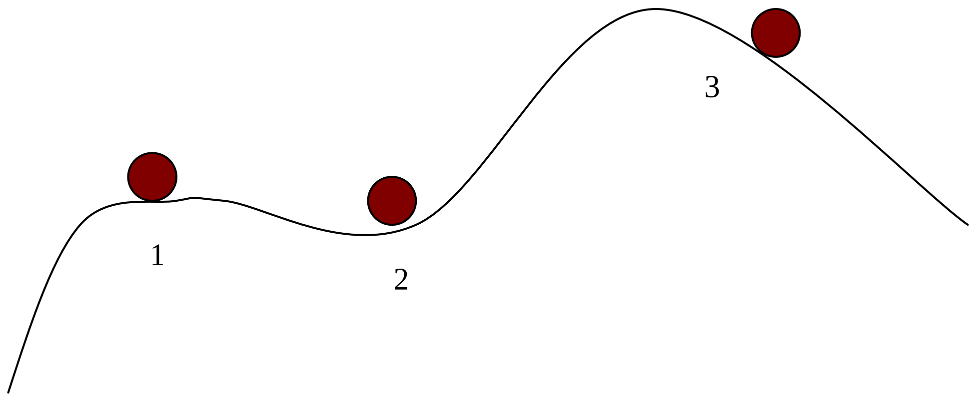
2.3.2 Xác định tính ổn định của HT từ đa thức đặc tính

1.Các khái niệm

Khái niệm về tính ổn định :

Từ ví dụ về trạng thái của 3 viên bi ở đáy hố (2), trên mặt bằng (1) và viên bi ở giữa dốc (3) ta có khái niệm về sự ổn định của hệ thống như sau : hệ đang ở trạng thái cân bằng, bị một kích thích tác động, văng ra khỏi vị trí cân bằng sau đó nó tự trở về trạng thái cân bằng ban đầu khi mất kích thích thì ta nói hệ ổn định tại lân cận điểm cân bằng.

Hay nói một cách khác một hệ thống ổn định nếu QTQĐ tắt dần theo thời gian, không ổn định nếu QTQĐ tăng dần theo thời gian, biên giới ổn định nếu QTQĐ không đổi hoặc dao động không tắt dần



Trạng thái cân bằng : là trạng thái hệ thống đứng yên nếu không có lực tác động nào khác lên nó

Đa thức đặc tính : đa thức dưới mẫu của hàm truyền đạt, đặc trưng cho tính chất động học của hệ nên nó được gọi là đa thức đặc tính

Phương trình đặc trưng : là đa thức đặc trưng có vế phải bằng không

2. Điều kiện :

Điều kiện hệ ổn định thể hiện ở sự phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng trên mặt phẳng nghiệm số : Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng đều nằm bên trái mặt phẳng phức thì hệ ổn định. Tức là tất cả phần thực của nghiệm phải âm. Nếu có ít nhất 1 nghiệm có phần thực dương thì hệ không ổn định, nếu ít nhất có một nghiệm có phần thực bằng không thì hệ ở biên giới ổn định

Ổn định BIBO : một hệ thống được gọi là ổn định nếu khi kích thích hệ bằng tín hiệu vào u(t) bị chặn ở đầu vào thì hệ có đáp ứng đầu ra cũng bị chặn gọi là ổn định BIBO (bound inputs-bound outputs)

Từ đây người ta đưa ra các tiêu chuẩn để xét ổn định của hệ

3.Tiêu chuẩn Routh :

$$A\;s\; = a_0 + a_1 s\; + a_2 s^2 + a_3 s^3 ... + a_n s^n$$

$$\begin{array}{ccccc}
a_0 & a_2 & a_4 & ... & a_{2n} \\
a_1 & a_3 & a_5 & .... & a_{2n+1} \\
b_0 & b_2 & b_4 & ... & b_{2n} \\
... & ... & ... & ... & ... \\
 & & & ... &
\end{array}$$

$$b_0 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1}; b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_o & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1}; b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0}$$

- +lập bảng routh
- +xét dấu cột một của bảng routh nếu dương cả thì hệ ổn định
- +Tiêu chuẩn routh ngoài dùng để xét hệ có ổn định hay không ta còn xét độ ổn định phụ thuộc tham số như thế nào

Ví dụ : 2.50 trang 125 : $A(s) = 5 + 16s + 18s^2 + 8s^3 + s^4$

5	18	1
16	8	
15,5	1	
6,97		
1		

Dựa vào cột thứ nhất của bảng ta kết luận hệ ổn định

Ví dụ : 2.53 cho hệ có hàm truyền đạt : $G(s) = \dfrac{2k(s+4)}{2s^4 + 5s^3 + 4s^2 + (2k+4)s + 8k}$

Sử dụng tiêu chuẩn Routh xác định giới hạn của k để hệ ổn định

Đa thức đặc trưng : $2s^4 + 5s^3 + 4s^2 + (2k+4)s + 8k$

Lập bảng Routh :

8k	4	2	
2k+4	5		
(16-32k)/(2k+4)	2		
(k^2+24k-6)/(4k-2)			

k>0

k<0.5

k<0.247 **suy ra 0<k<0.247**

4.Tiêu chuẩn Hurwitz :

Cho ĐTĐT A(s)=$a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n$

Điều kiện cần và đủ để hệ ổn định là hệ số a_0 và định thức HURWITZ : H (nxn) của ĐTĐT phải dương

Algorithm :

- +lập ma trận H
- +Tính định thức D_i=det(H_i)

$$\begin{array}{ccccc} a_1 & a_3 & & & \\ a_0 & a_2 & a_4 & & \\ & a_1 & a_3 & a_5 & \\ & & a_2 & a_4 & a_6 \\ & & & a_3 & a_5 \end{array}$$

- Xét dấu : nếu D_i >0 thì hệ ổn định
- Nếu có ít nhất một D <0 thì hệ không ổn định

Ứng dụng : xét hệ có ổn định hay không , tìm ảnh hưởng của tham số đối với tính ổn định của hệ và thông thường chỉ áp dụng với hệ bậc 3

Ví dụ : 2.54 trang 128 : cho đa thức đặc tính : $A(s) = 0.5 + s + 2s^2 + 3s^3$. Sử dụng tiêu chuẩn Hurwitz xét hệ có ổn định hay không.

- Lập định thức H : $H = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow H_1 = 1; H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0.5 & 2 \end{bmatrix}; H_3 = H$.
- Tính định thức ta có $D_1 = 1; D_2 = 0.5; D_3 = 1.5;$

- Kết luận là hệ ổn định

Ví dụ 2.56 : cho hệ $G(s) = \dfrac{1}{3+2s+(k+2)s^2+ks^3}$ sử dụng tiêu chuẩn Hurwith xác định k để hệ ổn định

Xác định đa thức đặc tính : $3+2s+(k+2)s^2+ks^3$

Lập ma trận : $\begin{matrix} 2 & k & 0 \\ 3 & k+2 & 0 \\ 0 & 2 & k \end{matrix}$

Det(H2)=4-k>0 suy ra k<4
Det(h3)=k(4-k)
Kết luận 0<k<4

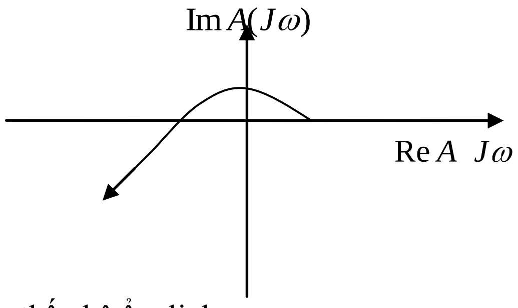
5.Tiêu chuẩn hình học : tiêu chuẩn Michailov

Tiêu chuẩn này dựa vào đa thức đặc tính A(s) $= a_n(s-s_1)(s-s_2)...(s-s_n)$ với s_k là nghiệm của đa thức đặc tính . Thay $s = j\omega$ vào biểu thức ta được $A(j\omega) = a_n(j\omega - s_1)(j\omega - s_2)...(j\omega - s_n) = p(\omega) + jQ(\omega)$

Tiêu chuẩn phát biểu như sau : Hệ sẽ ổn định nếu đường cong $A(j\omega)$ bao quanh gốc toạ độ một góc $\dfrac{n\pi}{2}$ khi tần số thay đổi từ 0 đên vô cùng

Ví dụ 2.58 trang 132 : cho đa thức đặc tính $A(s) = 2+3s+3s^2+s^3$. Sử dụng tiêu chuấ Michailov xét hệ có ổn định hay không.

Từ đa thức ta có : $A(j\omega) = (2-3\omega^2) + J(3\omega - \omega^3)$ và đường cong Michailov được vẽ như sau :



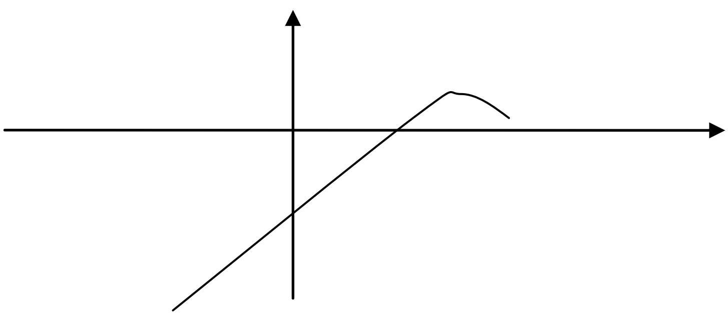
Nhìn vào đường cong ta thấy hệ ổn định.

+Bài tập 30 trang 225 $A(s) = s^5 + s^4 + 20s^3 + 10s^2 + 64s + 9$

Thay $s = j\omega$ **ta có :** $A(j\omega) = (\omega^4 - 10\omega^2 + 9) + j(64\omega - 20\omega^3 + \omega^5)$

$A(s) = s^3 + s^2 + s + 6$

$A(j\omega) = (6-\omega^2) + j\omega(1-\omega^2)$



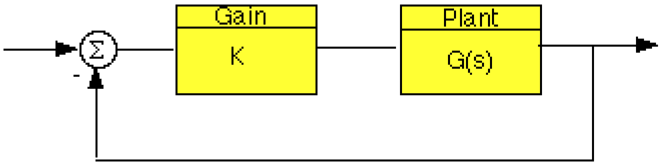
<u>2.3.3 Phân tích chất lượng hệ thống kín từ hàm truyền đạt hệ hở</u>

1.Khái niệm

- Hàm truyền đạt hệ hở : là hàm truyền đạt của hệ điều khiển hở

- Hàm truyền đạt kín : là hàm truyền đạt của hệ điều khiển phản hồi thực, điều khiển phản hồi có điều khiển và điều khiển thực

2.Phân tích chất lượng hệ kín từ đường cong nyquist của hệ hở
A.Phân tích độ ổn định
Xét hệ thống phản hồi âm :



Trong đó K là hệ số khuyếch đại bộ điều khiển (có thể thay đổi được) và G(s) là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển.

Tiêu chuẩn Nyquist phát biểu như sau :

1)Nếu Hệ hở ổn định, hệ kín ổn định khi đường cong Nyquist không bao điểm (-1 j0)

2)Nếu hệ hở có N nghiệm có phần thực dương (không ổn định), hệ kín ổn định khi đường cong Nyquist bao điểm (-1j0) N/2 vòng kín

Ta có thể sử dụng đường cong Nyquist để tìm phạm vi thay đổi hệ số khuyếch đại mà hệ kín vẫn ổn định.

Trường hợp hệ hở ổn định ta xét hệ kín có hồi tiếp âm sẽ ổn định khi và chỉ khi ĐTTSBP của hệ hở không đi qua và không bao điểm -1 +0j khi tần số thay đổi từ 0 đến VC. Từ đây ta có quy tắc bàn tay trái :

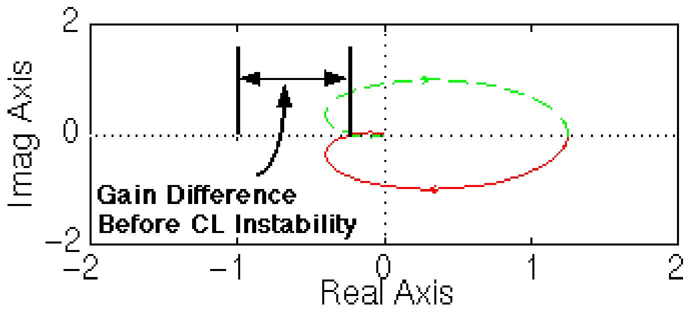
- Khi hệ hở ổn định, hệ kín ổn định khi và chỉ khi điểm -1 +0j luôn nằm bên trái ĐTTSBP của hệ hở theo chiều tăng của tần số từ 0 đến VC

B.Xác định độ dự trữ biên độ (Gain Margin)

Độ dự trữ biên độ (gain margin) được định nghĩa là sự thay đổi hệ số khuyếch đại hệ hở đến giá trị tới hạn làm hệ thống kín không ổn định. Hệ thống có độ dữ trữ lớn thì khả năng thay đổi các tham số càng lớn trước khi hệ mất ổn. Điều đó có nghĩa biên độ khuyếch đại đồng nhất với khuyếch đại tại tần số bằng không trong db.

Độ dự trữ pha (phase margin) được định nghĩa như sự thay đổi pha của hệ hở đến lúc hệ kín mất ổn định. Độ dự trữ pha cũng đo được thời gian trễ của hệ thống (time delay). Nếu thời gian trễ của hệ thống lớn hơn 180Wpc (Wpc là tần số mà pha đạt 180 độ) thì hệ kín sẽ không ổn định. Nếu thời gian trễ nhanh hơn pha thì hệ số khuyếch đại không bị ảnh hưởng. Còn thời gian trễ có giá trị bằng 1 thì pha bằng W*Td (rad/s)

Chúng ta xác định được độ dự trữ biên độ từ hệ hở từ việc xác định điểm mà pha =180 độ, thời điểm hệ thống mất ổn định.



Gọi a là khoảng cách từ điểm mà pha bằng 180 độ đến -1 thì

$G(jw_{gm}) = -1/a \Rightarrow a*G(jw) = -1$ từ đó ta có

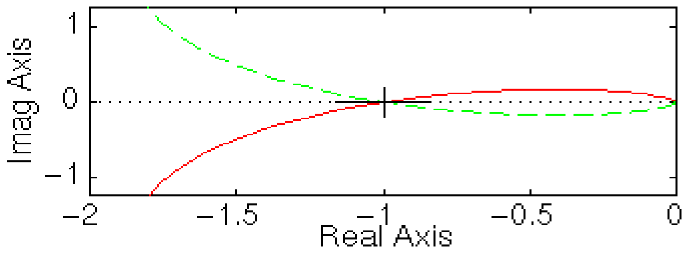
Độ dự trữ biên độ GM = 20*log10(a) [dB]

Ta sẽ tìm được độ dự trữ ổn định biên độ từ hệ hở nếu ta xác định chính xác thời điểm hệ thống đảo pha, để xác định khoảng cách a.

- 1)Xác định tần số w, tại đó hệ thống đảo pha (phần ảo bằng không) : Wo
- 2)Sử dụng lệnh polyval(tf,Wo) ước lượng giá trị đa thức tại Wo đó chính là giá trị 1/a. a chính là hệ số khuyếch đại mà hệ thống sẽ ở biên giới ổn định.
- 3)Xác định độ dự trữ biên độ theo công thức GM = 20*log10(a) [dB]

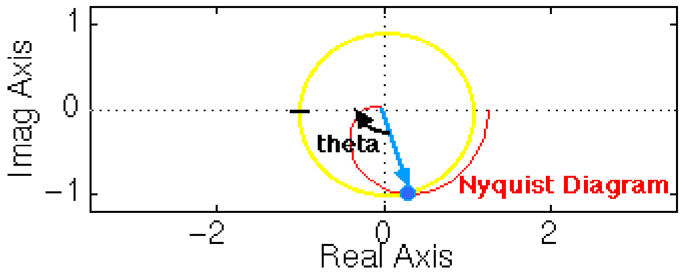
Ví dụ ta tính a =4.6, sử dụng Matlab ta thấy đường Nyquist của hệ hở đi qua -1

```
a = 4.6
nyquist(a*50,[1 9 30 40])
```



C. Phase Margin

Độ dự trữ pha được xác định tại tần số mà đường tròn đơn vị cắt đường cong nyquist như hình vẽ



D.Kết luận

- Từ đường cong Nyquist ta có thể biết được hệ là hệ có khâu khuyếch đại nếu tại tần số =0, đường cong xuất phát từ một điểm trên trục thực đó chính là hệ số khuyếch đại, hệ có bậc vô sai tĩnh bằng 0
- Nếu đường cong xuất phat tại gốc toạ độ với tần số bằng 0 thì hệ có bậc vô sai tĩnh <0 và là hệ có khâu vi phân
- Nếu đường cong xuất phát từ VC tại tần số =0 thì hệ có bậc vô sai tĩnh >0 và là khâu tích phân.
- Tại một điểm bất kỳ trên đường cong cho ta biết rằng tín hiệu ra có biên độ và góc lệch pha như thế nào với tín hiệu vào ứng với tần số tại điểm đó.(hệ hở)
- Nếu ta dựng đường tròn đơn vị, ta sẽ biết được hệ kín có ổn định hay không, độ dự trữ ổn định về biên độ cũng như về pha.
- Nếu đường cong cắt đường tròn đơn vị tại C một điểm duy nhất thì hệ kín ổn định khi góc cắt nhỏ hơn pi
- Độ dự trữ ổn định về biên độ : nếu đường cong cắt trục hoành tại B thì độ dự trữ ổn định biên độ được tính là 1/OB

- Độ dự trữ ổn định pha : nếu đưng cong cắt đường tròn đơn vị tại C thì được tính là góc ReOC
- Lệnh **Nyquist dùng để xây dựng đặc tính tần số biên pha**

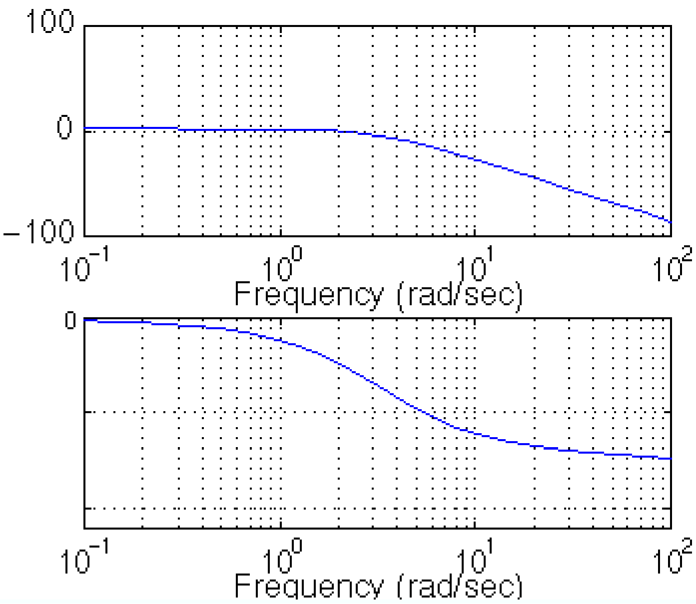
3.Phân tích chất lượng hệ kín từ đồ thị bode hệ hở

Đồ thị Bode thể hiện biên độ và pha của hàm G(j*w) (trong đó véc tơ w chỉ nhận giá trị dương). Để vẽ đồ thị ta dùng lệnh bode , ví dụ : cho hàm

50
----
s^3 + 9 s^2 + 30 s + 40

bode(50,[1 9 30 40])

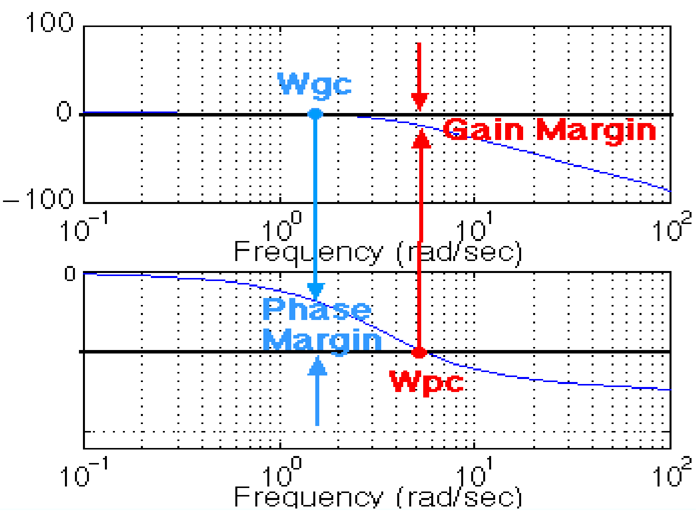
Ta được



Chú ý trục tần số theo tỷ lệ xích lg, trục pha là độ và trục biên độ là decibel (db). Decibel được định nghĩa là 20*log10 (|G(j*w|)

Độ dự trữ pha là sự sai khác pha giữa đường cong pha và đường -180 độ tại tần số Wgc (Wgc là tần số mà tại đó hệ số khuyếch đại băng 0db) và yêu cầu đường cong biên độ phải vượt qua tần số Wgc.

Tương tự như vậy, độ dự trữ biên độ là sự sai khác giữa đường cong biên độ và đường 0db tại tần số Wpc (Wpc là tần số mà pha bằng -180 độ) và đường cong pha phải vượt qua tần số Wpc như hình vẽ :



Nguyên tắc kiểm tra ổn định của hệ theo đường cong bode như sau :

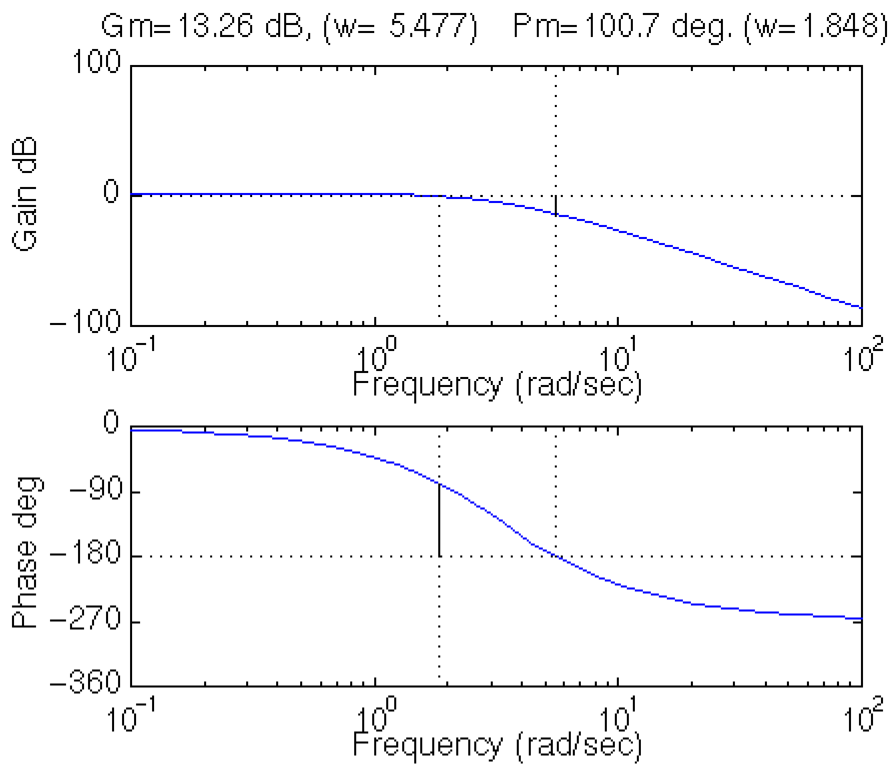
- Xây dựng đặc tính $L(\omega)$ và $\varphi(\omega)$
- Nếu ĐTBĐ nằm trên trục hoành thì hệ có biên độ >1
- Điểm cắt của ĐTTSBP với đường tròn đơn vị là giao của ĐTBĐ với trục hoành
- Góc tại tần số cắt là tung độ của $\varphi(\omega)$ tại tần số cắt
- Hệ kín sẽ ổn định nếu góc của tần số cắt nằm trên đường –pi

Sử dụng các lệnh Matlab bode và margin và ta biết chất lượng của hệ thống như sau :

- Dự trữ biên độ(Gm) : giá trị đảo của biên độ tại tần số GMF
- Tần số GMF (Wcg) : là tần số tại đó đồ thị pha cắt đường –pi
- Dự trữ pha (Pm) : là góc từ vị trí tần số PMF tới –pi
- Tần số PMF(Wcp) : là tần số mà đường biên độ cắt đường 0db
- Ngoài ra ta còn có thể biết được chỉ tiêu chất lượng hệ kín :
- Cộng hưởng đỉnh Mp : giá trị lớn nhất của ĐTTS (1.1-1.5) và tần số cộng hưởng
- Giải thông : là tần số mà biên độ giảm 3db so với biên độ tần số bằng 0

Chúng ta có thể xác định trực tiếp độ dự trữ về biên độ và pha bằng lệnh Matlab sau :

```
margin(50,[1 9 30 40])
```

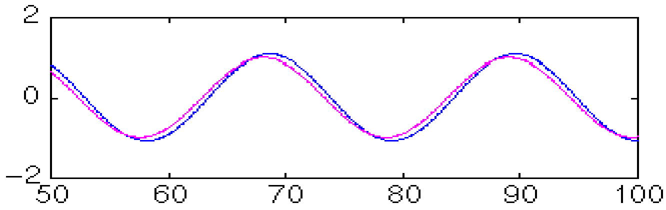


2. Giải thông (bandwidth frequency)

Giải thông được định nghĩa là tần số mà tại đó biên độ đáp ứng ra của hệ kín bằng -3 db. Bởi vậy khi chúng ta thiết kế bằng đáp ứng tần số, ta có thể dự đoán được hành vi hệ kín thông qua đáp ứng của hệ hở. Để minh họa sự quan trọng của Wbw (bandwidth frequency), chúng ta xem tín hiệu ra thay đổi như thế nào với các tần số vào khác nhau.

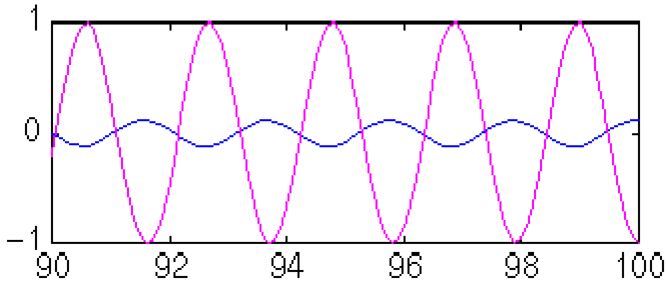
```
w= 0.3;
num = 1;
den = [1 0.5 1 ];
t=0:0.1:100;
u = sin(w*t);
[y,x] = lsim(num,den,u,t);
```

```
plot(t,y,t,u)
axis([50,100,-2,2])
```



Tín hiệu ra (màu xanh) bám rất tốt tín hiệu vào (màu tím). Bởi vậy, nếu tín hiệu vào có tần số lớn giải thông, thì tín hiệu ra bị suy giảm và méo :

```
w = 3;
num = 1;
den = [1 0.5 1 ];
t=0:0.1:100;
u = sin(w*t);
[y,x] = lsim(num,den,u,t);
plot(t,y,t,u)
axis([90, 100, -1, 1])
```



Tín hiệu ra bằng 1/10 tín hiệu vào như dự đoán và pha gần như ngược

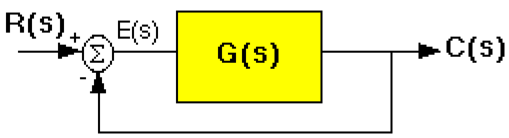
4.Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập (Steady-State Error)

Sai số ở trạng thái xác lập E_{ss} được định nghĩa là sự khác nhau giữa tín hiệu vào và ra của hệ thống ở trạng thái ổn định khi thời gian tiến ra vô cùng (tức là đáp ứng của hệ đạt trạng thái xác lập). Sai số ở trạng thái xác lập phụ thuộc vào dạng tín hiệu đầu vào (bậc thang, dốc, hay dạng khác) cũng như dạng hệ thống bậc không, bậc 1 hay bậc hai.

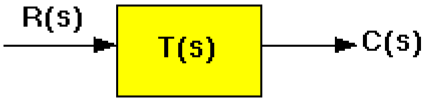
Chú ý : việc phân tích sai số ở trạng thái xác lập chỉ có tác dụng đối với hệ thống ổn định. Ta phải kiểm tra hệ thống có ổn định hay không mới phân tích sai số ở trạng thái xác lập

A.Công thức tính sai số ở trạng thái xác lập

Trước khi nói tới quan hệ giữa sai số ở trạng thái xác lập và dạng hệ thống, chúng ta bỏ qua sai số của dạng hệ thống hay tín hiệu đầu vào. Chúng ta bắt đầu từ công thức được sử dụng phân tích sai số ở trạng thái xác lập . sai số ở trạng thái xác lập có thể được tính toán từ từ hàm truyền đạt của hệ hở hoặc kín với phản hồi bằng 1, như sơ đồ sau :



Hệ thống có thể biến đổi tương đương



Chúng ta có thể tính toán sai số ở trạng thái xác lập nhờ sử dụng định lý giá trị cuối (định lý chỉ ứng dụng cho mẫu số không có cực ở bên phải mặt phẳng phức). :

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$
$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sR(s)\left[1 - T(s)\right]$$

B.Sai số xác lập phụ thuộc dạng tín hiệu vào

Với các dạng tín hiệu đầu vào khác nhau ta có công thức tính :

- Step Input R(t)=1(t) (R(s) = 1/s):

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} G(s)} = \frac{1}{1 + K_p} \Rightarrow K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$$

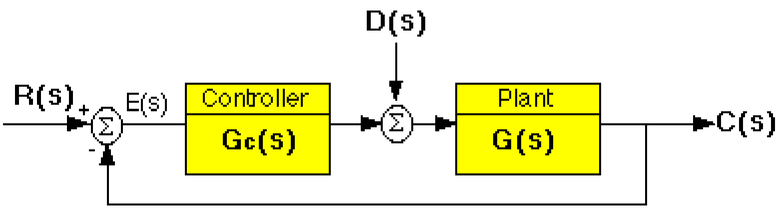
- Ramp Input R(t)=t ; (R(s) = 1/s^2):

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \to 0} sG(s)} = \frac{1}{K_v} \Rightarrow K_v = \lim_{s \to 0} sG(s)$$

- Parabolic Input R(t)=t^2/2 (R(s) = 1/s^3):

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)} = \frac{1}{K_a} \Rightarrow K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s)$$

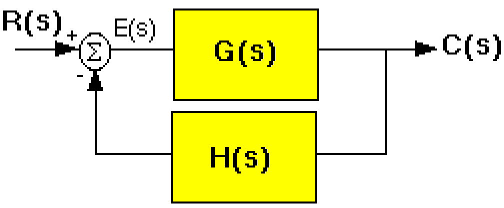
Khi thiết kế bộ điều khiển, chúng ta thường muốn bù (compensate) đối với nhiễu hệ thống. Sơ đồ hệ thống có nhiễu :



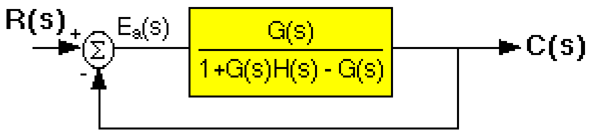
Ta có thể xác định sai số ở trạng thái xác lập đối với nhiễu bước nhẩy :

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \to 0} \frac{1}{G(s)} + \lim_{s \to 0} G_c(s)}$$

Với hệ thống có phản hồi :

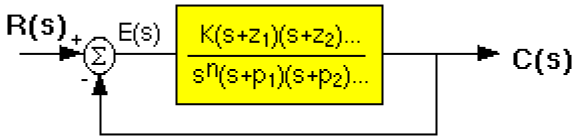


Chuyển đổi một chút ta có



C.Dạng hệ thống và sai số ở trạng thái xác lập

Nếu ta tham khảo công thức tính sai số ở trạng thái xác lập của hệ phản hồi bằng 1, ta sẽ xác định được hệ số sai số. Hệ số này là Kp, sai số vị trí, Kv sai số tốc độ và Ka là sai số gia tốc. Biết giá trị của các hệ số, ta biết được dạng hệ thống và dự đoán hệ thống có tiến tới sai số ở trạng thái xác lập hay không. Ta có hệ thống như hình vẽ



Sai số ở trạng thái xác lập theo dạng hệ thống và tín hiệu vào được tính như bảng :

Type 0 systems	*Step Input*	*Ramp Input*	*Parabolic Input*
Steady State Error Formula	1/(1+Kp)	1/Kv	1/Ka
Static Error Constant	Kp = constant	Kv = 0	Ka = 0
Error	1/(1+Kp)	infinity	infinity

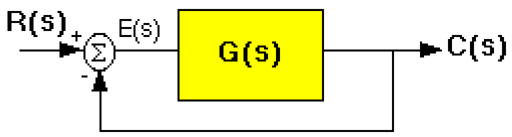
Type 1 systems	*Step Input*	*Ramp Input*	*Parabolic Input*
Steady State Error Formula	1/(1+Kp)	1/Kv	1/Ka
Static Error Constant	Kp = infinity	Kv = constant	Ka = 0
Error	0	1/Kv	infinity

Type 2 systems	*Step Input*	*Ramp Input*	*Parabolic Input*
Steady State Error Formula	1/(1+Kp)	1/Kv	1/Ka
Static Error Constant	Kp = infinity	Kv = infinity	Ka = constant
Error	0	0	1/Ka

D.Sử dụng Matlab tính sai số ở trạng thái xác lập

1)Type 0 systems

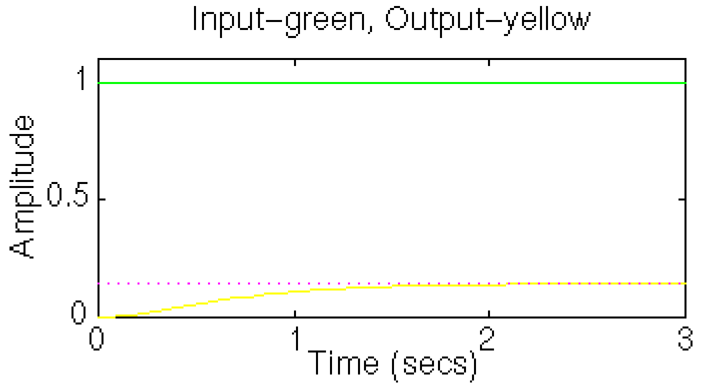
Chúng ta có hệ thống :



Trong đó G(s): $\frac{1}{(s + 2)(s + 3)}$

Step Input

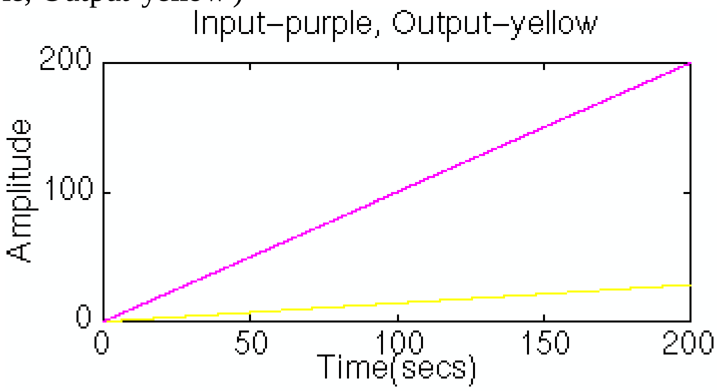
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
step(clnum,clden)
axis([0,3,0,1.1])
```



Sai số ở trạng thái xác lập là không đổi

Ramp Input

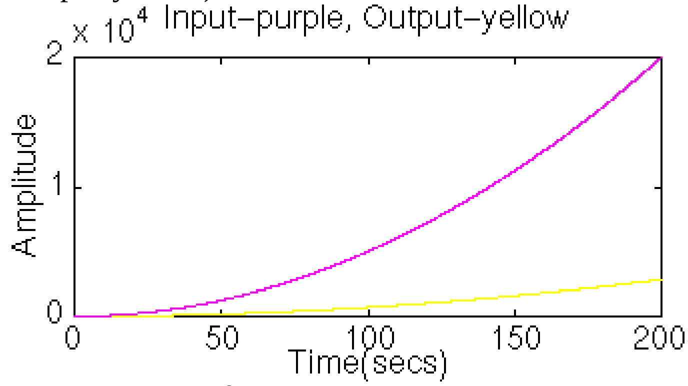
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:200;
u = t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Theo thời gian sai số ở trạng thái xác lập tiến ra vô cùng.

Parabolic Input

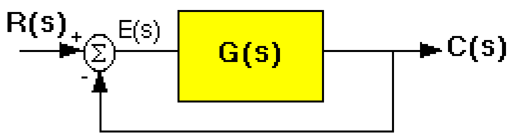
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:200;
u = 0.5*t.*t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Theo thời gian sai số ở trạng thái xác lập tiến ra vô cùng.

2)Type 1 Systems Examples

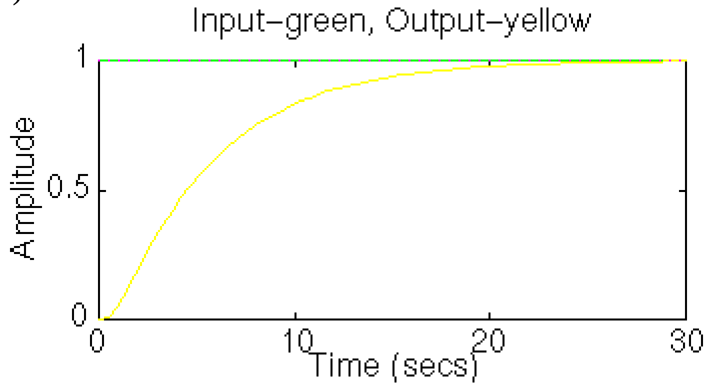
Ta có hệ thống :



Trong đó G(s) is: $\dfrac{1}{s\ (s+2)(s+3)}$

Step Input

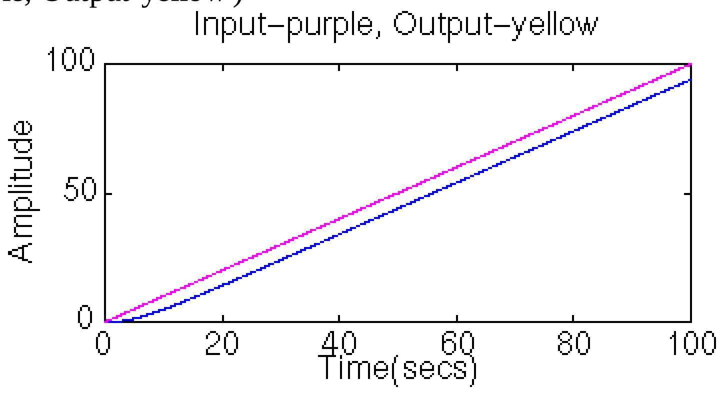
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
step(clnum,clden)
```



Sai số ở trạng thái xác lập tiến tới zê rô.

Ramp Input

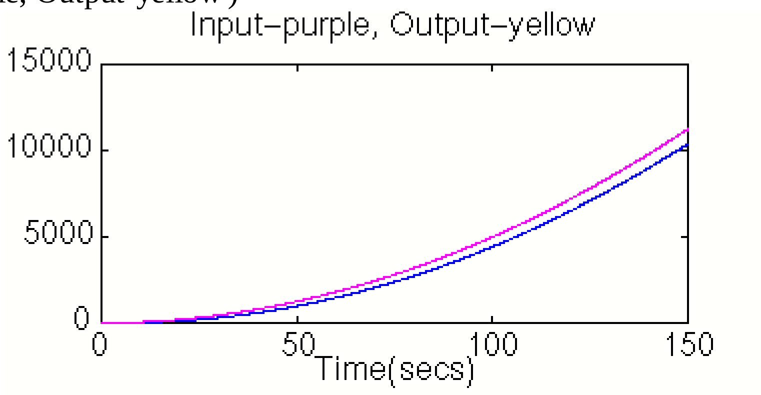
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:100;
u = t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Sai số ở trạng thái xác lập không đổi.

Parabolic Input

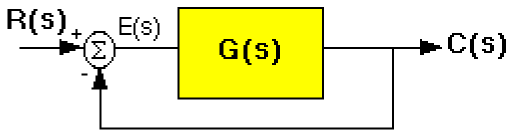
```
num = 1;
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:150;
u = 0.5*t.*t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Theo thời gian sai số ở trạng thái xác lập tiến ra vô cùng.

3)Type 2 Systems

Ta có hệ thống



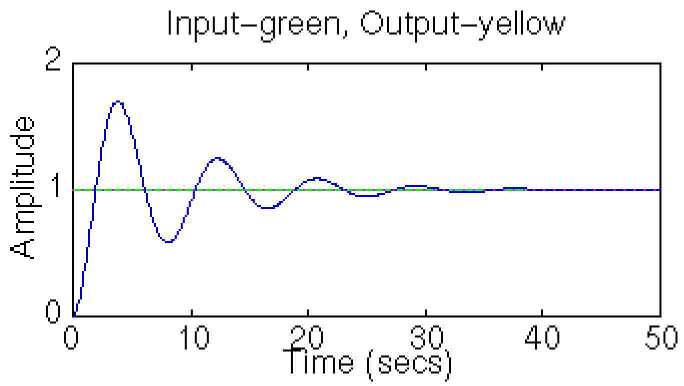
Trong đó G(s) is:

$$\frac{(s + 1)(s + 3)}{s^2 (s + 2)(s + 3)}$$

chú ý : hệ thống có tử số khác nhau để ta có một hệ thống ổn định. Chứ không quyết định tới bậc của hệ thống

Step Input

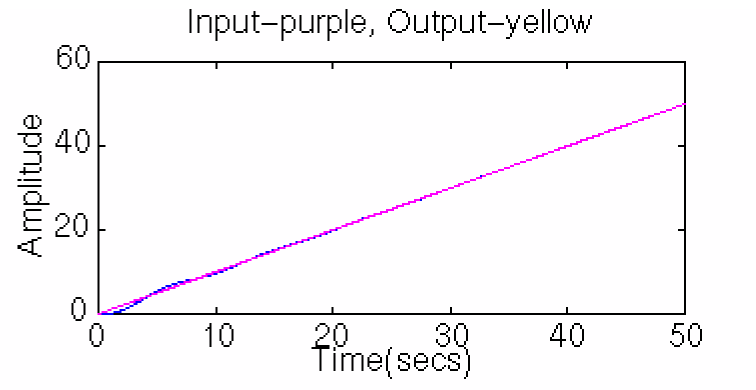
```
num = conv([1 1],[1 3]);
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
step(clnum,clden)
```



Sai số ở trạng thái xác lập bằng không.

Ramp Input

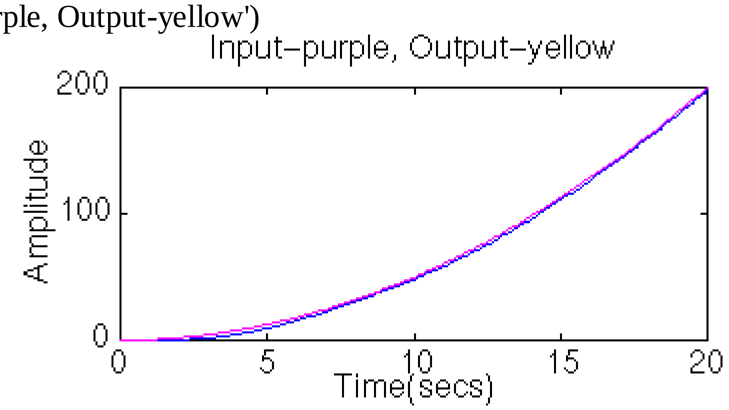
```
num = conv([1 1],[1 3]);
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:50;
u = t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Sai số ở trạng thái xác lập bằng không.

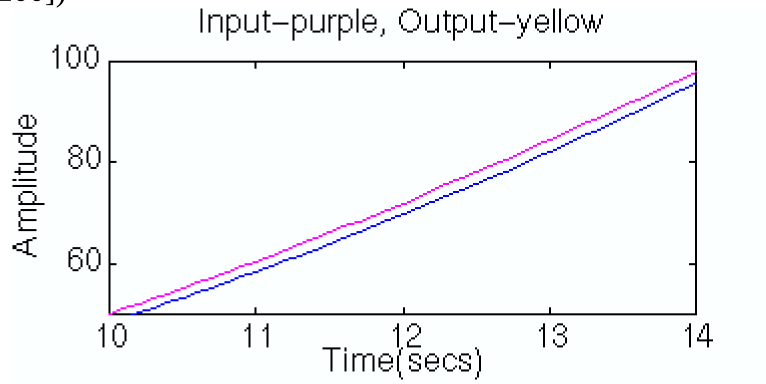
Parabolic Input

```
num = conv([1 1],[1 3]);
den = conv([1 2],[1 3]);
den = conv(den,[1 0]);
den = conv(den,[1 0]);
[clnum,clden] = cloop(num,den);
t = 0:0.1:20;
u = 0.5*t.*t;
[y,x] = lsim(clnum,clden,u,t);
plot(t,y,t,u)
xlabel('Time(secs)')
ylabel('Amplitude')
title('Input-purple, Output-yellow')
```



Sai số ở trạng thái xác lập không đổi, để nhìn rõ, ta thay đổi tỷ lệ xích ta có :

```
axis([10,14,50,100])
```



Nếu ta biến đổi HTĐ về dạng : G(s)=$\dfrac{k}{s^r}\dfrac{b_0 s^m + \ldots + b_{m-1}s + b_n}{a_0 s^n + \ldots + a_{n-1}s + a_n}$ thì k là hệ số khuyếch đại , r là thành phần tích phân gọi là bậc vô sai tĩnh của hệ. Sai lệch tĩnh của hệ phụ thuộc vào dạng tín hiệu vào và bậc vô sai như sau : kp,kv,ka các hệ số khuyếch đại ứng với các tín hiệu 1(t), t và $t^2/2$ thì ta có bảng tổng kết sai số ở trạng thái xác lập phụ thuộc vào dạng tín hiệu vào và dạng hệ thống như sau :

	r=0	r=1	r=2
x(t)=1(t)	1/(1+kp)	0	0
X(t)=t	VC	1/kv	0
$X(t)=t^2/2$	Vc	Vc	1/ka

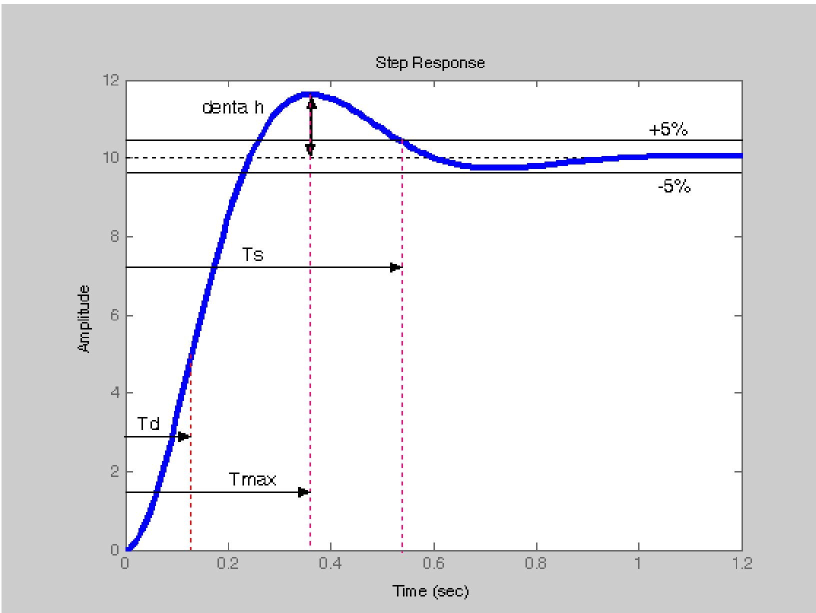
5.Đánh giá chất lượng hệ ở quá trình quá độ

Quá trình quá độ là giai đoạn hệ thống đang chuyển đổi từ trạng thái cũ xang một trạng thái mới mong muốn.

Chế độ xác lập là chế độ mà hệ thống đã đạt được trạng thái mới mong muốn.

Thông số (chỉ tiêu) của quá trình quá độ được thể hiện rõ nét qua hai đặc tính **: hàm quá độ h(t) và hàm trọng lượng g(t).** Dựa vào hai đặc tính này ta tìm các chỉ tiêu chất lượng như :

- -Thời gian giữ chậm T_d : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống bị kích thích đến thời điểm hệ thống đạt 50% giá trị trạng thái mới mong muốn
- -Thời gian tăng T_r : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống đạt 10% đến thời điểm hệ thống đạt 90% giá trị trạng thái mới mong muốn.
- -Độ quá điều chỉnh denta $\delta\% = \frac{h_{max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} 100\%$
- -Thời gian quá độ T_s : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống nằm trong khoảng $\pm 5\%$ giá trị xác lập
- -Và hệ thống khi bị xung nó trở về trạng thái đầu hay không.



