

www.mientayvn.com

Khi đọc qua tài liệu này, nếu phát hiện sai sót hoặc nội dung kém chất lượng xin hãy thông báo để chúng tôi sửa chữa hoặc thay thế bằng một tài liệu cùng chủ đề của tác giả khác. Tài liệu này bao gồm nhiều tài liệu nhỏ có cùng chủ đề bên trong nó. Phần nội dung bạn cần có thể nằm ở giữa hoặc ở cuối tài liệu này, hãy sử dụng chức năng Search để tìm chúng.

Bạn có thể tham khảo nguồn tài liệu được dịch từ tiếng Anh tại đây:

http://mientayvn.com/Tai_lieu_da_dich.html

Thông tin liên hệ:

Yahoo mail: thanhlam1910_2006@yahoo.com

Gmail: frbwrthes@gmail.com

Theo yêu cầu của khách hàng, trong một năm qua, chúng tôi đã dịch qua 16 môn học, 34 cuốn sách, 43 bài báo, 5 sổ tay (chưa tính các tài liệu từ năm 2010 trở về trước) Xem ở đây

**DỊCH VỤ
DỊCH
TIẾNG
ANH
CHUYÊN
NGÀNH
NHANH
NHẤT VÀ
CHÍNH
XÁC
NHẤT**

Chỉ sau một lần liên lạc, việc dịch được tiến hành

Giá cả: có thể giảm đến 10 nghìn/1 trang

Chất lượng: Tạo dựng niềm tin cho khách hàng bằng công nghệ 1. Bạn thấy được toàn bộ bản dịch; 2. Bạn đánh giá chất lượng. 3. Bạn quyết định thanh toán.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG



CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2006

CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Biên soạn : Ths. ĐẶNG HOÀI BẮC

LỜI NÓI ĐẦU

Lịch sử phát triển của điều khiển tự động được ghi nhận từ trước công nguyên, bắt đầu từ đồng hồ nước có phao điều chỉnh Ktesibios ở Hy Lạp. Hệ điều chỉnh nhiệt độ đầu tiên do Cornelis Drebbel (1572 - 1633) người Hà Lan sáng chế. Hệ điều chỉnh mức đầu tiên là của Polzunov người Nga (1765) Hệ điều chỉnh tốc độ được ứng dụng trong công nghiệp đầu tiên là của James Watt (1769). Thế chiến lần thứ hai đòi hỏi sự phát triển về lý thuyết và ứng dụng để có những máy bay lái tự động, những hệ điều khiển vị trí của loại pháo, điều khiển các loại vũ khí khác, điều khiển tự động các radar v.v... Những năm 1950, các phương pháp toán học và phân tích đã phát triển và đưa vào ứng dụng nhanh chóng. ở Mỹ thịnh hành hướng nghiên cứu trong miền tần số với các công trình ứng dụng của Bode, Nyquist và Black ở các trung tâm thí nghiệm điện tín. Trong khi ấy, ở Liên Xô (cũ) ngự trị lĩnh vực lý thuyết và ứng dụng trong miền thời gian.

Từ những năm 1980, máy tính số bắt đầu được sử dụng rộng rãi, cho phép điều khiển với độ chính xác cao các đối tượng khác nhau. Các phương pháp của Liapunov, Minorsky cũng như lý thuyết điều khiển tối ưu hiện đại của L.S. Pontryagin (Liên Xô cũ), của R. Bellman (Mỹ) có ý nghĩa rất lớn. Các nguyên tắc điều khiển thích nghi, điều khiển bền vững, điều khiển mờ, các “hệ thông minh” v.v... ra đời và được áp dụng có hiệu quả vào thực tiễn.

Nhìn chung, cơ sở điều khiển tự động là môn học trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản để phân tích và tổng hợp hệ thống điều khiển kỹ thuật trong miền thời gian và miền tần số bằng công cụ toán học. Trong sách hướng dẫn học tập này, chúng ta tập trung xét các hệ thống trong miền liên tục và miền rời rạc, đề cập đến các vấn đề cơ bản nhất của lý thuyết hệ thống điều khiển được ứng dụng cho kỹ thuật. Các phương pháp được đề cập đến để phân tích và tổng hợp hệ thống là phương pháp kinh điển khảo sát theo hàm truyền đạt của hệ thống và phương pháp không gian trạng thái. Nội dung chính sẽ bao gồm 7 chương:

Chương 1: Mô tả toán học hệ thống ĐKTD liên tục.

Chương II. Các đặc tính của hệ thống ĐKTD liên tục.

Chương III. Khảo sát tính ổn định của hệ thống ĐKTD liên tục.

Chương IV. Khảo sát chất lượng hệ thống ĐKTD liên tục.

Chương V. Tổng hợp hệ thống ĐKTD liên tục.

Chương VI. Mô tả toán học hệ thống ĐKTD rời rạc.

Chương VII. Phân tích và tổng hợp hệ thống ĐKTD rời rạc.

Ngày nay, các công cụ để điều khiển đều biến đổi nhanh chóng và hoàn thiện, nhưng những nguyên lý cơ bản vẫn không thay đổi hoặc thay đổi không đáng kể. Các vấn đề được đề cập trong sách hướng dẫn này dựa trên các giáo trình về Điều khiển tự động trong và ngoài nước nhưng được tóm tắt và cô đọng giúp học viên nắm được những vấn đề cơ bản nhất của môn học.

Vì thời gian có hạn, chắc còn một số sai sót không tránh khỏi, nhóm biên soạn mong nhận được các góp ý của người đọc để hoàn thiện trong các lần xuất bản sau.

Tác giả

CHƯƠNG I. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

1.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Trong mọi hoạt động của con người, ở bất cứ lĩnh vực nào, bất cứ vị trí nào đều liên quan đến hai từ điều khiển. Trong khoa học, tồn tại một ngành khoa học đã và đang phát triển mạnh mẽ, đó là điều khiển học.

Điều khiển học là khoa học nghiên cứu về các quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển trong mọi lĩnh vực đời sống xã hội, khoa học công nghệ, môi trường... Điều khiển học chia ra làm nhiều lĩnh vực khác nhau gồm điều khiển học toán học, điều khiển học sinh học, điều khiển học kỹ thuật...

Điều khiển học kỹ thuật là khoa học nghiên cứu về quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển các quá trình và hệ thống thiết bị kỹ thuật. Khái niệm điều khiển được hiểu là tập hợp tất cả các tác động mang tính tổ chức của một quá trình nhằm đạt được mục đích mong muốn của quá trình đó. Hệ thống điều khiển mà không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là *điều khiển tự động*.

Chương này đề cập đến các vấn đề sau:

+ Khái niệm chung về hệ thống điều khiển, phân tích sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển thông thường và các phân loại các hệ thống điều khiển.

+ Mô tả toán học các hệ thống điều khiển trong miền thời gian và trong miền tần số. Các cách biểu diễn hệ thống điều khiển tự động (ĐKTĐ) và mối quan hệ giữa chúng.

1.1.1 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động điển hình.

Một hệ thống ĐKTĐ gồm ba thành phần cơ bản là đối tượng điều khiển (Object - O), thiết bị điều khiển (Controller - C) và thiết bị đo lường (Measuring Device - M).

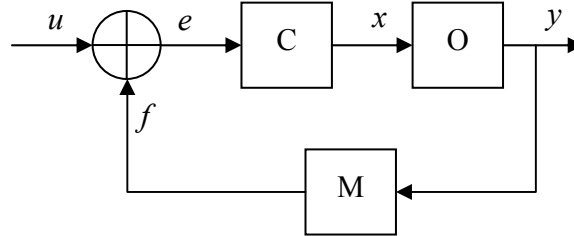
Đối tượng điều khiển là thành phần tồn tại khách quan có tín hiệu ra là đại lượng cần được điều khiển và nhiệm vụ cơ bản của điều khiển là phải tác động lên đầu vào của đối tượng điều khiển sao cho đại lượng cần điều khiển đạt được giá trị mong muốn. Thiết bị điều khiển là tập hợp tất cả các phần tử của hệ thống nhằm mục đích tạo ra giá trị điều khiển tác động lên đối tượng. Giá trị này được gọi là tác động điều khiển.

Đại lượng cần điều khiển còn được gọi là đại lượng ra của hệ thống ĐKTĐ. Những tác động từ bên ngoài lên hệ thống được gọi là tác động nhiễu.

Có ba phương thức điều khiển là phương thức điều khiển theo chương trình, phương thức bù nhiễu và phương thức điều khiển theo sai lệch.

Trong phương thức điều khiển theo chương trình, tín hiệu điều khiển được phát ra do một chương trình định sẵn trong thiết bị điều khiển. Với phương thức bù nhiễu, tín hiệu điều khiển được hình thành khi xuất hiện nhiễu loạn tác động lên hệ thống, tín hiệu điều khiển phát ra nhằm bù lại sự tác động của nhiễu loạn để giữ cho giá trị ra của đại lượng cần điều khiển không đổi. Vì vậy hệ bù nhiễu còn được gọi là hệ bất biến.

Trong kỹ thuật thường sử dụng phương thức điều khiển theo sai lệch, trong đó tín hiệu điều khiển là sự sai lệch giữa giá trị mong muốn và giá trị đo được của đại lượng cần điều khiển. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển tự động theo sai lệch được mô tả trên hình 1.1.



Hình 1.1. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động điển hình

Các tín hiệu tác động trong hệ thống:

u : tín hiệu vào (input)

y : tín hiệu ra (output)

x : tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng (O)

e : sai lệch điều khiển

f : tín hiệu phản hồi

Hệ thống ĐKTD luôn tồn tại một trong hai trạng thái là trạng thái xác lập (trạng thái tĩnh) và trạng thái quá độ (trạng thái động). Trạng thái xác lập là trạng thái mà tất cả các đại lượng của hệ thống đều đạt được giá trị không đổi. Trạng thái quá độ là trạng thái kể từ thời điểm có tác động nhiễu cho đến khi hệ thống đạt được trạng thái xác lập mới. Lý thuyết điều khiển tự động tập trung mô tả và phân tích trạng thái quá độ của hệ thống. Trạng thái xác lập đánh giá độ chính xác của quá trình điều khiển. Nếu ở trạng thái xác lập vẫn còn tồn tại sai lệch giữa tín hiệu chủ đạo và tín hiệu đo, giá trị này được gọi là sai lệch dư (hay sai lệch tĩnh), ký hiệu là δ , hệ thống được gọi là hệ thống có sai lệch dư. Nếu $\delta = 0$ thì gọi là hệ thống không có sai lệch dư.

1.1.2 Phân loại hệ thống điều khiển tự động.

Có rất nhiều cách phân loại hệ thống ĐKTD. Mục đích của phần này không phải nhằm đi sâu các cách phân loại hệ thống mà đi sâu một cách phân loại để chúng ta thấy được vị trí, giới hạn của phần lý thuyết mà mình đang nghiên cứu. Với mục đích đó, hệ thống ĐKTD được phân làm hai loại chính, phụ thuộc vào tính chất của các phần tử trong hệ thống là hệ thống tuyến tính và hệ thống phi tuyến.

- Hệ tuyến tính là hệ thống mà tất cả các phần tử của nó đều là tuyến tính.

- Hệ phi tuyến là hệ thống mà chỉ cần một trong các phần tử của nó là phi tuyến.

Nội dung cơ bản nhất của lý thuyết điều khiển tự động là đi sâu nghiên cứu hệ tuyến tính. Đặc trưng cơ bản nhất của các phần tử tuyến tính là nguyên lý xếp chồng, nghĩa là khi có một tổ hợp tín hiệu tác động ở đầu vào của phần tử thì tín hiệu ra sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần. Hệ thống phi tuyến không có tính chất này.

Dựa vào tính chất truyền tín hiệu mà hệ thống tuyến tính lại được phân ra làm hai loại là hệ thống liên tục tuyến tính và hệ thống rời rạc tuyến tính. Các khái niệm liên tục và rời rạc ở đây được hiểu theo biến thời gian.

- Hệ thống liên tục tuyến tính nếu tất cả các tín hiệu xuất hiện trong hệ thống đều là tín hiệu liên tục theo thời gian.

- Hệ thống rời rạc tuyến tính nếu chỉ cần một tín hiệu xuất hiện trong hệ thống tín hiệu rời rạc theo thời gian.

Dựa vào lượng thông tin thu thập được ban đầu về đối tượng điều khiển và tính chất của nó mà ta phải xây dựng được hệ thống thiết bị điều khiển thích hợp, đảm bảo được chất lượng của điều khiển. Do đó, hệ thống liên tục tuyến tính được phân ra làm hai loại là *hệ điều khiển thông thường* và *hệ điều khiển tự thích nghi*.

Hệ thống tuyến tính được xây dựng cho những đối tượng mà các thông tin ban đầu về chúng khá đầy đủ. Trong hệ thống này, cấu trúc và tham số của thiết bị điều khiển là không đổi với đối tượng điều khiển cụ thể. Đối với những đối tượng điều khiển mà thông tin ban đầu không đầy đủ hay quá trình công nghệ có yêu cầu đặc biệt thì hệ thống tuyến tính không đáp ứng được thì phải xây dựng *hệ thống thích nghi*. Đối với hệ thống thích nghi, ngoài cấu trúc thông thường, trong thiết bị điều khiển còn có một số thiết bị đặc biệt khác thực hiện chức năng riêng của nó nhằm đảm bảo chất lượng của quá trình điều khiển.

Hệ thống ĐKTD còn được phân ra làm hai loại là hệ thống hở và hệ thống kín. Đối với hệ thống hở, tín hiệu của đại lượng cần điều chỉnh không được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển. Hệ thống kín sử dụng phương pháp điều khiển theo sai lệch. Tín hiệu đo được của đại lượng cần điều khiển được đưa phản hồi trở lại đầu vào hệ thống và được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển.

Việc phân loại các hệ thống ĐKTD trên đây chỉ là một cách. Tuy nhiên, giữa các loại hệ thống này có liên quan mật thiết với nhau, ví dụ như trong hệ tuyến tính có hệ liên tục và hệ rời rạc...

1.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG.

Các đặc tính quan trọng của hệ thống điều khiển tự động bao gồm: đặc tính tĩnh, đặc tính động, các đặc tính thời gian và các đặc tính tần số.

Đặc tính tĩnh đưa ra quan hệ vào ra của hệ thống ở trạng thái xác lập, nó thể hiện độ chính xác điều khiển của hệ thống.

Đặc tính động của hệ thống thường được mô tả bằng hàm truyền đạt. Nếu thay $p = j\omega$ trong công thức tính hàm truyền đạt, ta nhận được hàm truyền tần số và từ đây có thể khảo sát đặc tính động học của hệ thống thông qua đặc tính tần số của nó.

1.2.1 Mô tả hệ thống trong miền thời gian

1.2.1.1 Hàm truyền đạt của hệ thống

Mối quan hệ vào – ra trong hệ thống ĐKTD thường được biểu diễn thông qua hàm truyền đạt:

$$Y(p) = W(p).U(p) \quad (1.1)$$

trong đó:

$Y(p)$ là tín hiệu ra của hệ thống

$U(p)$ là tín hiệu vào của hệ thống

$W(p)$ là hàm truyền đạt của hệ thống

Định nghĩa: Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đã biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

$$W(p) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}} \quad (1.2)$$

với L là biến đổi Laplace.

Một hệ thống điều khiển tự động thường được biểu diễn dưới dạng phương trình vi phân (PTVP) dạng tổng quát:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \quad (1.3)$$

trong đó $a_0 \div a_n, b_0 \div b_m$ là các hệ số và $n \geq m$

Với điều kiện đầu triệt tiêu:

$$\begin{cases} y(0) = y^{(1)}(0) = \dots = y^{(n)}(0) = 0 \\ u(0) = u^{(1)}(0) = \dots = u^{(m)}(0) = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Biến đổi Laplace của (1.3) ta có hàm truyền đạt của HTĐKTĐ là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} \quad (1.5)$$

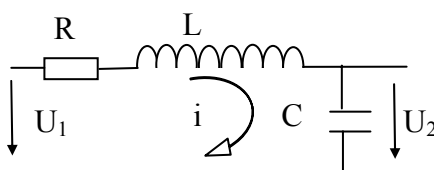
$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (1.6)$$

(1.6) được gọi là phương trình đặc tính hay phương trình đặc trưng (PTĐT) của hệ thống ĐKTĐ.

Trong biểu thức (1.5), các nghiệm của đa thức tử số được gọi là các *điểm không* (zero), còn các nghiệm của đa thức mẫu số được gọi là các *điểm cực* (pole).

1.2.1.2 Phương trình trạng thái mô tả hệ thống

Để hiểu rõ về cách xây dựng phương trình trạng thái, ta hãy xét một mạch lọc tương tự RLC như sau:



Từ sơ đồ này ta có các phương trình mô tả vào ra hệ thống như sau

$$\begin{cases} U_1 = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt & (1) \\ U_2 = \frac{1}{C} \int idt & (2) \end{cases}$$

Ta thấy rằng các trạng thái của mạch sẽ phụ thuộc i và U_2 . Để xây dựng mô hình toán ta đặt:

$$U_2 = x_1$$

$$i = x_2$$

x_1, x_2 được gọi là biến trạng thái, tạo ra một không gian trạng thái mô tả các trạng thái của mạch điện trên. Trong bài toán điều khiển tự động người ta quan tâm đến tốc độ biến thiên của trạng thái: \dot{x}_1, \dot{x}_2 (đạo hàm hay vi phân bậc 1 của x_1, x_2).

$$\left. \begin{cases} (2) \rightarrow \dot{x}_1 = \frac{1}{C} x_2 \\ (1) \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{-1}{L} x_1 - \frac{R}{L} x_2 + \frac{1}{L} U_1 \end{cases} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \cdot x_1 + \frac{1}{C} x_2 + 0 \cdot U_1 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{L} x_1 - \frac{R}{L} x_2 + \frac{1}{L} U_1 \end{cases}$$

Biểu diễn dưới dạng ma trận, ta có:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ \frac{-1}{L} & \frac{R}{L} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{B.U} U_1$$

$$\Leftrightarrow \dot{X} = AX + BU \quad (*)$$

(*): gọi là phương trình trạng thái mô tả hoạt động của mạch RLC trên.

Như vậy thay vì ta phải nghiên cứu từ mạch điện cụ thể, từ phương trình trạng thái, dưới góc độ toán học ta hoàn toàn có thể thể hiện toàn bộ các hoạt động của mạch điện với các kết quả tương tự như khi nghiên cứu trên mạch cụ thể.

Với A, B là các ma trận trạng thái quyết định việc thay đổi các trạng thái của hệ. Ma trận A được gọi là ma trận chuyển trạng thái.

Đối với các hệ thống phức tạp, ta có dạng tổng quát của phương trình trạng thái và phương trình ra là:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ y = g(x, u, t) \end{cases} \quad (1.7)$$

trong đó: x, \dot{x}, f : là các vector n chiều

u : là các vector r chiều

y, g : là các vector m chiều

Nếu hệ tuyến tính thì (1.7) được viết dưới dạng **phương trình trạng thái dạng tổng quát** mô tả một hệ thống ĐKTD bất kỳ như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x + D(t)u \end{cases} \quad (1.8)$$

(các hệ số của ma trận là hàm thay đổi theo thời gian)

Nếu hệ thống tuyến tính là dừng, tức A, B, C, D là ma trận hằng số (không đổi theo thời gian) thì ta có hệ phương trình trạng thái:

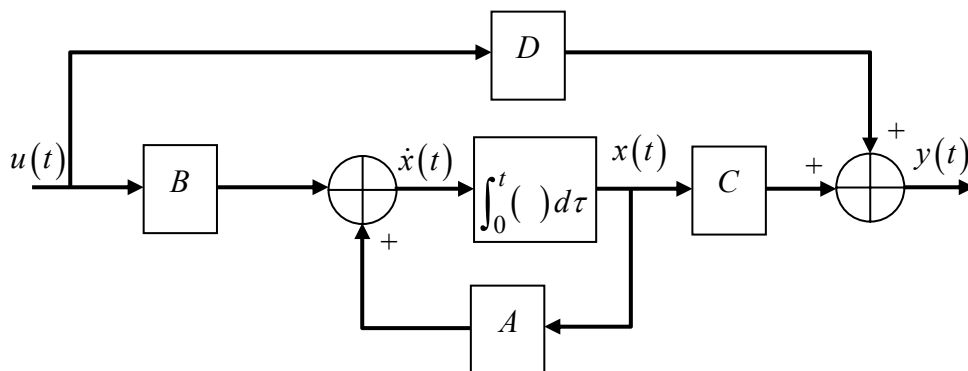
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (1.9)$$

trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nr} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1r} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mr} \end{bmatrix}$$

Sau khi được biểu diễn bởi phương trình trạng thái như (1.8), (1.9) ta sẽ có sơ đồ cấu trúc dạng tổng quát biểu diễn như hình vẽ



Hình 1.2 Sơ đồ cấu trúc tổng quát theo phương trình trạng thái của hệ liên tục

1.2.1.3 Thành lập phương trình trạng thái từ hàm truyền đạt cho trước.

* Nếu đặc tính động học của hệ thống được mô tả bằng PTVP dạng:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = ku \quad (1.10)$$

với u là tác động đầu vào của hệ thống.

Hàm truyền đạt của hệ có dạng:

$$W(p) = \frac{k}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} \quad (1.11)$$

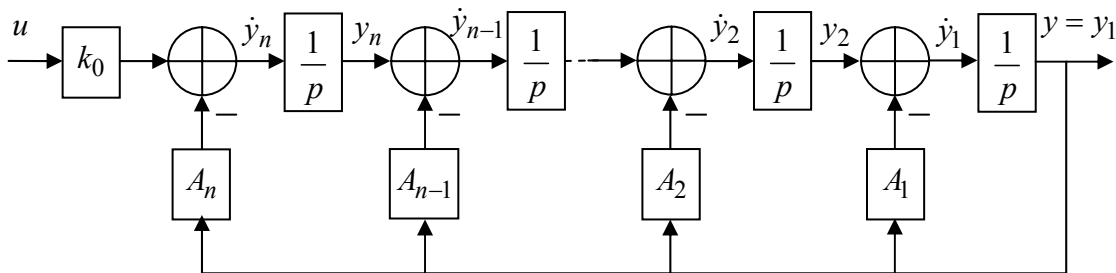
Giải phương trình (1.10), ta tìm được hàm $y(t)$, nghĩa là biết được sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động đầu vào. Có thể chuyển (1.10) thành n PTVP bậc nhất bằng cách thay đổi biến số:

$$\text{Đặt: } \begin{cases} y_1 = y \\ \frac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 y_1 \\ \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_n - A_{n-1} y_1 \\ \frac{dy_n}{dt} = ku - A_n y_1 \end{cases}$$

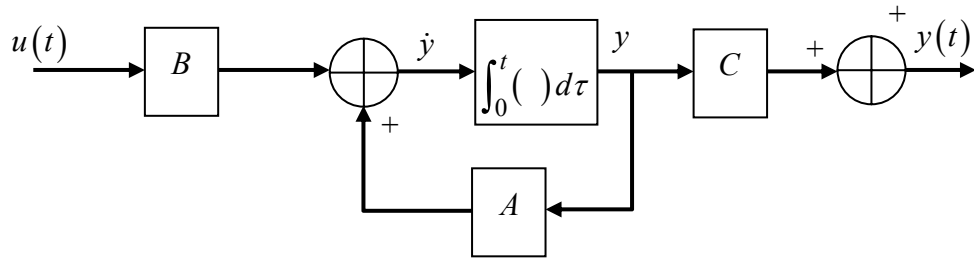
Vậy ta có phương trình trạng thái mô tả hệ thống:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\text{với } A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ k \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$



Hình 1.3 Sơ đồ cấu trúc hệ thống



Hình 1.4 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ

* Nếu đặc tính động học của hệ thống được mô tả bằng PTVP dạng:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \quad (1.12)$$

thì hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W(p) = \frac{B_0 p^m + B_1 p^{m-1} + \dots + B_{m-1} p + B_m}{p^n + A_1 p^{n-1} + \dots + A_{n-1} p + A_n} \quad (1.13)$$

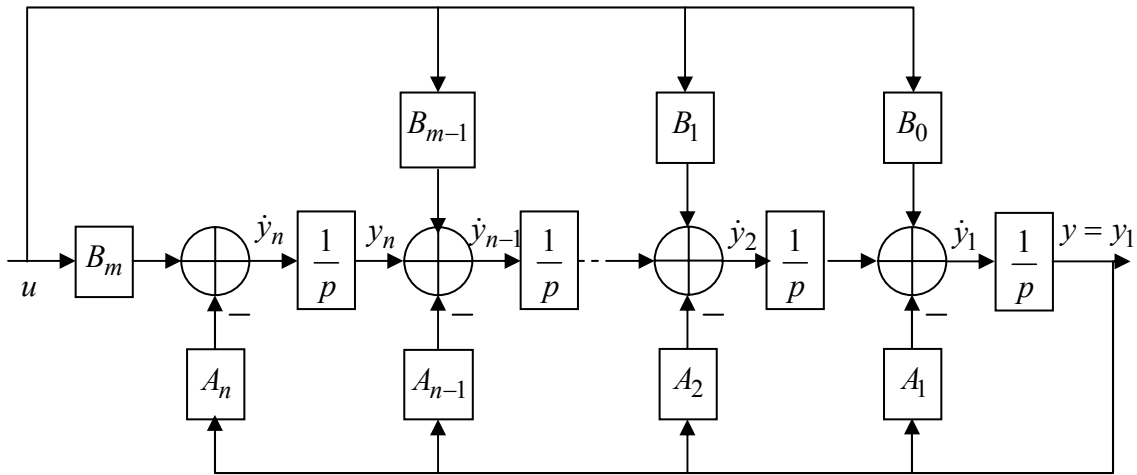
với $B_i = b_i/a_0$, $A_i = a_i/a_0$.

Đặt:
$$\begin{cases} y_1 = y \\ \frac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 y_1 + B_0 u \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 y_1 + B_1 u \\ \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_n - A_{n-1} y_1 + B_{m-1} u \\ \frac{dy_n}{dt} = B_m u - A_n y_1 \end{cases}$$

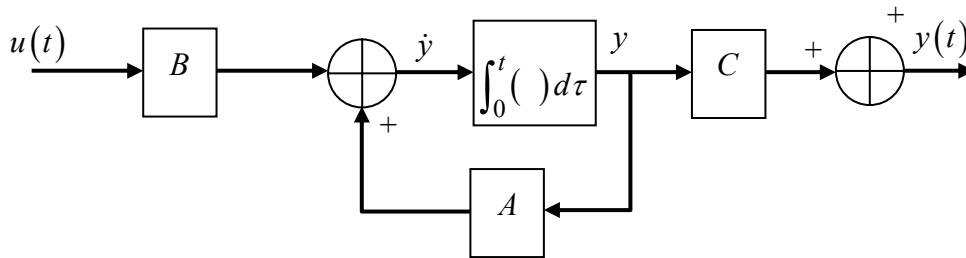
Vậy ta có phương trình trạng thái mô tả hệ thống:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$



Hình 1.5 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

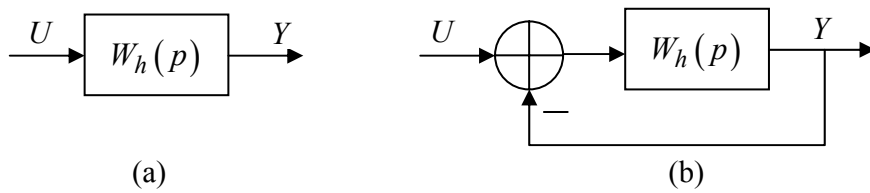


Hình 1.6 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ

1.2.2 Mô tả hệ thống trong miền tần số

Để xác định các đặc tính tần số của hệ thống, trước hết phải xác định hàm truyền đạt của nó, sau đó thay $p = j\omega$ vào, ta sẽ nhận được hàm truyền tần số để từ đó xét các đặc tính tần số của hệ thống.

Thông thường, hệ thống ĐKTD được phân ra thành hệ thống hở và hệ thống kín.



Hình 1.7 Sơ đồ hệ thống hở (a) và hệ thống kín (b)

Gọi $W_h(p)$ là hàm truyền đạt của hệ hở và $W_k(p)$ là hàm truyền đạt của hệ kín thì ta có mối quan hệ giữa chúng là:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} \quad (1.14)$$

1.2.2.1 Các đặc tính tần số của hệ hở

Giả sử hệ thống hở được mô tả bởi hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = W_1(p).W_2(p)...W_n(p) \quad (1.15)$$

Nếu hàm truyền tần số của các phần tử được mô tả dưới dạng:

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)} \quad (1.16)$$

thì hàm truyền tần số của hệ hở được tính theo biểu thức:

$$W_h(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega).e^{j\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)} \quad (1.17)$$

Các đặc tính tần số của hệ hở sẽ là:

- Đặc tính biên tần (BT):

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \quad (1.18)$$

- Đặc tính pha tần (hay pha tần logarithm – PT- PTL)

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) \quad (1.19)$$

- Đặc tính biên tần logarithm (BTL)

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = \sum_{i=1}^n 20 \lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega) \quad (1.20)$$

Như vậy, đặc tính BTL và PTL của hệ hở bằng tổng đại số của các đặc tính BTL và PTL của các phần tử thành phần.

1.2.2.2 Đặc tính tần số của hệ kín

Nếu hàm truyền tần số của hệ hở được biểu diễn theo công thức (1.17) thì theo (1.14), (1.18), (1.19), ta có hàm truyền tần số của hệ kín là:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}}{1 + A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}} = \frac{A(\omega)}{e^{-j\varphi(\omega)} + A(\omega)} \quad (1.21)$$

Sử dụng công thức Euler:

$$e^{-j\varphi(\omega)} = \cos \varphi(\omega) - j \sin \varphi(\omega) \quad (1.22)$$

ta được:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)}{A(\omega) + \cos \varphi(\omega) - j \sin \varphi(\omega)} \quad (1.23)$$

Tách phần thực và phần ảo ta có:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)[A(\omega) + \cos \varphi(\omega)]}{1 + A^2(\omega) + 2 \cos \varphi(\omega) A(\omega)} + j \frac{A(\omega) \sin \varphi(\omega)}{1 + A^2(\omega) + 2 \cos \varphi(\omega) A(\omega)} \quad (1.24)$$

- Đặc tính BT của hệ kín

$$A_k(\omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{1 + A^2(\omega) + 2 \cos \varphi(\omega) A(\omega)}} \quad (1.25)$$

- Đặc tính PT của hệ kín:

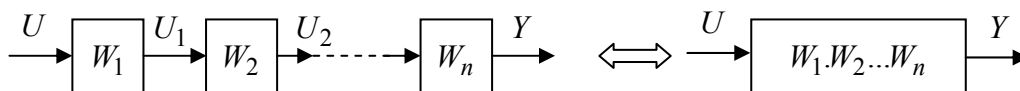
$$\varphi_k(\omega) = \arctg \frac{\sin \varphi(\omega)}{A(\omega) + \cos \varphi(\omega)} \quad (1.26)$$

Như vậy có thể dựa vào các công thức trên để xây dựng các đặc tính tần số của hệ thống kín.

1.3 CÁC QUY TẮC BIẾN ĐỔI SƠ ĐỒ KHỐI

1.3.1 Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nhau nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên và tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng. Sơ đồ của các phần tử mắc nối tiếp được mô tả trên hình 1.8.



Hình 1.8 Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Từ hình 1.8 ta có:

$$W_1 = U_1/U$$

$$W_2 = U_2/U_1$$

...

$$W_n = Y/U_{n-1}$$

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = W_1.W_2...W_n \quad (1.27)$$

1.3.2 Hệ thống gồm các phần tử mắc song song

Hệ thống được xem là gồm các phần tử mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần còn tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số của các tín hiệu ra của từng phần tử thành phần. Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc song song được mô tả trên hình 1.9.

Từ hình 1.9 ta có:

$$Y_1 = W_1 U$$

$$Y_2 = W_2 U$$

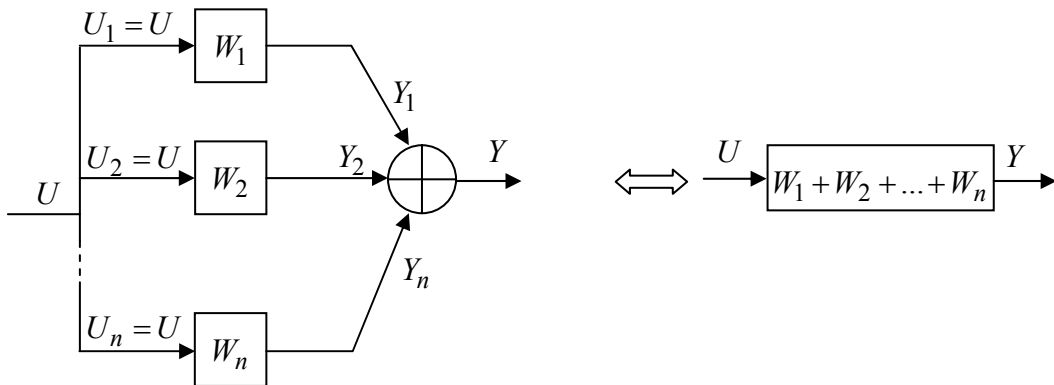
...

$$Y_n = W_n U$$

Với $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = W_1 + W_2 + \dots + W_n \quad (1.28)$$

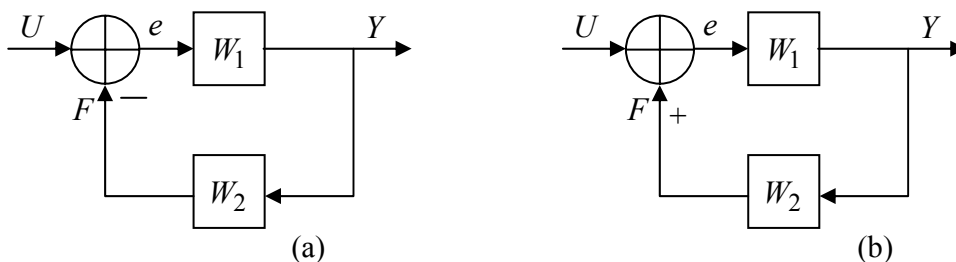


Hình 1.9 Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc song song

1.3.3 Hệ thống có mạch mắc phản hồi (hồi tiếp)

Hệ thống có mạch mắc phản hồi gồm hai loại là phản hồi âm và phản hồi dương.

Đối với phản hồi dương: tín hiệu ra của hệ thống chính là tín hiệu được đưa về phản hồi còn trong phản hồi âm, tín hiệu đó có thêm dấu âm.



Hình 1.10 Sơ đồ hệ thống có mạch phản hồi âm (a) và dương (b)

*Xét hệ thống có phản hồi âm (hình 1.10a):

$$e = U - F$$

$$Y = W_1 \cdot e$$

$$Z = W_2 \cdot Y$$

Giải ra ta có:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = \frac{W_1}{1 + W_1 W_2} \quad (1.29)$$

* Xét hệ thống có phản hồi dương: $e = U + F$

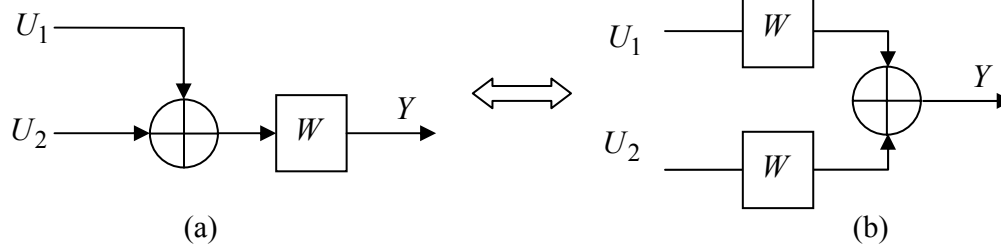
$$W(p) = \frac{Y}{U} = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2} \quad (1.30)$$

1.3.4 Chuyển đổi vị trí các tín hiệu

Chuyển đổi vị trí các tín hiệu là công cụ để chuyển sơ đồ khối các mạch liên kết phức tạp sang các mạch liên kết đơn giản như mắc song song, nối tiếp, hồi tiếp để từ đó có thể sử dụng các quy luật đã nêu trên nhằm xác định hàm truyền đạt của hệ thống. Nguyên tắc của việc chuyển đổi là không làm thay đổi sự truyền tín hiệu trong hệ thống.

1.3.4.1 Chuyển đổi tín hiệu vào

* Từ trước ra sau một khối:

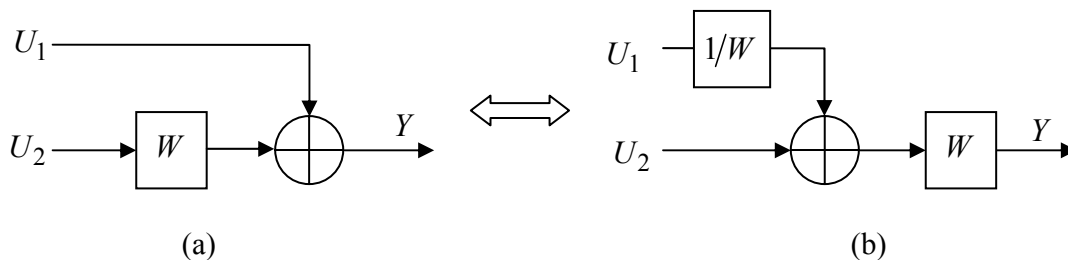


Hình 1.11 Chuyển tín hiệu vào từ trước ra sau một khối

Từ hình 1.11 (a) và (b) ta có: $Y = WU_1 + WU_2$

Vậy tín hiệu U_1 chuyển từ trước ra sau một khối thì tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

* Từ sau ra trước một khối:



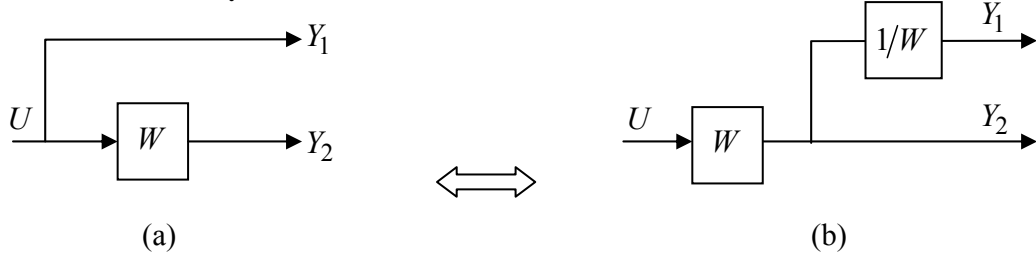
Hình 1.12 Chuyển tín hiệu vào từ sau ra trước một khối

Từ hình 1.12 (a) và (b) ta có: $Y = U_1 + WU_2$

Vậy tín hiệu U_1 chuyển từ sau ra trước một khối thì tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng nghịch đảo của khối đó.

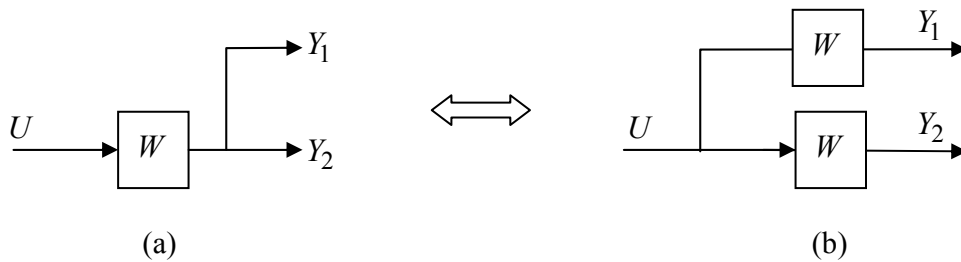
1.3.4.2 Chuyển đổi tín hiệu ra

* Từ trước ra sau một khối:



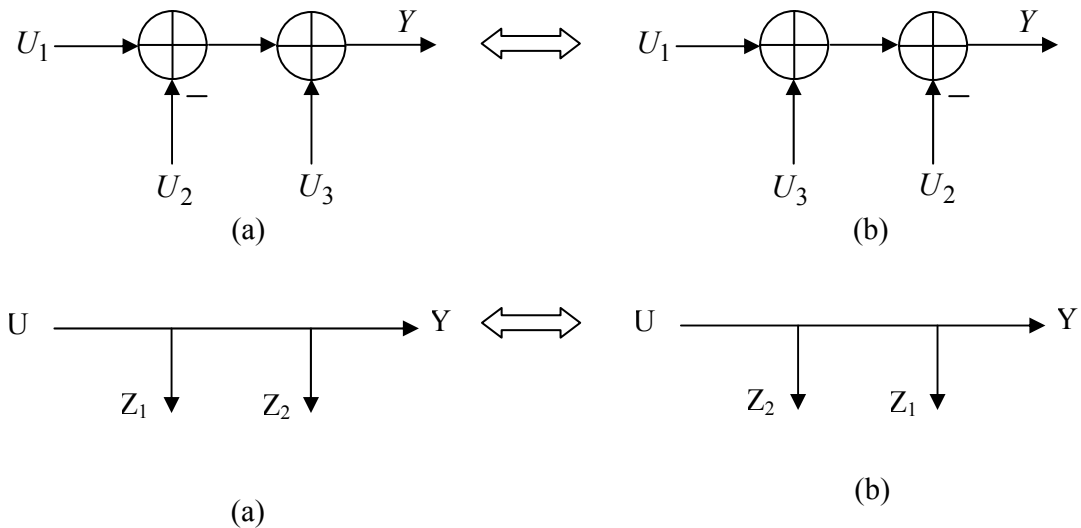
Hình 1.13 Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau một khối

* Từ sau ra trước một khối:



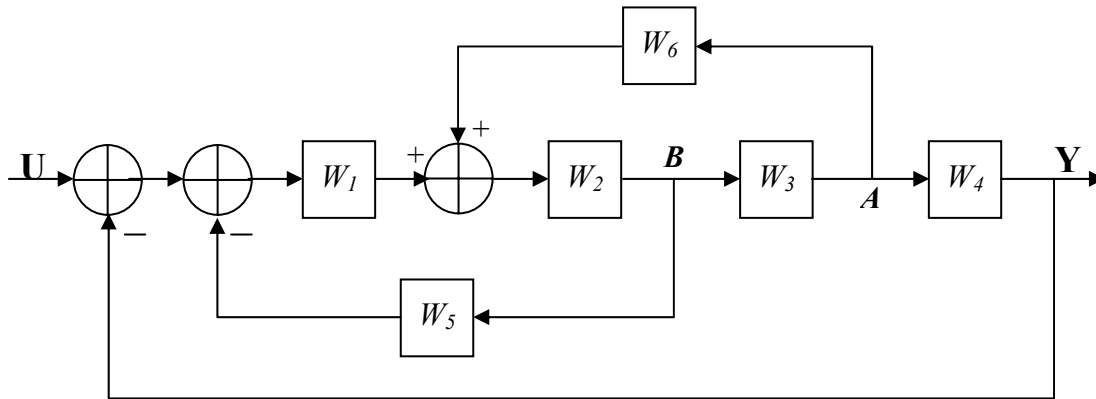
Hình 1.14 Chuyển tín hiệu ra từ sau ra trước một khối

1.3.4.3 Các bộ cộng, điểm rẽ nhánh liên nhau có thể đổi chỗ cho nhau



Hình 1.15 Các bộ cộng, điểm rẽ nhánh có thể chuyển vị trí cho nhau

Ví dụ 1.1: Xác định hàm truyền đạt của hệ thống có sơ đồ như hình 1.16:



Hình 1.16

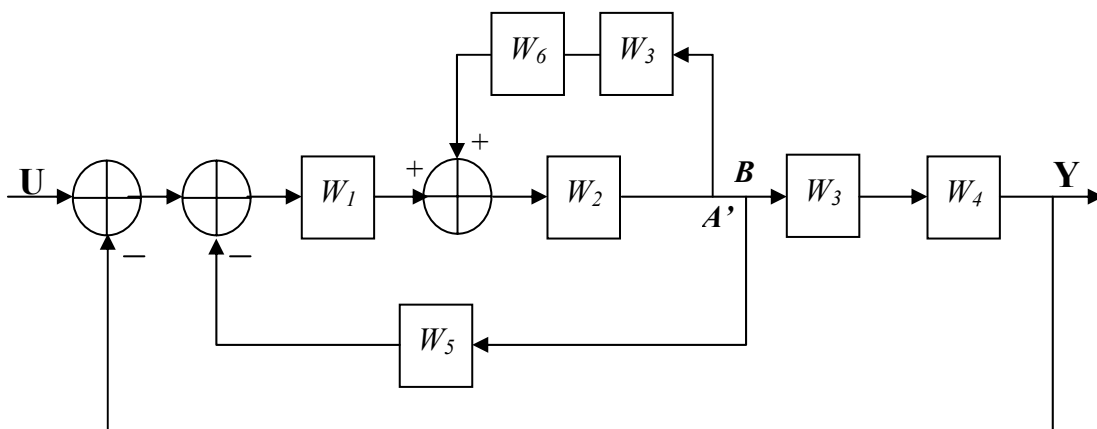
Để tính được hàm truyền đạt của hệ thống, ta phải chuyển hệ thống về dạng có thể áp dụng được các công thức trong phần 1.3. Có nhiều cách thực hiện như:

- Cách 1: Chuyển A về B (chuyển tín hiệu ra từ sau ra trước khối W_3), sau đó hoán đổi vị trí của A và B.
- Cách 2: Chuyển B về A (chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối W_3), sau đó hoán đổi vị trí của A và B.

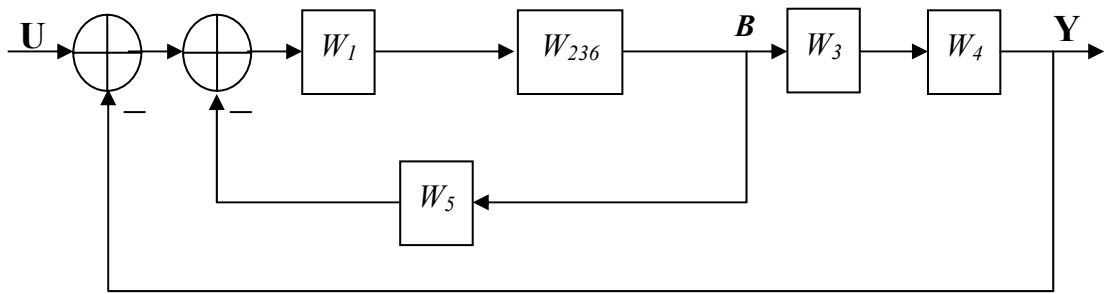
Sau đây ta sẽ thực hiện theo cách 1, khi đó ta có hệ thống tương đương như trên hình 1.17.

Từ hình 1.17, ta có thể tính hàm truyền đạt của ba khâu W_2, W_3, W_6 và có hệ thống tương đương như hình 1.18:

$$W_{236} = \frac{W_2}{1 - W_2 \cdot W_3 \cdot W_6}$$



Hình 1.17



Hình 1.18

Từ hình 1.18:

$$W_{12356} = \frac{W_1 \cdot W_{236}}{1 + W_5 \cdot W_1 \cdot W_{236}}$$

Hàm truyền đạt hở của hệ thống:

$$W_h = W_{12356} \cdot W_3 \cdot W_4$$

Hàm truyền đạt kín của hệ thống:

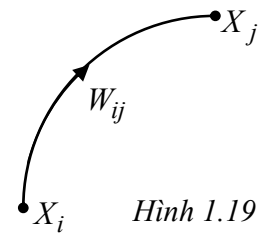
$$W_k = \frac{W_h}{1 + W_h}$$

1.4 GRAPH TÍN HIỆU

Được dùng để xác định hàm truyền đạt của hệ thống ĐKTD với các đặc điểm sau:

- Graph là đồ hình gồm các nhánh và các nút.
- Mỗi một nút của graph được biểu diễn bằng một điểm và ghi tên một đại lượng nào đó trong hệ thống điều khiển. Nút gốc là lượng vào, nút ngọn là lượng ra của một khâu nào đó.
- Một nhánh nối nút gốc và nút ngọn có mũi tên, trên đó ghi giá trị hàm truyền đạt tương ứng với một khâu nào đó (hình 1.19). Hàm truyền đạt của một nhánh bằng tỉ số giữa giá trị nút ngọn và giá trị nút gốc:

$$W_{ij} = X_j / X_i$$

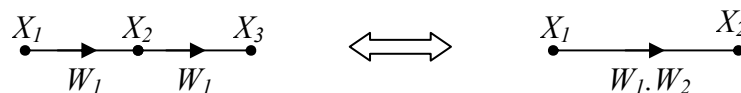


Hình 1.19

Tương tự như sơ đồ cấu trúc, sự liên kết của các nhánh riêng lẻ tạo thành một graph tín hiệu cho một hệ thống điều khiển.

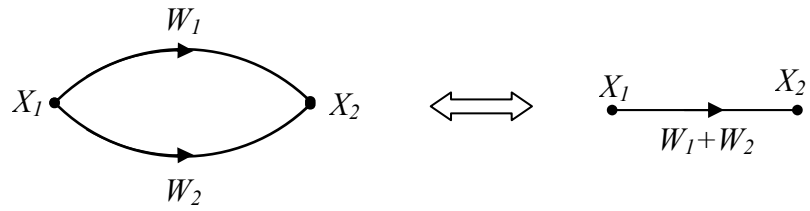
* Các quy tắc biến đổi của graph:

- Các nhánh nối tiếp:



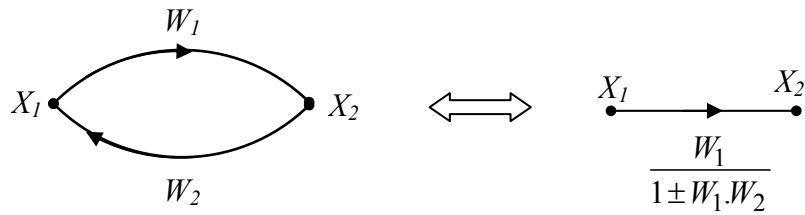
Hình 1.20

- Các nhánh song song:



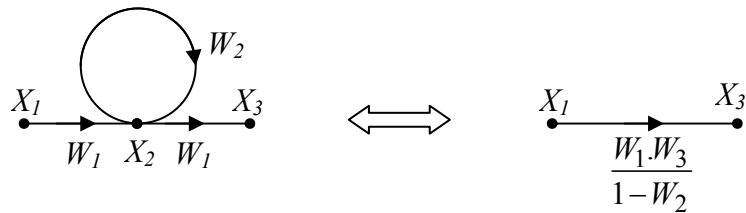
Hình 1.21

- Phản hồi dương (âm)



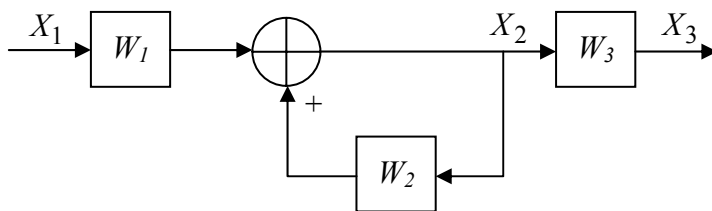
Hình 1.22

- Khử nhánh tạo vòng kín:



Hình 1.23

* Sự tương quan giữa sơ đồ cấu trúc hệ thống và graph tín hiệu trong hệ thống điều khiển
 Hình 1.23 là graph tín hiệu biểu diễn hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 1.24.



Hình 1.24

Theo hình 1.23 ta có:

$$X_2 = W_1 X_1 + W_2 X_2$$

$$X_3 = W_3 X_2$$

Vậy:
$$W_{13} = \frac{X_3}{X_1} = \frac{W_1 W_3}{1 - W_2}$$

Theo hình 1.24 ta có:

$$W_{13} = \frac{X_3}{X_1} = W_1 \frac{1}{1 - W_2} W_3 = \frac{W_1 W_3}{1 - W_2}$$

Vậy hai sơ đồ là tương đương với nhau.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 1

Trong chương này ta cần nhớ các khái niệm sau:

+ Một hệ thống điều khiển tự động bao gồm ba thành phần cơ bản là đối tượng điều khiển, thiết bị điều khiển và thiết bị đo lường. Các hệ thống điều khiển mà ta xét ở đây đều sử dụng phương thức điều khiển theo sai lệch.

+ Đặc trưng cơ bản nhất của các phần tử tuyến tính là nguyên lý xếp chồng, nghĩa là khi có một tổ hợp tín hiệu tác động ở đầu vào của phần tử thì tín hiệu ra sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần.

+ Có thể mô tả một hệ thống điều khiển tự động bằng hàm truyền đạt, bằng phương trình trạng thái và sơ đồ cấu trúc của hệ thống sẽ thể hiện mối liên hệ giữa hai phương pháp mô tả này.

+ Chương này cũng đưa ra các nguyên tắc biến đổi sơ đồ khối như chuyển đổi vị trí các tín hiệu vào/ra một khối; tìm hàm truyền đạt tương đương của các khâu mắc nối tiếp, song song, hồi tiếp... để từ đó, ta tìm hàm truyền đạt của toàn hệ thống.

+ Graph tín hiệu cũng là một cách mô tả hệ thống, được dùng để tìm hàm truyền đạt của hệ thống. Các quy tắc biến đổi giữa các nhánh của nó cũng tương đương như các quy tắc biến đổi giữa các khối trong sơ đồ cấu trúc của hệ thống.

BÀI TẬP

Bài 1:

Sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển điển hình?

Bài 2:

Thế nào là hàm truyền đạt của hệ thống?

- Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo thời gian.
- Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu không đổi.
- Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

- d. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với các điều kiện đầu khác nhau.

Bài 3:

Nghiệm đa thức mẫu số của PTĐT là:

- Các điểm cực (pole)
- Các điểm không (zero)

Bài 4:

Xây dựng phương trình trạng thái mô tả hệ thống liên tục tuyến tính từ PTVP mô tả quá trình động học của hệ thống dạng:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = ku$$

Bài 5:

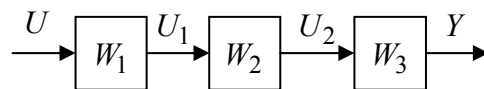
Đặc tính tần số của hệ thống hở?

Bài 6:

Đặc tính tần số của hệ thống kín?

Bài 7:

Cho hệ thống như hình sau:



Hàm truyền đạt của hệ thống là:

- $W = W_1 + W_2 + W_3$
- $W = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3$
- $W = \frac{W_1}{W_2 + W_3}$

Bài 8:

Khi chuyển tín hiệu vào từ trước ra sau một khối thì:

- Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.
- Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

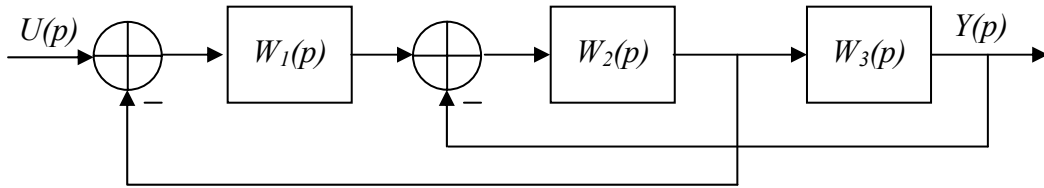
Bài 9:

Khi chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau một khối thì:

- Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.
- Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

Bài 10:

Cho hệ thống như hình sau:

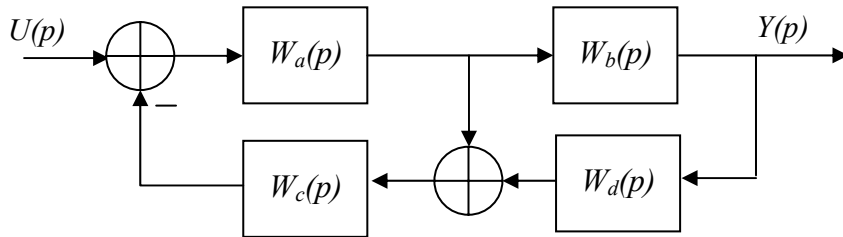


Tìm hàm truyền đạt của hệ thống?

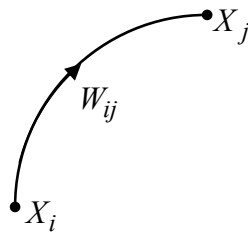
Bài 11:

Cho hệ thống như hình sau

Tìm hàm truyền đạt của hệ thống?



Bài 12:

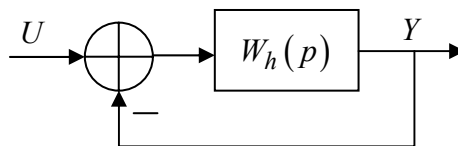


Graph tín hiệu như hình trên biểu thị hàm truyền đạt W_{ij} bằng bao nhiêu?

- a. $W_{ij} = X_j / X_i$
- b. $W_{ij} = X_i / X_j$

Bài 13:

Hàm truyền đạt của hệ thống trong hình sau sẽ bằng:



a. $W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1+W_h(p)}$

b. $W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1-W_h(p)}$

c. $W_k(p) = \frac{1}{1+W_h(p)}$

d. $W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1+W_h^2(p)}$

Bài 14:

Nghiệm đa thức mẫu số của hàm truyền đạt được gọi là gì?

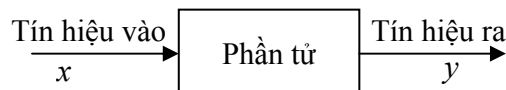
- a. Các điểm không
- b. Các điểm cực
- c. Các điểm cực trị
- d. Các điểm uốn

CHƯƠNG II. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

2.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Để thuận tiện cho việc nghiên cứu, hệ thống ĐKTD được phân ra những phần nhỏ gọi là các *phần tử* (hay các khâu) của hệ thống. Mỗi phần tử có tác động ngoài vào gọi là tín hiệu vào, ký hiệu là x , và tín hiệu biểu hiện phản ứng của phần tử đối với tác động đầu vào gọi là tín hiệu ra của phần tử, ký hiệu là y . Mô hình phần tử được mô tả như hình 2.1.



Hình 2.1 Mô hình biểu diễn phần tử

Mỗi phần tử có hai đặc tính cơ bản là đặc tính tĩnh và đặc tính động. Hai đặc tính này biểu diễn hai trạng thái của nó là trạng thái tĩnh và trạng thái động.

* Đặc tính tĩnh của phần tử: là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập. Dựa vào đặc tính tĩnh mà các phần tử tuyến tính được chia ra làm bốn loại là phần tử nguyên hàm, phần tử tích phân, phần tử vi phân và phần tử trễ.

- Phần tử nguyên hàm: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = Kx \quad (2.1)$$

trong đó K là hệ số truyền của phần tử.

- Phần tử tích phân: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = \frac{1}{T_i} \int x \cdot dt \quad (2.2)$$

trong đó T_i là hằng số thời gian tích phân của phần tử.

- Phần tử vi phân: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = T_d \frac{dx}{dt} \quad (2.3)$$

trong đó T_d là hằng số thời gian vi phân của phần tử.

- Phần tử trễ: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y(t) = x(t - \tau) \quad (2.4)$$

Tất cả các phần tử mà đặc tính tĩnh của nó không được liệt vào một trong bốn loại trên thì đều thuộc phần tử phi tuyến.

* Đặc tính động học của phần tử: mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động ở đầu vào. Đặc tính động mô tả quá trình động học xảy ra trong hệ thống và thường được biểu diễn bằng PTVP dạng tổng quát:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \quad (2.5)$$

Trong chương này, ta cũng sẽ đề cập đến các đặc tính thời gian, đặc tính tần số của các phần tử cũng như đặc điểm của các khâu động học cơ bản.

2.2 ĐẶC TÍNH THỜI GIAN CỦA PHẦN TỬ

Đặc tính thời gian của phần tử là sự thay đổi của phần tử theo thời gian khi tác động ở đầu vào là những tín hiệu chuẩn. Các đặc tính đó bao gồm hàm quá độ, đường quá độ, hàm quá độ xung và đường quá độ xung.