Như vậy ta phải vẽ được hai đặc tính trên để tính các tham số. Sử dụng các lệnh trong Matlab : step, impulse

Việc xác định thông số của quá trình quá độ chủ yếu ta phải dựa vào **hàm h(t).** Trong một vài trường hợp ta có thể xác định được như sau :

- 1)Đối với hệ dao động bậc 2 có dạng : $G(s) = \frac{k}{1 + 2TDs + (Ts)^2}; 0 < D < 1$ ta có thể xác định được

- $$\begin{cases} T_s \approx T\dfrac{\ln 20}{D} \approx \dfrac{3T}{D} \\ \Delta h = ke^{\left(\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right)} \\ T_{\max} = \dfrac{\pi T}{\sqrt{1-D^2}} \end{cases}$$
- 2)Đối với hệ kín có hàm hệ hở dạng :
  - $$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{k}{T_1 s(1+T_2 s)}; T_1, T_2 > 0$$

  $va..T_1 < 4T_2$
- Thì hệ kín trên là hệ dao động bậc hai và các thông số xác định như sau :
  - $$\begin{cases} \Delta h = ke^{\left(-\pi\sqrt{\frac{T_1}{4T_2 - T_1}}\right)} \\ T_s \approx T\dfrac{\ln 20}{D} \approx \dfrac{3T}{D} \approx 6T_2 \end{cases}$$
- 3)Đối với hệ kín có hàm hệ hở dạng :
  - $$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{T_1 s}{(Ts)^2(1+T_2 s)}; T_1 < T_2$$

Ở biểu đồ Bode của hệ hở ta có tần số cắt (tại tần số này độ khuyếch đại là 0db) $T_c^{-1} = \omega_c$. Do quá trình quá độ chỉ xuất hiện ở vùng tần số cao nên ta có thể xấp xỉ mô hình về dạng :

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{k}{T_c s(1+T_2 s)}; T_2 < T_c < 4T_2$$

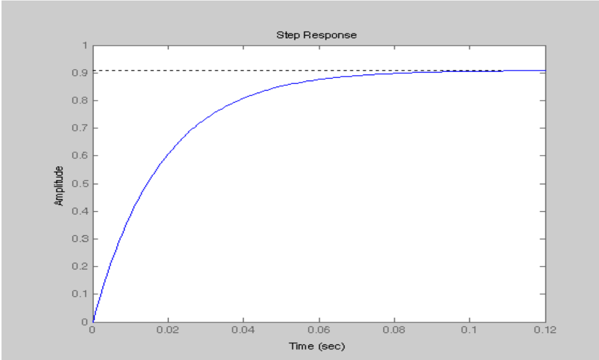
Tham số quá trình quá độ được xác định như sau :

$$\begin{cases} \Delta h = ke^{\left(-\pi\sqrt{\frac{T_1}{4T_2 - T_c}}\right)} \\ T_s \approx T\dfrac{\ln 20}{D} \approx \dfrac{3T}{D} \approx 6T_2 \end{cases}$$

Ví dụ 1 : cho hệ kín có hàm hệ hở : $G_h(s) = \dfrac{10}{0.2s+1}$

Sử dụng lệnh Matlab ta có :

```
sys=10/((0.1*s)^2+2*0.1*0.5*s+1)
Transfer function:
        10
--------------------
0.01 s^2 + 0.1 s + 1
>> step(sys)
>> step(sys)
>> sys=(10/(0.2*s+1))/(1+10/(0.2*s+1))
Transfer function:
      2 s + 10
---------------------
0.04 s^2 + 2.4 s + 11
>> step(sys)
```



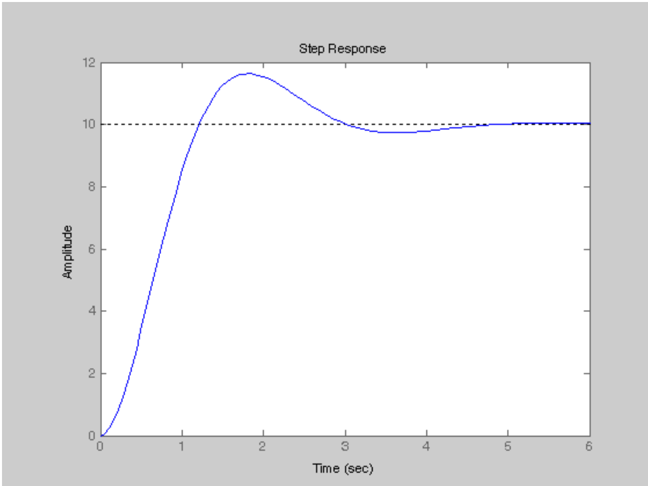
Nhìn vào đáp ứng ta thấy Td=0.01s; Ts=0.05s và không có quá điều chỉnh

Ví dụ 2 : Transfer function:

10

0.25 s^2 + 0.5 s + 1

step(sys)



Thông số của quá trình quá độ : Td=0.8s; Ts=3s và quá điều chỉnh là 15%.

6. Chỉ tiêu chất lượng hỗn hợp : sai lệch bám

Đây là chỉ tiêu phản ánh sai lệch điều khiển không những ở chế độ xác lập mà cả ở chế độ quá độ. đồng thời nó cũng phản ánh năng lượng điều khiển. sai lệch e(t)=1(t)-h(t)

1.Nếu hàm h(t) không có quá điều chỉnh thì ta dùng chỉ tiêu $j_0 = \int_0^{vc} e(t)dt \rightarrow \min$ ứng với sai lệch tĩnh và thời gian quá độ nhỏ nhất.

2.Nếu hàm h(t) có quá điều chỉnh thì ta dùng tiêu chuẩn tích phân trị tuyệt đối của sai lệch IAE $j_1 = \int_0^{vc} |e(t)| dt \rightarrow cuctieu$: J1 đạt cực tiểu khi thời gian quá độ, độ quá điều chỉnh, sai lệch tĩnh là be nhất

3.Chỉ tiêu tích phân bình phương sai lệch ISE : $j_2 = \int_0^{vc} e^2(t)dt$: tiêu chuẩn này thường dùng đối với hệ thích nghi

4.ngoài ra ta còn có các chỉ tiêu khác

-ITAE : $j_3 = \int_0^{vc} t|e(t)|dt$

-ITSE : $j_4 = \int_0^{vc} te^2(t)dt$

2.3.4 Quan hệ giữa chất lượng hệ thống với vị trí điểm cực điểm không của HTĐ

1.Một số kết luận chung

Nếu một hệ SISO được mô tả dưới dạng mô hình ZPK thì ta có thể có một số kết luận chung như sau :

- Nếu tất cả các điểm cực nằm bên trái trục ảo thì hệ ổn định
- Các điểm cực càng xa trục ảo về bên trái thì quá trình quá độ của hệ càng ngắn tức tính quán tính của hệ nhỏ
- Nếu có một điểm không nằm trên trục thực thì quá trình quá độ có dạng dao động, điểm cực càng xa trục thực thì tần số dao động càng lớn
- Nếu có một điểm cực là gốc toạ độ thì hệ chứa thành phần tích phân và do đó tín hiệu ra luôn thay đổi khi tín hiệu vào còn khác không
- Hệ có điểm không là gốc toạ độ thì hệ mang hành vi vi phân. hệ này phản ứng rất nhanh với sự thay đổi của tín hiệu vào
- Nếu G(s) là hàm hợp thức không chặt (n=m) thì h(t) không xuất phát từ gốc toạ độ
- Nếu G(s) là hàm hợp thức chặt (n>m) thì h(t) xuất phát từ gốc toạ độ
- Căn cứ vào các điểm cực, điểm không ta có thể biết được hệ có tồn tại quá điều chỉnh hay không, khâu thông tần hay hệ pha cực tiểu.

2.Phân tích bằng phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Ta thấy rằng mức độ ổn định và đặc tính quá độ của một hệ kín liên quan trực tiếp đến vị trí phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng. Khi ta thay đổi thông số của hệ thì dẫn đến vị trí nghiệm cũng thay đổi. Do vậy muốn có vị trí phân bố nghiệm thích hợp, tức muốn có mức độ ổn định và đặc tính quá độ mong muốn thì ta phải thay đổi thông số của hệ một cách thích hợp. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số giúp chúng ta điều đó.

Phương pháp quỹ đạo nghiệm số là phương pháp phân tích chất lượng hệ kín dựa trên đường biểu diễn nghiệm của hàm sai lệch phản hồi hay mẫu của hàm truyền đạt kín : $F(s) = 1 + G_h(s) = 1 + kS(s)$

Nhưng ở mục này ta chỉ qua quỹ tích nghiệm để xác định hệ kín ổn định trong khoảng nào của tham số bộ điều khiển. Còn phần thiết kế bộ điều khiển bằng phương pháp quỹ đạo nghiệm số ta nghiên cứu ở mục sau

+Ta xét một hệ có TF hệ hở như sau : G_0(s)=R(s)S(s)

với R(s)=KR'(s) : là HTĐ của bộ điều khiển với K là tham số thay đổi

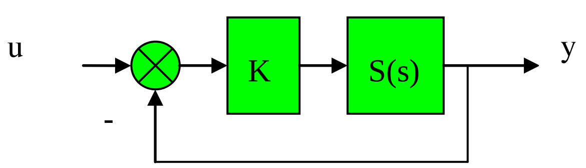
Ta có Mô hình hệ kín G(s)=R(s)S(s)/[1+ R(s)S(s)]

Và ĐTĐT (hàm sai lệch phản hồi) là F(s)= [1+ R(s)S(s)]. Tập hợp các điểm nghiệm của PTĐT là qquỹ đạo nghiệm số. **Ta có 5 quy tắc để xây dựng quỹ đạo nghiệm số như sau :**

- 1.QĐNS có dạng đối xứng qua trục thực
- 2QĐNS có n nhánh. Các nhánh này đều bắt đầu từ điểm cực(p_i) của G_0 khi K=0 sẽ có m nhánh kết thúc tại điểm không(q_i) của G_0 khi K=VC.
- 3.QĐNS có n-m nhánh kéo ra VC khi K tiến tới VC
- 4. ĐNS có n-m nhánh kéo ra VC đều có đường tiệm cận. Các dường tiệm cận đó cùng cắt trục thực tại một điểm :
- $r_0 = \frac{1}{n-m}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{i=1}^{m} q_i\right)$ và hợp với trục thực một góc $\gamma_l = \frac{2l+1`}{n-m}\Pi$
- 5.Giao điểm của QĐNS với trục ảo là nghiệm của tổng các phần thực =0 và tổng các phần ảo bằng 0 từ đây ta xác định được giới hạn của tham số K

Các lệnh Matlab được sử dụng lệnh rlocus, rlocfind

Ví dụ : cho hệ có sơ đồ cấu trúc như sau :



Với $S(s) = \frac{10(s+4)}{s(s^2+6s+10)(0.15s+1)}$, như vậy hàm sai lệch phản hồi là :

$$S(s) = 1 + k\frac{10(s+4)}{s(s^2+6s+10)(0.15s+1)} = 0$$. Sử dụng lệnh Matlab ta có

sys=10*(s+4)/(s*(s^2+6*s+10)*(0.15*s+1)) Transfer function:

10 s + 40

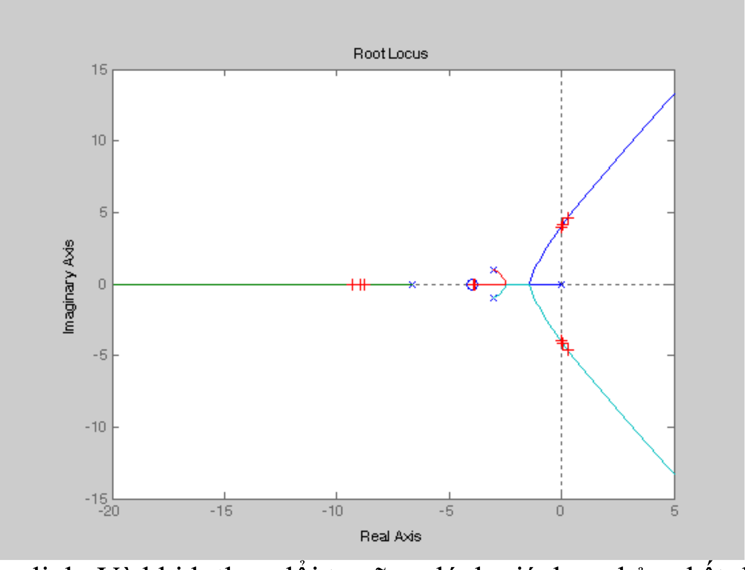
0.15 s^4 + 1.9 s^3 + 7.5 s^2 + 10 s

```
>> rlocus(sys)
>> rlocfind(sys)
```

Select a point in the graphics window

selected_point = 0.0533 + 4.1460i

ans : k = 2.2218



Như vậy k<2 thì hệ ổn định. Và khi k thay đổi ta cũng đánh giá được bản chất động học của hệ thay đổi như thế nào theo chiều dịch chuyển của quỹ đạo nghiệm số.

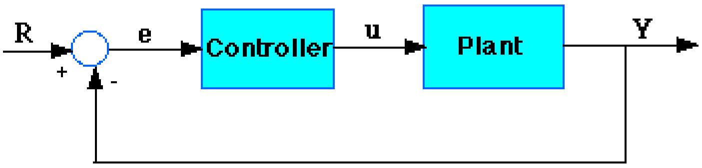
2.3.5 Phân tích tính bền vững (Sinh viên tự nghiên cứu tài liệu)

2.4 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

2.4.1 Xác định tham số cho bộ điều khiển PID

1.PID là viết tắt của Proportional-Integral-Derivative control

Phần này sẽ giới thiệu đặc tính kỹ thuật của các khâu tỷ lệ (Proportional) P, khâu tích phân (integral) I và khâu vi phân (derivative) D. Ta có sơ đồ khối hệ thống như sau :



Plant: đối tượng điều khiển

Controller: bộ điều khiển

Từ sơ đồ ta thấy biến đầu vào e là sai số điều khiển, hiệu của tín hiệu đặt R và tín hiệu ra thực tế Y. Sai số e sẽ được đưa tới bộ PID và bộ điều khiển tính toán cả tích phân và vi phân của tín hiệu sai số. Tín hiệu ra của bộ điều khiển u bao gồm Kp (hệ số khuyếch đại tỷ lệ) nhân với độ lớn sai số cộng với Ki (hệ số khuyếch đại khâu tích phân) nhân với tích phân sai số cộng vói Kd (hệ số khuyếch đại khâu vi phân) với vi phân sai số.

Tín hiệu u được gửi tới điều khiển đối tượng và nhận được tín hiệu ra mới. Tín hiệu ra mới này được phản hồi trở về để xác định sai số mới. bộ PID sử dụng tín hiệu sai số mới này để tính toán ra tín hiệu u. quá trình cứ tiếp tục**.** **N**ói một cách hình tượng là một tập thể hoàn hảo có 3 cá tính :

- -Phục tùng và thực hiện chính xác mệnh lệnh được giao (P)

- -Làm việc và có tích luỹ kinh nghiệm để thực hiện tốt nhiệm vụ (I)
- -Luôn có sáng kiến và phản ứng nhanh nhạy với sự thay đổi tình huống trong quá trình thực hiện nhiệm vụ (D)

-Hàm toán mô tả bộ điều khiển :

$$u(t) = k_p\left[e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_D\frac{de(t)}{dt}\right]$$

Trong đó u(t) là tín hiệu ra, e(t) là sai lệch điều khiển là tín hiệu vào, k_p là hệ số khuyếch đại và các hằng số thời gian tích phân và vi phân

-Nếu sai lệch e lớn thì tín hiệu ra lớn nhờ bộ P

-Nếu sai lệch e nhỏ biến đổi chậm trong thời gian dài nhờ khâu tích phân mà bộ điều khiển vẫn phát hiện ra

-Nếu tốc độ sai lệch lớn thì bộ vi phân sẽ phản ứng kịp thời chống lại sự thay đổi đó.

-Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID có thể được biểu diễn dạng sau :

$$\mathbf{R(s)=Kp(1+1/(T_is)+T_Ds)}$$

Hoặc

$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

- Kp = Proportional gain
- KI = Integral gain
- Kd = Derivative gain

Khâu tỷ lệ (proportional) có tác dụng làm giảm thời gian tăng Tr (rise time) và sai số ở trạng thái xác lập (steady state error) (không bao giờ khử được sai số). khâu tích phân (integral) khử được sai số ở trạng thái xác lập nhưng có thể làm xấu đường cong đáp ứng. Khâu vi phân (derivative) có tác dụng tăng tính ổn định của hệ thống, giảm quá điều chỉnh và cải tiến dạng đường cong đáp ứng.

-Nhiệm vụ của bài toán thiết kế là xác định các tham số của bộ PID

2.Các phương pháp xác định tham số của bộ PID :

Bao gồm các phương pháp sau :

- Phương pháp Ziegler-Nichols
- Phương pháp Chien-Hrones-Reswick
- Phương pháp tổng T của Kuhl
- Phương pháp tối ưu độ lớn và tối ưu đối xứng
- Phương pháp tối ưu theo độ lệch bám

3.Phương pháp Ziegler-Nichols

Ziegler-Nichols đưa ra hai phương pháp thực nghiệm xác định tham số bộ PID :

A.Phương pháp thứ nhất :

Đây là phương pháp xác định tham số bộ PID cho đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc nhất có trễ có hàm truyền đạt như sau : $S(s) = \frac{ke^{-Ls}}{1+Ts}$.

Để nắm bắt được phương pháp ta xét ví dụ sau :

Cho đối tượng điều khiển là một khâu quán tính bậc nhất có trễ $G(s) = \frac{10}{0.5s+1}e^{-3s}$

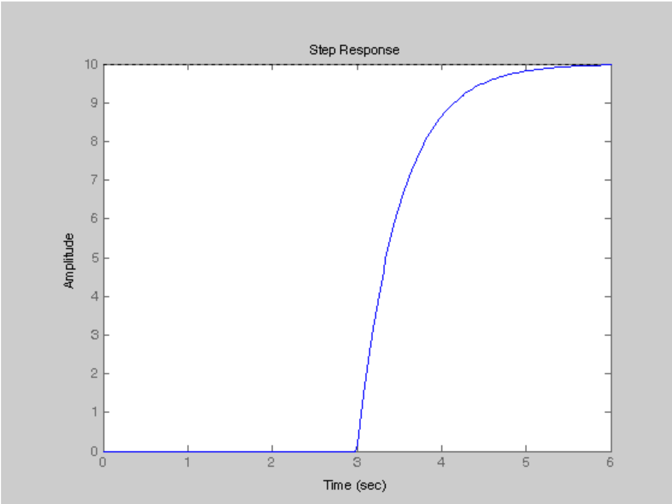
Xác định tham số bộ PID theo phương pháp trên.

Để giải quyết bài toán ta có thể xác định các thông số của đối tượng như hệ số khuyếch đại k=10, hằng số thời gian trễ 3s và hằng số thời gian quán tính 0.5s từ mô hình toán hoặc kiểm nghiệm trên đặc tính quá độ của nó.

- Sử dụng Matlab xây dựng hàm h(t) của đối tượng điều khiển :

h=tf([10],[0.5 1]) Transfer function:

```
                                   10
                               ---------
                               0.5 s + 1
>> set(h,'IOdelay',3)
>> h=tf(h)Transfer function:
                10
exp(-3*s) * ---------
            0.5 s + 1
>> step(h)
```



- Từ đó ta xác định tham số bộ điều khiển theo các giá trị trên

-Nếu $R(s) = k_p thi: k_p = \dfrac{T}{kL} \Rightarrow k_p = \dfrac{1}{10*3} = 0.03$

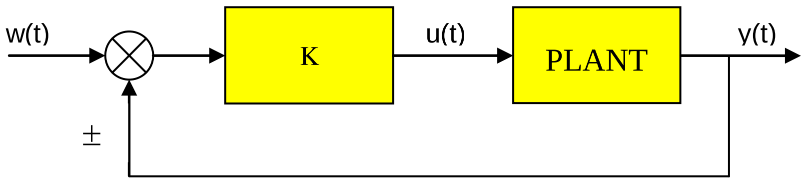
-Nếu $R(s) = k_p\left(1 + \dfrac{1}{T_I S}\right) thi: k_p = \dfrac{0.9T}{kL}; T_I = \dfrac{10}{3}L$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1 + \dfrac{1}{T_I S} + T_D s\right) thi: k_p = \dfrac{1.2T}{kL}; T_I = 2L; T_D = \dfrac{L}{2}$

<u>B.Phương pháp thứ 2 :</u>

Phương pháp này không sử dụng mô hình toán học của đối tượng. Nó có nội dung như sau :

-Thay bộ PID bằng bộ khuyếch đại như sơ đồ



-Tăng hệ số khuyếch đại tới giá trị tới hạn sao cho hệ đạt trạng thái ở biên giới ổn định

-Xác định giá trị $k_{th}; T_{th}$ từ đây ta xác định tham số bộ PID như sau :

-Nếu $R(s) = k_p; thi: k_p = \dfrac{1}{2}k_{th}$

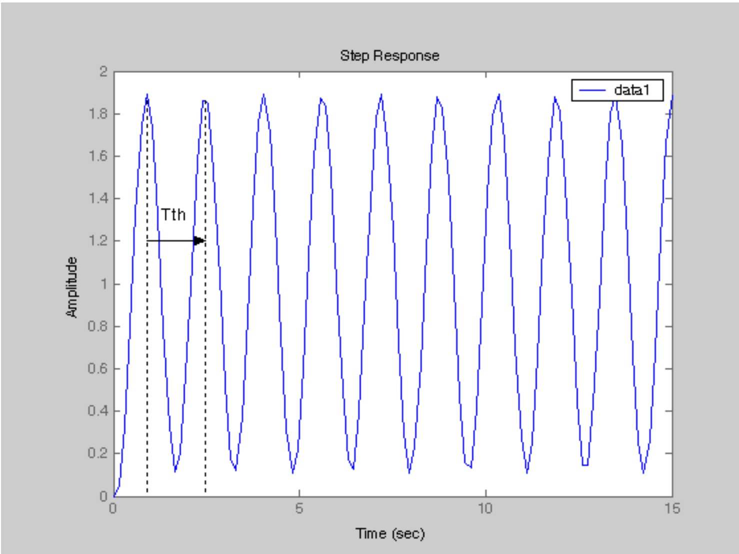
-Nếu $R(s) = k_p\left(1 + \dfrac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = 0.45k_{th}; T_I = 0.85k_{th}$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1 + \dfrac{1}{T_I S} + T_D s\right); thi: k_p = 0.6k_{th}; T_I = 0.5T_{th}; T_D = 0.12T_{th}$

Ví dụ : cho hệ có đối tượng ĐK : $S(s) = \dfrac{10(s+4)}{s(s^2+6s+10)(0.15s+1)}$

Sử dụng Matlab ta tính được $k_{th} = \dfrac{20.4}{10} = 2.04$ thì hệ ở biên giới ổn định :

```
sys=20.4*(s+4)/(s*(s^2+6*s+10)*(0.15*s+1))
Transfer function:
                         20.4 s + 81.6
              -----------------------------------
              0.15 s^4 + 1.9 s^3 + 7.5 s^2 + 10 s
>> sys1=sys/(1+sys)
Transfer function:
         3.06 s^5 + 51 s^4 + 308 s^3 + 816 s^2 + 816 s
-----------------------------------------------------------------------------------------
0.0225 s^8 + 0.57 s^7 + 5.86 s^6 + 34.56 s^5 + 145.3 s^4 + 458 s^3 + 916 s^2 + 816 s
>> step(sys1)
```



Từ đáp ứng ta xác định được Tth=1.2s

Vậy ta có thể chọn tham số bộ PID theo các công thức trên.

4.Phương pháp Chien-Hrones-Reswick

Với giả thiết đối tượng ổn định, hàm h(t) không có dao động và hình chữ S. và phương pháp này thích hợp với các đối tượng quán tính bậc cao có HTD $S(s) = \dfrac{k}{(1+sT)^n}$ và thoả mãn b/a>3. phương pháp đưa ra 4 cách xác định tham số bộ điều khiển như sau :

<u>A.Yêu cầu hệ tối ưu theo nhiễu, hệ kín không có quá điều chỉnh</u>

-Nếu $R(s) = k_p; thi: k_p = \dfrac{3b}{10ak}$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\dfrac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = \dfrac{6b}{10ak}; T_I = 4a$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\dfrac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p = \dfrac{19b}{20ak}; T_I = \dfrac{12a}{5}; T_D = \dfrac{21a}{50}$

<u>B.Yêu cầu tối ưu theo nhiễu, hệ kín có quá điều chỉnh không vượt quá 20%</u>

-Nếu $R(s) = k_p; thi: k_p = \dfrac{7b}{10ak}$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\dfrac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = \dfrac{7b}{10ak}; T_I = \dfrac{23}{10}a$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\dfrac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p = \dfrac{6b}{5ak}; T_I = 2a; T_D = \dfrac{21a}{50}$

<u>C.Yêu cầu tối ưu theo tín hiệu đặt trước, hệ kín không có quá điều chỉnh</u>

-Nếu $R(s) = k_p; thi: k_p = \frac{3b}{10ak}$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = \frac{7b}{20ak}; T_I = \frac{6}{5}b$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p = \frac{3b}{5ak}; T_I = b; T_D = a/2$

<u>D.Yêu cầu tối ưu theo tín hiệu đặt trước, hệ kín có quá điều chỉnh không vượt quá 20%</u>

-Nếu $R(s) = k_p; thi: k_p = \frac{7b}{10ak}$

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = \frac{5b}{6ak}; T_I = b$

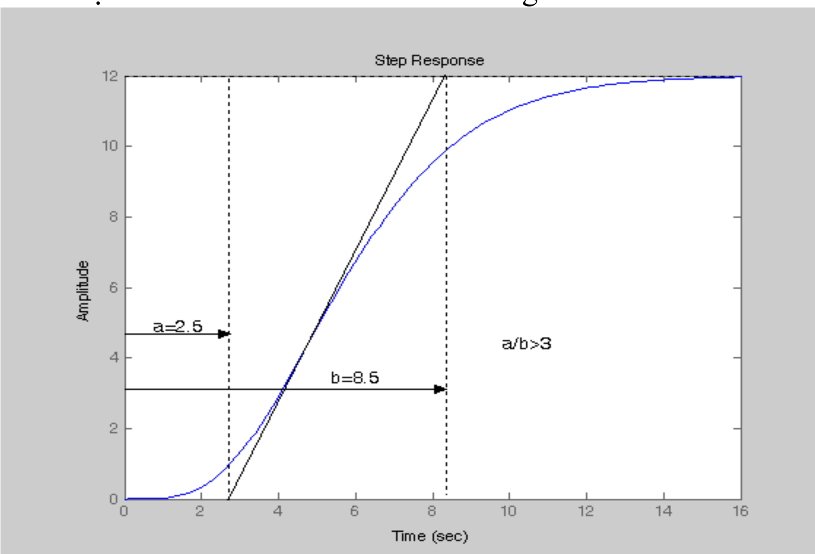
-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p = \frac{19b}{20ak}; T_I = \frac{27}{20}b; T_D = \frac{47}{100}a$

Ví dụ cho hệ có đối tượng $S(s) = \frac{12}{(0.2s+1)^5}$

Ta xác định hàm h(t) của đối tượng :
sys=12/(1.2*s+1)^5
Transfer function:

```
                              12
         ----------------------------------------------------
         2.488 s^5 + 10.37 s^4 + 17.28 s^3 + 14.4 s^2 + 6 s + 1
```

>> step(sys)
Dựa vào đáp ứng ta xác định tham số của PID theo các công thức trên.



5.Phương pháp tổng T của Kuhl

-Phương pháp này áp dụng cho các đối tượng có hàm truyền đạt dạng : $S(s) = k\frac{(1+T_1^t s)(1+T_2^t s)\dots(1+T_m^t s)}{(1+T_1^m s)(1+T_2^m s)\dots(1+T_n^m s)}e^{-sT}$, $m<n$ và để h(t) có dạng hình chữ S thì phải thoả mãn điều kiện để hệ không có dao động : $T_1^t > T_2^t > \dots T_m^t; va; T_1^m > T_2^m > \dots T_n^m$ đồng thời $T_1^t < T_1^m; T_2^t < T_2^m; \dots T_m^t < T_m^m$.

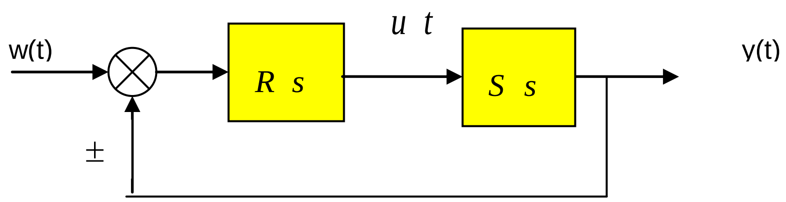
Lúc này ta có : $A = kT_{\sum} = k\left(\sum_{j=1}^{n} T_j^m - \sum_{i=1}^{m} T_i^t + T\right)$ từ đó ta có $T_{\sum} = \frac{A}{k}$ và ta xác định tham số của bộ PID theo T tổng và k như sau :

-Nếu $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}\right); thi: k_p = \frac{1}{2k}; T_I = \frac{T_{\sum}}{2}$

-Nếu $R(s)=k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p=\frac{1}{k}; T_I=\frac{2}{3}T_{\Sigma}; T_D=0.167T_{\Sigma}$

6.Phương pháp tối ưu độ lớn

Cho hệ thống như sơ đồ 2.105 trang 181 có HTĐ : $G(s)=\frac{S(s)R(s)}{1+S(s)R(s)}$.



Mong muốn đáp ứng ra của hệ thống y(t) giống như tín hiệu vào w(t) tại mọi điểm tần số hoặc ít ra trong thời gian quá độ y(t) càng bám w(t) càng tốt. Nói một cách khác nếu bộ điều khiển R(s) mang lại cho hệ thống chất lượng : $|G(j\omega)|=1; voi \forall\omega$ thì gọi là bộ điều khiển tối ưu độ lớn. Trong thực tế điều này khó thoả mãn nên chỉ cần $|G(j\omega)|\approx 1;$ trong dải tần thấp có độ rộng càng lớn cang tốt, thì R(s) được gọi là bộ điều khiển tối ưu độ lớn. điều đó có nghĩa : $L(\omega)=20\lg|G(j\omega)|\approx 0$ trong miền tần số lớn nhất. Phương pháp này chủ yếu dựa vào mô hình toán học của đối tượng điều khiển.

A.Đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc nhất :

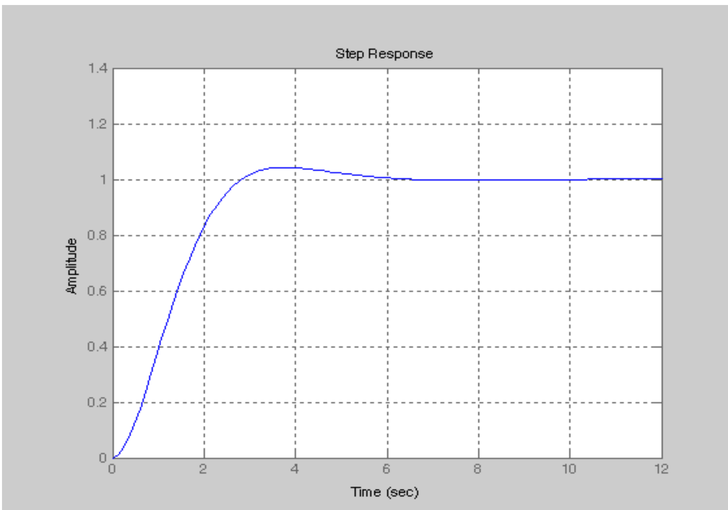
HTĐ : $S(s)=\frac{k}{Ts+1}$ có bộ điều khiển tối ưu độ lớn :

-Nếu $R(s)=k_p\left(\frac{1}{T_I S}\right); thi: \frac{T_I}{k_p}=2kT$

-Ví dụ cho S(s)=2/(1+0.6s) thì bộ điều khiển tối ưu độ lớn sẽ là

R(s)=1/(2.4s) vậy hàm truyền đạt của hệ thống sẽ là $G(s)=\frac{\frac{2}{(1+0.6s)}\cdot\frac{1}{2.4s}}{1+\frac{2}{(1+0.6s)}\cdot\frac{1}{2.4s}}$ sử dụng

Matlab ta có hàm h(t) :

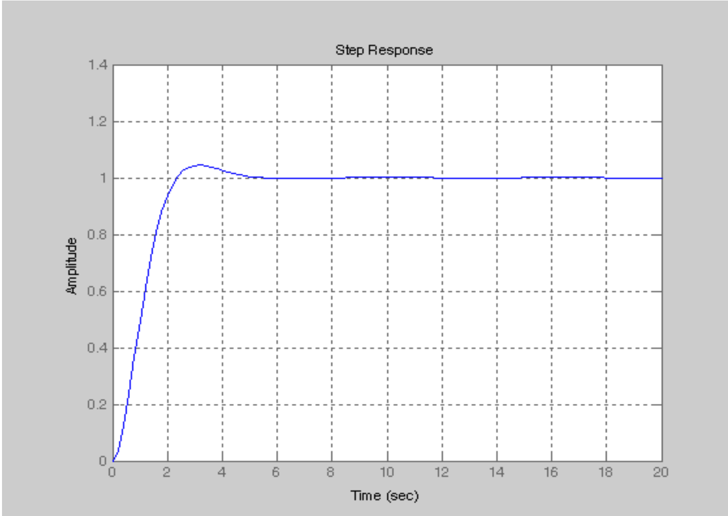


B.điều khiển đối tượng quán tính bậc 2

HTĐ : $S(s)=\frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ có bộ điều khiển tối ưu độ lớn PI :

$R(s)=k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}\right); thi: k_p=\frac{T_1}{2kT_2}; T_I=T_1$

-Ví dụ cho S(s)= 3/((1+2s)(1+0.5s)) có bộ điều khiển là R(s)=0.67(1+1/2s) sẽ có hàm h(t) :



C.điều khiển đối tượng quán tính bậc 3

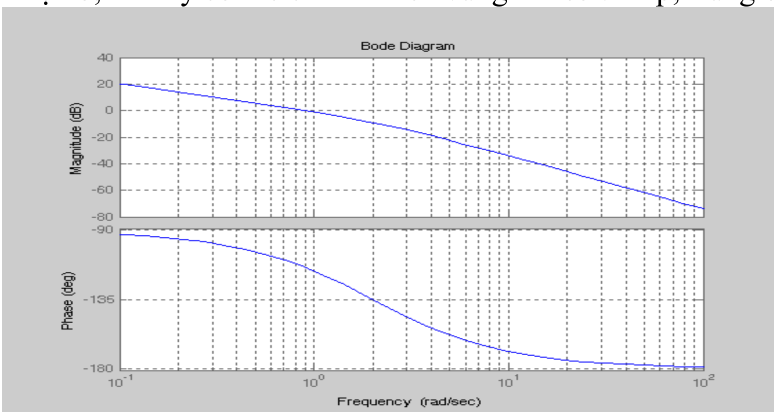
HTĐ : $S(s) = \dfrac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)(1+T_3 s)}$ có bộ điều khiển tối ưu độ lớn PID :

$$R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right); thi: k_p = \frac{T_1+T_2}{2kT_3}; T_I = T_1+T_2; T_D = \frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$$

7.Phương pháp tối ưu đối xứng

A.Ý tưởng phương pháp :

Theo đồ thị bode của hệ hở, ta thấy có thể chia làm ba vùng tần số : thấp, trung bình và cao, rất cao :



-Vùng tần số thấp đặc trưng cho chất lượng hệ thống làm việc với tín hiệu một chiều (chế độ xác lập) nên ta có thể bỏ qua

-Vùng tần số rất cao đặc trưng cho chất lượng hệ thống bị ảnh hưởng của nhiễu nên ta có thể bỏ qua

-Vùng tần số trung bình và cao là vùng có ảnh hưởng quyết định tới chất lượng động học của hệ thống. Người ta nhận thấy rằng vùng này được đặc trưng bởi tần số cắt ω_c, tần số gẫy ω_I & ω_T, độ nghiêng của đặc tính trong vùng tần số gẫy và độ lớn khoảng cách vùng tấn số gẫy. Và để có chất lượng tốt nhất thì đồ thị bode trong vùng này phải có : tần số cắt phải ở giữa hai tần số gẫy, khoảng cách đo trong hệ trục toạ độ của đồ thị bode là $a = T_I / T_1; T_I = \dfrac{1}{\omega_I}; T_1 = \dfrac{1}{\omega_1}$ phải 1<a<4 thì hệ dao động tắt dần

B.điều khiển đối tượng tích phân-quán tính bậc nhất

HTĐ : $S(s) = \dfrac{k}{s(T_1 s+1)}$ có bộ điều khiển tối ưu đối xứng là bộ PI :

$R(s) = k_p\left(1+\dfrac{1}{T_I S}\right)$ với tham số xác định như sau :

-Xác định $a = \dfrac{4\ln^2 \Delta h}{\pi^2 + \ln^2 \Delta h}$ trong đó Δh là độ quá điều chỉnh được cho trước

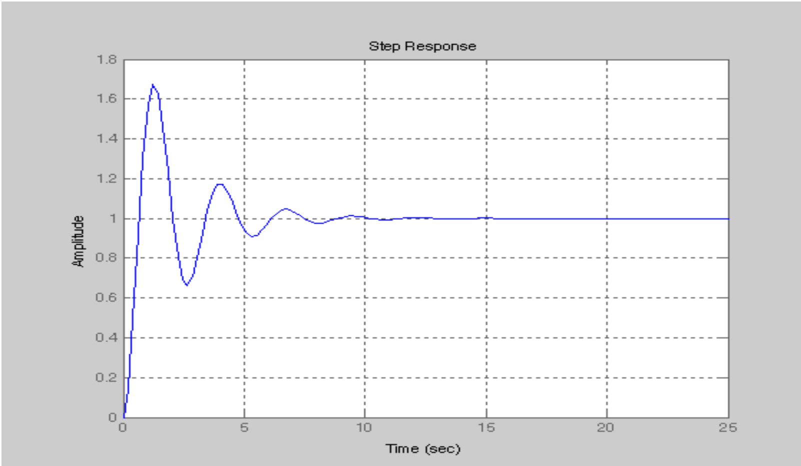
-Tính $T_I = aT_1$

-Tính $k_p = \dfrac{1}{kT_1\sqrt{a}}$

-Ví dụ : cho S(s) = 2/(s(1+0.3s)), bộ điều khiển R(s) = k_p(1+1/T_Is)

Ta chọn a=2 ta có k_p=1,18 và T_I=0.6

Ta có hàm h(t) :



C.<u>điều khiển đối tượng tích phân-quán tính bậc hai</u>

HTĐ : $S(s) = \dfrac{k}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$ có bộ điều khiển tối ưu đối xứng PID :

$$R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right) = \frac{k_p(1+T_A s)(1+T_B s)}{T_I s}; thi: T_A + T_B = T_I; T_A T_B = T_I T_D; va; T_A = T_1$$

Tham số bộ điều khiển tối ưu đối xứng :

$$T_B = aT_2; va; \tilde{k}_p = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}}; hayk_p = \tilde{k}_p\frac{T_I}{T_B} = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}}\frac{T_I}{T_B} = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}}\frac{T_1 + aT_2}{aT_2}$$

<u>2.4.2 Phương pháp điều khiển cân bằng mô hình</u>

1.Thiết kế bộ điêu khiển cân bằng hàm truyền đạt hệ hở

-Cho biết trước hàm S(s) biết được đồ thị bode

-Từ chất lượng hệ thống theo yêu cầu ta biết được đồ thị bode mong muốn

-Từ hai đồ thị này ta xác định được đồ thị của R(s) bằng cách trừ hai đồ thị trên cho nhau $L_R(\omega) = L_G(\omega) - L_S(\omega)$

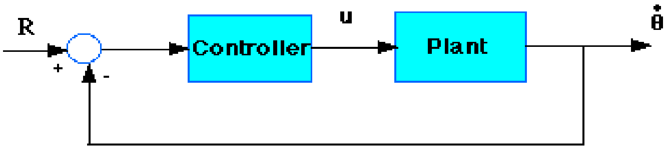
2.Thiết kế bộ điêu khiển cân bằng HTĐ hệ kín : tự đọc trang 200

<u>2.4.3 Sử dụng Matlab xác định tham số bộ PID</u>

Cho đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt dạng :

$$\frac{\theta}{V} = \frac{K}{s((Js + b)(Ls + R) + K^2)}$$

Ta có sơ đồ cấu trúc hệ thống như sau



Tham số của đối tượng điều khiển :

```
J=3.2284E-6;
b=3.5077E-6;
K=0.0274;
R=4;
L=2.75E-6;
```

Với yêu cầu chất lượng điều khiển như sau

- Settling time less than 0.04 seconds
- Overshoot less than 16%
- No steady-state error
- No steady-state error due to a disturbance

1)Khai báo mô hình bằng đoạn lệnh sau :

```
J=3.2284E-6;
b=3.5077E-6;
K=0.0274;
R=4;
L=2.75E-6;
num=K;
den=[(J*L) ((J*R)+(L*b)) ((b*R)+K^2) 0];
```

Hàm truyền đạt của bộ PID có thể triển khai như sau :

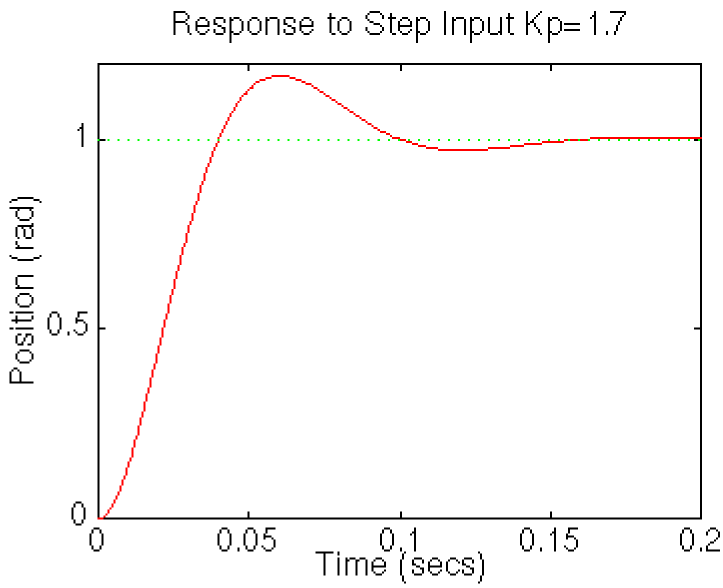
$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

2)Đưa bộ điều khiển là khâu tỷ lệ thử phản ứng của hệ thống

Ta sử dụng bộ điều khiển là một khâu tỷ lệ có hệ số khuyếch đại 1.7, sử dung đoạn lệnh ta khảo sát hàm quá độ của hệ thống như sau :

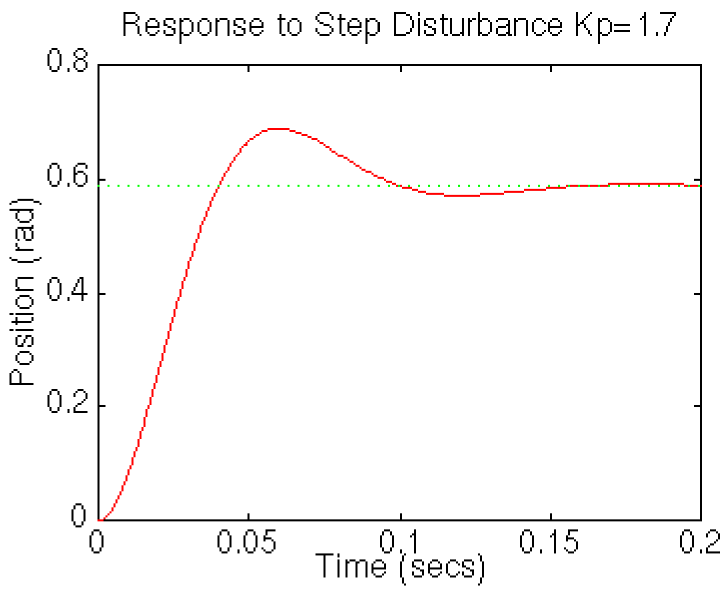
```
Kp=1.7;
numcf=[Kp];
dencf=[1];
numf=conv(numcf,num);
denf=conv(dencf,den);
[numc,denc]=cloop(numf,denf);
t=0:0.001:0.2;
step(numc,denc,t)
```

Kết quả ta được :



Bây giờ ta khảo sát hệ phản ứng với nhiễu nhờ đoạn lệnh sau :

```
numdcl=conv(numc,1);
dendcl=conv(denc,Kp);
step(numdcl,dendcl,t);
```



Kết quả ta thấy sai số ở trạng thái xác lập tương đối tốt, nhưng thời gian quá độ, độ quá điều chỉnh cũng như sai số ở trạng thái xác lập khi bị nhiễu tác động là tương đối lớn. ta phải cải thiện vấn đề này bằng cách đưa thêm khâu tích phân vào bộ điều khiển

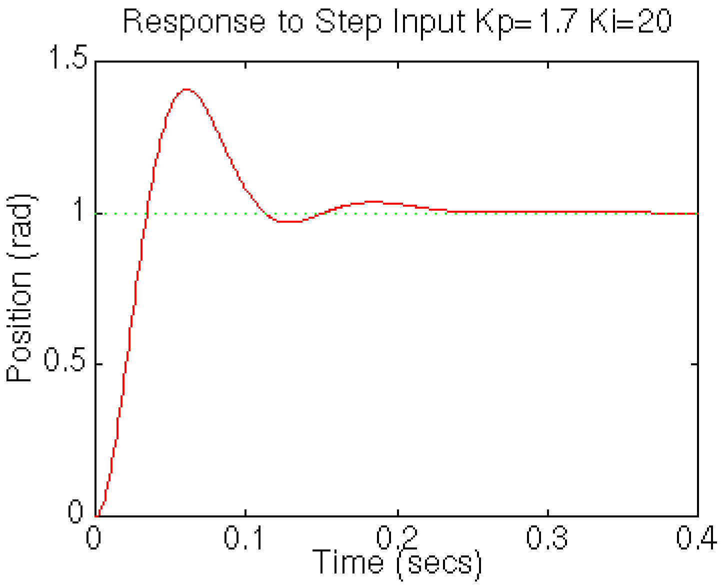
3)Sử dụng bộ điều khiển là bộ PI

Khảo sát hệ bằng đoạn lệnh :

```
J=3.2284E-6;
b=3.5077E-6;
K=0.0274;
R=4;
L=2.75E-6;
num=K;
den=[(J*L) ((J*R)+(L*b)) ((b*R)+K^2) 0];
```

```
Kp=1.7;
Ki=20;
numcf=[Kp Ki];
dencf=[1 0];
numf=conv(numcf,num);
denf=conv(dencf,den);
[numc,denc]=cloop(numf,denf,-1);
t=0:0.001:0.4;
step(numc,denc,t)
```

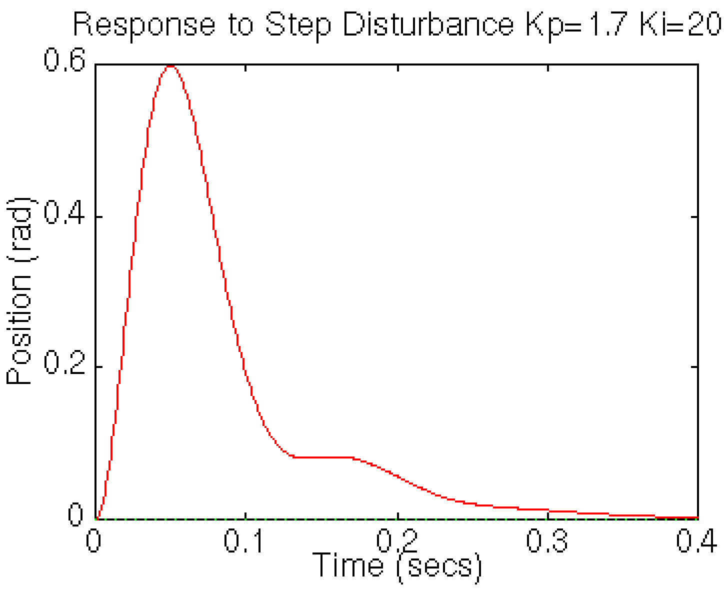
Ta được :



Sự phản ứng của hệ đối với nhiễu :

```
figure
numdcl=conv(numc,dencf);
dendcl=conv(denc,numcf);
step(numdcl,dendcl,t);
```

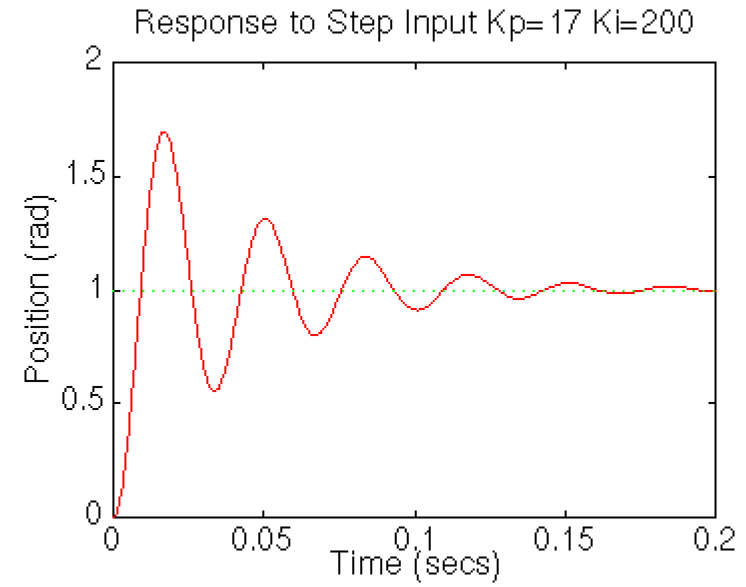
Ta có :