Các hàm thời gian này đều mô tả sự biến thiên của tín hiệu ra khi phần tử chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác do sự tác động của một trong các nhiễu chuẩn. Để đơn giản, ta xét trạng thái cân bằng ban đầu của các phần tử là không ($y(0) = 0$)

2.2.1 Tín hiệu tác động ở đầu vào

* Tín hiệu bậc thang đơn vị $1(t)$:

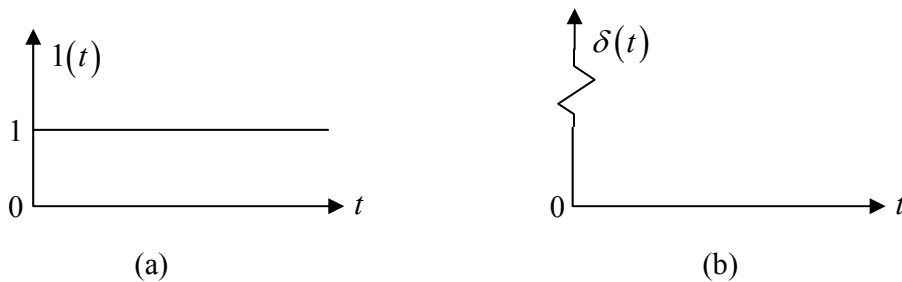
$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t \leq 0 \\ 1 & \text{khi } t > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

* Tín hiệu xung đơn vị $\delta(t)$:

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t \neq 0 \\ \infty & \text{khi } t = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Hàm $\delta(t)$ có tính chất:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (2.8)$$



Hình 2.2. (a). Đồ thị hàm $1(t)$

(b). Đồ thị hàm $\delta(t)$

* Tín hiệu điều hòa:

$$\sin(\omega t + \varphi) \text{ hay } e^{j\omega t + \varphi} \quad (2.9)$$

* Tín hiệu có dạng bất kỳ $x(t)$: có thể được mô tả thông qua hàm $1(t)$ và $\delta(t)$

- Biểu diễn $x(t)$ qua hàm $1(t)$: dựa vào tích phân Duyamen (khi $\alpha \rightarrow 0$):

$$x(t) = x(\alpha) \cdot 1(t) + \int_0^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} \cdot 1(t-\tau) d\tau \quad (2.10)$$

- Biểu diễn $x(t)$ qua hàm $\delta(t)$ (khi $\alpha \rightarrow 0$):

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t+\alpha} x(\tau) \cdot \delta(t-\tau) d\tau \quad (2.11)$$

2.2.2 Phản ứng của phần tử

* Hàm quá độ:

Được ký hiệu là $h(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm bậc thang đơn vị $1(t)$.

$$\text{Nếu } x(t) = 1(t) \text{ thì } L[1(t)] = \frac{1}{p}$$

Mối liên hệ giữa hàm truyền đạt và hàm quá độ của phần tử là:

$$W(p) = \frac{L(h(t))}{L(1(t))} = p \cdot L[h(t)]. \text{ Vậy:}$$

$$L[h(t)] = \frac{W(p)}{p} \quad (2.12)$$

* Đường quá độ:

Được ký hiệu là $H(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu bậc thang có biên độ bằng A dạng $A \cdot 1(t)$. Dựa vào nguyên lý xếp chồng của phần tử tuyến tính:

$$H(t) = A \cdot h(t). \text{ Vậy:}$$

$$L(H(t)) = \frac{A \cdot W(p)}{p} \quad (2.13)$$

* Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng):

Được ký hiệu là $k(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu xung đơn vị có ký hiệu là $\delta(t)$. Mối liên hệ giữa $1(t)$ và $\delta(t)$ là:

$\delta(t) = 1'(t)$. Vậy $L[\delta(t)] = 1$. Ta có:

$$L[k(t)] = W(p) \quad (2.14)$$

* Đường quá độ xung:

Được ký hiệu là $K(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu xung đơn vị có biên độ bằng A dạng $A\delta(t)$. Theo tính chất của $\delta(t)$ ta có thể viết:

$$x(t) = x(t) \cdot \int_0^t \delta(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^t x(\tau) \delta(t-\tau) \cdot d\tau \quad (2.15)$$

trong đó: $x(\tau)$ là giá trị hàm $x(t)$ tại thời điểm $t = \tau$.

$\delta(t-\tau)$ là hàm xung đơn vị được phát tại thời điểm $t = \tau$.

Theo nguyên lý xếp chồng, ta có thể xác định đáp ứng $y(t)$ của phần tử:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) k(t-\tau) \cdot d\tau \quad (2.16)$$

2.3 ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA PHẦN TỬ

Đặc tính tần số của phần tử mô tả mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số dao động điều hòa tác động ở đầu vào của phần tử.

Nếu ở đầu vào của phần tử cho tác động một dao động điều hòa dạng:

$$x(t) = A_v \sin(\omega t) \quad (2.17)$$

thì sau một thời gian quá độ, đầu ra của nó sẽ nhận được một dao động điều hòa có cùng tần số nhưng khác nhau về biên độ và pha:

$$y(t) = A_r \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.18)$$

Nếu giữ $A_v = \text{const}$ và thay đổi ω thì A_r và φ sẽ thay đổi. Sự thay đổi của φ theo ω được gọi là đặc tính pha tần (PT), ký hiệu là $\varphi(\omega)$ còn sự thay đổi của $A(\omega) = A_r/A_v$ theo ω được gọi là đặc tính biên tần (BT).

Nếu đầu vào của phần tử chịu tác động của dao động điều hòa dạng tổng quát:

$$x(t) = A_v e^{j\omega t} \quad (2.19)$$

thì ở trạng thái xác lập, đầu ra của phần tử nhận được dao động dạng:

$$y(t) = A_r e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (2.20)$$

Ta có:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} = A_v(j\omega)^n \cdot e^{j\omega t} \quad (2.21)$$

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = A_r(j\omega)^n \cdot e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} \quad (2.22)$$

Thay (2.21) và (2.22) và (2.5):

$$\left[a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n \right] A_v e^{j[\alpha + \varphi(\omega)]} = \left[b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1}j\omega + b_m \right] A_v e^{j\omega} \quad (2.23)$$

Vậy:

$$W(j\omega) = \frac{A_r}{A_v} e^{j\varphi(\omega)} = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1}j\omega + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n} \quad (2.24)$$

(2.24) được gọi là *hàm truyền đạt tần số* của phân tử. Vậy muốn tìm *hàm truyền đạt tần số của phân tử*, ta chỉ việc thay biến $p = j\omega$ vào *hàm truyền đạt* của nó.

Tách riêng phần thực, phần ảo của tử số và mẫu số trong (2.24) ta được:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} \quad (2.25)$$

trong đó: $A(\omega) = A_r / A_v$: đặc tính biên tần của phân tử

$R_1(\omega), R_2(\omega)$: đặc tính phần thực của tử số và mẫu số

$I_1(\omega), I_2(\omega)$: đặc tính phần ảo của tử số và mẫu số

Tách phần thực và phần ảo của biểu thức (2.25) ta được:

$$A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \quad (2.26)$$

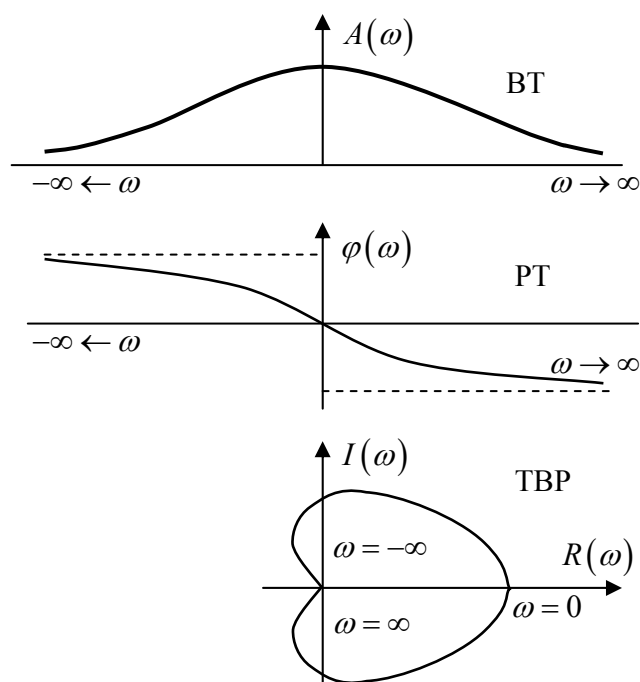
$$R(\omega) = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \quad (2.27)$$

được gọi là đặc tính phần thực của phân tử

$$I(\omega) = \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \quad (2.28)$$

được gọi là đặc tính phần ảo của phân tử

$R(\omega)$ là hàm chẵn, nghĩa là $R(\omega) = R(-\omega)$, còn đặc tính phần ảo là hàm lẻ, nghĩa là $I(\omega) = -I(-\omega)$.



Hình 2.3 Các đặc tính tần số của phân tử

Đặc tính biên tần của phân tử được xác định theo biểu thức:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \quad (2.29)$$

và đặc tính pha tần của phân tử được xác định theo biểu thức:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} \quad (2.30)$$

Cho ω thay đổi từ $-\infty$ đến ∞ , ta sẽ xây dựng được các đặc tính BT, PT. Đồng thời, trong hệ tọa độ $R(\omega)$ và $I(\omega)$ sẽ xây dựng được đường đặc tính gọi là đặc tính tần biên pha (TBP) và đường đặc tính này đối xứng qua trục thực. Vì vậy, khi xây dựng các đặc tính BT, PT, TBP, ta chỉ xét ω thay đổi từ 0 đến ∞ . Hình 2.3 là một ví dụ về xây dựng đặc tính tần số của phân tử.

Đặc tính tần số còn được biểu diễn dưới dạng đặc tính tần số logarithm:

Lấy logarithm hai vế của (2.25) ta có:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$$

Hàm số $\ln A(\omega)$ được gọi là đặc tính biên tần logarithm (BTL) và $\varphi(\omega)$ được gọi là đặc tính pha tần logarithm (PTL) của phân tử.

Đặc tính BTL thường được đo bằng decibel (dB). Khi tính theo decibel, đặc tính BTL được xác định theo công thức:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) \quad (2.31)$$

Đặc tính PTL được tính theo đơn vị độ. Khi xây dựng các đặc tính logarithm, để thuận tiện, lấy trục hoành theo logarithm của tần số ($\lg \omega$) và đơn vị tính của nó là decade (dec). 1 dec ứng với tần số tăng 10 lần.

2.4 CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

Một hệ thống gồm các phần tử nối tiếp với nhau theo các phương thức chung như nối tiếp, song song, hồi tiếp. Tính chất của quá trình quá độ toàn hệ thống phụ thuộc vào tính chất động học của các phần tử hợp thành. Các phần tử hợp thành đó thường được phân tích thành những khâu cơ bản.

Các khâu động học cơ bản là các phần tử của hệ thống ĐKTD có các tính chất sau:

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra
- Tín hiệu chỉ truyền đi một chiều, nghĩa là khi có tín hiệu vào thì có tín hiệu ra nhưng tín hiệu ra không ảnh hưởng đến tín hiệu vào.
- Quá trình động học của phần tử được biểu diễn bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

2.4.1 Các khâu nguyên hàm

2.4.1.1 Khâu khuếch đại

* Phương trình vi phân:

$$y = k.x \quad (2.32)$$

trong đó k là hệ số khuếch đại.

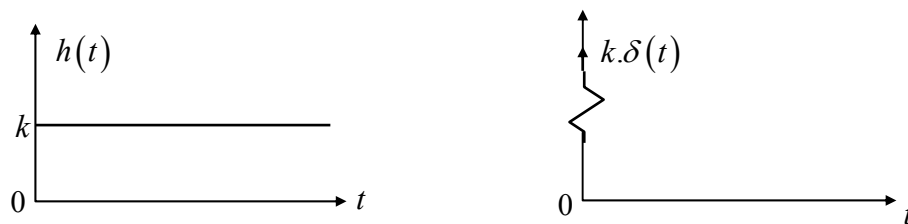
Các phần tử có hàm truyền đạt là khâu khuếch đại: các phần tử đo lường (sensor, biến trở, bộ phát tín hiệu cảm ứng...), phần tử khuếch đại (bộ khuếch đại điện tử, bán dẫn, ion...).

* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = k$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = k.1(t)$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = k.\delta(t)$

Các đặc tính thời gian được mô tả trên hình 2.4.

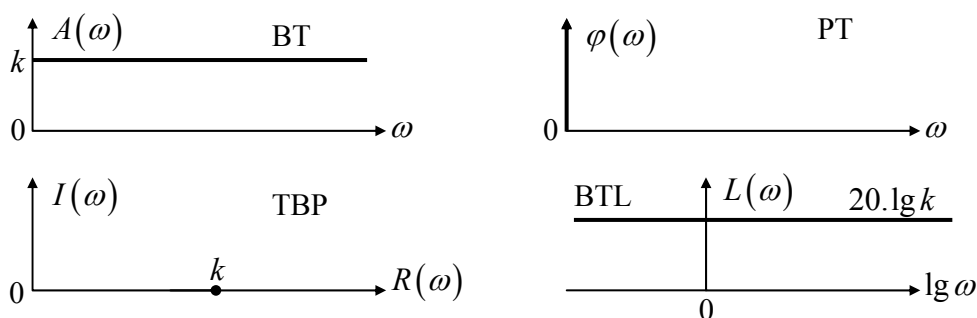


Hình 2.4. Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = k$
- Đặc tính BT: $A(\omega) = k$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = 0$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20 \cdot \lg k$

Các đặc tính tần số được mô tả trên hình 2.5.



Hình 2.5 Các đặc tính tần số của khâu khuếch đại

Nhận xét: Khâu khuếch đại chỉ làm khuếch đại tín hiệu lên k lần, tín hiệu vào và ra của khâu khuếch đại là cùng pha với nhau.

2.4.1.2 Khâu quán tính bậc nhất

* Phương trình vi phân: $T \cdot \frac{dy}{dt} + y = kx$

trong đó k là hệ số truyền và T là hằng số thời gian của khâu.

Các phần tử thuộc khâu quán tính bậc nhất: khuếch đại từ, máy phát điện một chiều, mạch điện R-C, L-R, lò điện trở, động cơ điện không đồng bộ hai pha và ba pha nếu lượng ra là tốc độ quay

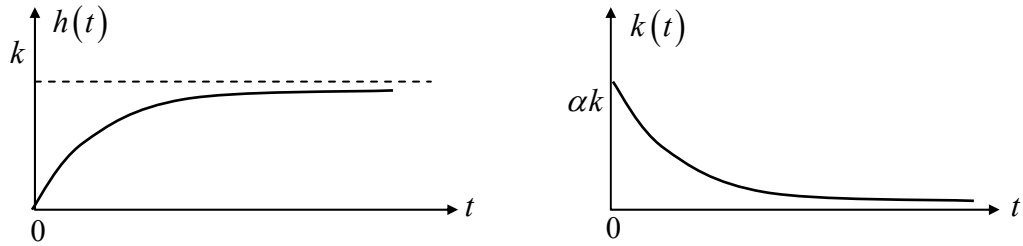
* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: Hàm $h(t)$ nhận được do giải PTVP $T \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = k$ với điều kiện $h(0) = 0$ và $h(\infty) = k$, ta được:

$$h(t) = k(1 - e^{-\alpha t}) \text{ với } \alpha = 1/T$$

- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = \alpha \cdot k \cdot e^{-\alpha t}$



Hình 2.6 Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc 1

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1} = \frac{k}{(T\omega)^2 + 1} - j \frac{kT\omega}{(T\omega)^2 + 1} = R(\omega) + jI(\omega)$$

- Đặc tính BT: $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{(T\omega)^2 + 1}}$

- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg(T\omega)$

- Đặc tính TBP: Từ mối liên hệ $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$, qua một số phép biến đổi ta tìm được:

$$\left(R(\omega) - \frac{k}{2}\right)^2 + I^2(\omega) = \left(\frac{k}{2}\right)^2$$

Đây chính là phương trình đường tròn có tâm $(k/2; 0)$ và bán kính bằng $k/2$. Nếu lấy ω thay đổi từ 0 đến ∞ nó là nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ IV.

- Đặc tính BTL:

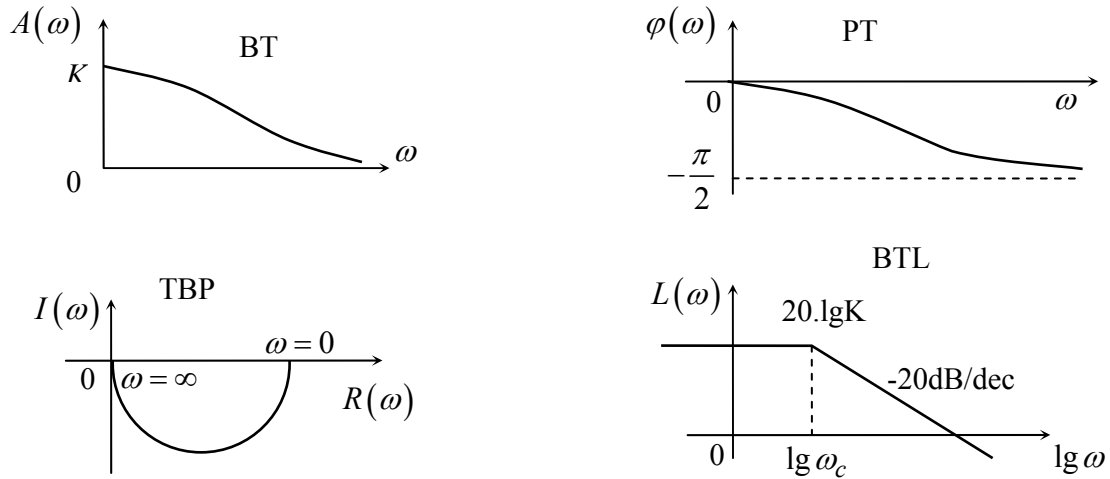
$$L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 20 \cdot \lg k - 20 \cdot \lg \sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

Vẽ chính xác thì $L(\omega)$ là một đường cong nhưng ta có thể vẽ gần đúng bằng cách tuyến tính hóa từng đoạn:

+ Khi $\omega \ll 1/T$, $L(\omega) \approx 20 \cdot \lg k$

+ Khi $\omega \gg 1/T$, $L(\omega) \approx 20 \cdot \lg k - 20 \cdot \lg T - 20 \cdot \lg \omega$

Đặt $\omega_c = 1/T$, được gọi là tần số cắt, ta có đặc tính tần số của khâu quán tính bậc 1 như hình 2.7.



Hình 2.7 Đặc tính tần số của khâu quán tính bậc 1.

Nhận xét:

+ Hàm quá độ $h(t)$ của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không đạt ngay giá trị k mà tiến từ từ đến giá trị k theo quy luật hàm mũ (vì thế khâu quán tính bậc 1 còn được gọi là khâu phi chu kỳ). Như vậy, quá trình tích lũy năng lượng và giải phóng năng lượng không xảy ra đồng thời, gây ra hiện tượng quán tính.

+ Hàm trọng lượng $k(t)$ của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khi hàm quá độ $h(t)$ đạt giá trị xác lập hàm trọng lượng $k(t)$ sẽ giảm về 0, có nghĩa là lúc này khâu quán tính bậc 1 được giải phóng sức ì quán tính.

+ Đặc tính BT $A(\omega)$ cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không làm việc được với tín hiệu cao tần (đặc tính $A(\omega)$ giống như bộ lọc thông thấp)

+ Đặc tính PT $\varphi(\omega)$ cho ta thấy tín hiệu ra của khâu quán tính bậc 1 luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc từ 0 đến $\pi/2$, nghĩa là khâu quán tính bậc 1 có tác động chậm.

2.4.1.3 Khâu bậc hai (khâu dao động)

* Phương trình vi phân:

$$T^2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x \tag{2.33}$$

trong đó: T : hằng số

k : hệ số truyền

ξ : hệ số ($\xi < 1$)

Các phần tử thuộc khâu dao động: mạch điện R-L-C, động cơ điện một chiều kích từ độc lập lượng vào là điện áp phần ứng, lượng ra là tốc độ quay; hệ cơ học đàn hồi; con quay hồi chuyển trong bộ phận lái máy bay...

* Hàm truyền đạt của khâu:

Chuyển PTVP sang dạng toán tử p , ta được:

$$(T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1) \cdot Y(p) = k \cdot X(p) \quad (2.34)$$

Vậy hàm truyền đạt là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1} \quad (2.35)$$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ:

Phương trình đặc trưng của khâu dao động:

$$T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1 = 0 \quad (2.36)$$

Phương trình có hai nghiệm phức liên hợp là: $p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$

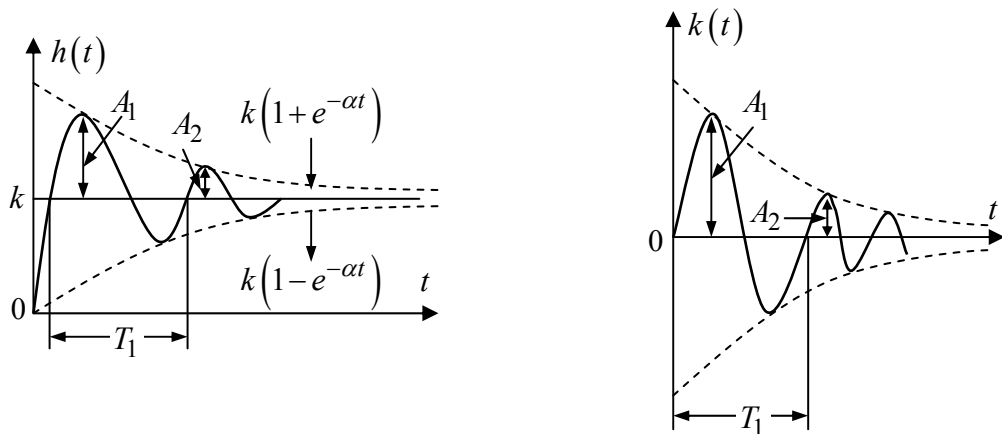
$$\begin{aligned} h(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{p} \right\} \\ &= k \cdot 1(t) \cdot \left[1 - e^{-\alpha t} \left(\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

trong đó: $\alpha = \xi \cdot \omega_0$; $\beta = \sqrt{1-\xi^2} \cdot \omega_0$; $\omega_0 = \frac{1}{T}$

- Hàm trọng lượng:

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{k \cdot \omega_0^2}{\beta} \cdot 1(t) \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t \quad (2.38)$$

Hình 2.8 mô tả các đặc tính thời gian của khâu dao động.



Hình 2.8 Các đặc tính thời gian của khâu dao động

Từ đồ thị của $h(t)$ ta xác định được các tham số: k , A_1 , A_2 và T . Từ đó tính ra:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{T_1} \\ \beta = \frac{1}{T_1} \cdot \ln \frac{A_1}{A_2} \\ \omega_0 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{1}{T} \\ \xi = \alpha \cdot T \end{cases} \quad (2.39)$$

* Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{k}{-T^2 \cdot \omega^2 + 2\xi \cdot T \cdot j\omega + 1} \quad (2.40)$$

- Đặc tính BT:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 \cdot T^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \omega^2 \cdot T^2}} \quad (2.41)$$

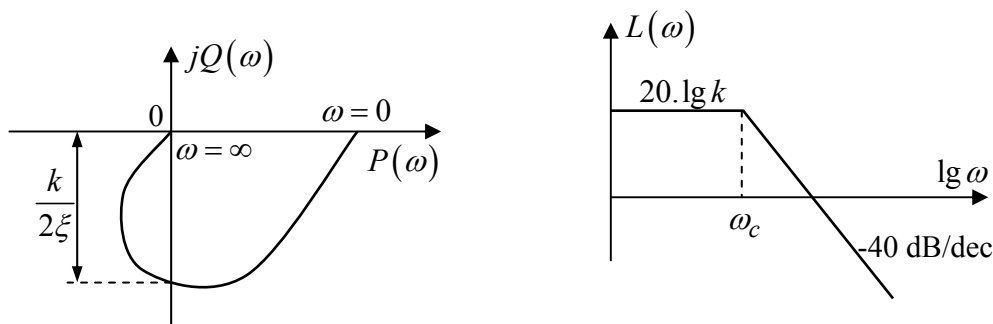
- Đặc tính PT:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot T}{1 - \omega^2 \cdot T^2} \quad (2.42)$$

- Đặc tính BTL:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 20 \cdot \lg k = 20 \cdot \lg \sqrt{(1 - \omega^2 \cdot T^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \omega^2 \cdot T^2} \quad (2.43)$$

Hình 2.9 mô tả các đặc tính tần số của khâu dao động.



Hình 2.9 Đặc tính tần số của khâu dao động

Nhận xét:

+ Hàm quá độ $h(t)$ của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không đạt ngay giá trị k mà dao động tiến đến giá trị k . Muốn hệ dao động, trong hệ phải có bộ tích động năng và một bộ tích thế năng, ví dụ trong mạch R-L-C thì C tích thế năng còn L tích động năng.

+ Hàm trọng lượng $k(t)$ của khâu dao động cho ta thấy, khi hàm quá độ $h(t)$ đạt giá trị xác lập hàm trọng lượng $k(t)$ sẽ giảm về 0, có nghĩa là lúc này khâu dao động được giải phóng sức ì quán tính.

+ Đặc tính BT $A(\omega)$ cho ta thấy, khâu dao động cũng không làm việc được với tín hiệu cao tần và đạt giá trị $A_{\max}(\omega)$ tại ω

+ Đặc tính PT $\varphi(\omega)$ cho ta thấy tín hiệu ra của khâu dao động cũng luôn chậm pha so với tín hiệu vào tức là khâu dao động có độ tác động chậm.

2.4.2 Khâu tích phân (khâu phi tĩnh)

* Phương trình vi phân: $y = k \int x dt$

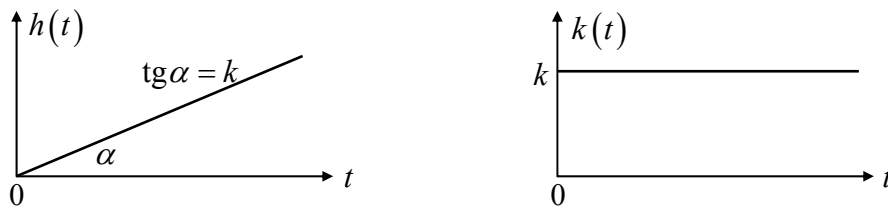
trong đó $T = 1/k$ là hằng số thời gian tích phân

* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = \frac{1}{Tp}$

* Các đặc tính thời gian:

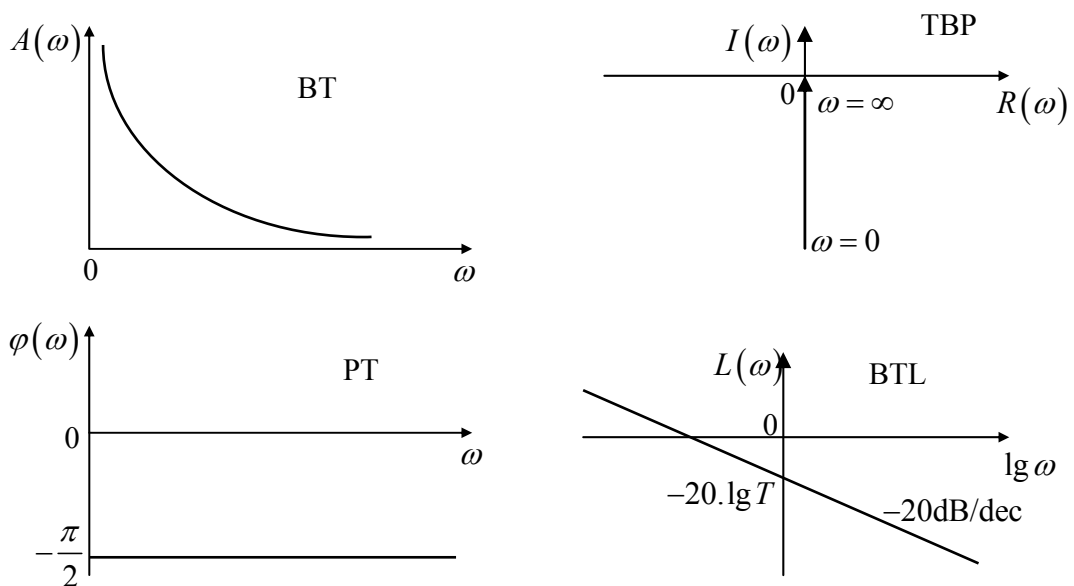
- Hàm quá độ: $h(t) = k \cdot \int 1(t) dt = kt$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = k$

Hình 2.10 mô tả các đặc tính thời gian của khâu tích phân.



Hình 2.10 Các đặc tính thời gian của khâu tích phân

* Các đặc tính tần số:



Hình 2.11 Các đặc tính tần số của khâu tích phân

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \frac{1}{T \cdot j\omega} = -j \frac{1}{T\omega}$
- Đặc tính BT: $A(\omega) = \frac{1}{T\omega}$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\pi/2$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = -20 \cdot \lg T\omega$

Hình 2.11 mô tả các đặc tính tần số của khâu tích phân.

Nhận xét:

+ Hàm quá độ $h(t)$, hàm trọng lượng $k(t)$ của hệ thống của tích phân cho ta thấy, khâu tích phân có tính chất có nhớ. Nghĩa là, khâu tích phân sẽ giữ nguyên trạng thái tại thời điểm dừng tác động đầu vào.

+ Đặc tính PT của khâu tích phân bậc n là tín hiệu ra luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$.

2.4.3 Khâu vi phân

* Phương trình vi phân: $y = T \frac{dx}{dt}$

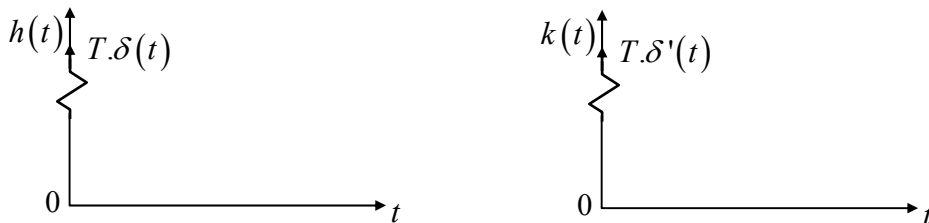
trong đó T là hằng số thời gian vi phân

* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = Tp$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = T \cdot 1'(t) = T \cdot \delta(t)$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = T \cdot \delta'(t)$

Hình 2.12 mô tả các đặc tính thời gian của khâu vi phân.



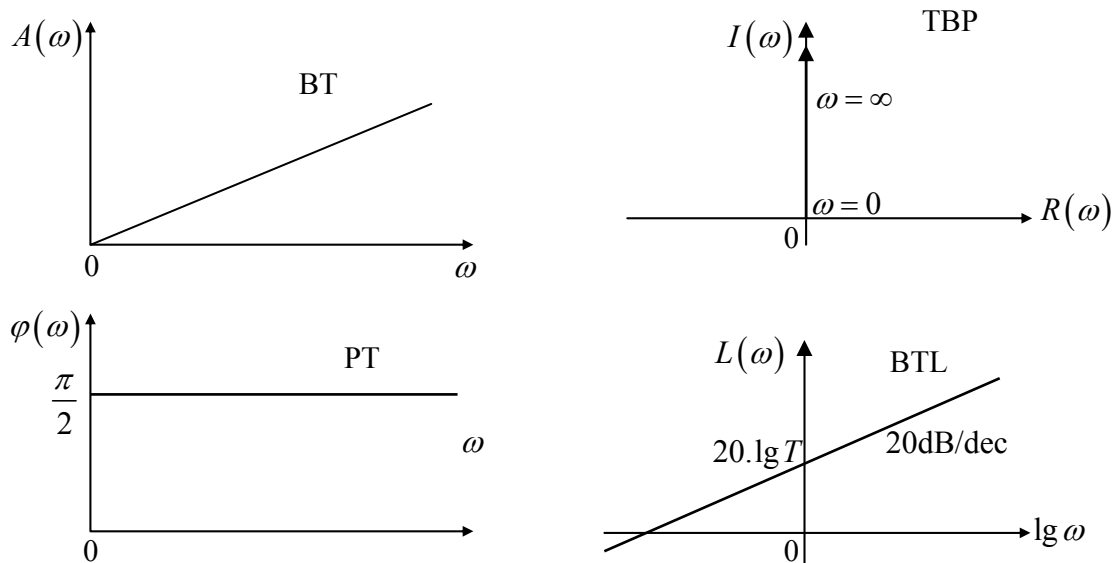
Hình 2.12. Các đặc tính thời gian của khâu vi phân

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = T \cdot j\omega$

- Đặc tính BT: $A(\omega) = T\omega$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = \pi/2$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 20 \cdot \lg T\omega$

Hình 2.13 mô tả các đặc tính tần số của khâu vi phân.



Hình 2.13 Các đặc tính tần số của khâu vi phân

Nhận xét:

+ Các đặc tính quá độ $h(t)$ và trọng lượng $k(t)$ của khâu vi phân cho thấy khâu vi phân có xu hướng mất ổn định.

+ Khâu vi phân có tín hiệu ra của khâu vi phân luôn sớm pha hơn tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$, đây là đặc tính nổi bật của khâu vi phân khiến cho hệ thống tác động nhanh.

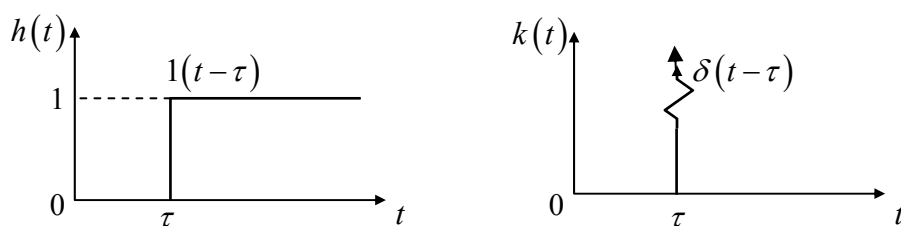
2.4.4 Khâu trễ

* Phương trình vi phân: $y(t) = x(t - \tau)$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = 1(t - \tau)$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = \delta(t - \tau)$

Hình 2.14 mô tả các đặc tính thời gian của khâu trễ.

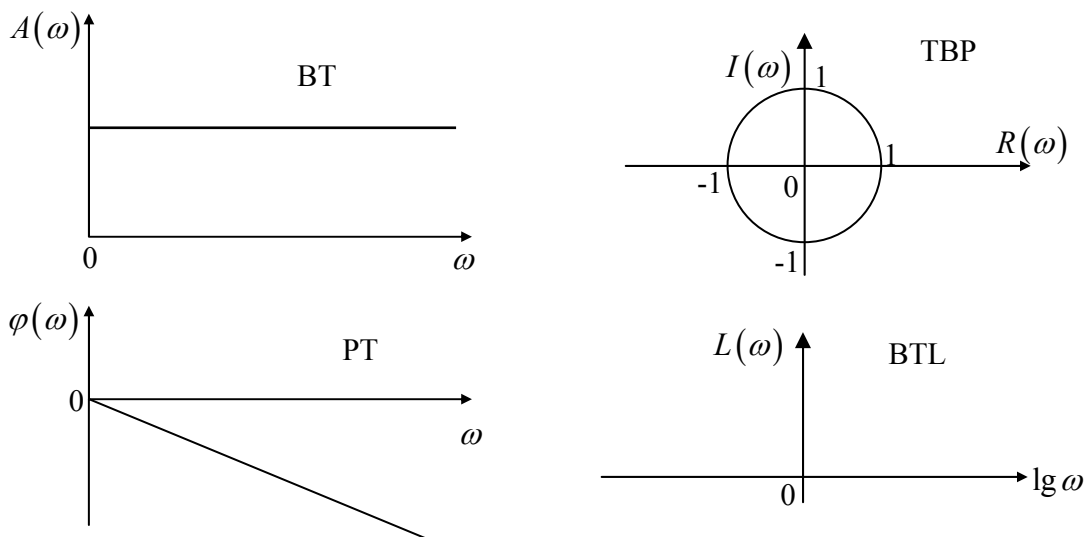


Hình 2.14. Các đặc tính thời gian của khâu trễ

* Các đặc tính tần số

Nếu tín hiệu vào có dạng: $x(t) = A e^{j\omega t}$ thì tín hiệu ra sẽ có dạng $y(t) = A e^{j\omega(t-\tau)}$

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$
- Đặc tính BT: $A(\omega) = 1$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\omega\tau$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 0$
- Hình 2.15 mô tả các đặc tính tần số của khâu tích phân.
-



Hình 2.15 Các đặc tính tần số của khâu trễ

Nhận xét:

+ Ta thấy rằng khâu trễ không làm biến đổi hình trạng tín hiệu nhưng khâu trễ luôn có tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào.

TỔNG KẾT CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN.

Sau khi đã nghiên cứu các khâu cơ bản trên ta thấy rằng:

+ Khâu khuếch đại, khâu quán tính bậc 1, khâu dao động luôn đưa hệ thống đến giá trị k ở trạng thái xác lập.

+ Khâu khuếch đại có tín hiệu ra trùng pha tín hiệu vào. Khâu tích phân, khâu quán tính bậc 1, khâu dao động, khâu trễ là các khâu có tín hiệu ra chậm pha hơn so với tín hiệu vào. Chỉ có duy nhất khâu vi phân là tín hiệu ra nhanh pha hơn so với tín hiệu vào. Chính vì đặc điểm này nên khâu vi phân thường dùng cho các cơ cấu yêu cầu tác động nhanh.

+ Các đặc tính biên độ tần số logarith BTL có những đặc điểm theo bậc n của PTĐT như sau:

$n = 0$ độ dốc 0db/dec

$n = 1$ độ dốc ± 20 db/dec

$n = 2$ độ dốc ± 40 db/dec

Dấu + cho biết tín hiệu ra nhanh pha hơn so với tín hiệu vào.

Dấu - cho biết tín hiệu ra chậm pha hơn so với tín hiệu vào.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 2

Các vấn đề cần quan tâm ở chương này bao gồm:

+ Các đặc tính thời gian của phần tử

+ Các đặc tính tần số của phần tử

+ Các khâu động học cơ bản:

- Khâu khuếch đại.
- Khâu quán tính bậc 1.
- Khâu dao động.
- Khâu tích phân.
- Khâu vi phân.
- Khâu trễ.

BÀI TẬP

Bài 1.

Hàm quá độ của một khâu là đáp ứng của khâu đó khi tín hiệu vào là nhiễu có dạng:

- a. $\delta(t)$
- b. $A\delta(t)$
- c. $1(t)$

d. $A.1(t)$

Bài 2.

Hàm trọng lượng của một khâu là đáp ứng của khâu đó khi tín hiệu vào là nhiễu có dạng:

a. $\delta(t)$

b. $A.\delta(t)$

c. $1(t)$

d. $A.1(t)$

Bài 3.

Khi xét các đặc tính tần số của một khâu, ta cần xét các đặc tính nào?

a. BT, PT

b. TBP

c. BTL

d. Cả bốn đặc tính trên

Bài 4.

Nêu các đặc điểm của các khâu động học cơ bản?

Bài 5.

Sự khác nhau cơ bản giữa khâu tích phân và khâu vi phân?

Bài 6.

Tại sao khi xây dựng các đặc tính tần số, ta chỉ cần xét sự thay đổi của ω từ 0 đến ∞ .

Bài 7.

Muốn tìm hàm truyền đạt tần số của một khâu hay một hệ thống, ta thay p bằng gì vào hàm truyền đạt của nó?

a. $p = \omega$

b. $p = -\omega$

c. $p = j\omega$

d. $p = -j\omega$

Bài 8.

Tại sao đặc tính TBP của khâu trễ lại là đường tròn có bán kính bằng 1?

Bài 9.

Nếu hàm truyền đạt của phân tử được biểu diễn dưới dạng: $W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$ thì đặc tính biên tần của phân tử được xác định theo công thức nào sau đây?

a. $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) - I^2(\omega)}$

b. $A(\omega) = \sqrt{R(\omega) + I(\omega)}$

c. $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

d. $A(\omega) = \sqrt{R(\omega) - I(\omega)}$

Bài 10.

Trong khâu khuếch đại, mối quan hệ về pha giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra là?

- a. Tín hiệu vào chậm pha hơn so với tín hiệu ra một góc là $\pi/2$
- b. Hai tín hiệu vào và ra là đồng pha với nhau
- c. Tín hiệu vào sớm pha hơn so với tín hiệu ra
- d. Tín hiệu vào sớm pha hơn so với tín hiệu ra một góc là π

Bài 11.

Nếu $R(\omega)$ là hàm chẵn và $I(\omega)$ là hàm lẻ thì $\varphi(\omega)$ là hàm chẵn?

- a. Đúng
- b. Sai

Bài 12.

Cho hệ thống có hàm truyền đạt hờ dạng:

$$W_h(p) = \frac{10p + 4}{8p^3 + 5p^2}$$

Cho biết hệ hờ gồm những khâu cơ bản nào?

CHƯƠNG III. KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

3.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Chương 1 và 2 đã trình bày mô tả toán học và các đặc tính của hệ thống ĐKTD liên tục. Trong chương này sẽ sử dụng kiến thức trong hai chương trước để giải quyết nhiệm vụ đầu tiên khi phân tích hệ thống ĐKTD, đó là tính ổn định của nó. Hệ thống muốn sử dụng được thì trước hết nó phải ổn định.

Hệ thống ĐKTD được gọi là ổn định nếu sau khi bị phá vỡ trạng thái cân bằng do tác động của nhiễu, nó sẽ tự điều chỉnh để trở lại trạng thái cân bằng. Nếu nó không trở lại trạng thái cân bằng mà tín hiệu ra tiến tới vô cùng thì hệ thống sẽ không ổn định. Trạng thái trung gian giữa ổn định và không ổn định được gọi là biên giới ổn định, khi đó tín hiệu ra của hệ thống dao động với biên độ không đổi.

Trong chương này sẽ trình bày điều kiện để một hệ thống ĐKTD ổn định; các tiêu chuẩn đại số và tần số thường dùng để xét tính ổn định của hệ thống có thông số bất biến; phương pháp quỹ đạo nghiệm số dùng để xét tính ổn định cho hệ thống có thông số bất biến và khái niệm độ dự trữ ổn định của hệ thống.

3.2 ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

Vậy điều kiện ổn định của hệ thống là $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ (hoặc một giá trị cố định) .

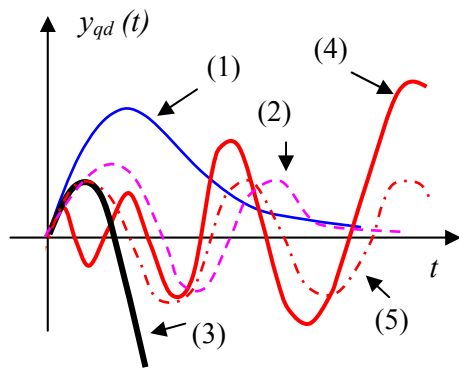
Hệ thống sẽ không ổn định nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow \infty$.

Hệ thống sẽ ở biên giới ổn định nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow$ dao động có biên độ không đổi.

Khảo sát tính ổn định của hệ thống chính là khảo sát hệ thống ở 2 quá trình: quá độ và xác lập. Ta thấy rằng ở quá trình xác lập, hệ thống luôn ổn định.

Xét sự ổn định của hệ thống chủ yếu là khảo sát hệ thống ở quá trình quá độ.

Một hệ thống tuyến tính liên tục được gọi là ổn định nếu quá trình quá độ của nó tắt dần theo thời gian, không ổn định nếu quá trình quá độ của nó tăng dần theo thời gian và ở biên giới ổn định nếu quá trình quá độ của nó dao động với biên độ không đổi hoặc bằng hằng số. Hình 3.1 mô tả 5 trạng thái quá độ của hệ thống ĐKTD.



Hình 3.1

- (1): Hệ thống ổn định và không dao động.
- (2): Hệ thống ổn định và dao động.
- (3): Hệ thống không ổn định và không dao động.
- (4): Hệ thống không ổn định và dao động.
- (5): Hệ thống dao động với biên độ không đổi (biên giới ổn định).

Để biết hệ thống ĐKTD có ổn định hay không, ta phải giải PTVP mô tả quá trình động học của nó. Dạng tổng quát:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \quad (3.1)$$

Nghiệm của PTVP này gồm hai phần: $y(t) = y_{qd}(t) + y_0(t)$

Với: $y_{qd}(t)$ là nghiệm tổng quát của (3.1), đặc trưng cho quá trình quá độ

$y_0(t)$ là nghiệm riêng của (3.1), đặc trưng cho quá trình xác lập.

$y_{qd}(t)$ có được bằng cách giải PTVP đồng nhất:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = 0 \quad (3.2)$$

Nghiệm riêng phụ thuộc tác động đầu vào, nếu tác động đầu vào cố định thì $y_0(t)$ cũng cố định, như vậy nó không ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống.

Tính ổn định của hệ thống được phản ánh qua nghiệm tổng quát, nghiệm này hoàn toàn không chịu ảnh hưởng của tác động bên ngoài, vậy tính ổn định là tính chất bên trong của hệ thống, là bản chất của hệ thống.

Để xác định $y_{qd}(t)$ ta phải tìm nghiệm của PTĐT:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (3.3)$$

Nghiệm tổng quát của $y_{qd}(t)$ là:

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} \quad (3.4)$$

trong đó c_i là các hằng số. Nghiệm p_i có thể tồn tại một trong các dạng sau:

+ Nghiệm thực: $p_i = \alpha_i$

+ Nghiệm phức: $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$

+ Nghiệm thuần ảo: $p_i = j\omega_i$

*Ảnh hưởng của các loại nghiệm đến tính chất của hệ thống:

Khi nghiệm của PTĐT là nghiệm thực (hệ không dao động):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\alpha_i t} \begin{cases} \rightarrow 0 & \text{khi } \alpha_i < 0 \\ \rightarrow \infty & \text{khi } \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Còn khi nó là nghiệm phức (hệ dao động):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} \begin{cases} \rightarrow 0 & \text{khi } \alpha_i < 0 \\ \rightarrow \infty & \text{khi } \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Nếu là nghiệm thuần ảo thì:

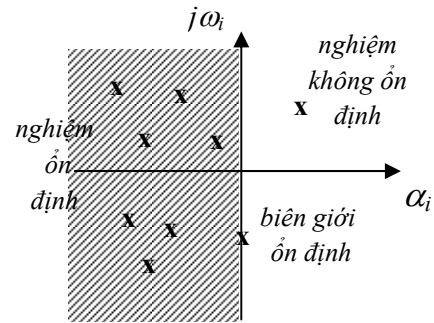
$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{j\omega_i t} \rightarrow \text{dao động với biên độ không đổi.}$$

Như vậy:

- hệ thống ĐKTD ổn định ($\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd} \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$) nếu tất cả các nghiệm của PTĐT có phần thực âm (các nghiệm nằm ở nửa bên trái mặt phẳng phức).

- hệ thống ĐKTD không ổn định ($\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd} \rightarrow \infty$ khi $t \rightarrow \infty$) nếu PTĐT chỉ cần có một nghiệm có phần thực dương (nghiệm nằm ở nửa bên phải mặt phẳng phức).

- hệ thống ĐKTD sẽ nằm ở biên giới ổn định nếu PTĐT chỉ cần có 1 nghiệm có phần thực = 0 và các nghiệm còn lại có phần thực < 0 (có 1 nghiệm nằm trên trục ảo, các nghiệm còn lại nằm trên mặt trái mặt phẳng phức).



Hình 3.2. Phân vùng trên mặt phẳng phân bố nghiệm số

3.3 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

Khi không thể xác định được nghiệm số của PTĐT để xét tính ổn định của hệ thống theo phương pháp trên, người ta dùng các tiêu chuẩn ổn định đại số và tần số.

3.3.1 Điều kiện cần.

Điều kiện cần thiết để một hệ thống điều khiển tuyến tính ổn định là các hệ số của phương trình đặc trưng dương. Khi không tồn tại điều kiện cần thì hệ thống được liệt vào loại có cấu trúc không ổn định, và lúc đó ta phải thay đổi cấu trúc của nó.

Ví dụ 3.1 : Hệ thống ĐKTD có phương trình đặc trưng:

$$0.2p^3 + 3p^2 + 0.1p + 5 = 0$$

có các hệ số $a_i > 0$ nên hệ có thể ổn định. (Muốn biết hệ có ổn định hay không thì cần phải xét cả điều kiện đủ).

3.3.2 Tiêu chuẩn Routh (1875).

* *Phát biểu:* Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh dương.

* *Bảng Routh:*

Giả sử hệ thống có phương trình đặc trưng bậc n :

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (3.5)$$

Sắp xếp các hàng của bảng Routh:

a_0	a_2	a_4	a_6	...
a_1	a_3	a_5	a_7	...
b_0	b_2	b_4	b_6	...
b_1	b_3	b_5	b_7	...
...	
z_0				
z_1				

Cách tính các hệ số của bảng Routh:

$$b_0 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad b_2 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}$$

$$b_1 = - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}, \quad b_3 = - \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & 0 \end{vmatrix}$$

* *Cách lập bảng:*

+ Dòng đầu tiên của bảng Routh ghi các số hạng có chỉ số chẵn, dòng thứ hai ghi các số hạng có chỉ số lẻ.

+ Mỗi số hạng trong một hàng của bảng Routh là một số âm có giá trị là một định thức bậc hai với cột thứ nhất là cột thứ nhất của hai hàng ngay sát trên hàng có số hạng đang tính; cột thứ hai là hai hàng ngay sát trên và nằm bên phải hàng có số hạng đang tính.

+ Bảng Routh sẽ kết thúc khi nào dòng cuối cùng chỉ còn một số hạng.

* *Tính chất của bảng Routh:*

- Có thể nhân hoặc chia các số hạng trên cùng một hàng của bảng Routh với một số dương thì kết quả tính toán vẫn không thay đổi.

- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng số nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực dương.

- Nếu cột đầu tiên của bảng có một số hạng bằng không thì hệ cũng không ổn định.

* *Ứng dụng:*

- Tiêu chuẩn này được sử dụng để xét ổn định cho cả hệ hở và kín.

Ví dụ 3.2: Xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng:

$$12p^5 + 6p^4 + 18p^3 + 6p^2 + 6p + 1 = 0$$

* *Điều kiện cần:*

Ta nhận thấy $a_i, (i = 0 \div 5) > 0$ nên thỏa mãn điều kiện cần để hệ ổn định.

* Điều kiện đủ:

- Lập bảng Routh:

$$\begin{array}{ccc|ccc}
 12 & 18 & 6 & 2 & 3 & 1 \\
 6 & 6 & 1 & 6 & 6 & 1 \\
 b_0 & b_2 & & b_0 & b_2 & \\
 b_1 & b_3 & \text{hay} & b_1 & b_3 & \\
 c_0 & & & c_0 & & \\
 c_1 & & & c_1 & &
 \end{array}$$

(vì các số hạng thuộc hàng 1 của bảng Routh đều chia hết cho 6).

Ta có:

$$b_0 = - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = 6, \quad b_2 = - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 4, \quad b_1 = - \begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 12, \quad b_3 = - \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 6$$

$$c_0 = - \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 12 & 6 \end{vmatrix} = 12, \quad c_1 = - \begin{vmatrix} 12 & 6 \\ 12 & 0 \end{vmatrix} = 72$$

Ta nhận thấy các số hạng thuộc cột đầu tiên của bảng Routh đều dương nên thỏa mãn điều kiện ổn định. Vậy hệ thống đã cho là ổn định.

Ví dụ 3.3: Cho hệ thống có đối tượng điều khiển:

$$W_0(p) = \frac{1}{p^3 + 5p^2 + 8p + 4}$$

Bộ điều khiển có hàm truyền đạt: $W_C(p) = K_P + K_D p$ (Bộ PD)

Tìm khoảng hiệu chỉnh các tham số của bộ điều khiển (Thực chất, đây là bài toán tìm điều kiện để hệ ổn định).

Giải:

Bước 1: Tìm đa thức đặc trưng của hệ thống kín $A(p)$:

Hàm truyền đạt của hệ thống hở:

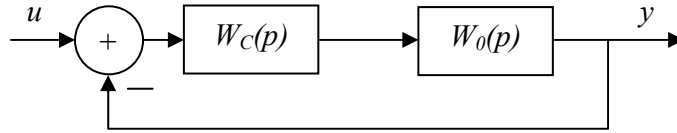
$$W_h(p) = W_0(p) \cdot W_C(p) = \frac{1}{p^3 + 5p^2 + 8p + 4} \cdot (K_P + K_D p)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{K_P + K_D p}{p^3 + 5p^2 + (8 + K_D)p + (4 + K_P)}$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín là:

$$A(p) = p^3 + 5p^2 + (8 + K_D)p + (4 + K_P) = 0$$



Hình 3.3 Biểu diễn hệ thống sơ đồ trong ví dụ 3.3

Bước 2: Xét ổn định:

* Điều kiện cần: Các hệ số a_i ($i = 0 \div 3$) > 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 + K_D > 0 \\ 4 + K_P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_D > 8 \\ K_P > -4 \end{cases}$$

Trên thực tế, $\begin{cases} K_D \geq 0 \\ K_P > 0 \end{cases}$. Nếu $K_D = 0$, ta có bộ điều khiển P (tỉ lệ).

* Điều kiện đủ: Xét ổn định theo tiêu chuẩn Routh:

- Lập bảng Routh:

$$\begin{array}{l} 1 \quad 8 + K_D \\ 5 \quad 4 + K_P \\ b_0 \\ b_1 \end{array}$$

$$\text{Ta có: } b_0 = - \begin{vmatrix} 1 & 8 + K_D \\ 5 & 4 + K_P \end{vmatrix} = 36 + 5K_D - K_P, \quad b_1 = - \begin{vmatrix} 5 & 4 + K_P \\ b_0 & 0 \end{vmatrix} = (4 + K_P)b_0$$

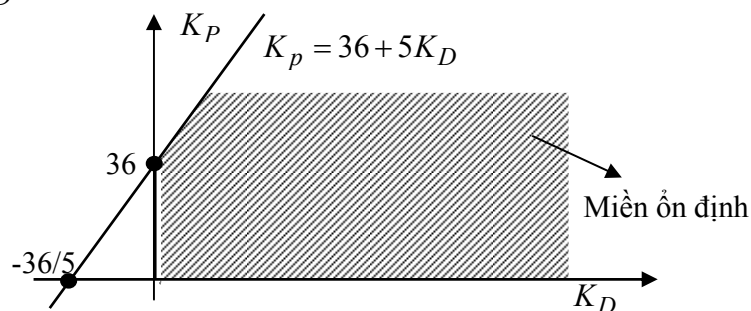
Điều kiện ổn định:

$$\begin{cases} b_0 > 0 \\ b_1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + 5K_D - K_P > 0 \\ 4 + K_P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_P < 36 + 5K_D \\ K_P > -4 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện cần, ta có điều kiện để hệ ổn định là:

$$\begin{cases} K_D \geq 0 \\ K_P > 0 \\ K_P < 36 + 5K_D \end{cases}$$

Vậy miền ổn định là vùng gạch chéo trên hình vẽ 3.4.



Hình 3.4 Biểu diễn miền ổn định trong ví dụ 3.3

3.3.3 Tiêu chuẩn Hurwitz (1895).

* *Phát biểu:* Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là hệ số $a_0 > 0$ và các định thức Hurwitz dương.

* *Cách lập định thức Hurwitz:*

Giả sử hệ thống có phương trình đặc trưng bậc n :

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (3.6)$$

Định thức Hurwitz bậc n :

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{vmatrix}$$

Đường chéo chính của Δ_n bắt đầu từ a_1 đến a_n . Trong cùng một cột, các số hạng trên số hạng thuộc đường chéo chính có chỉ số tăng dần; các số hạng dưới số hạng thuộc đường chéo chính có chỉ số giảm dần. Nếu chỉ số lớn hơn n hoặc nhỏ hơn 0 thì ghi 0. Có tất cả n định thức Hurwitz từ bậc 1 đến bậc n .

* *Ứng dụng:*

- Tiêu chuẩn này thường dùng cho hệ thống có phương trình đặc trưng bậc thấp ($n < 4$).
- Tiêu chuẩn này cũng được dùng để xét ổn định cho cả hệ hở và kín.

Ví dụ 3.4: Xét ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng bậc 2:

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

Giải:

* Điều kiện cần: $a_0, a_1, a_2 > 0$

* Điều kiện ổn định theo Hurwitz:

$$\begin{cases} \Delta_1 = a_1 > 0 \\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \end{cases}$$

Kết hợp cả hai điều kiện trên, ta có điều kiện cần và đủ để một hệ thống có phương trình đặc trưng bậc 2 ổn định là: $a_0, a_1, a_2 > 0$

Nhận xét:

+ Các tiêu chuẩn đại số có thể được sử dụng để xét ổn định cho cả hệ thống hở và hệ thống kín. Tuy nhiên, nếu xét về mức độ phức tạp thì việc tính toán các định thức Hurwitz phức tạp hơn việc lập bảng Routh rất nhiều, nhất là đối với các phương trình đặc tính bậc cao. Vì vậy, trong thực tế thường hay dùng tiêu chuẩn Routh hơn.

+ Có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc Hurwitz để xét điều kiện ở biên giới ổn định của hệ thống. Đối với tiêu chuẩn Routh: số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương. Đối với tiêu chuẩn Hurwitz: định thức Δ_{n-1} bằng 0 còn giá trị các định thức khác dương.

3.4 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

3.4.1 Tiêu chuẩn Mikhailopec

- Dựa vào tính chất tần số của đa thức đặc tính để xét tính ổn định của hệ thống.

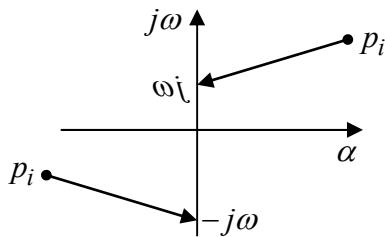
Giả sử hệ thống ĐKTD có PTĐT dạng:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (3.7)$$

có nghiệm là p_i với $i = 1, 2, \dots, n$ thì đa thức đặc tính của nó có thể chuyển sang dạng:

$$A(p) = a_0 \prod_{i=1}^n (p - p_i) \quad (3.8)$$

Nếu xét trên mặt phẳng phức thì mỗi số hạng trong đa thức trên là một vector có chân tại điểm p_i và đỉnh nằm trên trục ảo $j\omega$.



Hình 3.5 Vector $j\omega - p_i$ trên mặt phẳng phức

Nếu p_i nằm bên trái trục ảo thì $\Delta \arg(j\omega - p_i) = \pi$.
 $-\infty \leq \omega \leq \infty$

Nếu p_i nằm bên phải trục ảo thì $\Delta \arg(j\omega - p_i) = -\pi$.
 $-\infty \leq \omega \leq \infty$

(Vector quay theo chiều kim đồng hồ lấy dấu âm còn ngược lại lấy dấu dương).

Biểu đồ vector đa thức đặc tính có thể biểu diễn như sau:

$$A(p) = a_0 \prod_{i=1}^n (p - p_i) = a_0 \prod_{i=1}^n |j\omega - p_i| e^{j \sum_{i=1}^n \arg(j\omega - p_i)} \quad (3.9)$$

$$\text{Vậy, } \Delta \arg A(j\omega) = \sum_{i=1}^n \Delta \arg(j\omega - p_i) = (n - k)\pi - k\pi = (n - 2k)\pi$$

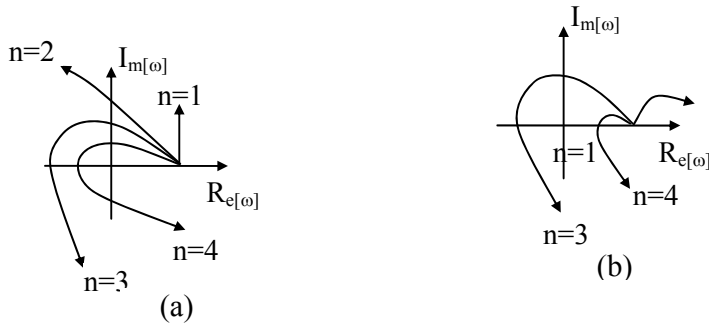
Với k là số nghiệm của PTĐT có phần thực dương. Hệ thống ổn định khi $k = 0$ nên:

$$\Delta \arg A(j\omega) = n\pi \quad \text{hay} \quad \Delta \arg A(j\omega) = n \cdot \pi / 2 \quad \text{vì thường xét } \omega \text{ biến đổi từ } 0 \text{ đến } \infty.$$

Từ những phân tích trên, Mikhailopec đã phát biểu thành tiêu chuẩn ổn định như sau:

Hệ thống ĐKTD có đa thức đặc tính bậc n với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính $A(j\omega)$ xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng $n.\pi/2$ quanh gốc tọa độ và ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ .

Hình 3.6 là biểu đồ vector đa thức đặc tính cho hệ thống ổn định (a) và không ổn định (b).



Hình 3.6 Các dạng biểu đồ vector đa thức đặc trưng

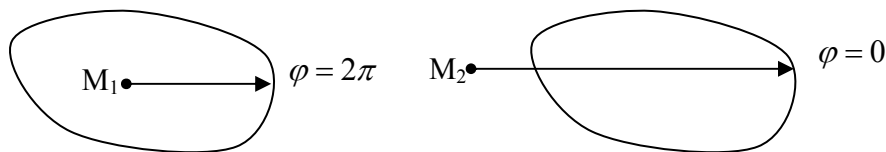
3.4.2 Tiêu chuẩn Nyquist

- Dùng xét ổn định cho cả hệ hở và hệ kín dựa vào đặc tính tần – biên – pha của hệ hở.