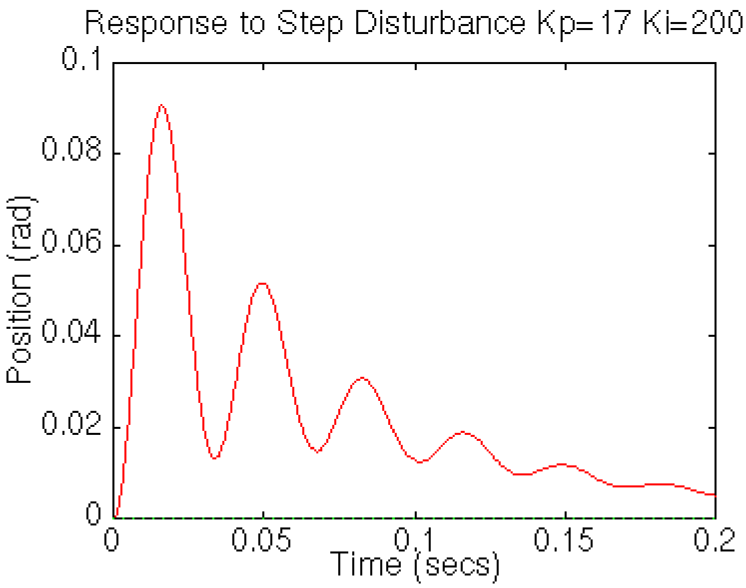


Như vậy khi đưa khâu tích phân vào, ta đã cải thiện được sai số ở trạng thái xác lập khi hệ thống bị nhiễu tác động, nhưng chưa cải thiện được độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ

4)Sử dụng bộ điều khiển PID và chỉnh định thông số của nó

Để giảm thời gian quá độ, ta tăng hệ số khuếch đại Kp=17 và chọn Ki =200, khảo sát lai ta thấy :

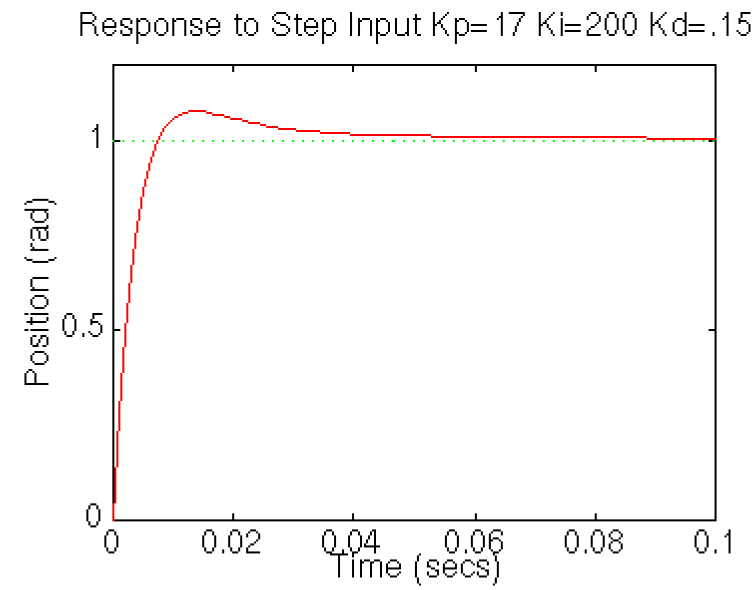


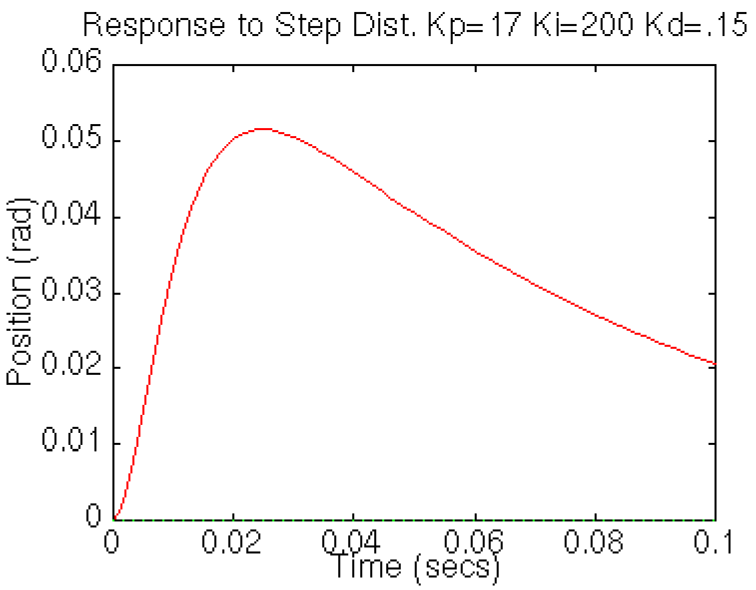


Đáp ứng của hệ có nhanh hơn, nhưng hệ dao động mạnh lên do K_i lớn quá. Bây giờ ta sử dụng bộ PID với các tham số như sau :

```
Kp=17;
Ki=200;
Kd=0.15;
numcf=[Kd Kp Ki];
dencf=[1 0];
numf=conv(numcf,num);
denf=conv(dencf,den);
[numc,denc]=cloop(numf,denf,-1);
t=0:0.001:0.1;
step(numc,denc,t)
```

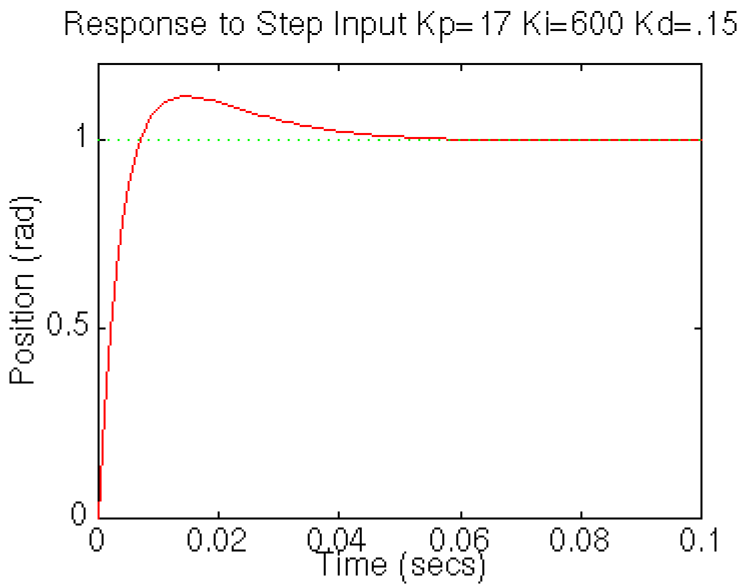
Kết quả khảo sát ta được :

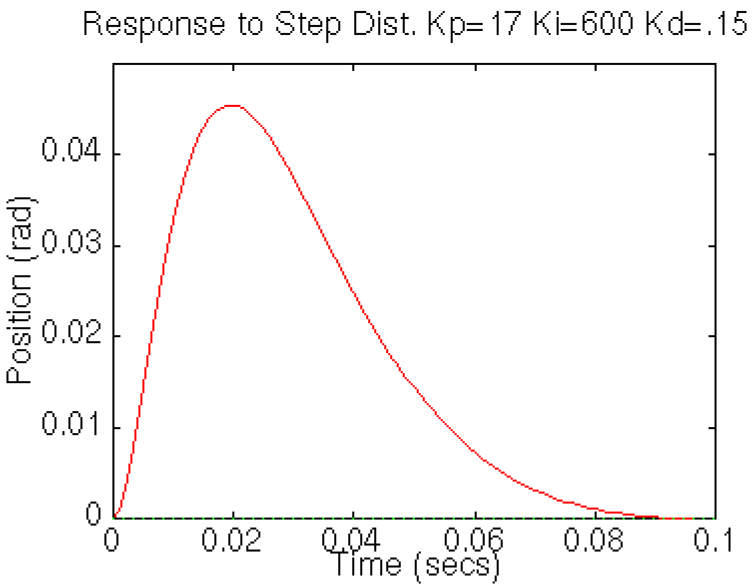




Kết quả đáp ứng của hệ đã tốt hơn rất nhiều. nhưng phản ứng với nhiễu vẫn còn chậm, do đó ta tăng K_i=600, khảo sát lại ta được kết quả đạt yêu cầu :

- Settling time less than 0.04 seconds
- Overshoot less than 16%
- No steady-state error
- No steady-state error due to a disturbance





Vậy bộ điều khiển PID thu được là

Kp=17,
Ki=600,
Kd=.15,

Chú ý : sự tương quan trên có thể không hoàn toàn chính xác, bởi vì các hệ số Kp, Ki, Kd phụ thuộc vào nhau. Thực tế, khi thay đổi giá trị của một hệ số có thể làm thay đổi tác dụng của hai hệ số kia. Bởi vậy bảng trên chỉ là tham khảo khi ta tiến hành xác định giá trị của các hệ số mà thôi.

CL RESPONSE	**RISE TIME**	**OVERSHOOT**	**SETTLING TIME**	**S-S ERROR**
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change

Các bước tiến hành thiết kế bộ PID

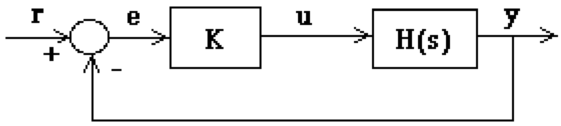
Khi thiết kế bộ PID cho hệ thống, ta tiến hành theo các bước sau để có được đáp ứng mong muốn :
1) xây dựng đáp ứng hệ hở và xác định cần cải tiến (improved) cái gì
2) Đưa khâu tỷ lệ (proportional) vào để cải tiến thời gian tăng Tr (rise time)

3) Đưa khâu vi phân (derivative) vào để cải tiến (improved) độ quá điều chỉnh (overshoot)
4) Đưa khâu tích phân (integral) vào để khử (eliminate) sai số (steady state error)
5) Chỉnh (adjust) Kp, Ki, Kd cho tới khi ta nhận được đáp ứng như mong muốn.
Cuối cùng, không nhất thiết hệ thống nào, bộ điều khiển cũng cần đầy đủ cả ba khâu. Tùy đặc điểm của hệ thống mà ta có thể chỉ sử dụng bộ điều khiển với khâu P hoặc PI hoặc PD hoặc PID

2.4.4 Thiết kế bộ điều khiển dùng QĐNS (Root Locus)

1.Nhắc lại khái niệm (closed loop poles)

Quỹ đạo nghiệm số (root locus) của hệ hở H(s) là tập hợp các vị trí cực của hệ kín với hệ số khuyếch đại K như sơ đồ cấu trúc :



Hàm truyền đạt của hệ kín (closed loop) :

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KH(s)}{1+KH(s)}$$

Và cực của hệ kín là nghiệm của phương trình **1 + K H(s) = 0**.

Nếu chúng ta viết **H(s) = b(s)/a(s)**, phương trình trên có thể viết :

$$a(s) + K\,b(s) = 0$$

$$\frac{a(s)}{K} + b(s) = 0$$

Nếu n = bậc của a(s) and m = bậc của b(s) [bậc cao nhất của đa thức mà nó có]. Chúng ta chỉ xét các giá trị dương của K. Với mỗi giá trị của K, hệ kín có n điểm cực, quỹ đạo nghiêm số phải có n nhánh, mỗi nhánh bắt đầu từ điểm cực và kết thúc tại điểm không của H(s). Nếu n>m (số điểm cực lớn hơn điểm không) thì ta nói H(s) có n-m điểm không tại vô cùng. Như vậy ta sẽ có n-m nhánh bắt đầu tại điểm cực và kết thúc tại vô cùng. Với quỹ đạo nghiệm số (root locus) có được, ta có thể chọn hệ số khuyếch đại K sao cho hệ kín có điểm cực như mong muốn, thậm chí có thể thấy khâu bậc một hoặc bậc hai phụ thuộc vào một số điểm cực điển hình.

2 Xác định K của bộ điều khiển sử dụng quỹ đạo nghiệm số (root locus)

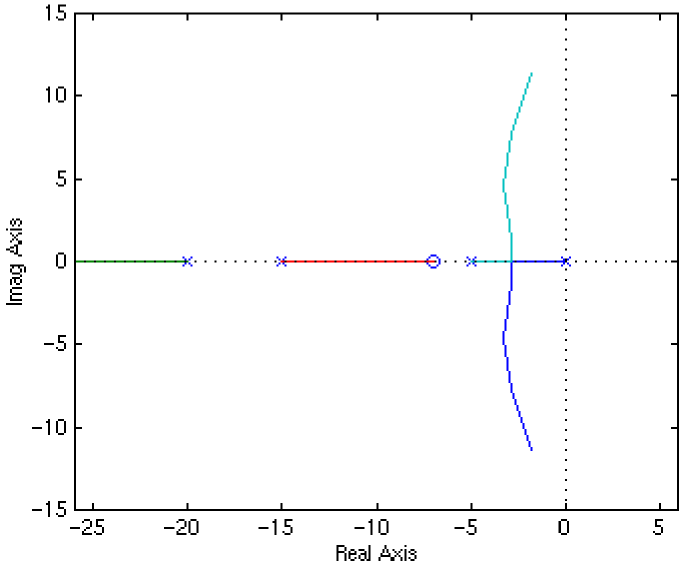
Để nắm được phương pháp, ta xét ví dụ sau :

Cho đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+7}{s(s+5)(s+15)(s+20)}$$

Ta phải tìm được hệ số khuyếch đại của bộ điều khiển sao cho chất lượng quá độ phải thỏa mãn quá điều chỉnh (overshoot) không quá 5%, thời gian tăng Tr (rise time) không quá 1s. Để giải quyết bài toán này, ta có thể sử dụng quỹ đạo nghiệm số như sau :
1)Xây dựng quỹ đạo các điểm cực của hệ kín với hệ số khuyếch đại K

```
num=[1 7];
den=conv(conv([1 0],[1 5]),conv([1 15],[1 20]));
rlocus(num,den)
axis([-22 3 -15 15])
```



2) Chọn giá trị của K từ quỹ đạo nghiệm số sao cho thỏa mãn yêu cầu chất lượng của hệ.

Từ công thức

$$\omega_n \geq \frac{1.8}{Tr}$$

$$\xi \geq \sqrt{\frac{\left(\ln Mp/_{\pi}\right)^2}{1+\left(\ln Mp/_{\pi}\right)^2}}$$

Trong đó

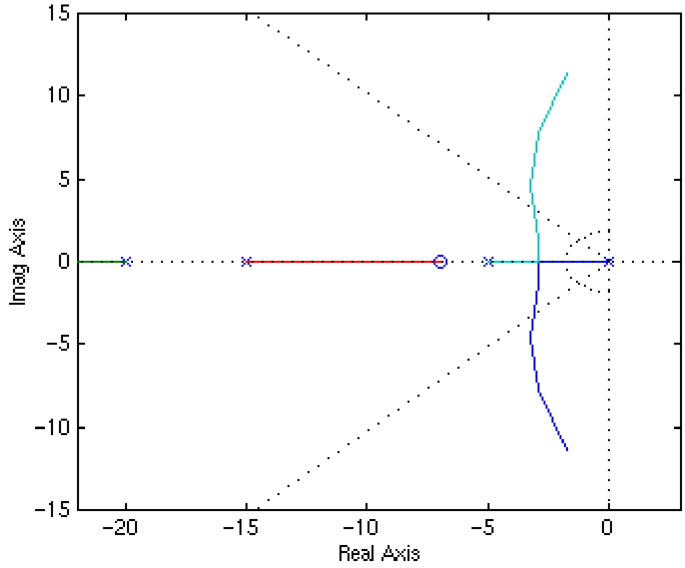
- Wn=Natural frequency (rad/sec)
- zeta=Damping ratio
- Tr=Rise time
- Mp=Maximum overshoot

Với yêu cầu độ quá điều chỉnh không vượt quá 5% ta tính được hệ số suy giảm ξ phải lớn hơn 0.7;

Thời gian tăng không vượt quá 1s ta có tần số tự nhiên Wn phải lớn hơn 1.8 rad/s .

Ta sử dụng các lệnh Matlab sau để vẽ các đường hệ số suy giảm và tần số tự nhiên trên mặt phẳng s

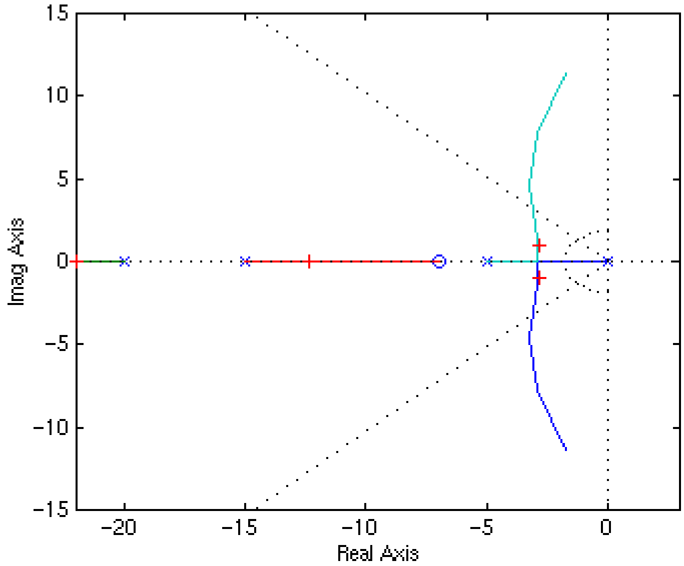
```
zeta=0.7;
Wn=1.8;
sgrid(zeta, Wn)
```



Ta thấy 2 đường thẳng nét chấm tạo thành góc 45^0 biểu diễn hệ số suy giảm $\xi = 0.7$; phía trong hai đường là $\xi > 0.7$; phía ngoài hai đường $\xi < 0.7$. Nửa đường tròn nét chấm biểu diễn Wn=1.8 rad/s; phía trong đường tròn là Wn<1.8 rad/s và ngoài đường tròn là Wn>1.8 rad/s. Như vậy để thỏa mãn yêu cầu thiết kế, ta phải chọn các điểm cực ở phía ngoài đường tròn và phía trong hai đường thẳng như sau

[kd,poles] = rlocfind(num,den)

Nhấp chuột vào vùng thích hợp ta xác định được giá trị của K :

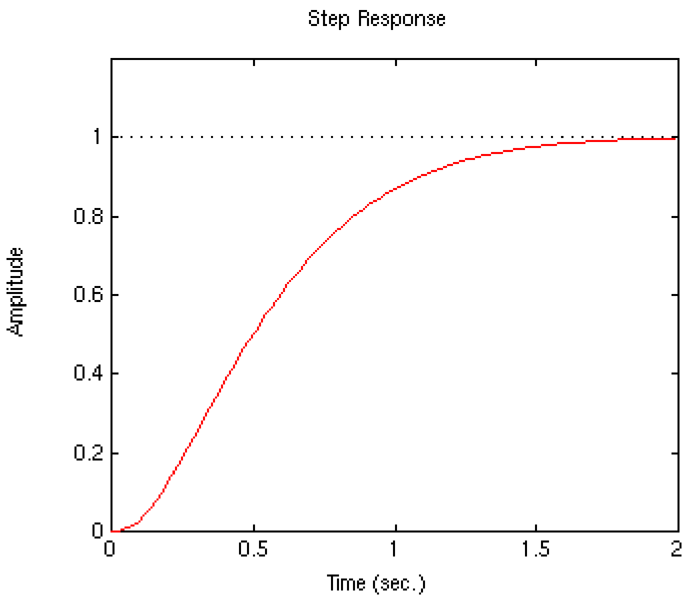


3) Khảo sát chất lượng hệ thống

Sau khi xác định được hệ số khuyếch đại của bộ điều khiển ta khảo sát chất lượng hệ thống như sau

[numCL, denCL] = cloop((kd)*num, den)

step(numCL,denCL)



Kết quả như ta mong muốn là quá điều chỉnh nhỏ hơn 5% và thời gian tăng nhỏ hơn 1s.

2.4.5 Thiết kế bộ điều khiển sử dụng đáp ứng tần số (frequency response) -đồ thị Bode

1)Nhận xét :

-Phương pháp đáp ứng tần số (frequency response method) có thể ít trực quan hơn các phương pháp khác, nhưng nó sát với mô hình vật lý. Đáp ứng tần số của hệ thống có thể được biểu diễn bằng hai cách : đường cong Nyquist và đồ thị Bode. Cả hai đồ thị đều cho ta biết các thông tin như nhau, nhưng cách thể hiện khác nhau. Đáp ứng tần số là phản ứng của hệ thống với tín hiệu vào sin, biến thay đổi là tần số và tín hiệu ra có tần số giống tín hiệu vào nhưng khác về biên độ và pha. Đáp ứng tần số (frequency response) xác định sự khác nhau giữa biên độ và pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào. Trong phần này, ta sử dụng đáp ứng tần số của hệ hở để dự đoán hành vi của hệ kín.

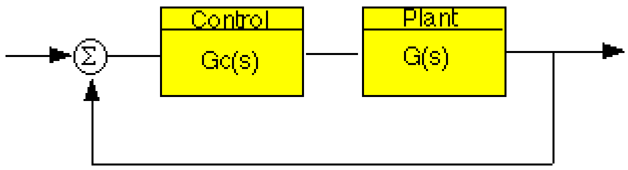
-Để dự đoán hệ kín từ đáp tần số hệ hở, ta cần hoàn thành các nội dung sau :

- Hệ thống hở phải ổn định nếu dùng Bode để thiết kế.
- Nếu Wgc < Wpc (gain cross over frequency < phase cross over frequency) thì hệ thống kín ổn định
- Đối với hệ thống quán tính bậc hai, hệ số suy giảm của hệ kín xấp xỉ bằng dự trữ pha trừ đi 100 nếu độ dự trữ pha từ 0-60 độ.
- Đối với hệ thống dao động bậc hai, quan hệ giữa hệ số suy giảm, Wbw, và thời gian quá độ Ts như sau :
- Để ước lượng gần đúng, ta cần chọn Wbw xấp xỉ bằng tần số tự nhiên Wn.
- Các công thức thiết kế có thể sử dụng như sau :

$\omega_{BW} = \omega_n\sqrt{\left(1-2\xi^2\right)+\sqrt{\xi^4-4\xi^2+2}}$	$\omega_n = \dfrac{4}{T_s\xi}$
$\omega_{BW} = \dfrac{4}{T_s\xi^2}\sqrt{\left(1-2\xi^2\right)+\sqrt{\xi^4-4\xi^2+2}}$	$\omega_n = \dfrac{\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$
$\omega_{BW} = \dfrac{\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}\sqrt{\left(1-2\xi^2\right)+\sqrt{\xi^4-4\xi^2+2}}$	

2)Nội dung thiết kế thể hiện qua ví dụ sau :

Cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc :



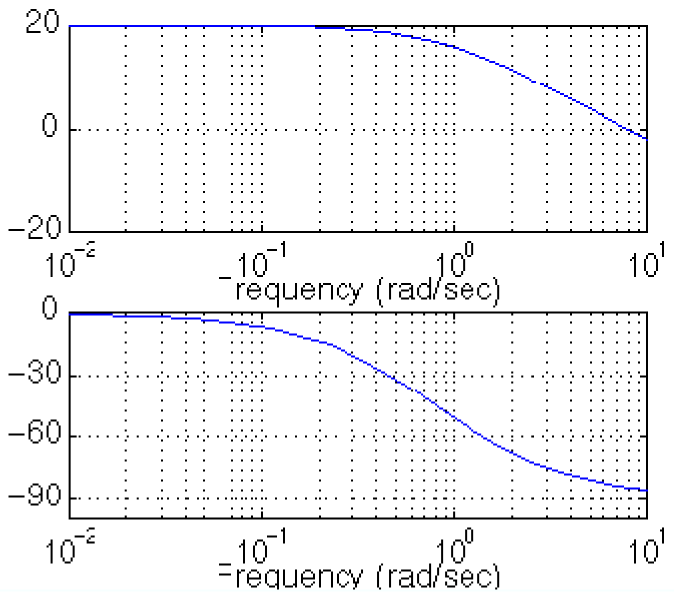
Trong đó $G_c(s)$ là hàm truyền đạt bộ điều khiển, G(s) là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển :
10

$$\frac{10}{1.25s + 1}$$

Yêu cầu thiết kế như sau :

- Zero steady state error.
- Maximum overshoot must be less than 40%.
- Settling time must be less than 2 secs.

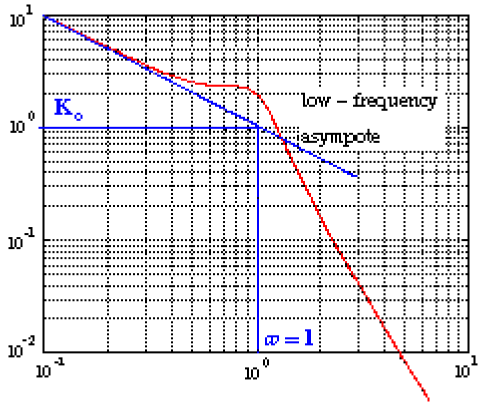
Có hai cách giải quyết vấn đề này : dùng đồ thị hoặc tính toán. Trong phạm vi Matlab đồ thị là phương pháp tối ưu :
num = 10;
den = [1.25,1];
bode(num, den)



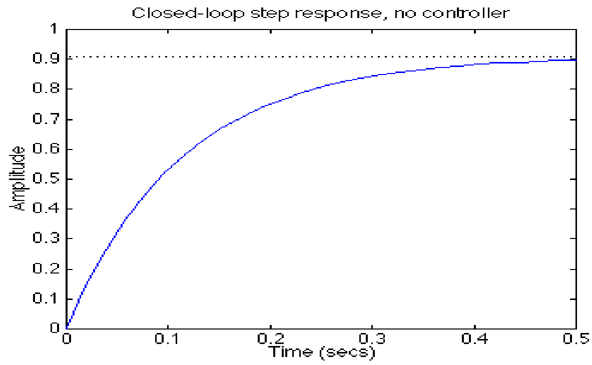
Các chỉ tiêu chất lượng động học của đối tượng điều khiển ta có thể xác định trực tiếp từ đồ thị Bode như sau .

1. Wbw = 10 rad/s, gần bằng Wn,
2. Thời gian tăng 1.8/BW=1.8/10=1.8 seconds xấp xỉ 2s.
3. Dự trữ pha xấp xỉ 95 độ,
4. Từ đó xác định hệ số suy giảm of PM/100=95/100=0.95.
5. Từ quan hệ giữa hệ số suy giảm và quá điều chỉnh ta xác định độ quá điều chỉnh là 1%

Điểm quan trọng cuối cùng là xác định sai số xác lập. Ta có thể xác định trực tiếp từ đồ thị Bode của hệ kín. Các hệ số Kp, Kv, or Ka được xác định bởi sự cắt nhau giữa đường tiệm cận vùng tần số thấp với đường w=1 rad/s. Độ lớn của điểm này là hệ số khuyếch đại. Khi đồ thị Bode là đường nằm ngang tại vùng tần số thấp, hệ có bậc vô sai bằng không, ta dễ dàng tìm được điểm cắt. Ví dụ như đồ thị dưới ta có sai số ở trạng thái xác lập là 1/(1+Kp)=1/(1+10)=0.091.



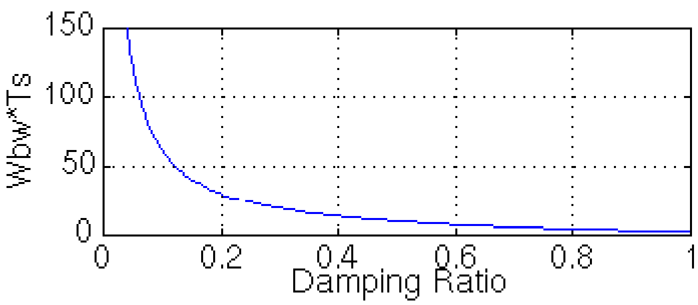
Ta có thể kiểm tra lại bằng hàm quá độ
[numc,denc] = cloop(num,den,-1);
step(numc,denc)



Như ta đã dự đoán, hệ thống có Tr=2s; không có quá điều chỉnh, sai số trạng thái xác lập 9%. Ta phải chọn bộ điều khiển sao cho hệ thống có chất lượng thỏa mãn yêu cầu thiết kế. ta chọn bộ PI vì nó có thể khử sai số ở trạng thái xác lập. ngoài ra bộ PI có điểm không mà ta có thể đặt. Bộ PI có hàm :

$$Gc(s) = \frac{K*(s+a)}{s}$$

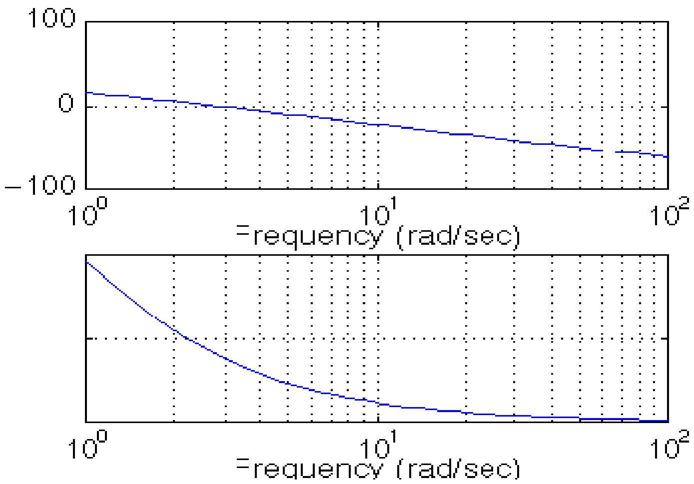
Từ độ quá điều chỉnh 40%, ta xác định được hệ số suy giảm là $\xi = 0.28$ dự trữ pha xấp xỉ 30 độ. Từ quan hệ Ts*Wbw vs damping ratio plot,



Ta xác định được Ts*Wbw ~ 21và ta có Wbw = 12 rad/s với Ts<1.75 s

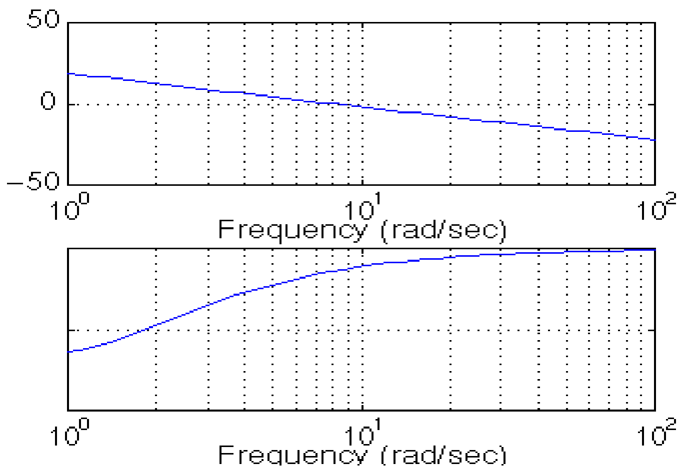
Bây giờ ta có đủ thông số để thiết kế đó là độ dự trữ pha và giải thông. Như ta đã biết đối với hệ hở, giải thông tại tần số mà hệ số khuyếch đại bằng -3 db. Ta cùng xem ảnh hưởng của bộ PI như thế nào :

```
num = [10];
den = [1.25, 1];
numPI = [1];
denPI = [1 0];
newnum = conv(num,numPI);
newden = conv(den,denPI);
bode(newnum, newden, logspace(0,2))
```



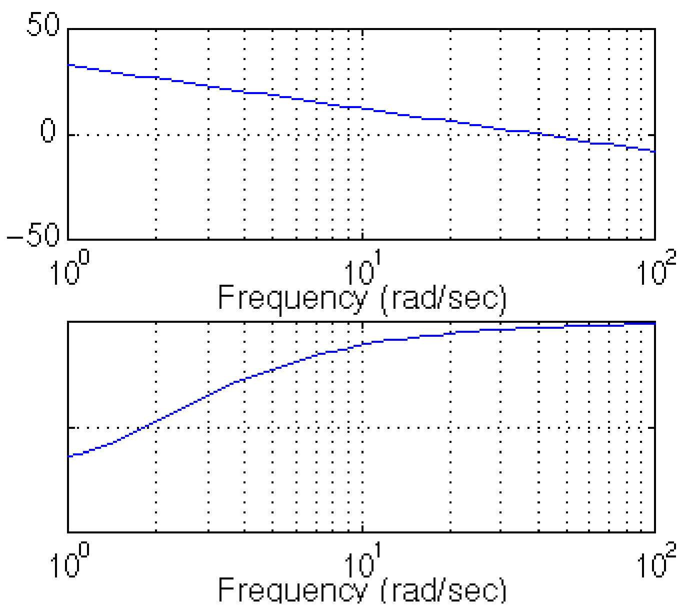
Dự trữ pha và giải thông đều quá nhỏ. Chúng ta thêm zê rô tại 1, dùng Matlab khảo sát lại :

```
num = [10];
den = [1.25, 1];
numPI = [1 1];
denPI = [1 0];
newnum = conv(num,numPI);
newden = conv(den,denPI);
bode(newnum, newden, logspace(0,2))
```



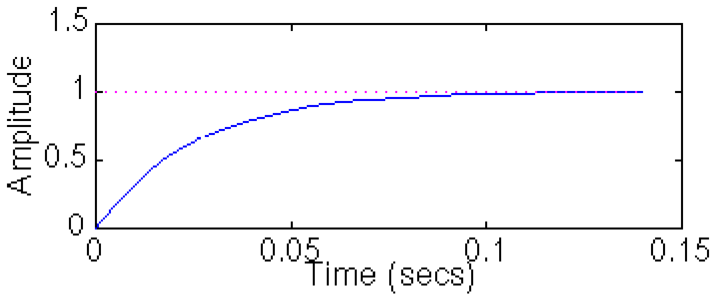
Độ dự trữ pha lớn hơn 60 độ, (thậm chí quá điều chỉnh nhỏ hơn yêu cầu)Wbw = 11 rad/s cho chúng ta đáp ứng thỏa mãn yêu cầu. Nhưng đáp ứng không hoàn toàn tốt như ta mong muốn, để tăng được Wbw mà không ảnh hưởng tới độ dự trữ pha, ta tăng hệ số khuyếch đại lên 5 và khảo sát lại :

```
num = [10];
den = [1.25, 1];
numPI = 5*[1 1];
denPI = [1 0];
newnum = conv(num,numPI);
newden = conv(den,denPI);
bode(newnum, newden, logspace(0,2))
```



Đặc tính giờ đã tốt hơn rất nhiều, ta kiểm tra lại :

```
[clnum,clden] =cloop(newnum,newden,-1);
step(clnum,clden)
```



Như ta có thể thấy, đáp ứng tốt hơn mong chờ. Thông thường ta phải thay đổi hệ số khuyếch đại và vị trí cực/zero tới khi thỏa mãn yêu cầu thiết kế.

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 2

a. Câu hỏi ôn tập

Câu hỏi 1: Trình bày phép biến đổi FURIER, LAPLACE và ứng dụng của nó trong môn học

Câu hỏi 2: Hàm truyền đạt và phương pháp xây dựng

Câu hỏi 3: Đặc tính động học : các phương pháp xây dựng và phân tích hệ thống

Câu hỏi 4: Mô hình điểm cực-điểm không : các phương pháp xây dựng và ứng dụng của nó.

Câu hỏi 5: Sơ đồ khối và đại số sơ đồ khối.

Câu hỏi 6: Trình bày nội dung bài toán phân tích hệ thống trong miền phức.

Câu hỏi 7: Xác định tính ổn định của hệ thống từ đa thức đặc tính của nó.

Câu hỏi 8: Phân tích chất lượng hệ thống kín từ đặc tính tần số của hệ hở.

Câu hỏi 9: Phân tích chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ

Câu hỏi 10: Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập.

Câu hỏi 11: Phân tích hệ thống bằng mô hình điểm cực-điểm không

Câu hỏi 12: Trình bày về bộ điều khiển PID

Câu hỏi 13: Xác định tham số của bộ PID đối với đói tượng điều khiển quán tính bậc nhất có trễ

Câu hỏi 14: Xác định tham số của bộ PID đối với đói tượng điều khiển quán tính bậc cao có hàm quá độ hình chữ s

Câu hỏi 15: Xác định tham số của bộ PID bằng phương pháp thực nghiệm tới hạn

Câu hỏi 16: Xác định tham số của bộ PID bằng phương pháp tổng T của Kuhn

Câu hỏi 17: Xác định tham số của bộ PID theo tối ưu độ lớn.

Câu hỏi 18: Xác định tham số của bộ PID theo tối ưu đối xứng

Câu hỏi 19: Trình bày phương pháp thiết kế bộ điều khiển sử dụng quỹ đạo nghiệm số

Câu hỏi 20: Trình bày phương pháp thiết kế bộ điều khiển sử dụng đặc tính tần số

b. Bài tập

Bài 1:

Tìm tín hiệu x(t) có ảnh Laplace sau:

$$X(s) = \frac{2s^2+13s+17}{s^2+4s+3}$$

Đáp số :
2*Dirac(t)+7*exp(-3*t)-2*exp(-t)

$$X(s) = \frac{s^3+5s^2+9s+7}{s+1 \quad s+2}$$

Đáp số :
Dirac(3,t)+6*Dirac(2,t)+13*Dirac(1,t)+12*Dirac(t)+2*exp(-t)

$$X(s) = \frac{5s^2+19s+20}{s^4+7s^3+17s^2+17s+6}$$

ĐS : -2*exp(-3*t)+2*exp(-2*t)+3*t*exp(-t)

Bài 2:

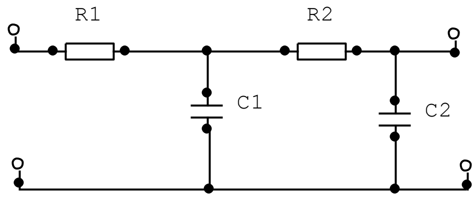
Giải các phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^3y}{dt}+5\frac{d^2y}{dt}+6\frac{dy}{dt}=5$$ với các điều kiện đầu bằng không

Đáp số : 5/6-5/2*exp(-2*t)+5/3*exp(-3*t)

Bài 3:

Cho mạch điện như hình 2.124b gồm hai điện trở và hai tụ điện R_1, R_2, C_1, C_2. Thiết lập phương trình vi phân mô tả động học và hàm truyền đạt của mạch điện.



Gợi ý:
Sử dụng các mối quan hệ dưới đây để thiết lập mối quan hệ vào (u) và ra (y)

$$i_2 = sc_2 y$$

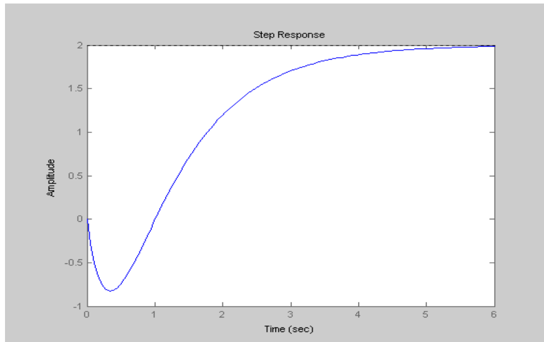
$$i_1 = c_1 s \;\; R_2 c_2 s + 1 \;\; y$$

$$i = i_1 + i_2$$

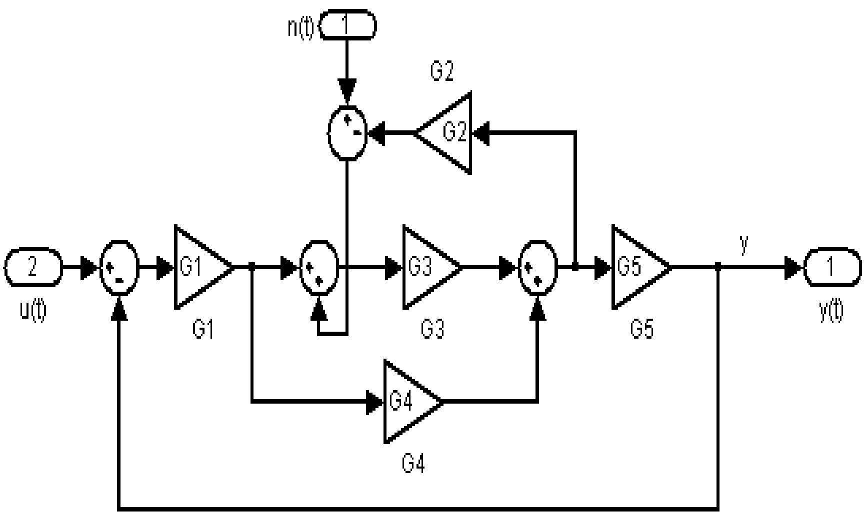
Bài 4:
Xác định hàm truyền đạt của hệ thống có bản đồ điểm cực -3; -1 điểm không 1. Biết G(0)=2. Xây dựng hàm quá độ và phân tích động học của hệ thống thông qua hàm quá độ cũng như vị rí các điểm cực điểm không. **Đáp số :**

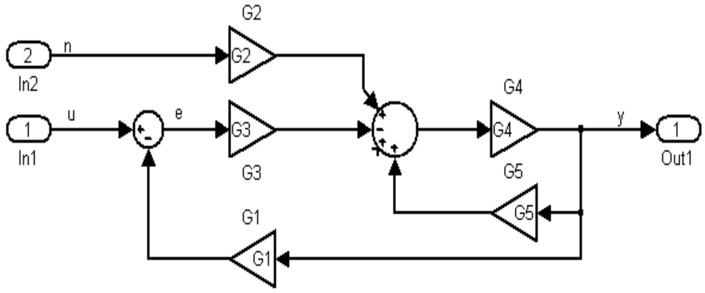
-6 (s-1)

(s+3) (s+1)



Bài 5: Cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 2.127 a và b





Có tín hiệu vào u(t), tín hiệu ra y(t). n(t) là tín hiệu nhiễu tác động vào hệ thống, e(t) là tín hiệu sai lệch điều khiển. Chúng lần lượt có ảnh Laplace là U(s), Y(s), N(s) và E(s). Hãy xác định :

-Hàm truyền đạt $G(s)=\left.\dfrac{Y(s)}{U(s)}\right|_{n(t)=0}$ của hệ khi không có nhiễu

-Hàm nhạy của hệ $S(s)=\left.\dfrac{Y(s)}{N(s)}\right|_{u(t)=0}$

-Hàm truyền đạt sai lệch điều khiển $E_1(s)=\left.\dfrac{E(s)}{U(s)}\right|_{n(t)=0}$

Gợi ý:

Khi tính hàm truyền đạt không có nhiễu thì ta xóa tín hiệu nhiễu trong sơ đồ cấu trúc
Khi tính hàm truyền đạt theo nhiễu thì ta xóa tín hiệu vào trong sơ đồ cấu trúc.
Sử dụng phép đại số sơ đồ khối để tính hàm truyền đạt theo nguyên tắc bảo tồn tín hiệu về giá trị cũng như hướng đi.

<u>Bài 6:</u>

Sử dụng Matlab xây dựng đặc tính tần và phân tích động học các hệ thống có hàm truyền đạt sau :

$$G(s)=\frac{1}{1+0.5s} \qquad G(s)=\frac{1}{(1+0.5s)(1+1.5s)}$$

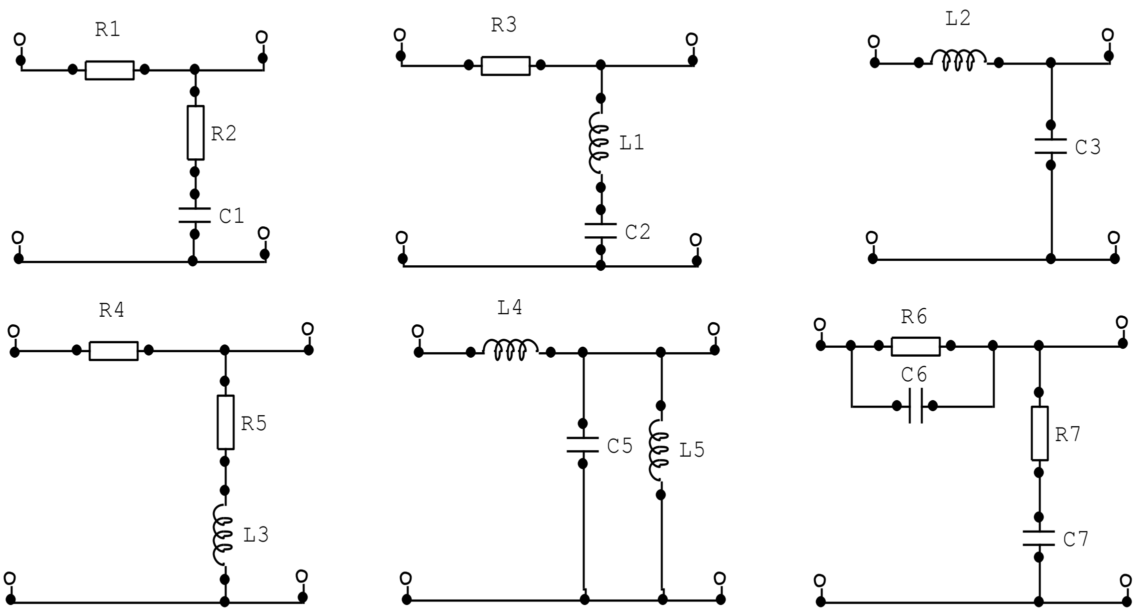
$$G(s)=\frac{1}{s(1+0.75s)(1+1.25s)} \qquad G(s)=k\left[1+\frac{1}{5s}+0.25s\right]$$

Gợi ý:

Sử dụng lệnh nyquist và bode để vẽ đặc tính tần của hệ thống

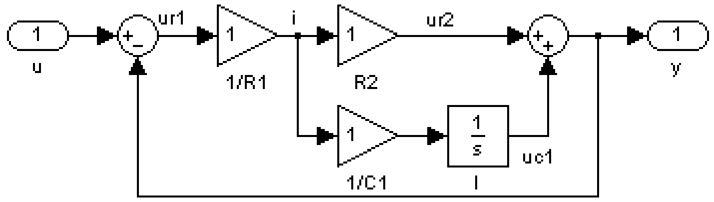
<u>Bài 7:</u>

Hãy xác định hàm truyền đạt cũng như các thành phần khuyếch đại, vi, tích phân trong sơ đồ khối các mạch điện sau (hình 2.128)



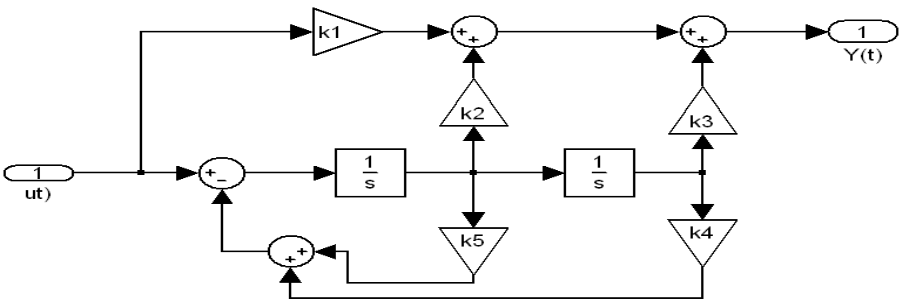
Gợi ý:

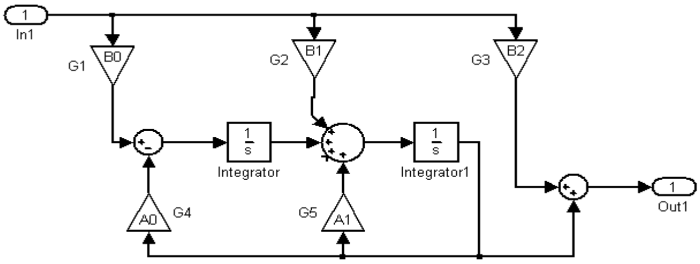
Sử dụng các định luật về mạch điện để thiết lập phương trình vi phân, sau đó xác định hàm truyền đạt.
Sử dụng mối quan hệ các điểm nút tín hiệu để thiết lập sơ đồ cấu trúc mạch điện từ đó xác định các thành phần P,I,D của mạch. Ví dụ mô phỏng mạch điện thứ nhất ta có : 3 khâu khuyếch đại và 1 khâu tích phân

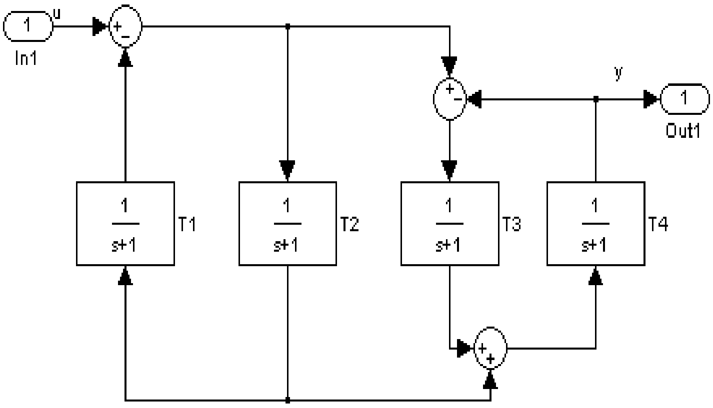


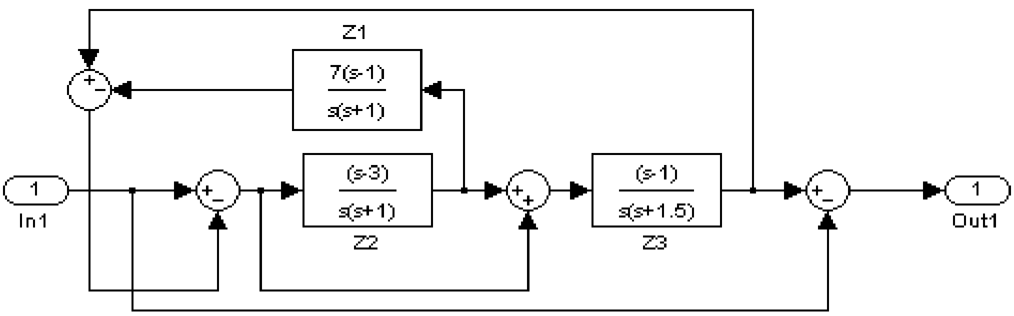
Bài 8:

Xác định hàm truyền đạt các hệ thống có sơ đồ khối sau : (hình 2.129)









Gợi ý:

Sử dụng phép đại số sơ đồ khối để tính hàm truyền đạt theo nguyên tắc bảo tồn tín hiệu về giá trị cũng như hướng đi.

Bài 9:

Sử dụng tiêu chuẩn ROUTH hoặc HURWITZ xét tính ổn định các hệ thống có đa thức đặc tính sau

a) $1.1s^6 + 7.25s^5 + 18.6s^4 + 24.84s^3 + 18.2s^2 + 6.69s + 1.08$

b) $5s^5 + 47s^4 + 140.55s^3 + 168.67s^2 + 82.63s + 0.72$

c) $25s^5 + 87.5s^4 + 80s^3 + 5.5s^2 + -8.64s + 0.72$

d) $s^3 + 8s^2 + 22s + 20$

e) $s^4 + 10s^3 + 38s^2 + 64s + 40$

Bài 10:

Sử dụng tiêu chuẩn MICHAILOV xét tính ổn định các hệ thống có đa thức đặc tính sau :

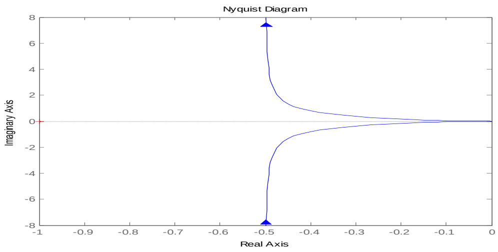
a) $s^5+s^4+20s^3+10s^2+54s+10$

b) $s^5+s^4+25s^3+5s^2+144s+5$

Bài 11:

Hệ kín có hàm truyền đạt hệ hở $G_h(s)=\dfrac{2}{s(s+2)}$. Sử dụng Matlab xây dựng đặc tính tần số và phân tích chất lượng động học hệ kín thông qua đặc tính tần thu được

Đáp án: đồ thị thu được như hình vẽ



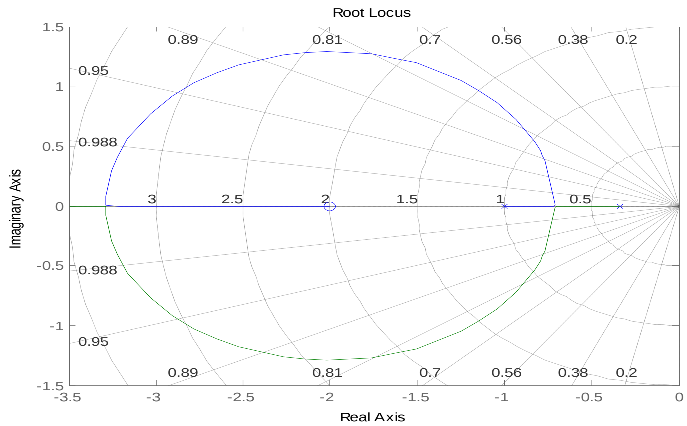
Bài 12:

Sử dụng Matlab vẽ quỹ đạo nghiệm số cho hệ kín có hàm truyền đạt hệ hở sau và dựa vào quỹ đạo nghiệm số biện luận chất lượng hệ kín :

a) $\dfrac{k(2+s)}{(1+s)(1+3s)}$

b) $\dfrac{k(1+s)(3+s)}{s(2+s)(4+s)(5+s)}$

c) $\dfrac{k(1+0.2s)}{6s(1+0.5s)(1+0.33s)}$



Quỹ đạo nghiệm số của bài toán a)

Bài 13:

Xác định tham số bộ điều khiển I, PI hoặc PID cho các đối tượng có hàm truyền đạt sau :

$\dfrac{1}{4s+1}$	$\dfrac{2}{(0.2+1)(3s+1)}$
$\dfrac{2}{(3s+1)(2s+1)(s+1)}$	$\dfrac{2}{(3s+1)(5s+1)(0.3s+1)^5}$

Gợi ý: sử dụng các công thức được học để tính. Sau đó khảo sát lại chất lượng

Bài 14:

Xác định tham số tối ưu đối xứng cho bộ điều khiển PID cho các đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt sau và ước lượng độ quá điều chỉnh :

a) $\dfrac{2}{s(1+1.5s)}$ ứng với a=2

b) $\dfrac{3}{2s(1+s)(1+3s)}$ ứng với a=4

c) $\dfrac{2}{s(1+2s)(1+6s)}$ ứng với a=6

Gợi ý: sử dụng các công thức được học để tính. Sau đó khảo sát lại chất lượng

CHƯƠNG 3: ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC TRONG MIỀN THỜI GIAN

3.1 CÔNG CỤ TOÁN HỌC

3.1.1 Những cấu trúc đại số cơ bản

1.Nhóm

Nhóm bao gồm một tập hợp V và ánh xạ $*: V^2 \to V$ được ký hiệu là $V,*$

Tuỳ thuộc vào bản chất của phép ạnh xạ mà $V,*$ có tên gọi khác nhau. ví dụ như nhóm cộng nếu ánh xạ $*: V^2 \to V$ là phép cộng, nhóm nhân nếu $*: V^2 \to V$ là phép nhân.

Trong nhóm bao giờ cũng tồn tại phần tử đơn vị $\underline{e}$ và phần tử nghịch đảo $\underline{x}^{-1}; cua; \underline{x}$

2.Vành

Vành là tập hợp V với hai phép ánh xạ cộng và nhân : $+, \bullet : V^2 \to V$

3.Trường

Trường là tập hợp F với hai phép ánh xạ cộng và nhân : $+, \bullet : F^2 \to F$

4.Không gian véc tơ

Cho một nhóm Abel (V,+) và một trường $F, +, \bullet$. Nếu có ánh xạ được định nghĩa $F \times V \to V$ tức là một phần tử của F nhân với một phần tử của V ánh xạ xang V thì (V,+) được gọi là không gian véc tơ trên trường $F, +, \bullet$ và được ký hiệu là $V, +, F$

5.Đại số

Cho một không gian véc tơ $V, +, F$ trên trường $F, +, \bullet$ và $\circ$ là ánh xạ giữa một phần tử $\underline{x}$ của V với phần tử a của F thoả mãn một số điều kiện thì $V, +, F$ được gọi là đại số V xác định trên trường F

3.1.2 Đại số ma trận

1.Khái niệm

Ma trận A là một tập hợp hữu hạn các phần tử được xắp xếp thành m hàng, n cột . ký hiệu A(m x n) với phần tử là a_{ij}

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{11} & . & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Người ta còn ký hiệu $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$

-Ma trận có n=m thì gọi là ma trận vuông

-Đường chéo nối các phần tử a_{ii} gọi là đường chéo chính, còn lại là đường chéo phụ

-Ma trận có các phần tử không nằm trên đường chéo chính bằng 0 gọi là ma trận đường chéo ký hiệu $A = diag(a_{ii})$

-Ma trận đường chéo $I = diag(1)$ được gọi là ma trận đơn vị

-Ma trận cột là một véc tơ n phần tử $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

-Nếu mỗi một cột là một véc tơ m phần tử $\underline{c}_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$ thì ma trận A có thể viết $A = \underline{c}_1, \underline{c}_2, \ldots, \underline{c}_n$

2.Phép tính ma trận

1) Phép công, trừ hai ma trận :

Cho hai ma trận cùng kích thước (mxn) ta có thể thực hiện phép tính cộng, trừ : $A = a_{ji}$ $, B = b_{ij}$ $, thi, C = A \pm B, voi, c_{ij} = a_{ji} \pm b_{ij}$

2)phép nhân với một số thực (phức) :

$A = a_{ij}$ $, thi, B = xA, voi, b_{ij} = xa_{ij}$

3)phép chuyển vị : là phép chuyển tạo ra ma trận mới : ta có ma trận A (mxn) thì ma trận chuyển vị A^T (nxm) (tức hàng thành cột và cột thành hàng) : $A \Rightarrow A'$.

Nếu $A=A^T$ thì A Là ma trận đối xứng và nó phải là ma trận vuông.

Các phần tử trên cùng một cột được gọi là véc tơ hàng

4) Phép nhân hai ma trận : điều kiện để thực hiện được phép nhân : là hai ma trận kích thước hàng của ma trận thứ nhất (mxp) phải bằng hàng ma trận thứ hai (pxn) và ta có ma trận C có kích thước (mxn):

$A = a_{ik}$ $, voi,$ $m \times p$ $, va, B =$ b_{kj} $, voi,$ $p \times n$ $, thi, C = AB =$ c_{ij} $, voi,$ $m \times n$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj}$$

Tập hợp tất cả các ma trận có cùng số hàng, số cột kết hợp với phép nhân tạo thành nửa nhóm.

Tập hợp tất cả các ma trận vuông cùng kích thước kết hợp với phép cộng và phép nhân tạo thành một vành.

Một ma trận vuông được gọi là trực giao nếu $A^TA=AA^T=I$

Hai véc tơ $\underline{a}, \underline{b}$ được gọi là trực giao nếu : $\underline{a}^T \underline{b} = 0$

3.Hạng của ma trận

Ta có thể biểu diễn lại ma trận A thành một ma trận cột gồm m véc tơ hàng hoặc thành một ma trận hàng với n véc tơ cột. Ta giả sử có nhiều nhất p véc tơ hàng độc lập tuyến tính, q véc tơ cột độc lập tuyênd tính thì hạng của ma trận được hiểu là Rank(A)=min p, q

Một ma trận vuông nxn được gọi là không suy biến nếu Rank(A)=n

4.Định thức ma trận

Ký hiệu det(A)

5.Ma trận nghịch đảo

AB=BA=I thì B là ma trận nghịc đảo của A. ký hiệu là A^{-1} và det(A) $\neq 0$ nên A là ma trận không suy biến.

6.Vết của ma trận

Ký hiệu là trace (A) là tổng giá trị các phần tử trên đường chéo chính.

7.Ma trận là một ánh xạ tuyến tính

ta có hệ phương trình vi phân m phương trình và n ẩn. Tức n trạng thái và có m đầu ra ta có Ax=y. **Như vậy ma trận A có vai trò ánh xạ tuyến tính một điểm gốc x trong không gian n chiều xang điểm ảnh y trong không gian m chiều**.

$$\begin{cases} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + ... + a_{1n}x_{1n} = y_1 \\ a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + ... + a_{2n}x_{2n} = y_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + ... + a_{mn}x_{mn} = y_m \end{cases} \Leftrightarrow A\underline{x} = y \textbf{ trong đó } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

A là ánh xạ một điểm n chiều xang ảnh m chiều

3.2 XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN HỌC

3.2.1 Phương trình trạng thái

1.Cấu trúc chung

Trạng thái của một hệ thống động học là một tập hợp nhỏ nhất các biến (biến trạng thái) sao cho với giá trị các biến tại $t=t_0$ (hệ dừng thì t=0) và quan hệ cửa vào khi $t>=t_0$ thì ta hoàn toàn xác định tín hiệu ra khi $t>=t_0$

Biến trạng thái : là tập hợp nhỏ nhất các biến mà chúng xác định trạng thái của hệ động lực. Nó có thể là các đại lượng không đo được quan sát được. Thông thường có n biến

Véc tơ trạng thái : n biến trạng thái mô tả đầy đủ đáp ứng của hệ thống thì n biến này là n phần tử của vác tơ trạng thái x

Ta xét một hệ thống kỹ thuật có m tín hiệu vào, r tín hiệu ra và n biến trạng thái như sơ đồ khối

Nó được mô tả bởi phương trình vi phân dạng tổng quát như sau :

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1\frac{d\ y}{dt} + a_0 y = u(t)$$

Ký hiệu đặt biến trạng thái để hạ bậc phương trình ta có :

$x_1 = y, x_2 = \frac{dy}{dt}, \ldots, x_n = \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} \Leftrightarrow x_1 = y, x_2 = \dot{x}_1 \ldots, x_n = \dot{x}_{n-1}$ từ đây ta có hệ phương trình :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix} u \text{ và } y = x_1 = \begin{bmatrix}1 & 0 & \ldots & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}$$ từ đây ta có

thể viết dạng tổng quát của mô hình không gian trạng thái :

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u}\\ y = C\underline{x} + D\underline{u}\end{cases}$$

trong đó :

$$A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1}\end{bmatrix}$$ **là ma trận hệ thống**

$$B = \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}$$ **là ma trận điều khiển**

$C = \begin{bmatrix}1 & 0 & \ldots & 0\end{bmatrix}$; $D = 0$ **là ma trận đầu ra**

Nếu các ma trận A,B,C,D đều là những ma trận hằng thì nó được gọi là mô hình trạng thái tham số hằng. ngược lại nó là mô hình tham số biến đổi.

Mô hình này thường được dùng để mô tả hệ MIMO (multi input - multi output)

Ví dụ 3.5 trang 245 : cho một hệ giảm xóc cơ bao gồm một lò so có độ cứng c, một vật khối lượng m và bộ giảm chấn động có hệ số d. Xây dựng mô hình trạng thái với tín hiệu vào là lực tác động từ bên ngoài lên vật m, tín hiệu ra là quãng đường vật m dịch chuyển.

Trước hết ta đặt biến :

$$x_1(t) = y(t) \Rightarrow x_1 = y$$

$$x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx_1(t)}{dt} \Rightarrow \dot{x}_1 = x_2$$

Khi có lực tác động u(t), hệ sẽ sinh ra lực chống lại sự chuyển động đó : F_c, F_d, F_m do lò so, bộ giảm chấn động và vật m sinh ra. Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} F_c = by(t) = bx_1 \\ F_m = m\dfrac{dy^2(t)}{dt} = m\dfrac{dx_2}{dt} \\ F_d = a\dfrac{dy(t)}{dt} = ax_2 \end{cases}$

Sử dụng định luật Newton ta có : $F_c + F_m + F_d = u \Rightarrow \dfrac{dx_2}{dt} = -\dfrac{b}{m}x_1 - \dfrac{a}{m}x_2 + \dfrac{1}{m}u$

Tổng hợp ta có mô hình : $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b/m & -a/m \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}u \\ y = (1 \quad 0)\underline{x} \end{cases}$

2.Quan hệ giữa mô hình không gian trạng thái và mô hình HTĐ

-Xác định hàm truyền đạt từ mô hình trạng thái : quan hệ giữa HTĐ và các ma trận được mô tả qua công thức $G(s) = \underline{c}^T(sI - A)^{-1}\underline{b} + d$

công thức này được thực hiện bởi lệnh ***ss2tf : [n,d]=ss2tf(A,B,C,D)***

Ví dụ :

>>a=[-0.5 -1;1 0] a = -0.5000 -1.0000 1.0000 0	>> b=[1;0] b = 1 0	>> c=[0 100] c = 0 100	>> d=0 d = 0

```
>> [n,d]=ss2tf(a,b,c,d)
n =
     0     0   100
d =
    1.0000    0.5000    1.0000
>> sys=tf(n,d)
Transfer function:
                    100
              ---------------
              s^2 + 0.5 s + 1
```

-Xác định mô hình trạng thái chuẩn điều khiển từ hàm truyền đạt :

Ta có hàm truyền đạt : $G(s) = \dfrac{b_0 + b_1 s + \ldots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + \ldots + a_{n-1}s^{n-1} + s^n}$ chuyển qua mô hình trạng thái ta có

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}u \text{ và}$$

$$y = x_1 = (b_0 - a_0 b_n, \ldots, b_{n-1} - a_{n-1}b_n)\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + b_n u$$

công thức này được thực hiện bởi lệnh ***tf2ss : [A,B,C,D]=tfss(n,d)***

Ví dụ :

```
 >> n=[100]
n =
   100
```

```
>> d=[1 0.5 1]
d =
   1.0000    0.5000    1.0000
>> [a,b,c,d]=tf2ss(n,d)
```

a =	b =	c =	d =
-0.5000 -1.0000	1	0 100	0
1.0000 0	0		

3.2.2 Quỹ đạo trạng thái

1.Khái niệm

Quỹ đạo trạng thái được hiểu là nghiệm của hệ phương trình vi phân

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

Ứng với một kích thích u(t) và một trạng thái đầu $\underline{x}\;\underline{0} = \underline{x}_0$ cho trước.

Quỹ đạo trạng thái : tại t=t_0 ta có véc tơ trạng thái đầu x(t_o), khi cho t_o chạy từ 0 đến VC x(t_o) vẽ lên một đường cong theo chiều tăng của t. Đường cong này gọi là quỹ đạo trạng thái.

Với mỗi một trạng thái đầu hệ thống có một quỹ đạo trạng thái.

Tập hợp tất cả các quỹ đạo trạng thái của hệ thống được gọi là **không gian trạng thái** và không gian trạng thái mang đầy đủ thông tin động học của hệ thống

2.Khái niệm ma trận hàm mũ và cách xác định

Ma trận hàm mũ được dùng để xác định nghiệm của hệ phương trình vi phân bậc nhất nên ta phải nghiên cứu nó.

-Định nghĩa : Ma trận hàm mũ e^{At} là giá trị tới hạn của chuỗi $E(t) = e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \dfrac{(At)^k}{k!}$

-Xác định ma trận hàm mũ ta có thể sử dụng một trong ba phương pháp sau dùng toán tử Laplace, phương pháp modal, định lý Cayley-Hamilton (trang 256-259)

3.Nghiệm của phương trình trạng thái có tham số không phụ thuộc thời gian

Được xác định theo công thức sau : $\underline{x}(t) = e^{At}\underline{x}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\underline{u}(\tau)d\tau$

$$\underline{y}(t) = C[e^{At}\underline{x}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\underline{u}(\tau)d\tau] + Du$$

4.Nghiệm của phương trình trạng thái có tham số phụ thuộc thời gian

5.Quá trình cưỡng bức và quá trình tự do

-**Quá trình cưỡng bức** là đáp ứng của hệ ứng với tín hiệu đầu vào $\underline{u}\;t$ và tại thời điểm kích thích hệ có trạng thái bằng $\underline{0}$ ứng với nghiệm của phương trình ứng với trạng thái đầu $\underline{x}\;0 = 0$

-**Quá trình tự do** được biểu diễn đáp ứng đầu ra y(t) của hệ khi không bị kích thích nhưng có trạng thái đầu khác không $\underline{0}$ ứng với nghiệm của phương trình với tín hiệu vào $\underline{u}\;t = 0$

3.3 PHÂN TÍCH HỆ THỐNG

3.3.1 Nhiệm vụ cơ bản của công việc phân tích

Các nhiệm vụ cơ bản của công việc phân tích chất lượng động học của hệ thống là xét tính ổn định, sai lệch tĩnh, độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, chất lượng bền vững ... Nhưng ở mô hình không gian trạng thái : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$

Ta cần phải nghiên cứu thêm :

1)**Hiểu biết về sự phân bố các điểm cân bằng của hệ thống** : đó là trạng thái mà nếu hệ không chịu tác động từ bên ngoài thì nó đứng nguyên tại đó. Như vậy nếu $\underline{x}_e$ là điểm cân bằng hệ thống thì nó là nghiệm của phương trình $\frac{dx}{dt} = A\underline{x} = 0$. Như vậy đối với hệ tuyến tính thì điểm cân bằng là gốc toạ độ.

2)**Hiểu biết về tính ổn định Lyapunov** của hệ thống. Một hệ thống ổn định Lyapunov là hệ thống có khả năng tự trở về lân cận điểm cân bằng $\underline{x}_e$ ban đầu khi bị nhiễu đánh bật ra khỏi vị trí cân bằng. Hệ không những tự trở về lân cận điểm cân bằng $\underline{x}_e$ ban đầu mà còn tiến thẳng tới $\underline{x}_e$ thì được gọi là ổn định tiệm cận Lyapunov tại $\underline{x}_e$. đối với hệ tuyến tính thì khái niệm ổn định Lyapunov và ổn định BIBO (đầu vào chặn thì đầu ra cũng chặn) là hoàn toàn đồng nhất.

3)**Hiểu biết về tính điều khiển được** của hệ thống tại một điểm ở trạng thái cho trước.

4)**Hiểu biết về tính quan sát được** của hệ thống tại một điểm ở trạng thái cho trước.

3.3.2 Phân tích tính ổn định

1.Phân tích tính ổn định BIBO

Từ mối quan hệ giữa mô hình trạng thái và mô hình HTĐ : $G(s) = \underline{c}^T(sI - A)^{-1}\underline{b} + d$ hệ ổn định BIBO khi và chỉ khi ma trận A có tất cả các giá trị riêng nằm bên trái trục ảo. Điều này tương đương với nghiệm của đa thức $p(s) = \det(sI - A)$ nằm bên trái trục ảo.

Để xét tính ổn định BIBO đầu tiên ta phải xác định được đa thức $p(s) = \det(sI - A)$ bằng lệnh **poly(A).**

Ví dụ : cho ma trận $A = \begin{bmatrix} -0.5 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ xác định đa thức đặc tính :

```
a=[-0.5 -1;1 0]
a =
  -0.5000   -1.0000
   1.0000         0
>> poly(a)
ans =
   1.0000    0.5000    1.0000
```

Đa thức đặc tính : $p(s) = s^2 + 0.5s + 1$

Sau đó ta dùng các tiêu chuẩn Routh, Hurwitz, Michailov để xét tính ổn định. Ta có thể tính nghiệm trực tiếp của đa thức để kết luận tính ổn định BIBO : ta dùng lệnh roots(p):

```
p=[1 0.5 1]
p =
   1.0000    0.5000    1.0000
>> roots(p)
ans =
  -0.2500 + 0.9682i
  -0.2500 - 0.9682i
```

Nó có 2 nghiệm có phần thực âm ta kết luận hệ thống này ổn địnhBIBO

2.Tiêu chuẩn ổn định Lyapunov-hàm lyapunov

Xuất phát điểm của tiêu chuẩn là ổn định BIBO khi và chỉ khi nó ổn định tiệm cận Lyapunov tức là khi và chỉ khi các quỹ đạo trạng thái tự do hướng về gốc toạ độ và kết thúc tại đó.

Bản chất của phương pháp Lyapunov là giả sử bao quanh gốc $\underline{0}$ có các họ đường cong v khép kín. Các đường cong này có thể coi là biên của các lân cận $\underline{0}$ và nếu tất cả các quỹ đạo trạng thái tự do cắt tất cả các đường cong thuộc họ v từ ngoài vào trong thì ta có thể kết luận là các quỹ đạo trạng thái này tiên về gốc $\underline{0}$ và kết thúc tại đó. Từ đó kết luận tính ổn định Lyapunov của hệ.

Như vậy nếu tồn tại hàm $v(\underline{x})$ thoả mãn các điều kiện :

-Khả vi, xác định dương

-$\frac{dv}{dt} < 0; \frac{dv}{dt}$ là đạo hàm của $v(\underline{x})$ dọc theo quỹ đạo trạng thái tự do

Thì hệ ổn định tiệm cận Lyapunov tại gốc $\underline{0}$ và hàm $v(\underline{x})$ là hàm Lyapunov để sử dụng tiêu chuẩn Lyapunov ta phải thực hiện hai bước :

1)Xây dựng họ đường cong v khép kín chứa gốc $\underline{0}$ bên trong

2)Kiểm tra xem quỹ đạo trạng thái $\underline{x}(t)$ có cắt mọi đường cong thuộc v từ ngoài vào trong hay không.

Từ đây người ta đưa ra hệ quả Lyapunov như sau :

Cho một hệ thống được mô tả $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$. Hệ sẽ ổn định nếu một trong hai điều kiện sau thỏa mãn :

a)Tồn tại một ma trận vuông P xác định dương sao cho ma trận $PA + A^T P$ xác định âm, tức $-\ PA + A^T P$ xác định dương.

b)Tồn tại một ma trận đối xứng xác định dương Q sao cho phương tình $PA + A^T P = -Q$ có nghiệm P cũng đối xứng xác định dương. **Đây là phương trình Lyapunov**

Định lý Sylvester là công cụ để xác định một ma trận vuông đối xứng xác định dương : cho ma trận : $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdot & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdot & q_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdot & q_{nn} \end{bmatrix}; q_{ik} = q_{ki}$

Xác định dương khi ma trận đường chéo có định thức dương :

$$q_{11} > 0; \det\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} > 0; \det\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} > 0$$

3.3.3Phân tích tính điều khiển được

1.Khái niệm điều khiển được và điều khiển được hoàn toàn

Trong bài toán điều khiển gồm hai phần :

-Xác định những tín hiệu điều khiển u(t) để đưa hệ từ một trạng thái ban đầu không mong muốn tới một điểm trạng thái mong muốn khác

-Xác định trong số các tín hiệu u(t) đó một tín hiệu để đưa hệ từ một trạng thái ban đầu không mong muốn tới một điểm trạng thái mong muốn khác với một chất lượng chuyển đổi mong muốn.

Nếu thực hiện được như thế thì gọi là hệ điều khiển được hoàn toàn.

Một hệ thống tuyến tính liên tục được gọi là điều khiển được nếu tồn tại ít nhất một tín hiệu điều khiển đưa được hệ từ một điểm trạng thái ban đầu $\underline{x}_0$ tuỳ ý về gốc toạ độ $\underline{0}$ trong một khoảng thời gian hữu hạn.

Một hệ thống tuyến tính liên tục được gọi là điều khiển được hoàn toàn nếu tồn tại ít nhất một tín hiệu điều khiển đưa được hệ từ một điểm trạng thái ban đầu $\underline{x}_0$ tuỳ ý đến một điểm trạng thái đích tuỳ ý $\underline{x}_T$ trong một khoảng thời gian hữu hạn.

2.Các tiêu chuẩn xét tính điều khiển được cho hệ tham số hằng

Theo định lý Kalman điều kiện cần và đủ để hệ có tính điều khiển được là Rank(Co)=n

-Tính ma trận điều khiển được Co=[B AB A^2B…A^{n-1}B]

-Nếu Co có hạng đầy đủ như ma trận hệ thống (=n) thì hệ điều khiển được hoàn toàn

-Để tính Co(controllability matrix) ta dùng lệnh Co=ctrb(A,B)

-Để kiểm tra hạng ma trận ta dùng lệnh Rank(co)

3.3.4 phân tích tính quan sát được

1.Khái niệm quan sát được và quan sát được hoàn toàn

Một hệ thống có tín hiệu vào $\underline{u}\ \ t$ và tín hiệu ra $\underline{y}\ \ t$ được gọi là :

-Quan sát được tại thời điểm t_0 nếu tồn tại ít nhất một giá trị hữu hạn T>t_0 để điểm trạng thái $\underline{x}\ \ t\ = \underline{x}_0$ xác định một cách chính xác thông qua việc quan sát các tín hiệu vào, ra trong khoảng thời gian [t_0-T]

-Quan sát được hoàn toàn tại thời điểm t_0 nếu với mọi giá trị hữu hạn $T>t_0$ để điểm trạng thái $\underline{x}(t)=\underline{x}_0$ xác định một cách chính xác thông qua việc quan sát các tín hiệu vào, ra trong khoảng thời gian $[t_0\text{-}T]$

2.Một số kết luận chung

Theo định lý Kalman điều kiện cần và đủ để hệ có tính quan sát được là Rank(Ob)=n

-Tính ma trận quan sát được Ob(observability matrix) = $[C;CA;\ \dots\ ;CA^{n-1}]$

-Nếu ma trận Ob có hạng đầy đủ(=n) như ma trận hệ thống thì hệ quan sát được hoàn toàn

-Để tính ma trận Ob (Observability matrix) ta dùng lệnh Ob=obsv(A,C)

-Để kiểm tra hạng ma trận ta dùng lệnh Rank(Ob)

ví dụ cho hệ $\dfrac{dx}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & 0 & -4\\ 0 & 1 & -3\end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\\ -1 & 1\end{bmatrix}\underline{u}; va; y=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}\underline{x}$

xét tính điều khiển được và quan sát được của hệ :

```
a=[0 0 -2;1 0 -4;0 1 -3]
a =
     0     0    -2
     1     0    -4
     0     1    -3
```

```
b=[0 1;1 2;-1 1]
b =
     0     1
     1     2
    -1     1
```

```
c=[1 0 -1;0 1 1]
c =
     1     0    -1
     0     1     1
```

```
>> d=0
d =
     0
```

```
>> co=ctrb(a,b)
co =
     0     1     2    -2    -8     2
     1     2     4    -3   -14     2
    -1     1     4    -1    -8     0
>> rank(co)
ans =
     3
>> ob=obsv(a,c)
ob =
     1     0    -1
     0     1     1
     0    -1     1
     1     1    -7
    -1     1     1
     1    -7    15
>> rank(ob)
ans =3
```

Kết luận : hệ có tính điều khiển được và quan sát được

3.3.5 Phân tích tính động học không (Sinh viên tự nghiên cứu)

3.4 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

3.4.1 Bộ điều khiển phản hồi trạng thái gán điểm cực

1.Bài toán

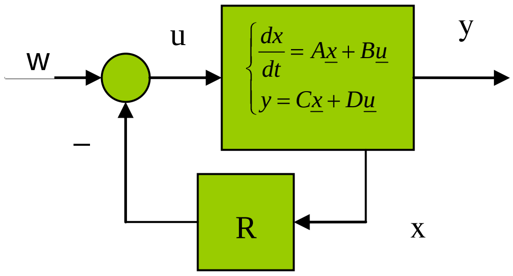
Xét hệ có mô hình không gian trạng thái : $\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=A\underline{x}+B\underline{u}\\ y=C\underline{x}+D\underline{u}\end{cases}$

Chúng ta thấy rằng các điểm cực của đa thức đặc tính chính là các giá trị riêng của ma trận A. mà Chất lượng hệ thống phụ thuộc nhiều vào vị trí các điểm cực, do đó để có được chất lượng hệ thống mong muốn người ta thiết kế các bộ điều khiển căn cứ vào vị trí các điểm cực cho trước (coi như cho trước yêu cầu chất lượng hệ thống). Phương pháp thiết kế bộ điều khiển như thế người ta gọi là phương pháp cho trước điểm cực hay phương pháp gán điểm cực (pole placement). Với phương pháp này ta có thể thiết kế được véc tơ **R (k) /ma trận R (k) phản hồi trạng thái hoặc phản hồi tín hiệu ra**.

Bản chất của phương pháp là chọn các tham số của bộ điều khiển xuất phát từ một dạng đáp ứng cho trước (yêu cầu chất lượng điều khiển cho trước).

-Nếu dùng bộ phản hồi trạng thái thì hệ thống sẽ có mô hình $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(w - R\underline{x}\right) \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$

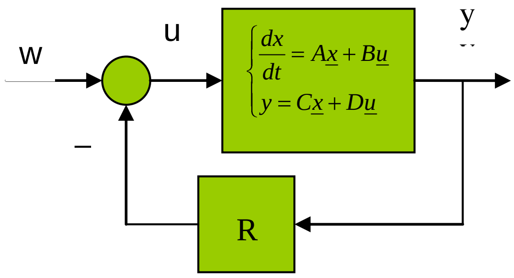
trong đó R (k) là bộ phản hồi trạng thái có sơ đồ như hình vẽ :



-Nếu dùng bộ phản hồi tín hiệu ra thì hệ thống sẽ có mô hình :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(\underline{w} - Ry\right) = A\underline{x} + B\left(\underline{w} - RC\underline{x}\right) = \left(A - BRC\right)\underline{x} + B\underline{w} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

với D=0



2.Phương pháp Ackermann

Phương pháp Ackerman là phương pháp thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái cho đối tượng chỉ có một tín hiệu vào.

Đối tượng có mô hình : $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u$

Thì hệ kín sẽ có $A - BR$ mô hình

VIỆC TA TÌM MA TRẬN R (BỘ ĐIỀU KHIỂN PHẢN HỒI TRẠNG THÁI R) DỰA VÀO CÁC ĐIỂM CỰC CHO TRƯỚC (GIÁ TRỊ RIÊNG CỦA MA TRẬN $A - BR$)

THUẬT TOÁN TÌM BỘ R :

1.GIẢ SỬ TA CÓ BỘ ĐIỀU KHIỂN R

2.XÁC ĐỊNH MÔ HÌNH KÍN CỦA HT CÓ BỘ R THAM GIA

3.THAY CÁC GIÁ TRỊ RIÊNG CỦA MA TRẬN A-BR VÀO MA TRẬN HỆ THỐNG VỪA XÁC ĐỊNH

4.ĐỒNG NHẤT HÓA CÁC HỆ SỐ TA SẼ TÌM ĐƯỢC MA TRẬN R

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(w - R\underline{x}\right) \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

hay

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{bmatrix} = [\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\0\end{bmatrix} r_1, r_2, ..., r_n \begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}] + \begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\1\end{bmatrix}\underline{w}$$

$$= \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -(a_0+r_1) & -(a_1+r_2) & \cdots & -(a_{n-1}+r_n)\end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\1\end{bmatrix}\underline{w}$$

Ví dụ : cho hệ SISO có mô hình : $\dfrac{dx}{dt} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 2 & 3\end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$.

Tìm véc tơ k để hệ có điểm cực s1=-3; s2=-4; s3=-5. Sử dụng lệnh Matlab ta có :

a=[0 1 0;0 0 1;-1 2 3]	>> b=[0;0;1]	>> p1=-3	>> p2=-4	>> p3=-5
a =	b =	p1 =	p2 =	p3 =
0 1 0	0	-3	-4	-5
0 0 1	0			
-1 2 3	1			

>> k=place(a,b,[p1 p2 p3]) : **xác định ma trận K phản hồi trạng thái**

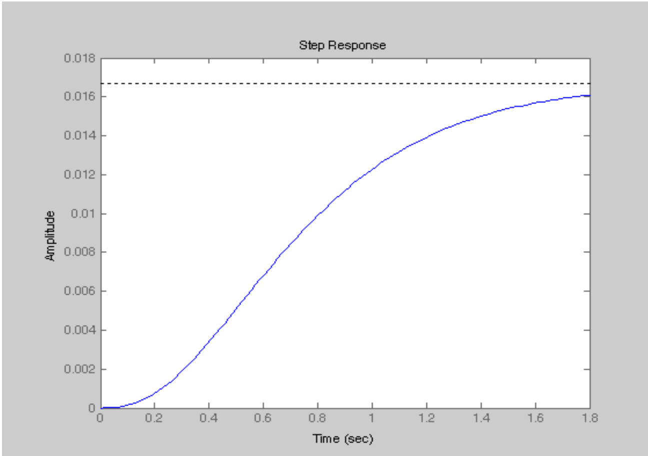
k =

59.0000 49.0000 15.0000

Mô hình hệ thống kín khi có bộ phản hồi trạng thái K :

>> [a]=(a-b*k)	b=[0;0;1]	c=[1 0 0]	>> d=0
a =	b =	c =	d =
0 1.0000 0	0	1 0 0	0
0 0 1.0000	0		
-60.0000 -47.0000 -12.0000	1		

```
>> [n,d]=ss2tf(a,b,c,d)
n =
      0  -0.0000  -0.0000   1.0000
d =
   1.0000  12.0000  47.0000  60.0000
>> sys=tf(n,d)
Transfer function:
                         -3.553e-015 s^2 - 2.842e-014 s + 1
                         ----------------------------------
                             s^3 + 12 s^2 + 47 s + 60
>> step(a,b,c,d)
```



3.Phương pháp Roppenecker

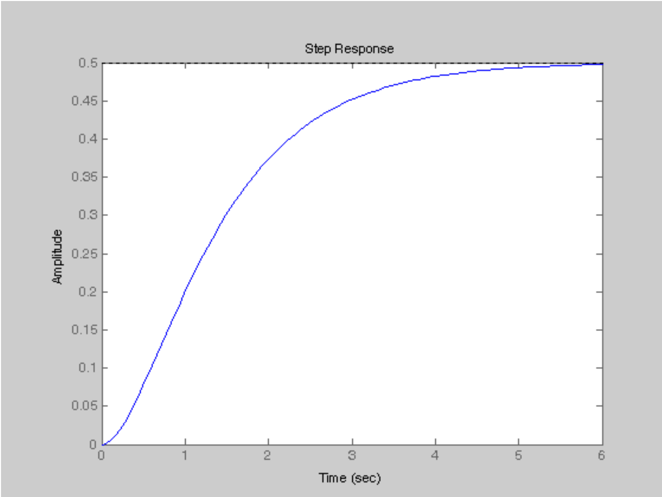
Phương pháp này giống phương pháp trên nhưng mạnh hơn ứng dụng cho cả hệ MIMO.
để thiết kế ta cũng dùng lệnh **place**

ví dụ : cho đối tượng có mô hình : $\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$ với các điểm cực cho trước s1=-1; s2=-2.

tìm bộ điều khiển R.

a=[0 1;0 2] a = 0 1 0 2	>> b=[0;1] b = 0 1	>> c=[1 0] c = 1 0	>> d=[0] d = 0	>> p1=-1 p1 = -1	>> p2=-2 p2 = -2

```
>> [k,prec,message]=place(a,b,[p1 p2])
k =
     2     5
prec = độ chính xác của vị trí ĐCực của hệ mới so với vị trí Đcực cho trước.
    15
>> a=(a-b*k)
a =
     0     1
    -2    -3
>> [n,d]=ss2tf(a,b,c,d)
n =
         0    0.0000    1.0000
d =
     1     3     2
>> sys=tf(n,d)
Transfer function:
8.882e-016 s + 1
----------------
 s^2 + 3 s + 2
```



3.4.2 Điều khiển tách kênh

Điều khiển tách kênh là việc can thiệp sơ bộ vào hệ MIMO để hệ MIMO thành nhiều hệ SISO. ở đây ta giả thiết số lượng tín hiệu vào và tín hiệu ra bằng nhau và là m : $u_1, u_2, ..., u_m; va; y_1, y_2, ..., y_m$. được mô tả $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$

1.Bộ điều khiển phản hồi trạng thái tách kênh Falb-Wolovich

Nhiệm vụ thiết kế đặt ra là phải xác định hai bộ điều khiển tĩnh (véc tơ hoặc ma trận hằng) M và R để ma trận hàm truyền đạt thành ma trận đường chéo : $G(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & G_m(s) \end{bmatrix}$ với

$$G_i(s) = \frac{b_i}{a_{io} + a_{i,1}s + ... + a_{i,r_i-1}s^{r_i-1} + s^{r_i}}$$

Thuật toán xác định R và M được thể hiện ở ví dụ sau :

Cho đối được mô tả như sau :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\underline{u}; y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\underline{x}$$

Hệ này có m=2 (hai vào hai ra)

1)Xác định bậc tương đối của các HTĐ thành phần r1,r2 như sau :

Theo công thức $\underline{c}^T A^k \underline{b} = \begin{cases} = 0; khi; 0 \le k \le r-2 \\ \ne 0; khi; k = r-1 \end{cases}$. Như vậy ta cứ thay k =0 vào sau đó bắt đầu tính $\underline{c}^T A^k \underline{b}$, khi nào nó khác 0 thì nhận giá trị k đó và tính bậc r=k+1

Như trong ví dụ :

-ma trận $\underline{c}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{c}_1^T = (0,1,0)$

Ta tính với $k = 0 \Rightarrow \underline{c}_1^T A^k B = \underline{c}_1^T B = (0,1,0)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (0,0)$ nên không nhận giá trị này

Với $k = 1 \Rightarrow \underline{c}_1^T A^k B = (0,1,0)\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (1,1) \ne \underline{0}$ nên nhận k=1 do vậy r1=k+1=2

-ma trận $\underline{c}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{c}_1^T = \ 0,0,1$

Ta tính với $k = 0 \Rightarrow \underline{c}_1^T A^k B = \underline{c}_1^T B = \ 0,0,1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \ 0,1 \ \neq \underline{0}$ nên nhận giá trị này k=0 do vậy r2=k+1=1

-Ma trận $E = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A^{r_1 - 1} B \\ . \\ \underline{c}_m^T A^{r_m - 1} B \end{bmatrix}$ trong ví dụ ta tính

$$E = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A^{r_1 - 1} B \\ \underline{c}_2^T A^{r_2 - 1} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A^{2-1} B \\ \underline{c}_2^T A^{1-1} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A \ B \\ \underline{c}_2^T B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow E^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2)Chọn tuỳ ý các tham số :

-Chọn $a_{ik}; voi; i = 1,2...m; k = 0,1,...r_i - 1$ để có :

$$a_{i,0} + a_{i,1} s^1 + ... + a_{i,k} s^k + ... + a_{i,r_i - 1} s^{r_i - 1} + s^{r_i} =$$

$$= \ s - s_{i,1} \quad s - s_{i,2} \ ... \ s - s_{i,k} \ ... \ s - s_{i,r_i}$$

Với các điểm cực $s_{i,k}$ là được chọn trước cho kênh thứ i

-Chọn $b_i = a_{i0}$ để kênh thứ i không có sai lệch tĩnh

Trong ví dụ ta có

m=2 nên i=1,2;

r1=2; r2=1

$b_i : b_1 ; b_2$ $\qquad\qquad$ $b_2 = a_{20} = 3$

nên $voi / i = 1 \Rightarrow a_{ik} : a_{10} ; a_{11} ; (r_1 = 2 \Rightarrow r_1 - 1 = 1)$ và ta chọn $a_{11} = 1$

$voi / i = 2 \Rightarrow a_{ik} : a_{20} ; (r_2 = 1 \Rightarrow r_2 - 1 = 0)$ $\qquad\qquad$ $b_1 = a_{10} = 2$

3)Tính ma trận F,L rồi tính M,R

-Tính ma trận F : $F = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A^{r_1} + \sum_{k=0}^{r_1 - 1} a_{1,k} \underline{c}_1^T A^k \\ . \\ \underline{c}_m^T A^{r_m} + \sum_{k=0}^{r_m - 1} a_{m,k} \underline{c}_m^T A^k \end{bmatrix}$ trong ví dụ

$$F = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T A^{r_1} + \sum_{k=0}^{r_1 - 1} a_{1,k} \underline{c}_1^T A^k \\ . \\ \underline{c}_m^T A^{r_m} + \sum_{k=0}^{r_m - 1} a_{m,k} \underline{c}_m^T A^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1,0 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}^2 + a_{10} \ 0,1,0 \ + a_{11} \ 0,1,0 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \\ 0,0,1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} + a_{20} \ 0,0,1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ma trận $L=\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_i & 0 \\ 0 & 0 & b_m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

Từ đây ta tính $M=E^{-1}L=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

$R=E^{-1}F=\begin{bmatrix} -2 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2.Bộ điều khiển tách kênh nhờ phép biến đổi Smith-McMillan

3.4.3 Điều khiển phản hồi trạng thái tối ưu

1. Bài toán :

Đây là bài toán tìm bộ điều khiển tĩnh (véc tơ hoặc ma trận hằng) để hệ kín có chất lượng là khi bị nhiễu đánh bật khỏi vị trí cân bằng đến một trạng thái nào đó, bộ điều khiển sẽ kéo hệ về gốc toạ độ với tổn hao năng lượng của quá trình quay trở lại : $Q\ \underline{x},\underline{u}\ =\frac{1}{2}\int_0^\infty\ \underline{x}^T E\underline{x}+\underline{u}^T F\underline{u}\ dt\to\min$ là nhỏ nhất. Bài toán này gọi là LQR (linear quadratic regulator). Bản chất của phương pháp này là ta chọn các tham số của bộ điều khiển xuất phát từ quá trình tìm cực tiểu của một hàm chất lượng (hàm mục tiêu) nào đó.

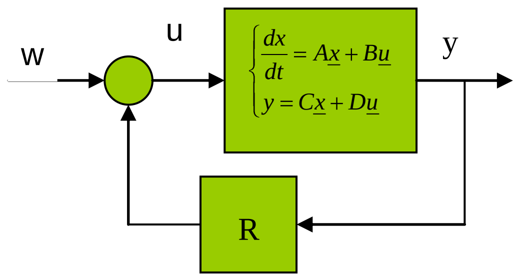
Trong đó E là ma trận trọng lượng của các biến trạng thái và F là ma trận trọng lượng của các biến đầu vào. Với giả thiết E là ma trận đối xứng xác định không âm và F là ma trận đối xứng xác định dương.

Bài toán này có 2 dạng : phản hồi tối ưu trạng thái dương và phản hồi tối ưu trạng thái âm

2.Thiết kế bộ điều khiển LQR phản hồi dương

Cho hệ $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt}=A\underline{x}+B\underline{u} \\ y=C\underline{x}+D\underline{u} \end{cases}$.

Có sơ đồ cấu trúc :



Giả sử ta có bộ điều khiển R thì lúc đó mô hình trạng thái của hệ kín :

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt}=A\underline{x}+B\ \ w+R\underline{x}\ \ =\ \ A+BR\ \ \underline{x}+Bw \\ y=C\underline{x}+D\underline{u} \end{cases}$$

Thuật toán tìm R như sau :

1)Giải phương trình Ricati : $KBF^{-1}B^TK+KA+A^TK=E$ để tìm được K

2)Tính $R=F^{-1}B^TK\Rightarrow\underline{u}\ \ t\ \ =F^{-1}B^TK\underline{x}\ \ t$: **là luật điều khiển tối ưu**

Ví dụ : cho hệ $\dfrac{dx}{dt}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u;va;Q=\dfrac{1}{2}\int_0^\infty[\underline{x}^T\ \ t\ \ \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}\underline{x}+u^2]dt$

Tìm bộ điều khiển phản hồi dương tối ưu trạng thái R :

```
a=[0 0;1 0]
a =
     0     0
     1     0
```

```
>> b=[1;0]
b =
     1
     0
```

```
>> e=[5 0;0 4]
e =
     5     0
     0     4
```

```
>> f=1
f =
     1
```

>> [k,s,e]=lqr(a,b,e,f) : trong đó **k là ma trận phản hồi;S là nghiệm của phương trình Ricati; e là vết của (A-B*K)**

k = (luật điều khiển R)

3.0000   2.0000

s = (nghiệm ricati)

3.0000   2.0000

2.0000   6.0000

e =

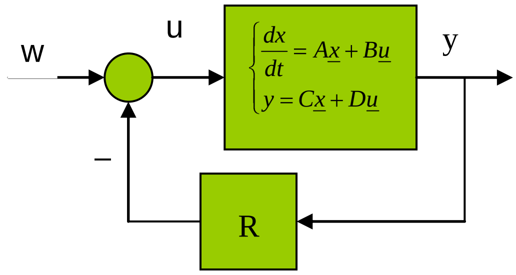
-2.0000

-1.0000

Vậy bộ điều khiển $R = -3x_1 - 2x_2$

3.Thiết kế bộ điều khiển LQR phản hồi âm

Cho hệ $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$.



Giả sử ta có bộ điều khiển R thì lúc đó mô hình trạng thái của hệ kín :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\ \ w - R\underline{x}\ \ = \ \ A - BR\ \ \underline{x} + Bw \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

Thuật toán tìm R như sau : $R = F^{-1}B^T L$

1)Giải phương trình Ricati : $LBF^{-1}B^T L + LA + A^T L = E$ để tìm được L

2)Tính $R = F^{-1}B^T L \Rightarrow \underline{u}\ \ t\ \ = F^{-1}B^T L\underline{x}\ \ t$: là luật điều khiển tối ưu

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \text{ va } Q = \frac{1}{2}\int_0^\infty [\underline{x}^T\ \ t\ \ \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 13 \end{bmatrix}\underline{x} + u^2]dt$$

a=[0 2;1 0]	>> b=[0 ;1]	>> e=[3 4;4 13]	>> f=1
a =	b =	e =	f =
0 2	0	3 4	1
1 0	1	4 13	

>> [R,L,e]=lqr(a,b,e,f)

R = luật điều khiển

3.0000   5.0000

L = nghiệm phương trình Ricati

3.0000   3.0000

3.0000   5.0000

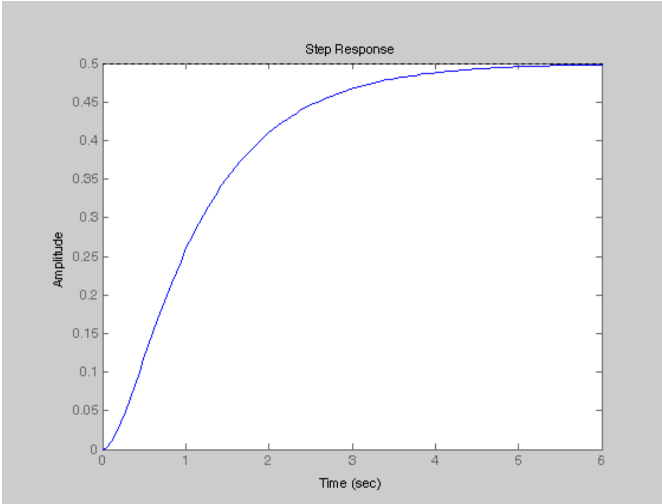
[a]=[a-b*R]

a =

0   2.0000

-2.0000   -5.0000

>> step(a,b,c,d)

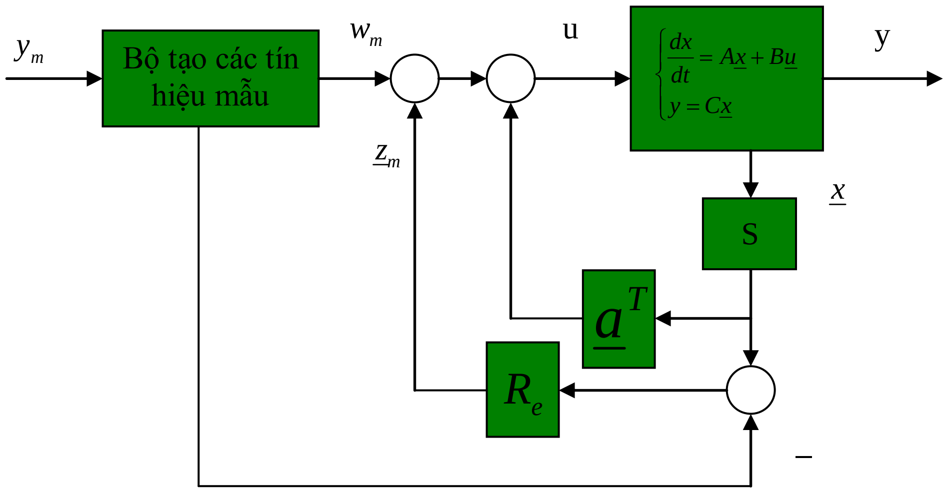


3.4.4 Điều khiển bám bằng phản hồi trạng thái (tracking control)

Bài toán : cho hệ SISO được mô tả bởi mô hình $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} \end{cases}$

Ta phải thiết kế bộ điều khiển R sao cho tín hiệu ra y(t) của nó luôn bám được theo tín hiệu mẫu $y_m(t)$ mong muốn. Bộ R có thể là bộ phản hồi trạng thái hoặc bộ phản hồi tín hiệu ra. Để giải quyết bài toán này ta phải thiết kế bộ điều khiển R có khả năng vừa giải quyết nhiệm trên đồng thời phải xác định tín hiệu đặt $u_m(t)$ (mẫu) thích ứng ở đầu vào.