* Phát biểu: Nếu PTĐT của hệ hở có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở bao điểm $(-1, j0)$ một góc bằng $k\pi$ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ .

* Khái niệm đường cong bao một điểm:

Kẻ một vector có chân là điểm được bao còn đầu ở trên đường cong. Cho đầu vector trượt từ đầu đường cong đến cuối đường cong. Góc quay φ của vector bằng bao nhiêu thì ta nói đường cong bao điểm đã cho bấy nhiêu (vector quay theo chiều kim đồng hồ thì góc quay lấy dấu âm còn quay ngược chiều kim đồng hồ thì góc quay lấy dấu dương).



Hình 3.7 Sơ đồ mô tả góc bao

Trên hình 3.7, đường cong khép kín bao điểm M_1 một góc bằng 2π và không bao điểm M_2 (góc bao $\varphi = 0$).

* Chứng minh tiêu chuẩn Nyquist:

Giả sử hệ thống hở có hàm truyền đạt: $W_h(p) = \frac{Q(p)}{P(p)}$

Trong đó $P(p)$ là đa thức đặc tính bậc n và $Q(p)$ là đa thức bậc m với $m < n$. Giả sử $P(p)$ có k nghiệm nằm bên phải trục ảo. Như vậy:

$$\Delta \arg P(j\omega) = (n-k)\pi/2 - k\pi/2 = (n-2k)\pi/2 \quad (3.10)$$

$0 \leq \omega \leq \infty$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1+W_h(p)} = \frac{Q(p)}{Q(p)+P(p)} \quad (3.11)$$

Đa thức đặc tính của hệ thống kín là $Q(p)+P(p)$. Theo tiêu chuẩn Mikhailopec, hệ kín sẽ ổn định nếu:

$$\Delta \arg [Q(j\omega)+P(j\omega)] = n\pi/2 \quad (3.12)$$

$0 \leq \omega \leq \infty$

Xét biểu thức $J(j\omega) = 1 + W_h(j\omega) = \frac{Q(j\omega)+P(j\omega)}{P(j\omega)}$

$$\Delta \arg J(j\omega) = \Delta \arg [Q(j\omega)+P(j\omega)] - \Delta \arg P(j\omega) \quad (3.13)$$

$0 \leq \omega \leq \infty \quad \quad \quad 0 \leq \omega \leq \infty \quad \quad \quad 0 \leq \omega \leq \infty$

Khi hệ kín ổn định thì

$$\Delta \arg J(j\omega) = n\pi/2 - (n-2k)\pi/2 = k\pi \quad (3.14)$$

$0 \leq \omega \leq \infty$

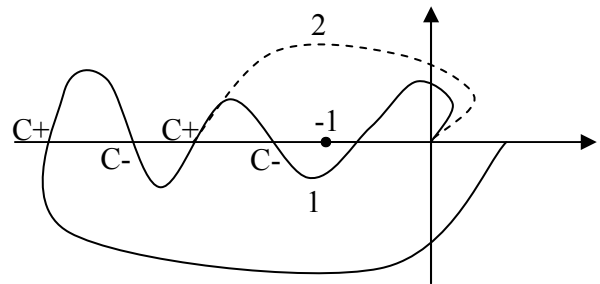
Như vậy, khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ , biểu đồ vector $J(j\omega)$ sẽ bao tâm tọa độ một góc bằng $k\pi$. Biểu đồ $J(j\omega)$ chính là đồ đặc tính TBP của hệ thống hở chuyển sang bên phải 1 đơn vị. Do đó, nếu $J(j\omega)$ bao tâm tọa độ một góc bằng $k\pi$ thì đặc tính TBP của hệ hở cũng bao điểm $(-1, j0)$ một góc bằng $k\pi$ (điều phải chứng minh).

* Trong thực tế thường gặp hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định ($k=0$), lúc đó hệ kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở không bao điểm $(-1, j0)$.

Trong nhiều trường hợp, hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định có đặc tính TBP rất phức tạp nên việc xác định nó bao hay không bao điểm $(-1, j0)$ rất khó khăn. Đối với trường hợp này, ta có thể sử dụng số lần chuyển từ âm sang dương (C+) và từ dương sang âm (C-) của đặc tính TBP của hệ hở trên nửa đường thẳng từ $-\infty$ đến -1 thuộc trục thực.

Nếu $C+ = C-$ thì hệ kín ổn định (đặc tính TBP hệ hở không bao điểm $(-1, j0)$).

Nếu $C+ \neq C-$ thì hệ kín không ổn định.



Hình 3.8 Cách xét ổn định cho các đường đặc tính TBP phức tạp

3.5 PHƯƠNG PHÁP QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ

3.5.1 Đặt vấn đề

Phương pháp này dùng để phân miền ổn định của hệ thống ĐKTD trong tọa độ thay đổi thông số của nó. Ứng với một giá trị cố định của thông số biến đổi, hệ thống có một trạng thái ổn định nào đó. Ta có thể biểu diễn trạng thái ổn định của hệ bằng vị trí nghiệm số của PTĐT trên mặt phẳng phức. Khi giá trị thông số biến đổi thì vị trí nghiệm của PTĐT trên mặt phẳng phức cũng thay đổi. Do sự thay đổi đó mà vị trí các nghiệm số phương trình đặc tính sẽ tạo nên một số quỹ đạo nào đó trong mặt phẳng phức.

Những đoạn quỹ đạo nghiệm số nằm bên trái trục ảo ứng với hệ thống ổn định; giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo cho ta trạng thái hệ thống ở biên giới ổn định và nếu quỹ đạo nghiệm số nằm bên phải trục ảo thì hệ thống không ổn định.

Phương pháp này thường dùng cho hệ có một thông số biến đổi tuyến tính.

3.5.2 Phương pháp xây dựng quỹ đạo nghiệm số

Xét hệ thống có PTĐT bậc n :

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (3.15)$$

Nếu trong hệ thống có một thông số λ biến đổi thì PTĐT sẽ có dạng:

$$A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0 \quad (3.16)$$

trong đó $N(p)$ là đa thức bậc n và $M(p)$ là đa thức bậc m với $m \leq n$.

Từ (3.16) ta có:

$$\lambda = -\frac{N(p)}{M(p)} \quad (3.17)$$

Gọi: p_j'' ($j = 1, 2, \dots, m$) là các nghiệm của phương trình $M(p) = 0$

p_i' ($i = 1, 2, \dots, n$) là các nghiệm của phương trình $N(p) = 0$

p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) là các nghiệm của phương trình $A(p) = 0$

Ta có thể biểu diễn $M(p)$, $N(p)$ và $A(p)$ thông qua dạng tích của các thừa số:

$$M(p) = \prod_{j=1}^m (p - p_j'')$$

$$N(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i')$$

$$A(p) = \prod_{i=1}^m (p - p_i)$$

Khi đó (3.16) sẽ có dạng:

$$A(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i') + \lambda \prod_{j=1}^m (p - p_j'') = 0 \quad (3.18)$$

Để xây dựng quỹ đạo nghiệm số ta cần xác định: điểm xuất phát và điểm kết thúc của quỹ đạo nghiệm số; số lượng quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm; các đường tiệm cận của quỹ đạo, hướng dịch chuyển của quỹ đạo và các điểm đặc biệt.

1. Xác định điểm xuất phát của quỹ đạo nghiệm số.

Ứng với giá trị $\lambda = 0$. Theo (3.18), các nghiệm p_i của $A(p) = 0$ cũng chính là nghiệm p_i' của $N(p) = 0$. Vì bậc của $A(p)$ bằng bậc của $N(p)$ nên quỹ đạo nghiệm số có n điểm xuất phát từ p_i' .

Vậy, ứng với giá trị $\lambda = 0$, quỹ đạo nghiệm số sẽ xuất phát từ n điểm là nghiệm p_i' của $N(p) = 0$.

2. Xác định điểm kết thúc của quỹ đạo nghiệm số

Ứng với giá trị $\lambda = \infty$. PTĐT (3.18) có thể viết dưới dạng:

$$A(p) = \frac{1}{\lambda} \prod_{i=1}^n (p - p_i') + \prod_{j=1}^m (p - p_j'') = 0 \quad (3.19)$$

Khi $\lambda = \infty$, theo (3.19) thì các nghiệm p_i của $A(p) = 0$ cũng chính là nghiệm p_j'' của $M(p) = 0$.

Vậy, ứng với giá trị $\lambda = \infty$, quỹ đạo nghiệm số sẽ kết thúc ở m điểm là nghiệm p_j'' của $M(p) = 0$.

3. Xác định số lượng quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm:

Ứng với một giá trị λ xác định, PTĐT $A(p)$ có n nghiệm sẽ được biểu diễn tương ứng n vị trí trên mặt phẳng phức. Khi λ biến đổi từ 0 đến ∞ , các nghiệm p_i sẽ biến đổi, do đó n nghiệm sẽ vạch nên n đường trên quỹ đạo nghiệm số.

+ Nếu $m < n$, quỹ đạo nghiệm số có m đường khởi đầu từ n nghiệm p_i' và kết thúc ở m nghiệm p_j'' . Vì quỹ đạo nghiệm số có n đường nên sẽ có $(n - m)$ đường khởi đầu từ $(n - m)$ nghiệm p_i' và tiến xa vô cùng.

+ Vì các nghiệm của $A(p) = 0$ có thể có các nghiệm phức liên hợp nên các quỹ đạo nghiệm số đó sẽ đối xứng qua trục thực.

4. Xác định các đường thẳng tiệm cận

Do có $(n - m)$ đường tiến xa vô cùng nên ta phải tìm các đường thẳng tiệm cận cho $(n - m)$ đường đó.

$$p \approx \lambda^{n-m} e^{j \frac{2k+1}{n-m} \pi} + R_0 \quad (k = 0, 1, \dots, n - m - 1) \quad (3.20)$$

với
$$R_0 = \frac{1}{n - m} \left(\sum_{i=1}^n p_i' - \sum_{j=1}^m p_j'' \right) \quad (3.21)$$

(3.20) là phương trình các đường thẳng tiệm cận của $(n - m)$ quỹ đạo tiến xa vô cùng.

Theo (3.20), với $\lambda = 0$ thì $p = R_0 = \text{const}$, tức $(n - m)$ đường tiệm cận đều đi qua 1 điểm (tâm) trên trục hoành có hoành độ R_0 . Các đường tiệm cận này tạo nên một hình sao gồm $(n - m)$ tia. Mỗi tia của hình sao tạo với trục hoành một góc nghiêng là:

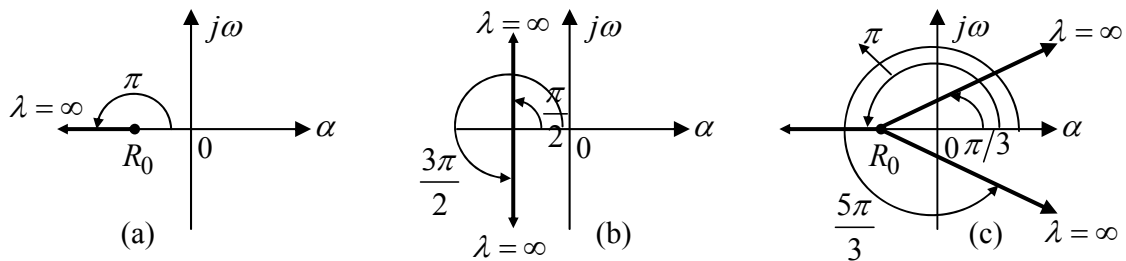
$$\alpha_k = \frac{2k+1}{n-m} \pi \quad (k = 0, 1, \dots, n - m - 1) \quad (3.22)$$

Ví dụ 3.5:

+ Nếu $(n - m) = 1$ thì từ (3.22) ta có:

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n - m} = \pi$$

Đường thẳng tiệm cận chính là một nửa trục hoành tiến ra xa vô cùng như hình 3.9a.



Hình 3.9 minh họa quỹ đạo nghiệm số trong ví dụ 3.5

+ Nếu $(n - m) = 2$ thì từ (3.22) ta có hai đường tiệm cận là (hình 3.9b):

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n - m} = \frac{\pi}{2} \quad (k = 0)$$

$$\alpha_1 = \frac{2 \times 1 + 1}{2} \pi = \frac{3\pi}{2} \quad (k = 1)$$

+ Nếu $(n - m) = 3$ thì từ (3.22) ta có ba đường tiệm cận là (hình 3.9c):

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n - m} = \frac{\pi}{3} \quad (k = 0)$$

$$\alpha_1 = \frac{2 \times 1 + 1}{3} \pi = \pi \quad (k = 1)$$

$$\alpha_2 = \frac{2 \times 2 + 1}{3} \pi = \frac{5\pi}{3} \quad (k = 2)$$

5. Xác định hướng dịch chuyển của quỹ đạo nghiệm

Từ PTĐT (3.16) ta viết lại thành:

$$-\lambda = \frac{N(p)}{M(p)} \quad (3.23)$$

Giả thiết p là số thực, ta xây dựng đồ thị hàm $f(p) = N(p)/M(p)$. Giao điểm của đường cong $f(p)$ với đường thẳng $-\lambda$ sẽ xác định các nghiệm p_i của $A(p) = 0$ ứng với các trị số λ xác định.

Từ các điểm cực trị ($df(p)/dp = 0$) sẽ xác định các điểm các điểm tách khỏi trục thực của mặt phẳng nghiệm.

Từ đồ thị $f(p)$ và đường thẳng $-\lambda$, tùy thuộc vào sự biến đổi của λ mà ta xác định được hướng dịch chuyển của quỹ đạo.

6. Xác định các giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo của mặt phẳng nghiệm

Nghiệm nằm trên trục ảo có giá trị $p = j\omega_c$, khi đó PTĐT có dạng:

$$A(j\omega) = P_A(\omega_c) + jQ_A(\omega_c) = 0 \quad (3.24)$$

Trong (3.24) còn có thông số λ_c chưa biết nên phối hợp giải hai phương trình:

$$\begin{aligned} P_A(\omega_c \lambda_c) &= 0 \\ Q_A(\omega_c \lambda_c) &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

ta sẽ xác định được giá trị tần số ω_c và λ_c ở giao điểm quỹ đạo nghiệm số và trục ảo.

3.5.3 Trình tự xây dựng quỹ đạo nghiệm số

1. Xác định các điểm đầu và điểm cuối của quỹ đạo

- Viết PTĐT dạng: $N(p) + \lambda M(p) = 0$
- Điểm đầu của quỹ đạo ứng với n nghiệm của $N(p) = 0$
- Điểm cuối của quỹ đạo ứng với m nghiệm của $M(p) = 0$

2. Xác định các đường thẳng tiệm cận của $(n - m)$ quỹ đạo tiến ra xa vô cùng

- Tâm hình sao của các tia tiệm cận có hoành độ:

$$R_0 = \frac{1}{n - m} \left(\sum_{i=1}^n p_i' - \sum_{j=1}^m p_j'' \right)$$

- Góc tạo bởi các tia của hình sao và trục hoành:

$$\alpha_k = \frac{2k + 1}{n - m} \pi \quad (k = 0, 1, \dots, n - m - 1)$$

3. Xác định điểm tách khỏi trục thực và hướng dịch chuyển của quỹ đạo

- Vẽ đồ thị hàm để tìm hướng dịch chuyển của quỹ đạo:
- Tính đạo hàm $(df(p)/dp = 0)$ để tìm điểm tách khỏi trục thực.

Nếu có nhiều điểm cực đại, ta phải chọn điểm có $\lambda < 0$ để phù hợp với phương trình (3.23)

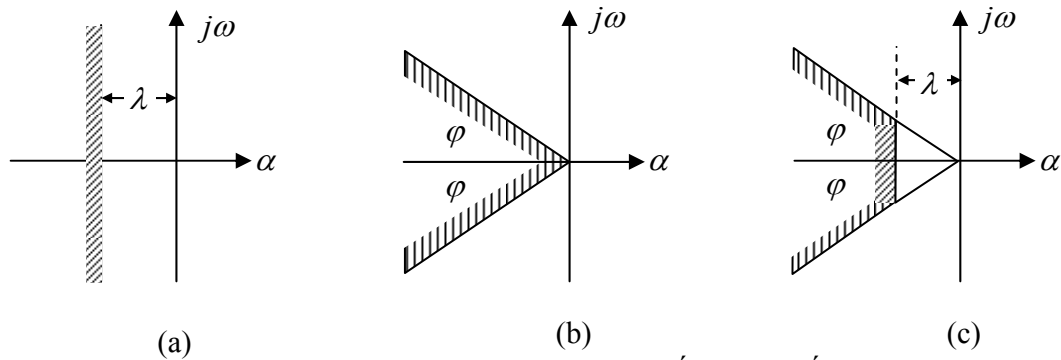
4. Xác định giao điểm của trục ảo và quỹ đạo nghiệm

Giải các phương trình (3.25) để tìm ra ω_c và λ_c .

3.6 ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH

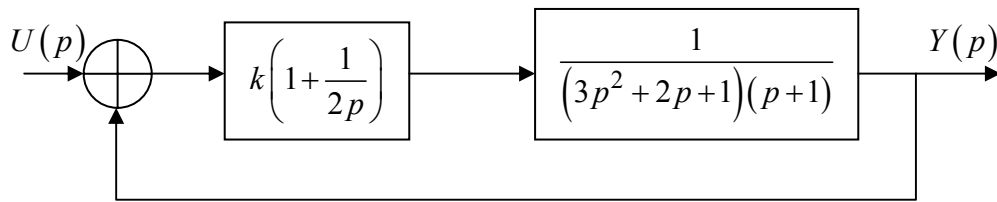
Để đánh giá được chính xác quá trình quá độ ta phải biết chính xác nghiệm của PTĐT, có nghĩa là phải giải được PTĐT, nhưng việc này rất khó thực hiện. Tuy nhiên, có thể không cần giải PTĐT mà biết được vùng phân bố nghiệm số của nó trên nửa mặt phẳng nằm bên trái trục ảo. Ví dụ, có thể tìm được giá trị λ là giá trị phần thực của nghiệm số gần trục ảo nhất so với các nghiệm khác. Như vậy, vùng gạch sọc trên hình 3.10a là vùng phân bố nghiệm số của PTĐT. Giá trị λ được gọi là hệ số tắt dần, mức độ ổn định hay độ dự trữ ổn định của hệ thống. Như vậy, với độ dự trữ nhỏ, hệ thống có thể từ ổn định trở nên mất ổn định khi thông số của nó vì một lý do nào đó mà bị thay đổi một cách đáng kể. Bởi vậy, khi thiết kế cần phải lựa chọn độ dự trữ ổn định có độ lớn cần thiết.

Cũng có thể không cần giải PTĐT mà tìm được giá trị góc 2φ , tương ứng với phần gạch sọc trên hình 3.10b, trong đó phân bố tất cả các nghiệm số của PTĐT. Giá trị $m = -\cotg\varphi$ được gọi là mức độ dao động của hệ thống. Cả λ và m đều là những chỉ tiêu gián tiếp đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Nếu kết hợp λ và m ta sẽ được sự phân bố nghiệm của PTĐT trong phần gạch sọc trên hình 3.10c.



Hình 3.10 Các vùng phân bố nghiệm số

Ví dụ 3.6: Tìm k để hệ thống ĐKTD như hình 3.11 có hệ số tắt dần $\lambda = 0.1$.



Hình 3.11 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển

Giải:

* Hàm truyền đạt của hệ hở:

$$W_h(p) = \frac{k(2p+1)}{2p(3p^2+2p+1)(p+1)}$$

* Hàm truyền đạt của hệ kín:

$$W_k(p) = \frac{k(2p+1)}{2p(3p^2+2p+1)(p+1) + k(2p+1)}$$

* PTĐT của hệ thống kín:

$$2p(3p^2+2p+1)(p+1) + k(2p+1) = 0$$

$$\text{hay} \quad 6p^4 + 10p^3 + 6p^2 + 2p(k+1) + k = 0 \quad (3.26)$$

Thay $p = s - 0.1$ ta có (3.23) tương đương với:

$$6s^4 + 7.6s^3 + 3.36s^2 + (2k + 1.076)s + 0.8k - 0.1494 = 0$$

Hệ có hệ số tắt dần λ trong tọa độ p sẽ tương ứng với hệ ở biên giới ổn định trong tọa độ s . Có hai trường hợp xảy ra: hoặc PTĐT có nghiệm thực bằng 0 ($s = 0$), hoặc PTĐT có nghiệm thuần ảo.

+ Hệ có nghiệm thực bằng 0 thì hệ số $a_n = 0$ và phần còn lại phải có nghiệm nằm bên trái trục ảo. Vậy ta có: $0.8k - 0.1494 = 0 \Leftrightarrow k = 0.187$

Thay k vào phần còn lại của phương trình ta được:

$$s = 0 \quad \text{và} \quad 6s^3 + 7.6s^2 + 3.36s + 1.45 = 0$$

Phương trình này có nghiệm nằm bên trái trục ảo vì $a_1 \cdot a_2 = 25.536 > a_0 \cdot a_3 = 8.7$

Vậy khi $k = 0.187$, hệ có hệ số tắt dần bằng 0.1 và nghiệm gần trục ảo nhất là một nghiệm thực.

+ Trường hợp phương trình đặc tính có nghiệm thuần ảo: ta có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc Hurwitz để xét. Giả sử dùng tiêu chuẩn Routh.

Lập bảng Routh:

6	3.36	$0.8k - 0.1494$
7.6	$2k + 1.076$	0
$19.08 - 12k$	$6.08 - 1.13544$	0
$-24k^2 - 20.96k + 29.16$		

Vậy hệ ở biên giới ổn định khi:

$$\begin{cases} 19.08 - 12k > 0 \\ -24k^2 - 20.96k + 29.16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = 0.749 \text{ (chỉ lấy } k \text{ dương)}$$

Vậy khi $k = 0.749$, hệ có hệ số tắt dần bằng 0.1 và nghiệm gần trục ảo nhất là một cặp nghiệm phức.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 3

Vấn đề quan trọng nhất trong chương 3 là điều kiện để hệ thống ĐKTD ổn định. Tính ổn định sẽ phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc trưng, hệ thống sẽ ổn định khi và chỉ khi tất cả các nghiệm của PTĐT có phần thực âm, hay nói cách khác tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố ở bên trái mặt phẳng phức.

Chương này cũng đã đề cập đến một số phương pháp thường dùng khi xét tính ổn định của hệ thống, một trong những yêu cầu đầu tiên khi sử dụng một hệ thống điều khiển tự động. Ta lưu ý một số đặc điểm:

+ Nếu phương trình đặc trưng của hệ thống có ít nhất một hệ số âm thì có thể kết luận hệ thống đó không ổn định

+ Tiêu chuẩn Routh thường được dùng để xét ổn định của hệ thống vì đối với các hệ thống có phương trình đặc tính bậc cao, việc tính toán các định thức Hurwitz rất phức tạp

+ Các tiêu chuẩn ổn định tần số (Mikhailope, Nyquist) thường được dùng khi có sự trợ giúp của máy tính (và thường dùng phần mềm Matlab) vì chúng xét ổn định của hệ thống dựa vào biểu đồ vector đa thức đặc trưng.

+ Phương pháp xét ổn định cho hệ thống có thông số thay đổi dựa trên quỹ đạo nghiệm số ít được sử dụng vì chúng ta thường xét các hệ thống có thông số bất biến theo thời gian (hệ thống dừng).

+ Độ dự trữ ổn định của hệ thống điều khiển tự động không những đảm bảo khả năng ổn định của hệ thống khi có thông số thay đổi mà còn ảnh hưởng đến tính chất quá độ của hệ thống. Trị số cụ thể của độ dự trữ ổn định được chọn dựa vào yêu cầu của quá trình quá độ

BÀI TẬP

Bài 1.

Hệ thống ĐKTD có hàm truyền đạt của hệ hở như sau:

$$W_h(p) = \frac{3p+1}{3p(4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p+1)}$$

Hệ hở:

- Ổn định
- Không ổn định
- Ở biên giới ổn định

Bài 2.

Xét tính ổn định của hệ kín có hàm truyền đạt của hệ hở như trên? Hãy xét xem hệ kín thỏa mãn nhận xét nào sau ?

- Ổn định
- Không ổn định
- Ở biên giới ổn định

Bài 3.

Cho hệ thống có đối tượng điều khiển dạng

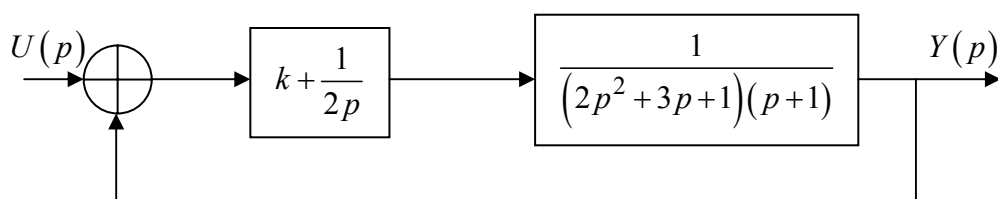
$$W_0(p) = \frac{1}{p^3 + 5p^2 + 8p + 4}$$

và bộ điều khiển $W_c(p) = K_P + \frac{K_I}{p}$

Xác định miền hiệu chỉnh của các tham số?

Bài 4.

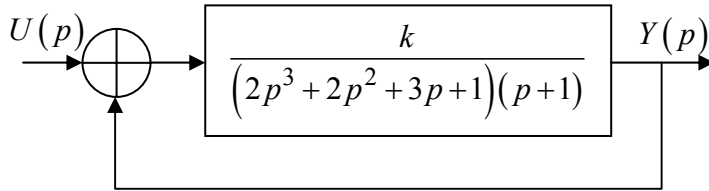
Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình sau:



Dùng tiêu chuẩn đại số tìm k giới hạn để hệ thống kín ổn định?

Bài 5.

Hệ thống ĐKTD có sơ đồ cấu trúc như hình sau



Dùng tiêu chuẩn Nyquist xác định giới hạn k để hệ ổn định?

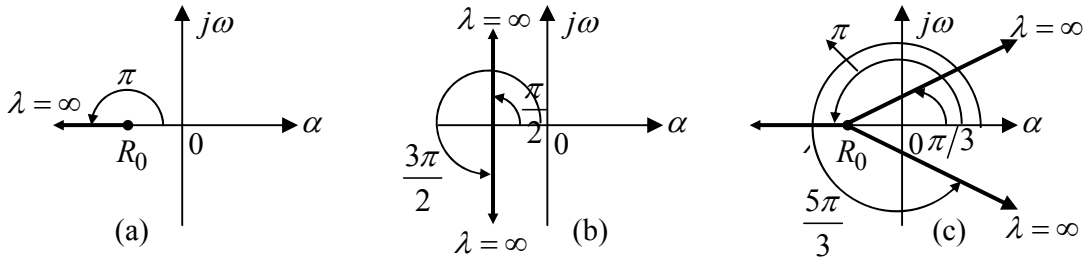
Bài 6.

Hệ thống ở biên giới ổn định nếu:

- Các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh dương
- Số hạng đầu trong cột đầu tiên của bảng Routh dương và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0
- Số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

Bài 7.

Theo phương pháp quỹ đạo nghiệm số, hình nào dưới đây mô tả đường tiệm cận của hệ thống tương ứng với $n - m = 1$?



- a
- b
- c

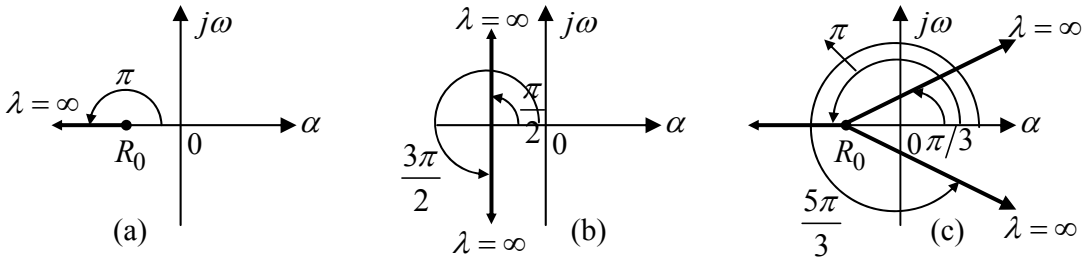
Bài 8.

Muốn xét tính ổn định của một hệ thống ĐKTD, ta chỉ phải xét quá trình xác lập, đúng hay sai?

- Đúng
- Sai

Bài 9.

Theo phương pháp quỹ đạo nghiệm số, hình nào dưới đây tương ứng với $n - m = 3$?



- a. a
- b. b
- c. c

Bài 10.

Theo tiêu chuẩn Mikhailopec, hệ thống ĐKTD có đa thức đặc tính bậc n với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính $A(j\omega)$ xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng bao nhiêu quanh gốc tọa độ và ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ .

- a. $n\pi$
- b. $n\pi/4$
- c. $n\pi/2$

Bài 11.

Theo tiêu chuẩn Nyquist, nếu hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định ($k = 0$), lúc đó hệ kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở có đặc điểm gì?

- a. Bao điểm $(-1, j0)$
- b. Không bao điểm $(-1, j0)$

Bài 12.

Theo tiêu chuẩn Nyquist, nếu PTĐT của hệ hở có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở bao điểm $(-1, j0)$ một góc bằng bao nhiêu khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ .

- a. $k\pi$
- b. $k\pi/2$
- c. $2k\pi$

Bài 13.

Cho hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{4}{Tp^2 + p + 1}$$

Với $T = 2$ thì hệ kín tương ứng có ổn định không?

Bài 14.

Hàm truyền đạt của hệ hở có dạng: $W_h(p) = \frac{k}{p^2 + p + 1}$. Với điều kiện nào của k thì hệ kín tương ứng ổn định?

CHƯƠNG IV. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

4.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Ổn định là điều kiện cần đối với một hệ thống ĐKTD. Tuy nhiên, một hệ thống ổn định nhưng chất lượng có thể chưa cao vì một số lý do:

- + Sai lệch điều khiển lớn hay nói cách khác là độ chính xác điều khiển kém.
- + Thời gian quá trình quá độ có thể kéo quá dài gây ra độ tác động chậm,
- + Độ dao động của hệ thống khi tiến đến trạng thái xác lập lớn dẫn đến tổn thất năng lượng của hệ thống lớn.

...

Do vậy nhìn chung, chất lượng của hệ thống ĐKTD được đánh giá qua chỉ tiêu tính ổn định và chỉ tiêu chất lượng ở trạng thái xác lập và quá trình quá độ. Quá trình quá độ của hệ thống được đánh giá bằng độ dự trữ dao động và thời gian quá độ. Có rất nhiều phương pháp để đánh giá chất lượng trạng thái quá độ như đánh giá theo sự phân bố nghiệm số của PTĐT, theo đặc tính TBP của hệ hở... Trạng thái xác lập của hệ thống được đánh giá qua sai số xác lập của hệ thống.

Có thể có nhiều yêu cầu về chất lượng cùng một lúc được đặt ra khi hệ làm việc với một tín hiệu vào nhất định nào đó. Khi khảo sát quá trình điều khiển của các hệ ổn định, người ta dùng tín hiệu vào có dạng thường gặp như dạng bậc thang đơn vị, dạng hàm tăng dần đều hay sóng điều hòa để khảo sát.

Do các vấn đề ổn định của hệ thống đã được xét ở chương 3, trong chương này sẽ đề cập về các nội dung sau:

- Đánh giá chất lượng của hệ thống ở trạng thái xác lập
- Quá trình quá độ của hệ thống và phân tích các chỉ tiêu chất lượng
- Đánh giá chất lượng của hệ thống qua tiêu chuẩn tích phân để tính sai số của hệ thống.

4.2 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở TRẠNG THÁI XÁC LẬP

Trạng thái xác lập của hệ thống là trạng thái khi hệ thống có tác động đầu vào $u(t)$ và sau khi kết thúc quá trình quá độ (hay quá trình chuyển trạng thái) thì hệ thống sẽ thiết lập một trạng thái ổn định mới. Ở trạng thái xác lập mới này, hệ thống sẽ có một sai số nào đó tùy thuộc vào tham số và cấu trúc của hệ thống.

Trạng thái xác lập của hệ thống được đánh giá bằng sai lệch dư của điều khiển. Nó là giá trị sai lệch còn tồn tại sau khi quá trình điều khiển kết thúc. Chỉ tiêu về độ chính xác của điều khiển này do yêu cầu của quy trình công nghệ đặt ra mà hệ thống điều khiển nhất thiết phải đáp ứng được. Giá trị sai lệch dư theo lý thuyết được ký hiệu là δ và được tính theo công thức:

$$\partial = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (4.1)$$

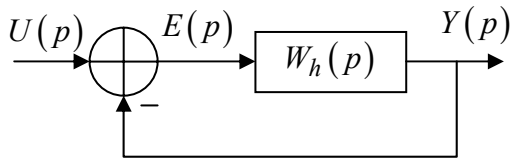
trong đó $e(t)$ là sai lệch động còn tồn tại trong quá trình điều khiển.

* Tính sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập (sai lệch tĩnh):

Tính sai lệch $E(p)$ khi biết $U(p)$?

Xét hệ thống như hình 4.1 với $W_h(p)$ là hàm truyền đạt hở của hệ thống:

$$W_h(p) = \frac{Y(p)}{E(p)} = \frac{k}{p^i} \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + 1}{a_0 p^{n-i} + a_1 p^{n-i-1} + \dots + 1} \quad (4.2)$$



Hình 4.1 HTĐKTD điện hình

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (4.3)$$

Vậy:

$$E(p) = \frac{1}{1 + W_h(p)} U(p) \quad (4.4)$$

Sai số ở trạng thái xác lập, ∂ , là: $\partial = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$

Theo định lý tiên tiến giới hạn ảnh và gốc trong biến đổi Laplace:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \quad (4.5)$$

$$\text{Vậy:} \quad \partial = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + W_h(p)} U(p) \quad (4.6)$$

1. Khi tín hiệu vào $u(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$

Ta có: $\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + W_h(p)}$

2. Khi $u(t) = kt \Rightarrow U(p) = k/p^2$

Ta có:
$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + W_h(p)} \cdot \frac{k}{p}$$

Ví dụ 4.1:

Tín hiệu vào có dạng bậc thang đơn vị $u(t) = 1(t) \Rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$

a. Nếu hệ là khâu quán tính $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$ thì sai lệch tĩnh được xác định:

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + \frac{k}{Tp+1}} \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{k+1}$$

Sai số tĩnh hầu như tỉ lệ nghịch với hệ số khuếch đại.

b. Nếu hệ là khâu quán tính cùng với một khâu tích phân:

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + \frac{1}{p} \left(\frac{k}{Tp+1} \right)} \cdot \frac{1}{p} = 0$$

Sai lệch tĩnh bằng 0 và hệ được gọi là vô sai tĩnh hay vô sai cấp 1 (Astatic)

Ví dụ 4.2:

Nếu tín hiệu vào là hàm tăng dần đều $u(t) = t \Rightarrow U(p) = 1/p^2$, hệ cũng là khâu quán tính và một khâu tích phân. Sai lệch tĩnh được tính như trên:

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + \frac{1}{p} \left(\frac{k}{Tp+1} \right)} \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{k}$$

Hệ không còn là vô sai tĩnh và sai lệch tĩnh tỉ lệ nghịch với hệ số khuếch đại của hệ thống.

Khâu tích phân và hệ số khuếch đại có ảnh hưởng lớn trong việc xác định sai lệch tĩnh của hệ thống. Nếu tách riêng hai thành phần này trong hàm truyền đạt hở của hệ thống, ta có:

$$W_h(p) = \frac{k}{p^r} \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + 1}{a_0 p^{n-r} + a_1 p^{n-r-1} + \dots + 1} \quad (4.7)$$

và r là bậc vô sai tĩnh của hệ thống.

Bảng 4.1 là kết quả của một số trường hợp thường gặp. Ở đây k_p, k_v, k_a tương ứng là hệ số khuếch đại với trường hợp tín hiệu vào là không đổi, tốc độ tín hiệu vào không đổi và gia tốc của tín hiệu vào không đổi.

Bậc vô sai tĩnh	$r = 0$	$r = 1$	$r = 2$
Tín hiệu vào			
$u(t) = 1(t), U(p) = 1/p$	$1/(1+K_p)$	0	0
$u(t) = t, U(p) = 1/p^2$	∞	$1/k_v$	0
$u(t) = (1/2)t^2, U(p) = 1/p^3$	∞	∞	$1/k_a$

Bảng 4.1

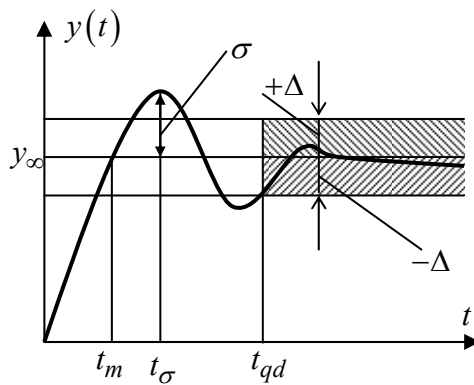
4.3 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Một hệ thống ĐKTD được gọi là ổn định khi tín hiệu ra của hệ thống tắt dần theo thời gian:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = 0 \quad (4.8)$$

hay là tín hiệu ra của hệ khi tín hiệu vào $u(t)$ là hàm đơn vị ($u(t) = 1(t)$) sẽ tiến tới một giá trị ổn định là hằng số.

Hình 4.2 là hàm quá độ của một hệ điều khiển. Các chất lượng được đánh giá trực tiếp gồm:



Hình 4.2 Hàm quá độ của một hệ điều khiển

1. Sai lệch tĩnh

Sai lệch tĩnh xác định độ chính xác tĩnh của hệ thống:

$$\delta = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \quad (4.9)$$

2. Độ quá điều chỉnh

Độ quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100 \quad (4.10)$$

3. Thời gian quá độ

Thời gian quá độ t_{qd} được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ $y(t)$ không vượt ra khỏi biên giới của miền giới hạn Δ quanh trị số xác lập. $\Delta = \pm 5\%y_{\infty}$ hay có khi dùng $\Delta = \pm 2\%y_{\infty}$.

4. Thời gian đáp ứng

Thời gian đáp ứng t_m xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ lần đầu tiên đạt được trị số xác lập y_{∞} khi có quá điều chỉnh.

5. Thời gian có quá điều chỉnh

Thời gian có quá điều chỉnh t_{σ} được xác định bởi thời điểm hàm quá độ đạt cực đại.

6. Số lần dao động

Số lần dao động N được tính bởi số lần mà hàm quá độ dao động quanh trị số xác lập trong thời kỳ quá độ ($0 < t < t_{qd}$).

σ , t_{σ} và N đặc trưng cho tính chất suy giảm của quá trình quá độ.

t_{qd} , t_m đặc trưng cho tính chất tác động nhanh của hệ.

Như vậy, chất lượng ở quá trình quá độ được đánh giá qua các chỉ tiêu như độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, thời gian đáp ứng, thời gian có quá điều chỉnh...

Có hai phương pháp đánh giá chất lượng này là phương pháp trực tiếp và phương pháp gián tiếp. Phương pháp trực tiếp dựa trên việc đo và xác định chất lượng của hệ theo tín hiệu đầu ra như hàm quá độ. Phương pháp gián tiếp xác định ảnh hưởng cấu trúc và thông số của hệ thống đối với tác động nhanh... của quá trình quá độ. Ở đây ta chỉ xét phương pháp trực tiếp, và cụ thể là đánh giá chất lượng quá độ theo sự phân bố nghiệm của PTĐT.

Hệ thống ĐKTD có hàm truyền đạt:

$$W_k(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{Q(p)}{P(p)} \quad (4.11)$$

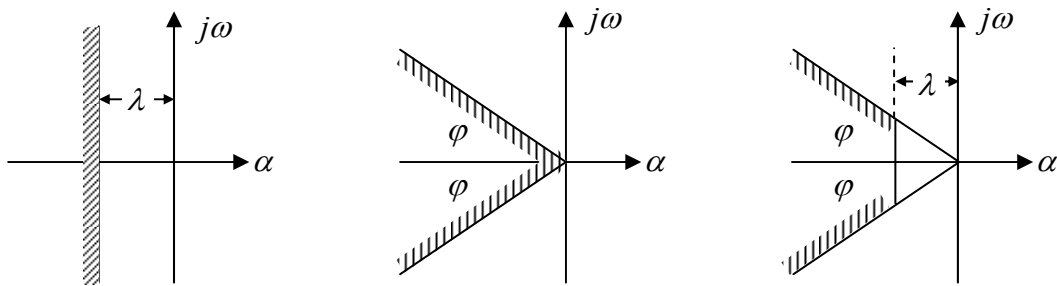
Nếu đầu vào của hệ thống cho tác động một xung đơn vị, nghĩa là $U(p) = 1$ thì đầu ra sẽ nhận được hàm trọng lượng và chuyển đổi Laplace của nó chính là hàm truyền đạt của hệ thống.

Phần này ta chỉ xét cho trường hợp hệ thống ổn định khi tất cả các nghiệm của PTĐT $P(p) = 0$ nằm bên trái trục ảo. Dựa vào nghiệm của PTĐT có thể đánh giá được phần nào chất lượng của quá trình quá độ.

- Nếu tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố trên trục thực thì hệ thống không dao động.
- Nếu có nghiệm ngoài trục thực thì hệ thống sẽ dao động.

Giải quyết vấn đề này ta có thể dựa vào độ dự trữ ổn định (hệ số tắt dần) và độ dự trữ dao động của hệ thống.

Muốn cho hệ thống có độ dự trữ ổn định λ cho trước, ta chỉ cần thay $p = -\lambda + j\omega$ vào PTĐT của hệ thống và tiến hành phân vùng ổn định để biết vùng nào có độ dự trữ ổn định cao hơn.



Hình 4.3 Các vùng phân bố nghiệm số

Nếu cần giới hạn độ dự trữ dao động của hệ thống là m thì phải thay $p = \omega(m + j)$ vào PTĐT khi ω thay đổi từ $-\infty$ đến 0 và thay $p = \omega(-m + j)$ vào PTĐT khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ . Hai đường này kết hợp với nhau tạo thành một đường ranh giới chia vùng ổn định thành hai phần, một phần có độ dự trữ dao động $< m$, còn phần kia có độ dự trữ dao động $> m$. Để phân biệt được vùng nào hệ ít dao động hơn cũng sử dụng nguyên lý gạch sọc như phân miền D. Vùng nào có gạch sọc nhiều hơn thì hệ ít dao động hơn.

Chúng ta cũng có thể phân vùng trong tọa độ các tham số sao cho hệ thống có độ dự trữ ổn định là λ và độ dự trữ dao động là m . Muốn vậy ta chia ω thành 3 đoạn: đoạn 1 ω thay đổi từ $-\infty$ đến $-\lambda/m$, đoạn 2 từ $-\lambda/m$ đến λ/m và đoạn 3 thay đổi từ λ/m đến ∞ . Trong đoạn thứ 2, việc phân vùng dựa vào độ dự trữ ổn định λ còn hai đoạn kia dựa vào độ dự trữ dao động m . Kết quả của 3 đoạn này sẽ tạo ra một vùng ổn định thỏa mãn về giới hạn λ và m .

Tính tắt dần của quá trình quá độ cơ bản được giải quyết bằng giá trị λ và được xác định gần đúng theo công thức:

$$e(t) = e_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (4.12)$$

Trong đó e_0 là giá trị sai lệch ban đầu. Nếu quá trình điều khiển đòi hỏi phải xảy ra trong khoảng thời gian t_d và sai lệch tĩnh là ∂ thì có thể xác định giá trị λ theo:

$$\lambda = \ln[e_0/\varrho]/t_d \quad (4.13)$$

Tính dao động của hệ thống ĐKTD có thể được đánh giá gần đúng thông qua giá trị m , tức thông qua nghiệm số của PTĐT nằm trên đường ranh giới với m . Ta có:

$$e(t) = e_0 \cdot e^{\omega(-m+j)t} \quad (4.14)$$

Biên độ dao động sau thời gian một nửa chu kỳ $t = T/2$ là:

$$e(T/2) = e_0 \cdot e^{-m\omega T/2} = e_0 \cdot e^{-m\pi} \quad (4.15)$$

Độ quá điều chỉnh của hệ thống có thể xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{e(T/2)}{e_0} = e^{-m\pi} \quad (4.16)$$

Như vậy có thể xác định giá trị m tới hạn khi hệ thống đòi hỏi có độ quá điều chỉnh $\sigma\%$ cho trước theo công thức:

$$m = -\frac{\ln \sigma}{\pi} \quad (4.17)$$

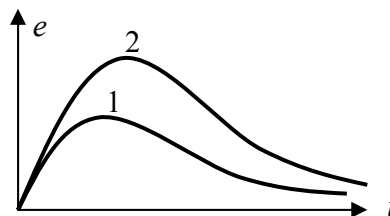
4.4. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG QUA TIÊU CHUẨN TÍCH PHÂN

Ở đây ta sẽ đánh giá chất lượng hệ thống qua tiêu chuẩn tích phân. Quá trình quá độ điều khiển có thể được đánh giá là tốt hay xấu thông qua giá trị tích phân của sai lệch giữa giá trị chủ đạo và giá trị tức thời đo được của đại lượng cần điều khiển.

Gọi tín hiệu ra của hệ thống là $y(t)$, giá trị của nó ở trạng thái xác lập là y_0 , sai lệch của cả quá trình điều khiển là $e(t) = y(t) - y_0$.

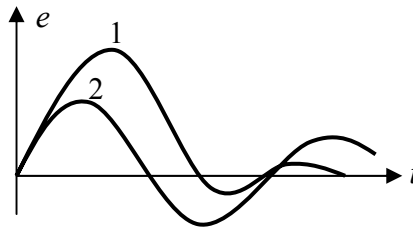
Đối với hệ thống không dao động với sai lệch của tín hiệu điều khiển được mô tả trong hình 4.4 có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân dạng I_1 để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ.

$$I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (4.18)$$



Hình 4.4 Quá độ không dao động

I_1 chính là diện tích hình được tạo bởi đường cong và hai trục tọa độ. Theo hình 4.4, quá trình quá độ trường hợp 1 tốt hơn, giá trị của I_1 trong trường hợp 1 nhỏ hơn. Vậy I_1 càng nhỏ thì quá trình quá độ xảy ra càng nhanh và ngược lại. Quá trình quá độ sẽ tốt nhất nếu $I_1 \rightarrow \min$.



Hình 4.5 Quá độ có dao động

Đối với hệ có dao động thì I_1 lại không sử dụng được vì lúc đó, giá trị tích phân có lúc dương, lúc âm phụ thuộc vào dấu của e nên I_1 có giá trị nhỏ nhưng lại không phản ánh đúng chất lượng về hệ thống. Theo hình 4.5, ta nhận thấy quá trình quá độ theo đường 1 tốt hơn nhưng nếu tính theo I_1 thì nó lại cho giá trị lớn hơn. Trong trường hợp này, ta phải sử dụng tích phân dạng:

$$I_2 = \int_0^{\infty} |e| dt \quad (4.19)$$

Với công thức này, dấu của e không còn ảnh hưởng tới giá trị của tích phân nữa. Theo hình 4.5, giá trị I_2 của đường 1 nhỏ hơn đường 2 và quá trình điều khiển sẽ tốt nhất nếu $I_2 \rightarrow \min$.

Tuy I_2 có thể sử dụng để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ có hay không có dao động nhưng trên thực tế nó ít được sử dụng vì muốn tính theo (4.19) thì phải biết trước đường biến thiên của e .

Để thuận tiện cho việc đánh giá quá trình quá độ, người ta sử dụng tiêu chuẩn tích phân bình phương sai lệch được tính theo công thức dạng:

$$I_3 = \int_0^{\infty} e^2 dt \quad (4.20)$$

Cực tiểu của I_3 ứng với tỉ số tắt dần $\zeta = 0.5$ của hệ bậc hai, có độ quá điều chỉnh lớn hơn ở I_2 . I_3 xem nhẹ những diện tích bé vì bình phương của một số nhỏ sẽ nhỏ hơn trị số tuyệt đối của nó. Tuy vậy, I_3 cho phép tính toán và thực hiện đơn giản hơn I_2 .

Biến đổi Fourier ngược có dạng:

$$e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (4.21)$$

nên nếu nhân hai vế với $e(t)$ và lấy tích phân theo t từ 0 đến ∞ , ta có:

$$I_3 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega) \left[\int_0^{\infty} e(t) e^{j\omega t} dt \right] d\omega \quad (4.22)$$

vì
$$\int_0^{\infty} e(t) e^{j\omega t} dt = E(-j\omega)$$

nên cuối cùng
$$I_3 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega$$

Đây là biểu thức Parseval cho phép tính I_3 và thông số tối ưu của hệ thống theo I_3 .

Ta có thể viết

$$I_3 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{b(p)b(-p)}{a(p)a(-p)} dp \quad (4.23)$$

trong đó:

$$b(p) = b_0 p^{n-1} + b_1 p^{n-2} + \dots + b_{n-1}$$

$$a(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n$$

Với $n=1$, $I_3 = \frac{b_0^2}{2a_1 a_2}$

Với $n=2$, $I_3 = \frac{b_0^2 a_2 + b_1^2 a_0}{2a_2 a_1 a_0}$

Với $n=3$, $I_3 = \frac{b_0^2 a_2 a_3 + (b_1^2 - 2b_0 b_2) a_0 a_3 + b_2^2 a_0 a_1}{2a_0 a_3 (-a_0 a_3 + a_1 a_2)}$

Các tích phân trên có một nhược điểm cơ bản là chưa đánh giá ảnh hưởng của tốc độ thay đổi của e lên chất lượng quá trình quá độ. Vì vậy chưa thể khẳng định chắc chắn là giá trị tích phân nhỏ nhất sẽ tương ứng với quá trình điều khiển tốt nhất. Trong nhiều trường hợp, khi chọn được tham số của hệ thống để I_3 là nhỏ nhất nhưng dẫn đến kết quả là hệ thống dao động rất lớn mà thực tế điều khiển không thể chấp nhận được. Để khắc phục nhược điểm này, có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân dạng:

$$I_4 = \int_0^{\infty} \left[e^2 + \alpha \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt \quad (4.24)$$

trong đó α là giá trị cố định, thông thường α được chọn trong khoảng $\frac{t_{qd}}{6} < \alpha < \frac{t_{qd}}{3}$.

I_4 cho ta sự đánh giá đầy đủ về chất lượng quá trình quá độ. Khi $I_4 \rightarrow \min$ nghĩa là đạt được I_3 nhỏ nhưng tốc độ thay đổi của sai lệch cũng không cao. Đối với từng hệ thống riêng biệt phải chọn được giá trị α thích hợp, có thể chọn α nhỏ cho quá trình cho phép dao động lớn.

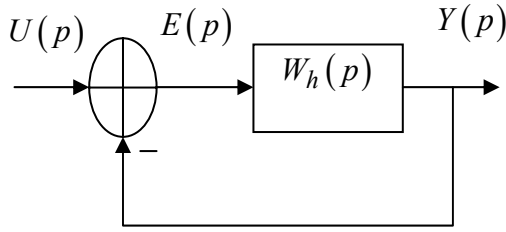
Ví dụ 4.3:

Hãy xác định I_3 của hệ có hàm truyền đạt:

$$W_k(p) = \frac{1}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1}$$

và xác định thông số tối ưu của A, B để I_3 đạt cực tiểu?

Giải:



Hình 4.6 Hệ thống ĐKTD điển hình

Từ mối quan hệ giữa hàm truyền đạt của hệ hở và kín, ta có:

$$E(p) = \frac{1}{1+W_h(p)} U(p) = [1-W_k(p)] U(p)$$

Khi tín hiệu vào có dạng bậc thang đơn vị:

$$\begin{aligned} E(p) &= \left[1 - \frac{1}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1} \right] \frac{1}{p} \\ &= \frac{p^2 + Ap + B}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1} \end{aligned}$$

$$\text{Với } n=3, I_3 = \frac{b_0^2 a_2 a_3 + (b_1^2 - 2b_0 b_2) a_0 a_3 + b_2^2 a_0 a_1}{2a_0 a_3 (-a_0 a_3 + a_1 a_2)}$$

$$\text{trong đó: } \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = A \\ a_2 = B \\ a_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = A \\ b_2 = B \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I_3 = \frac{B + (A^2 - 2B) + AB^2}{2(-1 + AB)} = \frac{B(AB - 1) + A^2}{2(AB - 1)} = \frac{B}{2} + \frac{A^2}{2(AB - 1)}$$

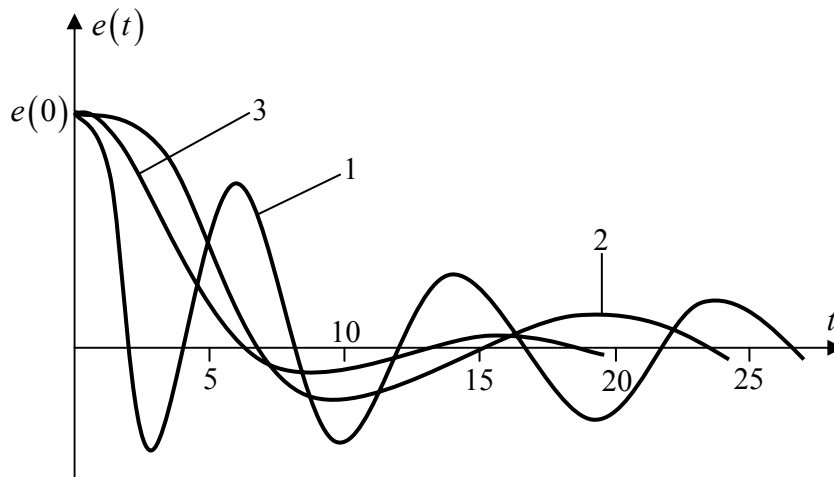
Lấy đạo hàm riêng theo A và B , cân bằng 0 ta có:

$$\frac{\partial I_3}{\partial A} = \frac{2A(AB - 1)A^2 B}{2(AB - 1)^2} = 0$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial B} = \frac{1 - A^3 / (AB - 1)^2}{2}$$

và xác định được $A^* = 1, B^* = 2$ ứng với $I_{3\min} = 1.5$.

Đặc tính quá độ của $e(t)$ như hình 4.7. Rõ ràng là theo chỉ tiêu chất lượng I_3 , độ quá điều chỉnh khá lớn. Ở hình 4.7 có ba đường cong có cùng một trị số I_3 nhưng đường 1 có chất lượng động xấu nhất và đường 3 có chất lượng tốt nhất.



Hình 4.7 Các dạng đặc tính quá độ của sai lệch $e(t)$

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 4

Ổn định mới chỉ là chỉ tiêu đầu tiên để nói rằng hệ thống có làm việc được hay không, còn chất lượng quá trình quá độ mới nói tới việc hệ thống điều khiển tự động có sử dụng được hay không? Có ba chỉ tiêu chất lượng cơ bản là:

+ Chỉ tiêu ở trạng thái tĩnh: được đánh giá dựa vào sai lệch dư của điều khiển và được tính theo công thức: $\partial = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$

+ Chỉ tiêu ở trạng thái quá độ: được đánh giá bằng hai chỉ tiêu cơ bản là thời gian kéo dài của quá trình điều khiển và tính dao động của điều khiển. Các chỉ tiêu này do yêu cầu về chất lượng của quy trình công nghệ đặc ra. Nó được thể hiện qua một số tiêu chí như thời gian điều chỉnh, độ quá điều chỉnh, số lần dao động...

+ Chỉ tiêu tích phân: Dùng để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Dựa vào đặc điểm của từng loại quá trình quá độ mà ta có thể dùng các chỉ tiêu tích phân khác nhau như quá trình quá độ có dao động, không có dao động...

BÀI TẬP

Bài 1.

Nếu hàm truyền đạt hở của hệ thống có dạng:

$$W_h(p) = \frac{k}{p^r} \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + 1}{a_0 p^{n-r} + a_1 p^{n-r-1} + \dots + 1}$$

thì r là

- vô sai cấp 1 của hệ thống
- vô sai cấp 2 của hệ thống
- vô sai cấp 3 của hệ thống
- bậc vô sai tĩnh của hệ thống

Bài 2.

Sai lệch tĩnh của hệ thống được tính theo công thức:

- a. $\partial = \lim_{t \rightarrow 0} e(t)$
- b. $\partial = \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p)$
- c. $\partial = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p)$
- d. $\partial = \lim_{p \rightarrow 0} E(p)$

Bài 3.

Độ quá điều chỉnh được xác định theo công thức:

- a. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100$
- b. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\max}} 100$
- c. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}$
- d. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{100}$

Bài 4.

Đối với hệ không dao động, để đánh giá chất lượng của hệ thống, ta có thể dùng tiêu chuẩn tích phân $I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt$, hệ thống đạt chất lượng tốt nhất khi:

- a. $I_1 \rightarrow \min$
- b. $I_1 \rightarrow \max$

Bài 5.

Với hệ không dao động, có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân $I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$ để đánh giá chất lượng của hệ thống không?

- a. Không
- b. Có

Bài 6.

Sai số xác lập của hệ thống có hàm truyền đạt hở:

$$W_h(p) = \frac{1}{p^2 + p + k}$$

khi đầu vào $u(t) = 1(t)$ là bao nhiêu?

- a. $1/k$
- b. k
- c. $(1+k)/k$
- d. $k/(k+1)$

Bài 7.

Độ quá điều chỉnh của hệ thống càng nhỏ càng tốt, đúng hay sai?

- a. đúng
- b. sai

Bài 8.

Trong các tiêu chuẩn tích phân, tiêu chuẩn nào cho ta đánh giá chính xác nhất chất lượng quá độ của hệ thống?

- a. $I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt$
- b. $I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$
- c. $I_3 = \int_0^{\infty} e^2 dt$
- d. $I_4 = \int_0^{\infty} \left[e^2 + \alpha \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt$

Bài 9.

Nếu hệ là khâu quán tính có dạng $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$ thì sai lệch tĩnh bằng bao nhiêu, với tín hiệu vào $u(t) = 1(t)$?

Bài 10.

Muốn triệt tiêu sai lệch tĩnh trong khâu quán tính ($\partial = 0$) thì phải mắc nối tiếp khâu quán tính đó với khâu có hàm truyền đạt như thế nào để tạo thành hệ vô sai cấp 1?

- a. $1/p^2$
- b. $1/p$

- c. p
- d. p^2

CHƯƠNG V. TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

5.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Bộ điều khiển là cơ cấu có cấu trúc nhất định và thông số có thể thay đổi trong phạm vi nhất định. Khác với bộ điều khiển, khâu điều khiển được lắp ráp với thông số cố định, sau đó tính toán đối với một đối tượng cụ thể. Chức năng của bộ điều khiển và khâu điều khiển là như nhau. Có thể mắc cả khâu điều khiển và bộ điều khiển trong cùng một hệ thống để nâng cao chất lượng của nó.

Theo chức năng, bộ điều khiển được phân thành các loại là bộ điều khiển tỉ lệ (P - Proportional), bộ điều khiển tích phân (I - Integration), bộ điều khiển tỉ lệ - tích phân (PI), bộ điều khiển tỉ lệ - vi phân (PD - Proportional Derivative) và bộ điều khiển tỉ lệ vi tích phân (PID). Bộ điều khiển đơn giản nhất là bộ điều khiển tỉ lệ (P), tác dụng của nó như một khâu khuếch đại với hệ số thay đổi được. Thay đổi hệ số khuếch đại có thể làm thay đổi sai lệch tĩnh nhưng không thể triệt tiêu được nó. Hệ số khuếch đại càng lớn thì hệ càng mất khả năng ổn định. Tác dụng của khâu tích phân trong bộ điều khiển là triệt tiêu sai lệch tĩnh, còn chức năng của phần tử vi phân (D) là cải thiện quá trình quá độ nếu xác định đúng thông số của nó.

Trong chương này, ta sẽ đề cập đến các nội dung chính sau:

- + Các phương pháp nâng cao chất lượng hệ thống.
- + Luật điều chỉnh PID.
- + Tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống.

5.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG

Khi tổng hợp hệ thống điều khiển tự động, điều cốt lõi là phải đảm bảo được chất lượng của quá trình điều khiển theo yêu cầu của quy trình công nghệ, nghĩa là phải xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều khiển. Tuy nhiên, có nhiều trường hợp, khi đã xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều khiển nhưng vẫn không đáp ứng được chất lượng của quá trình điều khiển. Điều này đòi hỏi chúng ta phải tìm các biện pháp khác để nâng cao chất lượng bằng cách thay đổi cấu trúc của hệ thống điều khiển tự động. Sau đây là một số phương pháp thực hiện với mục đích đó.

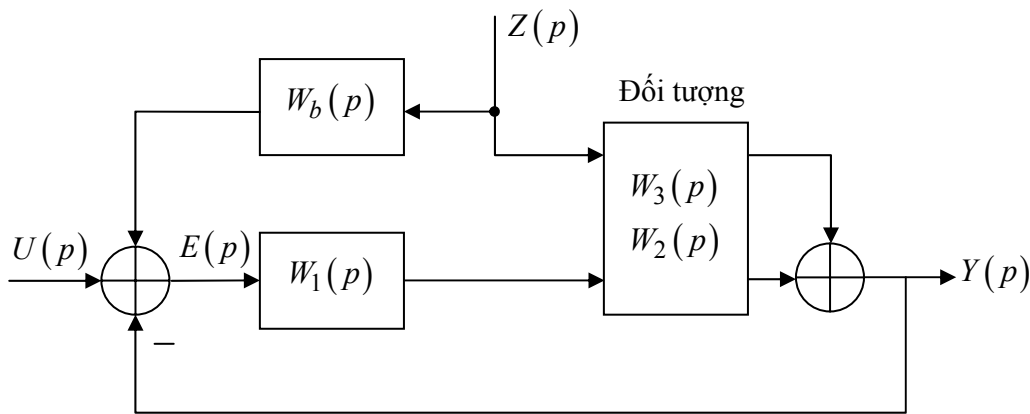
5.2.1 Phương pháp bù tác động nhiễu

Trong hệ thống điều khiển tự động có những nhiễu thường xuyên tác động làm ảnh hưởng chất lượng của quá trình điều khiển. Nếu các nhiễu loạn này đo được thì có thể sử dụng nguyên lý bất biến bù tác động nhiễu để nâng cao chất lượng điều khiển của hệ thống. Nếu có một nhiễu nào đó tác động lên hệ thống nhưng tín hiệu đại lượng cần điều khiển và cả sai lệch đều không đổi thì hệ thống bất biến với tác động của nhiễu đó. Như vậy, nếu chúng ta xây dựng được hệ thống bất

biến với nhiễu tác động thường xuyên thì chất lượng của quá trình điều khiển được nâng cao rất nhiều. Nhiễu loạn của hệ thống được chia ra làm hai loại là nhiễu phụ tải và nhiễu đặt trước. Chúng ta sẽ xét hệ thống bù cho các nhiễu này.

5.2.1.1 Bù nhiễu phụ tải

Hệ thống điều khiển tự động chịu tác động của nhiễu phụ tải $z(t)$. Yêu cầu đặt ra là phải xây dựng lại hệ thống sao cho nó bất biến với tác động đó. Muốn vậy, trong hệ thống phải ghép thêm phần tử bù với hàm truyền đạt $W_b(p)$ như hình 5.1.



Hình 5.1 Xây dựng hệ thống bất biến với nhiễu phụ tải

Để $y(t)$ bất biến với nhiễu $z(t)$, nghĩa là khi có $z(t)$ tác động thì $y(t)$ vẫn cố định thì cấu trúc của hệ thống phải thỏa mãn điều kiện:

$$W_b(p).W_1(p).W_2(p)+W_3(p)=0 \quad (5.1)$$

Vậy, hàm truyền đạt của phần tử bù phải được xây dựng theo công thức:

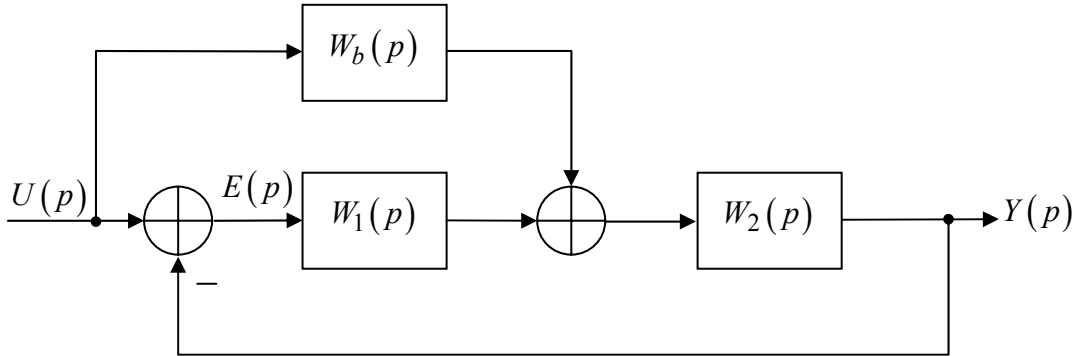
$$W_b(p) = -\frac{W_3(p)}{W_1(p).W_2(p)} \quad (5.2)$$

Khi khối bù có hàm truyền đạt như (5.2) thì $y(t)$ sẽ hoàn toàn cố định khi có tác động $z(t)$. Ta nói $y(t)$ bất biến tuyệt đối so với tác động $z(t)$. Tuy nhiên trong thực tế điều này rất khó thực hiện, vì vậy thường chỉ tồn tại hệ thống bất biến tương đối. Lúc đó phải chọn cấu trúc của khối bù sao cho vừa mang tính thực thi, vừa có hàm truyền đạt gần giống với (5.2) nhất.

5.2.1.2 Bù nhiễu đặt trước

Trong hệ thống điều khiển chương trình, tín hiệu chủ đạo thường thay đổi liên tục. Việc xây dựng hệ thống điều khiển chương trình có độ chính xác cao là rất cần thiết. Nếu chỉ sử dụng các hệ thống điều khiển thông thường thì luôn tồn tại sai lệch dư (xem chương 4). Có thể thay đổi hệ

thống điều khiển có độ chính xác cao bằng cách sử dụng nguyên lý bất biến theo tác động của tín hiệu đặt trước. Hình 5.2 là sơ đồ của hệ thống được xây dựng nhằm mục đích này.



Hình 5.2 Sơ đồ hệ thống điều khiển bù nhiễu đặt trước

Điều kiện bất biến ở đây là giá trị ra $y(t)$ của hệ thống phải luôn luôn bằng giá trị đặt $u(t)$, tức giá trị sai lệch $e(t) = 0$ khi $u(t)$ thay đổi. Để điều kiện này xảy ra thì cấu trúc của hệ thống phải đảm bảo được đẳng thức:

$$W_b(p).W_2(p) = 1 \quad (5.3)$$

Như vậy, hàm truyền đạt của khối bù phải được xây dựng theo công thức:

$$W_b(p) = \frac{1}{W_2(p)} \quad (5.4)$$

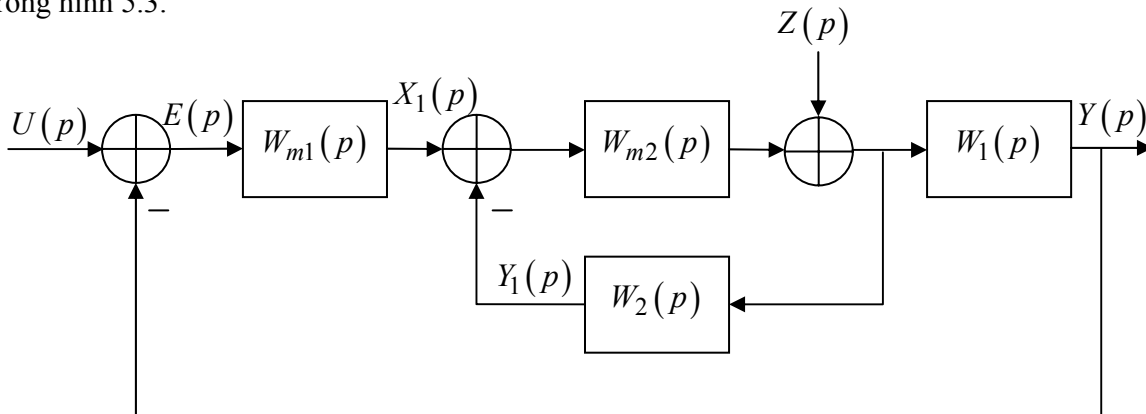
Khi cấu trúc của khối bù được xây dựng hoàn toàn chính xác theo công thức (5.4) thì sẽ luôn đảm bảo $u(t) = y(t)$ và ta có thể nói hệ thống bất biến với nhiễu đặt trước.

Trong thực tế, $W_2(p)$ là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển có cấu trúc phức tạp nên việc xây dựng hàm truyền đạt của khối bù theo (5.4) là hoàn toàn không thể thực hiện được, có nghĩa là không thể tạo được bất biến tuyệt đối mà chỉ có thể xây dựng hệ thống bất biến tương đối. Cấu trúc của khối bù phải chọn khả thi và hàm truyền đạt của nó gần với công thức (5.4) nhất. Có thể sử dụng phép bù tĩnh là phép bù đơn giản nhất. Trong phép bù tĩnh, hàm truyền đạt của khối bù chỉ là khâu khuếch đại có hệ số khuếch đại bằng giá trị nghịch đảo hệ số truyền của đối tượng.

5.2.2 Phương pháp xây dựng hệ thống điều khiển tăng

Những nguyên nhân cơ bản làm cản trở tốc độ tác động của thiết bị điều khiển và vì vậy, làm giảm độ chính xác của điều khiển là sự chậm trễ và quán tính trong việc truyền tín hiệu theo kênh điều khiển của đối tượng. Trong trường hợp này, nhiều hệ thống điều khiển có cấu trúc mạch vòng không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của quá trình điều khiển ngay cả khi sử dụng các

quy luật điều khiển phức tạp với tham số tối ưu của nó. Để nâng cao chất lượng của các hệ thống điều khiển đó, tốt nhất là sử dụng hệ thống điều khiển tầng có sơ đồ cấu trúc được mô tả như trong hình 5.3.



Hình 5.3 Hệ thống điều khiển tầng

Trong cấu trúc của hệ thống không chỉ có một thiết bị điều khiển như hệ thống thông thường mà có hai thiết bị điều khiển. Đại lượng cần điều khiển ở đây là $y(t)$, tín hiệu vào là $u(t)$, hệ thống điều khiển ở đây chính là thiết bị điều khiển với hàm truyền đạt $W_{m1}(p)$ và đối tượng có hàm truyền đạt $W_1(p)$. Do tính chất trễ và quán tính trong việc truyền tín hiệu điều khiển theo kênh $W_1(p)$ nên chất lượng của hệ thống không đáp ứng được yêu cầu. Chất lượng của hệ thống điều khiển sẽ được nâng cao nếu chúng ta xây dựng thêm một mạch điều khiển phụ tự ổn định và một tham số trung gian của đối tượng điều khiển là $y_1(t)$, có hàm truyền đạt là $W_2(p)$. Để ổn định đại lượng trung gian này, thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$ được sử dụng.

Điều cơ bản ở đây là tín hiệu truyền qua đối tượng theo kênh $W_2(p)$ phải nhanh hơn kênh $W_1(p)$. Thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$ không tác động trực tiếp lên đối tượng điều khiển mà tín hiệu ra của nó là tín hiệu chủ đạo cho thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$.

Trong khi tổng hợp hệ thống phải đảm bảo quá trình quá độ của mạch vòng trong $(W_{m2}(p) - W_2(p))$ phải xảy ra nhanh hơn rất nhiều so với mạch vòng ngoài (mạch vòng chính với thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$). Như vậy, khi có nhiễu $z(t)$ tác động thì máy điều khiển $W_{m2}(p)$ sẽ nhanh chóng tác động theo tín hiệu trung gian $y_1(t)$ để khử ảnh hưởng của nhiễu này lên mạch vòng chính. Rõ ràng, chất lượng của quá trình điều khiển được nâng cao rất nhiều.

Đối tượng điều khiển của thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$ là $W_2(p)$, còn đối tượng điều khiển của thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$ phải được xác định theo công thức:

$$W_{d1}(p) = \frac{W_{m2}(p).W_1(p)}{1 + W_{m2}(p).W_2(p)} \quad (5.5)$$

5.3 HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG VỚI CÁC BỘ ĐIỀU CHỈNH CHUẨN PID.

Bộ điều chỉnh là cơ cấu có cấu trúc nhất định và thông số của nó có thể thay đổi trong phạm vi nhất định. Các hệ thống điều khiển tự động trong công nghiệp hiện nay thường sử dụng các bộ điều chỉnh chuẩn là bộ điều chỉnh tỉ lệ, bộ điều chỉnh tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - vi phân và bộ điều chỉnh tỉ lệ vi tích phân. Trong phần này chúng ta sẽ đi sâu phân tích chất lượng của hệ thống điều khiển tự động sử dụng các bộ điều chỉnh này.

5.3.1 Quy luật tỉ lệ (P)

Tín hiệu điều khiển trong quy luật tỉ lệ được hình thành theo công thức:

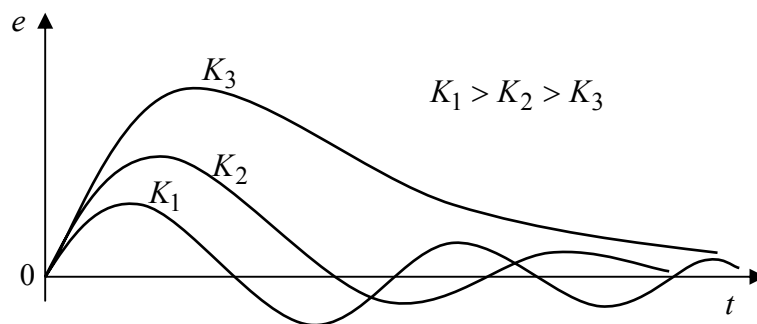
$$x = K_p \cdot e \quad (5.6)$$

Trong đó K_p là hệ số khuếch đại của quy luật. Theo tính chất của khâu khuếch đại (hay khâu tỷ lệ) ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của khâu khuếch đại là có độ tác động nhanh. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với mọi đối tượng. Tuy nhiên, nhược điểm cơ bản của khâu tỉ lệ là khi sử dụng với các đối tượng tĩnh, hệ thống điều khiển luôn tồn tại sai lệch tĩnh. Để giảm giá trị sai lệch tĩnh thì phải tăng hệ số khuếch đại nhưng khi đó, tính dao động của hệ thống sẽ tăng lên và có thể làm hệ thống mất ổn định.

Trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ thường được dùng cho những hệ thống cho phép tồn tại sai lệch tĩnh. Để giảm sai lệch tĩnh, quy luật tỉ lệ thường được hình thành theo biểu thức:

$$x = x_0 + K_p \cdot e \quad (5.7)$$

trong đó x_0 là điểm làm việc của hệ thống. Tác động điều khiển luôn giữ cho tín hiệu điều khiển thay đổi xung quanh giá trị này khi xuất hiện sai lệch. Hình 5.4 mô tả quá trình điều khiển với các hệ số K_p khác nhau.



Hình 5.4 Quá trình điều khiển với các hệ số K_p khác nhau

5.3.2 Quy luật tích phân (I)

Trong quy luật tích phân, tín hiệu điều khiển được xác định theo biểu thức:

$$x = K_i \int e \cdot dt = \frac{1}{T_i} \int e \cdot dt \quad (5.8)$$

trong đó $T_i = 1/K_i$ được gọi là hằng số thời gian tích phân

Từ công thức này ta thấy giá trị điều khiển x chỉ đạt được giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi $e = 0$. Như vậy ưu điểm của quy luật tích phân là triệt tiêu sai lệch tĩnh.

Xét đặc tính của khâu tích phân, tín hiệu ra của nó luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc $\pi/2$, điều này nghĩa là quy luật tích phân có độ tác động chậm. Do sự tác động chậm mà trong công nghiệp, hệ thống điều khiển tự động sử dụng quy luật tích phân kém ổn định. Vì vậy, quy luật này hiện nay ít được sử dụng trong công nghiệp.

5.3.3 Quy luật tỉ lệ - tích phân (PI)

Để hệ thống vừa có tác động nhanh, vừa triệt tiêu được sai lệch dư, người ta kết hợp quy luật tỉ lệ với quy luật tích phân để tạo ra quy luật tỉ lệ - tích phân.

Tín hiệu điều khiển được xác định theo công thức:

$$x = K_p \cdot e + K_i \int e \cdot dt = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int e \cdot dt \right) \quad (5.9)$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_i = K_p/K_i$ là hằng số thời gian tích phân

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ tích phân có dạng:

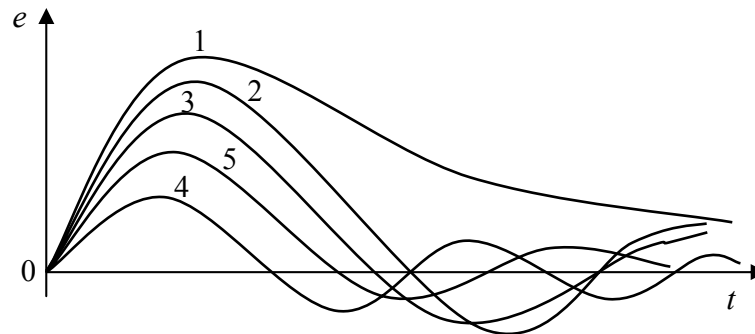
$$W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) \quad (5.10)$$

Hàm truyền tần số của quy luật PI:

$$W(j\omega) = K_p \left(1 - j \frac{1}{T_i \cdot \omega} \right) \quad (5.11)$$

Như vậy khi $\omega = 0$ thì $\varphi(\omega) = -\pi/2$, còn khi $\omega = \infty$ thì $\varphi(\omega) = 0$. Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc trong khoảng từ $-\pi/2$ đến 0 phụ thuộc vào các tham số K_p , T_i và tần số tín hiệu vào.

Rõ ràng, về tốc độ tác động thì quy luật PI chậm hơn quy luật tỉ lệ nhưng nhanh hơn quy luật tích phân. Hình 5.5 mô tả các quá trình quá độ của hệ thống điều khiển tự động sử dụng quy luật PI với các tham số K_p và T_i khác nhau.



Hình 5.5 Các quá trình quá độ điều khiển của quy luật PI

Đường 1 ứng với K_p nhỏ và T_i lớn. Tác động điều khiển nhỏ nên hệ thống không dao động.

Đường 2 ứng với K_p nhỏ và T_i nhỏ. Tác động điều khiển tương đối lớn và thiên về quy luật tích phân nên hệ thống có tác động chậm, dao động với tần số nhỏ và không tồn tại sai lệch dư.

Đường 3 mô tả quá trình khi K_p lớn và T_i lớn. Tác động điều khiển tương đối lớn nhưng thiên về quy luật tỉ lệ nên hệ thống dao động với tần số lớn và tồn tại sai lệch dư.

Đường 4 tương ứng với quá trình điều khiển khi K_p lớn và T_i nhỏ. Tác động điều khiển rất lớn. Quá trình điều khiển dao động mạnh, thời gian điều khiển kéo dài và không có sai lệch dư.

Đường 5 được xem như là quá trình tối ưu khi K_p và T_i thích hợp với đối tượng điều khiển.

Trong thực tế, quy luật điều khiển PI được sử dụng khá rộng rãi và đáp ứng được chất lượng cho hầu hết các quá trình công nghệ. Tuy nhiên, do có thành phần tích phân nên độ tác động của quy luật bị chậm đi. Vì vậy, nếu đối tượng có nhiều tác động liên tục mà hệ thống điều khiển lại đòi hỏi độ chính xác cao thì quy luật PI không đáp ứng được.

5.3.4 Quy luật tỉ lệ - vi phân (PD)

Tác động điều khiển của quy luật PD được hình thành theo công thức:

$$x = K_p \cdot e + K_d \cdot \frac{de}{dt} = K_p \left(e + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right) \quad (5.12)$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_d = K_d/K_p$ là hằng số thời gian vi phân

Có thêm thành phần vi phân làm tăng tốc độ tác động của hệ thống.

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ - vi phân có dạng:

$$W(p) = K_p(1 + T_d \cdot p) \quad (5.13)$$

Hàm truyền tần số của quy luật PD:

$$W(j\omega) = K_p(1 + jT_d \cdot \omega) \quad (5.14)$$

Đặc tính pha tần:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(T_d \cdot \omega) \quad (5.15)$$

Như vậy khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ thì đặc tính PT sẽ thay đổi từ 0 đến $\pi/2$. Ta có thể khẳng định tốc độ tác động của quy luật PD còn nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Tuy nhiên, do có thêm thành phần vi phân nên hệ thống sẽ phản ứng với các nhiễu cao tần có biên độ nhỏ, là điều mà chúng ta không mong muốn, đồng thời quy luật PD cũng không làm giảm sai lệch dư. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật PD chỉ sử dụng ở khâu đòi hỏi tốc độ tác động nhanh như điều khiển tay máy...

5.3.5 Quy luật điều khiển tỉ lệ vi tích phân (PID)

Để tăng tốc độ tác động của quy luật PI, trong thành phần của nó người ta ghép thêm thành phần vi phân và nhận được quy luật điều khiển tỉ lệ vi tích phân. Tác động điều khiển được tính toán theo công thức:

$$x = K_p \cdot e + K_I \int e \cdot dt + K_d \cdot \frac{de}{dt} = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int e \cdot dt + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right) \quad (5.16)$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_i = K_p/K_i$ là hằng số thời gian tích phân

$T_d = K_d/K_p$ là hằng số thời gian vi phân

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ - vi tích phân có dạng:

$$W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right) \quad (5.17)$$

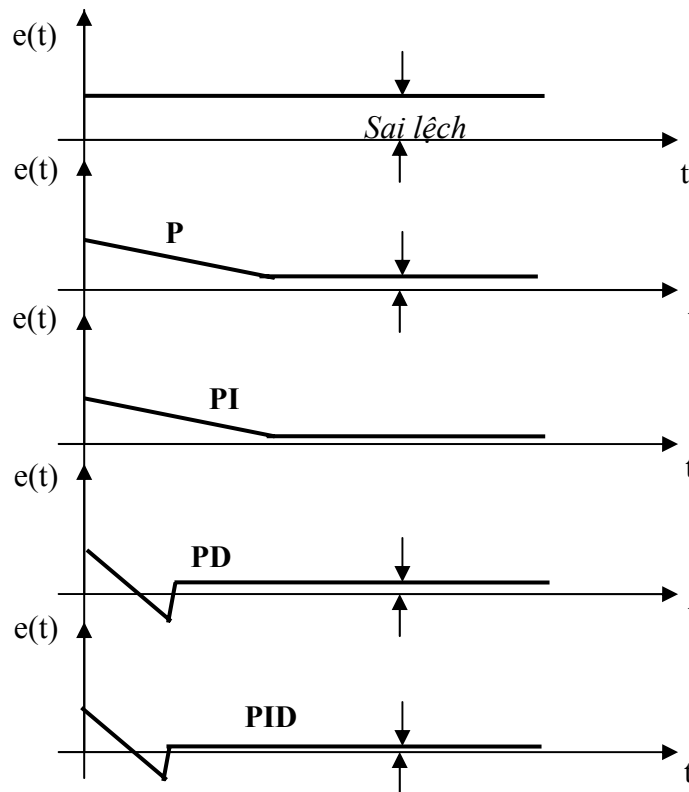
Hàm truyền tần số của khâu PID:

$$W(j\omega) = K_p \left(1 + j \left(T_d \cdot \omega - \frac{1}{T_i \cdot \omega} \right) \right) \quad (5.18)$$

Đặc tính pha tần:

$$\varphi(\omega) = \arctg \left(\frac{T_i \cdot T_d \cdot \omega^2 - 1}{T_i \cdot \omega} \right) \quad (5.19)$$

Như vậy khi $\omega = 0$ thì $\varphi(\omega) = -\pi/2$, còn khi $\omega = \sqrt{1/T_i \cdot T_d}$ thì $\varphi(\omega) = 0$ và khi $\omega = \infty$ thì $\varphi(\omega) = \pi/2$. Rõ ràng góc lệch pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào nằm trong khoảng từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$, phụ thuộc vào các tham số K_p, T_i, T_d và tần số của tín hiệu vào. Nghĩa là về tốc độ tác động, quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Nói tóm lại, quy luật PID là hoàn hảo nhất. Nó đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của hầu hết các quy trình công nghệ nhưng việc hiệu chỉnh các tham số của nó rất phức tạp, đòi hỏi người sử dụng phải có một trình độ nhất định. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật PID chỉ sử dụng ở những nơi cần thiết, khi quy luật PI không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng điều chỉnh.



Hình 5.6. Minh họa sai lệch điều khiển với các luật điều chỉnh

5.4 TỔNG HỢP HỆ THỐNG TRONG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

Trong không gian trạng thái, ta xét tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống. Khái niệm về điều khiển được và quan sát được (Controllability and Observability) lần đầu tiên do R. Kalman đưa ra.

Các biến trạng thái xuất hiện từ các biến đổi toán học. Số lượng các biến trạng thái thường lớn hơn số lượng các biến đầu ra có thể đo được. Có phải tất cả các biến trạng thái đều có thể điều khiển được hay không? Có thể xác định được tất cả các trạng thái từ các đầu ra đo được hay không?

5.4.1 Tính điều khiển được

Một hệ thống được gọi là điều khiển được nếu ta có thể tìm được một vector điều khiển $u(t)$ để với một tác động đầu vào, hệ thống chuyển từ một trạng thái ban đầu bất kỳ $x(0)$ đến một trạng thái cuối bất kỳ $x(t)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn $t - t_0$.

Định lý 5.1. Hệ thống tuyến tính được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5.20)$$

được gọi là điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n :

$$P = [B \quad A.B \quad A^2.B \quad \dots \quad A^{n-1}.B] \quad (5.21)$$

Ví dụ 5.1. Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{X} = A.X + B.U \\ y = C.X \end{cases}$$

Trong đó $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Xét tính điều khiển được của hệ thống?

Giải: Theo công thức (5.21), hệ thống điều khiển được hoàn toàn khi ma trận P sau có hạng bằng 2:

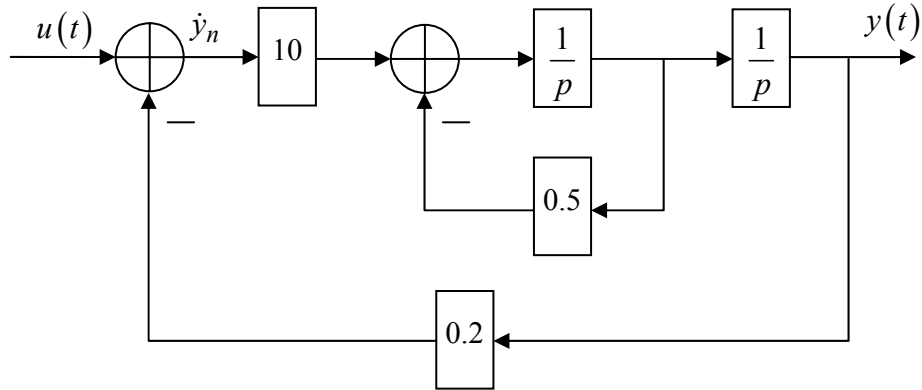
$$P = [B \quad A.B] = \begin{bmatrix} -1 & \begin{bmatrix} 0.5 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P :

$$\text{rank}(P) = 2 \text{ vì } \det(P) = -2 \neq 0$$

Kết luận: Hệ thống đã cho điều khiển được hoàn toàn.

Ví dụ 5.2. Cho hệ thống như hình 5.6:



Hình 5.6

Xét tính điều khiển được của hệ thống trên?

Giải: Từ hệ thống như hình 5.6, ta xác định được hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{20}{2p^2 + p + 4}$$

Đặt:

$$\begin{cases} x_1 = y \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.5x_2 + 10u \end{cases}$$

Phương trình trạng thái tương ứng là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

Xét tính điều khiển được của hệ thống theo công thức (5.21):

$$P = [B \quad A.B] = \begin{bmatrix} 0 & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P :

$$\text{rank}(P) = 2 \text{ vì } \det(P) = -100 \neq 0$$

Kết luận: Hệ thống đã cho điều khiển được hoàn toàn.

5.4.2 Tính quan sát được

Hệ thống được gọi là quan sát được nếu với các tọa độ đo được ở đầu ra của hệ thống, ta có thể khôi phục được các vector trạng thái $x(t)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn.

Định lý 5.2. Hệ tuyến tính dừng liên tục được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases} \quad (5.22)$$

được gọi là quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận L sau có hạng bằng n :

$$L = \begin{bmatrix} C' & A'.C' & (A')^2.C' & \dots & (A')^{n-1}.C' \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Ví dụ 5.3. Cho hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{X} = A.X + B.U \\ y = C.X \end{cases}$$

Trong đó $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & -0.2 & 0.3 \\ -30 & -65 & -5 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}$; $C = [1 \ 0 \ 0]$

Xét tính quan sát được của hệ thống?

Giải: Theo công thức (5.23), hệ thống quan sát được hoàn toàn khi ma trận L sau có hạng bằng 3:

$$L = \begin{bmatrix} C' & A'.C' & (A')^2.C' \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad A' = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A'.C' = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(A')^2 \cdot C' = A' \cdot (A' \cdot C') = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Vậy } L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận L :

$$\text{rank}(L) = 3 \text{ vì } \det(L) = -0.3 \neq 0$$

Kết luận: Hệ thống đã cho quan sát được hoàn toàn.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 5

Trong chương này chúng ta cần lưu ý một số nội dung sau:

+ Có những hệ thống không thể thỏa mãn được các yêu cầu kỹ thuật đặt ra dù các tham số của bộ điều khiển đã được chọn tối ưu. Trong trường hợp đó, ta phải thay đổi cấu trúc của nó theo các phương pháp khác nhau như phương pháp bù tác động nhiễu (nếu biết được nhiễu tác động vào hệ thống là nhiễu phụ tải hoặc nhiễu đặt trước), phương pháp xây dựng hệ thống điều khiển tầng, phương pháp phân ly...

+ Theo chức năng, các bộ điều chỉnh được phân ra thành bộ điều chỉnh tỉ lệ, bộ điều chỉnh tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - vi phân và bộ điều chỉnh tỉ lệ vi tích phân. Bộ điều chỉnh P làm giảm sai lệch nhưng không thể triệt tiêu vì hệ số khuếch đại không thể quá lớn. Bộ điều chỉnh I có thể triệt tiêu sai lệch tĩnh nhưng có độ tác động chậm. Bộ điều chỉnh PI có thể thay đổi được tốc độ giảm sai lệch Bộ điều chỉnh PD cải thiện được chất lượng động nhưng không triệt tiêu được sai lệch tĩnh còn bộ điều chỉnh PID kết hợp được các đặc điểm của cả ba thành phần PID là hệ thống có thể làm việc ổn định với mọi đối tượng, triệt tiêu được sai lệch tĩnh của hệ thống và bộ điều khiển có tác động nhanh.

+ Khi hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái, ta xét đến hai đặc điểm của hệ thống là tính điều khiển được và tính quan sát được hoàn toàn các biến trạng thái.

BÀI TẬP

Bài 1.

Có thể có bộ điều khiển vi phân (D – Derivative)?

- Đúng
- Sai

Bài 2.

Bộ điều khiển tỉ lệ có tác dụng như một khâu:

- a. Khuếch đại
- b. Tích phân
- c. Vi phân
- d. Khâu trễ

Bài 3.

Trong quy luật tích phân, tín hiệu điều khiển được xác định theo biểu thức:
 $x = K_i \int e dt = \frac{1}{T_i} \int e dt$ (trong đó $T_i = 1/K_i$ được gọi là hằng số thời gian tích phân). Vậy tại sao ưu điểm của quy luật tích phân là triệt tiêu sai lệch tĩnh?

Bài 4.

Theo tính chất của khâu khuếch đại ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của khâu khuếch đại là có độ tác động nhanh, điều đó đúng hay sai?

- a. Sai
- b. Đúng

Bài 5.

Khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ thì đặc tính pha tần của bộ điều khiển PD sẽ thay đổi như thế nào?

- a. Từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$
- b. Từ $-\pi/2$ đến 0
- c. Bằng $\pi/2$, không thay đổi
- d. Từ 0 đến $\pi/2$

Bài 6.

Trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ (P) thường được dùng cho những hệ thống có đặc điểm gì?

- a. Cho phép tồn tại sai lệch tĩnh
- b. Không ổn định
- c. Yêu cầu độ tác động rất nhanh
- d. Yêu cầu độ chính xác của điều khiển phải cao

Bài 7.

Nói về độ tác động, quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ, điều đó đúng hay sai?

- a. Sai
- b. Đúng

Bài 8.

Tác dụng của khâu tích phân trong bộ điều khiển?

- a. Triệt tiêu sai lệch tĩnh
- b. Rút ngắn quá trình quá độ của hệ thống
- c. Làm tăng tốc độ của bộ điều khiển
- d. Làm giảm tốc độ của bộ điều khiển

Bài 9.

Cho hệ thống có hàm truyền đạt hờ dạng:

$$W_h(p) = \frac{10p + 4}{8p^3 + 5p^2}$$

Tìm sai số xác lập của hệ thống nếu tín hiệu hiệu vào $u(t) = 1(t)$?

Bài 10.

Hệ thống tuyến tính được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

được gọi là điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận P có hạng bằng n . Vậy ma trận P được xây dựng như thế nào?

a. $P = [B' \quad A.B' \quad A^2.B' \quad \dots \quad A^{n-1}.B']$

b. $P = [C' \quad A'.C' \quad (A')^2.C' \quad \dots \quad (A')^{n-1}.C']$

c. $P = [C \quad A'.C \quad (A')^2.C \quad \dots \quad (A')^{n-1}.C]$

d. $P = [B \quad A.B \quad A^2.B \quad \dots \quad A^{n-1}.B]$

Bài 11.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $C = [1 \quad 0]$

Hệ thống này có quan sát được hoàn toàn không?

Bài 12.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $C = [1 \quad 0]$

Hệ thống này có điều khiển được hoàn toàn không?

CHƯƠNG VI. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC

NỘI DUNG

6.1 KHÁI NIỆM CHUNG

Phụ thuộc vào tính chất truyền tín hiệu và hệ thống ĐKTD tuyến tính được phân ra thành hệ thống liên tục tuyến tính và hệ thống rời rạc tuyến tính.

+ Nếu trong tất cả các mắt xích của hệ thống, tín hiệu được truyền đi liên tục thì hệ được gọi là hệ liên tục.

+ Nếu tại một mắt xích nào đó, tín hiệu không được truyền đi liên tục (bị rời rạc hoá) thì hệ là hệ rời rạc tuyến tính (hay hệ xung-số).

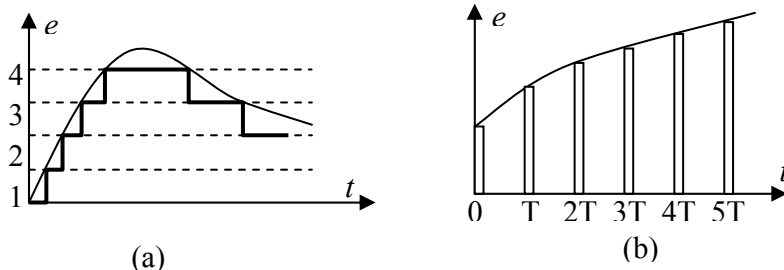
Trong phần trước chúng ta đã nghiên cứu về hệ thống liên tục tuyến tính. Trong phần này, chúng ta sẽ nghiên cứu về hệ thống rời rạc tuyến tính.

Trong bất cứ một hệ thống rời rạc nào cũng tồn tại ít nhất một phần tử đóng vai trò chuyển tín hiệu từ liên tục thành rời rạc. Đây được gọi là quá trình lượng tử hóa. Có ba phương pháp lượng tử hóa là lượng tử hóa theo mức, lượng tử hóa theo thời gian và lượng tử hóa hỗn hợp.

+ Lượng tử hóa theo mức: giá trị tín hiệu ra được quy định theo những mức nhất định phụ thuộc vào giá trị vào của tín hiệu.

+ Lượng tử hóa theo thời gian: là phép lượng tử được thực hiện sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ lấy mẫu T . Phần tử thực hiện phép lượng tử này là phần tử xung. hệ thống ĐKTD có phần tử xung (hình 6.2) được gọi là hệ thống điều khiển xung - số (hay hệ rời rạc). Quá trình hình thành xung ở đầu ra của phần tử xung phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu tại thời điểm lấy mẫu, và được gọi là quá trình điều chế xung. Có bốn phương pháp điều chế xung là điều chế theo biên độ, điều chế theo độ rộng, điều chế theo pha và điều chế theo tần số. Trong hệ thống này thường sử dụng các phần tử xung có phương pháp điều chế theo biên độ hoặc theo độ rộng xung. Ngoài phần tử xung, các phần tử còn lại trong hệ thống là những phần tử tuyến tính, vì vậy nó được gọi là hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính. Trong phần này ta sẽ đi sâu nghiên cứu hệ thống dạng này.

+ Lượng tử hỗn hợp: thực hiện bằng cách chia giá trị tín hiệu ra những mức cách đều nhau. Khoảng cách giữa các mức lân cận được gọi là một bước lượng tử. Chu kỳ lấy mẫu là cố định, giá trị tín hiệu ra bằng giá trị mức lượng tử gần với giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu nhất.

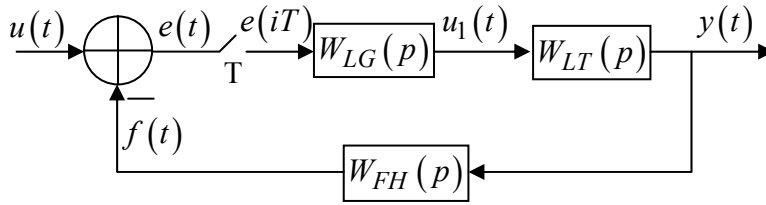


Hình 6.1 Một số phương pháp lượng tử

(a). Lượng tử hóa theo mức

(b). Lượng tử hóa theo thời gian (điều chế theo biên độ)

6.1.1 Sơ đồ khối hệ thống



Hình 6.2 HTĐKTD rời rạc tuyến tính

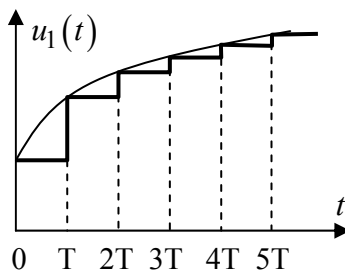
Nhận xét:

+ Trong hệ thống, ngoài T là phân tử tạo xung lý tưởng (xung Diract), các phân tử còn lại trong hệ thống là tuyến tính nên hệ thống được gọi là hệ thống rời rạc tuyến tính hay hệ xung - số.

+ Khóa T được mắc nối tiếp với khâu $W_{LG}(p)$ có tác dụng định hình xung từ dạng xung lý tưởng. Phần liên tục $W_{LT}(p)$ là phần tử cơ bản nhất của hệ thống xung - số.

+ Để phân tích hệ thống, người ta ghép hai khâu $W_{LG}(p)$ và $W_{LT}(p)$ tạo nên phân tử liên tục quy đổi: $W_{LTQD}(p) = W_{LG}(p) * W_{LT}(p)$.

6.1.2 Bộ lưu giữ bậc 0 (ZOH – Zero Order Hold)

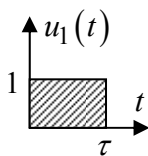


Hình 6.3 Bộ lưu giữ bậc 0

Trong hệ thống rời rạc như trên, $W_{LG}(p)$ là hàm truyền đạt của bộ lưu giữ bậc 0. Tùy thuộc vào dạng xung thực tế của bộ tạo xung lý tưởng T mà $W_{LG}(p)$ có các dạng khác nhau.

Bộ lưu giữ bậc 0 là bộ mà trong khoảng thời gian T , giá trị hàm rời rạc được giữ không đổi với T là chu kỳ cắt mẫu.

$$u_1(t) = u_1(iT) \quad iT \leq t \leq (i+1)T \quad (6.1)$$



Hình 6.4 Xung Diract

Giả sử phân tử tạo xung thực tế $(T + W_{LG}(p))$ tạo ra xung Diract (biên độ: 1, độ rộng: τ): $u_1(t) = 1(t) - 1(t - \tau)$.

$$W_{LG}(p) = \frac{U_1(p)}{L\{\delta(t)\}} = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau})$$

Đặt $\tau = \gamma T$ trong đó γ là hệ số tỉ lệ, $0 \leq \gamma \leq 1$, thường $\gamma = 1$ và T là chu kỳ lấy mẫu.

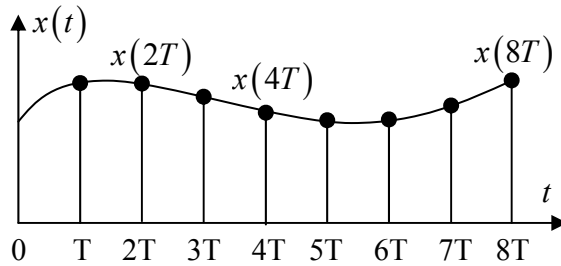
Vậy, hàm truyền đạt của khâu lưu giữ bậc 0:

$$W_{LG}(p) = \frac{U_1(p)}{L\{\delta(t)\}} = \frac{1}{p} (1 - e^{-pT}) \quad (6.2)$$

6.1.3 Tần số cắt mẫu T (chu kỳ cắt mẫu)

+ Việc biến đổi từ tín hiệu liên tục sang rời rạc được gọi là quá trình cắt mẫu hay quá trình lượng tử hóa.

+ Thông thường, trong hệ thống số, $T = \text{const}$, tức tín hiệu được lượng tử hóa theo thời gian. $x(t)$ là tín hiệu liên tục và $x(iT)$ là tín hiệu rời rạc tương ứng.



Hình 6.5 Quá trình lượng tử hóa theo thời gian

6.2 MÔ TẢ TOÁN HỌC TÍN HIỆU RỜI RẠC

* Sai phân của hàm rời rạc:

- Nếu dãy xung $x(nT)$ có độ rộng vô cùng nhỏ, ta có thể xem đó là xung tức thời, dãy xung đó chính là hàm rời rạc $x(i)$.

- Đối với hàm rời rạc $x(i)$, không có phép tính đạo hàm, tích phân, vi phân nhưng có phép tính tương tự là sai phân và tổng.

Hàm rời rạc $x(i)$ là tập hợp một dãy xung tức thời $x(nT)$ có giá trị bằng giá trị tín hiệu liên tục tại thời điểm lấy mẫu, độ rộng của xung bằng 0 và thời điểm lấy mẫu là nT với T là chu kỳ lấy mẫu và $n = 0, 1, \dots, n$. Sai phân cấp 1 của hàm rời rạc biểu thị sự sai khác của hai xung lân cận và được tính theo công thức:

$$\Delta x(i) = x(i+1) - x(i)$$

Sai phân cấp 1 của hàm rời rạc tương đương như đạo hàm cấp 1 của tín hiệu liên tục $x(t)$.

Sai phân cấp 2:

$$\Delta^2 f(i) = \Delta f(i+1) - \Delta f(i) = f(i+2) - 2f(i+1) + f(i)$$

Vậy có thể trực tiếp xác định sai phân bậc 2 của hàm rời rạc mà không cần phải thông qua sai phân bậc 1. Đây chính là sự khác nhau giữa phép tính sai phân của hàm rời rạc và phép tính đạo hàm của hàm liên tục. Sai phân cấp n :

$$\Delta^n f(i) = \sum_{j=0}^n (-1)^{n-j} \frac{n!}{j!(n-j)!} f(i+j) \quad (6.3)$$

* Phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc:

Tín hiệu rời rạc $x^*(t)$ được mô tả bằng biểu thức:

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \quad (6.4)$$

Chuyển đổi Laplace của hàm rời rạc $x^*(t)$ được gọi là chuyển đổi Laplace rời rạc và được xác định theo biểu thức:

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \int_0^{\infty} \delta(t-nT) e^{-pt} dt \quad (6.5)$$

Giá trị tích phân bằng e^{-pnT} , như vậy ảnh của hàm rời rạc $x^*(t)$ có dạng:

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-pnT} \quad (6.6)$$

Phổ của tín hiệu rời rạc được xác định bằng cách thay $p = j\omega$ vào (6.6):

$$X^*(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega nT} \quad (6.7)$$

Đặc trưng cơ bản của phổ và ảnh của hàm rời rạc là nó có tính chu kỳ với tần số $\omega_0 = 2\pi/T$ vì:

$$e^{-j(\omega-k\omega_0)nT} = e^{-j\omega nT} e^{-kn2\pi j} = e^{-j\omega nT} \quad (6.8)$$

Vì vậy, khi nghiên cứu phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc, ta chỉ nghiên cứu trong dải tần số $-\omega_0/2 \leq \omega \leq \omega_0/2$.

6.3 MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG RỜI RẠC

6.3.1 Biến đổi Z

Thay $z = e^{pT}$ với $p = \alpha + j\omega$ vào (6.6), biểu thức ảnh của hàm rời rạc là:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) z^{-n} \quad (6.9)$$

$X(z) = Z\{x(n)\}$ được gọi là chuyển đổi z của hàm rời rạc $x^*(t)$. Sau đây là một số tính chất của chuyển đổi Z :

+ Tính tuyến tính:

$$Z\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = a.Z\{x_1[n]\} + b.Z\{x_2[n]\} \quad (6.10)$$

+ Tính chất hàm trễ:

$$\text{Nếu } Z\{f[n]\} = F(z) \text{ thì } Z\{f[n-k]\} = z^{-k}F(z)$$

+ Chuyển đổi Z của sai phân:

$$\text{Sai phân cấp 1: } Z[\Delta x(n)] = Z[y(n)] = Y(z) = (z-1)X(z) - zx(0)$$

$$\text{Sai phân cấp 2: } Z[\Delta^2 x(n)] = Z[\Delta y(n)] = (z-1)Y(z) - zy(0)$$

Tương tự như vậy, ta có thể xác định chuyển đổi Z của các sai phân bậc cao hơn trên cơ sở chuyển đổi Z của các sai phân bậc thấp hơn đã xác định.

+ Chuyển đổi Z của hàm tích chập hai hàm số:

$$\begin{aligned} Z\left\{\sum f_1(mT) \cdot f_2[(n-m)T]\right\} &= Z\left\{\sum f_1[(n-m)T] \cdot f_2(mT)\right\} \\ &= Z\{f_1(mT)\} \cdot Z\{f_2(nT)\} = F_1^*(p) \cdot F_2^*(p) \end{aligned} \quad (6.11)$$

6.3.2 Mô tả toán học bằng phương trình sai phân

- Trong hệ liên tục, mô tả động học của hệ thống bằng PTVP:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \quad (6.12)$$

- Trong hệ rời rạc, mô tả động học của hệ thống bằng phương trình sai phân:

$$a_0 \Delta^n y(i) + a_1 \Delta^{n-1} y(i) + \dots + a_{n-1} \Delta y(i) + a_n y(i) = u(i) \quad (6.13)$$

hay

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_{n-1} y(i+1) + a_n y(i) = u(i) \quad (6.14)$$

với: $a_0, a_n \neq 0$

$y(i), u(i)$ là tín hiệu ra, vào rời rạc.

Chú ý: Đối với hệ liên tục, cấp của đạo hàm cao nhất của PTVP chính là cấp của PTVP, còn ở hệ rời rạc, cấp của sai phân cao nhất không trùng với cấp cao nhất của phương trình sai phân.

Ví dụ 6.1: Hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân dạng (6.13):

$$\Delta^3 y(i) + 2\Delta^2 y(i) + 6\Delta y(i) + 5y(i) = 0$$

Ta biến đổi nó về dạng (6.13) bằng cách dùng công thức (6.3):

$$y(i+3) - y(i+2) + 5y(i+1) = 0$$

Đặt $j = i+1$ ta có phương trình sai phân tương đương:

$$y(j+2) - y(j+1) + 5y(j) = 0$$

Vậy cấp của sai phân cao nhất là 3 và \neq cấp cao nhất của phương trình sai phân là 2.

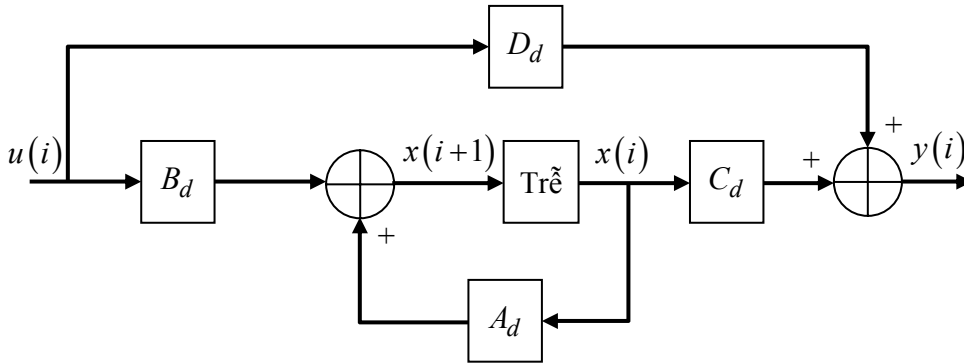
Vật phương trình sai phân có cấp n khi $a_0, a_n \neq 0$.

6.3.3 Mô tả trong không gian trạng thái

Tương tự như trong hệ liên tục, phương trình trạng thái mô tả hệ rời rạc có dạng:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) + D_d u(i) \end{cases} \quad (6.15)$$

Hình 6.6 là sơ đồ cấu trúc trạng thái biểu diễn hệ (6.14)



Hình 6.6 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ rời rạc

6.3.4 Chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc

Hệ thống liên tục tuyến tính được mô tả dưới dạng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (6.16)$$

Cách 1: Dùng biến đổi Laplace:

$$\begin{cases} A_d = \Phi(T) \\ B_d = \int_0^T \Phi(\tau) B d\tau \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \quad (6.17)$$

trong đó, $\Phi(t) = L^{-1}\{(pI - A)^{-1}\}$ với I là ma trận đơn vị có hạng bằng hạng của ma trận A .

Cách 2: Tiến hành tính gần đúng đạo hàm cấp 1:

$$\dot{x} \approx \frac{\Delta x}{T} = [x(i+1) - x(i)]/T \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} A_d = I + TA \\ B_d = TB \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \quad (6.19)$$

Cách 3: Phương pháp hình thang. Ta thay thế gần đúng đạo hàm như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \approx [x(i+1) - x(i)]/T \\ x(t) = x_{tb} = [x(i+1) + x(i)]/2 \\ u = u(i) \end{cases} \quad (6.20)$$

$$\begin{cases} A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right] \\ B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot T \cdot B \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \quad (6.21)$$

6.3.5 Quan hệ giữa các phương pháp mô tả

Giả sử hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân dạng:

$$a_0 y(i+l) + a_1 y(i+l-1) + \dots + a_{l-1} y(i+1) + a_l y(i) = ku(i) \quad (6.22)$$

Đặt :

$$\begin{cases} y(i) = y_1(i) \\ y_1(i+1) = y_2(i) - A_1 y_1(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_2 y_1(i) \\ \dots \\ y(i+l) = k_0 u(i) - A_l y_1(i) \end{cases} \quad (6.23)$$

với $k_0 = k/a_0$, $A_i = a_i/a_0$

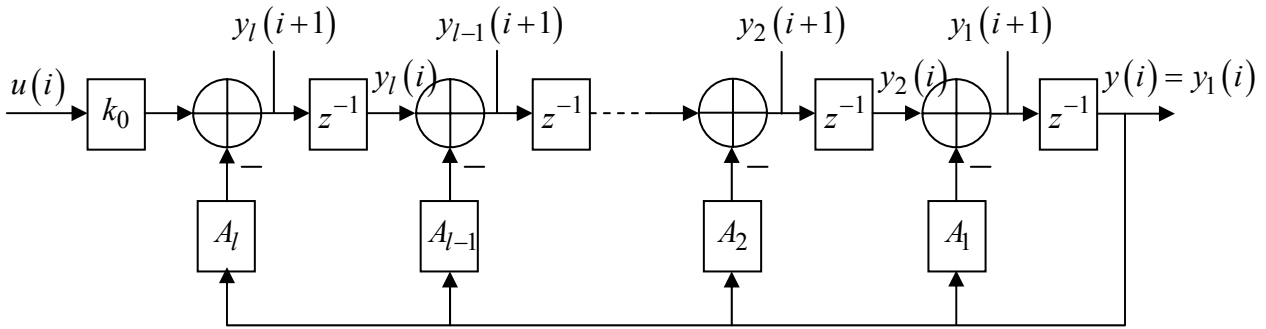
được gọi là phương trình trạng thái của hệ thống rời rạc. Các biến y_1, y_2, \dots, y_l được gọi là các biến trạng thái. Hệ trên viết dưới dạng vector ma trận:

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_l & 0 & \dots & -A_l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ k_0 \end{bmatrix} u(i) \quad (6.24)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức:

$$y(i) = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Hình 6.7 là sơ đồ cấu trúc hệ thống được mô tả bởi (6.22). Chú ý, tín hiệu vào trước khâu z^{-1} là đạo hàm tín hiệu ra của nó.



Hình 6.7 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Trên cơ sở này, ta dễ dàng xây dựng được sơ đồ cấu trúc của hệ thống rời rạc mà quá trình động học được mô tả bằng phương trình sai phân có dạng:

$$a_0 y(i+l) + a_1 y(i+l-1) + \dots + a_{l-1} y(i+1) + a_l y(i) = b_0 u(i+m) + b_1 u(i+m-1) + \dots + b_{m-1} u(i+1) + b_m u(i) \quad (6.26)$$

Chia cả hai vế cho a_0 ta có:

$$y(i+l) + A_1 y(i+l-1) + \dots + A_{l-1} y(i+1) + A_l y(i) = B_0 u(i+m) + B_1 u(i+m-1) + \dots + B_{m-1} u(i+1) + B_m u(i) \quad (6.27)$$

Với $A_i = a_i/a_0$, $B_i = b_i/a_0$.

Hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W(z) = \frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_{m-1} z + B_m}{A_0 z^l + A_1 z^{l-1} + \dots + A_{l-1} z + A_l} \quad (6.28)$$

Đặt:

$$\begin{cases} y_1(i) = y(i) \\ y_1(i+1) = y_2(i) - A_1 y_1(i) + B_0 u(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_2 y_1(i) + B_1 u(i) \\ \dots \\ y_{l-1}(i+1) = y_l(i) - A_{l-1} y_1(i) + B_{m-1} u(i) \\ y_l(i+1) = -A_l y_1(i) + B_m u(i) \end{cases}$$

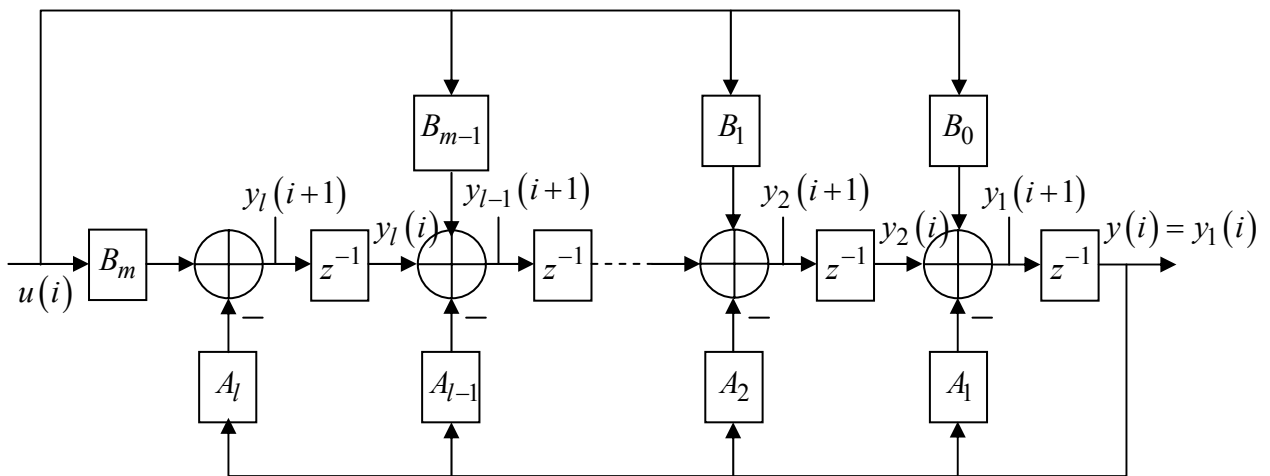
Vậy là có hệ phương trình trạng thái viết dưới dạng vector là:

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_l & 0 & \dots & -A_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix} u(i) \quad (6.29)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức:

$$y(i) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Hình 6.8 là sơ đồ cấu trúc hệ thống được mô tả bởi (6.27). Chú ý, tín hiệu vào trước khâu z^{-1} là đạo hàm tín hiệu ra của nó.



Hình 6.8 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

6.4 HÀM TRUYỀN ĐẠT TRONG HỆ THỐNG RỜI RẠC

Tương tự như trong hệ thống liên tục tuyến tính, chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm trọng lượng rời rạc sẽ là hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc.

6.4.1 Hàm truyền đạt của hệ hở

* Xác định hàm truyền đạt theo phương trình sai phân:

Giả sử hệ rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân dạng:

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_n y(i) = b_0 u(i+m) + b_1 u(i+m-1) + \dots + b_b u(i) \quad (6.31)$$

Với điều kiện đầu triệt tiêu, nhờ công thức biến đổi Z ta có:

$$(a_0z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n)Y(z) = (b_0z^m + b_1z^{m-1} + \dots + b_m)U(z) \quad (6.32)$$

Hàm truyền đạt trong hệ rời rạc là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào theo biến đổi Z :

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0z^m + b_1z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (6.33)$$

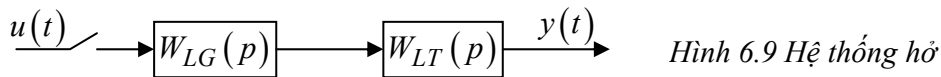
Nếu hệ thống được mô tả ở dạng không gian trạng thái:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) \end{cases} \quad (6.34)$$

Với điều kiện đầu triệt tiêu, hàm truyền đạt ma trận có dạng:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = C_d (ZI - A_d)^{-1} B_d \quad (6.35)$$

* Xác định hàm truyền rời rạc theo hàm truyền đạt phần liên tục:



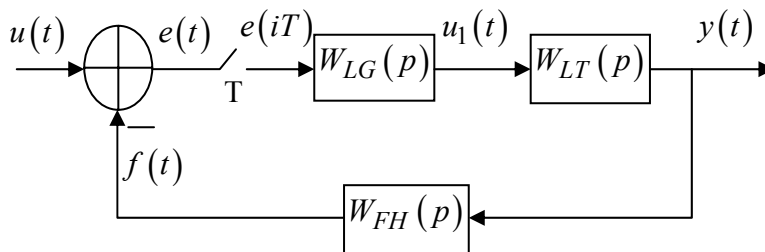
Hình 6.9 Hệ thống hở

$$Y(z) = Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}.U(z) \Rightarrow W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}$$

Mà $W_{LG}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT})$. Vậy

$$Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\} = (1 - z^{-1}).Z\left\{\frac{W_{LT}(p)}{p}\right\} \quad (6.36)$$

6.4.2 Hàm truyền đạt của hệ kín



Hình 6.10 Hệ thống ĐKTD rời rạc tuyến tính

$$\text{Ta có: } Y(z) = Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}E(z)$$

$$F(z) = Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}E(z)$$

$$E(z) = U(z) - F(z)$$

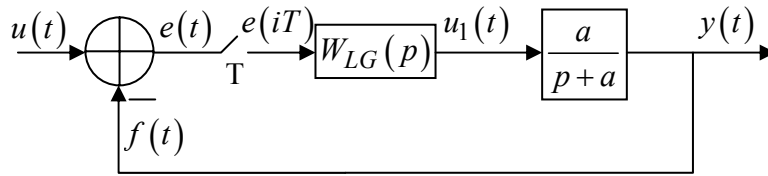
Trong đó:

$$\begin{cases} F(z) = Z\{f(iT)\} \\ E(z) = Z\{e(iT)\} \\ e(iT) = u(iT) - f(iT) \end{cases}$$

Vậy hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}} \quad (6.37)$$

Ví dụ 6.2: Cho hệ thống rời rạc như hình 6.11. Hãy xác định hàm truyền đạt của hệ kín.