-Sơ đồ cấu trúc hệ thống như hình 3.20 trang 343.



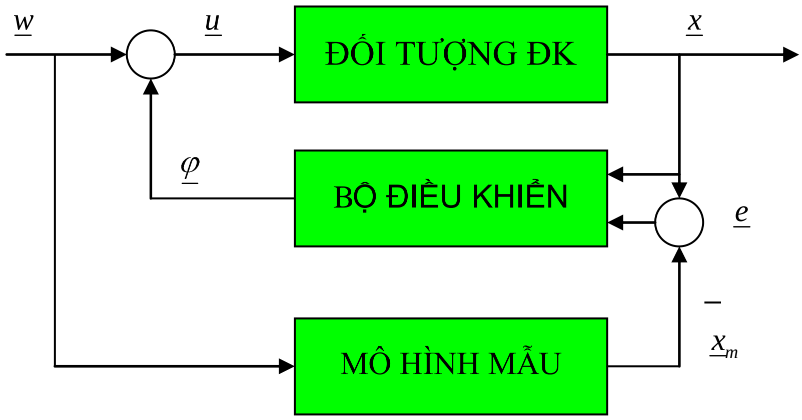
Trong đó bộ tạo mẫu với tín hiệu vào là mẫu tín hiệu ra là mẫu điều khiển và mẫu trạng thái. Ma trận S là ma trận quy chuẩn mô hình từ mô hình không chuẩn về mô hình chuẩn. $\underline{a}^T$ là bộ phản hồi trạng thái và R_e là bộ điều khiển sai lệch trạng thái.

3.4.5 Điều khiển phản hồi trạng thái thích nghi

Bài toán : Trong điều khiển ta thường gặp những bài toán mà đối tượng có chứa những thành phần bất định. Nguồn gốc của những thành phần bất định này có thể là sai lệch mô hình, hoặc do tác động của nhiễu ngoài (disturbance). Mô hình MIMO của chúng như sau : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B(\underline{u} + G \;\; \underline{x} \;\; \underline{d} \\ y = C\underline{x} \end{cases}$

Trong đó G(x) là ma trận của các phần tử phụ thuộc vào trạng thái x, d(t) là véc tơ nhiễu (thành phần bất định). Bài toán này còn gọi là bài toán điều khiển thích nghi kháng nhiễu : thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái điều khiển đối tượng trên để hệ thống có chất lượng như mong muốn không phụ thuộc vào nhiễu.

Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như 3.22b trang 347 :



Trong đó $\underline{w}, \underline{u}, \underline{x}, \underline{\varphi}, \underline{e}, \underline{x}_m$: véc tơ tín hiệu vào, tín hiệu điều khiển, trạng thái của hệ thống, luật điều khiển thích nghi kháng nhiễu, sai lệch giữa mô hình mẫu và thực, trạng thái mô hình mẫu.

3.4.6 Điều khiển phản hồi tín hiệu ra

1.Bài toán

Cho đối tượng được mô tả : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} \end{cases}$

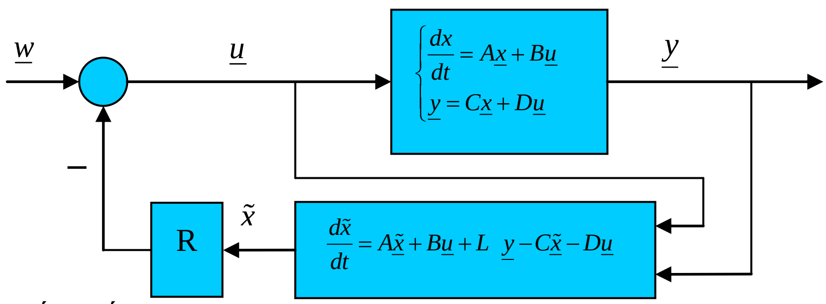
Ta phải thiết kế bộ điều khiển R phản hồi tín hiệu ra sao cho hệ kín thu được $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (A - BRC)\underline{x} + B\underline{w} \\ y = C\underline{x} \end{cases}$ có các điểm cực là những giá trị cho trước. Để giải quyết bài toán này người ta thiết kế các bộ quan sát trạng thái

2.Thiết kế bộ quan sát Luenberger

Cho đối tượng có mô hình : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$

Ý tưởng chính của phương pháp là dùng khâu có mô hình :

$\begin{cases} \dfrac{d\tilde{x}}{dt} = A\underline{\tilde{x}} + B\underline{u} + L(\underline{y} - \tilde{y} - D\underline{u}) \\ \underline{\tilde{y}} = C\underline{\tilde{x}} \end{cases}$ làm bộ quan sát như hình 3.26 trang 354.



Vấn đề mấu chốt là xác định được ma trận L . thuật toán tìm L theo các bước sau :

1)Chọn n giá trị điểm cực tương ứng với thời gian quan sát T : càng xa trục ảo về trái thì T càng nhỏ, sai số quan sát càng nhanh tiến về 0

2)Dùng phương pháp thiết kế bộ phản hồi trạng thái bằng gán cực để xác định L^T với n điểm cực cho đối tượng : $\left\{ \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A^T\underline{x} + C^T\underline{u} \right.$

3)Xác định lại L

4)Thông thường bộ quan sát trạng thái bao giờ cũng đi kèm bộ phản hồi trạng thái R

Nói cách khác bài toán xác định bộ quan sát Luenberger chính là bài toán thiết kế bộ điều khiển cho trước điểm cực ứng với hệ đối ngẫu của đối tượng đã cho.Ví dụ : cho đối tượng được mô tả $S\ s = \frac{100}{s^2+2s+100}$.**Thiết kế bộ quan sát.**

sys=ss(tf([100],[1 2 100]))

a =	b =	c =	d =
x1 x2	u1	x1 x2	u1
x1 -2 -3.125	x1 2	y1 0 1.563	y1 0
x2 32 0	x2 0		

> po=3*real(pole(sys))+imag(pole(sys))/3*i **xác định cực của bộ quan sát**

po = cực của bộ quan sát

-3.0000 + 3.3166i

-3.0000 - 3.3166i

>> L=place(sys.a',sys.c',po)' **: xác định ma trận độ sai lệch quan sát** L

>> est=estim(sys,L) : **xác định mô hình bộ quan sát**

a =	b =	c =	d =
x1 x2	u1	x1 x2	u1
x1 -2 -0.375	x1 -1.76	y1 0 1.563	y1 0
x2 32 -4	x2 2.56	y2 1 0	y2 0
		y3 0 1	y3 0

Ví dụ 2 : cho hệ có đối tượng : $S\ s = \frac{100}{s^2+2s+100}$. Thiết kế bộ điều khiển

1)xác định điểm cực của bộ quan sát và của khâu điều khiển

sys=ss(tf([100],[1 2 100])

a =	b =	c =	d =
x1 x2	u1	x1 x2	u1
x1 -2 -3.125	x1 2	y1 0 1.563	y1 0
x2 32 0	x2 0		

>> po=10*real(pole(sys))+imag(pole(sys))/10*i : điểm cực của bộ quan sát

po =

-10.0000 + 0.9950i

-10.0000 - 0.9950i

>> pc=5*real(pole(sys))+imag(pole(sys))/5*i : điểm cực của bộ điều khiển

pc =

2)Xác định ma trận sai lệch quan sát và ma trận phản hồi trạng thái

L=place(sys.a',sys.c',po).: xác định ma trận sai lệch quan sát L

L =

-0.7002

11.5200

>> k=place(sys.a,sys.b,pc) : xác định ma trận điều khiển phản hồi trạng thái

k = 4.0000 -1.1100

3)xác định bộ quan sát và bộ điều khiển phản hồi trạng thái

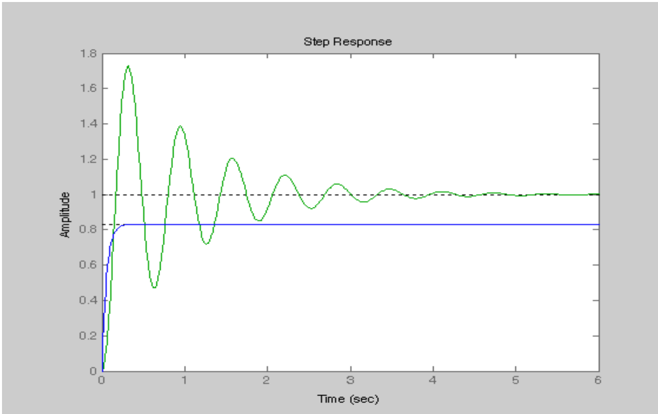
>> est=estim(sys,L) : xác định bộ quan sát

a =	b =	c =	d =
x1 x2	u1	x1 x2	u1
x1 -2 -2.031	x1 -0.7002	y1 0 1.563	y1 0
x2 32 -18	x2 11.52	y2 1 0	y2 0
		y3 0 1	y3 0

>> rsys=reg(sys,k,L) : xác định mô hình bộ điều khiển khi có cả bộ quan sát

a =			b =			c =			d =	
	x1	x2		u1			x1	x2		u1
x1	-10	0.1891	x1	-0.7002		y1	-4	1.11	y1	0
x2	32	-18	x2	11.52						

Kết quả ta thu được quá trình quá độ :



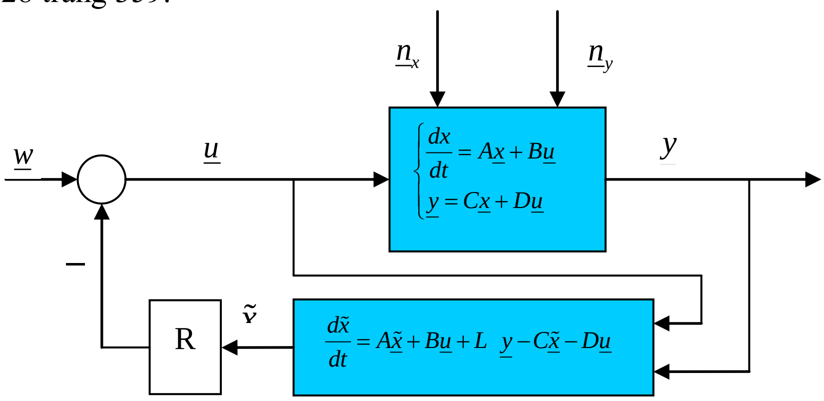
Đường xanh lá cây là đáp ứng của đối tượng. đường xanh da trời là đáp ứng của hệ thống kín có bộ quan sát và điều khiển. Như vậy về động học hệ thống đã được cải thiện rất nhiều, không có quá điều chỉnh, thời gian quá độ ngắn, nhưng sai số xác lập lớn.

Sai lệch tĩnh lớn có thể là do sự thay đổi hàm truyền đạt của mạch kín. Để khắc phục hiện tượng này thông thường người ta sử dụng khâu điều khiển trạng thái có thêm khâu tích phân đầu vào hoặc bộ tiền sử lý.

3.Thiết kế bộ quan sát Kalman

Cho đối tượng có mô hình : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} + \underline{n}_x \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} + \underline{n}_y \end{cases}$ với n_x, n_y là nhiễu tác động

Ý tưởng chính của phương pháp là dùng khâu có mô hình : $\begin{cases} \dfrac{d\tilde{x}}{dt} = A\underline{\tilde{x}} + B\underline{u} + L(\underline{y} - \underline{\tilde{y}} - D\underline{u}) \\ \underline{\tilde{y}} = C\underline{\tilde{x}} \end{cases}$ làm bộ quan sát như hình 3.28 trang 359.



Vấn đề mấu chốt là xác định được ma trận L . Thuật toán tìm L :

1)Xác định hai ma trận N_x, N_y là hai ma trận hàm hỗ tương quan của $\underline{n}_x\ \ t\ ;\underline{n}_y\ \ t$ (phương sai của tạp âm).

2)Thiết kế bộ điều khiển tối ưu phản hồi trạng thái L^T phản hồi âm cho đối tượgn đối ngẫu $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A^T\underline{x} + C^T\underline{u} \end{cases}$ với phiếm hàm mục tiêu $Q_k = \dfrac{1}{2}\int_0^\infty \underline{x}^T N_x \underline{x} + \underline{u}^T N_y \underline{u}\ dt \to \min$

3)Tìm L thay vào ta có bộ quan sát Kalman

Ví dụ cho hệ thống có đối tượng được mô tả : $S\ \ s\ = \dfrac{1000}{s^2 + 10s + 1000}$. Thiết kế bộ quan sát Kalman.

```
sys=ss(tf([1000],[1 10 1000]))
```

a =			b =			c =			d=0
	x1	x2		u1		x1	x2		
x1	-10	-15.63	x1	4	y1	0	3.906		
x2	64	0	x2	0					

```
>> Qn=1 : phương sai tạp âm
Qn =
    1
>> Rn=1 : phương sai tạp âm
Rn =
    1
>> [kest,L,P]=kalman(sys,Qn,Rn)
```

a =			b =		c =			d =	
	x1_e	x2_e		y1		x1_e	x2_e		y1
x1_e	-10	-18.9	x1_e	0.8381	y1_e	0	3.906	y1_e	0
x2_e	64	-20.47	x2_e	5.24	x1_e	1	0	x1_e	0
					x2_e	0	1	x2_e	0

L = **ma trận khuyếch đại bộ quan sát Kalman**

0.8381
5.2403

P = **ma trận phương sai sai lệch tĩnh**

0.4297 0.2145
0.2145 1.3415

\>> Q=[3 4;4 12]

Q = **ma trận trọng lượng của các biến trạng thái**

3 4
4 12

\>> R=1

R = **ma trận trọng lượng của biến đầu vào**

1

\>> [k]=lqr(sys.a,sys.b,Q,R) **: ma trận phản hồi tối ưu trạng thái**

k =
4.6639 1.3147

\>> rlqg=lqgreg(kest,k) **: mô hình bộ điều khiển dùng lọc Kalman**

a =			b = 0	c =			d = 0
	x1_e	x2_e			x1_e	x2_e	
x1_e	-13.91	-20		y1	-4.664	-1.315	
x2_e	39.56	-27.36					

4.Kết luận

- -Thiết kế bộ điều khiển sử dụng khâu quan sát Luenberger xác định theo nguyên tắc cho trước điểm cực, tức là dựa vào dạng đáp ứng cho trước.
- -Thiết kế bộ điều khiển sử dụng khâu quan sát Kalman xác định theo cực tiểu phiếm hàm mục tiêu.
- -Khâu quan sát trạng thái Luenberger và Kalman không làm thay đổi vị trí các điểm cực cũ của $\det\left(sI - A + BR\right) = 0$, nó chỉ đưa thêm vào hệ các điểm cực mới là nghiệm của $\det\left(sI - A + LC\right) = 0$. Điều này cho thấy ở hệ tuyến tính, **việc thiết kế bộ điều khiển phản hồi tín hiệu ra có thể được coi là hai bài toán riêng biệt gồm bài toán thiết kế bộ phản hồi trạng thái và bài toán thiết kế bộ quan sát trạng thái** (nguyên lý tách).

3.4.7 Loại bỏ sai lệch tĩnh bằng bộ tiền sử lý

Loại bỏ sai lệch tĩnh là vấn đề mà người thiết kế rất quan tâm. Ta thấy rằng sai lệch tĩnh vẫn có thể tồn tại ngay cả khi hệ kín ổn định. Nhất là đối với những hệ điều khiển phản hồi trạng thái. Để loại bỏ sai lệch tĩnh, thông thường tiến hành một trong hai giải pháp :

1)Tạo cho hệ hở có thành phần tích phân. Giải pháp này thường được áp dụng cho hệ SISO. Giải pháp này tuy đơn giản nhưng có nguy cơ làm thay đổi vị trí cực của hệ thống tức làm thay đổi chất lượng hệ thống.

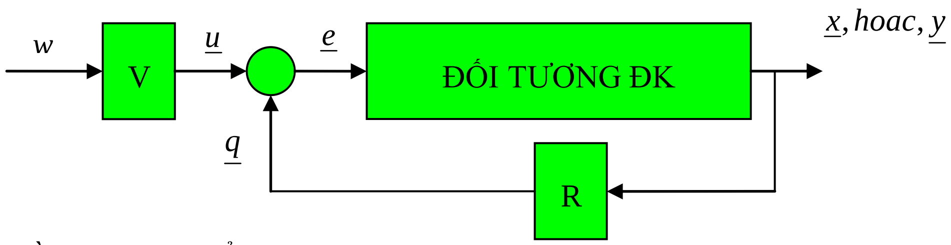
2)Sử dụng thêm bộ tiền sử lý. Giải pháp này thường áp dụng cho hệ MIMO, nó thể hiện rõ ưu việt của mình đối với hệ điều khiển được thiết kế theo phương pháp gán điểm cực.

Ta có bài toán như sau :

Giả sử ta có đối tượng được mô tả : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$

Đối tượng được điều khiển bởi hồi tiếp trạng thái hoặc tín hiệu ra .

Hệ thống có sơ đồ khối như sau :



Ta có được bộ tiền sử lý V(s) để loại bỏ sai lệc tĩnh như sau :

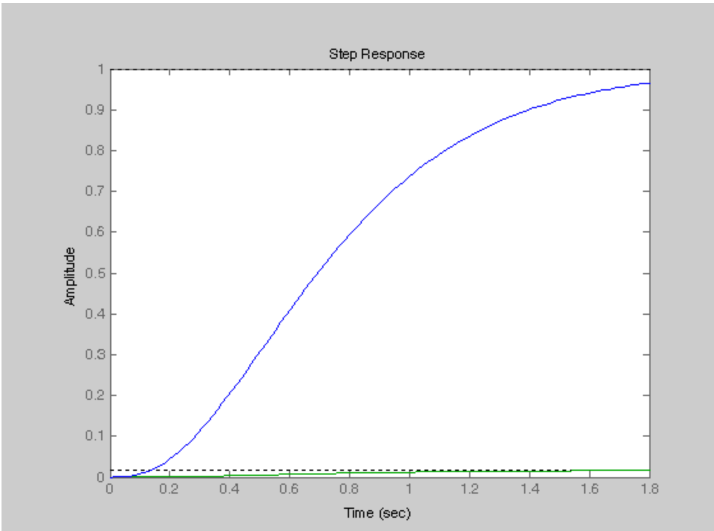
$$\begin{cases} V = [C\ \ BR - A\ ^{-1}]^{-1},\ \underline{x} \\ V = [C\ \ BRC - A\ ^{-1}]^{-1}\ \underline{Y} \end{cases}$$

Ví dụ cho hệ có đối tượng được mô tả :

a=[0 1 0;0 0 1;-1 2 3] a = 0 1 0 0 0 1 -1 2 3	b=[0;0;1] b = 0 0 1	c=[1 0 0] c = 1 0 0	d=0 D = 0	p1=-3 p1 = -3	p2=-4 p2 = -4	p3=-5 p3 = -5

```
>> k=place(a,b,[p1 p2 p3])
k =
  59.0000   49.0000   15.0000
>> [a]=(a-b*k)
a =
        0    1.0000         0
        0         0    1.0000
  -60.0000  -47.0000  -12.0000
>> [aa]=(b*k-a)
aa =
        0   -1.0000         0
        0         0   -1.0000
  119.0000   96.0000   27.0000
>> [aaa]=inv(aa)
aaa =
    0.8067    0.2269    0.0084
   -1.0000         0         0
        0   -1.0000         0
>> [cc]=(c*aaa)
cc =
```

```
    0.8067    0.2269    0.0084
>> [ccc]=(cc*b)
ccc =
    0.0084
>> [v]=inv(ccc)
v =
  119.0000
(>> [v]=rscale(a,b,c,d,k)
v =
   60.0000 )
>> [a]=(a-b*k)
a =
         0    1.0000         0
         0         0    1.0000
  -60.0000  -47.0000  -12.0000
>> [sys]=ss(a,b,c,d)
a =
        x1   x2   x3
   x1    0    1    0
   x2    0    0    1
   x3  -60  -47  -12

b =
       u1
   x1   0
   x2   0
   x3   1

c =
       x1  x2  x3
   y1   1   0   0

d =
       u1
   y1   0

>> step(v*sys); hold
>> step(sys)
```



Nhìn vào đáp ứng h(t) ta thấy khi chưa có bộ tiền sử lý, giá trị xác lập là 0,02 (tức sai lệch tĩnh quá lớn). Khi có bộ tiền sử lý V tham gia ta thấy giá trị xác lập là 0.97, độ chính xác đã cải thiện vượt bậc.

Chú ý : bộ tiền sử lý chỉ cải thiện độ sai lệch tĩnh, còn chất lượng động học hệ thống do bộ phản hồi trạng thái quyết định.

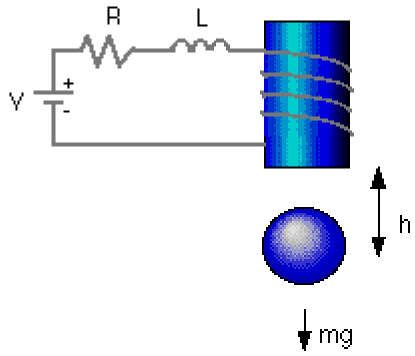
3.4.8 Sử dụng Matlab thiết kế bộ điều khiển (State space)

1. Mô hình không gian trạng thái

Mô tả hệ tuyến tính bằng mô hình không gian trạng thái như sau :

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x} + Bu$$

$$y = C\vec{x} + Du$$



Trong đó x là véc tơ mô tả trạng thái (thông thường là vị trí và tốc độ trong hệ cơ khí); u là hàm vô hướng tín hiệu vào (thường là lực hoặc mô men), y là tín hiệu ra vô hướng. Ma trận A (nxn); B(nx1); C(1xn) xác định quan hệ giữa trạng thái và biến vào /ra. Mô hình có được nhờ n phương trình vi phân mô tả động học của hệ. Thông thường mô hình không gian trạng thái dùng mô tả hệ MIMO, trong ví dụ ta nghiên cứu hệ SISO.
Để giới thiệu phương pháp thiết kế không gian trạng thái, ta nghiên cứu hệ gồm bi treo bằng lực điện từ như hình vẽ. Dòng điện chạy trong cuộn dây tạo ra lực điện từ, cân bằng với trọng lực của viên bi. Phương trình vi phân mô tả hệ như sau :

$$M\frac{d^2h}{dt^2} = Mg - \frac{Ki^2}{h}$$
$$V = L\frac{di}{dt} + iR$$

Trong đó h là chiều cao của viên bi, i là dòng điện chạy trong cuộn dây, v là điện áp nguồn, M là khối lượng viên bi, g là gia tốc trong trường, L là dộ tự cảm, R là điện trở, k là hệ số xác định lực tác dụng lên viên bi. Để đơn giản ta chọn M=0.05Kg, K = 0.0001; L=0.1H; R=1ohm; g=9,81m/s^2. Hệ sẽ cân bằng khi $h = \frac{Ki^2}{Mg}$. Chúng ta tuyến tính hóa phươgn trình tại h=0.01m (dòng điện khoảng 7 A), ta có :

Trạng thái của hệ có ba biến : $x = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta \dot{h} \\ \Delta i \end{bmatrix}$

U là tín hiệu vào, y là tín hiệu ra ta có các ma trận

```
A = [ 0  1     0
     980  0  -2.8
      0  0  -100];
B = [0
      0
      100];
C = [1   0   0];
```

Để tìm được cực của hệ thống ta sử dụng lệnh sau :

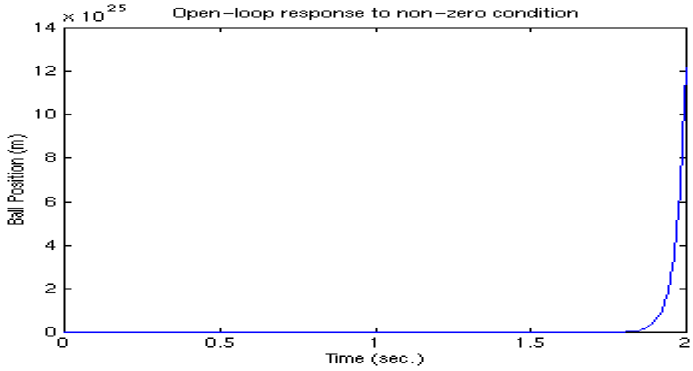
```
poles = eig(A)
```

Kết quả ta được

poles =
31.3050
-31.3050
-100.0000

Có một nghiệm nằm bên phải mặt phẳng nên hệ hở không ổn định

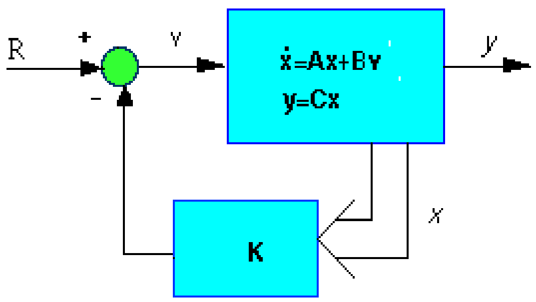
```
t = 0:0.01:2;
u = 0*t;
x0 = [0.005 0 0];
[y,x] = lsim(A,B,C,0,u,t,x0);
h = x(:,2);   %Delta-h is the output of interest
plot(t,h)
```



Như vậy khoảng cách giữa viên bi và cuộn dây ngày càng tiến ra vô cùng

2. Thiết kế bộ điều khiển bằng gán cực (pole placement)

Hệ thống đầy đủ, bộ điều khiển được thiết kế bằng phương pháp gán cực có sơ đồ như sau :



Từ công thức

$$\omega_n = \frac{4}{T_s \zeta}$$

$$\omega_n \geq \frac{1.8}{Tr}$$

$$\zeta \geq \sqrt{\frac{\left(\ln Mp/\pi\right)^2}{1+\left(\ln Mp/\pi\right)^2}}$$

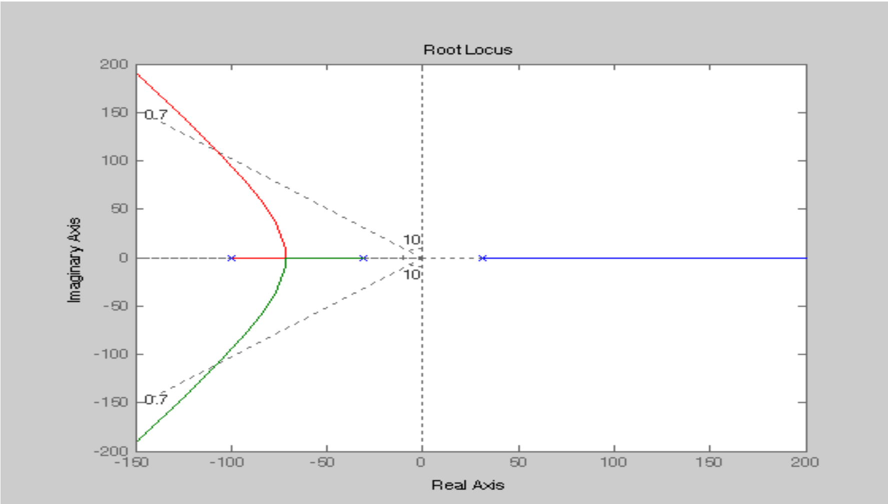
Trong đó

- Wn=Natural frequency (rad/sec)
- zeta=Damping ratio
- Tr=Rise time
- Mp=Maximum overshoot

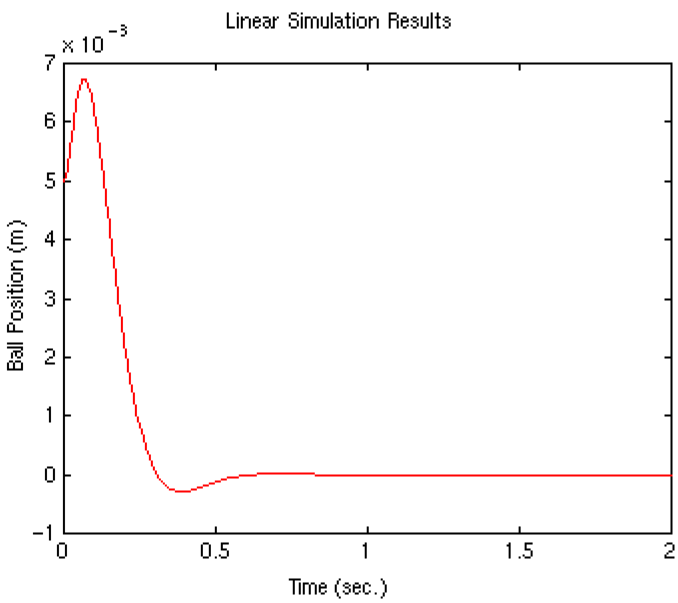
Với yêu cầu chất lượng hệ thống : Ts<0.5s;quá điều chỉnh <5%; ta xác định được hệ số suy giảm phải lớn hơn 0.7 và tần số tự nhiên lớn hơn 10 rad/s; Dựa vào rlocus như hình vẽ ta xác định được vùng thiết kế và có thể chọn ba điểm cực -50 và -10+/-10i và từ đó ta tìm véc tơ phản hồi trạng thái k như sau :

```
p1 = -10 + 10i;
p2 = -10 - 10i;
p3 = -50;
K = place(A,B,[p1 p2 p3]);
lsim(A-B*K,B,C,0,u,t,x0);
```

Ta có quỹ đạo nghiệm số của hệ như sau :

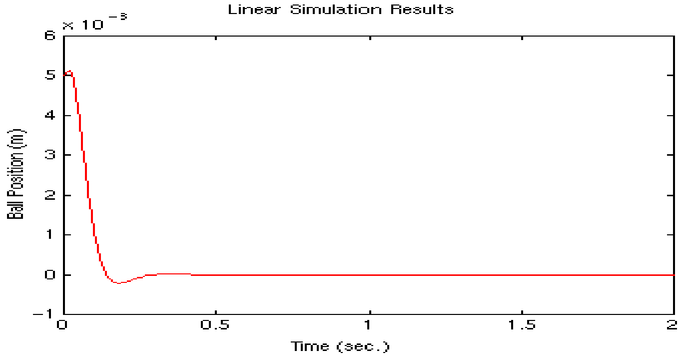


Đáp ứng của hệ có :



Độ quá điều chỉnh quá lớn, (có thể do zê ro gây ra) ta chọn lại các điểm cực dịch xang trái :

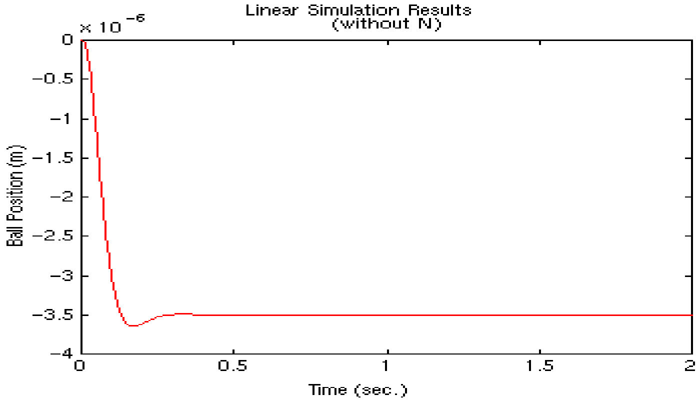
```
p1 = -20 + 20i;
p2 = -20 - 20i;
p3 = -100;
K = place(A,B,[p1 p2 p3]);
lsim(A-B*K,B,C,0,u,t,x0);
```



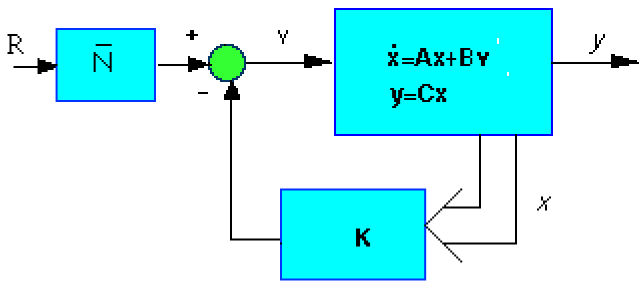
3. Xác định véc tơ KĐ của bộ tiền sử lý (Introducing the reference input)

Bây giờ, ta xác định đáp ứng hệ thống với tín hiệu vào bước nhẩy nhỏ :

```
t = 0:0.01:2;
u = 0.001*ones(size(t));
lsim(A-B*K,B,C,0,u,t)
```



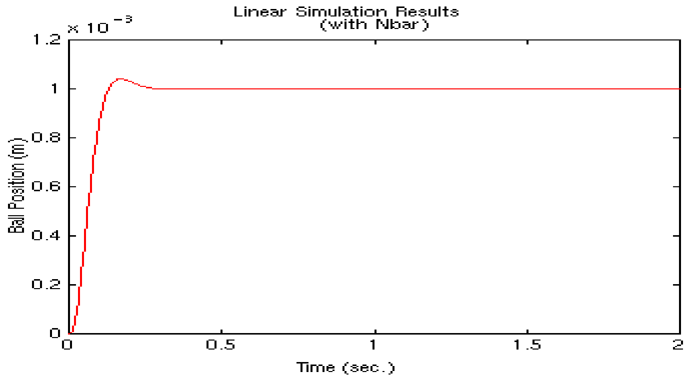
Như vậy hệ thống bám tín hiệu vào không được tốt, mà chúng ta không thể lấy tín hiệu ra bù cho tín hiệu vào được bởi ta đã đo tất cả các trạng thái của hệ thống phản hồi trở về thông qua véc tơ K. đây không phải là nguyên nhân để hy vọng K*x giống tín hiệu ra mong muốn. Để khử vấn đề này ta tìm véc tơ Nbar sao cho Nbar*u cân bằng với K*x ở trạng thái xác lập. Sơ đồ hệ thống như sau :




```
Nbar=rscale(A,B,C,0,K)
```

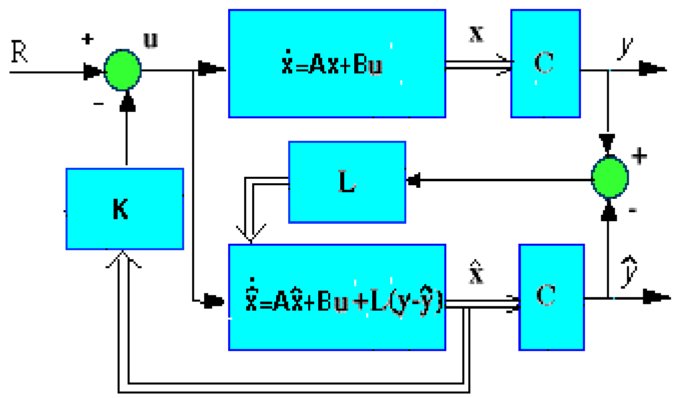
Khảo sát ta có kết quả : Hệ thống bám đầu vào hợp lý.

```
lsim(A-B*K,B*Nbar,C,0,u,t)
```



4. Thiết kế bộ quan sát trạng thái (observer design)

Khi chúng ta không thể đo được tất cả các trạng thái của hệ (thông thường là không đo được hết), ta có thể xây dựng bộ quan sát (observer) để ước lượng chúng, khi chỉ đo được y=cx. Đối với ví dụ ta có sơ đồ khối sau :



Bộ quan sát (observer) cơ bản giống đối tượng điều khiển, nó có cùng đầu vào, phương trình vi phân gần giống và đặc biệt nó so sánh tín hiệu ra thực đo được với tín hiệu ra $\hat{y}$ ước lượng, đó là cơ sở ước lượng trạng thái $\hat{x}$ gần giống với trạng thái thực. Sai số động học của bộ quan sát được xác định bởi cực của (A-L*C).

Đầu tiên ta cần chọn véc tơ khuyếch đại bộ quan sát **L**. Yêu cầu động học của bộ quan sát phải nhanh hơn hệ thống, cần thiết ít nhất cực của nó xa về bên trái năm lần so với cực của hệ thống. Như trong ví dụ, thì ta phải chọn :

```
op1 = -100;
op2 = -101;
op3 = -102;

L = place(A',C',[op1 op2 op3])';
```

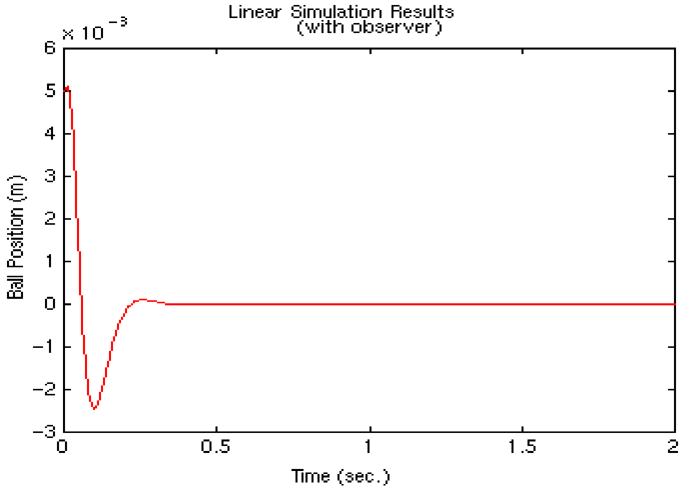
Kết hợp cả hệ thống và bộ quan sát ta có sai số trạng thái e = x - $\hat{x}$ và phản hồi trạng thái về điều khiển là u = -K $\hat{x}$. biến đổi đại số phương trình sai số, phản hồi và bộ quan sát ta được ma trận hệ thống :

```
At = [A - B*K          B*K
     zeros(size(A))    A - L*C];
Bt = [    B*Nbar
      zeros(size(B))];
Ct = [   C       zeros(size(C))];
```

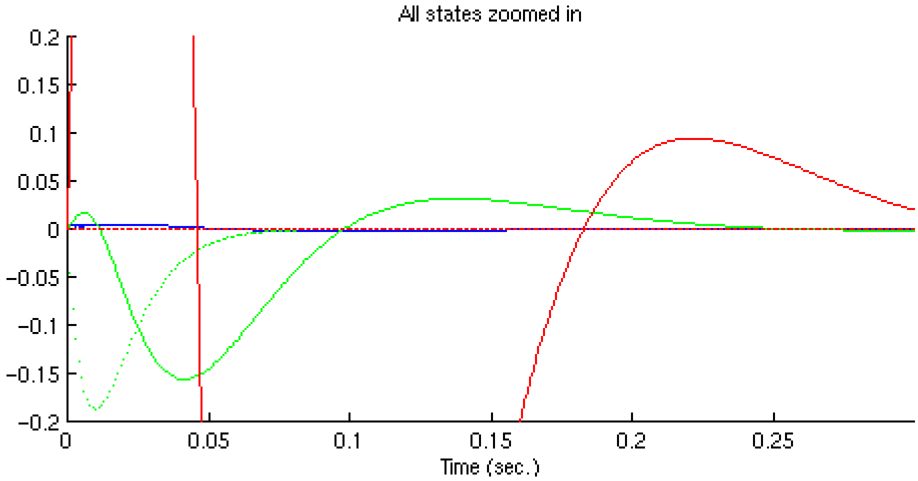
Sử dụng lệnh sau để xác định đáp ựng hệ thống với điều kiện đầu khác không, đầu vào bằng không, với giả thiết điều kiện đầu bộ quan sát bằng không, như vậy sai số ban đầu chính là điều kiện đầu của trạng thái hệ thống.

lsim(At,Bt,Ct,0,zeros(size(t)),t,[x0 x0])

Ta có đáp ứng của hệ như sau :



Cụ thể ta có thể xác định được các đáp ứng :



Đường xanh lá cây liền là vị trí của viên bi Δh ;

Đường xanh lá cây chấm là vị trí của viên bi được ước lượng bởi bộ quan sát $\widehat{\Delta h}$;

Đường xanh da trời liền tà tốc độ của viên bi $\Delta \dot{h}$;

Đường xanh da trời chấm là tốc độ của viên bi được ước lượng bởi bộ quan sát $\widehat{\Delta \dot{h}}$;

Đường đỏ và chấm đỏ là dòng điện Δi và $\widehat{\Delta i}$.

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 3

a. Câu hỏi ôn tập

Câu hỏi 1: Ma trận và ứng dụng trong việc xây dựng mô hình toán học trong không gian trạng thái.

Câu hỏi 2: Mô tả việc thiết lập mô hình không gian trạng thái từ phương trình trạng thái hệ thống

Câu hỏi 3: Mối quan hệ giữa mô hình hàm truyền đạt và mô hình không gian trạng thái

Câu hỏi 4: Mô tả động học hệ thống thông qua Quỹ đạo trạng thái

Câu hỏi 5: Trình bày nhiệm vụ cơ bản của bài toán phân tích hệ thống sử dụng mô hình không gian trạng thái

Câu hỏi 6: Trình bày bài toán phân tích tính ổn định hệ thống qua mô hình không gian trạng thái

Câu hỏi 7: Sử dụng mô hình không gian trạng thái phân tích tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống.

Câu hỏi 8: Trình bày bài toán thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái bằng hương pháp gán điểm cực

Câu hỏi 9: Trình bày bài toán điều khiển tách kênh

Câu hỏi 10: Trình bày bài toán điều khiển phản hồi trạng thái tối ưu.

Câu hỏi 11: Trình bày bài toán điều khiển bám bằng phản hồi trạng thái.

Câu hỏi 12: Trình bày bài toán điều khiển phản hồi tín hiệu ra bằng bộ quan sát LUENBERGER

Câu hỏi 13: Trình bày bài toán điều khiển phản hồi tín hiệu ra bằng bộ quan sát KALMAN

Câu hỏi 14: Trình bày bài toán điều khiển có sử dụng bộ tiền sử lý loại bỏ sai lệch tĩnh.

b. Bài tập

Bài tập 1: Phân tích tính điều khiển được và quan sát được của hệ có mô hình không gian trạng thái sau:

a) $\dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -20 & -25 & 0 \\ 16 & 20 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} u; va; y = 0 \quad 3 \quad -1 \ \underline{x}$

Đáp số:

co =	ob =
0 -75 0	0 3 -1
3 60 0	45 56 -1
1 13 28	-7 -9 -1

b) $\dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} u; va; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\underline{x}$

Đáp số:

co =	ob =
	1 0 -1
0 1 2 -2 -8 2	0 1 1
1 2 4 -3 -14 2	0 -1 1
-1 1 4 -1 -8 0	1 1 -7
	-1 1 1
	1 -7 15

Bài tập 2: Cho hệ mô tả bởi:

$$\frac{d\underline{x}}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -6 & -k & -11 & -5\end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}u; va; y=\begin{bmatrix}1 & 10 & 10 & 0\end{bmatrix}\underline{x}+u$$

Với k=40 hệ có quan sát được hay không

Đáp số:

ob =	rank(ob)
1 10 10 0	
0 1 10 10	ans = 4
-60 -400 -109 -40	
240 1540 40 91	

<u>Bài tập 3:</u> Cho đối tượng có mô hình không gian trạng thái :

$$\frac{d\underline{x}}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 4 & 0\end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u; va; y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\underline{x}$$

a)Thiết kế bộ phản hồi trạng thái sao cho hệ thống kín có hai điểm cực $s_1=-1; s_2=-2$

Đáp số: k = 6 3

b)Thiết kế bộ quan sát LUENBERGER với hai điểm cực cho trước $\lambda_1=-4; \lambda_2=-5$.

Đáp số: mô hình bộ quan sát :

L =	a =	b =	c =	d =
	x1 x2	u1	x1 x2	u1
6.0000	x1 0 -5	x1 6	y1 0 1	y1 0
9.0000	x2 4 -9	x2 9		y2 0
				y3 0

Mô hình bộ điều khiển

a =	b =	c =	d =
x1 x2	u1	x1 x2	u1
x1 0 -5	x1 6	y1 -6 -3	y1 0
x2 -2 -12	x2 9		

c)Xây dựng sơ đồ cấu trúc của hệ với hai bộ điều khiển trên. Khảo sát quá trình quá độ của hệ ứng với hai bộ điều khiển.

<u>Bài tập 4:</u> Cho đối tượng có mô hình:

$$\frac{d\underline{x}}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 1 & 0\end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u\,.$$

Thiết kế bộ điều khiển LQR sao cho hệ thỏa mãn phiếm hàm mục tiêu :

$$Q=\int_0^\infty\left(\underline{x}^T\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 5\end{bmatrix}\underline{x}+\frac{1}{4}u^2\right)dt\to\min$$

Đáp số: k = [- 3.2361 -5.7397]

CHƯƠNG 4: ĐIỀU KHIỂN HỆ KHÔNG LIÊN TỤC

4.1 CÔNG CỤ TOÁN HỌC

4.1.1 Dãy và chuỗi số

1.Dãy số

- -Định nghĩa : Một tập con đếm được gồm các phần tử $x_k; k = 1, 2...$ thuộc không gian X, được xắp xếp theo một thứ tự nhất định được gọi là dãy số và ký hiệu x_k
- -Để biểu diễn dãy số người ta có hai cách
- Sử dụng ánh xạ K và có thể viết $x_k = f\ k$
- Viết dưới dạng dãy cộng : $x_k = x_{k-1} + a$ với a là hằng số
- Viết dưới dạng dãy nhân : $x_k = ax_{k-1}$

2.Chuỗi số

- -Định nghĩa : Cho dãy số x_k, chuỗi được hiểu là $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$. Và chuỗi cũng được hiểu là dãy

  s_n với mỗi phần tử $s_n = \sum_{k=1}^{n} x_k$

4.1.2 Toán tử Fourier không liên tục

Cho tín hiệu x(t) và dãy x_k, $k = 0,1,2...N-1$ với mỗi phần tử $x_k = x\ kT_a$; T_a :là chu kỳ cắt mẫu. Thì ảnh Fourier của x(t) là $X\ j\omega = \int_{-\infty}^{\infty} x\ t\ e^{-j\omega t} dt$ và ảnh của x_k DFT (discrete Fourier transformation) được định nghĩa như sau : $X\ j\omega \approx \tilde{X}_a\ j\omega = T_a \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j\omega k T_a}$

Hàm $\tilde{X}_a\ j\omega$ được gọi là ảnh Fourier không liên tục của tín hiệu x(t). giữa $X\ j\omega$ & $\tilde{X}_a\ j\omega$ có sự sai lệch ảnh.

4.1.3 Phép biến đổi Z thuận

1.Định nghĩa :

Ta có dãy xung x_k. Gọi X*(s) là ảnh L của x_k thì :

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x_k e^{-skT_a} = \sum_{k=0}^{\infty} x_k z^{-k} := X(z)$$

Có ảnh X(z) với $z = e^{-sT_a}$. Như vậy mỗi phần tử x_k là hệ số ảnh của X(z) với một bước trễ tương ứng.