Hình 6.11 Hệ thống
Trong ví dụ 6.2

Giải: Theo trên ta có hàm truyền đạt của khâu $W_{LG}(p)$:

$$W_{LG}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT})$$

$$\begin{aligned} W_{LTQD}(p) &= W_{LG}(p).W_{LT}(p) \\ &= \frac{1 - e^{-pT}}{p} \cdot \frac{a}{p + a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= L^{-1}\{W_{LTQD}(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{1 - e^{-pT}}{p} \cdot \frac{a}{p + a}\right\} \\ &= L^{-1}\left\{\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p + a}\right](1 - e^{-pT})\right\} \\ &= (1 - e^{-at})u(t) - (1 - e^{-a(t-T)})u(t-T) \end{aligned}$$

Hàm rời rạc:

$$y(iT) = (1 - e^{-aiT})u(iT) - (1 - e^{-a(i-1)T})u(iT - T)$$

Do đó:

$$W_{LTQD}(z) = Y(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \frac{1}{1 - e^{-aT}.z^{-1}} - z^{-1} \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) - z^{-1} \left(\frac{1}{1 - e^{-aT}.z^{-1}} \right)$$

$$Q_{LTQD}(z) = \frac{z^{-1}(1 - e^{-aT})}{(1 - e^{-aT}.z^{-1})}$$

Hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LTQD}(p)\}}{1 + Z\{W_{LTQD}(p)\}} = \frac{z^{-1}(1 - e^{-aT})}{1 + (1 - e^{-aT})z^{-1}}$$

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 6

+ Hệ thống rời rạc mà ta xét trong chương này chỉ có phần tử tạo xung lý tưởng là rời rạc, các phần tử còn lại trong hệ thống đều là các phần tử liên tục tuyến tính. Phần tử ZOH (khâu lưu giữ bậc 0) có tác dụng định hình xung từ phần tử tạo xung lý tưởng.

+ Nếu hệ thống liên tục được mô tả bằng phương trình vi phân thì hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân và trong phương trình sai phân, cấp cao nhất của phương trình không trùng với cấp của sai phân cao nhất. Phương trình sai phân có bậc n khi nó thỏa mãn điều kiện $a_0, a_0 \neq 0$.

+ Có ba phương pháp chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc với chu kỳ cất mẫu T là dùng biến đổi Laplace, tính gần đúng đạo hàm cấp 1 và phương pháp hình thang, trong đó phương pháp hình thang cho kết quả chính xác nhất.

BÀI TẬP

Bài 1.

Trong các hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính, phương pháp lượng tử hóa nào thường được sử dụng?

- Lượng tử hóa theo mức
- Lượng tử hóa theo thời gian
- Lượng tử hóa hỗn hợp

Bài 2.

Đâu là hàm truyền đạt của khâu $W_{LG}(p)$ trong một hệ thống rời rạc tuyến tính?

- $W_{LG}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT})$
- $W_{LG}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-T})$
- $W_{LG}(p) = 1 - e^{-pT}$

Bài 3.

Cho hệ thống được biểu diễn dưới dạng phương trình sai phân (6.12):

$$\Delta^3 y(i) + 4\Delta^2 y(i) + 5\Delta y(i) + 2y(i) = 0$$

Chuyển phương trình sai phân này về dạng (6.13)?

Bài 4.

Cấp sai phân cao nhất là cấp cao nhất của phương trình sai phân?

- a. Đúng
- b. Sai

Bài 5.

Phần liên tục tuyến tính của hệ thống rời rạc có hàm truyền đạt:

$$W_{LT}(p) = \frac{2(p+1)}{p(2p+1)(5p+1)}$$

Xác định hàm truyền đạt của hệ rời rạc hờ với $\gamma = 0.4$, $T = 0.01$?

Bài 6.

Phần liên tục tuyến tính của hệ thống rời rạc có hàm truyền đạt:

$$W_{LT}(p) = \frac{3p+1}{(4p+1)(2p+1)(p+1)}$$

Xác định hàm truyền đạt của hệ rời rạc hờ với $\gamma = 0.5$, $T = 0.01$?

Bài 7.

Cho hệ điều khiển liên tục tuyến tính được biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Với chu kỳ lấy mẫu $T = 0.1$ (s), chuyển hệ thống này sang dạng rời rạc?

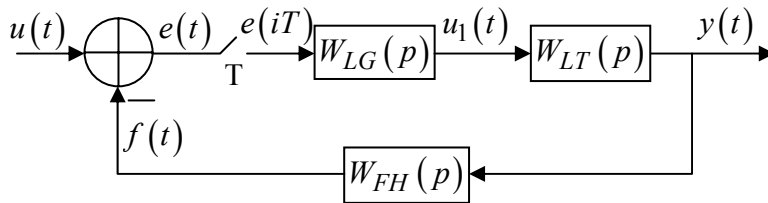
Bài 8.

Hàm truyền đạt của hệ kín được xác định theo công thức nào sau đây?

- a.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}$$
- b.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}$$
- c.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$

Bài 9.

Nếu hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính có mô hình như hình 6.12 thì hàm truyền đạt của hệ kín được xác định theo công thức nào nếu hàm truyền đạt của khâu ZOH là $W_{LG}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT})$?



Hình 6.12

- a.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$
- b.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$
- c.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$
- d.
$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$

Bài 10.

Cách biến đổi từ hệ thống liên tục sang hệ thống rời rạc trong không gian trạng thái theo phương pháp hình thang? (Trong đó I là ma trận đơn vị. A, B, C, D là các ma trận trạng thái trong hệ liên tục và A_d, B_d, C_d, D_d là các ma trận trạng thái trong hệ rời rạc)

$$a. \quad A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right] \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right]; B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot T \cdot B; C_d = C; D_d = D$$

$$b. \quad A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right]; B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right] \cdot T \cdot B; C_d = C; D_d = D$$

$$c. \quad A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right]; B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1}; C_d = C; D_d = D$$

$$d. \quad A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right]; B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot T \cdot B; C_d = C; D_d = D$$

Bài 11.

Cách biến đổi từ hệ thống liên tục sang hệ thống rời rạc trong không gian trạng thái theo phương pháp tính gần đúng đạo hàm cấp 1? (Trong đó I là ma trận đơn vị. A, B, C, D là các ma trận trạng thái trong hệ liên tục và A_d, B_d, C_d, D_d là các ma trận trạng thái trong hệ rời rạc)

$$a. \quad a. \quad A_d = I - TA; B_d = TB; C_d = C; D_d = D$$

$$b. \quad A_d = I + TA; B_d = TB; C_d = C; D_d = D$$

$$c. \quad A_d = I + A; B_d = TB; C_d = C; D_d = D$$

$$d. \quad A_d = I + TA; B_d = B; C_d = C; D_d = D$$

Bài 12.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases}$$

$$\text{với } A = \begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [1 \quad 0]$$

Hãy chuyển hệ trên sang hệ rời rạc tương đương với thời gian cắt mẫu $T = 0.25s$

CHƯƠNG VII. PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC

NỘI DUNG

7.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Tương tự như khi nghiên cứu hệ thống ĐKTD liên tục, khi khảo sát, tổng hợp hệ thống ĐKTD rời rạc, chúng ta cũng phải đề cập đến các vấn đề về tính ổn định, chất lượng, tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống rời rạc. Trong chương này, ta sẽ đề cập đến các nội dung chính như sau:

- Xét tính ổn định của hệ thống rời rạc (bao gồm các tiêu chuẩn ổn định đại số và các tiêu chuẩn ổn định tần số).
- Các tiêu chuẩn đánh giá chất lượng của một hệ thống rời rạc
- Tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống rời rạc.

7.2 TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG RỜI RẠC

7.2.1 Khái niệm ổn định của hệ thống rời rạc

Tương tự như trong hệ thống liên tục, để xét tính ổn định của một hệ thống rời rạc, ta phải giải phương trình sai phân (6.13):

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_{n-1} y(i+1) + a_n y(i) = u(i) \quad (7.1)$$

Tương tự như PTVP, nghiệm của phương trình sai phân cũng bao gồm nghiệm riêng và nghiệm tổng quát:

$$y(nT) = y_{qd}(nT) + y_0(nT) \quad (7.2)$$

Nghiệm tổng quát $y_{qd}(nT)$ (giải bằng cách cho vế phải của phương trình sai phân bằng 0) đặc trưng cho quá trình quá độ và nghiệm riêng $y_0(nT)$ đặc trưng cho quá trình xác lập của hệ thống, nghĩa là nó không làm ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống.

Như vậy, để xét ổn định của một hệ thống rời rạc, tương tự như hệ thống liên tục, ta chỉ phải giải phương trình sai phân có dạng:

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_{n-1} y(i+1) + a_n y(i) = 0 \quad (7.3)$$

Nghiệm của phương trình này được xác định dựa vào nghiệm của PTĐT:

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0 \quad (7.4)$$

trong đó: $z = e^{pT} = e^{(\alpha + j\omega)T} = e^{\alpha T} \cdot e^{j\omega T}$

$$z = e^{\alpha T} \cdot (\cos \omega T + j \sin \omega T) \quad (7.5)$$

Trong biểu thức (7.5), thành phần $(\cos \omega T + j \sin \omega T)$ luôn có module giới hạn bằng 1, do đó, module của z là:

$$|z| = e^{\alpha T} \quad (7.6)$$

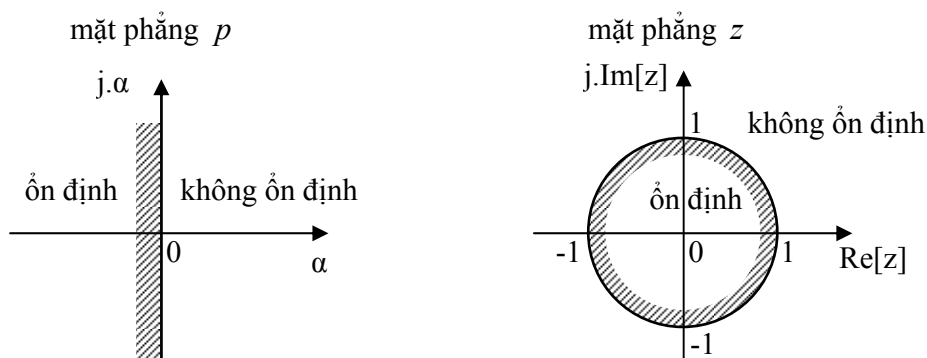
Vậy:

$$\begin{aligned} \alpha > 0, & \quad |z| > 1 \\ \alpha = 0, & \quad |z| = 1 \\ \alpha < 0, & \quad |z| < 1 \end{aligned} \quad (7.7)$$

Từ đó ta có mối quan hệ giữa mặt phẳng p và mặt phẳng z :

Mặt phẳng p	Mặt phẳng z
$\alpha > 0$: Nửa bên phải mặt phẳng p	$ z > 1$: Bên ngoài đường tròn đơn vị
$\alpha = 0$: Trục ảo $j\omega$	$ z = 1$: Nằm trên đường tròn đơn vị
$\alpha < 0$: Nửa bên trái mặt phẳng p	$ z < 1$: Bên trong đường tròn đơn vị

Bảng 7.1 Quan hệ ổn định giữa miền liên tục và miền rời rạc.



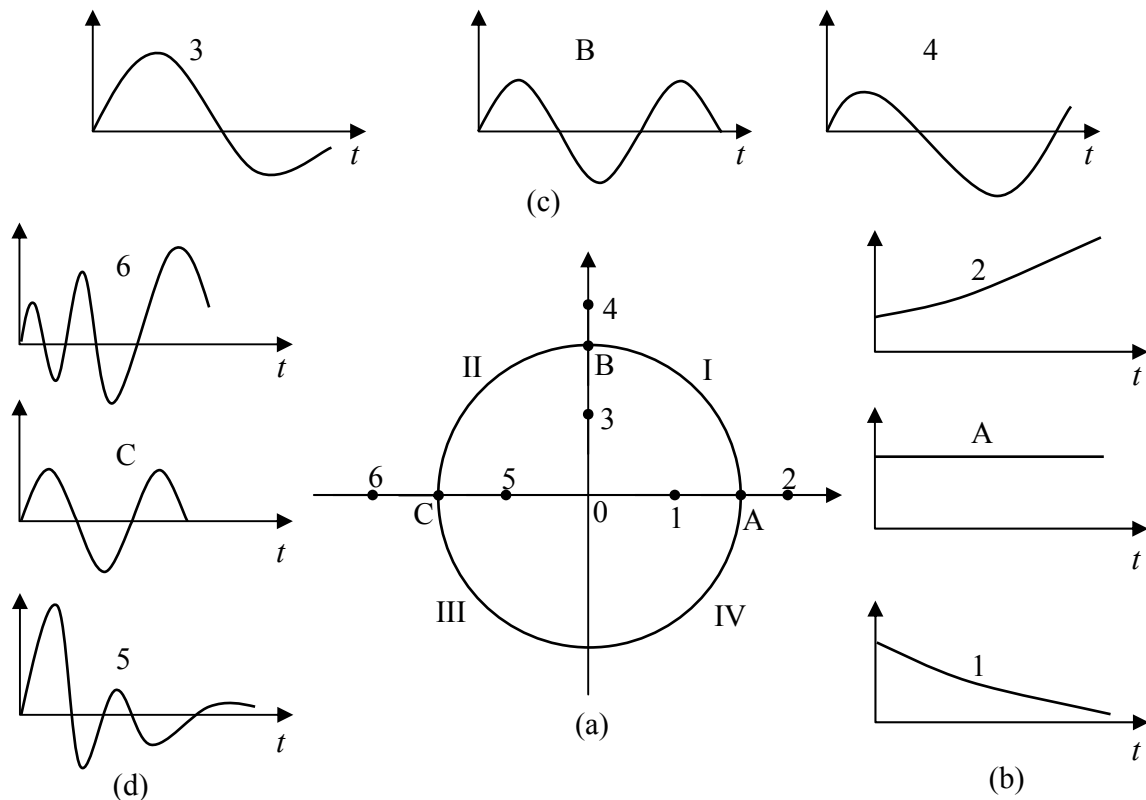
Hình 7.1 Phân vùng ổn định trên mặt phẳng nghiệm số

Từ những phân tích trên ta thấy:

- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ ổn định nếu PTĐT của hệ thống có các nghiệm thực hoặc nghiệm phức có module nhỏ hơn 1 ($|z| < 1$).
- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ không ổn định nếu PTĐT của hệ thống có ít nhất một nghiệm thực hoặc phức có module lớn hơn 1 ($|z| > 1$).

- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ ổn định nếu PTĐT của hệ thống có ít nhất một nghiệm thực hoặc phức có module bằng 1 ($|z|=1$) và các nghiệm còn lại là nghiệm thực hoặc phức có module nhỏ hơn 1.

Như vậy, nếu tất cả các nghiệm của PTĐT nằm trên tia OA (hình 7.2a), tất cả các nghiệm đều là nghiệm thực thì quá trình quá độ của hệ thống sẽ không dao động (hình 7.2b). Nếu có nghiệm nằm ngoài đoạn OA (PTĐT có nghiệm phức) thì quá trình quá độ có dao động. Tần số dao động của hệ thống phụ thuộc vào vị trí phân bố của các nghiệm số. Nếu tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố ở góc phần tư thứ I và IV (nghiệm phức luôn đi thành cặp) thì tần số dao động của hệ thống nằm trong khoảng $0 < \Omega < \pi/2$ (nghiệm nằm trên trục OB có tần số dao động $\Omega = \pi/2$). Nghiệm nằm trên trục OC cho ta tần số dao động $\Omega = \pi$. Hình 7.2b,c,d mô tả đường biến thiên của tín hiệu ra ứng với vị trí các nghiệm của PTĐT trên mặt phẳng z (hình 7.2a).



Hình 7.2 Đặc tính quá độ theo sự phân bố nghiệm số

7.2.2 Tiêu chuẩn ổn định đại số

7.2.2.1 Phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng

Tương tự như hệ thống liên tục tuyến tính, việc giải PTĐT của hệ thống cũng rất phức tạp, vì vậy ta phải dùng các phương pháp khác để xét tính ổn định của hệ thống khi không thể tìm được sự phân bố nghiệm số của hệ thống.

Giả sử hệ thống điều khiển rời rạc có PTĐT dạng:

$$a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{l-1} z + a_l = 0 \quad (7.8)$$

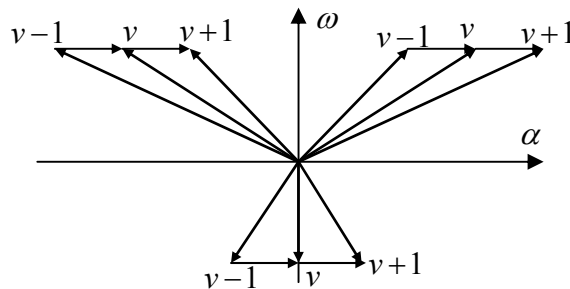
Thay $z = \frac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT và biến đổi, ta có phương trình tương đương theo biến v là:

$$A_0 v^l + A_1 v^{l-1} + \dots + A_{l-1} v + A_l = 0 \quad (7.9)$$

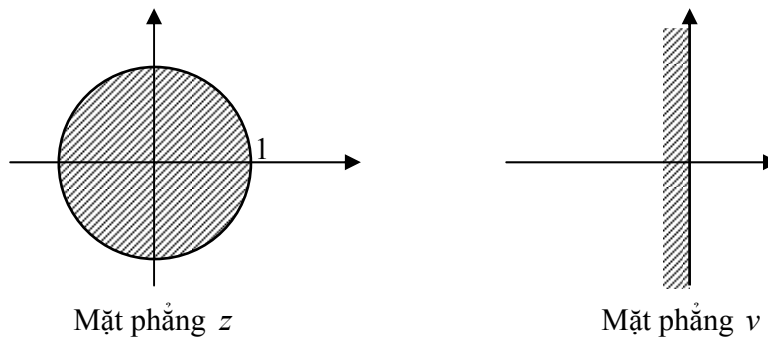
Hình 7.3 minh họa mối quan hệ tương quan sự phân bố nghiệm v của phương trình (7.9) với nghiệm z của phương trình (7.8).

- Nếu nghiệm v nằm bên trái trục ảo ta có $|v+1| < |v-1|$ hay $|z| < 1$, tương đương với nghiệm z nằm trong đường tròn đơn vị.
- Nếu nghiệm nằm bên phải trục ảo thì $|v+1| > |v-1|$ hay $|z| > 1$, tương đương với nghiệm z nằm ngoài đường tròn đơn vị.
- Nếu nghiệm nằm trên trục ảo thì $|v+1| = |v-1|$ hay $|z| = 1$, tương đương với nghiệm z nằm trên đường tròn đơn vị.

Như vậy, khi chuyển từ mặt phẳng z sang mặt phẳng v thì việc xét tính ổn định của hệ thống cũng chuyển từ điều kiện $|z| < 1$ sang điều kiện là tất cả các nghiệm của phương trình (7.9) phải nằm bên trái trục ảo. Các tiêu chuẩn đại số dùng để xét tính ổn định cho hệ thống điều khiển liên tục hoàn toàn có thể áp dụng để xét ổn định cho hệ rời rạc trong mặt phẳng v .



Hình 7.3 Mối quan hệ giữa nghiệm số v và module của z



Hình 7.4 Sự biến đổi tương đương giữa hai mặt phẳng

Ví dụ 7.1: Xét ổn định của hệ rời rạc có PTĐT bậc 2 dạng:

$$2z^2 + 3z + 4 = 0$$

Giải: Thay $z = \frac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT, sau khi biến đổi ta có phương trình theo biến v dạng:

$$9v^2 - 4v + 3 = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định đại số cho hệ liên tục thì hệ thống này không ổn định vì có hệ số $a_1 = -4 < 0$. Vậy hệ rời rạc đã cho không ổn định.

Ví dụ 7.2: Xét ổn định của hệ rời rạc có PTĐT bậc nhất dạng:

$$a_0z + a_1 = 0$$

Giải: Thay $z = \frac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT, sau khi biến đổi ta có phương trình theo biến v dạng:

$$(a_0 + a_1)v + a_0 - a_1 = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định đại số thì hệ có PTĐT bậc nhất sẽ ổn định khi các hệ số của nó cùng dấu:

$$(a_0 + a_1)(a_0 - a_1) > 0$$

Giải bất phương trình này ta có điều kiện để hệ ổn định là $|a_0| > |a_1|$

Nhận xét: Hệ rời rạc kém ổn định hơn hệ liên tục. Đối với hệ liên tục, nếu hệ thống có PTĐT bậc nhất hoặc bậc 2 với các hệ số dương thì hệ thống đó luôn ổn định, còn trong hệ rời rạc, tính ổn định của hệ thống phụ thuộc vào dấu giá trị của các hệ số trong PTĐT.

7.2.2.2 Tiêu chuẩn Jury

Tiêu chuẩn Jury là tiêu chuẩn khảo sát tính ổn định của hệ rời rạc đối với các hệ thống có PTĐT có bậc l lớn. Tiêu chuẩn Jury được xây dựng như sau:

Giả sử hệ thống rời rạc có PTĐT dạng:

$$A(z) = a_0z^l + a_1z^{l-1} + \dots + a_{l-1}z + a_l = 0 \quad (7.10)$$

*** Lập bảng Jury:**

Số hàng					
1	a_l	a_{l-1}	...	a_1	a_0
2	a_0	a_1	...	a_{l-1}	a_l
3	b_{l-1}	b_{l-2}	...	b_0	
4	b_0	b_1	...	b_{l-1}	
...	
$(2l-3)$					

trong đó:

$b_{l-1} = \begin{vmatrix} a_l & a_0 \\ a_0 & a_l \end{vmatrix}$	$b_{l-2} = \begin{vmatrix} a_l & a_1 \\ a_0 & a_{l-1} \end{vmatrix}$...	$b_k = \begin{vmatrix} a_l & a_{l-k-1} \\ a_0 & a_{k+1} \end{vmatrix}$
$c_{l-2} = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_0 \\ b_0 & b_{l-1} \end{vmatrix}$	$c_{l-3} = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_1 \\ b_0 & b_{l-2} \end{vmatrix}$...	$c_k = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_{l-k-2} \\ b_0 & b_{k+1} \end{vmatrix}$
...

* **Điều kiện ổn định theo tiêu chuẩn Jury**

1. $A(1) > 0$
2. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ.
3. $(l-1)$ điều kiện ràng buộc:
 - a. $|a_l| < |a_0|$
 - b. $|b_{l-1}| > |b_0|$
 - c. $|c_{l-1}| > |c_0|$
 - ...

Nhận xét: Như vậy bảng Jury sẽ có $(2l-3)$ hàng và khi xét tính ổn định của hệ thống sẽ có $(l+1)$ điều kiện ràng buộc.

Ví dụ 7.3: Xét ổn định của hệ có PTĐT sau theo tiêu chuẩn Jury:

$$A(z) = 4z^3 + 2z^2 - 5$$

Giải:

* Điều kiện để hệ ổn định:

1. $A(1) = 4 + 2 - 5 = 1 > 0$: thỏa mãn
2. $l = 3$ lẻ, vậy $A(-1) = -4 + 2 - 5 = -7 < 0$: thỏa mãn
3. $l-1 = 2$ điều kiện ràng buộc:
 - a. $|a_l| = 5 < |a_0| = 4$: vô lý

Kết luận: Hệ thống rời rạc đã cho không ổn định.

Ví dụ 7.4: Xét ổn định của hệ có PTĐT sau theo tiêu chuẩn Jury:

$$A(z) = 16z^4 + 16z^3 - 4z - 1$$

Giải:

* Lập bảng Jury: $l = 4$, vậy bảng sẽ có $2l - 3 = 5$ hàng.

Hàng					
1	-1	-4	0	16	16
2	16	16	0	-4	-1
3	b_3	b_2	b_1	b_0	
4	b_0	b_1	b_2	b_3	
5	c_2	c_1	c_0		

Ta có:

$b_3 = \begin{vmatrix} -1 & 16 \\ 16 & -1 \end{vmatrix} = -255$	$b_2 = \begin{vmatrix} -1 & 16 \\ 16 & -4 \end{vmatrix} = -252$
$b_1 = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 16 & 0 \end{vmatrix} = 0$	$b_0 = \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 16 & 16 \end{vmatrix} = 48$
$c_2 = \begin{vmatrix} b_3 & b_0 \\ b_0 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -255 & 28 \\ 48 & -255 \end{vmatrix} = 62721$	$c_1 = \begin{vmatrix} -255 & 0 \\ 48 & -252 \end{vmatrix} = 64260$
$c_0 = \begin{vmatrix} -255 & -252 \\ 48 & 0 \end{vmatrix} = 12096$	

* Điều kiện ổn định:

1. $A(1) = 16 + 16 - 4 - 1 = 27 > 0$: thỏa mãn
2. $l = 4$ chẵn, $A(-1) = 16 - 16 + 4 - 1 = 3 > 0$: thỏa mãn
3. $l - 1 = 3$ điều kiện ràng buộc
 - a. $|a_l| = 1 < |a_0| = 16$: thỏa mãn
 - b. $|b_{l-1}| = 255 > |b_0| = 48$: thỏa mãn
 - c. $|c_{l-2}| = 62721 > |c_0| = 12096$: thỏa mãn

* Kết luận: Vậy hệ đã cho là ổn định.

7.2.3 Tiêu chuẩn ổn định tần số

7.2.3.1 Nguyên lý góc quay-Tiêu chuẩn Mikhailope

- Dựa vào tính chất tần số của đa thức đặc tính để xét tính ổn định của hệ thống.

Giả sử hệ thống ĐKTD có PTĐT dạng:

$$A(z) = a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{n-1} z + a_l = 0 \quad (7.11)$$

có nghiệm là z_i với $i = 1, 2, \dots, l$ thì đa thức đặc tính của nó có thể chuyển sang dạng:

$$A(z) = a_0 \prod_{i=1}^l (z - z_i) \quad (7.12)$$

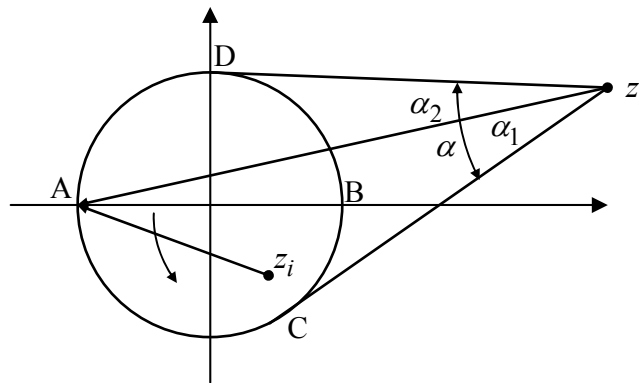
Nếu xét trên mặt phẳng z thì mỗi số hạng trong đa thức trên là một vector có chân tại điểm z_i và đỉnh nằm trên đường tròn đơn vị:

$$z = e^{jT\omega} = e^{j\Omega} \text{ với } -\pi \leq \Omega = T\omega \leq \pi$$

Vậy,

$$\Delta \arg A(z) = \sum_{i=1}^l \Delta \arg (z - z_i) \quad (7.13)$$

Hình 7.5 mô tả phân bố của các vector này cho hai trường hợp z_i nằm trong đường tròn đơn vị và z_i nằm ngoài đường tròn đơn vị.



Hình 7.5 Các vector $z - z_i$

- Khi z_i nằm trong đường tròn đơn vị: vector $z - z_i$ bắt đầu quay từ điểm A ($\Omega = -\pi$) ngược chiều kim đồng hồ đến điểm B ($\Omega = 0$) và quay tiếp đến điểm A ($\Omega = \pi$):

$$\Delta \arg (z - z_i) = 2\pi \quad (7.14)$$

- Khi z_i nằm ngoài đường tròn đơn vị: vector $z - z_i$ bắt đầu quay từ điểm A ($\Omega = -\pi$) ngược chiều kim đồng hồ đến điểm C được góc α_1 , tiếp tục quay theo chiều kim đồng hồ đến điểm D được góc $-\alpha$, cuối cùng quay ngược chiều kim đồng hồ về điểm A ($\Omega = \pi$) được góc α_2 . Như vậy, tổng góc quay của vector là $\alpha_1 - \alpha + \alpha_2 = 0$

$$\Delta \arg (z - z_i) = 0 \quad (7.15)$$

Hệ thống ổn định khi các nghiệm của PTĐT đều nằm trong đường tròn đơn vị thì góc quay của biểu đồ vector đa thức đặc tính là:

$$\Delta \arg(z - z_i) = 2l\pi \quad (7.16)$$

$$-\pi \leq \Omega \leq \pi$$

Trên thực tế, do tính đối xứng của các nghiệm phức nên chúng ta chỉ cần xét khi Ω thay đổi từ 0 đến π :

$$\Delta \arg(z - z_i) = l\pi \quad (7.17)$$

$$0 \leq \Omega \leq \pi$$

Từ những phân tích trên, tiêu chuẩn ổn định theo nguyên lý góc quay của hệ thống rời rạc, tương đương với tiêu chuẩn Mikhailope trong hệ liên tục, đã phát biểu như sau:

Hệ thống điều khiển rời rạc có PTĐT bậc l sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính của nó quay một góc bằng $l\pi$ quanh gốc tọa độ khi Ω thay đổi từ 0 đến π .

Ví dụ 7.4: Xét ổn định của hệ thống rời rạc có PTĐT bậc nhất:

$$a_0 z + a_1 = 0$$

Giải:

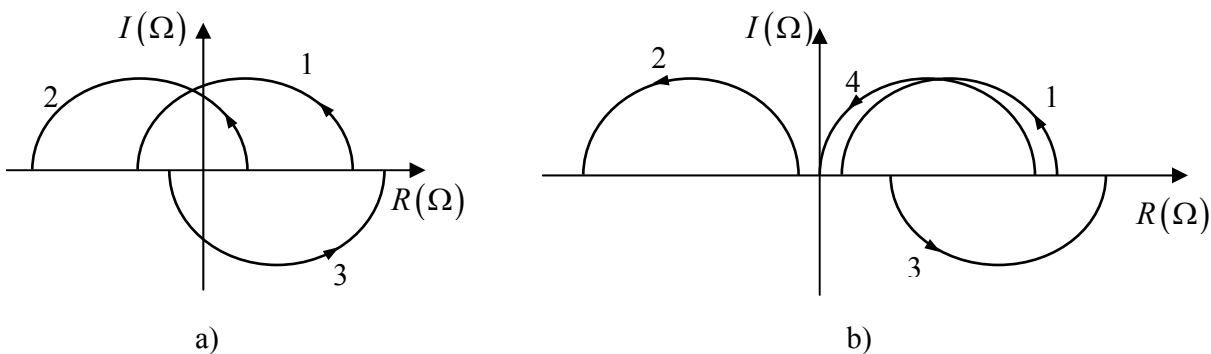
Thay $z = e^{j\Omega} = \cos \Omega + j \sin \Omega$ vào PTĐT ta được:

$$a_0 \cos \Omega + a_1 + ja_0 \sin \Omega = 0$$

Đặc tính phần thực: $R(\Omega) = a_0 \cos \Omega + a_1$

Đặc tính phần ảo: $I(\Omega) = a_0 \sin \Omega$

Hình 7.6a mô tả biểu đồ đa thức đặc tính của hệ ổn định (khi $|a_1| < |a_0|$) còn hình 7.6b mô tả biểu đồ đa thức đặc tính của hệ không ổn định và ở biên giới ổn định (khi $a_1 \geq a_0$)



Hình 7.6 Biểu đồ đa thức đặc tính

Trong hình 7.6a:

- + Đường 1 tương ứng với cả hai điều kiện khi cả hai hệ số a_1 và a_0 đều dương.
- + Đường 2 tương ứng với a_1 âm và a_0 dương.

+ Đường 3 tương ứng với a_1 dương và a_0 âm.

Theo tiêu chuẩn Mikhailope thì cả ba trường hợp này hệ thống đều ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao góc tọa độ một góc bằng π .

Trong hình 7.6b:

+ Đường 1 tương ứng với cả hai điều kiện khi cả hai hệ số a_1 và a_0 đều âm.

+ Đường 2 tương ứng với a_1 âm và a_0 dương.

+ Đường 3 tương ứng với a_1 dương và a_0 âm.

Theo tiêu chuẩn Mikhailope thì cả ba trường hợp này hệ thống đều không ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao góc tọa độ một góc bằng 0. Đường 4 ứng với trường hợp khi hệ thống ở biên giới ổn định ($a_1 = a_0$), biểu đồ đa thức đặc tính đi qua tâm tọa độ.

7.2.3.2 Tiêu chuẩn Nyquist

- Dùng xét ổn định cho cả hệ rời rạc hở và hệ rời rạc kín dựa vào đặc tính tần – biên – pha của hệ thống hở.

* *Phát biểu: Nếu hệ thống điều khiển rời rạc hở ổn định (tất cả các nghiệm $|z_i| < 1$) hoặc ở biên giới ổn định (có nghiệm $|z_i| = 1$) thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở không bao điểm $(-1, j0)$.*

* *Khái niệm đường cong bao một điểm:*

Khái niệm bao và chứng minh tiêu chuẩn này hoàn toàn tương đương như đối với hệ thống liên tục tuyến tính.

Giả sử hệ thống rời rạc hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{Q(z)}{R(z)}$$

Trong đó $R(z)$ là đa thức đặc tính của hệ hở, bậc l và $Q(z)$ là đa thức tử số có bậc $< l$.

Do hệ hở ổn định nên:

$$\Delta \arg R(z) = l\pi \quad (7.18)$$

$$0 \leq \Omega \leq \pi$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} = \frac{Q(z)}{R(z) + Q(z)} \quad (7.19)$$

Đa thức đặc tính của hệ thống kín là $G(z) = Q(z) + R(z)$. Theo tiêu chuẩn Mikhailope, hệ kín sẽ ổn định nếu:

$$\Delta \arg G(z) = l\pi \quad (7.20)$$

$$0 \leq \Omega \leq \pi$$

Xét biểu đồ của vector: $J(z) = 1 + W_h(z) = \frac{Q(z) + R(z)}{R(z)}$

Khi hệ kín và hệ hở ổn định thì:

$$\Delta \arg J(z) = \Delta \arg [Q(z) + R(z)] - \Delta \arg R(z) = l\pi - l\pi = 0 \quad (7.21)$$

$$0 \leq \Omega \leq \pi \quad 0 \leq \Omega \leq \pi \quad 0 \leq \Omega \leq \pi$$

Biểu đồ vector $J(z)$ không bao tâm tọa độ. Như vậy, đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm $(-1, j0)$, vì biểu đồ vector $J(z)$ chính là đặc tính TBP của hệ hở dịch sang phải 1 đơn vị.

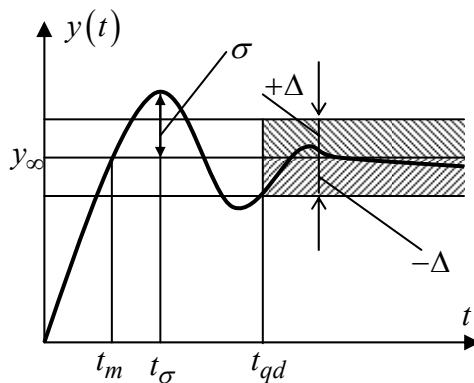
7.3. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG RỜI RẠC TUYẾN TÍNH

Tương tự như hệ thống ĐKTD liên tục, quá trình hoạt động của một hệ điều khiển rời rạc cũng được đặc trưng bởi sự vận hành của nó ở quá trình quá độ và xác lập. Bên cạnh đó, người ta cũng quan tâm khảo sát quá trình hoạt động của hệ thống khi có nhiễu, sự nhạy cảm của hệ thống khi có sự thay đổi về thông số và cấu trúc hệ thống. Sau đây, chúng ta sẽ khảo sát chất lượng của hệ thống rời rạc ở quá trình quá độ và ở trạng thái xác lập.

7.3.1 Khảo sát chất lượng hệ thống rời rạc ở quá trình quá độ

Tiêu chí ở quá trình quá độ được xác định theo hàm quá độ như ở hệ liên tục đối với hệ bậc 2 vì một mặt ở hệ bậc 2, chỉ tiêu chất lượng có thể được xác định bằng phương pháp giải tích, mặt khác các mối quan hệ này vẫn có ý nghĩa đối với các hệ bậc cao hơn.

Nếu chu kỳ lấy mẫu nhỏ hơn nhiều so với chu kỳ riêng của đối tượng thì điều khiển liên tục hay gián đoạn kiểu bậc thang nhờ bộ lưu giữ bậc 0 cũng cho đáp ứng giống nhau. Như vậy, tương tự như trong hệ liên tục, quá trình quá độ của hệ rời rạc cũng được đánh giá theo các tiêu chí:



Hình 7.7 Hàm quá độ của một hệ điều khiển RR

1. Độ quá điều chỉnh

Độ quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100 \quad (7.22)$$

2. Thời gian quá độ

Thời gian quá độ t_{qd} được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ $y(t)$ không vượt ra khỏi biên giới của miền giới hạn Δ quanh trị số xác lập. $\Delta = \pm 5\%y_{\infty}$ hay có khi dùng $\Delta = \pm 2\%y_{\infty}$.

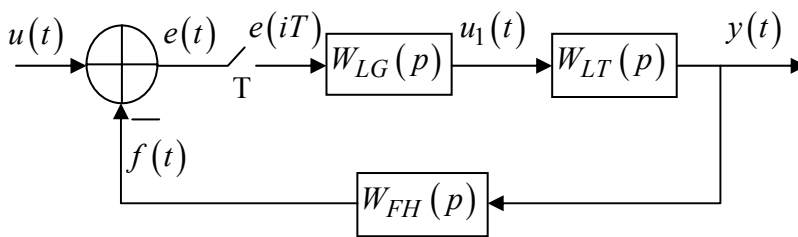
3. Thời gian đáp ứng

Thời gian đáp ứng t_m xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ lần đầu tiên đạt được trị số xác lập y_{∞} khi có quá điều chỉnh.

4. Thời gian có quá điều chỉnh

Thời gian có quá điều chỉnh t_{σ} được xác định bởi thời điểm hàm quá độ đạt cực đại.

7.3.2 Khảo sát chất lượng hệ thống rời rạc ở trạng thái xác lập



Hình 7.8 Hệ thống ĐKTD RR tuyến tính

Chất lượng của hệ thống của hệ thống rời rạc cũng được phản ánh qua sai số xác lập, sai số càng nhỏ hệ thống có chất lượng càng cao, nếu hệ thống có chất lượng lý tưởng thì sai số này sẽ bằng 0. Sau đây ta sẽ khảo sát sai số này.

Dựa vào phần 6.4.2, ta có thể tính được sai lệch giữa tín hiệu vào và ra của hệ thống kín như sau:

$$E(z) = \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}} U(z) \quad (7.23)$$

trong đó $e(t)$ là sai lệch tĩnh ở chế độ xác lập ($e(\infty)$).

Theo định lý về mối quan hệ giữa hàm ảnh và hàm gốc trong biến đổi Z ta sẽ xác định được sai số xác lập hay sai lệch tĩnh ở chế độ xác lập như sau:

$$e(\infty) = \lim_{i \rightarrow T} e(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} E(z) \quad (7.24)$$

+ Khi $u(t) = 1(t) \rightarrow U(z) = \frac{z}{z-1}$. Ta có sai số xác lập được xác định như sau:

$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}} \quad (7.25)$$

+ Khi $u(t) = t \rightarrow U(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2}$. Ta có sai số xác lập được xác định như sau:

$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{(z-1) \left[1 + Z \{ W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p) \} \right]} \quad (7.26)$$

7.4 TỔNG HỢP HỆ RỜI RẠC

7.4.1 Tổng hợp hệ rời rạc trong không gian trạng thái

Trong phần 6.3.3, ta đã biết cách mô tả một hệ thống rời rạc trong miền không gian trạng thái cũng như cách chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc. Các tiêu chí để tổng hợp hệ thống trong miền trạng thái là tính điều khiển được và quan sát được của nó. Các tiêu chuẩn này lần đầu tiên cho Kalman đưa ra.

Giả sử hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) + D_d u(i) \end{cases} \quad (7.27)$$

Ta sẽ xác định các điều kiện quan sát được và điều khiển được như sau.

7.4.1.1 Tính điều khiển được

Một hệ thống được gọi là điều khiển được nếu ta có thể tìm được một vector điều khiển $u(i)$ để chuyển được hệ thống từ một trạng thái ban đầu bất kỳ $x(0)$ đến một trạng thái cuối bất kỳ $x(n)$ trong một khoảng thời gian giới hạn.

Hệ thống rời rạc được mô tả bởi (7.27) sẽ điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n .

$$M = \begin{bmatrix} A_d^{n-1} \cdot B_d & A_d^{n-2} \cdot B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \quad (7.28)$$

$$\text{rank}(M) = n \quad (7.29)$$

Ví dụ 7.5: Cho hệ thống cấp 2 sau:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Xét tính điều khiển được của hệ thống?

Giải:

Hệ thống trên sẽ có $A_d = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $C_d = [1 \ 0]$, $n = 2$

Theo tiêu chuẩn điều khiển được hoàn toàn của Kalman, ta tính:

$$A_d \cdot B_d = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vậy $M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\det M = -4 \neq 0$ nên $\text{rank}(M) = 2$

Kết luận: Hệ thống là điều khiển được hoàn toàn.

7.4.1.2 Tính quan sát được

Một hệ thống được gọi là quan sát được nếu từ các số liệu đo được ở đầu ra, ta có thể xác định được các trạng thái $x(i)$ (các ước lượng trạng thái).

Hệ thống rời rạc được mô tả bởi (7.27) sẽ quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n .

$$N = \begin{bmatrix} C_d' & A_d' \cdot C_d' & \dots & (A_d')^{n-1} \cdot C_d' \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

$$\text{rank}(N) = n \quad (7.31)$$

Ví dụ 7.6: Vẫn với hệ thống đã cho ở ví dụ 7.5, hệ thống có điều khiển được hoàn toàn không?

Giải: Với các số liệu đã cho, ta có:

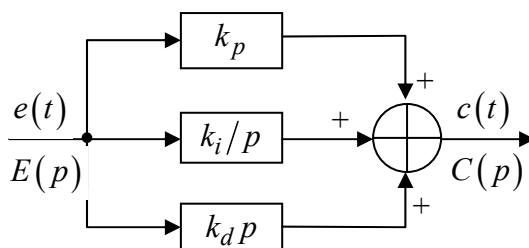
$$A_d' \cdot C_d' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Vậy: $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $\det N = -2 \neq 0$ nên $\text{rank}(N) = 2$

Kết luận: Hệ thống quan sát được hoàn toàn.

7.4.2 Bộ điều chỉnh PID số

Bộ điều chỉnh PID (Proportional – Intergral - Derivative) liên tục được mô tả trên hình 7.9 gồm 3 kênh song song là tỉ lệ, tích phân và vi phân.



Hình 7.9 Bộ điều chỉnh PID liên tục

- + Khâu tỉ lệ có hệ số truyền k_p
- + Khâu tích phân có tỉ số truyền k_i/p
- + Khâu vi phân có tỉ số truyền $k_d \cdot p$

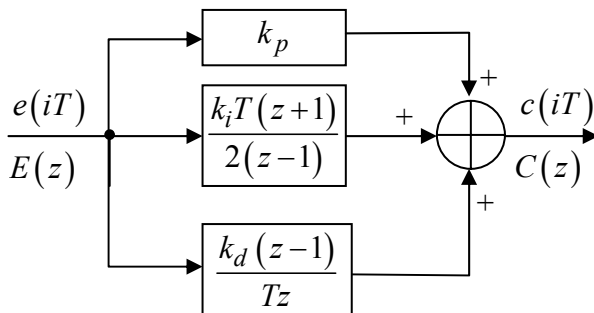
Đối với khâu tích phân số, ta có nhiều cách thể hiện và nếu theo phương pháp tích phân hình thang ta sẽ có hàm truyền là: $\frac{k_i T (z+1)}{2(z-1)}$.

Còn khâu vi phân số, sau khi biến đổi ta sẽ có hàm truyền đạt là: $\frac{k_d \cdot (z-1)}{T \cdot z}$

Hàm truyền đạt của bộ điều chỉnh PID số được mô tả trên hình 7.12.

$$W_{PID}(z) = k_p + \frac{k_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_d \cdot (z-1)}{T \cdot z} \quad (7.32)$$

$$= \frac{(k_i T^2 + 2k_d + 2k_p T)z^2 + (k_p T^2 - 2k_p T - 4k_d)z + 2k_d}{2Tz(z-1)}$$



Hình 7.10 Bộ điều chỉnh PID số

Ví dụ 7.7: Cho hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W_0(p) = \frac{10}{(p+1)(p+2)}$$

và hàm truyền đạt của khâu ZOH là $W_{LG}(p) = \frac{1-e^{-Tp}}{p}$

Xét hoạt động của hệ thống khi mắc thêm bộ điều khiển PID với chu kỳ lấy mẫu $T = 0.1(s)$?

Giải:

Theo công thức (6.36) ta có:

$$Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\} = (1-z^{-1}).Z\left\{\frac{W_{LT}(p)}{p}\right\} \quad (7.33)$$

Dùng công thức biến đổi z ta tính được:

$$\begin{aligned} W_{LTQD}(z) &= Z\{W_{LG}(p).W_0(p)\} \\ &= (1-z^{-1}).Z\left\{\frac{10}{(p+1)(p+2)}\right\} \end{aligned}$$

Vậy:

$$W_{LTQD}(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-0.905)(z-0.819)}$$

Hàm truyền đạt mạch kín khi không có bộ PID là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.0453(z+0.904)}{z^2 - 1.679z + 0.782} \quad (7.34)$$

+ Khi hệ thống có thêm bộ điều chỉnh PID với các tham số:

$$k_p = 1; k_i = 0.997 \text{ và } k_d = 0$$

Hàm truyền đạt của bộ điều chỉnh PID là:

$$W_{PID}(z) = 1.0499 \frac{z-0.905}{z-1} \quad (7.35)$$

Lúc đó hàm truyền đạt của hệ kín (bao gồm khâu ZOH, đối tượng và bộ điều chỉnh PID) là:

$$W_h(z) = W_{PID}(z).W_{LTQD}(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-1)(z-0.819)} \quad (7.36)$$

Khi đó ta có thể tính được hàm truyền đạt của cả hệ kín khi có bộ điều chỉnh PID.

7.4.3 Tổng hợp hệ ổn định vô tận

Một đặc điểm quan trọng của hệ thống điều khiển rời rạc khác với hệ thống tuyến tính liên tục là tồn tại khả năng ổn định vô tận. Đây chính là chỉ tiêu tác động nhanh của hệ thống điều khiển rời rạc mà cơ sở lý thuyết của nó có thể trình bày như sau:

Nếu tất cả các nghiệm p_i của PTĐT lùi xa đến âm vô cùng thì nó chỉ có nghiệm duy nhất $z_i = 0$. Trong trường hợp này, PTĐT của hệ rời rạc $G(z) = 0$ phải tồn tại điều kiện:

$$a_1 = a_2 = \dots = a_l = 0 \quad (7.37)$$

và chỉ còn lại dạng:

$$G(z) = a_0.z^l = 0 \quad (7.38)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống có $m = l - 1$ là:

$$W(z) = \frac{b_0 z^{l-1} + b_1 z^{l-2} + \dots + b_{l-2} z + b_{l-1}}{a_0 z^l} \quad (7.39)$$

hay

$$W(z) = B_0 z^{-1} + B_1 z^{-2} + \dots + B_{l-2} z^{-l+1} + B_{l-1} z^{-l} \quad (7.40)$$

trong đó $B_i = b_i / a_0$.

Như đã nói ở chương 6, chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm quá độ xung là hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc, nghĩa là:

$$W^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) e^{-pnT} \quad (7.41)$$

hay viết dưới dạng toán tử z :

$$W(z) = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) z^{-n} \quad (7.42)$$

Hai công thức (7.41) và (7.42) đều mô tả hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc nên ta có thể rút ra kết luận:

$$\begin{aligned} k(0) &= 0; \quad k(T) = B_0; \quad k(2T) = B_1; \dots; \quad k(lT) = B_{l-1} \\ k(nT) &= 0 \quad \text{khi } n > l \end{aligned} \quad (7.43)$$

Như vậy, quá trình quá độ xung $k(nT)$ của hệ thống kết thúc trong một khoảng thời gian nhất định $t = lT$.

Hàm quá độ xung $k(nT)$ là đáp ứng đầu ra của hệ thống khi tác động ở đầu vào là xung Diract. Khi đầu vào của hệ thống cho tác động bởi một hàm bất kỳ $x(nT)$ thì tín hiệu ra của hệ thống được xác định bằng tích chập các hàm $x(nT)$ và $k(nT)$ theo công thức:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x(mT) \cdot k[(n-m)T] \quad (7.44)$$

Đặt $j = n - m \rightarrow m = n - j$, ta có:

$$y(nT) = \sum_{j=n}^0 x[(n-j)T] \cdot k(jT) \quad (7.45)$$

Đặt $m = j$ và chuyển tổng từ $j = n$ đến 0 thành $j = 0$ đến n thì từ (7.45) ta có:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x[(n-m)T] \cdot k(mT) \quad (7.46)$$

Ta nhận thấy rằng, theo (7.46), khi tồn tại điều kiện (7.43) thì quá trình quá độ của hệ thống sẽ kết thúc sau một khoảng thời gian nhất định $m=l$ do các số hạng trong (7.46) bằng 0 khi $m > l$ và công thức này có thể chuyển thành:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^l x[(n-m)T].k(mT) \quad (7.47)$$

Quá trình quá độ của hệ thống kết thúc sau một khoảng thời gian ngắn nhất $t_d = lT$. Vì vậy hệ thống còn được gọi là tối ưu tác động nhanh. Khi tín hiệu vào là hàm bậc thang $A.1(t)$ thì tọa độ giá trị ra theo thời gian được xác định như sau:

$$y(0) = 0$$

$$y(T) = A.k(T)$$

$$y(2T) = A.[k(T) + k(2T)]$$

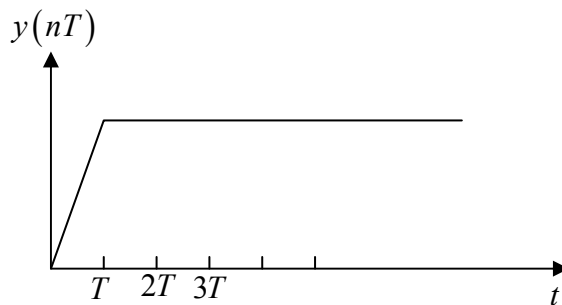
$$y(3T) = A.[k(T) + k(2T) + k(3T)]$$

.....

$$y(lT) = A.[k(T) + k(2T) + \dots + k(lT)]$$

Do $k(nT) = 0$ khi $n > l$ nên các giá trị tiếp theo đều bằng $y(lT)$. Quá trình quá độ kết thúc tại thời điểm $t = lT$.

Hình 7.11 mô tả quá trình quá độ của hệ thống điều khiển rời rạc tối ưu tác động nhanh khi $l=1$. Quá trình quá độ kết thúc sau 1 bước lấy mẫu.



Hình 7.11 Quá trình quá độ trong hệ thống tối ưu tác động nhanh

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 7

Về một khía cạnh nào đó, các hệ thống rời rạc tuyến tính có mối tương đồng so với các hệ thống liên tục tuyến tính:

+ Về tính ổn định của hệ thống, mối quan hệ giữa điều kiện ổn định của hệ thống trong miền p (hệ liên tục) và trong miền z (hệ rời rạc) được thể hiện qua bảng 7.1. Hệ thống rời rạc sẽ ổn định khi tất cả các điểm cực của hệ thống (nghiệm của PTĐT) nằm hoàn toàn trong vòng tròn đơn vị. ($|z| < 1$)

+ Nếu sau khi dùng phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng cho hệ rời rạc, ta hoàn toàn có thể áp dụng các tiêu chuẩn xét tính ổn định cho hệ liên tục như tiêu chuẩn Routh, Hurwitz (phương pháp này chỉ xét cho các hệ có PTĐT bậc thấp). Nếu PTĐT của hệ thống có bậc cao thì ta dùng phương pháp đại số xét ổn định cho hệ thống theo tiêu chuẩn Jury. Một chú ý là hệ rời rạc khó ổn định hơn hệ liên tục (ví dụ, hệ liên tục có PTĐT bậc nhất với các hệ số dương sẽ luôn ổn định nhưng hệ rời rạc thì phải kèm theo điều kiện $|a_0| > |a_1|$).

+ Tiêu chuẩn nguyên lý góc quay trong hệ rời rạc tương đương với tiêu chuẩn Mikhailope dùng xét ổn định cho hệ liên tục tiêu tiêu chuẩn tần số.

+ Khi xét các chỉ tiêu chất lượng của hệ rời rạc, ta cũng chú đến các thông số như độ quá điều chỉnh cực đại, thời gian quá độ... và sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập.

+ Xét đặc điểm của hệ thống trong không gian trạng thái ta cũng xét tính điều khiển được hoàn toàn và quan sát được hoàn toàn của hệ thống.

Một đặc điểm của hệ thống rời rạc mà hệ thống liên tục không có là tồn tại khả năng ổn định vô hạn của hệ thống.

BÀI TẬP

Bài 1.

Điều kiện để một hệ thống rời rạc tuyến tính ổn định là các nghiệm của PTĐT:

- Có phần thực nhỏ hơn 0
- Có phần thực lớn hơn 0
- Nằm trong đường tròn đơn vị
- Nằm ngoài đường tròn đơn vị

Bài 2.

Sau khi đặt biến phụ theo phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng, ta có thể xét tính ổn định của một hệ thống rời rạc theo các tiêu chuẩn ổn định của

- Hệ liên tục
- Hệ rời rạc

Bài 3.

Điều kiện cần để một hệ thống rời rạc ổn định là các hệ số của PTĐT dương?

- Đúng
- Sai

Bài 4.

Khi tín hiệu vào $u(t) = t$, sai số xác lập của hệ rời rạc được xác định theo công thức nào?

- a.
$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$
- b.
$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{(z-1) \left[1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\} \right]}$$
- c.
$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{(z+1) \left[1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\} \right]}$$
- d.
$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{(z-1) \left[1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\} \right]}$$

Bài 5.

Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID số?

- a.
$$W_{PID}(z) = k_p + \frac{k_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_d \cdot (z-1)}{T \cdot z}$$
- b.
$$W_{PID}(z) = k_p + \frac{k_d T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_i \cdot (z-1)}{T \cdot z}$$
- c.
$$W_{PID}(z) = k_i + \frac{k_p T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_d \cdot (z-1)}{T \cdot z}$$
- d.
$$W_{PID}(z) = k_d + \frac{k_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_p \cdot (z-1)}{T \cdot z}$$

Bài 6.

Cho hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ma trận điều khiển được và hạng của ma trận?

Bài 7.

Cho hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ma trận quan sát được và hạng của ma trận?

Bài 8.

Với tín hiệu vào $u(t) = 1(t)$, sai số xác lập của hệ rời rạc được xác định theo công thức nào?

- $e(\infty) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$
- $e(\infty) = \lim_{z \rightarrow T} \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$
- $e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$
- $e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + Z \{W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$

Bài 9.

Điều kiện để hệ thống có PTĐT bậc nhất dạng: $a_0z + a_1 = 0$ ổn định theo phương pháp bảo toàn hình dạng là gì?

Bài 10.

Giả sử hệ thống rời rạc có PTĐT dạng: $2z^2 + 3z + 4 = 0$.

Chuyển về hệ liên tục tuyến tính tương đương theo phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng?

Bài 11.

Một trong những điều kiện để hệ thống rời rạc có phương trình đặc trưng ổn định theo tiêu chuẩn Jury là:

- $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ

- b. $A(-1) < 0$ nếu l chẵn và $A(-1) > 0$ nếu l lẻ
- c. $A(-1) = 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ
- d. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) = 0$ nếu l lẻ

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI VÀ ĐÁP ÁN BÀI TẬP

CHƯƠNG 1

Bài 1:

- Vẽ được sơ đồ khối của hệ thống
- Nêu được chức năng của các khối
- Nêu được các tín hiệu có trong hệ thống

Bài 2: Đáp án c.

c. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

Bài 3: Đáp án c.

c. các điểm cực (pole)

Bài 4:

- Từ phương trình vi phân đặc các biến trạng thái
- Viết được phương trình trạng thái mô tả hệ thống dạng
- $$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$
- Vẽ được sơ đồ dạng tổng quát biểu diễn hệ thống trong không gian trạng thái.

Bài 5:

- Nêu cách xây dựng hàm truyền tần số
- Trình bày cách tính đặc tính biên tần, pha tần, biên tần logarithm và pha tần logarithm của hệ hở.

Bài 6:

- Nêu cách xây dựng hàm truyền tần số
- Trình bày cách tính đặc tính biên tần, pha tần của hệ kín

Bài 7:

Đáp án c.

c. $W = W_1.W_2.W_3$

Bài 8:

Đáp án a.

a. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

Bài 9:

Đáp án b.

b. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

Bài 10:

- Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối W_3 .
- Tìm hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 + W_2 W_3 + W_1 W_2}$$

Bài 11:

- Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối $W_b(p)$.
- Tìm hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{W_a W_b}{1 + W_a W_c + W_a W_b W_c W_d}$$

Bài 12:

Đáp án a.

a. $W_{ij} = X_j / X_i$

Bài 13:

Đáp án a.

a. $W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$

Bài 14:

Đáp án b.

b. Các điểm cực

CHƯƠNG 2

Bài 1.

Đáp án c.

c. $1(t)$

Bài 2.

Đáp án a.

a. $\delta(t)$

Bài 3.

Đáp án d.

d. Cả bốn đặc tính trên (BT, PT, TBP, PTL).

Bài 4.

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra
- Tín hiệu chỉ truyền đi một chiều, nghĩa là khi có tín hiệu vào thì có tín hiệu ra nhưng tín hiệu ra không ảnh hưởng đến tín hiệu vào.
- Quá trình động học của phần tử được biểu diễn bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

Bài 5.

- Nêu được sự khác nhau về PTVP, hàm truyền đạt
- Sự khác nhau giữa các đặc tính thời gian
- Sự khác nhau giữa các đặc tính tần số
- Sự khác nhau về mối quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào (theo pha)

Bài 6.

- Vì các đặc tính tần số có tính chất đối xứng.
- Nêu được đặc tính tần số nào đối xứng qua đâu? (BT, TBP đối xứng qua trục thực, PT đối xứng qua gốc tọa độ)

Bài 7.

Đáp án c.

c. $p = j\omega$

Bài 8.

Chứng minh rằng khâu trễ có $R^2(\omega) + I^2(\omega) = 1$

Bài 9.

Đáp án c.

c. $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

Bài 10.

Đáp án b.

b. Hai tín hiệu vào và ra là đồng pha với nhau

Bài 11.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 12.

- Viết hàm truyền đạt hệ hở dưới dạng tích của các khâu cơ bản nối với nhau
- Kết luận là hệ hở gồm hai khâu tích phân, một khâu quán tính bậc 1 và một khâu vi phân

CHƯƠNG 3

Bài 1.

Đáp án c.

c. Hệ hở ở biên giới ổn định

Bài 2.

Đáp án a.

a. Hệ thống kín ở biên giới ổn định

Bài 3.

Thực chất đây là bài toán tìm các tham số để hệ ổn định

Bước 1. Tìm đa thức đặc trưng $A(p)$ của hệ thống kín

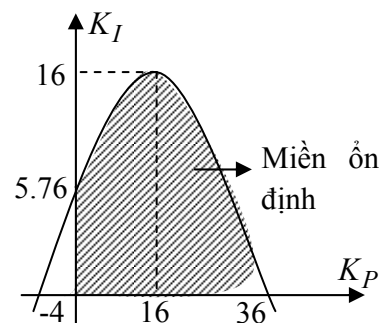
$$A(p) = p^4 + 5p^3 + 8p^2 + (4 + K_P)p + K_I$$

Bước 2. Xét ổn định

$$+ \text{Điều kiện cần: } \begin{cases} K_P > 0 \\ K_I > 0 \end{cases}$$

+ Điều kiện đủ: Xét ổn định theo tiêu chuẩn Routh:

Bảng Routh:



$$\begin{array}{ccc} 1 & 8 & K_I \\ 5 & 4 + K_P & 0 \\ -K_P + 36 & 5K_I & \\ (4 + K_P)(-K_P + 36) - 25K_I & 0 & \end{array}$$

$$\text{Điều kiện ổn định: } \begin{cases} K_P < 36 \\ K_I < \frac{(K_P + 4)(-K_P + 36)}{25} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện cần ta có điều kiện để hệ ổn định là:

$$\begin{cases} K_P > 0 \\ K_I > 0 \\ K_P < 36 \\ K_I < \frac{(K_P + 4)(-K_P + 36)}{25} \end{cases}$$

Bài 4.