2.Tính chất : có 13 tính chât trang 377-378

- -Tính tuyến tính
- -phép dịch trái : phép biến đổi z của một chuỗi trễ n bước
- -Phép dịch phải : biến đổi z của một chuỗi vượt trước n bước
- -ảnh của tín hiệu tiến
- -ảnh của tín hiệu lùi

4.1.4 Phép biến đổi Z ngược

Để thực hiện phép biến đổi ngược, ta có thể sử dụng nhiều cách, đơn giản nhất là ta dùng **phương pháp biến đổi ngược hàm hữu tỷ :**

- -Phân tích hàm thành tổng các phân thức tối giản
- -Tra bảng ảnh dịch về thành tổng các hàm gốc cơ bản
- -Tính tổng các hàm gốc đã tìm được

Hoặc ta dùng phương pháp phân tích chuỗi

Ví dụ : $X(s) = \dfrac{3s-1}{(s-2)^2} = \dfrac{3}{s-2} + \dfrac{2}{(s-2)^2}$ tra bảng ta được hàm ảnh

$$X(z) = \frac{3z^2 - 3,42z}{(z-1,22)^2}$$

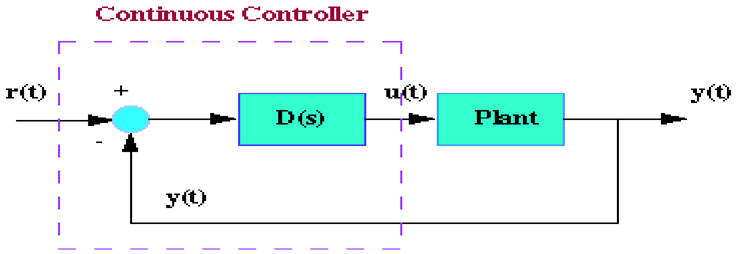
4.1.5 Quan hệ giữa toán tử Z và Laplace : trang 384-386

4.2 XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN HỌC

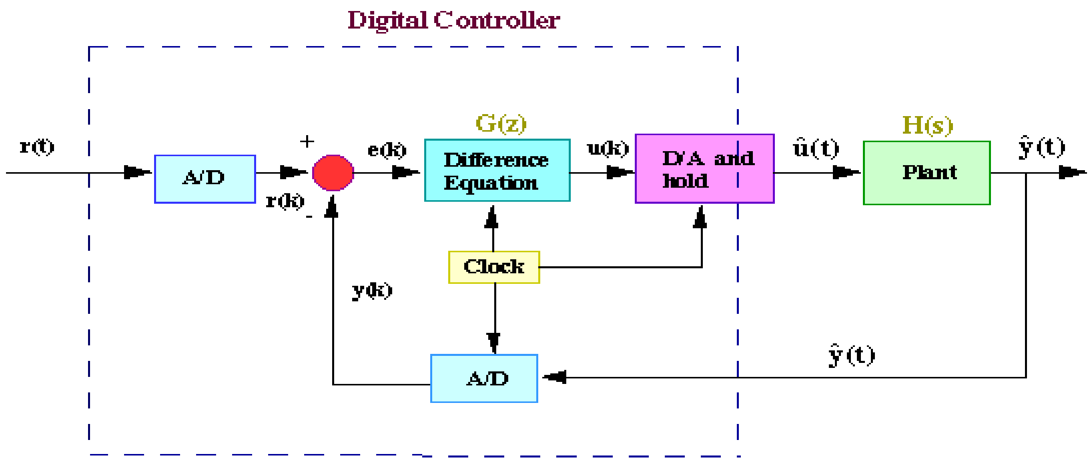
4.2.1 Khái niệm hệ không liên tục

1.Khái niệm hệ không liên tục

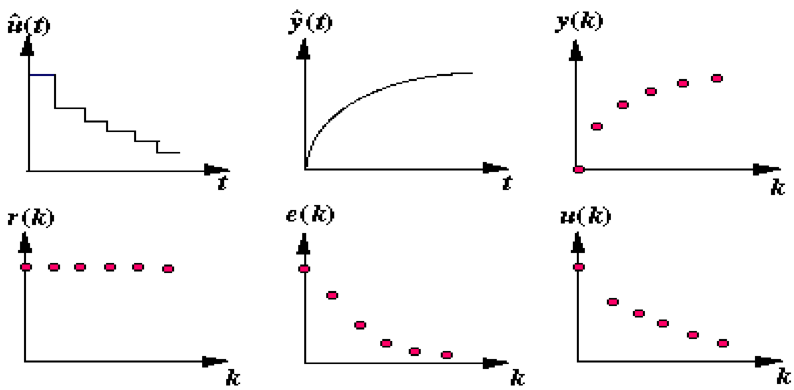
Hệ liên tục kín cơ bản được thể hiện như hình vẽ. hầu như tất cả các bộ điều khiển có thể sử dụng linh kiện bán dẫn tương tự.



Bộ điều khiển liên tục D(s) có thể được thay thế bằng bộ điều khiển số, như hình dưới, chức năng tương tự như bộ điều khiển liên tục. Sự khác nhau cơ bản của hai bộ điều khiển là hệ thống số làm việc với tín hiệu rời rạc nhiều hơn tín hiệu liên tục.



Giản đồ của các dạng tín hiệu trên thể hiện như hình vẽ



Mục đích của phần này cho ta biết hàm truyền đạt, không gian trạng thái của hệ rời rạc và thiết kế hệ thống số

2.Bộ biến đổi A/D (Analog-Digital)

Bộ A/D là bộ chuyển đổi tín hiệu tương tự thành tín hiệu số. Ví dụ như tín hiệu vào điện áp được chuyển thành tín hiệu ra là số.

Bộ A/D thực hiện ba chức năng : lấy mẫu (lượng tử hóa theo thời gian), lượng tử hóa theo mức và mã hóa thành nhị phân.

3.Bộ vi sử lý (G(z))

Bộ vi sử lý thực hiện các thuật toán như dịch chuyển, cộng, nhân, lưu giữ ... tạo nên một tín hiệu điều khiển $u_k = a_1u_{k-1} + a_2u_{k-2} + ... + a_qu_{k-q} + b_0e_k + b_1e_{k-1} + ... + b_pe_{k-p}$ với các hệ số a_i, b_j cho ta đáp ứng của hệ thống có chất lượng như mong muốn.

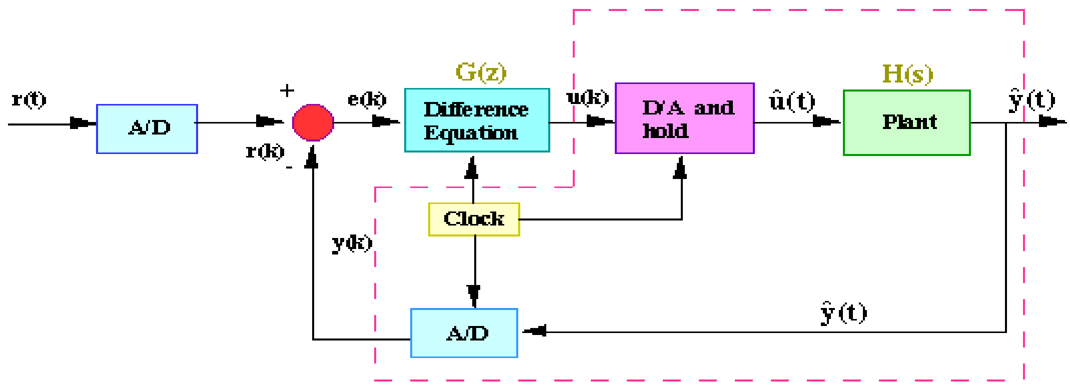
Chú ý thời gian lấy mẫu phải đủ lớn so với thời gian tính $u \quad kt$ (khoảng 20 lần). Nếu thời gian lấy mẫu T quá lớn làm hệ mất ổn định, nếu T quá bé thì thành hệ liên tục

4.Bộ chuyển đổi D/A (Digital - analog)

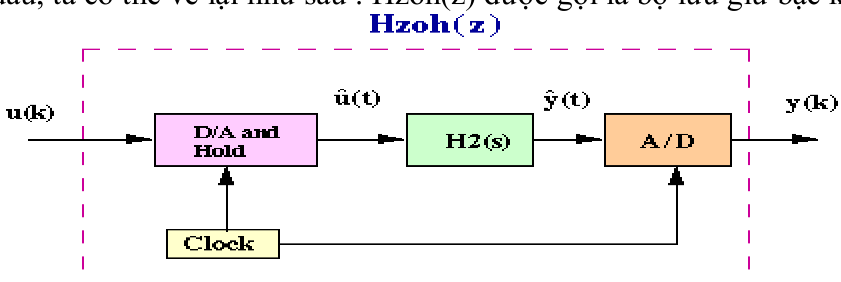
Bộ chuyển đổi số - tương tự biến đổi chuỗi số u(kT) thành tín hiệu liên tục u(t) để điều khiển hệ thống. Đây chhính là bộ lưu giữ bậc không, tín hiệu vào là chuỗi xung u(kT), tín hiệu ra là $\hat{u}(t)$

5. Bộ lưu giữ bậc không

Trong giản đồ của hệ thống số trên, ta thấy hệ thống bao gồm cả rời rạc và một phần liên tục. Khi chúng ta thiết kế hệ thống số, ta cần phải chuyển phần liên tục xang rời rạc và phải đánh giá đúng vai trò của nó so với phần rời rạc của hệ thống. Về kỹ thuật, chúng ta sẽ xem xét hệ thống và được bố trí như sau :

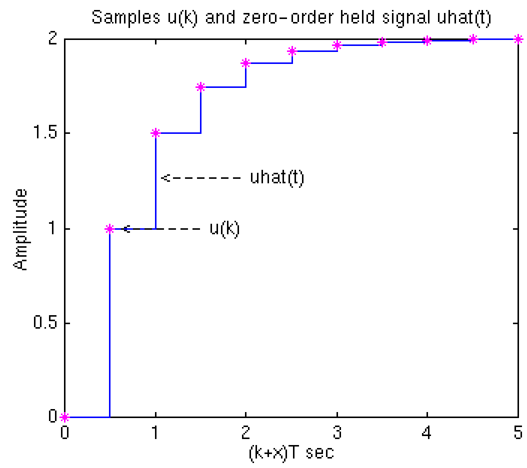


Phần được đánh dấu, ta có thể vẽ lại như sau : Hzoh(z) được gọi là bộ lưu giữ bậc không.

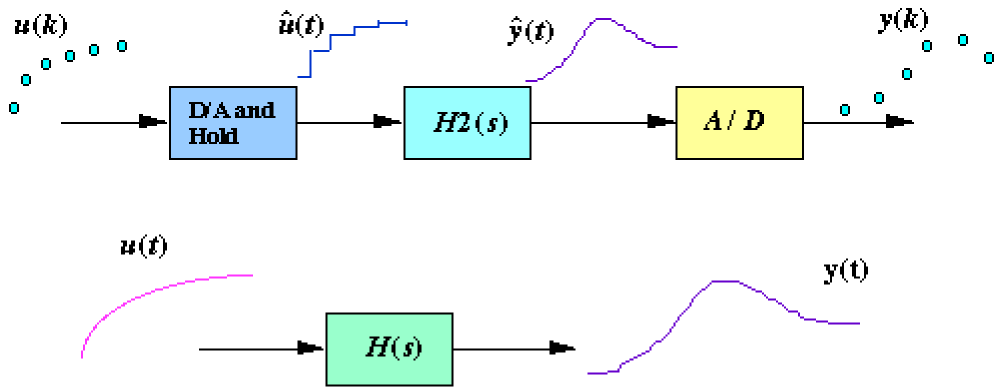


Đồng hồ được nối đến bộ biến đổi D/A và A/D cung cấp xung sau mỗi thời gian T, các bộ A/D và D/A gửi tín hiệu khi xuất hiện xung. Mục đích là bộ H_{zoh}chỉ cho tín hiệu ra y(k) khi có tín hiệu vào u(k), như vậy H_{zoh} thực sự là một hàm rời rạc

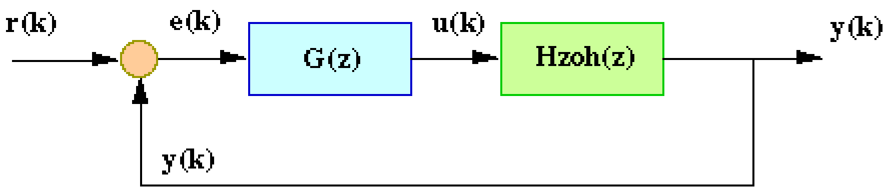
Chúng ta cần tìm một hàm rời rạc H_{zoh}(z) làm việc với tín hiệu uhat(t) và giữ nguyên tín hiệu u(k) khi chuyển từ kT xang (k+1)T thì H_{zoh}(z) được gọi là bộ lưu giữ bậc không



Bộ lưu giữ bậc không $H_{zoh}(z)$ khi tín hiệu uhat(t) đi qua H2(s) cho tín hiệu ra y(k) như u(t) qua H(s) cho ra y(t)



Với Hzoh(z), hệ thống được vẽ lại như sau :



6.Các khái niệm khác

- 1.Lượng tử hoá : là quá trình biến đổi tín hiệu từ liên tục thành gián đoạn (continuous – discrete)
- 2.Lượng tử hoá theo thời gian : là phương pháp lấy tín hiệu tại các thời điểm nhất định. Thông thường cách nhau một khoảng thời gian là chu kỳ cắt mẫu.
- 3.Lượng tử hoá theo mức : là phương pháp lấy tín hiệu ở các mức mà tín hiệu đạt được. Thông thường cách nhau một đại lượng q
- 4.Hệ xung số là hệ làm việc với tín hiệu xung số
- 5.Tín hiệu xung số : là tín hiệu được lượng tử hoá cả theo mức và thời gian.
- 6.Phân loại hệ rời rạc : tuỳ thuộc vào dạng lượng tử hoá mà hệ rời rạc được phân làm ba loại :

-Hệ xung : ít nhất một trong các đại lượng đặc trưng cho trạng thái của hệ được lượng tử hoá theo thời gian

-Hệ rơ le : ít nhất có làm việc với tín hiệu được lượng tử hoá theo mức

-Hệ xung số : Hệ làm việc với tín hiệu được lượng tử hoá theo hỗn hợp

4.2.2 Mô hình trong miền phức

1.Dãy trọng lượng

Một hệ thống có tín hiệu vào và ra là u_k & y_k với T_a là chu kỳ trích mẫu thì ta có thể viết : $y_k = \sum_{m=0}^{k} g_{k-m} u_m;\ g_k$: **là dãy trọng lượng** thu được bằng cách trích mẫu g(t)

ví dụ cho

$$G(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+s)} \Rightarrow g(t) = e^{-t} - e^{-0.5t}$$

$$\Rightarrow g_k = e^{-T_a k} - e^{-0.5T_a k} \Rightarrow y_k = \sum_{m=0}^{k} g_{k-m} u_m = \sum_{m=0}^{k} \left[e^{-T_a(k-m)} - e^{-0.5T_a(k-m)} \right] u_m$$

2.Mô hình hàm truyền đạt TF (transfer function)

1.Mô hình hàm truyền đạt được xây dựng theo định nghĩa :

- Theo định nghĩa, một dãy xung $\{x_k\}$ có ảnh laplace : $X^*(s) = \sum_{o}^{\infty} X_k e^{-skT_a}$
- Hàm truyền đạt của hệ rời rạc mô tả theo toán tử laplace : $G^*(s) = Y^*(s)/U^*(s)$
- Như vậy muốn tìm được G* ta phải tìm được ảnh Y* của dãy xung $\{y_k\}$ và X* của $\{x_k\}$
- Và để xây dựng được mô hình này ta phải biết trước được tìn hiệu vào và đáp ứng ra của hệ thống
- **Sử dụng công thức $z=e^{-skT}$ thay vào $G^*(s) = Y^*(s)/U^*(s)$ ta có $G(z)=Y(z)/U(z)$**

vậy Hàm truyền đạt $G(z)=Y(z)/U(z)$: là tỷ số ảnh z của tín hiệu ra $\{y_k\}$ và tín hiệu vào $\{u_k\}$

2. HTĐ xây dựng từ phương trình sai phân

Từ phương trình sai phân : sử dụng phép dịch của phép biến đổi z

y_k có ảnh Y(z) thì y_{k-1} có ảnh $z^{-1}Y(z)$

y_{k-n}có ảnh $z^{-n}Y(z)$ tương tự ta sẽ có hàm truyền không liên tục

$G(z) = [b_o + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}]/[a_o + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}]$

3-Xác định HTĐ khi biết trước HTĐ liên tục G(s) :

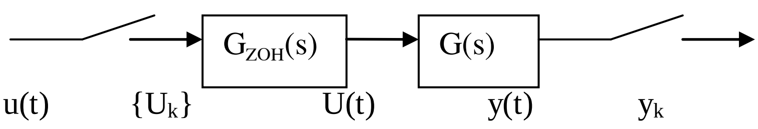
phân tích G(s) thành tổng tuyến tính của những thành phần đơn giản

$$\mathbf{G(s)} = \sum_i a_i G_i(s)$$

Tra bảng ảnh để có $a_i G_i(z)$ từ đó tính được G(z)

4-Xác định hàm truyền đạt của hệ có bộ lưu giữ bậc 0 ZOH:

Hệ xung số thường làm việc với máy tính nên phải có bộ lưu giữ bậc không ZOH (zero order holding) bởi trong khoảng thời gian của chu kỳ cắt mẫu T_s máy tính làm việc với tín hiệu không đổi. Ta có sơ đồ như sau :



- u(t) : tín hiệu vào
- $\{U_k\}$: tín hiệu không liên tục được lượng tử hoá
- U(t) : tín hiệu liên tục rời rạc
- Y(t) tín hiệu ra liên tục
- $\{Y_k\}$ tín hiệu ra rời rạc
- $G_{ZOH}(s)=[1- e^{sTs}]/s$ do đó HTĐ liên tục là $G^*(s)= [1- e^{sTs}]\ G(s)/s$
- **HTĐ rời rạc $G(z) = [1-z^{-1}]\ Z[\ G(s)/s]$**
- Ngoài ra ta còn thu được các mô hình rời rạc khác do dạng xung

5.Các dạng biểu diễn của mô hình

- 1).mô hình TF (transfer function) : systf=tf(n,d,Ts)
- 2).Mô hình ZPK (zero pole gain) syszpk=zpk(n,d,Ts)
- 3).Mô hình DSP(digital signal processing) h=filt(n,d,Ts)

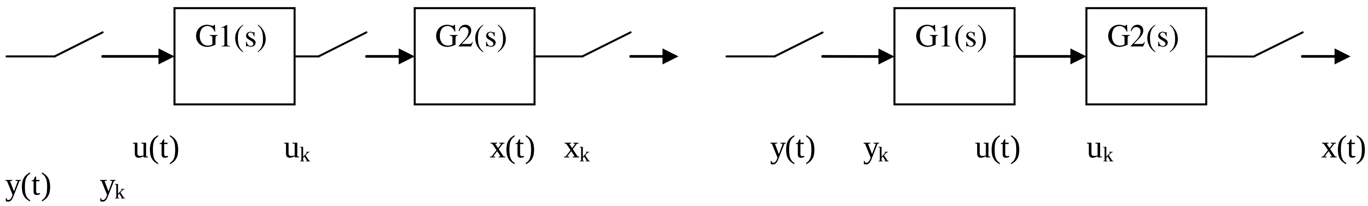
ví dụ 4.14 : cho hệ có

$$G(s) = \frac{2s+11}{s^2+3s+2} = \frac{-7}{s+2} + \frac{9}{s+1} \Rightarrow$$

$$G(z) = \frac{-7z}{z-0.8} + \frac{9z}{z-0.9} = \frac{2z^2-0.9}{z^2-1.7z+0.72}$$

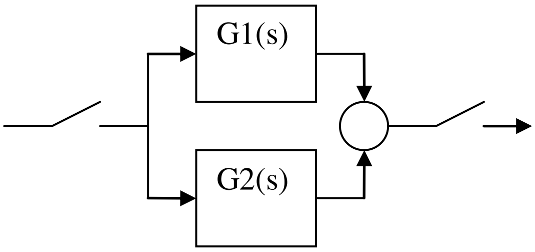
3.Đại số sơ đồ khối hệ không liên tục

1.Hai khối nối tiếp



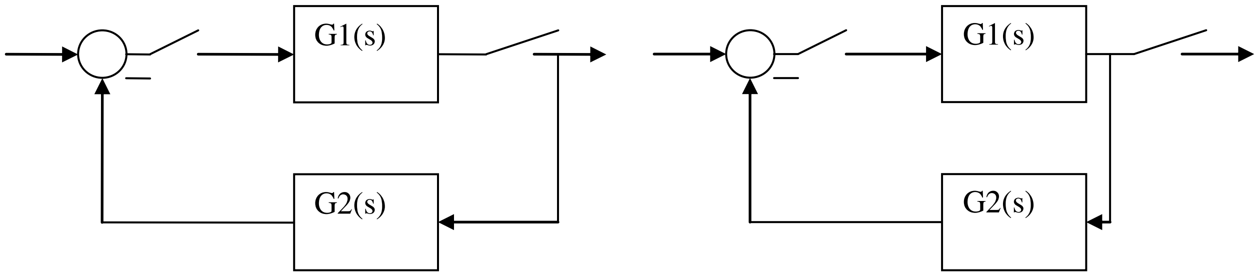
G(z)=L{G1(s)} L{G2(s)}   G(z)=L{G1(s)G2(s)}

2.Hai khối mắc song song



G(z)= G1(z) + G2(z)

3.Hệ hồi tiếp



G(z)=[L{G1(s)]/[1+L{G1(s)}L{G2(s)}]   G(z)=[L{G1(s)]/[1+L{G1(s)G2(s)}]

4.2.3Mô hình trong miền thời gian

1.Phương trình sai phân

Một hệ thống được mô tả bởi

- -Dãy xung $\{y_k\}$là dãy xung tín hiệu ra
- -$\{u_k\}$ là dãy xung tín hiệu vào với $t=kT_a$ ta có phương trình mô tả động học của hệ thống như sau :

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \ldots + a_n y_{k-n} = b_o u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_n u_{k-n}$$

Đó là phương trình sai phân. phương trình này dùng để mô tả hệ xung số . Nó cho phép ta xác định được giá trị y_k tại thời điểm $t = T_a k$ theo công thức truy hồi sau : $y_k = b_0 u_k + \sum_{i=1}^{n}(b_i u_{k-i} - a_i y_{k-i})$ từ n+1 giá trị vào và n giá trị ra trước nó

2.Mô hình trạng thái

Xét một hệ thống MIMO có dạng tín hiệu vào dạng liên tục rời rạc như hình 4.14 và tín hiệu ra dạng không liên tục. Hệ thống này có thể được mô tả bởi mô hình liên tục hoặc mô hình không liên tục như hình 4.15 trang 398

-Mô hình liên tục : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{\tilde{u}} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{\tilde{u}} \end{cases}; voi; \underline{\tilde{u}}(t)$: là tín hiệu vào dạng liên tục rời rạc

-Mô hình không liên tục : $\begin{cases} \underline{x}_{k+1} = \tilde{A}\underline{x}_k + \tilde{B}\underline{u}_k \\ \underline{y} = C\underline{x}_k + D\underline{u}_k \end{cases}$

Mô hình này ta có thể triển khai thành dạng chính tắc với điều khiển như sau :

Để đơn giản ta chọn $b_0 = 1; b_1 = b_2 = b_3 = ...b_r = 0$

Và biến trạng thái ta chọn : $$\begin{aligned} &x_1(k) = y(k) \\ &x_2(k) = y(k+1) \Rightarrow x_1(k+1) = x_2(k) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &x_n(k+1) = y(k+n-1) \Rightarrow x_{n-1}(k+1) = x_n(k) \end{aligned}$$

Từ đây ta có thể xác định được các ma trận của mô hình dưới dạng chính tắc đối với điều khiển :

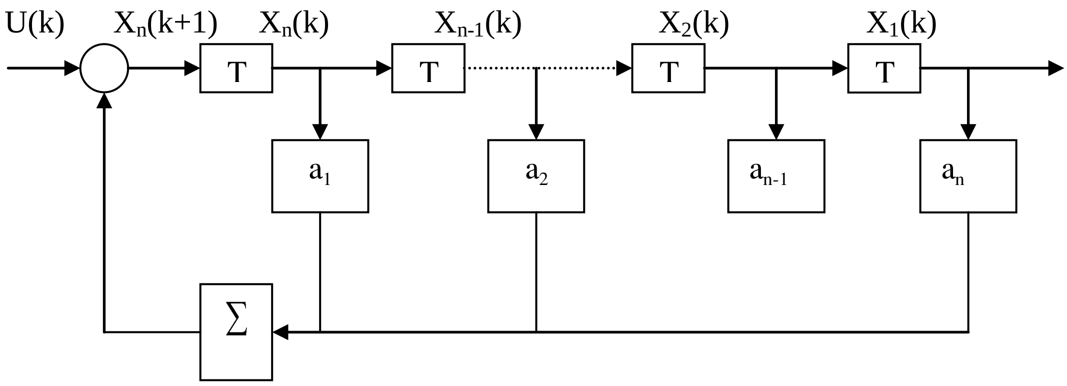
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ -a_n & -a_{n-1} & . & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{D} = 0$$

Triển khai dưới dạng sơ đồ khối như sau :



-Các phương pháp tính các ma trận của mô hình không liên tục từ mô hình liên tục :

+Theo định nghĩa : $\tilde{A} = e^{ATa}; B = \int_0^{T_a} e^{At}Bdt$

+Theo mô hình xấp xỉ :

1)Mô hình loại 1 : thay $\dfrac{dx}{dt} \approx \dfrac{x_{k+1} - x_k}{T_a}; s = \dfrac{z-1}{T_a}$ vào mô hình liên tục để tính mô hình không liên tục trong Matlab dùng lệnh

[A,B,C,D]=c2dm(a,b,c,d,Ts,’zoh’); [nd,dd]=c2dm(n,d,Ts,’zoh’)

2)Mô hình loại 2: thay $\dfrac{dx}{dt} \approx \dfrac{x_k - x_{k-1}}{T_a}; s = \dfrac{z-1}{T_a z}$ vào mô hình liên tục để tính mô hình không liên tục trong Matlab dùng lệnh

[A,B,C,D]=c2dm(a,b,c,d,Ts,’foh’); [nd,dd]=c2dm(n,d,Ts,’foh’)

3)Mô hình Tustin thay $s = \dfrac{2(z-1)}{T_a(z+1)}$ vào mô hình liên tục để tính mô hình không liên tục. trong Matlab dùng lệnh *[nd,dd]=c2dm(n,d,Ts,'tustin')*

-Khai báo trong Matlab : sys=ss(A,B,C,D,T_s)

Ví dụ : cho mô hình liên tục $\frac{dx}{dt}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}\underline{x}+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\tilde{u}(t); y=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\underline{x}$.

Tính mô hình không liên tục :

a=[-1 0;0 -2] a = -1 0 0 -2	>> b=[1;1] b = 1 1	>> c=[1 1] c = 1 1	>> d=0 d = 0

>> [A,B,C,D]=c2dm(a,b,c,d,0.1)

A = 0.9048 0 0 0.8187	B = 0.0952 0.0906	C = 1 1	D = 0

4.2.4 Chuyển đổi mô hình không liên tục của hệ SISO

1.Chuyển từ mô hình trạng thái sang HTĐ

Muốn chuyển mô hình từ dạng $\begin{cases}\underline{x}_{k+1}=\tilde{A}\underline{x}_k+\tilde{\underline{b}}u_k\\ \underline{y}=\underline{c}^T\underline{x}_k+du_k\end{cases}$ xang mô hình hàm truyền đạt được liên hệ bởi công thức sau : $G(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\underline{c}^T\left(zI-\tilde{A}\right)^{-1}\tilde{\underline{b}}+d$

2.**Chuyển từ mô hình HTĐ sang mô hình trạng thái**

Dùng công thức hạ bậc để tính mô hình trạng thái dạng chuẩn quan sát

4.3 PHÂN TÍCH HỆ KHÔNG LIÊN TỤC

4.*3.1 Phân tích tính ổn định*

Để đánh giá tính ổn định của hệ ta có rất nhiều các tiêu chuẩn về tần số cũng như đại số. Trong giới hạn chương trình ta chỉ xét hai tiêu chuẩn đại số : đó là lập bản đồ phân bố nghiệm của đa thức đặc trưng, sau đó xét vị trí nghiệm và chuyển từ miền ảnh Z của hệ gián đoạn xang miền ảnh P của hệ liên tục sau đó dùng các tiêu chuẩn của hệ liên tục để xét.

1. Phân tích nghiệm của đa thức đặc trưng trên mặt phẳng Z và dùng quỹ đạo nghiểm số đánh giá tính ổn định của hệ thống

+Hệ MIMO có tín hiệu vào liên tục rời rạc và tín hiệu ra dạng rời rạc với mô hình không gian trạng thái. Hệ sẽ ổn định khi tất cả các giá trị riêng của ma trận A nằm bên trong đường tròn đơn vị. Có nghĩa là det(zI-A) =0 có nghiệm nằm trong đường tròn đơn vị

+Hệ SISO có tín hiệu vào ra không liên tục với hàm truyền G(z). hệ sẽ ổn định khi tất cả các điểm cực nằm bên trong đường tròn đơn vị

+Dùng Matlab để xét nghiệm :

-Mô tả hệ thống

-Tìm nghiệm bằng lệnh Root(sys)

+Dùng Matlab xây dựng quỹ đạo nghiệm số để phân tích tính ổn định của hệ như hệ liên tục

2.Sử dụng các tiêu chuẩn ổn định của hệ liên tục :

Chuyển từ ảnh Z xang P : Z=(p+1)/(p-1) : phép chuyển đổi từ một điểm Z nằm trong đường tròn đơin vị thành một điểm P nằm bên trái trục ảo. A(z)=a_0 + a_1z +…+ a_nz có nghiệm trong đường tròn đơn vị khi

$(p-1)^n A^*(p)= a_0 (p-1)^n + a_1(p-1)^{n-1} (p+1) + a_2(p-1)^{n-2} (p+1)^2+\ldots+a_n(p+1)^n$ có nghiệm nằm bên trái mặt phẳng phức. Dùng các lệnh Matlab như sau :

-Nhập đa thức A(z)

-Thay biến z bằng biến p : subs(A,{z},{p})

-Biến đổi bằng expand
-Lấy tử và mẫu : numden(k)
-Dùng tiêu chuẩn routh xét ổn định đối với tử số

4.3.2 Tính điều khiển được và quan sát được

1.Phân tích tính điều khiển được

Cho hệ được mô tả : $\begin{cases} \underline{x}_{k+1} = \tilde{A}\underline{x}_k + \tilde{B}\underline{u}_k \\ \underline{y} = C\underline{x}_k + D\underline{u}_k \end{cases}$ với tín hiệu vào dạng liên tục rời rạc $\underline{\tilde{u}}(t)$. Hệ được gọi là :

-Điều khiển được : nếu ứng với mọi điểm trạng thái đầu cho trước ta cũng tìm được dãy gồm N giá trị tín hiệu [u_0 ... u_{n-1}] tín hiệu vào để đưa hệ từ X_0 về gốc toạ độ

-Đạt tới được : nếu ứng với mọi điểm trạng thái cuối x_n cho trước bao giờ ta cũng tìmđược dãy gồm N giá trị tín hiệu [u_0 ... u_{n-1}] tín hiệu vào để đưa hệ từ gốc toạ độ tới được x_n

-Điều khiển được hoàn toàn : nếu ứng với mọi điểm trạng thái đầu và mọi điểm trạng thái cuối x_n cho trước ta cũng tìm được dãy gồm N giá trị tín hiệu [u_0 ... u_{n-1}] tín hiệu vào để đưa hệ từ X_0 về tới x_n. có nghĩa rằng hệ phải có tính diều khiển được và đạt tới được

-Ma trận điều khiển được (controllabiliti matrix) của hệ có n trạng thái :

Co = [B AB A^2B ... A^{n-1}B]

để tính được Co ta dùng lệnh Co = ctrb(A,B) hoặc Co = ctrb(sys) . nếu Co có hạng đầy đủ như ma trận hệ thống thì hệ điều khiển được hoàn toàn.

-kiểm tra điều kiện tính điều khiển được hoàn toàn là hạng của Co có bằng n hay không. nếu bằng thì hệ điều khiển được hoàn toàn. thực hiện nhờ lệnh **rank(Co)=n**

2.Phân tích tính quan sát được

-Giả sử tại thời điểm k=0 hệ đang ở trạng thái x_0 nào đó. Nếu thông qua việc quan sát(đo) các tín hiệu vào ra trong một khoảng thời gian hữu hạn ta xác định được trạng thái x_0 thì hệ được gọi là quan sát được

-ĐN: Hệ với bậc n được gọi là uan sát được nếu điểm trạng thái x_o của nó cos thể xác định một cách chính xác thông qua hữu hạn các giá ttrị tín hiệu vào ra [u_0 ... u_{n-1}] , [y_0 ... y_{n-1}]

-Ma trận quan sát được của hệ bậc n (observabiliti matrix) Ob = [C;CA; … ; CA^{n-1}]

-Nếu ma trận Ob có hạng đầy đủ(=n) như ma trận hệ thống thì hệ quan sát được hoàn toàn

-Để tính ma trận Ob (Observability matrix) ta dùng lệnh Ob=obsv(A,C)

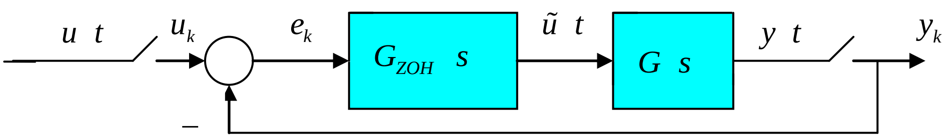
-Để kiểm tra hạng ma trận ta dùng lệnh Rank(Ob)

4.3.3 Phân tích chất lượng hệ thống trong quá trình quá độ

1.Chế độ xác lập

Việc đánh giá sai số xác lập của hệ xung tuỳ thuộc vào vị trí của các bộ lấy mẫu. Ở đây ta giới hạn việc khảo sát với cơ cấu lấy mẫu đặt trước khâu so sánh.

Ta có sơ đồ như sau :



$u\ t$: tín hiệu vào

$e_k = u_k - y_k$: tín hiệu không liên tục được lượng tử hoá

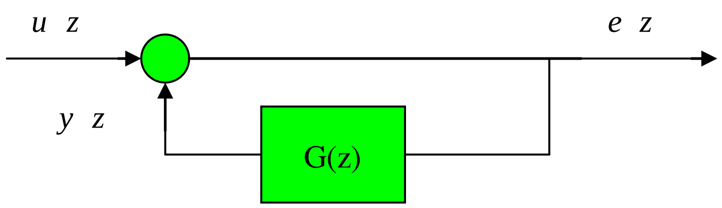
$\tilde{u}\ t$: tín hiệu liên tục rời rạc

$y\ t$: tín hiệu ra liên tục

y_k : tín hiệu ra rời rạc

$G_{ZOH}(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$ do đó ta có HTĐ liên tục $G^*(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}G(s)$ vây HTĐ dạng rời rạc : $G(z) = (1-z^{-1})\,\mathcal{Z}\left(\frac{G(s)}{s}\right)$

Chuỗi u_k có ảnh U(z), y_k có ảnh Y(z) chuyển qua miền z ta có sơ đồ khối như sau :



Chúng ta có thể tính toán sai số ở trạng thái xác lập nhờ sử dụng định lý giá trị cuối (định lý chỉ ứng dụng cho mẫu số không có cực ở bên phải mặt phẳng phức). :

$$e^*(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{U(z)}{1+G(z)}\right)$$

Với các dạng tín hiệu đầu vào khác nhau ta có công thức tính :

- Step Input R(t)=1(t) (R(s) = 1/s):

$$e^*(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{U(z)}{1+G(z)}\right) = \lim_{z\to 1}\left(\frac{1}{1+G(z)}\right) = \left(\frac{1}{1+\lim_{z\to 1}G(z)}\right) = \frac{1}{1+k_p}$$

- Ramp Input R(t)=t ; (R(s) = 1/s^2):

$$e^*(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{U(z)}{1+G(z)}\right) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{Tz/(z-1)^2}{1+G(z)}\right) = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(1-z)G(z)$$

- Parabolic Input R(t)=t^2/2 (R(s) = 1/s^3):

$$e^*(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{U(z)}{1+G(z)}\right) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left(\frac{T^2z(z+1)/2(z-1)^3}{1+G(z)}\right) = \frac{1}{T^2}\lim_{z\to 1}(z-1)^2G(z)$$

Ta có kết quả sau :

	Kp=limG(z)	Kv=(1/T)lim(z-1)G(z)	Kv=(1/T^2)lim(z-1)^2 G(z)
x(t)=1(t)	1/(1+kp)	0	0
X(t)=t	VC	1/kv	0
X(t)=t^2/2	Vc	Vc	1/ka

Phần tính sai số có chương trình tính sau

2.Quá trình quá độ

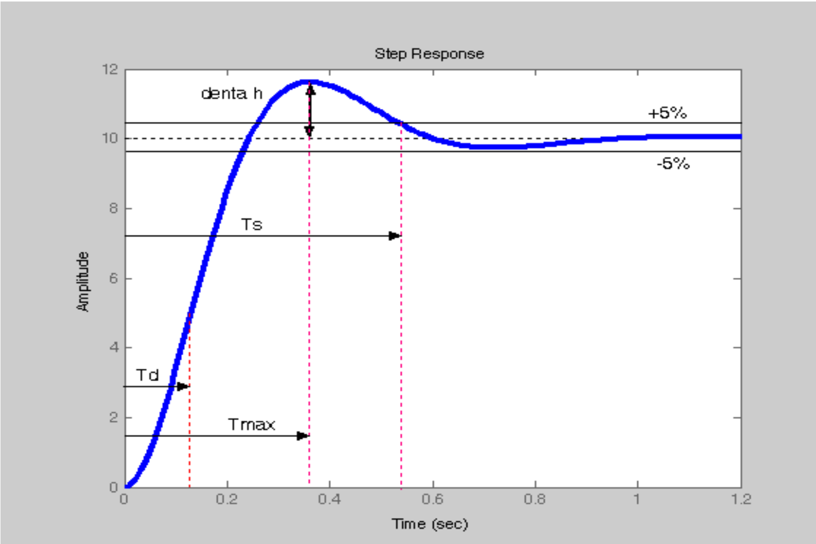
Các tiêu chuẩn đánh giá chất lượng của hệ ở quá trình quá độ giống như hệ liên tục.

Quá trình quá độ là giai đoạn hệ thống đang chuyển đổi từ trạng thái cũ xang một trạng thái mới mong muốn.

Chế độ xác lập là chế độ mà hệ thống đã đạt được trạng thái mới mong muốn.

Thông số (chỉ tiêu) của quá trình quá độ được thể hiện rõ nét qua hai đặc tính **: hàm quá độ h(t) và hàm trọng lượng g(t).** Dựa vào hai đặc tính này ta tìm các chỉ tiêu chất lượng như :

- Thời gian giữ chậm T_d : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống bị kích thích đến thời điểm hệ thống đạt 50% giá trị trạng thái mới mong muốn
- Thời gian tăng T_r : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống đạt 10% đến thời điểm hệ thống đạt 90% giá trị trạng thái mới mong muốn.
- Độ quá điều chỉnh denta $\delta\% = \dfrac{h_{\max} - h_\infty}{h_\infty} 100\%$
- Thời gian quá độ T_s : được định nghĩa là từ thời điểm hệ thống nằm trong khoảng $\pm 5\%$ giá trị xác lập
- Và hệ thống khi bị xung nó trở về trạng thái đầu hay không.



4.4 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

4.4.1 Chọn tham số cho bộ PID số

1.Cấu trúc bộ điều khiển PID số

Để xác định cấu trúc bộ PID số ta căn cứ từ phương trình vi phân : $u(t) = k_p\left[e\ t\ + \dfrac{1}{T_i}\int_0^t e\ \tau\ d\tau + T_D \dfrac{de\ t}{dt}\right]$ ta sử dụng một trong ba loại mô hình xấp xỉ ta thu được mô hình của bộ PID số :

1)Loại 1 : $u_k = \left[e_k + \dfrac{T_a}{T_I}\sum_{i=0}^{k-1} e_i + \dfrac{T_D\ \ e_k - e_{k-1}}{T_a}\right]$ sử dụng lệnh Matlab

[dencz,numcz]=c2dm([1 0],[Kd Kp Ki],Ts,'zoh');

2)Loại 2 : $u_k = \left[e_k + \dfrac{T_a}{T_I}\sum_{i=1}^{k} e_i + \dfrac{T_D\ \ e_k - e_{k-1}}{T_a}\right]$ sử dụng lệnh Matlab

[dencz,numcz]=c2dm([1 0],[Kd Kp Ki],Ts,'foh');

3)Loại 3 : $u_k = \left[e_k + \dfrac{T_a}{T_I}\sum_{i=1}^{k} \dfrac{e_{i-1} - e_i}{2} + \dfrac{T_D\ \ e_k - e_{k-1}}{T_a}\right]$ sử dụng lệnh Matlab

[dencz,numcz]=c2dm([1 0],[Kd Kp Ki],Ts,'tustin');

Muốn sử dụng các lệnh này ta phải chuyển $R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I S}+T_D s\right)$ thành

$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

Với ki=kp/Ti; kD=kp*TD

2.Xác định tham số bộ PID

Tương tự như liên tục ta có thể xác định các tham số của bộ điều khiển từ đường cong quá độ hoặc từ giá trị tới hạn.

+Xác định từ đường cong quá độ h(t). giả sử đối tượng điều khiển có hàm quá độ như hình 4.20 trang 421

-Xác định từ L nếu T/L<12 thì $L/5 \le T_a \le L/2$

-Xác định từ T $T_a \le \frac{T}{10}$

-Xác định từ $T_{95\%}$: $\frac{T_{95\%}}{20} \le T_a \le \frac{T_{95\%}}{10}$. Nói chung nếu thoả mãn $T_a \le 2L$ thì có thể chọn tham số bộ PID như sau

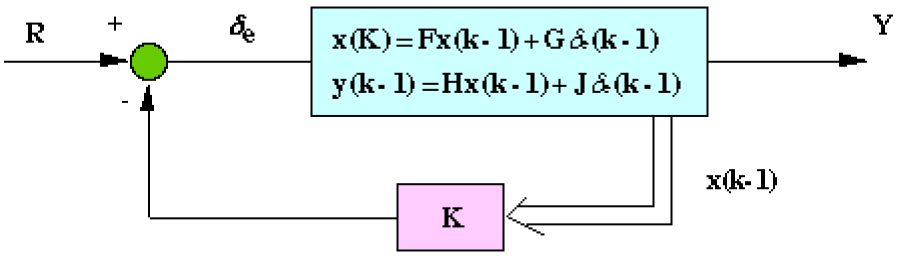
4.4.2 Thiết kế bộ điều khiển trong không gian trạng thái

<u>4.4.2.1 Bộ điều khiển phản hồi trạng thái gán điểm cực</u>

1.Bài toán :

Cho hệ có mô hình : $\begin{cases} x(k) = Fx(k-1) + G\delta_e(k-1) \\ y(k-1) = Hx(k-1) + J\delta_e(k-1) \end{cases}$

Yêu cầu thiết kế bộ điều khiển có chất lượng cho trước thỏa mãn có các vị trí cực cho trước. Điều này có nghĩa ta phải tìm được một luật điều khiển : $u = -KX = -\left(K_1 K_2 ..\right)\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \end{bmatrix}$ để hệ thống có các điểm cực trùng với các điểm cực cho trước (chất lượng hệ thống thỏa mãn yêu cầu).



Để giải quyết bài toán trên, trước hết ta có sơ đồ như hình vẽ

Phân tích theo sai phân lùi ta có $\begin{bmatrix} X(k) = FX(k-1) + G(\delta_e(k-1) - KX(k-1)) \\ X(k) = (F - KG)X(k-1) + G\delta_e(k-1) \end{bmatrix}$

Từ đây ta xác định được phương trình đặc trưng của hệ đã có véc tơ K là : $\det\left|zI - F + Gk\right| = 0$ phải có nghiệm trùng với điểm cực cho trước.

Như vậy bài toán đưa về việc xác định k_i để có nghiệm z_i mong muốn.

Việc thêm véc tơ K vào mạch hồi tiếp làm thay đổi đại lượng riêng của ma trận F bằng các đại lượng riêng của ma trận F-GK

2.Giải bài toán

Ta có thể sử dụng phương pháp Ackerman để thiết kế bộ điều khiển. Phương pháp giải quyết bài toán thông qua ví dụ sau :

Cho hệ liên tục được mô tả như sau : $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$

$y = 1 \quad 0 \begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

Sau khi chuyển qua gián đoạn ta có : $\begin{bmatrix}x_1\ \ k\\ x_2\ \ k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & T\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\ \ k-1\\ x_2\ \ k-1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}T^2/2\\ T\end{bmatrix}u\ \ k-1$

$y\ \ k = 1 \quad 0 \begin{bmatrix}x_1\ \ k\\ x_2\ \ k\end{bmatrix}$

Với T= 01.s, sử dụng các lệnh Matlab ta có kết quả như sau :

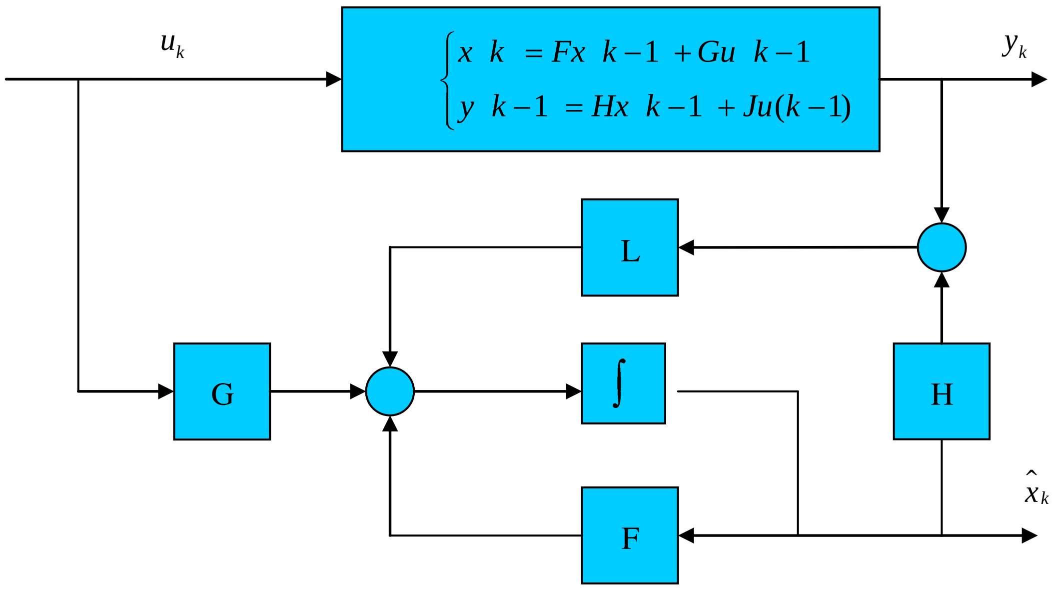
```
>> f=[1 0.1;0 1]
f =

    1.0000    0.1000
         0    1.0000

>> g=[0.1^2/2;0.1]

g =

    0.0050
    0.1000

>> z1=0.8+j*0.25

z1 =

   0.8000 + 0.2500i

>> z2=0.8-j*0.25

z2 =

   0.8000 - 0.2500i

>> k=place(f,g,[z1 z2])

k =

   10.2500    3.4875
```

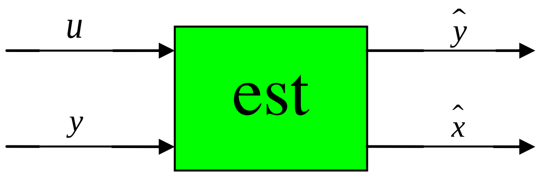
$u = -\ 10 \quad 3.5 \begin{bmatrix}x_1\ \ k\\ x_2\ \ k\end{bmatrix}$

4.4.2.2 Bộ điều khiển có bộ quan sát trạng thái

Để tổng hợp được bộ điều khiển phản hồi trạng thái như bài toán trên, ta phải hiểu rõ đối tượng điều khiển, có nghĩa phải xác định được tất cả các trạng thái của hệ. Trong trường hợp có những trạng thái ta không đo được thì ta sử dụng phương pháp ước lượng toàn bộ trạng thái theo đại lượng đo được đối với một trong các thành phần trạng thái.

Bộ quan sát kinh điển là sử dụng một mô hình tương đương với đối tượng điều khiển và một ma trận L phản hồi sai lệch giữa tín hiệu ra thật của hệ thống và tín hiệu ra quan sát, ma trận L này có nhiệm vụ hiệu chỉnh đặc tính của mô hình tương đương phù hợp với đặc tính của đối tượng thật. có nghĩa là phải làm sao giảm sai lệch quan sát.