Từ sơ đồ cấu trúc ta có hàm truyền đạt của hệ hở:

$$W_h(p) = \frac{2kp + 1}{2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1)}$$

+ Hàm truyền đạt của hệ kín:

$$W_k(p) = \frac{2kp + 1}{2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1) + 2kp + 1}$$

+ PTĐT của hệ thống kín:

$$2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1) + 2kp + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4p^4 + 10p^3 + 8p^2 + 2(k + 1)p + 1 = 0$$

+ Điều kiện cần để hệ ổn định: $k > -1$

+ Lập bảng Routh (sau khi chia các phần tử dòng 2 cho 2):

$$\begin{array}{ccc} 4 & 8 & 1 \\ 5 & k + 1 & 0 \\ 36 - 4k & 5 & \\ -4k^2 + 32k + 11 & & \end{array}$$

Điều kiện ổn định là các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

$$\Rightarrow \begin{cases} k < 9 \\ -0.33 < k < 8.33 \end{cases}$$

Kết với điều kiện cần, ta có điều kiện để hệ kín ổn định là: $-0.33 < k < 8.33$

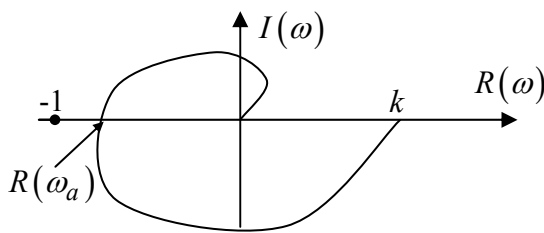
Bài 5.

+ Xét ổn định của hệ hở:

PTĐT của hệ hở: $(2p^3 + 2p^2 + 3p + 1)(p + 1) = 0$

Phương trình $p + 1 = 0$ cho ta nghiệm $p = -1$

Phương trình $2p^3 + 2p^2 + 3p + 1 = 0$ cho các nghiệm nằm bên trái trục ảo vì có $a_1.a_2 = 6 > a_0.a_3 = 2$. Vậy hệ hở ổn định. Trong trường hợp này, theo tiêu chuẩn Nyquist, hệ kín ổn định khi đặc tính TBP hệ hở không bao điểm $(-1, j0)$ và có đồ thị tương đương như hình 3.11.



Hình 3.11 Đặc tính TBP của hệ hở khi hệ kín ổn định

Vậy hệ kín ổn định khi:

$$\begin{cases} -1 < R(\omega_a) \\ k = R(0) > -1 \end{cases} \quad (\omega_a \text{ là tần số mà tại đó đặc tính TBP cắt trục thực})$$

+ Khảo sát đặc tính TBP hệ hở: thay $p = j\omega$ vào hàm truyền đạt hệ hở, tách phần thực và phần ảo, ta có:

$$R(\omega) = \frac{k(2\omega^4 - 5\omega + 1)}{(2\omega^4 - 5\omega + 1)^2 + j(4\omega - 4\omega^3)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{k(4\omega - 4\omega^3)}{(2\omega^4 - 5\omega + 1)^2 + j(4\omega - 4\omega^3)^2}$$

Cho $I(\omega) = 0$ ta tìm được $\omega_a = 1$. Thay vào công thức $R(\omega)$ ta được $R(\omega) = -k/2$ và $R(0) = k$. Vậy hệ ổn định khi $-k/2 > -1$ và $k > -1$. Vậy hệ kín ổn định khi $-1 < k < 2$.

Bài 6.

Đáp án c.

c. Số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

Bài 7.

Đáp án a.

a.

Bài 8.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 9.

Đáp án c.

c.

Bài 10.

Đáp án c.

c. $n\pi/2$

Bài 11.

Đáp án b.

b. Không bao điểm $(-1, j0)$

Bài 12.

Đáp án a.

a. $k\pi$

Bài 13.

- Thay $T=2$, tìm được hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k = \frac{4}{2p^2 + p + 5}$$

Xác định được phương trình đặc trưng của hệ thống kín:

$$2p^2 + p + 5 = 0$$

- Xét tính ổn định của hệ thống theo một trong các tiêu chuẩn đã học

* Điều kiện cần: $a_0, a_1, a_2 > 0$, thỏa mãn

* Điều kiện đủ:

Tính nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{39}}{8}$$

* Kết luận: hệ ổn định

Bài 14.

- Xác định được phương trình đặc trưng:

$$p^2 + p + k + 1 = 0$$

- Xét ổn định

+ Điều kiện cần: $k > -1$

+ Điều kiện đủ:

Lập bảng Routh, xác định điều kiện để $b_0 > 0$

$$b_0 = k + 1 > 0 \Rightarrow k > -1$$

+ Kết luận: hệ ổn định khi $k > -1$

CHƯƠNG 4

Bài 1.

Đáp án d.

d. bậc vô sai tĩnh của hệ thống

Bài 2.

Đáp án c.

$$c. \partial = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p)$$

Bài 3.

Đáp án a.

a. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100$

Bài 4.

Đáp án a.

a. $I_1 \rightarrow \min$

Bài 5.

Đáp án b.

b. có

Bài 6.

Đáp án d.

d. $k/(k+1)$

Bài 7.

Đáp án a.

a. đúng

Bài 8.

Đáp án d.

d. $I_4 = \int_0^{\infty} \left[e^2 + \alpha \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt$

Bài 9.

- Viết được biểu thức tính sai lệch tĩnh của hệ thống
- Tìm được $U(p)$
- Tìm được sai số $\partial = \frac{1}{k+1}$

Bài 10.

Đáp án b.

b. $1/p$

CHƯƠNG 5

Bài 1.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 2.

Đáp án a.

a. Khâu khuếch đại

Bài 3.

- Vì giá trị điều khiển x chỉ đạt được giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi $e = 0$.
- Cho ví dụ minh họa

Bài 4.

Đáp án b.

b. Đúng

Bài 5.

Đáp án d.

d. Từ 0 đến $\pi/2$

Bài 6.

Đáp án a.

a. Cho phép tồn tại sai lệch tĩnh

Bài 7.

Đáp án b.

b. Đúng

Bài 8.

Đáp án a.

a. Triệt tiêu sai lệch tĩnh

Bài 9.

- Viết được công thức tính sai số xác lập của hệ thống

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + W_h(p)} U(p)$$

- Từ $u(t)$ tìm $U(p)$ theo biến đổi Laplace
- Tìm được sai số của hệ thống: $\partial = 0$

Bài 10.

Đáp án d.

d. $P = [B \quad A.B \quad A^2.B \quad \dots \quad A^{n-1}.B]$

Bài 11.

- Viết được công thức tính ma trận quan sát được

$$N = [C' \quad A'C']$$

- Tính ma trận quan sát được theo các thông số đã cho

$$N = \begin{bmatrix} 1 & [0.5 & -2] \\ 0 & [1.5 & 3] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$

- Xét điều kiện để hệ thống quan sát được hoàn toàn

$$\det(N) = 1.5 \neq 0 \Rightarrow \text{rank}(N) = 2 = n$$

Kết luận: Hệ quan sát được hoàn toàn

Bài 12.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được

$$P = [B \quad AB]$$

- Tính ma trận điều khiển được theo các thông số đã cho

$$P = \begin{bmatrix} -1 & [-0.5 & 3] \\ 0 & [-2 & 1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Xét điều kiện để hệ thống điều khiển được hoàn toàn

$$\det(P) = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{rank}(P) = 2 = n$$

Kết luận: Hệ điều khiển được hoàn toàn.

CHƯƠNG 6

Bài 1.

Đáp án b.

b. Lượng tử hóa theo thời gian

Bài 2.

Đáp án a.

a. $W_{LG}(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-pT})$

Bài 3.

$y(j+1) + y(j) = 0$ với $j = i + 2$.

Bài 4.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 5.

$$W(z) = \frac{0.008}{z-1} + \frac{0.00267}{1.005z-1} - \frac{0.01067}{1.002z-1}$$

Bài 6.

$$W(z) = \frac{0.000834}{1.0025z-1} + \frac{0.0025}{1.005z-1} - \frac{0.00334}{1.01z-1}$$

Bài 7.

$$\begin{cases} x(i+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-0.1} & e^{-0.1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -e^{-0.1} \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = [0 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Bài 8.

Đáp án c.

$$c. W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$

Bài 9.

Đáp án a.

$$a. W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p)\}}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$

Bài 10.

Đáp án d.

$$d. A_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot \left[I + \frac{TA}{2} \right]; B_d = \left[I - \frac{TA}{2} \right]^{-1} \cdot T \cdot B; C_d = C; D_d = D$$

Bài 11.

Đáp án b.

$$b. A_d = I + TA; B_d = TB; C_d = C; D_d = D$$

Bài 12.

- Viết được công thức tính A_d, B_d, C_d theo các thông số trong hệ liên tục:

$$\begin{cases} A_d = I + TA \\ B_d = TB \\ C_d = C \end{cases}$$

- Tính cụ thể A_d, B_d, C_d theo các thông số đã cho

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.125 & 0.375 \\ -0.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [1 \quad 0]$$

- Viết được phương trình trạng thái biểu diễn hệ xung - số

$$\begin{cases} x(i+1) = \begin{bmatrix} 1.125 & 0.375 \\ -0.5 & 1.75 \end{bmatrix} x(i) + \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = [1 \quad 0] x(i) \end{cases}$$

CHƯƠNG 7

Bài 1.

Đáp án c.

- c. Nằm trong đường tròn đơn vị

Bài 2.

Đáp án a.

- a. Hệ liên tục

Bài 3.

Đáp án b.

- b. Sai

Bài 4.

Đáp án d.

$$d. e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{(z-1) \left[1 + Z \{ W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p) \} \right]}$$

Bài 5.

Đáp án a.

$$a. W_{PID}(z) = k_p + \frac{k_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_d \cdot (z-1)}{T \cdot z}$$

Bài 6.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được của hệ thống số:

$$M = [A_d \cdot B_d \quad B_d]$$

- Tính $M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\text{rank}(M) = 2$

- Kết luận hệ điều khiển được hoàn toàn

Bài 7.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được của hệ thống số:

$$N = [C_d' \quad A_d' \cdot C_d']$$

- Tính $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $\text{rank}(N) = 2$

- Kết luận hệ quan sát được hoàn toàn

Bài 8.

Đáp án c.

$$c. e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + Z \{W_{LG}(p) \cdot W_{LT}(p) \cdot W_{FH}(p)\}}$$

Bài 9.

- Viết được công thức của phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng: $z = \frac{v+1}{v-1}$
- Xét ổn định của hệ thống trong mặt phẳng v theo phương pháp đại số như cho hệ liên tục tuyến tính
- Kết luận điều kiện để hệ ổn định là $|a_0| > |a_1|$

Bài 10.

- Viết được công thức của phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng: $z = \frac{v+1}{v-1}$
- Tìm được phương trình tương đương trong mặt phẳng v là: $9v^2 - 4v + 3 = 0$

Bài 11.

Đáp án a.

a. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. *Lý thuyết Điều khiển tự động*, Phạm Công Ngô, NXB KHKT, 2001
- [2]. *Cơ sở điều khiển tự động*, Ngô Văn Hoà, NXB KHKT, 1999
- [3]. *Lý thuyết Điều khiển tự động thông thường và hiện đại*, Nguyễn Thương Ngô, NXB KHKT, 2005.
- [4]. *Điều khiển tự động*, Nguyễn Thị Phương Hà, NXB KHKT, 1996
- [5]. *Bài tập điều khiển tự động*, Nguyễn Thị Phương Hà, NXBKHKT, 1996
- [6]. *Automatic Control Systems*, Benjamin C. Kuo, Prentice - Hall International Editions, Seventh Edition 1995.
- [7]. *Modern Control System Theory and Design*, Stanley M. Shinnars, New York, 1992.
- [8]. *Feedback Control Systems*, John Van De Vegte, Prentice-Hall, 1991.
- [9]. *Modern Control Engineering*, Katsuhiko Ogata, Prentice-Hall, 1990.
- [10]. *Digital Control System Analysis and Design*, Charles L. Phillips & H. Troy Nagle, Prentice-Hall, 1992.
- [11]. *Applied Digital Control Theory, Design and Implementation*, Leigh J.R, London 1984.
- [12]. *Computer Controlled Systems Theory and Design*, Karl j. Astrom and Bjorn Wittenmark, Prentice-Hall Information and System Sciences Series, Thomas Kailath, Editor, 1984.

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	3
CHƯƠNG I. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC	4
NỘI DUNG	4
1.1 GIỚI THIỆU CHUNG	4
1.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG.	6
1.3 CÁC QUY TẮC BIẾN ĐỔI SƠ ĐỒ KHỐI.....	14
1.4 GRAPH TÍN HIỆU	19
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 1	21
BÀI TẬP	21
CHƯƠNG II. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC	25
NỘI DUNG	25
2.1 GIỚI THIỆU CHUNG	25
2.2 ĐẶC TÍNH THỜI GIAN CỦA PHẦN TỬ.....	26
2.3 ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA PHẦN TỬ.....	28
2.4 CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN	31
TỔNG KẾT CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN.	41
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 2	41
BÀI TẬP	41
CHƯƠNG III. KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC	44
NỘI DUNG	44
3.1 GIỚI THIỆU CHUNG	44
3.2 ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG	44
3.3 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ	46
3.4 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ	51
3.5 PHƯƠNG PHÁP QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ	54
3.6 ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH.....	58
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 3	60
BÀI TẬP	61
CHƯƠNG IV. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC....	65

NỘI DUNG	65
4.1 GIỚI THIỆU CHUNG	65
4.2 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở TRẠNG THÁI XÁC LẬP	65
4.3 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ	68
4.4. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG QUA TIÊU CHUẨN TÍCH PHẦN	71
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 4	75
BÀI TẬP	75
CHƯƠNG V. TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC	79
NỘI DUNG	79
5.1 GIỚI THIỆU CHUNG	79
5.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG.....	79
5.3 HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG VỚI CÁC BỘ ĐIỀU CHỈNH CHUẨN PID.	83
5.4 TỔNG HỢP HỆ THỐNG TRONG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI	87
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 5	91
BÀI TẬP	91
CHƯƠNG VI. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC	95
6.1 KHÁI NIỆM CHUNG	95
6.2 MÔ TẢ TOÁN HỌC TÍN HIỆU RỜI RẠC	97
6.3 MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG RỜI RẠC	98
6.4 HÀM TRUYỀN ĐẠT TRONG HỆ THỐNG RỜI RẠC	103
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 6	106
BÀI TẬP	106
CHƯƠNG VII. PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC	110
NỘI DUNG	110
7.1 GIỚI THIỆU CHUNG	110
7.2 TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG RỜI RẠC.....	110
7.3. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG RỜI RẠC TUYẾN TÍNH.....	120
7.4 TỔNG HỢP HỆ RỜI RẠC	122
TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 7	127
BÀI TẬP	128
HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI VÀ ĐÁP ÁN BÀI TẬP	132
CHƯƠNG 1	132
CHƯƠNG 2	133

CHƯƠNG 3	135
CHƯƠNG 4	139
CHƯƠNG 5	141
CHƯƠNG 6	143
CHƯƠNG 7	145
TÀI LIỆU THAM KHẢO	148
MỤC LỤC	149

CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Mã số: 491LDK350

Chịu trách nhiệm bản thảo

TRUNG TÂM ĐÀO TẠO BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG 1

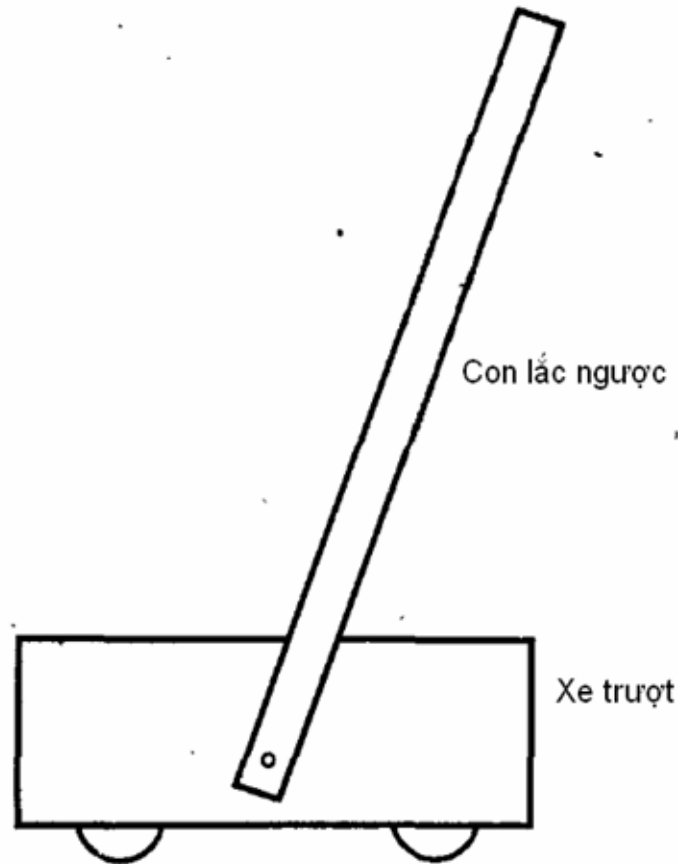
(Tài liệu này được ban hành theo Quyết định số: 828 /QĐ-TTĐT1 ngày 30/10/2006 của Giám đốc Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông)

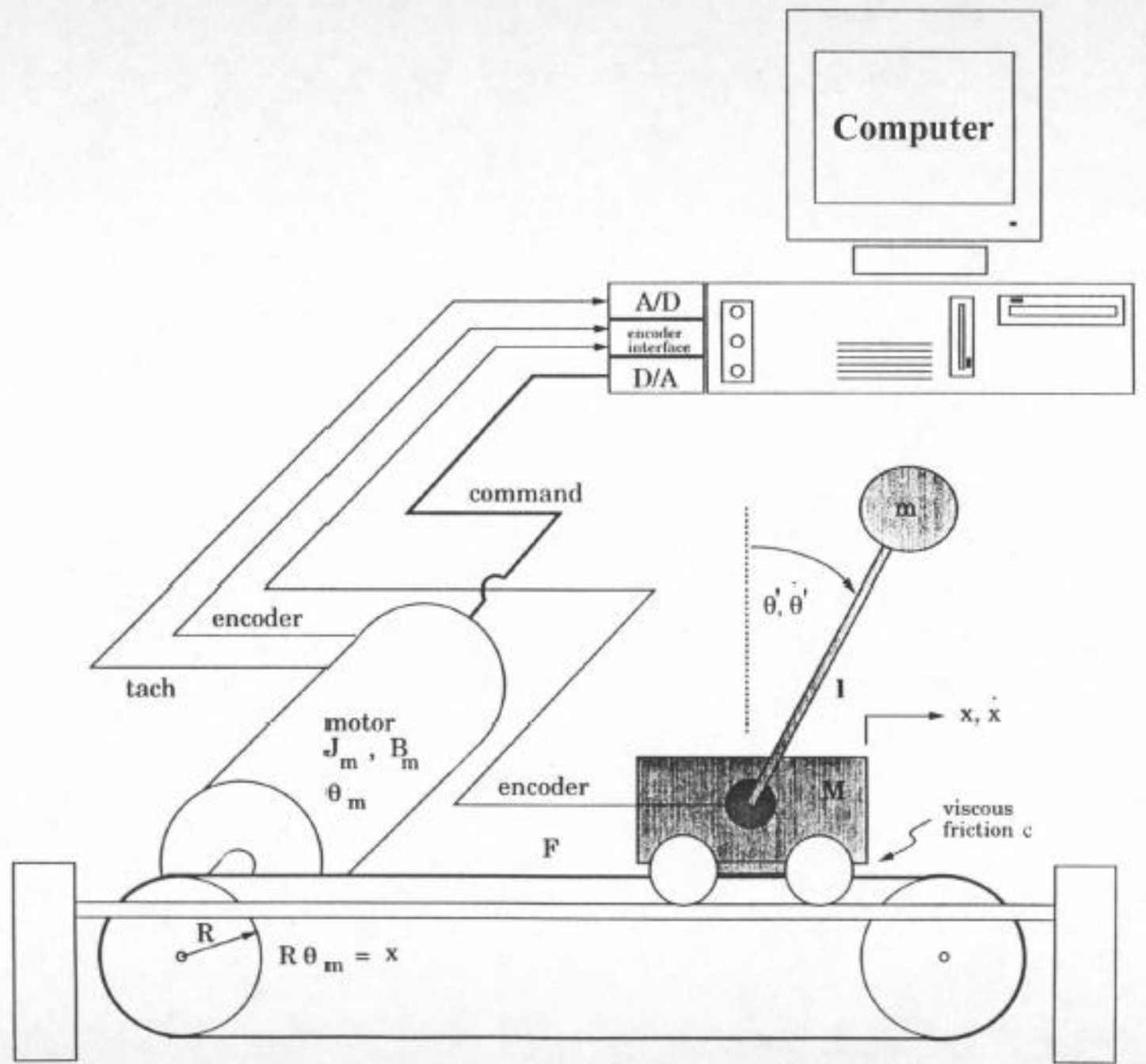


Lý thuyết điều khiển hiện đại

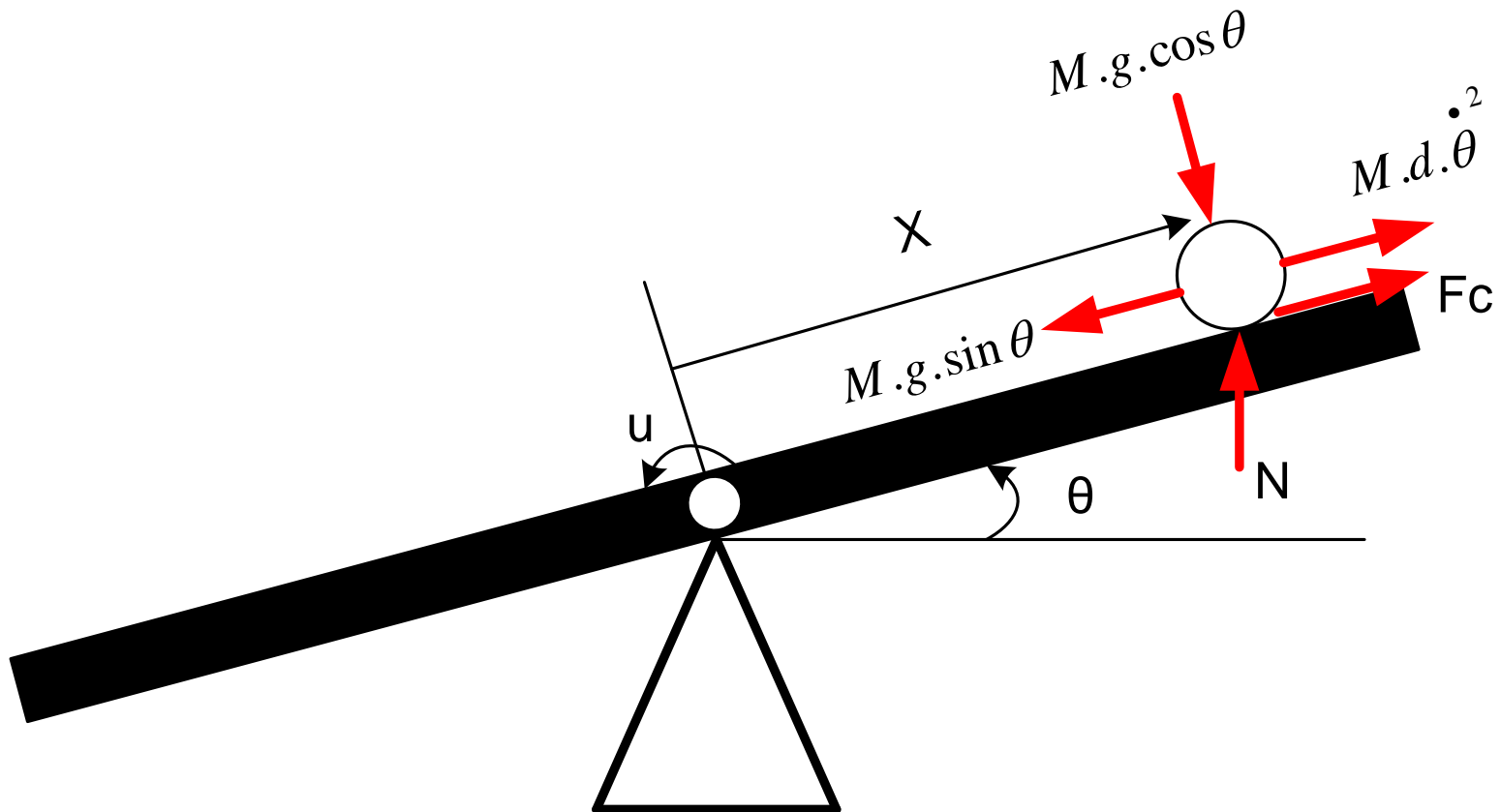
- Điều khiển tối ưu (optimal control)
- Điều khiển vững bền (Robust control)
- Điều khiển thích nghi (adaptive control)
- Điều khiển logic mờ (fuzzy logic control)
- Điều khiển dự báo (model predictive control)
- Neuron network control

Điều khiển cân bằng con lắc ngược

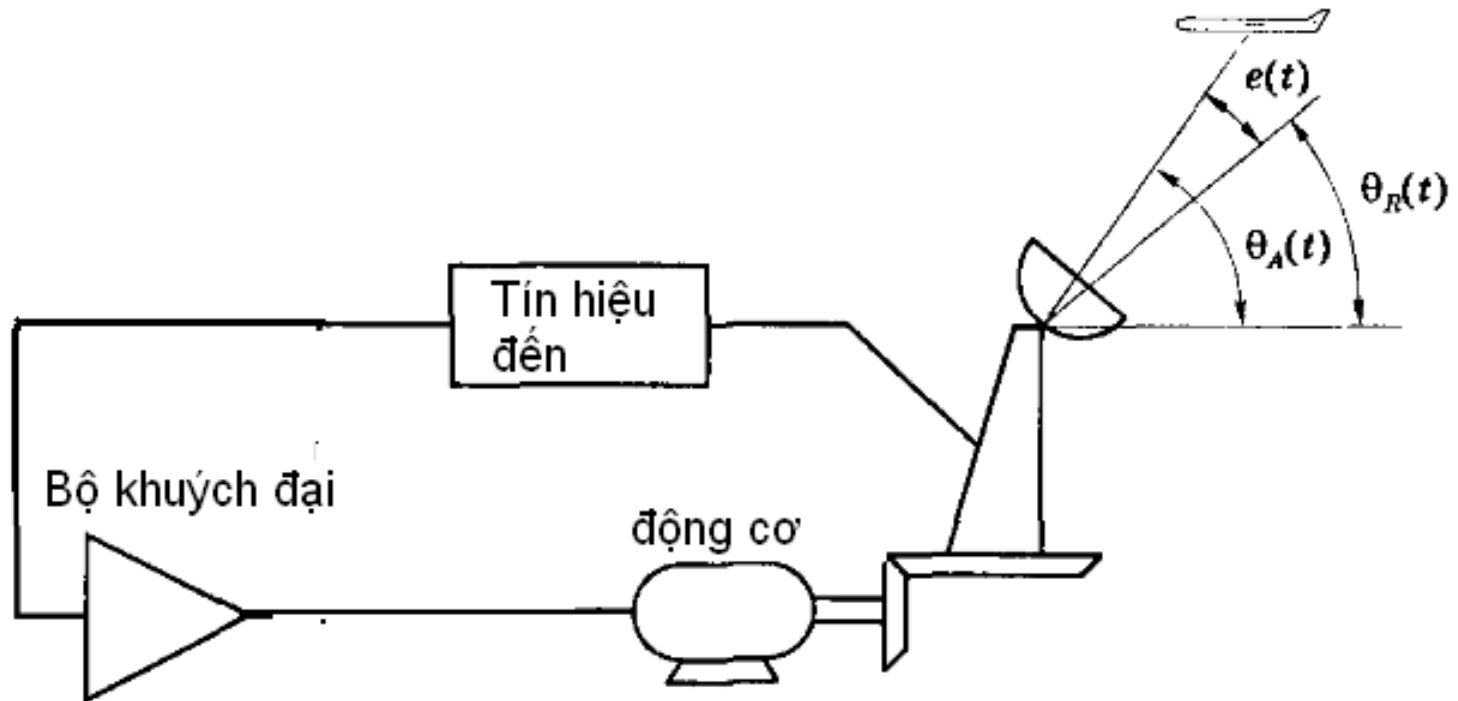




Điều khiển cân bằng quả bóng trên thanh ngang



Điều khiển góc quay của Rada





Tài liệu tham khảo

- Linear optimal control systems - HUIBERT KWAKERNAAK. Wiley-Interscience, 575p.
- Charles L.Phillip, Royce D.Harbor, Feedback Control Systems.Prentice Hall,2000
- Nguyễn Thị Phương Hà, Lý thuyết điều khiển hiện đại, NXB Đại học quốc gia TPHCM
- Trần Hoài Ân, Fuzzy logic control



1. Lý thuyết về hệ tuyến tính



1.1. biến đổi laplac

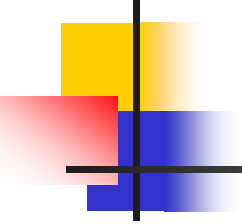
$$f(t) = \begin{cases} f(t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Trong đó : $s = \sigma + j\omega$ - biến Laplac

L - toán tử Laplac

$F(s)$ - ảnh của hàm $f(t)$ qua phép biến đổi Laplac



1.1.1. Tính tuyến tính

$$L\{f_1(t)\} = F_1(s)$$

$$L\{f_2(t)\} = F_2(s)$$

$$L\{\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t)\} = \alpha_1 F_1(s) + \alpha_2 F_2(s)$$



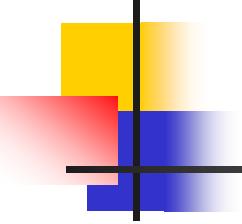
1.1.2. Ảnh của đạo hàm

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

$$L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0)$$

$f(0)$ - điều kiện ban đầu

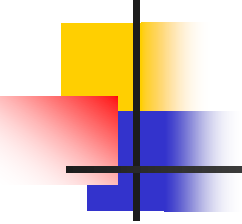
$$\text{Nếu } f(0) = 0 \Rightarrow L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s)$$



1.1.3. Ảnh của tích phân

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

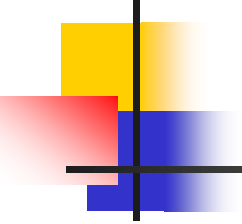
$$L\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$$



1.1.4. Định lý chậm trễ trong vùng giá trị ảo

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

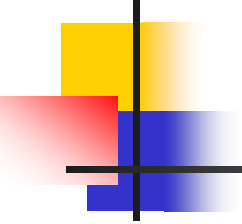
$$L\{f(t)e^{\pm\alpha t}\} = F(s \mp \alpha)$$



1.1.5. Định lý chậm trễ trong vùng giá trị thực

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

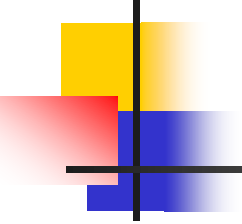
$$L\{f(t - \tau)\} = e^{-\tau s} F(s)$$



1.1.6. Thay đổi tỷ lệ trong vùng thời gian

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

$$L\{f(\alpha t)\} = (1/\alpha)F(s/\alpha)$$



1.1.7. Tích phân cuộn trong vùng giá trị thực

$$L\{f_1(t)\} = F_1(s)$$

$$L\{f_2(t)\} = F_2(s)$$

$$L\left\{\int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau\right\} = F_1(s)F_2(s)$$

Hàm theo thời gian	Biến đổi Laplac
$e(t)$	$E(s)$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$
t^{k-1}	$\frac{(k-1)!}{s^k}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$

Hàm theo thời gian

Biến đổi Laplac

$e(t)$

$E(s)$

$$1 - (1 + at)e^{-at}$$

$$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$$

$$e^{-at} - e^{-bt}$$

$$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$$

$$\sin bt$$

$$\frac{b}{s^2 + b^2}$$

$$\cos bt$$

$$\frac{s}{s^2 + b^2}$$

$$t \sin bt$$

$$\frac{2bs}{(s^2 + b^2)^2}$$

$$t \cos bt$$

$$\frac{s^2 - b^2}{(s^2 + b^2)^2}$$

1.2. Phương trình vi phân của hệ điều khiển

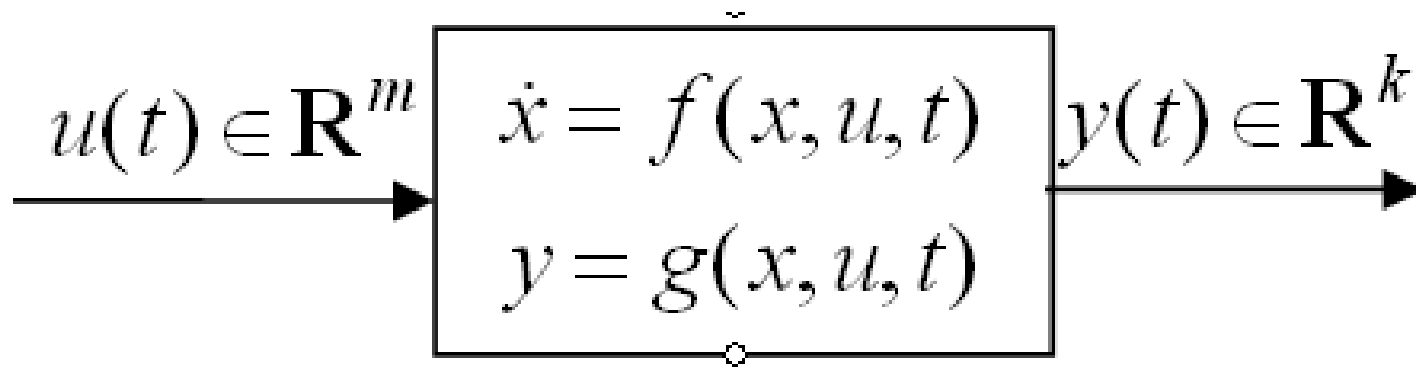
$$\sum_0^n a_\nu x^{(\nu)}(t) = \sum_0^m b_\nu y^{(\nu)}(t)$$



1.3. Hàm truyền của hệ ĐK

$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

1.4. Phương trình trạng thái hệ ĐK



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

$$x(t) \in \mathbf{R}^n, x_{n \times 1}, A_{n \times n}, B_{n \times m}, C_{k \times n}, D_{k \times m}$$

1.5. Nghiệm của phương trình trạng thái

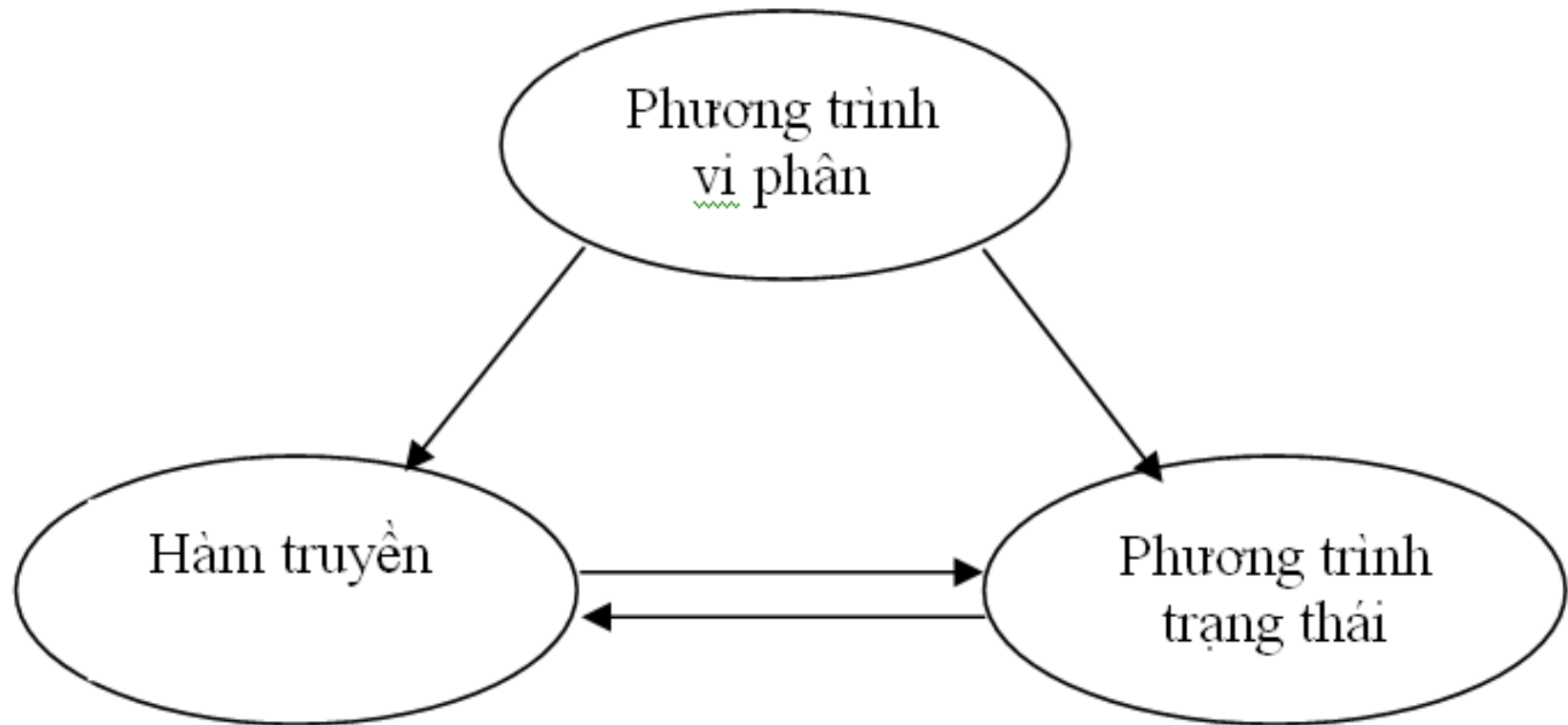
$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)Bu(\tau)d\tau$$

$$\Phi(t, t_0) = L^{-1} \{ \Phi(s) \} = L^{-1} \{ (sI - A)^{-1} \}$$

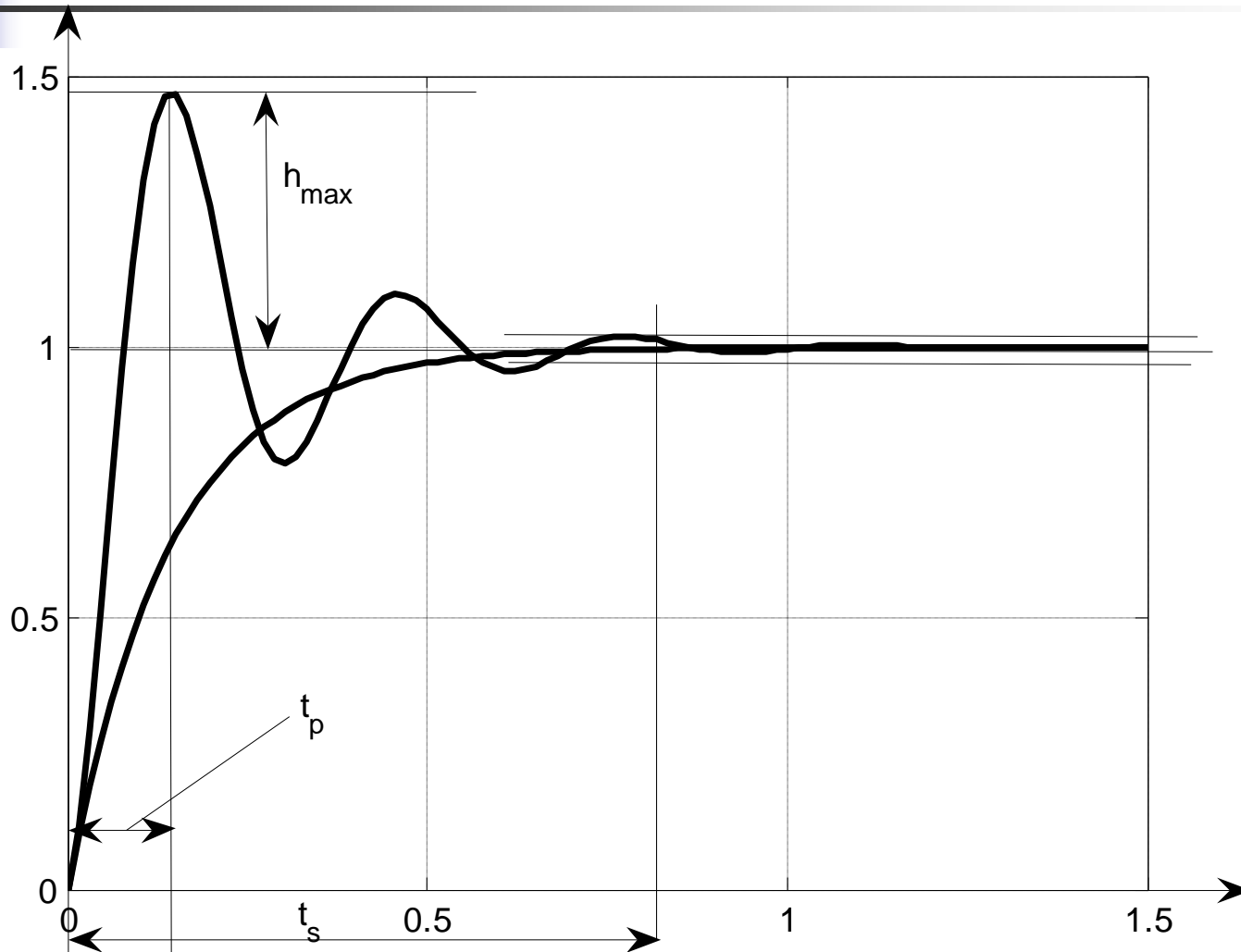
Đối với hệ tuyến tính có tham số cố định

$$\Phi(t, t_0) = e^{A(t-t_0)}$$

1.6. Sơ đồ biến đổi giữa các cách mô tả hệ thống



1.7. Đánh giá chất lượng của hệ điều khiển





1.8 Nguyên lý xếp chồng

$c_1(t)$ - đáp ứng của hệ đối với $r_1(t)$

$c_2(t)$ - đáp ứng của hệ đối với $r_2(t)$

$\alpha_1 c_1(t) + \alpha_2 c_2(t)$ - là đáp ứng của hệ $\alpha_1 r_1(t) + \alpha_2 r_2(t)$

1.9. Tuyến tính hóa hệ phi tuyến

$$\dot{x}_0(t) = f[x_0(t), u_0(t), t], \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

Giả sử $x(t), u(t)$ rất gần với $x_0(t), u_0(t)$, khi đó

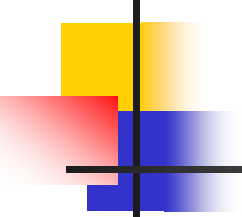
$$u(t) = u_0(t) + \tilde{u}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

$$x(t) = x_0(t) + \tilde{x}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

$\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)$ - là lượng thay đổi rất nhỏ

Khai triển Taylor phương trình trạng thái lân cận $x_0(t), u_0(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) + \dot{\tilde{x}}_0(t) &= f[x_0(t), u_0(t), t] + J_x[x_0(t), u_0(t), t]\tilde{x}(t) + \\ &+ J_u[x_0(t), u_0(t), t]\tilde{u}(t) + h(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1 \end{aligned}$$



J_x, J_u - ma trận Jacobi của hàm f đối với x và u tương ứng

$$(J_x)_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad (J_u)_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial u_j},$$

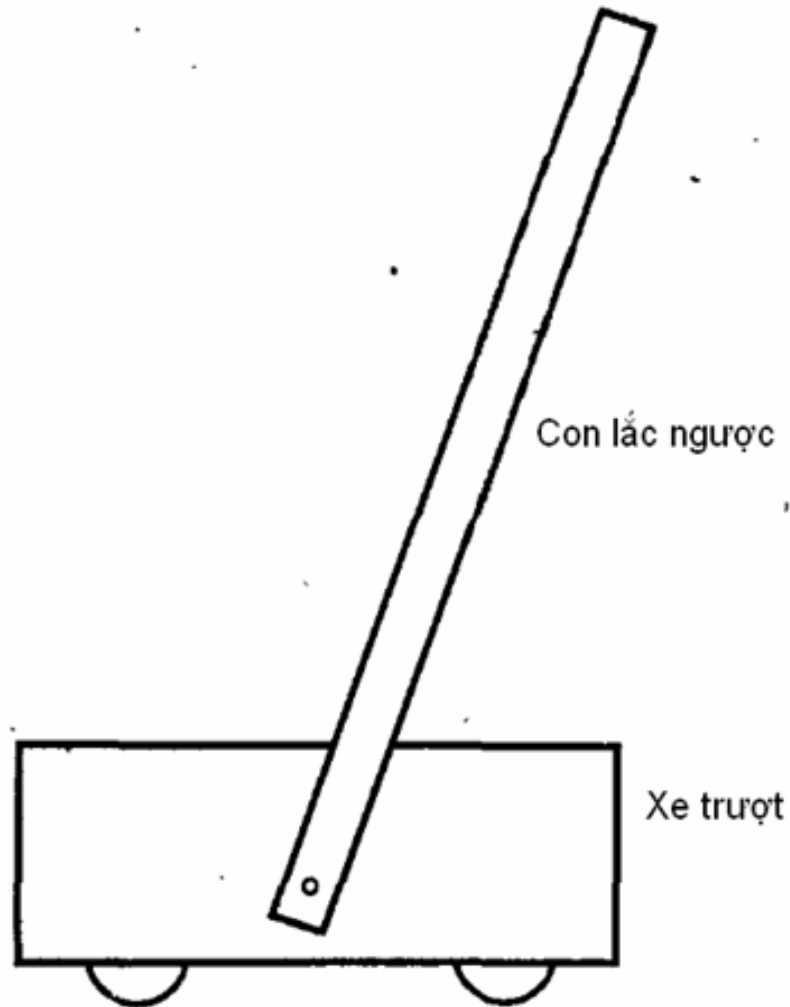
$\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)$ - gần như thỏa mãn phương trình tuyến tính

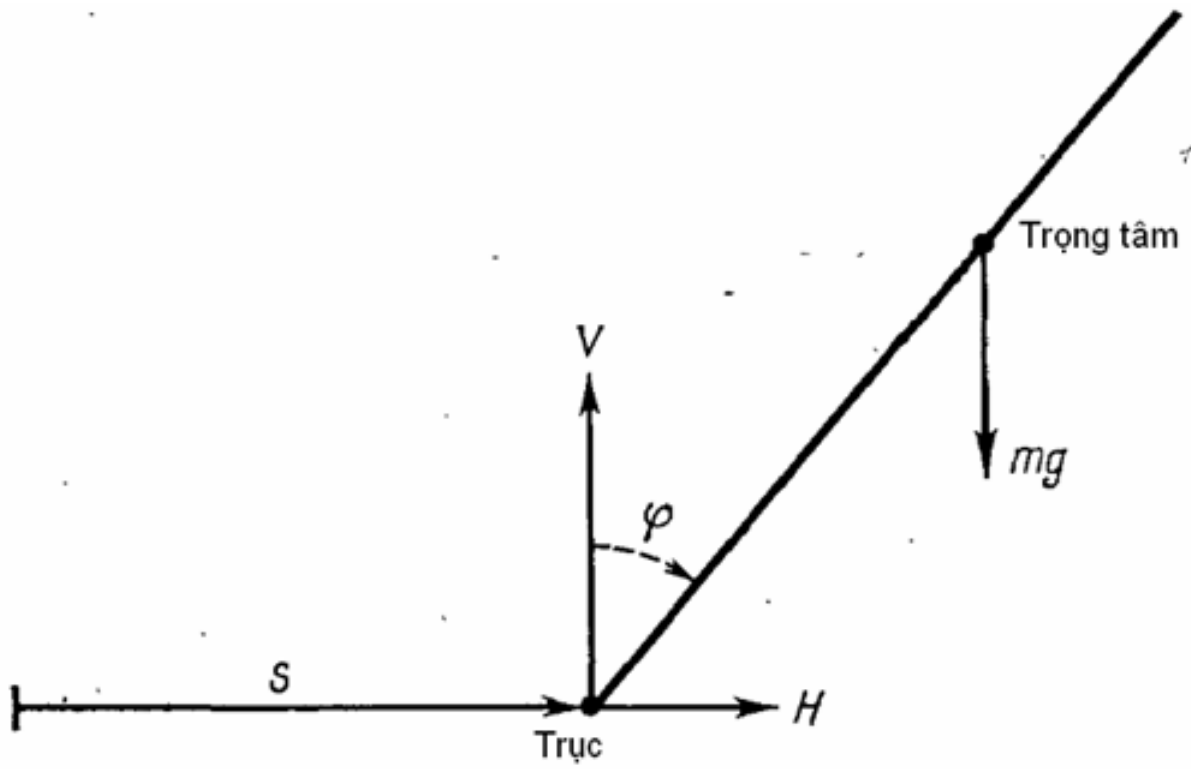
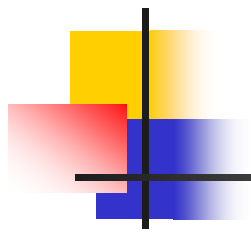
$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(t)\tilde{x}(t) + B(t)\tilde{u}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

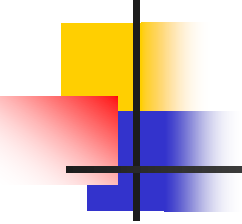
$$A(t) = J_x[x_0(t), u_0(t), t], \quad B(t) = J_u[x_0(t), u_0(t), t]$$

Phương trình trạng thái tuyến tính hóa

1.10. Ví dụ 1 : con lắc ngược





- 
-
- $\mu(t)$ - lực tác dụng lên xe theo phương ngang
(được điều khiển bởi mô tơ) – là biến điều khiển của hệ
- $s(t)$ - vị trí của xe
- $\varphi(t)$ - góc lệch của con lắc
- m - trọng lượng của con lắc
- L - Khoảng cách giữa trục và trọng tâm con lắc
- J - Moment quán tính con lắc
- M - Trọng lượng xe

Phương trình chuyển động trọng tâm con lắc theo phương ngang

$$m \frac{d^2}{dt^2} [s(t) + L \sin \varphi(t)] = H(t),$$

Phương trình chuyển động của trọng tâm con lắc theo phương thẳng đứng

$$m \frac{d^2}{dt^2} [L \cos \varphi(t)] = V(t) - mg,$$

Phương trình chuyển động quay của con lắc

$$J \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = LV(t) \sin \varphi(t) - LH(t) \cos \varphi(t)$$

Phương trình chuyển động của xe

$$M \frac{d^2 s(t)}{dt^2} = \mu(t) - H(t) - F \frac{ds(t)}{dt}$$

$$m\ddot{s}(t) + mL\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) - mL\dot{\varphi}^2(t)\sin\varphi(t) = H(t)$$

$$-mL\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) - mL\dot{\varphi}^2(t)\cos\varphi(t) = V(t) - mg,$$

$$J\ddot{\varphi}(t) = LV(t)\sin\varphi(t) - LH\cos\varphi(t)$$

$$M\ddot{s}(t) = \mu(t) - H(t) - F\dot{s}(t)$$

Vì $m \ll M$ nên có thể bỏ phần tử $H(t)$
có thể được thay thế như sau

$$M\ddot{s}(t) = \mu(t) - F\dot{s}(t)$$

Khử $H(t)$ và $V(t)$ từ phương trình (1.15)-(1.17) thu được

$$(J + mL)\ddot{\varphi}(t) - mgL\sin\varphi(t) + mL\ddot{s}(t)\cos\varphi(t) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\varphi}(t) - \frac{g}{L'}\sin\varphi(t) + \frac{1}{L'}\ddot{s}(t)\cos\varphi(t) = 0$$

$$L' = \frac{J + mL^2}{mL}$$

Rõ ràng $\mu(t) \equiv 0, s(t) \equiv 0, \varphi(t) \equiv 0$ là nghiệm,

bằng phương pháp khai triển Taylor ở lân cận nghiệm 0

$$\ddot{\varphi}(t) - \frac{g}{L'} \varphi(t) + \frac{1}{L'} \ddot{s}(t) = 0$$

Đặt

$$\xi_1(t) = s(t)$$

$$\xi_2(t) = \dot{s}(t)$$

$$\xi_3(t) = s(t) + L' \varphi(t)$$

$$\xi_4(t) = \dot{s}(t) + L' \dot{\varphi}(t)$$

Phương trình trạng thái tuyến tính hóa có dạng

$$\dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t)$$

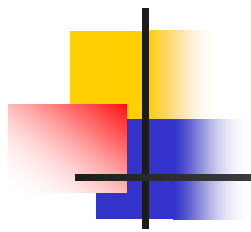
$$\dot{\xi}_2(t) = \frac{1}{M} \mu(t) - \frac{F}{M} \xi_2(t)$$

$$\dot{\xi}_3(t) = \xi_4(t)$$

$$\dot{\xi}_4(t) = g\varphi(t) = \frac{g}{L'} [\xi_3(t) - \xi_1(t)]$$

dạng ma trận là

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{g}{L'} & 0 & \frac{g}{L'} & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mu(t)$$



$$\frac{F}{M} = 1(s^{-1})$$

$$\frac{1}{M} = 1(kg^{-1}) \quad |$$

$$\frac{g}{L'} = 1(s^{-2})$$

$$L' = 0.842(m)$$



1.11. Sự điều khiển được

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$x(0) = x(0)$$

$$x(t_f) = 0$$

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

Hệ điều khiển được khi tồn tại $u(t)$ thỏa mãn

$$x(t_f) = 0 = \Phi(t_f)x(0) + \int_0^{t_f} \Phi(t_f - \tau)Bu(\tau)d\tau$$

Điều kiện trên thỏa mãn khi

$$\begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \text{ có hạng là } n$$





1.12. Sự ổn định

$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

Phương trình đặc trưng

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

Có nghiệm

$$s_i = \alpha_i + \beta_i j, \quad i = \overline{1, n}$$

1) $\alpha_i < 0, i = \overline{1, n}$ - hệ ổn định

2) $\exists \alpha_i > 0$ - hệ không ổn định

3) $\alpha_i < 0, \exists \alpha_k = 0, 1 \leq i, k \leq n$ - giới hạn ổn định

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$x(t) \in \mathbf{R}^n, x_{n \times 1}, A_{n \times n}, B_{n \times m}, C_{k \times n}$$

$\det[sI - A] = 0$ - phương trình đặc trưng có nghiệm

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i j, \quad i = \overline{1, n}$$

1) $\alpha_i < 0, i = \overline{1, n}$ - hệ ổn định

2) $\exists \alpha_i > 0$ - hệ không ổn định

3) $\alpha_i < 0, \exists \alpha_k = 0, 1 \leq i, k \leq n$ - giới hạn ổn định



1.13 Hàm Lyapunov

Xét hệ điều khiển

$$\dot{y}(t) = Ay(t)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = g_i(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

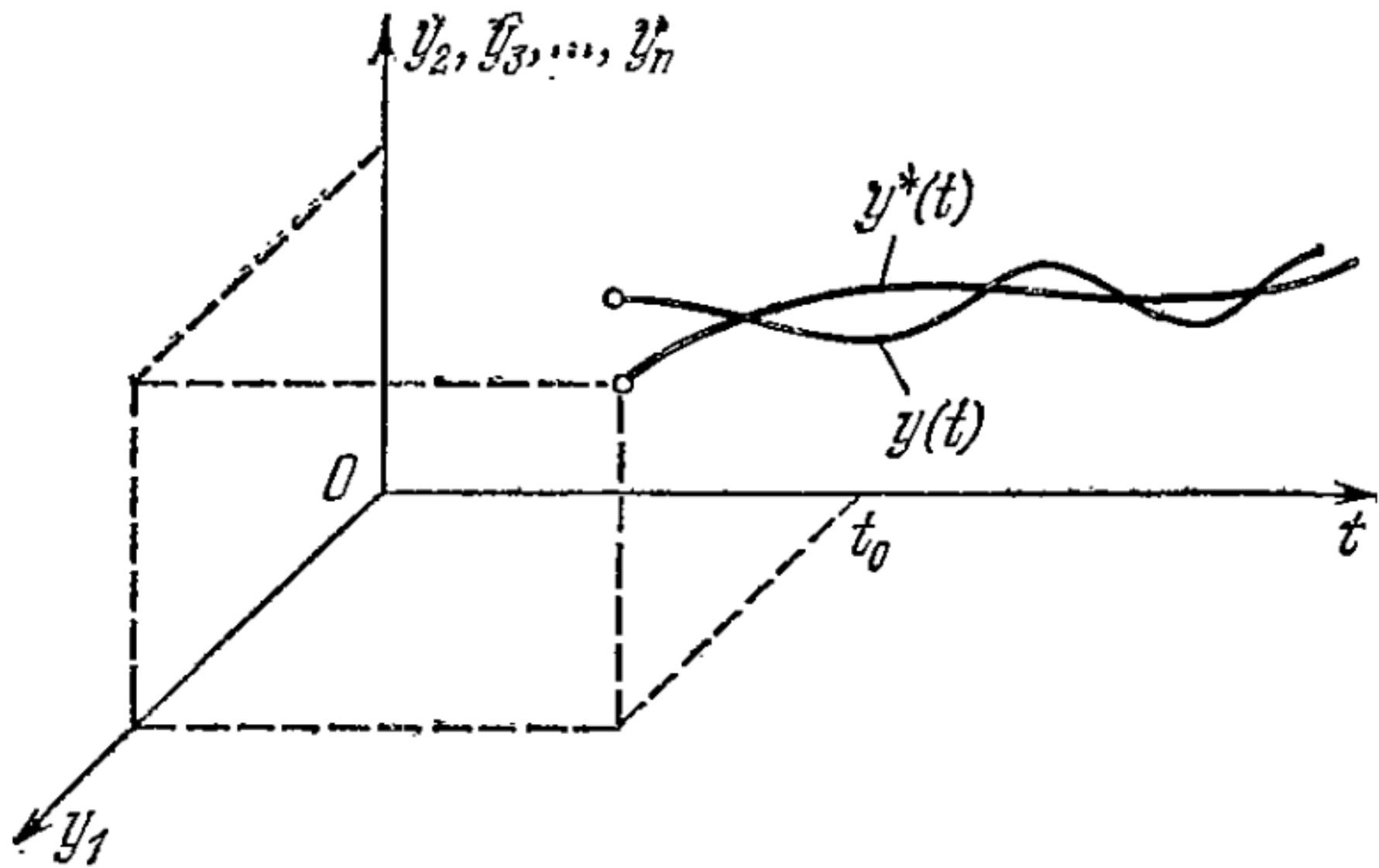
$y_i^*(t)$ - nghiêm của quá trình ổn định

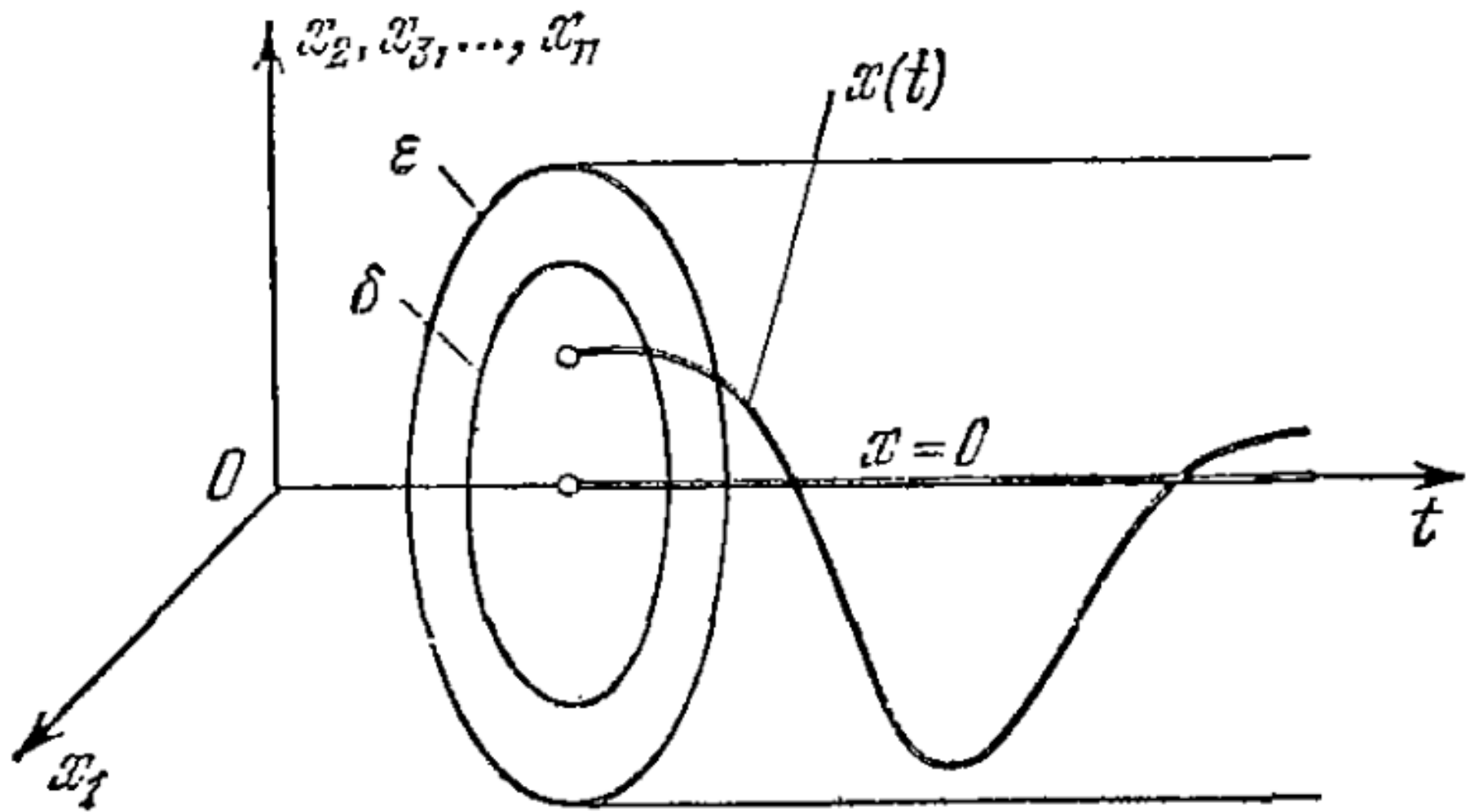
$y_i(t)$ - nghiêm của quá trình nhiễu

Đặt $x_i(t) = y_i(t) - y_i^*(t)$

$$\frac{dx_i}{dt} = \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Chuyển động không nhiễu là $x = 0$