1.Bài toán :

Cho hệ thống được mô tả như hình vẽ. Ta phải thiết kế bộ quan sát có điểm cực của hệ thống cho trước

2.Giải bài toán

Từ sơ đồ khối ta có thể viết phương trình trạng thái của bộ quan sát như sau

$$\begin{cases} \hat{x}\ k\ = F\hat{x}\ k-1\ + Gu\ k-1\ + Le\ k-1 \\ \hat{y}\ k-1\ = H\hat{x}\ k-1\ + Ju\ k-1 \end{cases}$$

Với sai lệch quan sát : $e = y - \hat{y} = H\left[x - \hat{x}\right]$

Ta có phương trình trạng thái mới của bộ quan sát

$$\begin{cases} \hat{x}\ k\ = (F-LH)\hat{x}\ k-1\ +\ G-LJ\quad L\ \begin{bmatrix} u\ k-1 \\ y\ k-1 \end{bmatrix} \\ \begin{vmatrix} \hat{y}\ k-1 \\ \hat{x}\ k-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H \\ I \end{vmatrix} \hat{x}\ k-1 \end{cases}$$

hoặc mô hình của bộ quan sát được mô tả dưới dạng :

$$\begin{cases} \hat{x}\ k\ = F\hat{x}\ k-1\ + L\ \ y\ k-1\ - H\hat{x}\ k-1 \\ \begin{vmatrix} \hat{y}\ k-1 \\ \hat{x}\ k-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H \\ I \end{vmatrix} \hat{x}\ k-1 \end{cases}$$

Để giải quyết bài toán ta dùng phương pháp Ackerman để thiết kế bộ quan sat **tức xác định ma trận quan sát L.**

Phương pháp thông qua ví dụ sau :

Cho hệ liên tục được mô tả như sau :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = 1 \quad 0 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sau khi chuyển qua gián đoạn ta có :

$$\begin{bmatrix} x_1\ k \\ x_2\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1\ k-1 \\ x_2\ k-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} u\ k-1$$

$$y\ k = 1 \quad 0 \begin{bmatrix} x_1\ k \\ x_2\ k \end{bmatrix}$$

Với T= 01.s, sử dụng các lệnh Matlab ta có kết quả như sau :

```
sys=ss([1 0.1;0 1],[0.1^2/2;0.1],[1 0],0,0.1)
a =
       x1   x2
   x1    1  0.1
   x2    0    1
b =
         u1
   x1  0.005
   x2    0.1
c =
       x1  x2
   y1   1   0


d =
       u1
   y1   0
>> z1=0.8+j*0.25
z1 =
   0.8000 + 0.2500i
>> z2=0.8-j*0.25
z2 =
   0.8000 - 0.2500i
>> po1=3*real(z1)+imag(z1)/3*i
po1 =
   2.4000 + 0.0833i
>> po2=3*real(z2)+imag(z2)/3*i
po2 =
   2.4000 - 0.0833i
>> l=place(sys.a',sys.c',[po1 po2])'
L =
   -2.8000
   19.6694
```

Từ đây ta tính mô hình bộ quan sát bằng lệnh estim như sau :

```
est=estim(sys,L)
a =
          x1      x2
   x1     3.8     0.1
   x2  -19.67       1
b =
         u1
   x1   -2.8
   x2  19.67
```

```
c =
     x1  x2
  y1   1   0
  y2   1   0
  y3   0   1
d =
     u1
  y1   0
  y2   0
  y3   0
```

4.4.3 Sử dụng Matlab thiết kế bộ điều khiển

1. Chuyển đổi hàm truyền đạt từ liên tục sang rời rạc

Giả sử ta có hàm truyền đạt hệ liên tục như sau :

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

- M = 1 kg
- b = 10 N.s/m
- k = 20 N/m
- F(s) = 1

Giả sử tần số giải thông hệ kín lớn hơn 1 rad/s, chọn thời gian cắt mẫu T =1/100s ta tạo file trong Matlab như sau :

```
M=1;
b=10;
k=20;
num=[1];
den=[M b k];
Ts=1/100;
[numDz,denDz]=c2dm(num,den,Ts,'zoh')
```

Chạy chương trình, ta có hàm truyền đạt rời rạc của hệ như sau :

```
numDz =

   1.0e-04 *

         0        0.4837      0.4678

denDz =

         1.0000   -1.9029     0.9048
```

$$\frac{X(z)}{F(z)} = \frac{0.0001(0.4837z + 0.4678)}{z^2 - 1.9029z + 0.9048}$$

2. Chuyển đổi mô hình không gian trạng thái

Ta có mô hình không gian trạng thái hệ liên tục như sau :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k/M & -b/M\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ v\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1/M\end{bmatrix}[F]$$

$$y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x\\ v\end{bmatrix}+[0][F]$$

Tạo file trong Matlab như sau :

```
M=1;
b=10;
k=20;
A=[0      1;
  -k/M   -b/M];

B=[  0;
  1/M];

C=[1 0];

D=[0];
Ts=1/100;
[F,G,H,J] = c2dm (A,B,C,D,Ts,'zoh')
  F =
              0.9990                 0.0095
        -0.1903                      0.9039
  G =
              0.0000
              0.0095
  H = 1 0
  J = 0
```

Mô hình không gian trạng thái rời rạc của hệ :

$$\begin{bmatrix}x(k)\\ v(k)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.9990 & 0.0095\\ -0.1903 & 0.9039\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(k-1)\\ v(k-1)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0.0095\end{bmatrix}[F(k-1)]$$

$$y(k-1)=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x(k-1)\\ v(k-1)\end{bmatrix}+[0][F(k-1)]$$

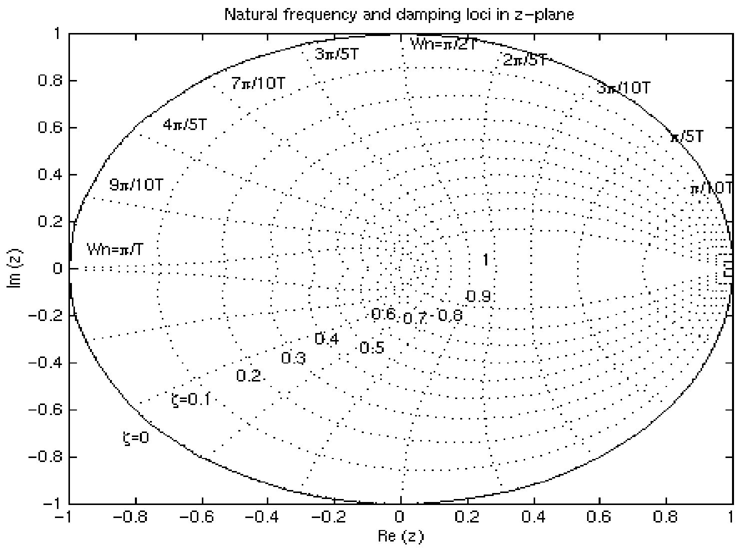
3.Dùng bản đồ cựcPhân tích chất lượng hệ thống

Đối với hệ liên tục, vị trí cực trên mặt phẳng S cho ta biết hành vi của hệ thống. đối với hệ rời rạc ta cũng biết chất lượng hệ thống thông qua vị trí cực trên mặt phẳng Z. Mặt phẳng Z có thể thay thế mặt phẳng S thông qua biểu thức

$$z = e^{sT}$$

- T = thời gian cắt mẫu (sec/sample)
- s = vị trí trong mặt phẳng s
- z = vị trí trong mặt phẳng z

Hình dưới thể hiện bản đồ hệ số suy giảm zeta và tần số tự nhiên Wn trên mặt phẳng Z



Trên mặt phẳng Z hệ ở biên giới ổn định nếu có một điểm cực nằm trên đường tròn đơn vị, ổn định nếu tất cả nằm trong đường tròn, không ổn định nếu có một nghiệm nằm ngoài đường tròn đơn vị.

Phân tích tính không nhảy bậc của đáp ứng từ vị trí cực trên mặt phẳng Z , ta có thể áp dụng ba công thức tính của hệ liên tục như sau :

$$\xi\omega_n \ge \frac{4.6}{Ts}$$

$$\omega_n \ge \frac{1.8}{Tr}$$

$$\xi \ge \sqrt{\frac{\left(\ln Mp/\pi\right)^2}{1+\left(\ln Mp/\pi\right)^2}}$$

Trong đó :

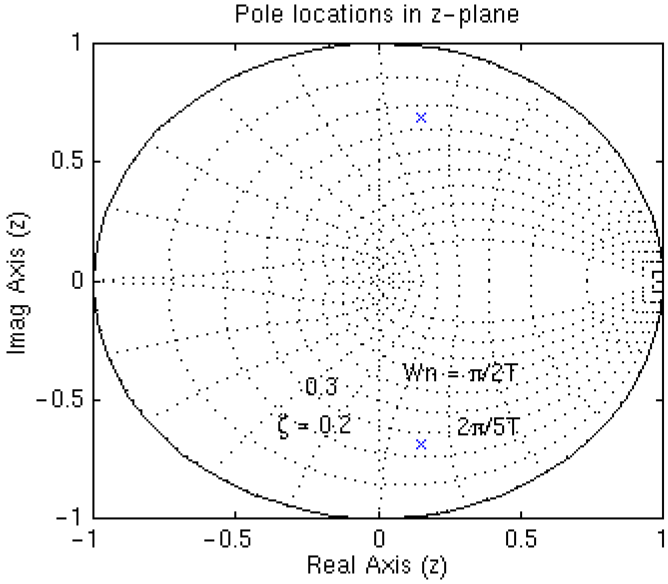
- zeta = hệ số suy giảm
- Wn = tần số tự nhiên **(rad/sec)**
- Ts = thời gian quá độ
- Tr = thời gian tăng
- Mp = độ quá điều chỉnh max

Giả sử ta có hàm truyền đạt

$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{1}{z^2 - 0.3z + 0.5}$$

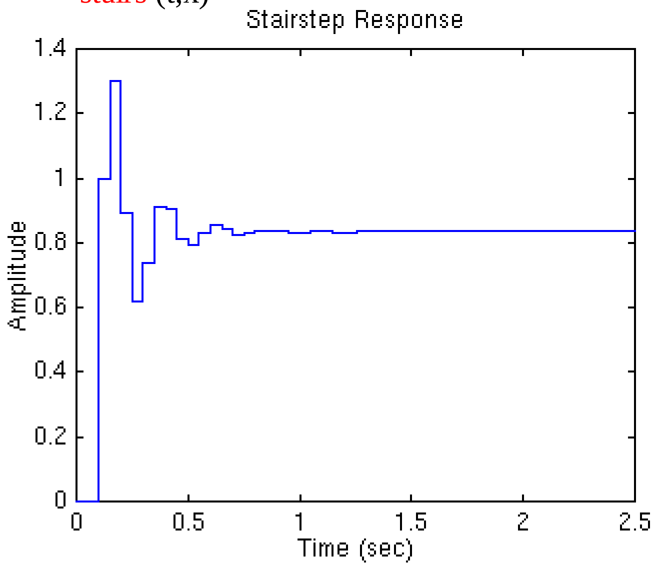
Tạo file và chạy chương trình, ta có hệ số suy giảm và tần số tự nhiên :

```
numDz=[1];
denDz=[1 -0.3 0.5];
pzmap(numDz,denDz)
axis([-1 1 -1 1])
zgrid
```



Từ bản đồ ta thấy vị trí điểm cực xấp xỉ ở tần số 9pi/20T (rad/sample) và hệ số suy giảm 0.25. Giả sử ta có thời gian cắt mẫu 1/20s (điều đó dẫn tới Wn=28.2rad/s), sử dụng công thức trên ta xác định Tr=0.6s; Ts=0.65s và quá điều chỉnh Max = 45%. Điều này ta có thể kiểm tra lại nhờ đáp ứng quá độ của hệ thống qua đoạn lệnh sau :

```
[x] = dstep (numDz,denDz,51);
t = 0:0.05:2.5;
stairs (t,x)
```



Như vậy, ta có thể sử dụng bản đồ vị trí các điểm cực và ba công thức trên để phân tích chất lượng hệ ở chế độ quá độ

Dùng quỹ đạo nghiệm số rời rạc xác định hệ số KĐ

Quỹ đạo nghiệm số là quỹ tích các điểm nghiệm của phương trình đặc tính khi có một hệ số khuyếch đại được thay đổi từ không ra vô cùng. Phương trình đặc tính của hệ kín như sau :

$$1 + KG(z)Hzoh(z) = 0$$

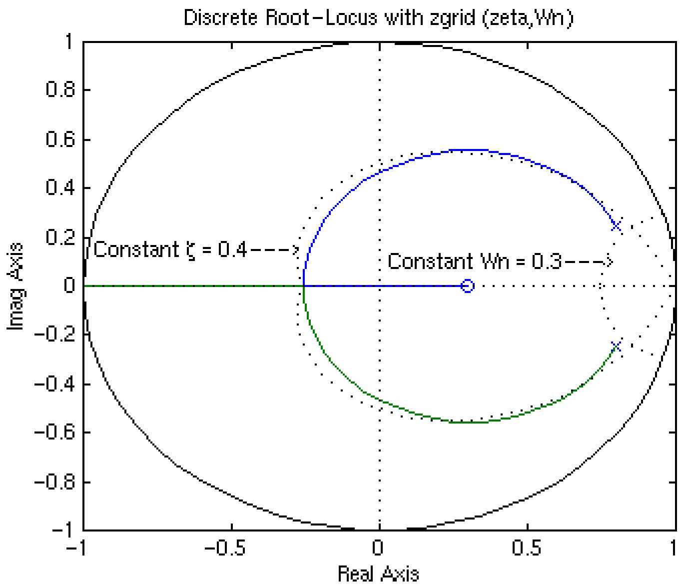
G(z) là bộ bù của bộ điều khiển Hzoh(z) là hàm truyền của đối tượng điều khiển

Giả sử ta có hệ thống:

$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{z - 0.3}{z^2 - 1.6z + 0.7}$$

Yêu cầu xác định hệ số khuyếch đại K sao cho hệ có chất lượng là hệ số suy giảm lớn hơn 0.6; tần số tự nhiên lớn hơn 0.4 rad/sample (từ đây a có thể sử dụng các công thức trên để xác định thời gian cắt mẫu). Viết trong Matlab như sau :

```
numDz=[1 -0.3];
denDz=[1 -1.6 0.7];
rlocus (numDz,denDz)
axis ([-1 1 -1 1])
zeta=0.4;
Wn=0.3;
zgrid (zeta,Wn)
```



Dựa vào hình vẽ, ta có thể thấy rõ hệ thống ổn định vì tất cả các điểm cực đều nằm phía trong đường tròn đơn vị. hai đường nét chấm là đường hệ số suy giảm và tần số tự nhiên. Tần số tự nhiên lớn hơn 0.3 nằm ngoài đường chấm, vùng có hệ số suy giảm lớn hơn 0.4 nằm trong đường chấm. trong ví dụ ta có đường quỹ đạo nghiệm nằm trong vùng thiết kế. Do vậy ta có thể chọn K từ một trong các quỹ tích trên đều thỏa mãn yêu cầu thiết kế.

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 4

a. Câu hỏi ôn tập

Câu hỏi 1: Khái niệm về hệ thống không liên tục và cấu trúc chung của nó

Câu hỏi 2: Trình bầy phương pháp mô tả không liên tục một hệ thống điều khiển bằng dãy trọng lượng

Câu hỏi 3: Mô tả toán học hệ không liên tục ở dạng phương trình sai phân

Câu hỏi 4: Mô hình không gian trạng thái của hệ không liên tục, cho ví dụ

Câu hỏi 5: Khái niệm về phép biến đổi Z và ứng dụng trong việc mô tả và phân tích hệ thống không liên tục

Câu hỏi 6: Nêu các tính chất của phép biến đổi Z

Câu hỏi 7: Trình bày về mô hình hàm truyền đạt của hệ không liên tục

Câu hỏi 8: Đại số sơ đồ khối hệ không liên tục

Câu hỏi 9: Trình bày mối quan hệ giữa việc mô tả liên tục và mô tả không liên tục một hệ thống điều khiển

Câu hỏi 10: Trình bày phương pháp Tustin chuyển đổi hàm truyền liên tục sang hàm truyền số

Câu hỏi 11: Phân tích tính ổn định và điều kiện ổn định của hệ không liên tục

Câu hỏi 12: Tiêu chuẩn ổn định đại số áp dụng cho hệ không liên tục, cho ví dụ

Câu hỏi 13: Phân tích chất lượng điều khiển trong quá trình quá độ cũng như xác lập của một hệ không liên tục bằng mô hình không liên tục của nó.

Câu hỏi 14: Phân tích tính điều khiển được và quan sát được của hệ không liên tục

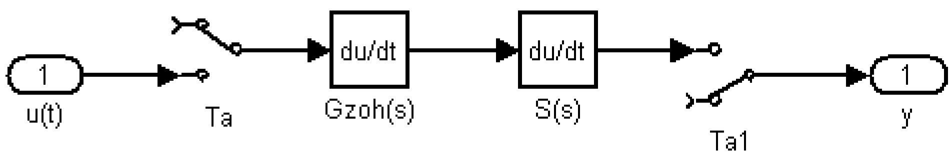
Câu hỏi 15: Trình bày các phương pháp xác định tham số của một bộ PID số.

Câu hỏi 16: Trình bày bài toán thiết kế bộ điều khiển số bằng phương pháp gán điểm cực

Câu hỏi 17: Thiết kế bộ điều khiển số có bộ quan sát trạng thái.

b. Bài tập

<u>Bài tập 1:</u> Xác định hàm truyền đạt không liên tục của hệ có sơ đồ khối sau:

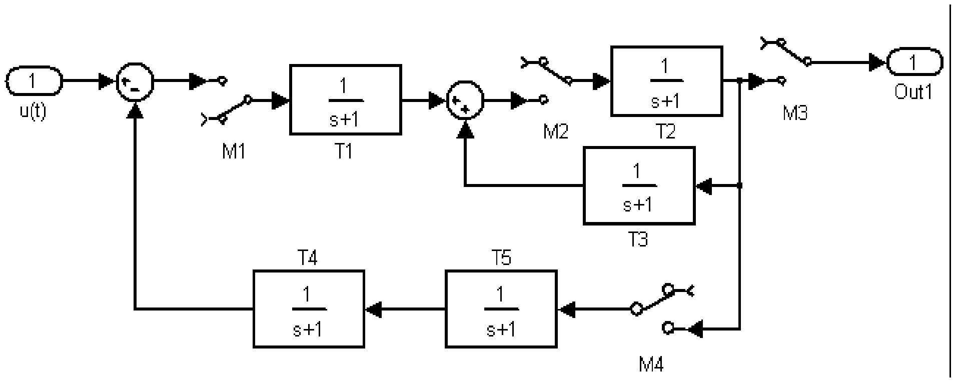


Với đối tượng S(s) :

$$S(s) = \frac{1}{0.2s(1+s)(1+3s)} \quad \Bigg| \quad S(s) = \frac{1+2s}{(1+5s)(1+3s)} \quad \Bigg| \quad S(s) = \frac{1+s}{2s^2+3s+4}$$

Gợi ý: tính hàm truyền đạt liên tục đối với bộ lưu giữ bậc không và đối tượng sau đó chuyển qua mô tả rời rạc ta có hàm cần tìm.

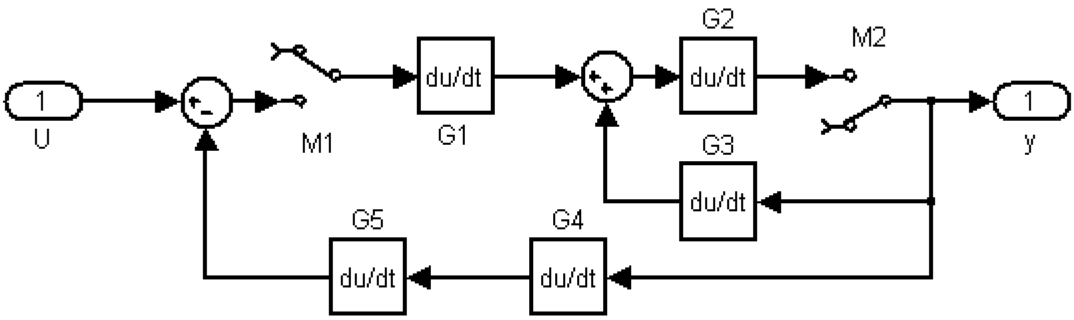
<u>Bài tập 2:</u> Xác định hàm truyền đạt không liên tục cho các hệ có sơ đồ khối sau:



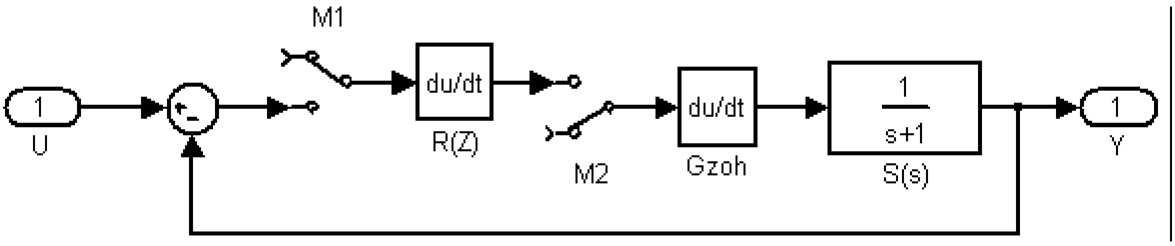
a)

Gợi ý: mối quan hệ T2 và T3 sử dụng công thức $G\ z\ = \dfrac{T_2\ \ z}{1+Z(T_2\ \ s\ \ T_3\ \ s\ )}$; T4 và T5 nối tiếp liên tục sau đó được rời rạc; T1 và khối tương đương 1 rời rạc độc lập.

b)



Gợi ý: tương tự bài trên



c)

<u>Bài tập 3:</u> Cho hệ điều khiển rời rạc được miêu tả bằng phương trình sai phân sau:

$$a_0 y(i+3) + a_1 y(i+2) + a_2 y(i+1) + a_3 y(i) = u(i)$$

trong đó $u(i)$ - tín hiệu rời rạc vào, $y(i)$ - tín hiệu rời rạc ra của hệ. Xác định mô hình trạng thái của hệ.

Hướng dẫn giải:

- Đặt các biến trạng thái cho hệ rời rạc bậc 3, chẳng hạn:

$$x_1(i) = y(i); \quad x_2(i) = y(i+1); \quad x_3(i) = y(i+2).$$

- Sử dụng phương trình sai phân ban đầu, biến đổi để viết ra hệ gồm 3 phương trình trạng thái cho 3 biến trạng thái trên, sau đó chuyển sang viết ở dạng chính tắc theo phép toán ma trận.
- Đối với đầu ra của hệ, từ cách đặt biến trạng thái thứ nhất chuyển sang viết ở dạng ma trận sẽ thu được phương trình đầu ra của mô hình trạng thái.

Đáp số:

Mô hình trạng thái của hệ rời rạc có dạng sau:

$$\begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \\ x_3(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3/a_0 & -a_2/a_0 & -a_1/a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/a_0 \end{bmatrix} u(i)$$

$$y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(i)$$

<u>Bài tập 4:</u> Cho hệ điều khiển liên tục có mô hình trạng thái sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Chuyển đổi hệ đã cho sang hệ rời rạc tương ứng.

Hướng dẫn giải:

- Áp dụng phương pháp tính đạo hàm gần đúng bằng cách thay thế:

$$\underline{\dot{x}}(t) \approx \frac{\underline{x}(i+1) - \underline{x}(i)}{\mathrm{T}}$$

trong đó T - bước cắt mẫu.

- Biến đổi mô hình trạng thái ban đầu sử dụng phép thay thế trên thu được công thức tổng quát của mô hình trạng thái hệ rời rạc như sau:

$$\underline{x}(i+1) = (\mathrm{T}\mathbf{A} + \mathbf{I})\underline{x}(i) + \mathrm{T}\mathbf{B}u(i)$$
$$y(i) = \mathbf{C}\underline{x}(i) + \mathbf{D}u(i)$$

trong đó **A, B, C, D** – Các ma trận hệ số của mô hình trạng thái ban đầu.

- Chọn bước cắt mẫu cụ thể để tính ra các ma trận hệ số của mô hình trạng thái rời rạc.

Đáp số:

Với bước cắt mẫu T=0.5 (s) thu được mô hình trạng thái rời rạc như sau:

$$\begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 0.95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.005 \end{bmatrix} u(i)$$

$$y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix}$$

<u>Bài tập 5:</u> Cho hệ điều khiển liên tục có hàm truyền đạt như sau:

$$G(s) = \frac{k}{s^2 + as + k}$$

Tìm hàm truyền đạt và phương trình sai phân của hệ rời rạc tương ứng.

Hướng dẫn giải:

- Áp dụng phương pháp Tustin thay toán tử Laplace $s = \frac{2}{\mathrm{T}}\frac{Z-1}{Z+1}$ vào biểu thức của hàm truyền liên tục đã cho

- Biến đổi và đưa về dạng chính tắc của hàm truyền rời rạc $W(Z)$

- Từ hàm truyền đạt $W(Z)$ chuyển đổi ra phương trình sai phân của hệ rời rạc

Đáp số:

Hàm truyền rời rạc: $W(Z) = \dfrac{AZ^2 + 2AZ + Ak}{BZ^2 + CZ + D}$, trong đó:

$A = k\mathrm{T}^2$; $B = 4 - 2a\mathrm{T} + k\mathrm{T}^2$; $C = 2k\mathrm{T}^2 - 8$; $D = k\mathrm{T}^2 - 4 + 2a\mathrm{T}$.

Phương trình sai phân: $By(i+2)+Cy(i+1)+Dy(i)=Au(i+2)+2Au(i+1)+Au(i)$, trong đó: $u(i)$ - tín hiệu rời rạc vào, $y(i)$ - tín hiệu rời rạc ra của hệ.

Bài tập 6: Cho hệ điều khiển rời rạc có hàm truyền đạt:

$$W(Z)=\frac{Z+1}{3Z^2-Z+1}$$

Xác định tính ổn định của hệ.

Hướng dẫn giải:

- Đưa ra phương trình đặc tính của hệ rời rạc từ đa thức mẫu số của hàm truyền Z
- Giải phương trình đặc tính bậc 2
- Xét các nghiệm của phương trình đặc tính so với vòng tròn đơn vị trên mặt phẳng phức để kết luận về tính ổn định của hệ

Đáp số:

Hai nghiệm của phương trình đặc tính: $Z_{1,2}=\frac{1\pm j\sqrt{11}}{6}$ có $|Z_{1,2}|<1$, cả 2 nghiệm đều nằm bên trong vòng tròn đơn vị. Như vậy hệ rời rạc đã cho ổn định.

Bài tập 7: Xét tính điều khiển được và quan sát được của hệ không liên tục có mô hình không gian trạng thái sau:

a) $\underline{x}_{k+1}=\begin{bmatrix}0.5 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\underline{x}_k+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0.5\end{bmatrix}u_k; va; y_k=\begin{matrix}1 & 0 & 0\end{matrix}\ \underline{x}_k$

Đáp số :

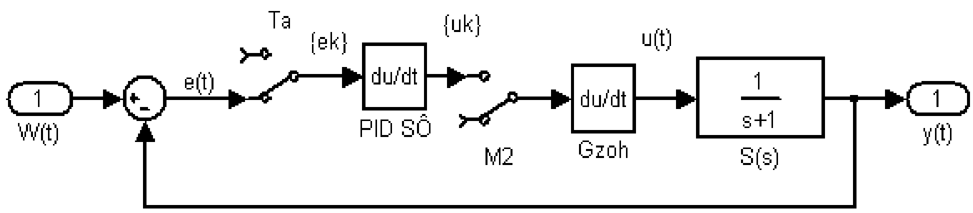
co =			ob =		
0	0.5000	1.2500	1.0000	0	0
0	1.0000	1.0000	0.5000	1.0000	1.0000
0.5000	0	0	0.2500	1.5000	2.5000

b) $\underline{x}_{k+1}=\begin{bmatrix}1/3 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\underline{x}_k+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u_k; va; y_k=\begin{matrix}1 & 0 & 0\end{matrix}\ \underline{x}_k$

Đáp số :

co =			ob =		
0	0	1	1.0000	0	0
0	1	1	0.3333	1.0000	0
1	1	1	0.1111	0.3333	1.0000

Bài tập 8: Xác định tham số của bộ điều khiển PID số đối với hệ thống có sơ đồ khối như sau:



Với các đối tượng sau:

$$b)S(s)=\frac{3}{1+1{,}5s \quad 1+3s} \qquad c)S(s)=\frac{2}{1+2s \quad 1+6s}$$

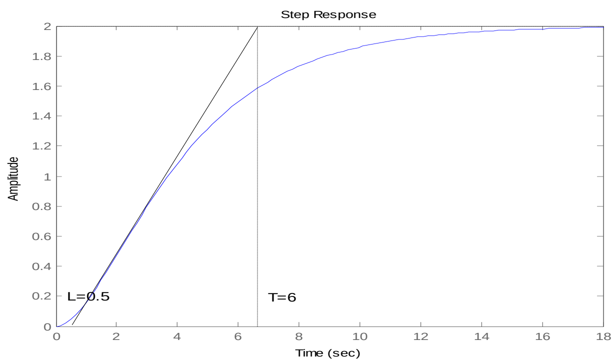
Gợi ý:

1.Chọn mô hình rời rạc loại ‘zoh’;’foh’ hay ‘tustin’

2.Xây dựng hàm quá độ của đối tượng điều khiển

3.Sử dụng các công thức trang 421 xác định tham số bộ PID

Ví dụ: sử dụng Matlab ta xác định được L=0.5; T=6 đối với đối tượng thứ nhất



CHƯƠNG 5: HỆ PHI TUYẾN

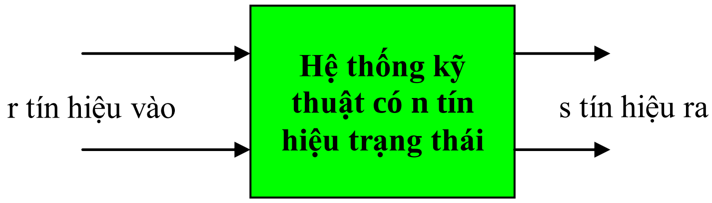
5.1 MÔ HÌNH TOÁN CỦA HỆ PHI TUYẾN

5.1.1 Tính không thoả mãn nguyên lý xếp chồng

Cho một hệ thống có véc tơ tín hiệu vào r phần tử : $\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ . \\ u_r(t) \end{bmatrix}$

có s tín hiệu ra : $\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ . \\ y_s(t) \end{bmatrix}$ và có n biến trạng thái $\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}$

Sơ đồ khối như sau :



- Đối với hệ phi tuyến, mô hình toán học mô tả quan hệ giữa véc tơ tín hiệu vào $\underline{u}(t)$ và véc tơ tín hiệu ra $\underline{y}(t)$ được viết như sau : $\underline{y}(t) = T\left(\underline{u}(t)\right)$. Trong đó T được gọi là ánh xạ (toán tử : operator)
- Hệ thống phi tuyến là hệ thống không thoả mãn tính xếp chồng, nghĩa là nếu đầu vào có hai véc tơ $\underline{u}_1(t), \underline{u}_2(t)$ đối tượng cho hai véc tơ tín hiệu ra tương ứng : $\underline{y}_1(t), \underline{y}_2(t)$. Nhưng khi đầu vào là một véc tơ $a\underline{u}_1(t) + b\underline{u}_2(t)$ thì ín hiệu ra khác $a\underline{y}_1(t) + b\underline{y}_2(t)$. Phần lớn đối tượng điều khiển trong tự nhiên là phi tuyến.
- Hệ thống phi tuyến thông thường chứa một hay nhiều các khâu phi tuyến cơ bản.

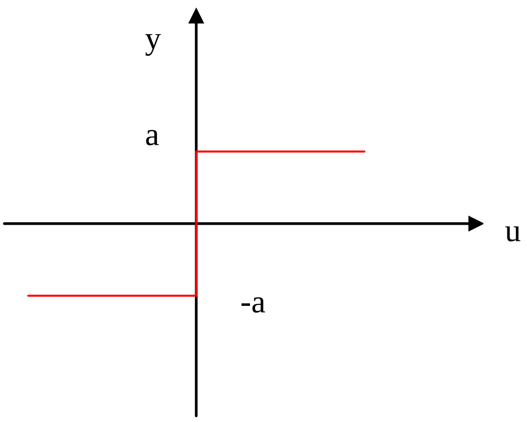
5.1.2 Các khâu phi tuyến cơ bản

Trong kỹ thuật ta thường gặp một số thành phần phi tuyến đặc trưng phổ biến, chúng được xếp vào thành các khâu cơ bản :

1.Khâu hai vị trí

Thực chất là một khâu rơ le. Nó được mô tả như sau :

Đặc tính vào ra biểu diễn như sau:

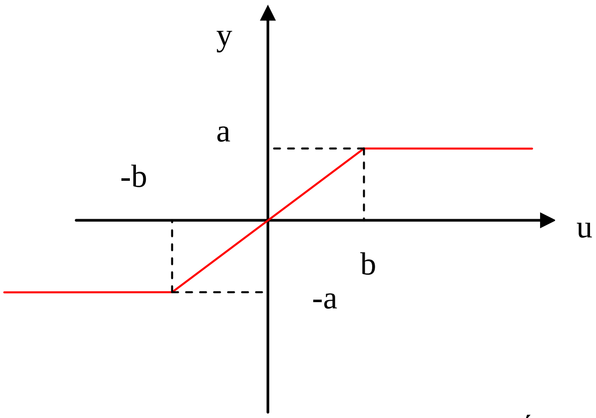


$$y = \begin{cases} a, khi, u > 0 \\ -a, khi, u < 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = a.\mathrm{sgn}(u)$$

Trong thực tế khâu hai vị trí được dùng rất nhiều ví dụ như bộ điều khiển nhiệt, bộ điều khiển tối ưu tác động nhanh

2.Khâu khuyếch đại bão hoà

Là khâu SISO phi tuyến tĩnh, có đặc tính vào ra như hình vẽ.

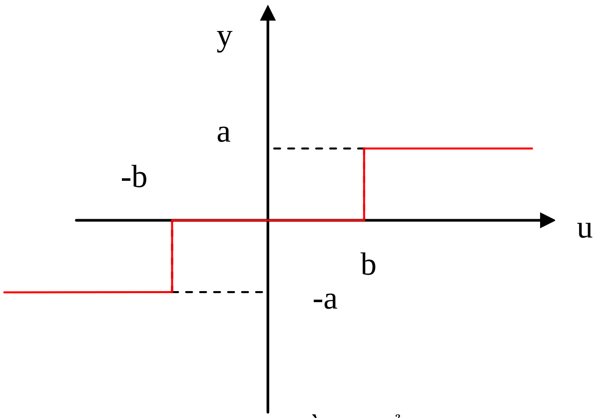


$$y = \begin{cases} a.\mathrm{sgn}(u), khi|u| > b \\ \dfrac{a}{b}u, khi|u| \le b \end{cases}$$

Trong khoảng $\pm$b, đáp ứng của khâu là tuyến tính. Ngoài khoảng này, đáp ứng bằng $\pm$a không đổi. Như vậy nếu $|b|$ rất nhỏ thì khâu khuếch đại bão hòa trở thành khâu rơ le.

3.Khâu ba vị trí

Đặc tính vào ra như hình vẽ

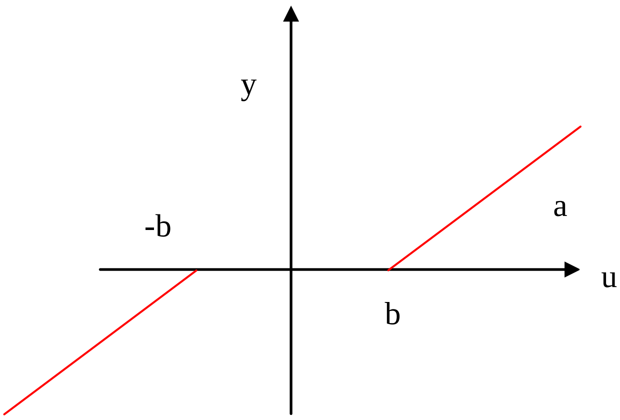


$$y = \begin{cases} a.\mathrm{sgn}(u), khi|u| > b \\ 0, khi|u| < b \end{cases}$$

Với những hệ sử dụng bộ điều khiển hai vị trí có nhiễu nhỏ, người ta thường dùng khâu ba vị trí thay cho khâu hai vị trí để loại nhiễu.

4.Khâu khuyếch đại có miền chết

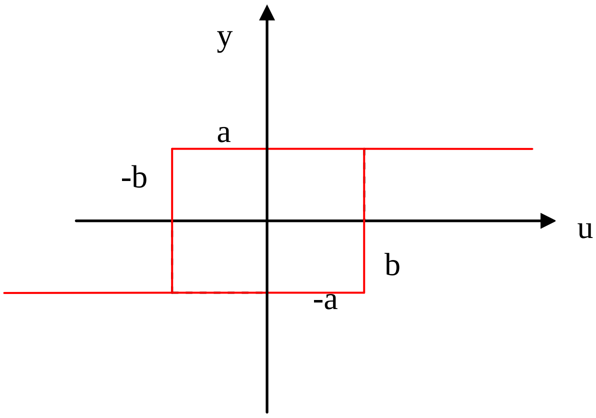
Thực chất đây là khâu khuyếch đại có vùng không nhạy. Đặc tính như hình vẽ, mô hình toán như sau :



$$y = \begin{cases} \tan(a)\,(u - b.\mathrm{sgn}(u)), khi|u| > b \\ 0, khi|u| \le b \end{cases}$$

5.Khâu có hai vị trí có trễ

Đây là bộ điều khiển rơ le thực tế, thể hiện tính quán tính của thiết bị. Mô hình toán mô tả như sau :

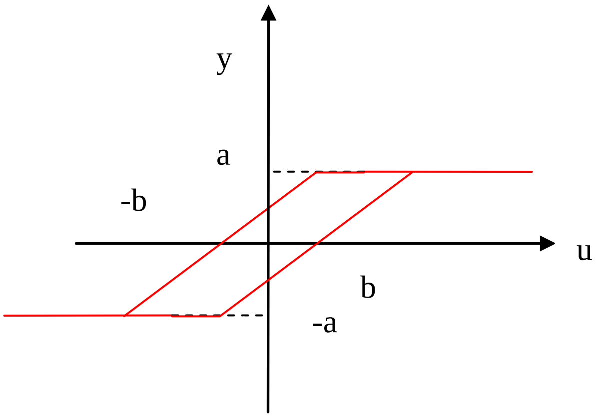


$$y=\begin{cases} a.\operatorname{sgn}(u), khi|u|>b \\ -a.\operatorname{sgn}\left(\dfrac{du}{dt}\right), khi|u|<b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y=a.\operatorname{sgn}\left(u-b.\operatorname{sgn}\left(\frac{du}{dt}\right)\right)$$

6.Khâu khuyếch đại bão hoà có trễ

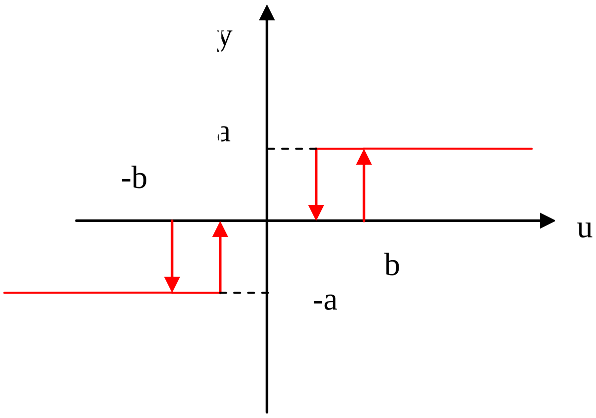
Quan hệ vào ra của khâu như hình vẽ. Nó được mô tả như sau :



$$F(u)=\begin{cases} \text{a.sgn}(u), khi|u|>b \\ \dfrac{a}{b}u, khi|u|\le b \end{cases}$$

$$y=\begin{cases} F(u-b), khi\dfrac{du}{dt}>0 \\ F(u+b), khi\dfrac{du}{dt}\le 0 \end{cases}$$

7.Khâu ba vị trí có trễ



$$F(u)=\begin{cases} \text{a.sgn}(u), khi|u|>\dfrac{1+q}{2}b \\ 0, khi|u|\le\dfrac{1+q}{2}b \end{cases}$$

$$y=\begin{cases} F\left(u-\dfrac{1-q}{2}b\right), khi\dfrac{du}{dt}>0 \\ F\left(u+\dfrac{1-q}{2}b\right), khi\dfrac{du}{dt}\le 0 \end{cases}$$

5.1.3 Mô hình trạng thái và quỹ đạo trạng thái

a.Mô hình trạng thái :

Giống như mô hình trạng thái của hệ tuyến tính , nó là hệ phương trình bao gồm véc tơ đầu vào, ra và các biến trạng thái của hệ :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=f(x,u,t) \\ y=g(x,u,t) \end{cases}$$

Trong đó véc tơ $\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ . \\ u_r(t) \end{bmatrix}$ là tín hiệu vào;

$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ . \\ y_s(t) \end{bmatrix}$ là véc tơ tín hiệu ra

và $\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ là véc tơ trạng thái của hệ thống.

Từ đây ta có các khái niệm :

- Nếu hệ mô tả được ở dạng như sau $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases}$
- ***thì gọi là mô hình trạng thái tường minh autônom***
- Nếu hệ mô tả được ở dạng như sau $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x,u,t) \\ y = g(x,u,t) \end{cases}$
- ***thì gọi là mô hình trạng thái tường minh không autônom***
- Nếu hệ mô tả được ở dạng như sau $\begin{cases} f\left(\dfrac{dx}{dt}, x, u, t\right) = 0 \\ g(x,u,y,t) = 0 \end{cases}$
- ***thì gọi là mô hình trạng thái không tường minh không autônom***

b,Quỹ đạo trạng thái

Với một hệ thống, khi có một tín hiệu vào $\underline{u}(t)$ cho trước, với một điểm trạng thái ban đầu cho trước $\underline{x}_0 = \underline{x}(o)$, theo thời gian trạng thái hệ thống thay đổi dưới sự kích thích của tín hiệu đầu vào. Sự thay đổi này vạch trong không gian một đường cong : quỹ đạo trạng thái.

Như vậy mỗi trạng thái đầu ta có một đường cong, tất cả các trạng thái đầu dưới tác động một tín hiệu vào ta sẽ có nhiều đường cong : họ các quỹ đạo trạng thái

c. Không gian trạng thái

Nếu hệ thống có trạng thái là véc tơ n chiều thì không gian được xác định bởi n trục tương đương n biến trạng thái gọi là không gian trạng thái

d. Quỹ đạo pha và cách xây dựng

Do dạng quỹ đạo trạng thái (không gian trạng thái có hai trục gọi là không gian pha) nói lên rất nhiều tính chất động học của hệ thống nên ta phải tìm cách xây dựng họ các quỹ đạo trang thái của hệ ứng với tín hiệu vào $\underline{u}(t) = \underline{0}$. Chỉ dựa vào dạng quỹ đạo ta có thể biết :

- Điểm cân bằng $\underline{x}_e$ sẽ là điểm mà tại đó tốc độ của các quỹ đạo trạng thái bằng 0
- Hệ ổn định tại $\underline{x}_e$ nếu tất cả các quỹ đạo trạng thái đều hướng về $\underline{x}_e$ và kết thúc tại đó.
- Hệ có dao động Autonom nếu tồn tại một dạng quỹ đạo khép kín....

Để xây dựng quỹ đạo pha ta có rất nhiều phương pháp như phương pháp đường đẳng tà, phương pháp tách biến.

5.2 PHÂN TÍCH HỆ PHI TUYẾN

5.2.1 Điểm cân bằng và điểm dừng của hệ thống

a.Định nghĩa điểm cân bằng : Một điểm trạng thái $\underline{x}_e$ được gọi là điểm cân bằng nếu hệ đang ở $\underline{x}_e$ và không có một tác động nào từ ngoài vào thì hệ nằm nguyên tại đó. Như vậy $\underline{x}_e$ sẽ là nghiệm của phương trình : $\frac{d\underline{x}}{dt} = f\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\Big|_{\underline{u}=\underline{0}} = \underline{0}$

Một hệ phi tuyến có thể có nhiều điểm cân bằng hoặc không có khác với hệ tuyến tính bao giờ cũng cân bằng tại gốc toạ độ.

b.Định nghĩa điểm dừng : Một điểm trạng thái được gọi là điểm dừng $\underline{x}_d$ nếu hệ đang ở $\underline{x}_d$, với tác động đầu vào $\underline{u}(t) = \underline{u}_d$ không đổi thì hệ nằm nguyên tại $\underline{x}_d$. Như vậy $\underline{x}_d$ sẽ là nghiệm của phương trình : $\frac{d\underline{x}}{dt} = f\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\Big|_{\underline{u}=\underline{u}_d} = \underline{0}$

5.2.2 Tính ổn định tại một điểm cân bằng

Một hệ thống được gọi là ổn định (tiệm cận) tại điểm cân bằng $\underline{x}_e$ nếu như có một tác động tức thời như nhiễu chẳng hạn đánh bật hệ ra khỏi $\underline{x}_e$ và đưa tới điểm $\underline{x}_o$ lân cận của $\underline{x}_e$ thì sau đó hệ có khả năng tự quay trở về điểm cân bằng $\underline{x}_e$.

Chú ý : tính ổn định của hệ phi tuyến chỉ có ý nghĩa khi đi cùng với điểm cân bằng $\underline{x}_e$. Có thể hệ ổn định với điểm cân bằng này mà không ổn định với điểm cân bằng khác. Hệ muốn ổn định tại điểm cân bằng $\underline{x}_e$ thì mọi đường quỹ đạo trạng thái thì xuất phát từ $\underline{x}_o$ đều kết thúc tại $\underline{x}_e$.

5.2.3 Tính điều khiển được tại một điểm trạng thái

Cho các điểm trạng thái $\underline{x}_o$ & $\underline{x}_T$. Hệ thống : $\begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = f\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \\ \underline{y} = g\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \end{cases}$ được gọi là điều khiển được hoàn toàn tại điểm trạng thái $\underline{x}_o$: Nếu với điểm đích $\underline{x}_T$ bất kỳ cho trước, tồn tại một tín hiệu $\underline{u}(t)$ để có đường quỹ đạo trạng thái $\underline{x}(t)$ tương úng xuất phát từ $\underline{x}_o$ kết thúc tại $\underline{x}_T$ trong một khoảng thời gian hữu hạn.

5.2.4 Tính quan sát được tại một thời điểm

Cho hệ thống $\begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = f\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \\ \underline{y} = g\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \end{cases}$ được gọi là Quan sát được hoàn toàn tại thời điểm t_o : Nếu với mọi giá trị thời gian T>t_o điểm trạng thái $\underline{x}_o$ luôn xác định được một cách chính xác từ việc quan sát véc tơ các tín hiệu vào $\underline{u}(t)$ và véc tơ tín hiệu ra $\underline{y}(t)$ trong khoảng thời gian hữu hạn [T-t_o].

5.2.5 Dao động điều hoà heteronom và autonom

Dao động điều hoà he te ro nom: là dao động điều hoà cưỡng bức có nghĩa là hệ dao động điều hoà khi có tín hiệu tác động đầu vào.

Dao động điều hoà au to nom là hệ có khả năng tự dao động điều hoà khi tín hiệu vào bằng 0

Như vậy quỹ đạo trạng thái của hệ dao động điều hoà là đường cong kín. Dao động điều hòa (Heteronom hoặc Autonom) được gọi là ổn định nếu bị tác động tức thời đánh bật ra khỏi chế độ dao động đưa tới vùng lân cận nào đó của quỹ đạo thì nó tự quay được trở về chế độ dao động điều hòa này.

5.2.6 Tập giới hạn và hiện tượng hỗn loạn (Sinh viên tự nghiên cứu tài liệu)

5.2.7 Hệ phân nhánh (Sinh viên tự nghiên cứu tài liệu)

Từ mô hình mô tả hệ thống, ta phải phân tích rút ra một số kết luận cơ bản về tính chất động học của hệ thốnng. Tất nhiên không phải là tất cả, ta thống nhất cần hiểu biết hệ thống những điểm như sau :

a. Hiểu biết về sự phân bố các điểm cân bằng của hệ thống.
b. Hiểu biết về tính ổn định của hệ thống tại điểm cân bằng cho trước
c. Hiểu biết về tính điều khiển được của hệ thống tại một điểm trạng thái cho trước.
d. Hiểu biết về tính quan sát được của hệ thống tại một thời điểm
e. Hiểu biết về khả năng tồn tại dao động heteronom hoặc autonom trong hệ
f. Hiểu biết về khả năng có hay không hiện tượng hỗn loạn (chao) trong hệ
g. Hiểu biết về khả năng phân nhánh trong hệ

5.2.8 Tiêu chuẩn ổn định Lyapunov

Bản chất của phương pháp Lyapunov là giả sử bao quanh gốc $\underline{0}$ có các họ đường cong v khép kín. Các đường cong này có thể coi là biên của các lân cận $\underline{0}$ và nếu tất cả các quỹ đạo trạng thái tự do cắt tất cả các đường cong thuộc họ v từ ngoài vào trong thì ta có thể kết luận là các quỹ đạo trạng thái này tiên về gốc $\underline{0}$ và kết thúc tại đó. Từ đó kết luận tính ổn định Lyapunov của hệ.

Như vậy nếu tồ tại hàm $v(\underline{x})$ thoả mãn các điều kiện :

-Khả vi, xác định dương

-$\dfrac{dv}{dt} < 0; \dfrac{dv}{dt}$ là đạo hàm của $v(\underline{x})$ dọc theo quỹ đạo trạng thái tự do

Thì hệ ổn định tiệm cận Lyapunov tại gốc $\underline{0}$ và hàm $v(\underline{x})$ là hàm Lyapunov

để sử dụng tiêu chuẩn Lyapunov ta phải thực hiện hai bước :

1)Xây dựng họ đường cong v khép kín chứa gốc $\underline{0}$ bên trong

2)Kiểm tra xem quỹ đạo trạng thái $\underline{x}(t)$ có cắt mọi đường cong thuộc v từ ngoài vào trong hay không.