Định nghĩa 1:

Hệ ổn định với chuyển động không nhiễu $x^*(t) = 0$ khi

Với $\varepsilon > 0$, $\exists \delta(\varepsilon)$ với điều kiện ban đầu

$$|x(t_0)| < \delta \text{ thì } |x(t)| < \varepsilon, \quad t_0 < t < \infty$$

Định nghĩa 2:

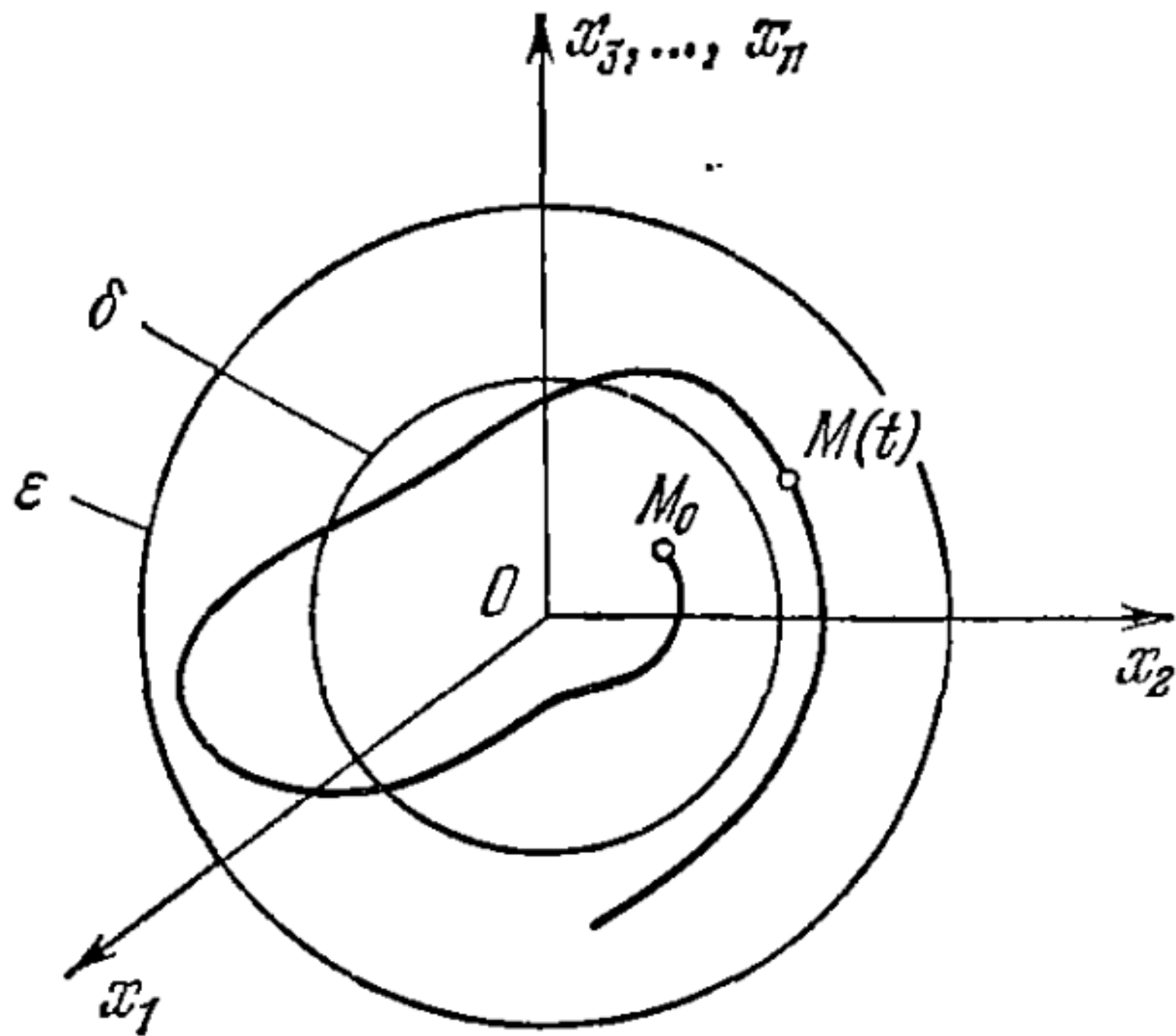
Hệ ổn định tiệm cận khi ổn định theo Lyapunov và

$$x(t) \rightarrow 0 \text{ khi } t \rightarrow \infty$$

Định nghĩa 3:

Hệ hoàn toàn ổn định nếu ổn định theo Lyapunov và

$$x(t) \rightarrow 0 \text{ khi } t \rightarrow \infty \text{ với } \forall x(t_0)$$



Đường đặc trưng cho sự ổn định được biểu diễn bởi hàm liên tục theo biến trạng thái của hệ $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Có tính chất: $V = 0$ khi $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$

- Được gọi là **hàm Lyapunov**
- Hàm V được gọi là hàm xác định dấu.
- Hàm V có thể được viết như sau $V = x^T Sx$

Giả sử $S_{n \times n}$ có tất cả các định thức con theo đường chéo

$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ khi đó

* V - xác định dương khi $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0$

* $|V$ - xác định âm khi $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0, \dots, \Delta_n < 0$

Cho hệ được có phương trình là

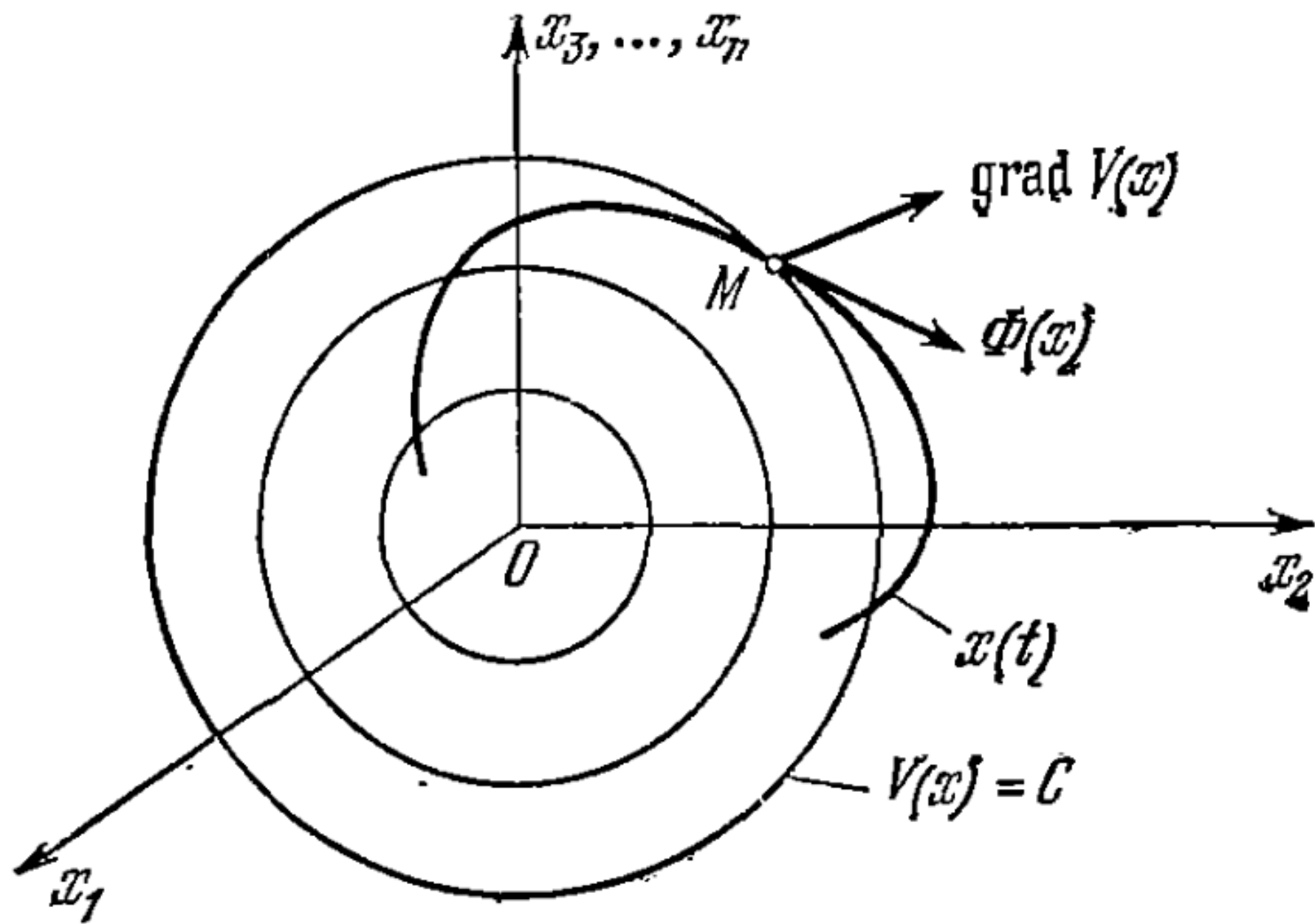
$$\frac{dx_i}{dt} = \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Đạo hàm theo thời gian hàm Lyapunov

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt} \\ &= \frac{\partial V}{\partial x_1} \Phi_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \Phi_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \Phi_n \end{aligned}$$

$$\frac{dV}{dt} = Q(x_1, x_2, \dots, x_n) = Q(x)$$

$$\frac{dV}{dt} = Q(x) = \text{grad}V(x) \cdot \Phi(x)$$

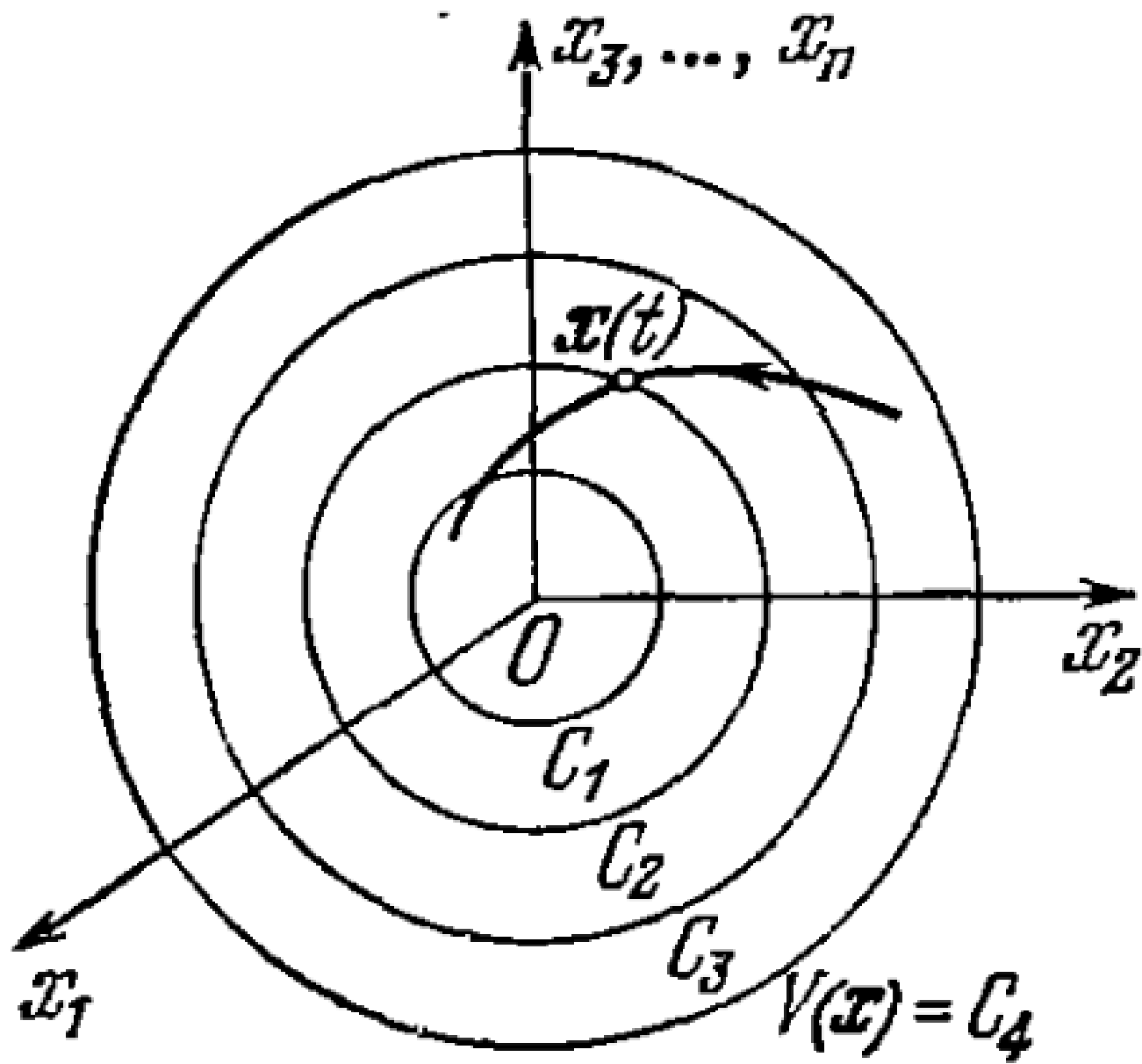


Định lý Lyapunov

Cho hệ $\frac{dx_i}{dt} = \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n$

Hệ ổn định tiệm cận khi tồn tại hàm xác định dấu $V(x)$ thỏa

$$V(x) \cdot \frac{dV(x)}{dt} < 0$$





1.14. Phương trình Lyapunov

$$\dot{x} = Ax$$

Chỉ tiêu chất lượng có dạng

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt$$

Q - ma trận vuông xác định dương

Chọn hàm Lyapunov xác định dương

$$V(x) = x^T S x$$

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T S + SA + \dot{S}) x$$

Để hệ ổn định thì $\dot{V}(x)$ xác định âm

$$\text{Đặt } \dot{V}(x) = x^T (A^T S + SA + \dot{S}) x = -x^T Q x$$

$$\Rightarrow -\dot{S} = A^T S + SA + Q - \text{phương trình Lyapunov}$$

Nếu $\dot{S} = 0$, ta có

$0 = A^T S + SA + Q$ - phương trình đại số Lyapunov

Chỉ tiêu chất lượng được tính

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt = - \int_0^{\infty} \dot{V}(x) dt = -V(x) \Big|_0^{\infty} = -x^T S x \Big|_0^{\infty}$$

$$= -x^T(\infty) S x(\infty) + x^T(0) S x(0)$$

$$= x^T(0) S x(0)$$

1.15 Thiết kế bộ đk phương pháp phân bố điểm cực

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Bộ điều khiển thiết kế bằng cách hồi tiếp trạng thái và có dạng $u(t) = -Kx(t)$

Vậy có thể viết lại như sau

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín có dạng

$$\left| sI - A + BK \right| = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 \quad (*)$$

Giả sử cần thiết kê bộ điều khiển có các điểm cực là:

$$-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_n$$

Phương trình đặc trưng có dạng

$$\alpha_c(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n)$$

$$= s^n + \beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0 = 0 \quad (**)$$

So sánh (*) và (**) thu được hệ n phương trình theo K

$$K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$$

Ví dụ:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad | \quad \text{-----}$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

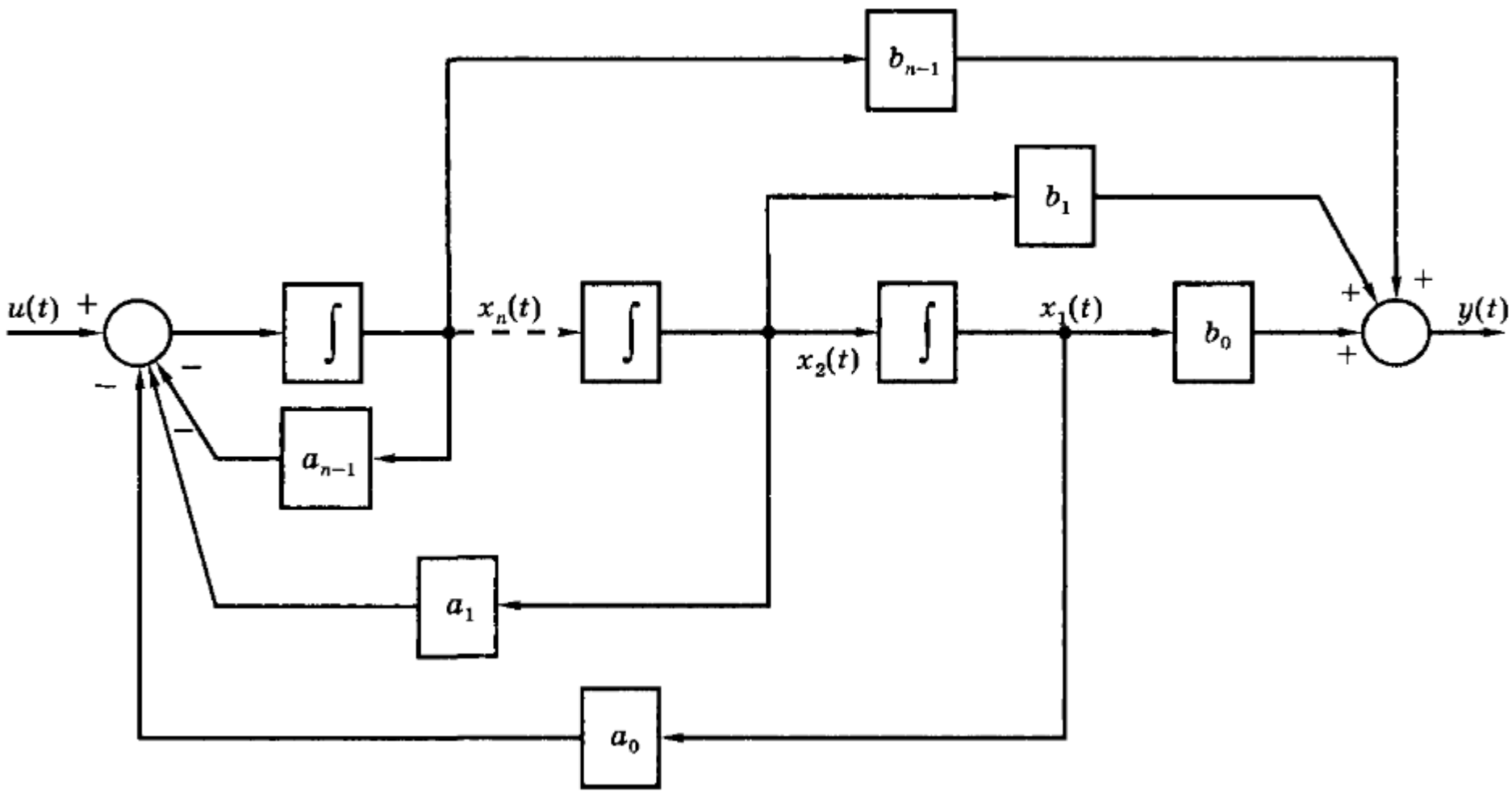


1.16. Công thức Ackerman

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{n-1}] x(t)$$



Luật điều khiển có dạng

$$u(t) = -Kx(t)$$

Vì vậy ma trận mạch kín của hệ là $(A - BK)$

có thành phần BK được viết như sau

$$BK = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & \cdots & k_{n-1} & k_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ k_1 & \cdots & k_{n-1} & k_n \end{bmatrix}$$

Khi đó ma trận $(A - BK)$ được viết như sau

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 - k_1 & -a_1 - k_2 & -a_2 - k_3 & \dots & -a_{n-1} - k_n \end{bmatrix}$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín là

$$\begin{aligned} |sI - A + BK| &= \\ &= s^n + (a_{n-1} + k_n)s^{n-1} + \dots + (a_1 + k_2)s + (a_0 + k_1) \end{aligned} \quad (*)$$

Giả sử phương trình đặc trưng mong muốn của hệ kín là

$$\alpha_c(s) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0$$

So sánh hai đẳng thức với cùng bậc của s ta thu được

$$a_{i-1} + k_i = \alpha_{i-1}$$

$$\Rightarrow k_i = \alpha_{i-1} - a_{i-1} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-2}B & A^{n-1}B \end{bmatrix}^{-1} \alpha_c(A)$$

ở đây $\alpha_c(A)$ - ma trận đa thức, thu được bằng cách sử dụng hệ số của phương trình đặc trưng mong muốn

$$\alpha_c(A) = A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + \dots + \alpha_1A + \alpha_0I$$

Ví dụ:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad | \quad \text{-----}$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$



1.17. Bài toán LQR

Xét hệ

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Thiết kế bộ điều khiển hồi tiếp có dạng

$$u(t) = -Kx(t)$$

Thỏa mãn chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu

$$J(x, u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Nếu luật điều khiển có dạng $u(t) = -Kx(t)$, khi đó

$$\dot{x} = (A - BK)u$$

$$J(x, K) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt$$

Chọn hàm Lyapunov $V(x) = x^T S x$, $V(x) > 0, \forall x$

$$\dot{V}(x) = x^T \left[(A - BK)^T S + S(A - BK) + \dot{S} \right] x$$

Để hệ ổn định thì $\dot{V}(x)$ xác định âm, đặt

$$\dot{V}(x) = x^T \left[(A - BK)^T S + S(A - BK) + \dot{S} \right] x = -x^T (Q + K^T R K) x$$

$$(A - BK)^T S + S(A - BK) + \dot{S} = -(Q + K^T R K) \quad (*)$$

Chỉ tiêu chất lượng được tính là

$$J(x, K) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt = -x^T S x \Big|_0^{\infty}$$

$$= -x^T(\infty) S x(\infty) + x^T(0) S x(0)$$

$$J(K) = x^T(0) S x(0)$$

Để $J(K)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì

$$\frac{dJ}{dK} = 0 \text{ hay } \frac{dS}{dK} = 0$$

Đạo hàm (*) theo K ta thu được

$$-B^T S + (A - BK)^T \frac{dS}{dK} + \frac{dS}{dK} (A - BK) - SB + \frac{d\dot{S}}{dK} = -2K^T R$$

$$-2B^T S = -2K^T R$$

$$\Rightarrow \boxed{K = R^{-1} B^T S}$$

Khi đó (*) có dạng

$$A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + Q = -\dot{S}$$

Ví dụ:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

Chỉ tiêu chất lượng có dạng

$$J(x, u) = \int_0^{\infty} (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt$$



1.18. Sự quan sát được

Nếu biết giá trị biên đầu ra $y(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, t_1 - hữu hạn
có thể xác định được trạng thái ban đầu $x(0)$.

Ta có

$$y(t) = Cx(t) = C\Phi(t)x(0) + C \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

Nếu biết $u(t)$ và $y(t)$, $0 \leq t \leq t_1$. Hệ là quan sát được nếu

Có thể tìm được $x(0)$ từ phương trình trên

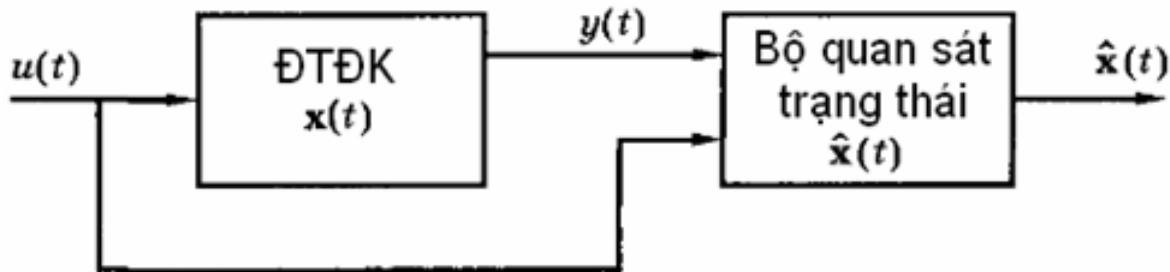
Điều kiện trên thỏa mãn khi

$$\begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix} - \text{có hạng là } n$$

1.19. Thiết kế bộ quan sát

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$



Phương trình bộ quan sát

$$\dot{\hat{x}}(t) = F\hat{x}(t) + Hu(t) + Gy(t)$$

Cần tìm được F, H, G sao cho $\hat{x}(t)$ trùng với $x(t)$

Khi đó trong hệ điều khiển dùng $\hat{x}(t)$ hồi tiếp để

Thu được tín hiệu điều khiển $u(t) = -K\hat{x}(t)$

Bộ quan sát tốt thì có thể đảm bảo

$$\frac{\hat{X}(s)}{U(s)} = \frac{X(s)}{U(s)}$$

Ta có

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s). \quad (*)$$

$$s\hat{X}(s) = F\hat{X}(s) + HU(s) + GY(s)$$

$$= F\hat{X}(s) + HU(s) + GCX(s)$$

$$\hat{X}(s) = (sI - F)^{-1} [HU(s) + GCX(s)]$$

$$= (sI - F)^{-1} [H + GC(sI - A)^{-1}B]U(s) \quad (**)$$

Từ (*) và (**) ta thu được

$$(sI - A)^{-1}B = (sI - F)^{-1} \left[H + GC(sI - A)^{-1}B \right]$$

$$\Leftrightarrow (sI - A)^{-1}B = [sI - F - GC]^{-1}H \quad (1)$$

Điều kiện (1) thỏa mãn khi

$$H = B \text{ và } F + GC = A$$

Vậy ma trận bộ quan sát được xác định có dạng

$$F = A - GC$$

$$H = B$$

Phương trình bộ quan sát là:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - GC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Gy(t)$$

Vector sai số:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

$$\Rightarrow \dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$$

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= Ax(t) + Bu(t) - (A - GC)\hat{x}(t) - Bu(t) - Gy(t) \\ &= (A - GC)e(t)\end{aligned}$$

Vậy : $\dot{e}(t) = (A - GC)e(t)$

Phương trình đặc trưng của bộ quan sát là

$$|sI - A + GC| = 0$$

Nếu cần một mô hình có phương trình đặc trưng $\alpha_e(s)$ làm cho $e(t)$ tiến về 0 như mong muốn

Thì ta có thể tìm được ma trận G như sau

$$|sI - A + GC| = \alpha_e(s)$$

Thiết kế bộ quan sát cũng có thể dùng công thức Ackerman để tính ma trận G như sau

$$G = \alpha_e(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Ví dụ 1 : Thiết kế bộ quan sát đối với hệ sau

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

Ví dụ 2: sử dụng bộ quan sát để có luật điều khiển $u(t) = -K\hat{x}(t)$ đối với hệ

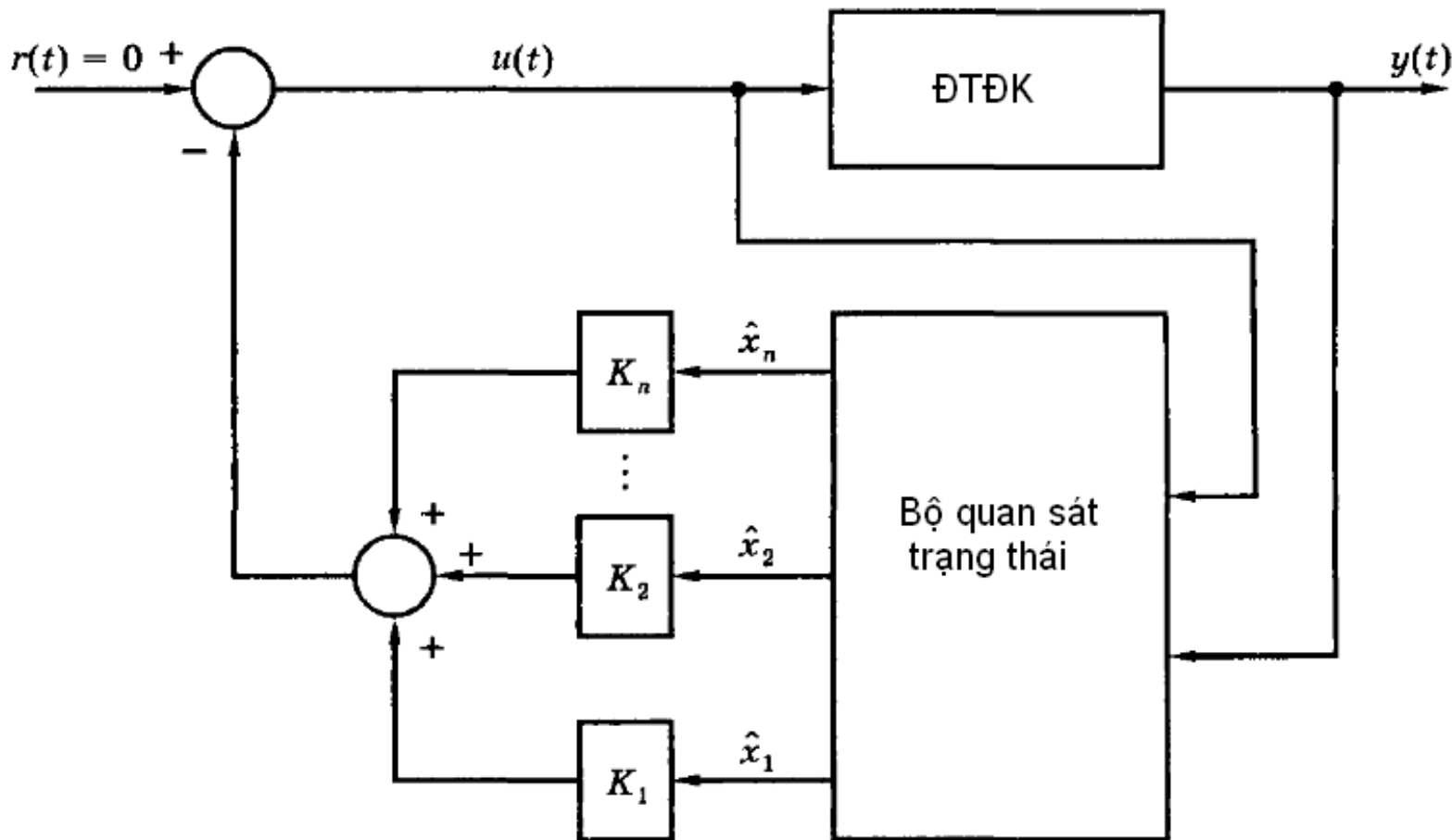
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

Phương trình bộ quan sát có dạng

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (A - GC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Gy(t) \\ &= (A - GC - BK)\hat{x}(t) + Gy(t) \end{aligned}$$

1.20. Đặc trưng hệ kín



Phương trình đặc trưng của hệ với hồi tiếp trạng thái toàn cấp

$$\alpha_c(s) = |sI - A + BK| = 0$$

Phương trình đặc trưng của bộ quan sát trạng thái

$$\alpha_e(s) = |sI - A + GC| = 0$$

Phương trình trạng thái của bộ quan sát điều khiển

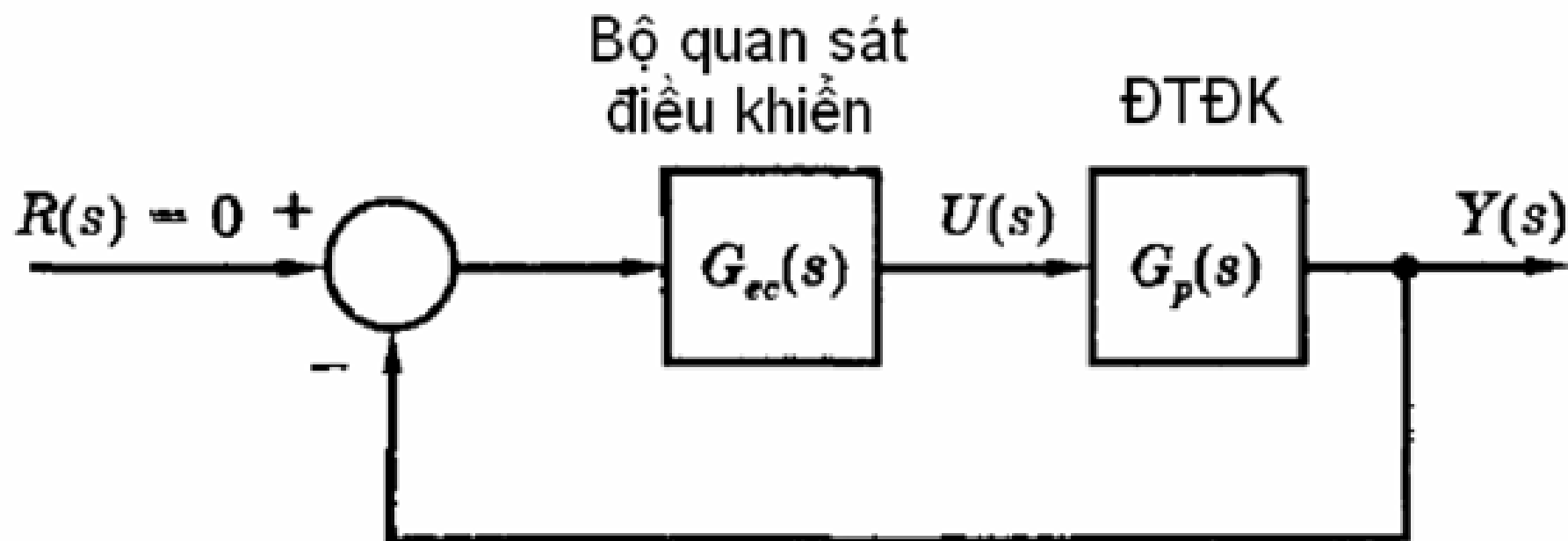
$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - GC - BK)\hat{x}(t) + Gy(t)$$

$$u(t) = -K\hat{x}(t)$$

$y(t)$ - là đầu vào của bộ quan sát điều khiển,

$u(t)$ - đầu ra của của bộ bộ quan sát điều khiển.

Khi đó mạch kín của hệ có dạng



Hệ với bộ quan sát điều khiển

Từ phương trình trên ta có hàm truyền của bộ quan sát điều khiển.

$$-\frac{Y(s)}{U(s)} = -G_{ec}(s) = -K(sI - A + GC + BK)^{-1}G$$

Vậy phương trình đặc trưng của mạch kín là

$$1 + G_{ec}(s)G_p(s) = 0$$

phương trình trạng thái mạch kín

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = Ax(t) - BK\hat{x}(t)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - GC - BK)\hat{x}(t) + Gy(t)$$

$$= (A - GC - BK)\hat{x}(t) + GCx(t)$$

ở dạng ma trận là

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ GC & A - BK - GC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}$$

Vậy ma trận A_f của mạch kín có dạng

$$A_f = \begin{bmatrix} A & -BK \\ GC & A - BK - GC \end{bmatrix}$$

Ví dụ: chúng ta xét quá trình chuyển đổi của hệ kín, đối tượng điều khiển có phương trình là

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

bộ quan sát điều khiển có phương trình là

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} -20 & 1 \\ -132 & -8 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 20 \\ 100 \end{bmatrix} y(t)$$

$$u(t) = [-32 \quad -8] \hat{x}(t)$$

nếu đặt

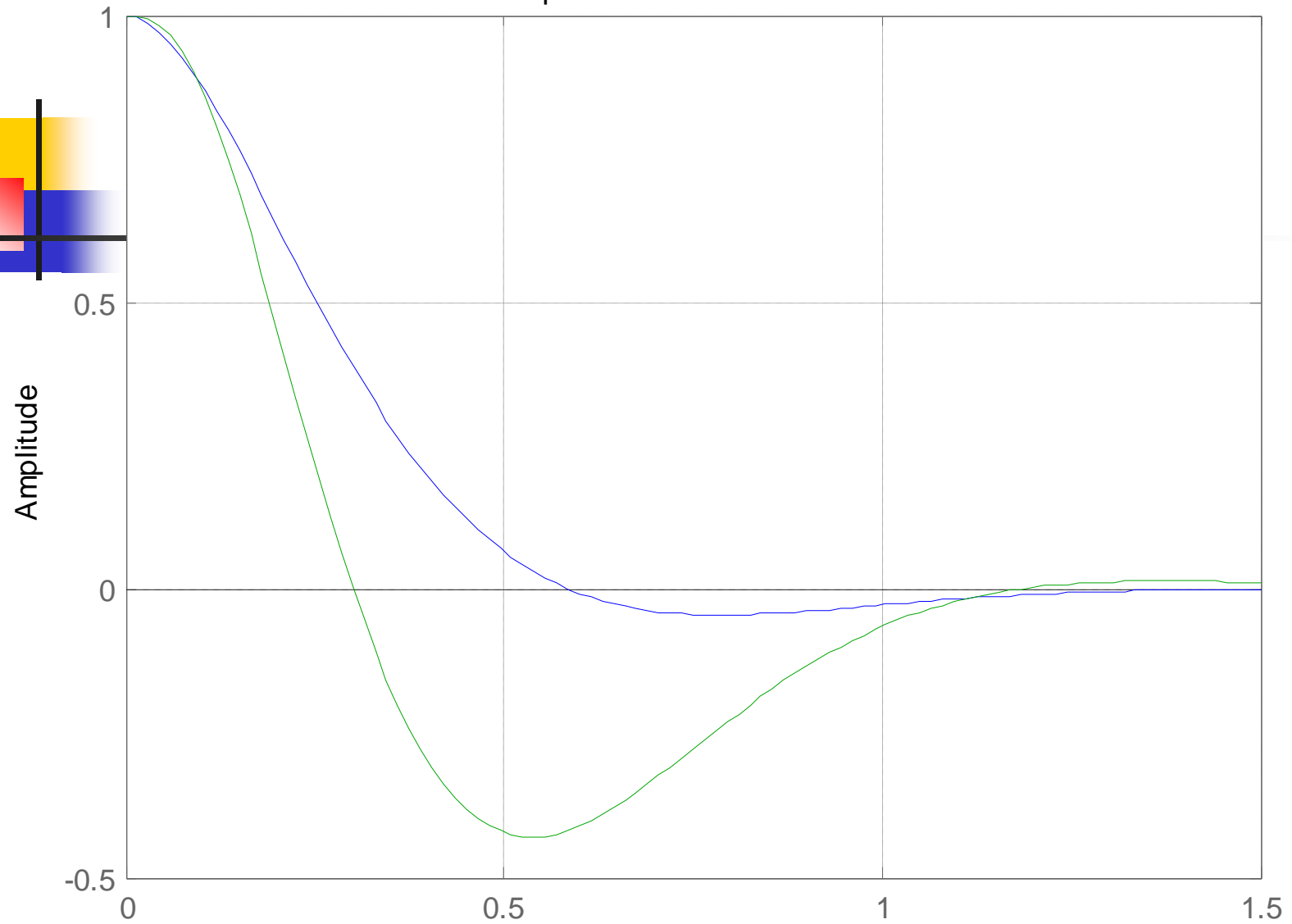
$$x_3(t) = \hat{x}_1(t)$$

$$x_4(t) = \hat{x}_2(t)$$

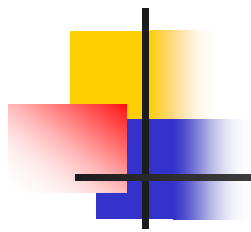
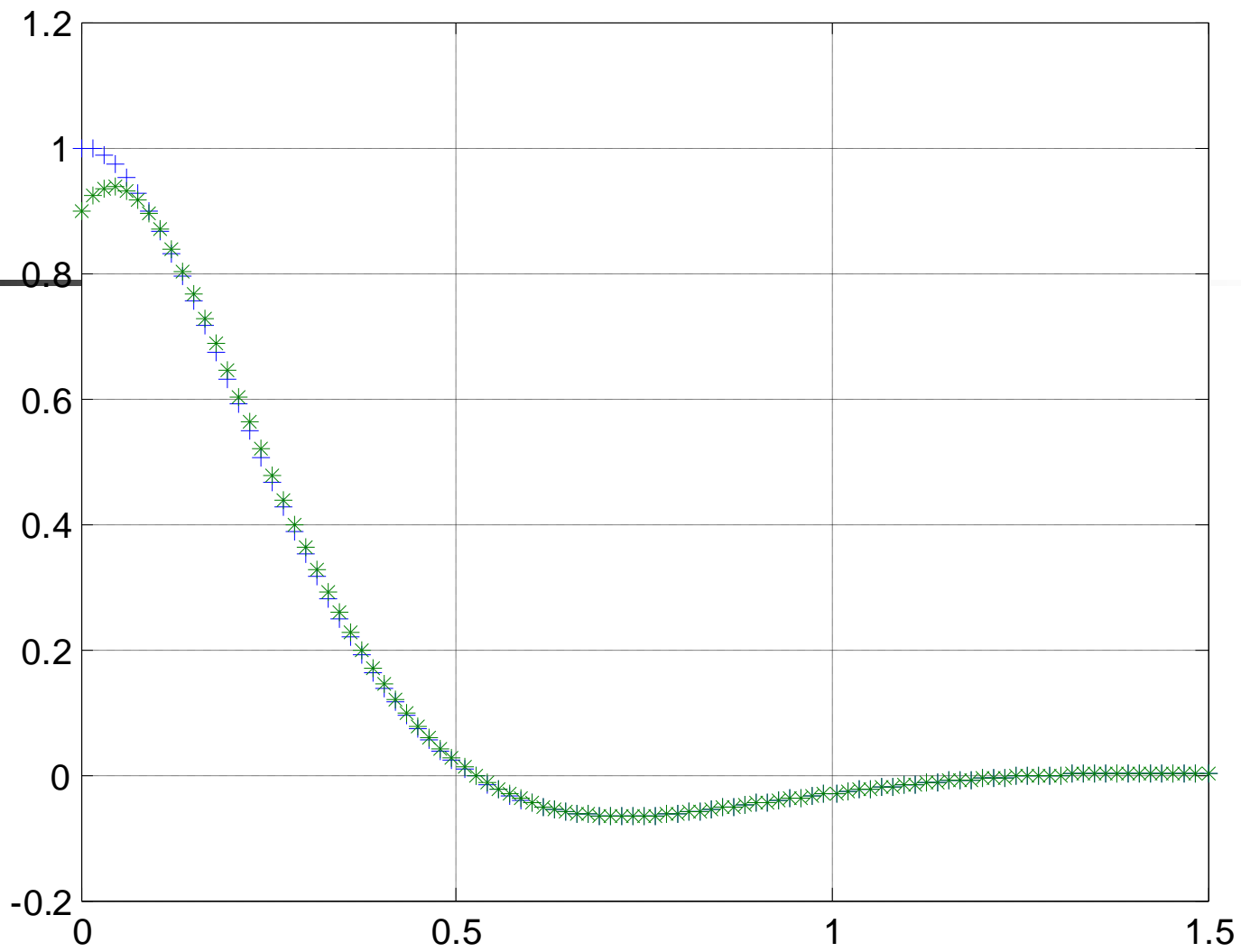
Phương trình trạng thái của hệ kín là

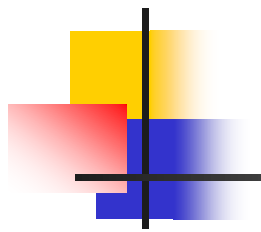
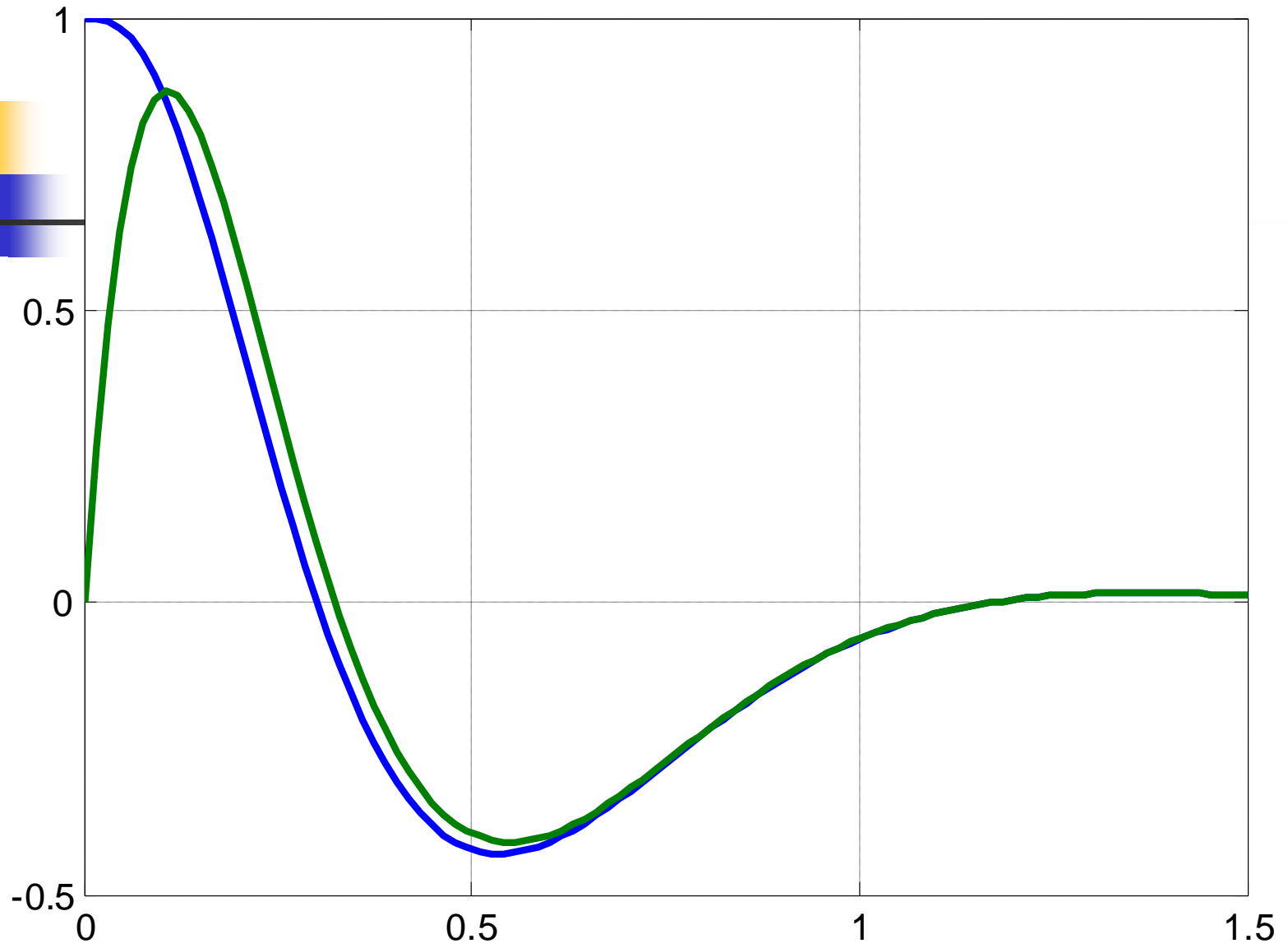
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -32 & -8 \\ 20 & 0 & -20 & 1 \\ 100 & 0 & -132 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}$$

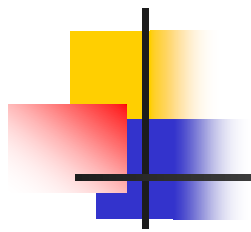
Response to Initial Conditions



Đáp ứng của hệ với giá trị ban đầu là
 $x(0) = [1 \ 0 \ 0.9 \ 0]$ và $x(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$

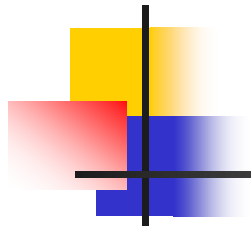






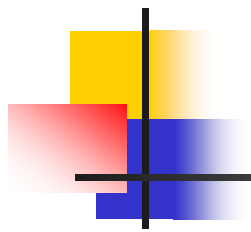
Điều khiển logic mờ

Fuzzy logic control





2.1 Tập hợp mờ





2.1.1 Tập hợp rỗng

$$U = \{u\}, R$$

$$A \subset U : A = \{u \in U : R(u)\}$$

$$A = \{\mu_A(u) / u\},$$

ở đây $\mu_A(u)$ - hàm đặc trưng của tập hợp A đối với phần tử u .

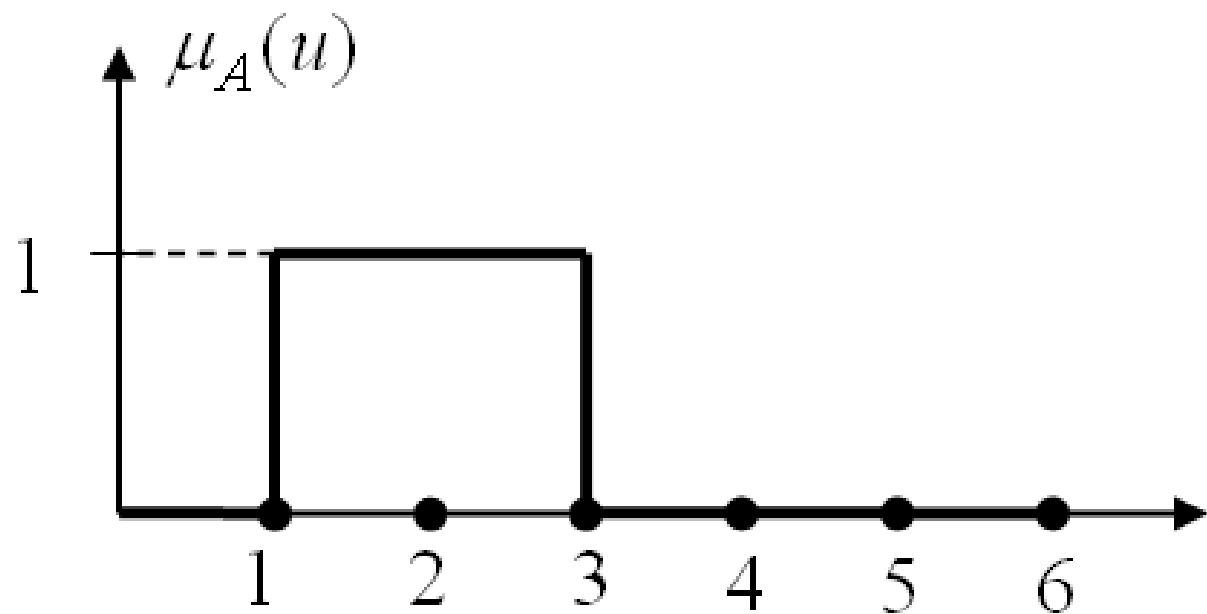
$$\mu_A(u) = 1 \text{ nếu } u \text{ thỏa mãn tính chất } R \text{ (} u \in A \text{)}$$

$$\mu_A(u) = 0 \text{ nếu } u \text{ không thỏa mãn tính chất } R \text{ (} u \notin A \text{)}$$

$$\mu_A : U \rightarrow \{0, 1\}$$

$$u \mapsto \mu_A(u) = \begin{cases} 1, & u \in A \\ 0, & u \notin A \end{cases}$$

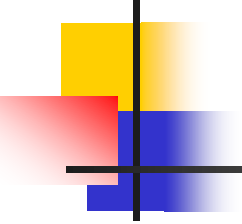
Thí dụ : $A=[1,3]$ được biểu diễn theo hàm đặc trưng trong tọa độ Đề Cát



hàm đặc trưng của tập rỏ



2.1.2 Tập hợp mờ



cho U - tập hợp cơ sở, u - phần tử của U . R - một tính chất nào đó. Tập hợp rõ A trên tập cơ sở U có phần tử thỏa mãn tính chất R là một tập hợp của những cặp có thứ tự

$$A = \{\mu_A(u) / u\},$$

ở đây $\mu_A(u)$ - hàm đặc trưng của tập hợp A đối với phần tử u .

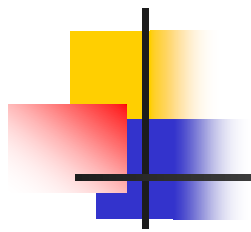
$\mu_A(u) = 1$ nếu u thỏa mãn tính chất R ($u \in A$)

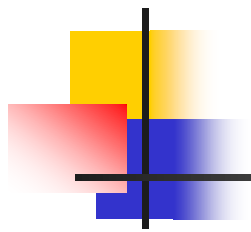
$\mu_A(u) = 0$ nếu u không thỏa mãn tính chất R ($u \notin A$)

Vậy $\mu_A(u)$ là một ánh xạ có miền xác định U và miền giá trị là $\{0, 1\}$ (tập hợp gồm hai giá trị '0' và '1')

$$\mu_A : U \rightarrow \{0, 1\}$$

$$u \mapsto \mu_A(u) = \begin{cases} 1, & u \in A \\ 0, & u \notin A \end{cases}$$





Chương 2

ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

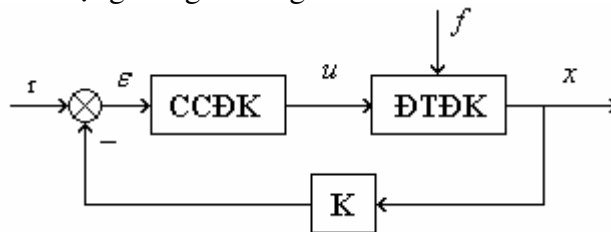
2.1 CHẤT LƯỢNG TỐI ƯU

2.1.1 Đặc điểm của bài toán tối ưu

1. Khái niệm

Một hệ điều khiển được thiết kế ở chế độ làm việc tốt nhất là hệ luôn ở trạng thái tối ưu theo một tiêu chuẩn chất lượng nào đó (đạt được giá trị cực trị) . Trạng thái tối ưu có đạt được hay không tùy thuộc vào yêu cầu chất lượng đặt ra , vào sự hiểu biết về đối tượng và các tác động lên đối tượng , vào điều kiện làm việc của hệ điều khiển ...

Một số ký hiệu sử dụng trong chương 2.



Hình 2.1: Sơ đồ hệ thống điều khiển .

Hệ thống điều khiển như hình trên bao gồm các phần tử chủ yếu : đối tượng điều khiển (ĐTĐK) , cơ cấu điều khiển (CCĐK) và vòng hồi tiếp (K) .

Với các ký hiệu :

r : tín hiệu đầu vào, mục tiêu điều khiển, đáp ứng mong muốn của hệ thống.

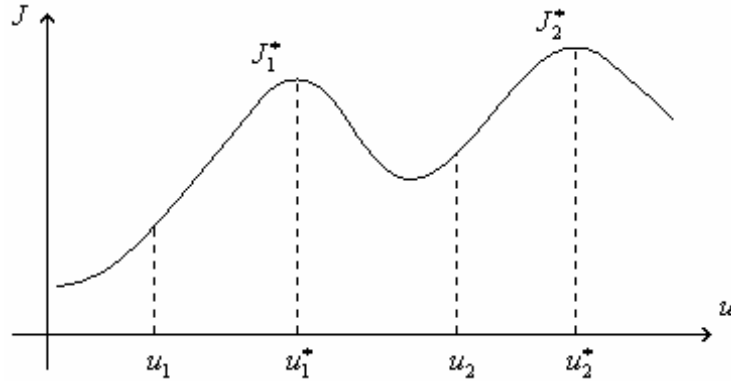
u : tín hiệu điều khiển, luật điều khiển.

x : tín hiệu đầu ra, đáp ứng ra của hệ thống.

$\varepsilon = r - x$: sai lệch của hệ thống.

f : tín hiệu nhiễu

Chỉ tiêu chất lượng J của một hệ thống có thể được đánh giá theo sai lệch của đại lượng được điều khiển x so với trị đáp ứng mong muốn r , lượng quá điều khiển (trị số cực đại x_{\max} so với trị số xác lập $x(\infty)$ tính theo phần trăm) , thời gian quá độ ... hay theo một chỉ tiêu hỗn hợp trong điều kiện làm việc nhất định như hạn chế về công suất , tốc độ , gia tốc ... Do đó việc chọn một luật điều khiển và cơ cấu điều khiển để đạt được chế độ làm việc tối ưu J đạt cực trị còn tùy thuộc vào lượng thông tin ban đầu mà ta có được. Ở đây chúng ta có thể thấy được sự khác biệt về kết quả nhận được chất lượng tối ưu khi lượng thông tin ban đầu thay đổi (Hình 2.2) .



Hình 2.2: Tối ưu cục bộ và tối ưu toàn cục .

Khi tín hiệu điều khiển u giới hạn trong miền $[u_1, u_2]$, ta có được giá trị tối ưu cực đại J_1^* của chỉ tiêu chất lượng J ứng với tín hiệu điều khiển u_1^* .

Khi tín hiệu điều khiển u không bị ràng buộc bởi điều kiện $u_1 \leq u \leq u_2$, ta có được giá trị tối ưu $J_2^* > J_1^*$ ứng với u_2^* . Như vậy giá trị tối ưu thực sự bây giờ là J_2^* .

Tổng quát hơn , khi ta xét bài toán trong một miền $[u_m, u_n]$ nào đó và tìm được giá trị tối ưu J_i^* thì đó là giá trị tối ưu cục bộ . Nhưng khi bài toán không có điều kiện ràng buộc đối với u thì giá trị tối ưu là $J^* = \text{extremum}(J_i^*)$ với J_i^* là các giá trị tối ưu cục bộ , giá trị J^* chính là giá trị tối ưu toàn cục .

Điều kiện tồn tại cực trị :

- Đạo hàm bậc một của J theo u phải bằng 0 :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0$$

- Xét giá trị đạo hàm bậc hai của J theo u tại điểm cực trị :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} > 0 : \text{điểm cực trị là cực tiểu}$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} < 0 : \text{điểm cực trị là cực đại}$$

2. Điều kiện thành lập bài toán tối ưu

Để thành lập bài toán tối ưu thì yêu cầu đầu tiên là hệ thống phải có đặc tính phi tuyến có cực trị .

Bước quan trọng trong việc thành lập một hệ tối ưu là xác định chỉ tiêu chất lượng J . Nhiệm vụ cơ bản ở đây là bảo đảm cực trị của chỉ tiêu chất lượng J . Ví dụ như khi xây dựng hệ tối ưu tác động nhanh thì yêu cầu đối với hệ là nhanh chóng chuyển từ trạng thái này sang trạng thái khác với thời gian quá độ nhỏ nhất , nghĩa là cực tiểu hóa thời gian quá độ . Hay khi tính toán động cơ tên lửa thì chỉ tiêu chất lượng là vượt được khoảng cách lớn nhất với lượng nhiên liệu đã cho .

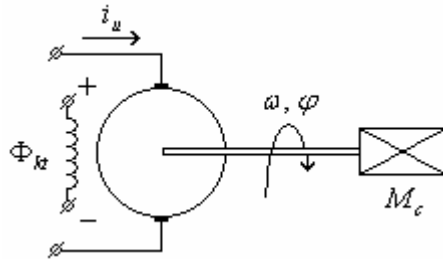
Chỉ tiêu chất lượng J phụ thuộc vào tín hiệu ra $x(t)$, tín hiệu điều khiển $u(t)$ và thời gian t . Bài toán điều khiển tối ưu là xác định tín hiệu điều khiển $u(t)$ làm cho chỉ tiêu chất lượng J đạt cực trị với những điều kiện hạn chế nhất định của u và x .