Từ đây người ta đưa ra hệ quả Lyapunov như sau (dùng cho hệ tuyến tính) :

Cho một hệ thống được mô tả $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$. Hệ sẽ ổn định nếu một trong hai điều kiện sau thỏa mãn :

a)Tồn tại một ma trận vuông P xác định dương sao cho ma trận $(PA + A^T P)$ xác định âm, tức $-(PA + A^T P)$ xác định dương.

b)Tồn tại một ma trận đối xứng xác định dương Q sao cho phương tình $(PA + A^T P) = -Q$ có nghiệm P cũng đối xứng xác định dương. **Đây là phương trình Lyapunov**

Định lý Sylvester là công cụ để xác định một ma trận vuông đối xứng xác định dương : cho ma trận

$$: Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdot & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdot & q_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdot & q_{nn} \end{bmatrix}; q_{ik} = q_{ki}$$

Xác định dương khi ma trận đường chéo có định thức dương :

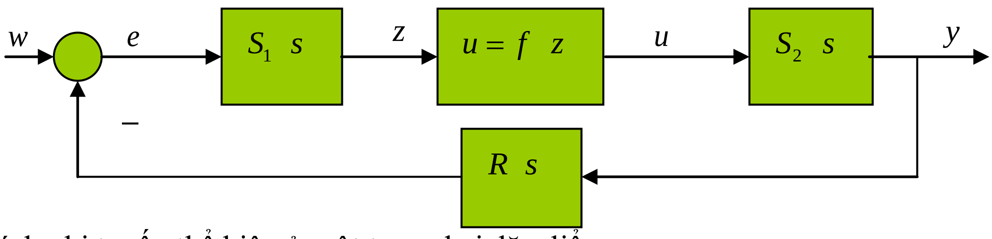
$$q_{11} > 0; \det\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} > 0; \det\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} > 0$$

5.3 HỆ SISO CÓ KHÂU PHI TUYẾN CƠ BẢN

5.3.1 Giới thiệu hệ thống

5.3.1.1 Sơ đồ khối

Thường gặp trong thực tế các hệ phi tuyến là hệ SISO, tính phi tuyến của chúng thường chỉ quy tụ ở một khâu đơn giản duy nhất. Như hình vẽ

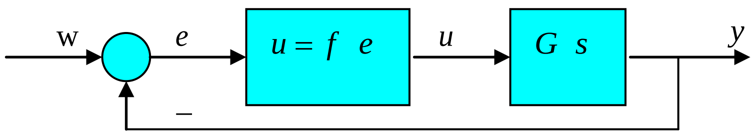


Tính phi tuyến thể hiện ở một trong hai đặc điểm :

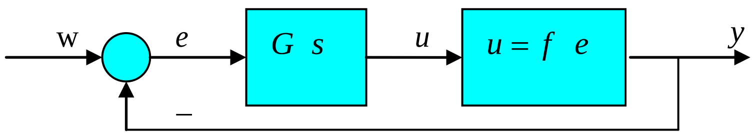
- Giá trị của tín hiệu vào $u(t)$ phụ thuộc vào tín hiệu vào z cùng thời điểm t tức là $u = f(z)$. Trong đó $f(z)$ là hàm đại số không có thành phần vi tích phân, $u(t)$ phụ thuộc tĩnh vào tín hiệu $z(t)$ gọi là **các khâu phi tuyến tĩnh**.
- Hệ thống có các khâu phi tuyến cơ bản đã đề cập.

5.3.1.2 Mô hình NL và LN

Mô hình mà khâu phi tuyến tĩnh đứng trước khâu tuyến tính được gọi là mô hình Hammerstein hay NL (nonlinear-linear) :



Mô hình mà khâu phi tuyến tĩnh đứng sau khâu tuyến tính được gọi là mô hình Wiener hay LN (linear-nonlinear) :



<u>5.3.2 Phương pháp phân tích mặt phẳng pha</u>

Ở mục này ta sử dụng phương pháp mặt phẳng pha để phân tích những hệ thống phi tuyến mà tính phi tuyến của nó nằm ở một khâu cơ bản duy nhất. Nguyên tắc chung để có được quỹ đạo pha là ta dùng phương pháp phân điểm mặt phẳng pha. Ta chia mặt phẳng pha thành những vùng sao cho trong mỗi vùng đó, khâu phi tuyến được thay thế bằng một khâu khuyếch đại hoặc một giá trị hằng số tín hiệu ra.

5.3.2.1 Hệ với khâu hai vị trí

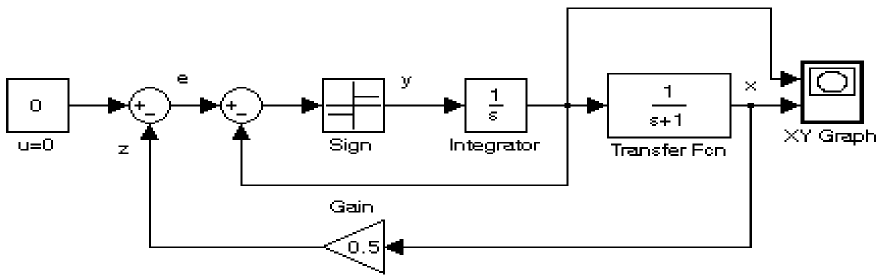
Ta thấy rằng chất lượng của hệ hai vị trí không chỉ phụ thuộc vào cấu trúc, mà còn phụ thuộc vào số lượng, loại khâu tuyến tính. Do đó ta không thể đưa ra kết luận chung được, mà thông qua ví dụ cụ thể ta nắm bắt được phương pháp phân tích hệ mà thôi. Ta xét ví dụ sau :

Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như sau :

$R(s) = \dfrac{1}{s}$ là thành phần tuyếnn tính của bộ điều khiển

$S(s) = \dfrac{1}{Ts}$ là đối tượng điều khiển

M(s) = k là bộ phản hồi. Ta có sơ đồ cấu trúc hệ thống như sau :



Như vậy ta có $y = \begin{cases} 1, neu, e > 0 \\ -1, neu, e < 0 \end{cases}$;

$$T\frac{d^2x}{dt^2} = y$$

$$e = u - z - \int_0^t ydt = -\left(kx + T\frac{dx}{dt}\right)$$

Từ đây ta có : $\frac{d^2x}{dt^2}\begin{cases} \frac{1}{T}, neu, kx + T\frac{dx}{dt} < 0 \\ -\frac{1}{T}, neu, kx + T\frac{dx}{dt} > 0 \end{cases}$

Như vậy, trong mặt phẳng pha với trục tung là $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ và trục hoành là x, đường thẳng $kx + T\frac{dx}{dt} = 0 \Leftrightarrow \dot{x} = -\frac{k}{T}x$ sẽ phân mặt phẳng pha làm hai miền : miền trên ứng với $kx + T\frac{dx}{dt} > 0$ có gia tốc không đổi âm bằng $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{T}$ và miền dưới ứng với $kx + T\frac{dx}{dt} > 0$ có gia tốc không đổi dương bằng $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{T}$.

Xét miền trên của mặt phẳng pha :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{T} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{t}{T} + c_1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{t^2}{2T} + c_1t + c_2 = -\frac{T}{2}\left(-\frac{t}{T} + c_1\right)^2 + \left(c_2 + \frac{Tc^2{}_1}{2}\right) =$$

$$= -\frac{T}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 k_1$$

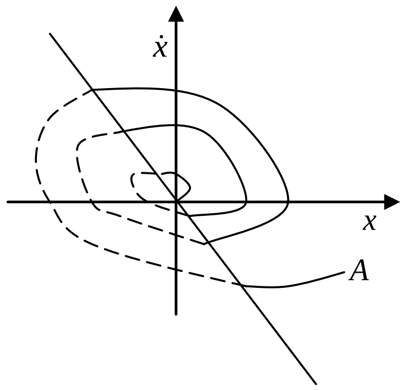
Trong đó k_1 là hằng số phụ thuộc vào trạng thái đầu.

Kết luận :

Quan hệ $x = -\frac{T}{2}\dot{x}^2 + k_1$ là một họ parabol nét liền, phụ thuộc vào các trạng thái đầu khác nhau như hình vẽ.

Tương tự ở miền dưới của mặt phẳng pha, ta có quan hệ $x = \frac{T}{2}\dot{x}^2 + k_1$ là một họ parabol nét đứt, phụ thuộc vào các trạng thái đầu khác nhau như hình vẽ.

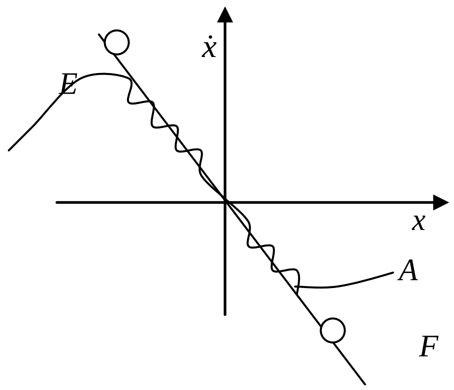
Khi quỹ đạo pha xuất phát từ một trạng thái đầu nào đó đường nét liền, qua đường phân cách chuyển xang đường nét rời, rồi lại qua đường phân cách về nét liền, cứ như thế, nó có xu hướng tiến về gốc tọa độ và ổn định tại đó.



Dựa vào quỹ đạo pha ta có kết luận như sau :

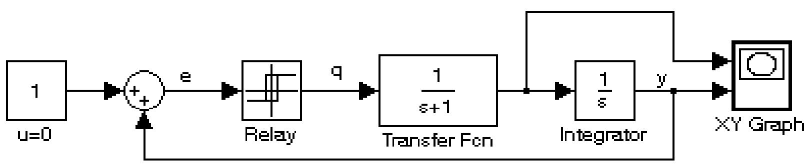
- Hệ có một điểm cân bằng là gốc toạ độ trong mặt phẳng pha x, dx/dt
- Hệ không có dao động điều hoà, không có hiện trượng hỗn loạn
- Hệ ổn định tại gốc toạ độ
- Hệ có miền ổn định là toàn bộ mặt phẳng pha
- Ngoài ra hệ còn có hiện tượng trượt hay còn gọi là bang bang.

Ta quy định đường quỹ đạo bên dưới là nét rời, trên là nét liền. Hiện tượng trượt xảy ra khi quỹ đạo pha đi vào đường phân điểm nét rời không còn nằm bên dưới cũng như nét liền không còn nằm bên trên như hình vẽ và lúc này hệ sẽ đi từ trạng thái đầu đên đường phân cách và trượt dích dắc theo đường phân cách về gốc tọa độ. Dựa vào hiện tượng này người ta thiết kế bộ điều khiển trượt làm ổn định tuyệt đối đối tượng. Ta xác định doạn EF như sau : lúc này EF được gọi là khoảng trượt. Ta xét hệ đang ở trạng thái đầu nào đó nh hình vẽ, nó tiến tới doạn EF và trượt về không như hình vẽ thì gọi là hiện trượng trượt. độ dốc T/K của đường phân điểm quy dịnh độ dài khoảng trượt. T/K càng lớn thì khoảng trượt càng dài. đường trượt càng trơn khi thời gian chuyển đổi bằng không



5.3.2.2 Hệ với khâu hai vị trí có trễ

Giống như đã làm với hệ hai vị trí, ta nắm bắt phương pháp phân tích thông qua ví dụ cụ thể
Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình vẽ.



Với khâu phi tuyến : $q = \begin{cases} \operatorname{sgn}\ e\ , khi, |e| > 1 \\ -\operatorname{sgn}\left(\dfrac{de}{dt}\right), khi, |e| < 1 \end{cases}$

Khâu tuyến tính có : $G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)}$ với tín hiệu vào bằng không.

Vì $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=q$ nên mặt phẳng pha ta chọn trục hoành là y và và trục tung là $\dot{y}$. Do có y=-e nên bây giờ ta chia mặt phẳng pha thành từng vùng riêng biệt với các giá trị q không đổi :

1.Vùng q=1 khi :

a) $e>1 \Leftrightarrow y<-1$ (vùng I)

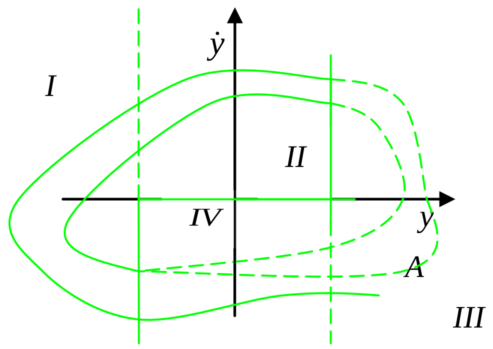
b)hoặc hoặc $|e|<1\&\dfrac{de}{dt}<0 \Leftrightarrow |y|<1\&\dfrac{dy}{dt}>0$ (vùng 2)

2. Vùng q=-1 khi :

a) $e<-1 \Leftrightarrow y>1$ (vùng 3)

b)Hoặc $|e|<1\&\dfrac{de}{dt}>0 \Leftrightarrow |y<1|\&\dfrac{dy}{dt}<0$ (vùng 4)

như vậy mặt phẳng pha được phân thành hai miền : vùng 1,2 với q=1 và vùng 3,4 với q=-1 như hình vẽ :



- -Xét ở vùng 1,2 $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=1 \Leftrightarrow y=-\dot{y}-\ln|\dot{y}-1|+k$
- -Tương tự vùng 3,4 ta có $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=-1 \Leftrightarrow y=\dot{y}+\ln|\dot{y}-1|+k$

Trong đó k được xác định từ điều kiện đầu

Kết luận :

- -Hệ có dao động điều hoà autonom
- -Dao động là ổn định. Miền ổn định là toàn bộ mặt phẳng pha

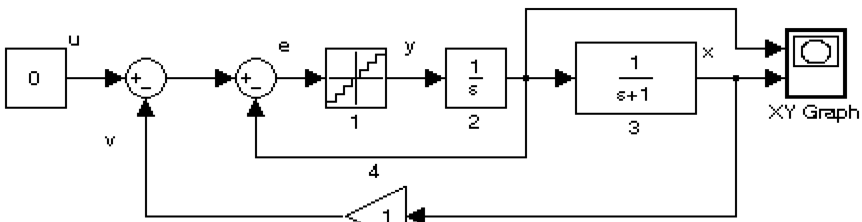
5.3.2.3 Hệ với khâu ba vị trí

Để làm quen việc phân tích khảo sát hệ phi tuyến có khâu ba vị trí ta xét ví dụ sau :

Cho đối tượng là khâu bậc nhất có hàm truyền đạt : $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$ bộ điều khiển bao gồm khâu phi tuyến ba vị trí và khâu tích phân : 1/s

Như vậy thành phần tuyến tính góp lại là : 1/s(Ts+1)

Khâu phi tuyến là khâu ba vị trí . Sơ đồ cấu trúc hệ thống :



Như vậy quan hệ vào ra của bộ điều khiển như sau

$$e = -v - \int_0^t y dt = -x - (T\frac{dx}{dt} + x)$$

Mặt phẳng pha được định nghĩa trục tung là $\dot{x}$ và trục hoành là x. Mặt phẳng pha được chia làm ba miền : I; II; III bởi hai đường thẳng $\begin{matrix} T\frac{dx}{dt} + (k_m + 1)x = b \\ T\frac{dx}{dt} + (k_m + 1)x = -b \end{matrix}$

Và $T\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = a$ trong miền I;

$T\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = -a$ trong miền III;

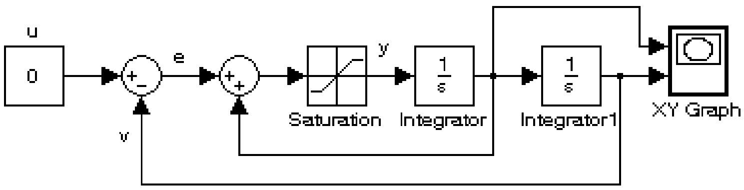
$T\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = 0$ trong miền II;

Từ quỹ đạo trạng thái của hệ ta rút ra kết luận động học của hệ :

- Hệ có điểm cân bằng là toàn bộ đoạn trục hoành nằm giữa hai đường phân cách
- Hệ không ổn định tại bất cứ điểm cân bằng nào vì khi bị đánh bật khỏi vị trí cân bằng nó có xu hướng về một điểm cân bằng khác trong khu vực lân cận.
- Mọi quỹ đạo pha khác đều có xu hướng kết thúc tại một điểm cân bằng.

5.3.2.4 Hệ có khâu khuyếch đại bão hoà

Cho hệ phi tuyến có sơ đồ cấu trúc :

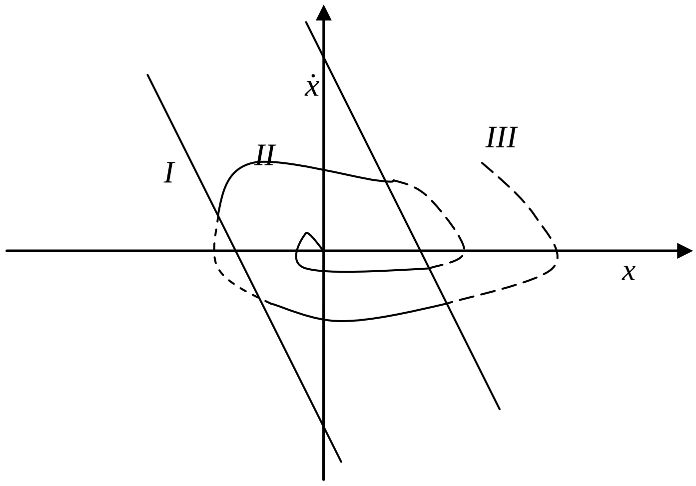


Trong đó đối tượng điều khiển $S\ s = \frac{1}{s^2}$; khâu khuyếch đại bão hòa được mô tả : $y = sat\ e = \begin{cases} \text{sgn}\ e\ , khi|e| > 1 \\ e\ , khi|e| < 1 \end{cases}$

Ta cũng định nghĩa mặt phẳng pha gồm trục tung là $\dot{x}$ và trục hoành là x. Mặt phẳng pha được chia làm ba miền bới hai đường thẳng : $\begin{matrix} x + \dot{x} = -1 \\ x + \dot{x} = 1 \end{matrix}$

- Trong miền 1 hệ được mô tả : $x = \frac{\dot{x}^2}{2} + k$
- Trong miền 3 hệ được mô tả : $x = -\frac{\dot{x}^2}{2} + k$
- Trong miền 2 hệ được mô tả : $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$

Quỹ đạo pha của hệ từ một điểm trạng thái đầu được vẽ như sau :

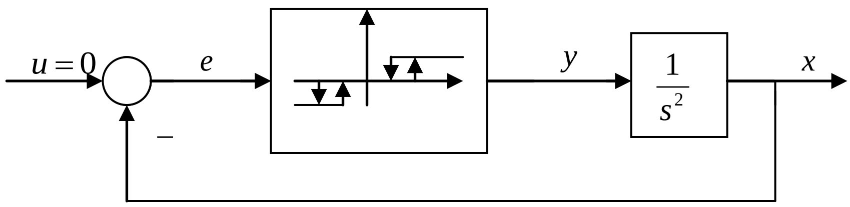


Căn cứ theo dạng các đường quỹ đạo pha thu được ta có những kết luận về chất lượng hệ thống :

- Hệ có một điểm cân bằng duy nhất là gốc tọa độ
- Hệ ổn định tại điểm cân bằng và có miền ổn định là toàn bộ mặt phẳng pha.
- Hệ không còn hiện tượng trượt.

5.3.2.5 Hệ có khâu ba vị trí có trễ

Xét hệ thống có sơ đồ cấu trúc :



Với $y = \begin{cases} 1, neu, e > 1 \\ -1, neu, e < -1 \\ 1, neu, 1 > e > 0.5 \,\&\, \dfrac{de}{dt} < 0 \\ -1, neu, -0.5 > e > -1 \,\&\, \dfrac{de}{dt} > 0 \\ 0, neu, |e| \le 0.5 \end{cases}$

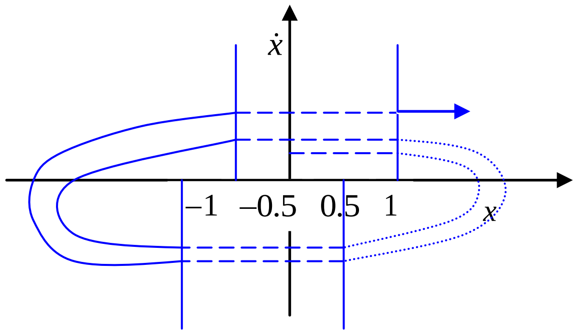
Đối tượng điều khiển là khâu tích phân bậc hai : $S(s) = \frac{1}{s^2}$. Tín hiệu vào bằng không nên e=-x. Mặt phẳng pha với trục tung là $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$; trục hoành là x thì ta có : $\frac{d^2x}{dt^2} = \begin{cases} -1, neu, x > 1 \\ 1, neu, e < -1 \\ -1, neu, 1 > e > 0.5 \,\&\, \dfrac{de}{dt} < 0 \\ 1, neu, -0.5 > e > -1 \,\&\, \dfrac{de}{dt} > 0 \\ 0, neu, |e| \le 0.5 \end{cases}$

Như vậy mặt phẳng pha bị chia làm ba miền:

- -Miền I : quỹ đạo pha có dạng $x = \frac{\dot{x}^2}{2} + k$

- -Miền I : quỹ đạo pha có dạng $\dot{x} = k$
- -Miền I : quỹ đạo pha có dạng $x = \frac{-\dot{x}^2}{2} + k$

Quỹ đạo pha có dạng như sau :



Căn cứ theo dạng các đường quỹ đạo pha thu được ta có những kết luận về chất lượng hệ thống :

- Hệ có điểm cân bằng là toàn bộ trục hoành nằm giữa hai đường chuyển đổi
- Hệ không ổn định tại bất cứ điểm cân bằng nào
- Mọi quỹ đạo pha đều xoay quanh gốc tọa độ và ngày càng tiến ra xa vô cùng, tức hệ có biên độ dao động ngày càng tăng

5.4 PHƯƠNG PHÁP CẬN TUYẾN TÍNH VÀ THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

Trong thực tế, khá nhiều trường hợp, khi điều kiện cho phép, người ta thường tìm cách chuyển thể gần đúng mô hình phi tuyến sang một mô hình tuyến tính xấp xỉ tương đương để phân tích và điều khiển. Phương pháp này, trong một khuôn khổ nào đó người ta gọi là phương pháp cận tuyến tính.

<u>5.4.1 Tuyến tính hoá trong lân cận điểm làm việc</u>

5.4.1.1 Tuyến tính hóa mô hình trạng thái

Về bản chất là ta xấp xỉ mô hình phi tuyến thành mô hình tuyến tính trong lân cận điểm trạng thái cân bằng hoặc dừng của nó, giống như ta thay một đoạn đường cong trong lân cận x_o bằng một đoạn thẳng tiếp xúc với đường cong tại x_o. Để nắm bắt được phương pháp ta xét ví dụ sau : cho hệ :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} 3\ \ -x_1 + x_2\ \ +u_1 \\ x_1\ \ 26 - x_3\ \ -x_2 \\ x_1x_2 - x_3\ \ +u_2 \end{cases}$$

Trong đó $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$. Hệ có điểm cân bằng là nghiệm của

$$\frac{dx}{dt} = \underline{0}\Big|_{\underline{u}=\underline{u}_0=\underline{0}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\ \ -x_1 + x_2\ \ = 0 \\ x_1\ \ 26 - x_3\ \ -x_2 = 0 \\ x_1x_2 - x_3\ \ = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\underline{x}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \underline{x}_{e2} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 25 \end{bmatrix}; \underline{x}_{e3} = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ 25 \end{bmatrix};$$

Từ phương trình trạng thái ta có **ma trận JACOBI** :

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 26 - x_1 & -1 & -x_1 \\ x_2 & x_1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Thay các giá trị điểm cân bằng x_{ei} ta có các mô hình tuyến tính gần đúng tại các lân cận của các điểm cân bằng x_{ei} :

- **1)Trong lân cận điểm cân bằng** $\underline{x}_{e1}, \underline{u}_o$ **:** $\frac{d\underline{\tilde{x}}}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 26 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{x}} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{u}}$
- Với $\underline{\tilde{x}} = \underline{x} - \underline{x}_{e1}; \underline{\tilde{u}} = \underline{u} - \underline{u}_o$
- **2)Trong lân cận điểm cân bằng** $\underline{x}_{e2}, \underline{u}_o$ **:** $\frac{d\underline{\tilde{x}}}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -5 \\ 5 & 5 & -1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{x}} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{u}}$
- Với $\underline{\tilde{x}} = \underline{x} - \underline{x}_{e2}; \underline{\tilde{u}} = \underline{u} - \underline{u}_o$
- **3)Trong lân cận điểm cân bằng** $\underline{x}_{e3}, \underline{u}_o$ **:** $\frac{d\underline{\tilde{x}}}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \\ -5 & -5 & -1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{x}} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\tilde{u}}$
- Với $\underline{\tilde{x}} = \underline{x} - \underline{x}_{e3}; \underline{\tilde{u}} = \underline{u} - \underline{u}_o$

5.4.1.2 Phân tích hệ thống

Với mô hình tuyến tính tương đương trong lân cận điểm làm việc $\underline{x}_v, \underline{u}_o$, ta có thể sử dụng lý thuyết điều khiển tuyến tính nghiên cứu hệ thống. Mọi kết luận về chất lượng hệ thống từ việc phân tích đều đúng trong vùng lân cận điểm làm việc. Tuy nhiên việc xác định có các hiện tượng hỗn loạn, chao ... hay không thì không xét được.

- **Cho hệ phi tuyến** $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases}$ với điểm cân bằng x_e có mô hình tuyến tính

  $\begin{cases} \frac{d\underline{\tilde{x}}}{dt} = A\underline{\tilde{x}} + B\tilde{u} \\ \tilde{y} = C\underline{\tilde{x}} + D\tilde{u} \end{cases}$ tương đương trong lân cận x_e. Giả sử ma trận A không có giá trị riêng nằm trên trục ảo, khi đó hệ phi tuyến ổn định tiệm cận tại x_e khi và chỉ khi tất cả các giá trị riêng của A nằm bên trái trục ảo.

5.4.1.3 Thiết kế bộ điều khiển

Hệ phi tuyến có dạng : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases}$ và có mô hình tuyến tính tương đương $\begin{cases} \dfrac{d\underline{\tilde{x}}}{dt} = A\underline{\tilde{x}} + B\tilde{u} \\ \tilde{y} = C\underline{\tilde{x}} + D\tilde{u} \end{cases}$ trong lân cận x_e. Nếu hệ phi tuyến điều khiển được trong lân cận x_e và bộ điều khiển phản hồi âm trạng thái R làm cho hệ tuyến tính tương đương của nó tại x_e là ổn định thì nó cũng làm cho hệ phi tuyến ổn định tiệm cận tại x_e

Như vậy ta có thể sử dụng các phương pháp thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái của lý thuyết điều khiển tuyến tính để thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái cho hệ phi tuyến tại lân cận x_e

5.4.2 Kỹ thuật Gain-scheduling

Phương pháp tuyến tính hóa điểm làm việc cho ta tại mỗi điểm làm việc của hệ thống là một bộ điều khiển và người ta đưa ra ý tưởng ghép tất cả các bộ điều khiển thành một bộ thống nhất chung, khi hệ thống làm việc ở điểm nào thì dùng chuyển mạch chuyển đến làm việc ở bộ điều khiển tương đương. Nhưng vấn đề này nó có những nhược điểm sau :

- Muốn thực hiện bằng chuyển mạch, hệ thống phải thêm bộ quan sát trạng thái, làm hệ thống phức tạp rất nhiều.
- Không thể sử dụng cho hệ thống có nhiều điểm làm việc.

Để khắc phục nhược điểm nay, người ta đã nghĩ tới việc xác định một bộ điều khiển R thống nhất chung có đặc tính như sau :

Giả sử ta có hệ phi tuyến, tại điểm làm việc $\left[\underline{x}_v(v), \underline{u}_o(v)\right]$ có mô hình tuyến tính tương đương và có bộ điều khiển tuyến tính $R_v(v)$ tương ứng. Tại điểm làm việc này, bộ điều khiển chung nhất R, sau khi được tuyến tính hóa tại điểm làm việc $\left[\underline{x}_v(v), \underline{u}_o(v)\right]$ cũng là $R_v(v)$. Kỹ thuật điều khiển hệ phi tuyến như thế gọi là **kỹ thuật Gain-scheduling**.

Các bước thực hiện kỹ thuật Gain-scheduling :

- Xác định tất cả các điểm làm việc $\left[\underline{x}_v(v), \underline{u}_o(v)\right]$ cũng như tất cả các tham số khác
- Sử dụng LTTT xác định các bộ điều khiển tuyến tính $R_v(v)$ ứng với mỗi điểm làm việc
- Xác định bộ R(v) sao cho mô hình tuyến tính tương đương của nó tại mỗi điểm làm việc chính là $R_v(v)$
- Thay quan hệ (quan hệ tham số hóa điểm làm việc) $\underline{v} = \underline{v}(\underline{z}, \underline{x}, \underline{w}, \underline{y})$ vào $R(v)$ ta được bộ điều khiển $R(\underline{x}, \underline{u}, \underline{y})$.

Bộ điều khiển Gain-scheduling là bộ điều khiển phi tuyến thu được từ họ các bộ điều khiển tuyến tính. Yếu tố quyết định chất lượng công việc này là **công thức tham số hóa điểm làm việc** của đối tượng. Việc tham số hóa điểm làm việc được thực hiện theo kinh nghiệm là chính.

Kỹ thuật Gain-scheduling chỉ tập trung quan tâm động học của hệ thống tại lân cận điểm làm việc riêng lẻ, chứ không quan tâm tới sự thay đổi trạng thái hệ thống khi chuyển điểm làm việc, nên các kết luận về bản chất động học hệ thống có bộ điều khiển Gain-scheduling chỉ đúng trong lân cận điểm làm việc.

Việc chọn hình thức tham số hóa điểm làm việc ảnh hưởng rất lớn đến chất lượng hệ thống. Tham số hóa điểm làm việc là xác định quan hệ phần tử của véc tơ điểm làm việc với các thông số đầu vào, biến trạng thái, tín hiệu ra :

Quan hệ $\underline{v} = \underline{v}\left(\dfrac{d\underline{x}}{dt}, \underline{x}, \underline{w}, \underline{y}\right)$ phải đảm bảo :

- Véc tơ tham số $\underline{v}$ phải phản ánh tương đối đầy đủ mức độ phi tuyến của hệ thống.
- Các đại lượng $\left(\dfrac{d\underline{x}}{dt}, \underline{x}, \underline{w}, \underline{y}\right)$ có mặt trong quan hệ tham số hóa điểm làm việc phải là những đại lượng biến đổi chậm theo thời gian

5.4.3 Điều khiển tuyến tính hình thức

Một hệ phi tuyến được mô tả $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = f\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \\ \underline{y} = g\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right) \end{cases}$

Với véc tơ tín hiệu vào có r phần tử $\underline{u}\left(t\right) = \begin{bmatrix} u_1\left(t\right) \\ . \\ u_r\left(t\right) \end{bmatrix}$;

Tín hiệu ra s phần tử : $\underline{y}\left(t\right) = \begin{bmatrix} y_1\left(t\right) \\ . \\ y_s\left(t\right) \end{bmatrix}$;

Véc tơ trạng thái n biến $\underline{x}\left(t\right) = \begin{bmatrix} x_1\left(t\right) \\ . \\ x_n\left(t\right) \end{bmatrix}$.

Nếu biến đổi được về dạng : $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\underline{x} + B\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\underline{u} \\ y = C\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\underline{x} \end{cases}$ trong đó các ma trận $\begin{cases} \left[A\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\right]_{n \times n} \\ \left[B\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\right]_{n \times r} \\ \left[C\left(\underline{x}, \underline{u}, t\right)\right]_{s \times n} \end{cases}$ là các ma trận thích hợp (kích thức phải phù hợp) có phần tử là hàm số của $\underline{x}, \underline{u}, t$.

Mô hình này gọi là **mô hình tuyến tính hình thức** (formal linear) vì khi các ma trận trên có lúc nào đó không phụ thuộc vào $\underline{x}, \underline{u}$ thì nó trở thành mô hình tuyến tính không dừng $A\left(t\right), B\left(t\right), C\left(t\right)$

Hoặc có thể biến đổi mô hình hệ thành $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \underline{f}\left(\underline{x}\right) + H\left(\underline{x}\right)\underline{u} \\ \underline{y} = \underline{g}\left(\underline{x}\right) \end{cases}$ trong đó $\begin{cases} \underline{f}\left(\underline{x}\right) \\ H\left(\underline{x}\right) \\ \underline{g}\left(\underline{x}\right) \end{cases}$ là những ma trận hàm giải tích thì được gọi là **mô hình giải tích tuyến tính** (analytic linear) có thể còn có tên **ALI** (analytic linear inputs). Từ đây ta có **bài toán điều khiển tuyến tính hình thức** như sau : là bài toán điều khiển, tìm cách can thiệp vào hệ thống có mô hình tuyến tính hình thức ví dụ như thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái để hệ có chất lượng như mong muốn.

5.4.4 Kỹ thuật điều khiển bù phi tuyến

5.4.4.1 Bài toán điều khiển bù phi tuyến

Bài toán này được áp dụng chủ yếu cho các đối tượng có thành phần phi tuyến tương đối yếu được mô tả như có mô hình : $\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\left(\underline{x}\right) + P\underline{n}\left(\underline{x}\right) + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} \end{cases}$

Với véc tơ tín hiệu vào có r phần tử $\underline{u}(t)=\begin{bmatrix} u_1(t) \\ . \\ u_r(t) \end{bmatrix}$; Tín hiệu ra s phần tử : $\underline{y}(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ . \\ y_s(t) \end{bmatrix}$; Véc tơ trạng thái n biến $\underline{x}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}$.

Nhiệm vụ của bài toán là thiết kế bộ điều khiển $\underline{h}(\underline{u},\underline{y})$ sao cho hệ kín có chất lượng mong muốn và chất lượng này hoàn toàn không phụ thuộc vào thành phần phi tuyến $\underline{n}(\underline{x}(t))$.

Giải quyết bài toán theo hai bước :

- Nhận dạng thành phần phi tuyến bằng một mô hình tuyến tính
- Thiết kế bộ $\underline{h}(\underline{u},\underline{y})$ để loại bỏ thành phần phi tuyến trong hệ kín và mang lại cho hệ một chất lượng mong muốn.

5.4.4.2 Nhận dạng thành phần phi tuyến

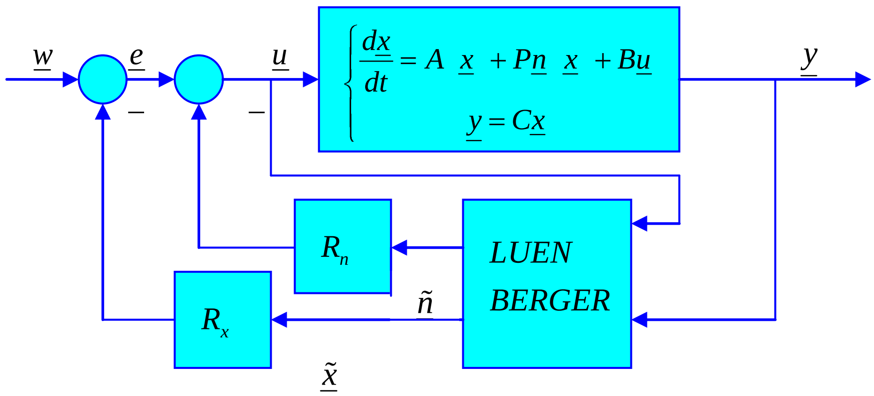
Giả sử ta có thành phần phi tuyến không biết trước $\underline{n}(\underline{x}(t))$, sau một khoảng thời gian đủ lớn T, thông qua véc tơ đầu ra

$$\underline{\tilde{n}}(t) \text{ với } \begin{cases} \dfrac{d\underline{\tilde{n}}(t)}{dt} = V\underline{\tilde{n}}(t) \\ \underline{n}(\underline{x}(t)) = H\underline{\tilde{n}}(t) \end{cases}$$

của bộ quan sát Luenberger ta sẽ xác định được thành phần phi tuyến $\underline{n}(\underline{x}(t)) \approx H\underline{\tilde{n}}(t)$

5.4.4.3 Bộ điều khiển bù phi tuyến

Sau khi nhờ bộ quan sát luenberger, thành phần phi tuyến $\underline{n}(\underline{x}(t))$ có trong mô hình của đối tượng được xác định bởi **véc tơ tín hiệu ra** $\underline{n}(\underline{x}(t)) \approx H\underline{\tilde{n}}(t)$. Từ đây ta có thể thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái R như sơ đồ cấu trúc :



- Bộ điều khiển R_x là bộ điều khiển phản hồi trạng thái thành phần tuyến tính
- Bộ điều khiển R_n là bộ điều khiển phản hồi trạng thái thành phần phi tuyến

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 5

a. Câu hỏi ôn tập

Câu hỏi 1: Khái niệm về hệ điều khiển phi tuyến, cho ví dụ
Câu hỏi 2: Trình bày về mô hình tĩnh và các khâu phi tuyến điển hình
Câu hỏi 3: Mô hình trạng thái của hệ điều khiển phi tuyến
Câu hỏi 4: Quỹ đạo trạng thái của hệ phi tuyến
Câu hỏi 5: Khái niệm về điểm dừng và điểm cân bằng của hệ phi tuyến
Câu hỏi 6: Mặt phẳng pha và quỹ đạo pha của hệ điều khiển phi tuyến
Câu hỏi 7: Tính ổn định của hệ điều khiển phi tuyến
Câu hỏi 8: Tiêu chuẩn ổn định Lyapunov cho hệ phi tuyến
Câu hỏi 9: Hệ phi tuyến SISO với khâu hai vị trí
Câu hỏi 10: Hệ phi tuyến SISO với khâu khuyếch đại bão hòa
Câu hỏi 11: Tổng hợp bộ điều khiển ổn định hệ phi tuyến theo phương pháp Modal
Câu hỏi 12: Tổng hợp bộ điều khiển bù phi tuyến.

b. Bài tập

<u>Bài tập 1:</u> Cho hệ điều khiển phi tuyến được miêu tả bằng phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 2x_1^3 x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 \end{cases}$$

Xác định tính ổn định của hệ.

Hướng dẫn giải:

- Áp dụng tiêu chuẩn ổn định Lyapunov chọn hàm năng lượng dạng toàn phương:

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \underline{x}$$

trong đó $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ - véc tơ trạng thái của hệ.

- Áp dụng tiêu chuẩn Sylvester nếu Q là ma trận vuông xác định dương, chẳng hạn có thể chọn $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$, $q_1,\ q_2 > 0$ thì $V(\underline{x}) \ge 0$ với $\forall \underline{x}$.

- Sử dụng phương trình trạng thái ban đầu tính đạo hàm của hàm năng lượng $\dot{V}(\underline{x})$

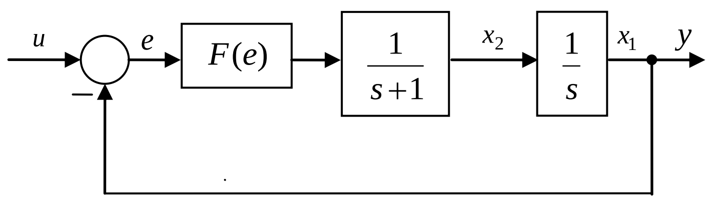
- Nếu $\dot{V}(\underline{x}) \le 0$ với $\forall \underline{x}$ thì hệ phi tuyến đã cho ổn định, từ đó xác định điều kiện ổn định của hệ.

Đáp số:

Hệ phi tuyến đã cho ổn định địa phương tại gốc tọa độ với miền ổn định:

$$S = \{\underline{x} \mid x_2 \le 1/2x_1^2\}$$

<u>Bài tập 2:</u> Cho hệ điều khiển phi tuyến có sơ đồ khối như sau:



trong đó $F(e)$ là khâu phi tuyến tĩnh có dạng:

- $F(e)$ là hàm lẻ: $F(e) = -F(-e)$

- bị chặn: $k_1 < F(e)/e < k_2$

Xác định miền $[k_1, k_2]$ để hệ ổn định.

Hướng dẫn giải:

- Từ sơ đồ khối viết ra phương trình trạng thái của hệ phi tuyến bậc 2
- Xét hệ khi chưa bị kích thích $u = 0$
- Chọn hàm năng lượng Lyapunov dạng toàn phương:

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\underline{x}$$

trong đó $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ - véc tơ trạng thái của hệ.

- Áp dụng tiêu chuẩn Sylvester chọn Q là ma trận đối xứng xác định dương, chẳng hạn:

$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ thì $V(\underline{x}) \geq 0$ với $\forall \underline{x}$.

- Sử dụng phương trình trạng thái ban đầu tính đạo hàm của hàm năng lượng $\dot{V}(\underline{x})$, biến đổi đưa về dạng toàn phương đối với biến $k = F(x_1)/x_1$.

- Nếu $\dot{V}(\underline{x}) \leq 0$ với $\forall \underline{x}$ thì hệ phi tuyến đã cho ổn định, từ đó xác định miền thay đổi của *k* để hệ ổn định.

Đáp số:

Hệ phi tuyến đã cho ổn định tại gốc tọa độ với *k* thay đổi trong miền: $0.38 < F(e)/e = k < 2.62$

<u>Bài tập 3:</u> Cho hệ điều khiển phi tuyến có phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_2(x_1 + 2) + u \end{cases}$$

Tổng hợp bộ điều khiển Modal ổn định hóa hệ phi tuyến.

Hướng dẫn giải:

- Tuyến tính hóa hệ phi tuyến trong lân cận gốc tọa độ bằng cách bỏ đi hàm phi tuyến $x_2 x_1$, viết ra phương trình trạng thái dạng ma trận của hệ tuyến tính hóa:

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$

- Đưa ra véc tơ các hệ số phản hồi trạng thái $\mathbf{K} = [k_1 \quad k_2]$
- Xác định phương trình đặc tính của hệ kín mới theo công thức:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A_c}) = 0$$

với $\mathbf{A_c} = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$

- Chọn các điểm cực mong muốn cho hệ kín mới sao cho các điểm cực này đều nằm bên trái trục ảo trên mặt phẳng phức. Khi đó phương trình đặc tính mong muốn có dạng:

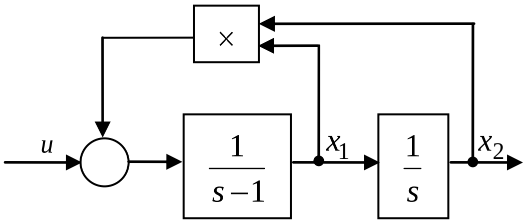
$$(s - s_1)(s - s_2) = 0$$

- Đồng nhất 2 phương trình đặc tính trên sẽ tìm được các hệ số phản hồi trạng thái làm ổn định hóa hệ phi tuyến.

Đáp số:

Với các điểm cực mong muốn là: $s_1 = -1, \quad s_2 = -2$ thì bộ điều khiển modal có các hệ số phản hồi trạng thái là: $k_1 = 2, \quad k_2 = 5$.

<u>Bài tập 4:</u> Cho hệ phi tuyến có sơ đồ khối như sau:



Tổng hợp bộ điều khiển Modal ổn định hóa hệ phi tuyến với các điểm cực của hệ tuyến tính hóa là . $s_1 = -2,\;\; s_2 = -3$. Vẽ sơ đồ của hệ thống.

Hướng dẫn giải:

- Từ sơ đồ khối viết ra phương trình trạng thái của hệ phi tuyến sử dụng phép biến đổi Laplace ngược

- Tuyến tính hóa hệ phi tuyến trong lân cận gốc tọa độ bằng cách bỏ đi thành phần phi tuyến, viết ra phương trình trạng thái dạng ma trận của hệ tuyến tính hóa:

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$

- Đưa ra véc tơ các hệ số phản hồi trạng thái $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$

- Xác định phương trình đặc tính của hệ kín mới theo công thức:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A_c}) = 0$$

với $\mathbf{A_c} = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$

- Xác định phương trình đặc tính mong muốn có dạng:

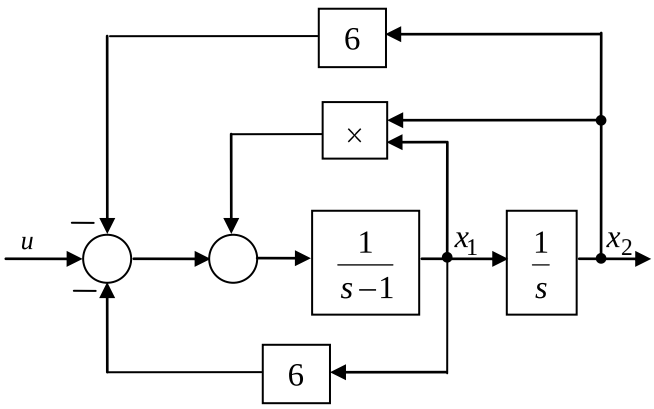
$$(s - s_1)(s - s_2) = s^2 + 5s + 6 = 0$$

- Đồng nhất 2 phương trình đặc tính sẽ tìm được các hệ số phản hồi trạng thái làm ổn định hóa hệ phi tuyến.

Đáp số:

$k_1 = 6,\;\; k_2 = 6$.

Sơ đồ khối của hệ điều khiển modal như sau:



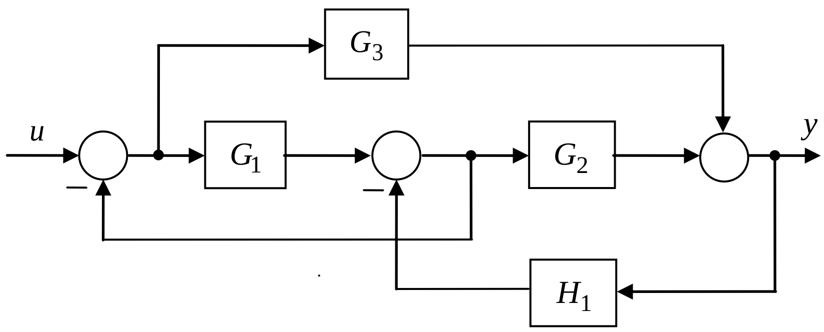
CÁC ĐỀ THI THAM KHẢO

PHIẾU THI Số 1 Môn học: Lý thuyết điều khiển tự động Lớp:	**Chữ ký** Tổ trưởng bộ môn

Câu 1: Những cấu trúc cơ bản của hệ thống điều khiển (4 điểm)

Câu 2: Mô hình trạng thái của hệ không liên tục, cho ví dụ (3 điểm)

Câu 3: Cho hệ ĐKTĐ có sơ đồ khối như sau:



Tìm hàm truyền tương đương của hệ (3 điểm).

Học sinh không được chữa xóa, làm bẩn phiếu thi

PHIẾU THI Số 2 Môn học: Lý thuyết điều khiển tự động Lớp:	**Chữ ký** Tổ trưởng bộ môn

Câu 1: Trình bày về các phép biến đổi sơ đồ khối (4 điểm)

Câu 2: Quỹ đạo trạng thái của hệ phi tuyến (3 điểm)

Câu 3: Tìm hàm truyền số G(Z) và phương trình sai phân của hệ ĐKTĐ có hàm truyền Laplace như sau: (3 điểm)

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2(2s+1)+2}$$

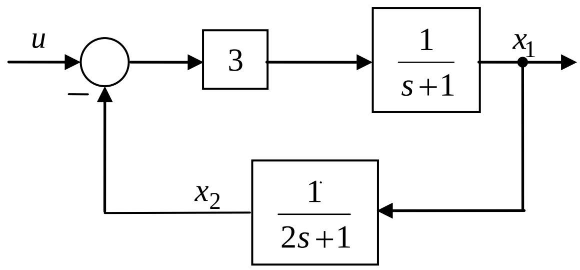
Học sinh không được chữa xóa, làm bẩn phiếu thi

PHIẾU THI Số 3 Môn học: Lý thuyết điều khiển tự động Lớp:	**Chữ ký** Tổ trưởng bộ môn

Câu 1: Cấu trúc của bộ điều khiển PID (3 điểm)

Câu 2: Trình bày về mô hình tĩnh và các khâu phi tuyến điển hình (4 điểm)

Câu 3: Cho hệ ĐKTĐ có sơ đồ khối như sau:



Xác định tính điều khiển được và quan sát được của hệ (3 điểm).

Học sinh không được chữa xóa, làm bẩn phiếu thi

PHIẾU THI Số 4 Môn học: Lý thuyết điều khiển tự động Lớp:	**Chữ ký** Tổ trưởng bộ môn

Câu 1: Tính ổn định và tiêu chuẩn ổn định Gerschgorin của hệ thống liên tục tuyến tính trong miền thời gian (3 điểm)

Câu 2: Khái niệm về phép biến đổi Z và các tính chất của nó (4 điểm)

Câu 3: Cho hệ ĐKTĐ có hàm truyền đạt như sau:

$$G(s) = \frac{2s^3 + s^2 - s + 1}{s^6 + 2s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

Xác định tính ổn định của hệ (3 điểm).

Học sinh không được chữa xóa, làm bẩn phiếu thi

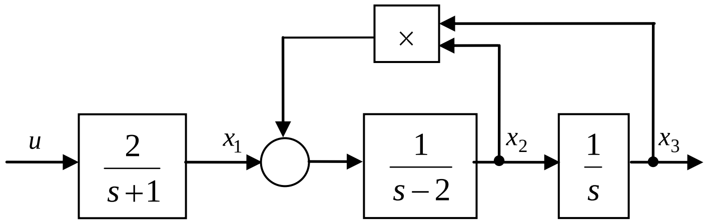
<table>
<tr><td>PHIẾU THI Số 5

Môn học: Lý thuyết điều khiển tự động
Lớp:</td><td>Chữ ký
Tổ trưởng bộ môn</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Câu 1: Đánh giá sai lệch tĩnh của hệ thống điều khiển (3 điểm)

Câu 2: Khái niệm về điều khiển tối ưu và phương pháp tối ưu dạng toàn phương (4 điểm)

Câu 3: Cho hệ điều khiển phi tuyến có sơ đồ khối như sau:



Thiết kế bộ điều khiển Modal ổn định hóa hệ phi tuyến với các điểm cực của hệ tuyến tính hóa mới là s_1=-1, s_2=-2, s_3=-3.

Vẽ sơ đồ của hệ thống (3 điểm).

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Học sinh không được chữa xóa, làm bẩn phiếu thi</td></tr>
</table>