Chỉ tiêu chất lượng J thường có dạng sau :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt$$

Trong đó L là một phiếm hàm đối với tín hiệu x , tín hiệu điều khiển u và thời gian t .

Lấy ví dụ về bài toán điều khiển động cơ điện một chiều kích từ độc lập $\Phi_{kt} = const$ với tín hiệu điều khiển u là dòng điện phần ứng i_u và tín hiệu ra x là góc quay φ của trục động cơ .



Hình 2.3 : Động cơ điện một chiều kích từ độc lập .

Ta có phương trình cân bằng moment của động cơ :

$$k_M i_u - M_c = M_q \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$

trong đó $k_M = C_M \Phi = const$; M_q là moment quán tính ; ω là tốc độ góc ; φ là góc quay . Giả sử bỏ qua phụ tải trên trục động cơ ($M_c = 0$) thì :

$$k_M i_u = M_q \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (3)$$

Nếu xét theo thời gian tương đối bằng cách đặt :

$$\tau = t \sqrt{k_M / M_q}$$

thì (3) có dạng :

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} = i_u \quad (4)$$

Từ đó ta có :

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = u \quad (5)$$

Vậy phương trình trạng thái của động cơ điện là một phương trình vi phân cấp hai với tín hiệu điều khiển u là dòng điện phần ứng i_u , tín hiệu ra là góc quay φ .

• *Bài toán tối ưu tác động nhanh (thời gian tối thiểu) :*

Tìm luật điều khiển $u(t)$ với điều kiện hạn chế $|u| \leq 1$ để động cơ quay từ vị trí ban đầu có góc quay và tốc độ đều bằng 0 đến vị trí cuối cùng có góc quay bằng φ_0 và tốc độ bằng 0 với một khoảng thời gian ngắn nhất .

Vì cần thời gian ngắn nhất nên chỉ tiêu chất lượng J sẽ là :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = T$$

Rõ ràng từ phương trình trên ta phải có $L[x(t), u(t), t] = 1$.

Như vậy , đối với bài toán tối ưu tác động nhanh thì chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T 1 dt = T$$

• *Bài toán năng suất tối ưu :*

Năng suất ở đây được xác định bởi góc quay lớn nhất của động cơ trong thời gian T nhất định . Khi đó chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = \varphi_T - \varphi_0 = \int_0^T \dot{\varphi}(t) dt$$

Do đó $L[x(t), u(t), t] = \dot{\varphi}(t) = \dot{x}(t)$ và ta sẽ có chỉ tiêu chất lượng J đối với bài toán năng suất tối ưu như sau :

$$J = \int_0^T \dot{x}(t) dt$$

- Bài toán năng lượng tối thiểu :

Tổng hao năng lượng trong hệ thống :

$$Q = \int_0^T U_u i_u dt$$

Dựa vào phương trình cân bằng điện áp :

$$U_u = i_u R_u + k_e \omega$$

và phương trình cân bằng moment : $k_M i_u - M_c = M_q \frac{d\omega}{dt}$

Ta tính được :

$$Q = \int_0^T U_u i_u dt = \frac{k_e M_c}{k_M} (\varphi_T - \varphi_0) + \int_0^T R_u i_u^2 dt$$

Để có được tiêu hao năng lượng tối thiểu , ta chỉ cần tìm cực tiểu của J :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = \int_0^T i_u^2 dt$$

Mà dòng điện phần ứng i_u ở đây chính là tín hiệu điều khiển u . Vì vậy chỉ tiêu chất lượng J đối với bài toán năng lượng tối thiểu có dạng :

$$J = \int_0^T u^2(t) dt$$

3. Tối ưu hoá tĩnh và động

Chúng ta cần phân biệt hai dạng bài toán tối ưu hoá tĩnh và tối ưu hóa động . Tối ưu hóa tĩnh là bài toán không phụ thuộc vào thời gian . Còn đối với tối ưu hóa động thì thời gian cũng là một biến mà chúng ta cần phải xem xét đến .

2.1.2 Xây dựng bài toán tối ưu

1. Tối ưu hóa không có điều kiện ràng buộc

Một hàm chỉ tiêu chất lượng vô hướng $L(u)$ được cho trước là một hàm của một vector điều khiển hay một vector quyết định $u \in R^m$. Chúng ta cần chọn giá trị của u sao cho $L(u)$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Để giải bài toán tối ưu , ta viết chuỗi Taylor mở rộng cho độ biến thiên của $L(u)$ như sau :

$$dL = L_u^T du + \frac{1}{2} du^T L_{uu} du + O(3) \quad (2.1)$$

Với $O(3)$ là số hạng thứ 3. Grad của L theo u là một vector m cột :

$$L_u \triangleq \frac{\partial L}{\partial u} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial u_1 \\ \partial L / \partial u_2 \\ \vdots \\ \partial L / \partial u_m \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

và đạo hàm cấp 2 của L theo u là một ma trận $m \times m$ (còn gọi là ma trận *Hessian*) :

$$L_{uu} \triangleq \frac{\partial^2 L}{\partial u^2} = \left(\frac{\partial^2 L}{\partial u_i \partial u_j} \right) \quad (2.3)$$

L_{uu} được gọi là ma trận uốn .

Một điểm cực trị hoặc điểm dừng xuất hiện khi sự biến thiên dL với thành phần thứ nhất tiến về 0 với mọi biến thiên du trong quá trình điều khiển . Vì vậy , để có điểm cực trị thì :

$$L_u = 0 \quad (2.4)$$

Giả sử đang ở tại điểm cực trị , có $L_u = 0$ như (2.4) . Để điểm cực trị trở thành điểm cực tiểu , chúng ta cần có :

$$dL = \frac{1}{2} du^T L_{uu} du + O(3) \quad (2.5)$$

là xác định dương với mọi sự biến thiên du . Điều này được đảm bảo nếu ma trận uốn L_{uu} là xác định dương :

$$L_{uu} > 0 \quad (2.6)$$

Nếu L_{uu} là xác định âm thì điểm cực trị chính là điểm cực đại ; còn nếu L_{uu} là không xác định thì điểm cực trị chính là điểm yên ngựa . Nếu L_{uu} là bán xác định thì chúng ta sẽ xét đến thành phần bậc cao hơn trong (2.1) để xác định được loại của điểm cực trị .

Nhắc lại : L_{uu} là xác định dương (hoặc âm) nếu như các giá trị riêng của nó là dương (hoặc âm) , không xác định nếu các giá trị riêng của nó vừa có dương vừa có âm nhưng khác 0 , và sẽ là bán xác định nếu tồn tại giá trị riêng bằng 0 . Vì thế nếu $|L_{uu}| = 0$, thì thành phần thứ hai sẽ không hoàn toàn chỉ ra được loại của điểm cực trị .

2. Tối ưu hóa với các điều kiện ràng buộc

Cho hàm chỉ tiêu chất lượng vô hướng $L(x,u)$, với vector điều khiển $u \in R^m$ và vector trạng thái $x \in R^n$. Bài toán đưa ra là chọn u sao cho hàm

chỉ tiêu chất lượng $L(x,u)$ đạt giá trị nhỏ nhất và thỏa mãn đồng thời các phương trình điều kiện ràng buộc .

$$f(x,u) = 0 \quad (2.7)$$

Vector trạng thái x được xác định từ một giá trị u cho trước bằng mỗi quan hệ (2.7) , vì thế f là một hệ gồm n phương trình vô hướng , $f \in R^n$.

Để tìm điều kiện cần và đủ của giá trị cực tiểu , đồng thời thỏa mãn $f(x,u) = 0$, ta cần làm chính xác như trong phần trước . Đầu tiên ta khai triển dL dưới dạng chuỗi *Taylor* , sau đó xác định số hạng thứ nhất và thứ hai là L_u & L_{uu} .

Thừa số Lagrange và hàm Hamilton .

Tại điểm cực trị , dL với giá trị thứ nhất bằng 0 với mọi sự biến thiên của du khi df bằng 0 . Như vậy chúng ta cần có:

$$dL = L_u^T du + L_x^T dx = 0 \quad (2.8)$$

$$df = f_u du + f_x dx = 0 \quad (2.9)$$

Từ (2.7) ta xác định được x từ giá trị u đã có, độ biến thiên dx được xác định bởi (2.9) từ giá trị biến thiên du với điều kiện ma trận *Jacobi* là không kỳ dị $|f_x| \neq 0$. Như vậy , ma trận *Jacobi* f_x không kỳ dị và :

$$dx = -f_x^{-1} f_u du \quad (2.10)$$

Thay dx vào (2.8) ta được :

$$dL = (L_u^T - L_x^T f_x^{-1} f_u) du \quad (2.11)$$

Đạo hàm riêng của L theo u chứa hằng số f được cho bởi phương trình :

$$\left. \frac{\partial L}{\partial u} \right|_{df=0} = (L_u^T - L_x^T f_x^{-1} f_u)^T = L_u - f_u^T f_x^{-T} L_x \quad (2.12)$$

với $f_x^{-T} = (f_x^{-1})^T$. Lưu ý rằng :

$$\left. \frac{\partial L}{\partial u} \right|_{dx=0} = L_u \quad (2.13)$$

Để thành phần thứ nhất của dL bằng không với giá trị du tùy ý khi $df = 0$, ta cần có :

$$L_u - f_u^T f_x^{-T} L_x = 0 \quad (2.14)$$

Đây là điều kiện cần để có giá trị cực tiểu . Trước khi đi tìm điều kiện đủ , chúng ta hãy xem xét thêm một vài phương pháp để có được (2.14) .

Viết (2.8) và (2.9) dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} dL \\ df \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \\ f_x & f_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} = 0 \quad (2.15)$$

Hệ phương trình tuyến tính này xác định một điểm dừng, và phải có một kết quả $[dx^T \quad du^T]^T$. Điều này chỉ xảy ra nếu ma trận hệ số $(n+1) \times (n+m)$ có hạng nhỏ hơn $n+1$. Có nghĩa là các hàng của ma trận tuyến tính với nhau để tồn tại một vector λ có n số hạng như sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \\ f_x & f_u \end{bmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

Hay:

$$L_x^T + \lambda^T f_x = 0 \quad (2.17)$$

$$L_u^T + \lambda^T f_u = 0 \quad (2.18)$$

Giải (2.17) ta được λ :

$$\lambda^T = -L_x^T f_x^{-1} \quad (2.19)$$

và thay vào (2.18) để có được (2.14).

Vector $\lambda \in R^n$ được gọi là thừa số Lagrange, và nó sẽ là công cụ hữu ích cho chúng ta sau này. Để hiểu thêm ý nghĩa của thừa số Lagrange ta xét $du = 0$, từ (2.8) và (2.9) ta khử dx để được:

$$dL = L_x^T f_x^{-1} df \quad (2.20)$$

Vì vậy:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial f} \right|_{du=0} = (L_x^T f_x^{-1})^T = -\lambda \quad (2.21)$$

Do đó $-\lambda$ là đạo hàm riêng của L với biến điều khiển u là hằng số. Điều này nói lên tác dụng của hàm chỉ tiêu chất lượng với biến điều khiển không đổi khi điều kiện ràng buộc thay đổi.

Như là một cách thứ ba để tìm được (2.14), ta phát triển thêm để sử dụng cho các phân tích trong những phần sau. Kết hợp điều kiện ràng buộc và hàm chỉ tiêu chất lượng để thành lập hàm Hamilton.

$$H(x, u, \lambda) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) \quad (2.22)$$

Với $\lambda \in R^n$ là thừa số Lagrange chưa xác định. Muốn chọn x, u, λ để có được điểm dừng, ta tiến hành các bước sau.

Độ biến thiên của H theo các độ biến thiên của x, u, λ được viết như sau:

$$dH = H_x^T dx + H_u^T du + H_\lambda^T d\lambda \quad (2.23)$$

Lưu ý rằng:
$$H_\lambda = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x, u) \quad (2.24)$$

Giả sử chúng ta chọn các giá trị của u thỏa mãn:

$$H_\lambda = 0 \quad (2.25)$$

Sau đó ta xác định x với giá trị của u đã có bằng phương trình điều kiện ràng buộc $f(x, u) = 0$. Trong trường hợp này hàm *Hamilton* tương đương với hàm chỉ tiêu chất lượng:

$$H|_{f=0} = L \quad (2.26)$$

Nhắc lại : nếu $f = 0$, ta sẽ tìm được dx theo du từ (2.10). Ta không nên xét mối quan hệ giữa du và dx để thuận tiện trong việc chọn λ sao cho :

$$H_x = 0 \quad (2.27)$$

Đạo hàm (2.22) theo x :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = L_x + f_x^T \lambda = 0 \quad (2.28)$$

hay $\lambda^T = -L_x^T f_x^{-1}$.

Nếu giữ nguyên (2.25) và (2.27) từ (2.23):

$$dL = dH = H_u^T du \quad (2.29)$$

Vì $H = L$, để có được điểm dừng ta phải áp đặt điều kiện:

$$H_u = 0 \quad (2.30)$$

Tóm lại, điều kiện cần để có được điểm cực tiểu của $L(x, u)$ thỏa mãn điều kiện ràng buộc $f(x, u) = 0$ gồm có :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = f = 0 \quad (2.31a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = L_x + f_x^T \lambda = 0 \quad (2.31b)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = L_u + f_u^T \lambda = 0 \quad (2.31c)$$

Với $H(x, u, \lambda)$ xác định bởi (2.22). Cách thường dùng là từ 3 phương trình đã cho xác định x , λ , và u theo thứ tự tương ứng. So sánh 2 phương trình (2.31b) và (2.31c) ta thấy chúng tương ứng với 2 phương trình (2.17) và (2.18).

Trong nhiều ứng dụng, chúng ta không quan tâm đến giá trị của λ , tuy nhiên ta vẫn phải đi tìm giá trị của nó vì đó là một biến trung gian cho phép chúng ta xác định các đại lượng cần tìm là u , x và giá trị nhỏ nhất của L .

Ưu điểm của thừa số *Lagrange* có thể tóm tắt như sau : trên thực tế, hai đại lượng dx và du không phải là hai đại lượng biến thiên độc lập với nhau, theo (2.10). Bằng cách đưa ra một thừa số bất định λ , chúng ta chọn λ sao cho dx và du có thể được xem là hai đại lượng biến thiên độc lập với nhau. Lấy đạo hàm riêng của H lần lượt theo các biến như trong (2.31), như thế ta sẽ có được điểm dừng.

Khi đưa ra thừa số Lagrange, chúng ta có thể thay thế bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của $L(x,u)$ với điều kiện ràng buộc $f(x,u) = 0$, thành bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của hàm Hamilton $H(x,u,\lambda)$ không có điều kiện ràng buộc. Điều kiện đã (2.31) xác định một điểm dừng. Ta sẽ tiếp tục chứng minh đây là điểm cực tiểu như đã thực hiện trong phần trước.

Viết chuỗi Taylor mở rộng cho độ biến thiên của L và f như sau:

$$dL = \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xu} \\ L_{ux} & L_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (2.32)$$

$$df = \begin{bmatrix} f_x & f_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xu} \\ f_{ux} & f_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (2.33)$$

Với:

$$f_{xu} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial x}$$

Để đưa ra hàm Hamilton, ta sử dụng các phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dL \\ df \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x^T & H_u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (2.34)$$

Bây giờ, để có được điểm dừng ta cần có $f = 0$, và đồng thời thành phần thứ nhất của dL bằng 0 với mọi sự biến thiên của dx và du . Vì $f = 0$ nên $df = 0$, và điều này đòi hỏi $H_x = 0$ và $H_u = 0$ như trong (2.31).

Để tìm điều kiện đủ cho điểm cực tiểu, chúng ta xét đến thành phần thứ hai. Đầu tiên, ta cần xem mối quan hệ giữa dx và du trong (2.34). Giả sử rằng chúng ta đang ở điểm cực trị nên $H_x = 0$, $H_u = 0$ và $df = 0$. Từ (2.10) suy ra:

$$dx = -f_x^{-1} f_u du + O(2) \quad (2.35)$$

Thay vào (2.34) ta được:

$$dL = \frac{1}{2} du^T \begin{bmatrix} -f_u^T f_x^{-T} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f_x^{-1} f_u \\ I \end{bmatrix} du + O(3) \quad (2.36)$$

Để đảm bảo đây là điểm cực tiểu, dL trong (2.36) phải dương với mọi sự biến thiên của du . Điều này được đảm bảo nếu như ma trận uốn với f luôn bằng 0 là xác định dương.

$$\begin{aligned} L_{uu}^f \stackrel{\Delta}{=} L_{uu}|_f &= \begin{bmatrix} -f_u^T f_x^{-T} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f_x^{-1} f_u \\ I \end{bmatrix} \\ &= H_{uu} - f_u^T f_x^{-T} H_{xu} - H_{ux} f_x^{-1} f_u + f_u^T f_x^{-T} H_{xx} f_x^{-1} f_u \end{aligned} \quad (2.37)$$

Lưu ý rằng nếu điều kiện ràng buộc $f(x,u) = 0$ với mọi x và u thì (2.37) được rút lại thành L_{uu} ở phương trình (2.3).

Nếu (2.37) là xác định âm (hoặc không xác định) thì điểm dừng sẽ là điểm cực đại (hoặc điểm yên ngựa) .

2.1.3 Ví dụ

Tối ưu hóa không có điều kiện ràng buộc

Ví dụ 2.1 : Không gian toàn phương .

Cho $u \in R^2$ và :

$$L(u) = \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} u + [s_1 \quad s_2] u \quad (1)$$

$$\stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2} u^T Q u + S^T u \quad (2)$$

Điểm cực trị được xác định bởi :

$$L_u = Q u + S = 0 \quad (3)$$

$$u^* = -Q^{-1} S \quad (4)$$

với u^* dùng để chỉ biến điều khiển tối ưu.

Loại của điểm cực trị được xác định bằng cách xét ma trận *hessian*

$$L_{uu} = Q \quad (5)$$

Điểm u^* là cực tiểu nếu $L_{uu} > 0$ ($q_{11} > 0$ và $q_{11}q_{22} - q_{12}^2 > 0$) . Là điểm cực đại nếu $L_{uu} < 0$ ($q_{11} < 0$ và $q_{11}q_{22} - q_{12}^2 > 0$) . Nếu $|Q| < 0$, thì u^* là điểm yên ngựa . Nếu $|Q| = 0$, thì u^* là điểm kỳ dị , chúng ta không thể xác định được đó là cực tiểu hay cực đại từ L_{uu} .

Bằng cách thay (4) vào (2) ta sẽ tìm được giá trị của hàm chỉ tiêu chất lượng như sau :

$$L^* \stackrel{\Delta}{=} L(u^*) = \frac{1}{2} S^T Q^{-1} Q Q^{-1} S - S^T Q^{-1} S = -\frac{1}{2} S^T Q^{-1} S \quad (6)$$

Giả sử cho L như sau:

$$L = \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} u + [0 \quad 1] u \quad (7)$$

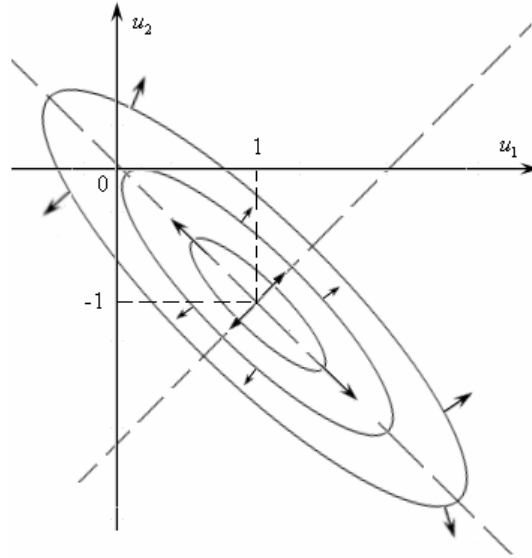
Khi đó giá trị u tối ưu sẽ là:

$$u^* = - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

là một cực tiểu, vì $L_{uu} > 0$. Từ (6) giá trị nhỏ nhất của L là $L^* = -1/2$. Các đường đồng mức của $L(u)$ trong (7) được vẽ trong Hình 2.4, với $u = [u_1 \ u_2]^T$. Các mũi tên là gradient.

$$L_u = Qu + S = \begin{bmatrix} u_1 + u_2 \\ u_1 + 2u_2 + 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Lưu ý rằng gradient luôn luôn vuông góc với các đường đồng mức và có hướng là hướng tăng $L(u)$. Chúng ta dùng dấu "*" để chỉ giá trị tối ưu của u và L cần tìm. Tuy nhiên ta thường bỏ qua dấu "*" .



Hình 2.4 : Các đường đồng mức và vector gradient .

Ví dụ 2.2 : Tối ưu hóa bằng tính toán vô hướng .

Phần trên chúng ta đã đề cập phương pháp giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng các vector và gradient . Sau đây ta sẽ tiếp cận bài toán với một cách nhìn khác , xem chúng như là những đại lượng vô hướng .

Để chứng minh , ta xét (7) ở dạng:

$$L(u_1, u_2) = \frac{1}{2}u_1^2 + u_1u_2 + u_2^2 + u_2 \quad (1)$$

Với u_1, u_2 là các đại lượng vô hướng . Điểm cực trị xuất hiện khi đạo hàm riêng của L theo tất cả các đối số phải bằng 0 :

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = u_1 + u_2 = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = u_1 + 2u_2 + 1 = 0 \quad (2b)$$

Giải hệ phương trình trên ta được : $u_1 = 1, u_2 = -1$ (3)

Vậy , điểm cực trị là $(1, -1)$.

Biểu thức (1) là một dạng mở rộng của biểu thức (7) trong ví dụ 2.1 , như vậy chúng ta vừa tìm được một kết quả tương tự bằng một cách khác .

Tối ưu hóa có điều kiện ràng buộc

Ví dụ 2.3 : Không gian toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính .

Giả sử hàm chỉ tiêu chất lượng được cho bởi ví dụ 2.1 với các đại lượng vô hướng u_1, u_2 được thay thế bằng x, u :

$$L(x, u) = \frac{1}{2} [x \quad u] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} + [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

Với điều kiện ràng buộc :

$$f(x, u) = x - 3 = 0 \quad (2)$$

Hàm *Hamilton* sẽ là :

$$H = L + \lambda^T f = \frac{1}{2} x^2 + xu + u^2 + u + \lambda(x - 3) \quad (3)$$

với λ là một đại lượng vô hướng . Điều kiện để có điểm dừng theo (2.31) là :

$$H_\lambda = x - 3 = 0 \quad (4)$$

$$H_x = x + u + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$H_u = x + 2u + 1 = 0 \quad (6)$$

Giải (4) , (5) , (6) ta được : $x = 3, u = -2, \lambda = -1$. Điểm dừng là :

$$(x, u)^* = (3, -2) \quad (7)$$

Để xác định (7) là điểm cực tiểu , tìm ma trận uốn theo (2.3) :

$$L_{uu}^f = 2 \quad (8)$$

$L_{uu}^f > 0$, vì thế $(x, u)^* = (3, -2)$ là điểm cực tiểu .

Các đường đồng mức của $L(x, u)$ và điều kiện ràng buộc (2) được vẽ trong Hình 2.5 .

Grad của $f(x, u)$ trong hệ tọa độ (x, u) được viết như sau:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

được vẽ trong Hình 2.5 . Và grad của $L(x, u)$:

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + u \\ x + 2u + 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Tại điểm cực tiểu (3,-2) , grad $L(x,u)$ sẽ có giá trị :

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Cần lưu ý rằng $\text{grad}f$ và $\text{grad}L$ tương đương với nhau tại điểm dừng . Có nghĩa là điểm cực tiểu xuất hiện khi điều kiện ràng buộc (2) là đường tiếp tuyến của các đường đồng mức của L . Di chuyển hướng dọc theo đường thẳng $f=0$ sẽ làm tăng giá trị của L .

Ta tìm được giá trị của L tại điểm cực tiểu bằng cách thay $x = 3, u = -2$ vào (1) , ta được $L^*=0,5$.

Vì $\lambda = -1$, giữ nguyên giá trị $u = -2$, thay đổi điều kiện ràng buộc df (dịch chuyển đường thẳng trong Hình 2.5 về phía phải) sẽ làm tăng $L(x,u)$ với $dL = -\lambda df = df$.

Ví dụ 2.4 : Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính - Trường hợp vô hướng .

Xét hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương :

$$L(x,u) = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \quad (1)$$

Với điều kiện ràng buộc tuyến tính :

$$f(x,u) = x + mu - c \quad (2)$$

Các đường đồng mức của $L(x,u)$ là những ellip; nếu $L(x,u) = l^2/2$, thì bán kính trục chính và bán kính trục phụ là al và bl . Điều kiện ràng buộc $f(x,u)$ là một họ các đường thẳng chứa thông số c . Xem Hình 2.6 (lưu ý rằng u là biến độc lập , với x được xác định bởi $f(x,u) = 0$) .

Hàm *Hamilton* là :

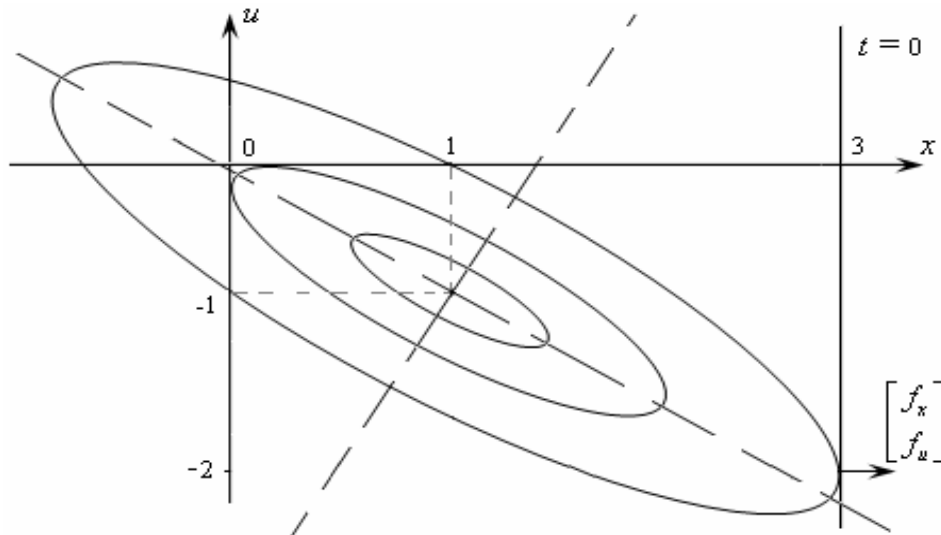
$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2} \right) + \lambda(x + mu - c) \quad (3)$$

Và điều kiện để có điểm dừng :

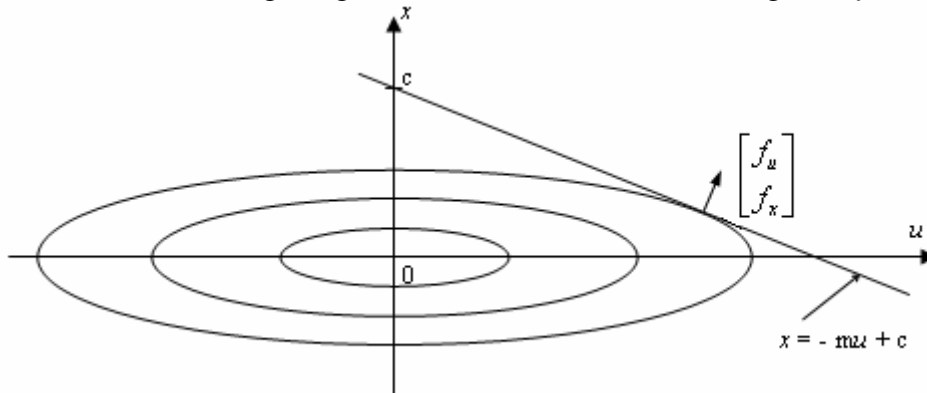
$$H_\lambda = x + mu - c = 0 \quad (4)$$

$$H_x = \frac{x}{a^2} + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$H_u = \frac{u}{b^2} + \lambda m = 0 \quad (6)$$



Hình 2.5 : Các đường đồng mức của $L(x,u)$ và điều kiện ràng buộc $f(x,u)$.



Hình 2.6 : Các đường đồng mức của $L(x,u)$ và điều kiện ràng buộc $f(x,u)$.

Để giải hệ phương trình này, trước hết ta sử dụng phương trình (6) để đưa ra biến điều khiển tối ưu theo thừa số Lagrange.

$$u = -b^2 m \lambda \quad (7)$$

Bây giờ thay phương trình (7) vào (4) để khử u , kết hợp với (5) và được viết lại:

$$\begin{bmatrix} 1 & -b^2 m^2 \\ \frac{1}{a^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Giải ra ta được giá trị của điểm dừng:

$$x = \frac{a^2 c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (9)$$

$$\lambda = -\frac{c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (10)$$

Thay (9), (10) vào (7), ta có được giá trị u tối ưu :

$$u = \frac{b^2 m c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (11)$$

Để xác định điểm dừng là cực tiểu, dùng (2.37) để tìm ra ma trận uốn :

$$L_{uu}^f = \frac{1}{b^2} + \frac{m^2}{a^2} \quad (12)$$

$L_{uu}^f > 0$ vì vậy ta tìm được một điểm cực tiểu.

Thay (9) và (11) vào (1) ta được giá trị tối ưu của hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$L^* = \frac{1}{2} \frac{c^2}{a^2 + b^2 m^2} \quad (13)$$

Để kiểm chứng (2.21), lưu ý rằng:

$$\left. \frac{\partial L^*}{\partial f} \right|_{du=0} = \frac{\partial L^*}{\partial c} = -\lambda \quad (14)$$

Grad f trong miền (u, x) là :

$$\begin{bmatrix} f_u \\ f_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

được biểu diễn trong Hình 2.6. Grad L là :

$$\begin{bmatrix} L_u \\ L_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u}{b^2} \\ \frac{x}{a^2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

và tại điểm dừng (11), (9) sẽ có giá trị :

$$\begin{bmatrix} L_u \\ L_x \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \frac{c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (17)$$

Điều này tương ứng với (15), vì vậy điểm dừng xuất hiện khi $f(x, u) = 0$ là đường tiếp tuyến với một đường đồng mức của $L(x, u)$.

Ví dụ 2.5 : Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính.

Bây giờ ta tổng quát hóa ví dụ 2.4 với vector $x \in R^n$, $u \in R^m$, $f \in R^n$, $\lambda \in R^n$.

Xét hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương:

$$L = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u \quad (1)$$

với điều kiện ràng buộc tuyến tính :

$$f = x + B u + c = 0 \quad (2)$$

với Q , R và B là các ma trận, c là vector n hàng. Giả sử $Q \geq 0$ và $R > 0$ (với Q , R là ma trận đối xứng). Các đường đồng mức của $L(x,u)$ là các đường ellip trong không gian, và $f(x,u)=0$ là mặt phẳng cắt ngang qua chúng. Điểm dừng xuất hiện khi $\text{grad}f$ và $\text{grad}L$ song song với nhau.

Hàm *Hamilton* là :

$$H = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u + \lambda^T (x + B u + c) \quad (3)$$

và các điều kiện để có điểm dừng là :

$$H_\lambda = x + B u + c = 0 \quad (4)$$

$$H_x = Q x + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$H_u = R u + B^T \lambda = 0 \quad (6)$$

Để giải các phương trình trên, đầu tiên ta dùng điều kiện (6) để tìm u theo λ :

$$u = -R^{-1} B^T \lambda \quad (7)$$

Từ (5) ta có :

$$\lambda = -Q x \quad (8)$$

Kết hợp với (4) ta được :

$$\lambda = Q B u + Q c \quad (9)$$

dùng kết quả này thay vào (7) cho ta :

$$u = -R^{-1} B^T (Q B u + Q c) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{hay :} \quad & (I + R^{-1} B^T Q B) u = -R^{-1} B^T Q c \\ & (R + B^T Q B) u = -B^T Q c \end{aligned} \quad (11)$$

Vì $R > 0$ và $B^T Q B \geq 0$, chúng ta có thể tìm nghịch đảo của $(R + B^T Q B)$ và vì thế giá trị u tối ưu là :

$$u = -(R + B^T Q B)^{-1} B^T Q c \quad (12)$$

So sánh kết quả này với (11) trong ví dụ 2.4.

Thay (12) vào (4) và (9) cho ta giá trị trạng thái tối ưu và thừa số *Lagrange* tối ưu :

$$x = -\left(I - B (R + B^T Q B)^{-1} B^T Q \right) c \quad (13)$$

$$\lambda = \left(Q - Q B (R + B^T Q B)^{-1} B^T Q \right) c \quad (14)$$

Bảng bổ đề của nghịch đảo ma trận :

$$\lambda = (Q^{-1} + BR^{-1}B^T)^{-1}c \quad (15)$$

nếu $|Q| \neq 0$. Các kết quả trên sẽ rút lại thành kết quả của ví dụ 2.4 trong trường hợp vô hướng.

Để xác định biến điều khiển (12) là một cực tiểu, ta sử dụng (2.37) để xác định ma trận uốn là xác định dương với giá trị của R và Q được giới hạn.

$$L_{uu}^f = R + B^TQB \quad (16)$$

Sử dụng (12) và (13) thế vào (1) ta có được giá trị tối ưu :

$$L^* = \frac{1}{2}c^T [Q - QB(R + B^TQB)^{-1}B^TQ]c \quad (17)$$

$$L^* = \frac{1}{2}c^T \lambda \quad (18)$$

Vì thế:
$$\frac{\partial L^*}{\partial c} = \lambda \quad (19)$$

Ví dụ 2.6 : Bài toán với nhiều điều kiện ràng buộc.

Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa parabol :

$$y = ax^2 + bx + d \quad (1)$$

với đường thẳng :

$$y = x + c \quad (2)$$

Xem Hình 2.7.

Trong bài toán này sẽ có hai điều kiện ràng buộc :

$$f_1(x_1, y_1) = y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d = 0 \quad (3)$$

Và :
$$f_2(x_2, y_2) = y_2 - x_2 - c = 0 \quad (4)$$

với (x_1, y_1) là 1 điểm trên parabol và (x_2, y_2) là 1 điểm trên đường thẳng.

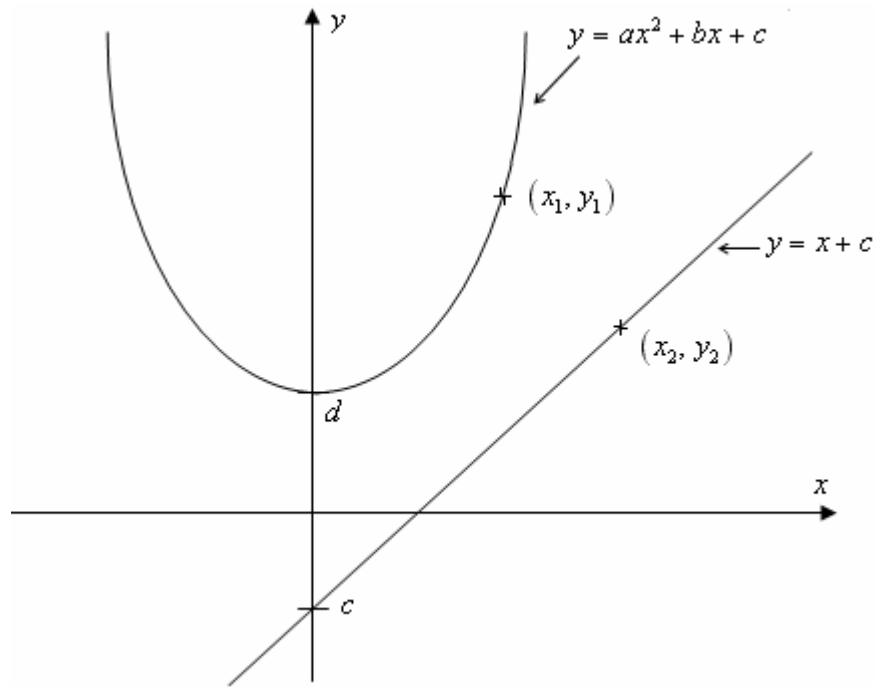
Chúng ta chọn hàm chỉ tiêu chất lượng là một nửa của bình phương khoảng cách giữa 2 điểm này.

$$L(x_1, x_2, y_1, y_2) = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2}(y_1 - y_2)^2 \quad (5)$$

Để giải bài toán này, ta xử lý bằng cách đặt :

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

và sử dụng cách tiếp cận vector ; tuy nhiên, sự kết hợp giữa một điều kiện ràng buộc tuyến tính và một điều kiện phi tuyến sẽ làm phức tạp thêm bài toán. Thay vào đó ta sẽ sử dụng các đại lượng vô hướng.



Hình 2.7 : Bài toán với nhiều điều kiện ràng buộc .

Đưa ra một thừa số Lagrange cho mỗi điều kiện ràng buộc , hàm Hamilton là :

$$H = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2}(y_1 - y_2)^2 + \lambda_1(y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d) + \lambda_2(y_2 - x_2 - c) \quad (7)$$

Khi đó , để có điểm dừng ta cần có :

$$H_{x_1} = x_1 - x_2 - 2a\lambda_1 x_1 - b\lambda_1 = 0 \quad (8)$$

$$H_{x_2} = -x_1 + x_2 - \lambda_2 = 0 \quad (9)$$

$$H_{y_1} = y_1 - y_2 + \lambda_1 = 0 \quad (10)$$

$$H_{y_2} = -y_1 + y_2 + \lambda_2 = 0 \quad (11)$$

$$H_{\lambda_1} = y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d = 0 \quad (12)$$

$$H_{\lambda_2} = y_2 - x_2 - c = 0 \quad (13)$$

Giải (12) để có được y_1 như sau :

$$y_1 = ax_1^2 + bx_1 + d \quad (14)$$

Từ (9) và (11) , ta có :

$$\lambda_2 = x_2 - x_1 = y_1 - y_2 \quad (15)$$

và sử dụng (14) với $y_2 = x_2 + c$ từ (13) có được kết quả sau :

$$x_2 - x_1 = ax_1^2 + bx_1 + d - x_2 - c \quad (16)$$

Khi đó :

$$x_2 = \frac{1}{2}(ax_1^2 + (b+1)x_1 + d - c) \quad (17)$$

Theo (10) và (11) , $\lambda_1 = -\lambda_2$, vậy từ (15) và (17) ta có :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= x_1 - x_2 \\ \lambda_1 &= -\frac{1}{2}(ax_1^2 + (b-1)x_1 + d - c) \end{aligned} \quad (18)$$

Cuối cùng , chú ý rằng (8) là :

$$(2ax_1 + (b-1))\lambda_1 = 0 \quad (19)$$

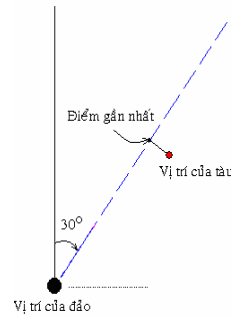
hay :

$$(2ax_1 + (b-1))(ax_1^2 + (b-1)x_1 + d - c) = 0 \quad (20)$$

Phương trình bậc 3 (20) được giải để có giá trị tối ưu x_1^* từ giá trị a, b, c, d cho trước . Nếu đường thẳng cắt ngang qua parabol thì giao điểm sẽ là kết quả tối ưu (khi đó $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$) ; ngược lại , sẽ có chỉ một cặp gần nhau nhất (x_1, x_2) , (y_1, y_2) . Một khi tìm được x_1 thì ta sẽ tìm được x_2, y_1 và y_2 lần lượt theo các phương trình (17) , (14) và (15) . Thay các giá trị tối ưu này vào (5) sẽ cho chúng ta khoảng cách ngắn nhất là $\sqrt{2L^*}$.

Ví dụ 2.7 :

Một con tàu đang di chuyển với vận tốc 10 hải lý một giờ theo phương hợp với phương bắc một góc 30° (lấy theo chiều kim đồng hồ) để đến một hòn đảo. Giả sử rằng tại thời điểm $t = 0$, con tàu đang ở vị trí cách hòn đảo 30 hải lý về phía Bắc và 20 hải lý về phía đông (tức là con tàu lệch khỏi phương di chuyển ban đầu). Bài toán đặt ra là xác định điểm gần nhất trên phương di chuyển ban đầu mà con tàu cần trở về để đi tới hòn đảo. Tìm khoảng cách từ hòn đảo đến điểm gần nhất và thời gian đến được điểm đó.



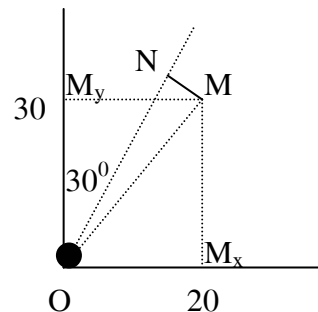
Giải:

Cách 1: giải bằng phương pháp hình học:

Trong ΔMM_xO :

$$\operatorname{tg} \angle MOM_x = \frac{MM_x}{OM_x} = \frac{30}{20} = 1.5 \Rightarrow \angle MOM_x = 56.3^\circ$$

$$OM = \sqrt{MM_x^2 + OM_x^2} = \sqrt{20^2 + 30^2} = 36.0555$$



Trong $\triangle MNO$:

$$\Rightarrow \angle MNO = 90^\circ - 56.3^\circ - 30^\circ = 3.69^\circ$$

$$\sin \angle MON = \frac{NM}{OM} \Rightarrow NM = 36.0555 * \sin 3.69^\circ = 2.32$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất là $NM = 2.32$ miles

Cách 2: dùng phương pháp Euler_Lagrange:

Yêu cầu: tìm khoảng cách ngắn nhất từ điểm $M(20, 30)$ đến đường thẳng $y = \sqrt{3}x$

$$\text{Điều kiện ràng buộc : } f(x, y) = y - \sqrt{3}x = 0$$

Trong đó (x, y) là một điểm thuộc đường thẳng.

Chọn hàm chỉ tiêu chất lượng là bình phương khoảng cách giữa 2 điểm trong mặt phẳng: $L(x, y) = (x - 20)^2 + (y - 30)^2$

$$\text{Hàm Hamilton là : } H(x, y, \lambda) = (x - 20)^2 + (y - 30)^2 + \lambda(y - \sqrt{3}x)$$

Xác định điểm dừng :

$$H_\lambda = y - \sqrt{3}x = 0$$

$$H_x = 2(x - 20) - \sqrt{3}\lambda = 0$$

$$H_y = 2(y - 30) + \lambda = 0$$

$$\text{Giải hệ phương trình trên tìm được : } \begin{cases} x = 18 & (\text{miles}) \\ y = 31.177 & (\text{miles}) \\ \lambda = -2.354 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm có tọa độ là $N(18, 31.177)$.

Khoảng cách ngắn nhất :

$$d_{\min} = \sqrt{L_N} = \sqrt{(18 - 20)^2 + (31.177 - 30)^2} \approx 2.32 \quad (\text{mile})$$

Gọi D là khoảng cách từ hòn đảo tới điểm N . Khi đó :

$$D = \sqrt{x_N^2 + y_N^2} = \sqrt{18^2 + (31.177)^2} \approx 36 \quad (\text{mile})$$

Gọi t là thời gian tàu đi từ điểm M tới điểm gần nhất N .

$$t = \frac{d_{\min}}{v} = \frac{2.32}{10} = 0.232 \quad (\text{hours})$$

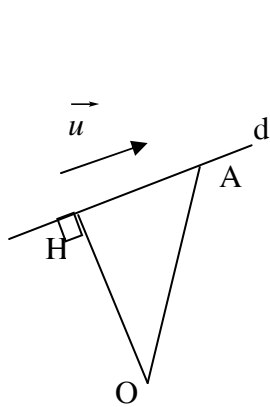
Ví dụ 2.8:

Tìm điểm A bất kỳ thuộc đường thẳng d trong không gian sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến A là nhỏ nhất. Đường thẳng d trong không gian cho bởi hệ phương trình:

$$d \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

Giải:

Cách 1: dùng phương pháp hình học giải tích:



- \vec{u} : vector chỉ phương của đường thẳng d:

$$\vec{u} = \left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) = (-8, 10, 4)$$

- Gọi A là điểm thuộc d, có tọa độ:

$$A\left(0, \frac{7}{8}, -\frac{3}{4}\right), \text{ (cho } x_A=0 \text{ ta tính } y_A, z_A)$$

- Khoảng cách ngắn nhất từ O đến d:

$$d(OA \text{ min}) = d(O, d) = OH = \frac{|\vec{AO}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

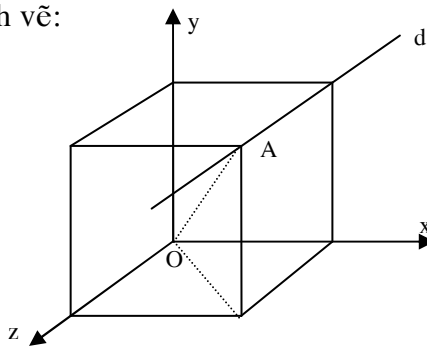
$$[\vec{AO}, \vec{u}] = \left(\begin{vmatrix} -7 & 3 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -8 & 10 \end{vmatrix} \right) = (-11, -6, -7)$$

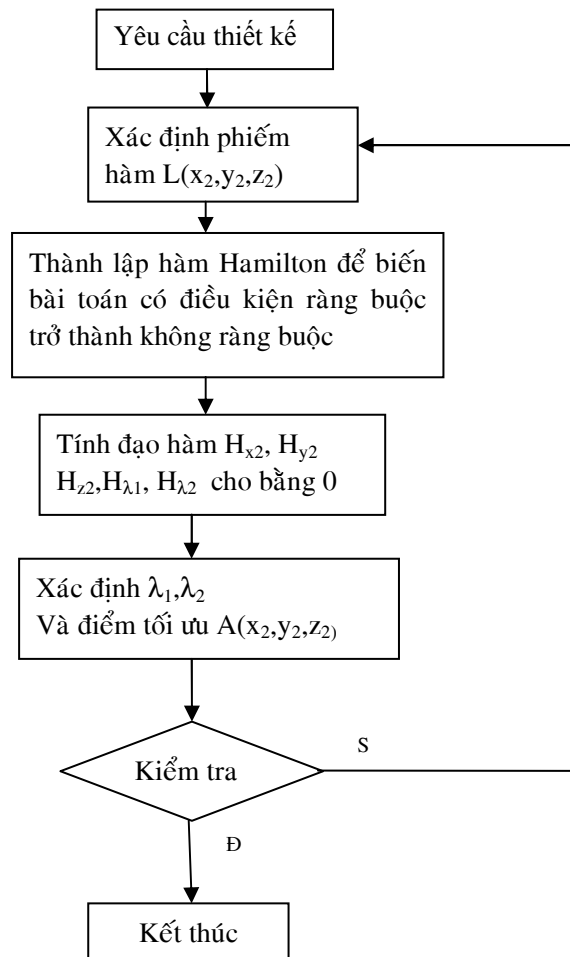
Để khoảng cách là nhỏ nhất thì: $\vec{OA} = \vec{OH}$

$$\text{Khi đó: } d(OA \text{ min}) = \frac{\sqrt{(-11)^2 + (-6)^2 + (-7)^2}}{\sqrt{(-8)^2 + 10^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{206}}{\sqrt{180}} = 1.0697$$

Cách 2: dùng phương pháp Euler_Lagrange:

Theo đề bài ta có hình vẽ:





Quan sát trên hình vẽ ta thấy khoảng cách ta muốn tối ưu hoá đó là đoạn

OA, trong đó A chạy trên đường thẳng d.

$$\Rightarrow OA^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Vì O là gốc tọa độ $\Rightarrow O(0,0,0)$.

$$\Rightarrow OA^2 = (x_2)^2 + (y_2)^2 + (z_2)^2$$

$$\text{Phiếm hàm tối ưu: } L(x_2, y_2, z_2) = OA^2 = (x_2)^2 + (y_2)^2 + (z_2)^2 \quad (1)$$

Bài toán với 2 điều kiện ràng buộc là:

$$f_1(x_2, y_2, z_2) = 3x_2 + 2y_2 + z_2 - 1 = 0 \quad (2)$$

$$f_2(x_2, y_2, z_2) = x_2 + 2y_2 - 3z_2 - 4 = 0 \quad (3)$$

Thành lập hàm Hamilton:

$$H(x_2, y_2, z_2, \lambda_1, \lambda_2) = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + \lambda_1 f_1(x_2, y_2, z_2) + \lambda_2 f_2(x_2, y_2, z_2)$$

$$= x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + \lambda_1(3x_2 + 2y_2 + z_2 - 1) + \lambda_2(x_2 + 2y_2 - 3z_2 - 4) \quad (4)$$

Điều kiện cần để có điểm cực tiểu của $L(x_2, y_2, z_2)$ thoả mãn điều kiện ràng buộc $f(x_2, y_2, z_2) = 0$ khi:

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = f = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_2} = L_{x_2} + f_{x_2}^T \lambda = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_2} = L_{y_2} + f_{y_2}^T \lambda = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial z_2} = L_{z_2} + f_{z_2}^T \lambda = 0$$

Xác định điểm dừng:

$$H_{x_2} = \frac{\partial H}{\partial x_2} = 2x_2 + 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5)$$

$$H_{y_2} = \frac{\partial H}{\partial y_2} = 2y_2 + 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0 \quad (6)$$

$$H_{z_2} = \frac{\partial H}{\partial z_2} = 2z_2 + \lambda_1 - 3\lambda_2 = 0 \quad (7)$$

$$H_{\lambda_1} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = 3x_2 + 2y_2 + z_2 - 1 = 0 \quad (8)$$

$$H_{\lambda_2} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = x_2 + 2y_2 - 3z_2 - 4 = 0 \quad (9)$$

Từ (5), (6), (7) nhận được:

$$x_2 = \frac{1}{2}(-3\lambda_1 - \lambda_2) \quad (10)$$

$$z_2 = \frac{1}{2}(-\lambda_1 + 3\lambda_2) \quad (11)$$

$$y_2 = -\lambda_1 - \lambda_2 \quad (12)$$

Thay x_2, y_2, z_2 vào phương trình (8),(9) ta có

$$\frac{3}{2}(-3\lambda_1 - \lambda_2) + 2(-\lambda_1 - \lambda_2) + \frac{1}{2}(-\lambda_1 + 3\lambda_2) - 1 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}(-3\lambda_1 - \lambda_2) + 2(-\lambda_1 - \lambda_2) - \frac{3}{2}(-\lambda_1 + 3\lambda_2) - 4 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{cases} -7\lambda_1 - 2\lambda_2 - 1 = 0 \\ -2\lambda_1 - 7\lambda_2 - 4 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Giải hệ phương trình (15) ta tìm được: $\lambda_1 = \frac{1}{45}$; $\lambda_2 = \frac{-26}{45}$

Thay giá trị λ_1, λ_2 vào (10), (11), (12) ta có

$$x_2 = \frac{23}{90} ; y_2 = \frac{5}{9} ; z_2 = \frac{79}{90}.$$

$$x_2 = 0.255; y_2 = 0.555, z_2 = -0.877.$$

$$L(x_2, y_2, z_2) = OA^2 = (x_2)^2 + (y_2)^2 + (z_2)^2 = 1.142$$

Vậy ta xác định được điểm tối ưu $A(x_2, y_2, z_2)$.

Khoảng cách giữa điểm A đến gốc tọa độ là:

$$OA = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} = 1.069.$$

Kiểm tra lại:

Có nhiều phương pháp kiểm tra lại kết quả trên là cực tiểu:

- phương pháp kiểm tra ma trận uốn L_{uu} , tuy nhiên ở bài tập trên phiếm hàm tối ưu L theo 3 biến nên việc xác định ma trận uốn phức tạp.
- Phương pháp thử sai:
 - So sánh giá trị tọa độ, khoảng cách tính được bằng phương pháp thử sai với giá trị mà ta dùng phương pháp biến phân cổ điển ***Euler Lagrange***.
 - Để kiểm tra đây là cực tiểu cục bộ hay toàn phần ta cho phạm vi thay đổi của điểm A rộng hơn.

Ví dụ 2.9 :

- a. Chứng tỏ giá trị min của hàm $x^2y^2z^2$ trên mặt cầu $x^2+y^2+z^2=r^2$ là $(r^2/3)^3$
- b. Chứng tỏ rằng giá trị cực đại của hàm $x^2+y^2+z^2$ trên mặt $x^2y^2z^2=(r^2/3)^3$ là r^2

Giải:

a. Dùng phương pháp Euler Lagrange:

Chọn phiếm hàm tối ưu là : $L(x, y, z) = x^2y^2z^2$ (*)

Điều kiện ràng buộc là: $f(x, y, z) = x^2+y^2+z^2 - r^2 = 0$

Thành lập hàm Hamilton :

$$H(x, y, z) = x^2y^2z^2 + \lambda(x^2+y^2+z^2 - r^2)$$

Xác định điểm cực trị:

$$H_\lambda = x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0 \quad (1)$$

$$H_x = 2xy^2z^2 + 2\lambda x = 0 \quad (2)$$

$$H_y = 2yx^2z^2 + 2\lambda y = 0 \quad (3)$$

$$H_z = 2zx^2y^2 + 2\lambda z = 0 \quad (4)$$

$$\text{Từ (2)} \rightarrow 2x(y^2z^2 + \lambda) = 0, \text{ Với } x \neq 0, \text{ ta có : } y^2z^2 + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$\text{Từ (3)} \rightarrow 2y(x^2z^2 + \lambda) = 0, \text{ Với } y \neq 0, \text{ ta có : } x^2z^2 + \lambda = 0 \quad (6)$$

$$\text{Từ (4)} \rightarrow 2z(x^2y^2 + \lambda) = 0, \text{ Với } z \neq 0, \text{ ta có : } x^2y^2 + \lambda = 0 \quad (7)$$

$$\text{Từ (5), (6) và (7) ta có : } \lambda = -y^2z^2 = -x^2z^2 = -x^2y^2 \rightarrow x^2 = y^2 = z^2 \quad (8)$$

$$\text{Từ (1) và (8)} \rightarrow x^2 = y^2 = z^2 = r^2/3$$

Thế tọa độ x, y, z vào (*) ta được giá trị của phiếm hàm tối ưu:

$$L(x,y,z) = (r^2/3)^3.$$

Kiểm tra L là max hay min :

Chọn một điểm bất kỳ trong không gian thuộc $f(x,y,z) = 0$ có tọa độ

khác điều kiện : $x^2 = y^2 = z^2 = r^2/3$. Ta chọn điểm $M(1, 1, \sqrt{r^2 - 2})$,

điều kiện $r \geq \sqrt{2}$

$$\rightarrow L_M = (r^2 - 2)$$

$$\text{Kiểm tra bất đẳng thức: } L = (r^2/3)^3 < L_M = r^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow r^5 - 27r^2 + 54 < 0. \text{ Đẳng thức này luôn bị sai với mọi } r \geq \sqrt{2}. \text{ Do}$$

đó tại tọa độ thỏa điều kiện $x^2 = y^2 = z^2 = r^2/3$ thì L luôn là giá trị cực đại.

b. Dùng phương pháp Euler Lagrange:

$$\text{Phiếm hàm tối ưu là : } L(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\text{Điều kiện ràng buộc : } f(x,y,z) = x^2y^2z^2 - (r^2/3)^3 = 0$$

$$\text{Thành lập hàm Hamilton: } H(x,y,z,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda(x^2y^2z^2 - (r^2/3)^3)$$

Tìm điểm cực trị bằng cách cho các đạo riêng của H bằng 0.

$$H_x = 2x + 2\lambda xy^2z^2 = 0 \quad (9)$$

$$H_y = 2y + 2\lambda yx^2z^2 = 0 \quad (10)$$

$$H_z = 2z + 2\lambda zx^2y^2 = 0 \quad (11)$$

$$H_\lambda = x^2y^2z^2 - (r^2/3)^3 = 0 \quad (12)$$

Với $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ thì ta có :

$$\lambda = -1/(x^2y^2) = -1/(y^2z^2) = -1/(x^2z^2)$$

$$\rightarrow x^2 = y^2 = z^2.$$

$$\text{Từ (12) ta có tọa độ điểm dừng : } x^2 = y^2 = z^2 = r^2/3$$

Tại điểm dừng ta có : $L(x,y,z) = r^2$

Kiểm chứng L là giá trị lớn nhất.

Chọn một điểm bất kỳ có tọa độ thuộc mặt $x^2y^2z^2=(r^2/3)^3$ không thỏa điều kiện: $x^2 = y^2 = z^2 = r^2/3$

Chọn điểm $M[1, 1, \sqrt{(r^2/3)^3}]$

Khi đó $L_M(x,y,z) = 2 + r^6/27$

Ta cần chỉ ra rằng : $2 + r^6/27 < r^2$

Bất đẳng thức tương đương : $r^2(r^4 - 27) < -54$. Dễ dàng thấy được bất đẳng thức luôn sai với mọi r (vì r^2 luôn ≥ 0). Chính vì thế tại điểm dừng phiếm hàm tối ưu phải đạt giá trị cực tiểu.

Ví dụ 2.10 :

- a. Tìm hình chữ nhật nội tiếp hình elips có chu vi lớn nhất.
- b. Tìm hình chữ nhật nội tiếp elips có diện tích lớn nhất .

Giải

a. Giải bằng phương pháp Euler – Lagrange :

Phiếm hàm tối ưu là: $L(x,y) = 4(x+y)$ (*)

Điều kiện ràng buộc là: $f(x,y) = x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1 = 0$

Khi đó hàm Hamilton sẽ là: $H(x,y,\lambda) = 4(x+y) + \lambda (x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1)$

Tìm các điểm dừng dựa vào các điều kiện sau:

$$H_\lambda = x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1 = 0 \tag{1}$$

$$H_x = 4 + 2\lambda x/a^2 = 0 \tag{2}$$

$$H_y = 4 + 2\lambda y/b^2 = 0 \tag{3}$$

Từ (2) $\rightarrow x = -2a^2/\lambda$

Từ (3) $\rightarrow y = -2b^2/\lambda$

Thay x, y vào (1) ta có:

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-2a^2}{\lambda}\right)^2 / a^2 + \left(\frac{-2b^2}{\lambda}\right)^2 / b^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(a^2 + b^2) = \lambda^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \pm 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

Với $\lambda = 2\sqrt{a^2 + b^2}$ ta tìm được $x = -\frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$; $y = -\frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Khi đó thay x, y vào (*) ta có : $L_1 = -4\sqrt{a^2 + b^2} < 0$, không tồn tại

Với $\lambda = -2\sqrt{a^2 + b^2}$ ta tìm được $x = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$; $y = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Khi đó thay x, y vào (*) ta có : $L_2 = 4\sqrt{a^2 + b^2} > 0$

Kiểm tra lại L_2 là max

$$H_{yy} = 2\lambda / b^2; H_{xx} = 2\lambda / a^2; H_{xy} = H_{yx} = 0$$

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x/a^2 \\ 2y/b^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow L_{yy}^f = H_{yy} + f_y^T f_x^{-T} H_{xx} f_x^{-1} f_y = \frac{2\lambda}{b^2} + \frac{2y}{b^2} \cdot \frac{a^2}{2x} \cdot \frac{2\lambda}{a^2} \cdot \frac{a^2}{2x} \cdot \frac{2y}{b^2}$$

$$= \frac{2\lambda}{b^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \frac{y^2}{x^2}\right)$$

Ứng với L_2 , $\lambda = -2\sqrt{a^2 + b^2} < 0$ thì $L_{yy}^f < 0$, suy ra L_2 là max

b. Giải bằng phương pháp Euler – Lagrange :

Phiếm hàm tối ưu là : $L = 4.x.y$ (**)

Điều kiện ràng buộc : $f(x,y) = x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1 = 0$

Hàm Hamilton là : $H(x,y,\lambda) = 4xy + \lambda (x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1)$

Tìm các điểm dừng dựa vào các điều kiện sau:

$$H_\lambda = x^2/a^2 + y^2/b^2 - 1 = 0 \quad (4)$$

$$H_x = 4y + 2\lambda x/a^2 = 0 \quad (5)$$

$$H_y = 4x + 2\lambda y/b^2 = 0 \quad (6)$$

$$\text{Từ (5)} \rightarrow 2y = -\lambda x/a^2 \quad (7)$$

Thế (7) vào (6) ta được :

$$(6) \Leftrightarrow x(4 - \lambda^2/a^2 b^2) = 0. \text{ Từ (4) và (5) suy ra } x \text{ phải khác } 0.$$

$$\text{Nên (6)} \Leftrightarrow \lambda = \pm 2ab$$

Thay λ vào (7) ta được :

- Trường hợp $\lambda = 2ab$: (7) $\Leftrightarrow y = -bx/a$

$$\text{Từ (4)} \rightarrow x^2/a^2 + x^2/a^2 = 1 \rightarrow x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \rightarrow y = \mp \frac{b}{\sqrt{2}}$$

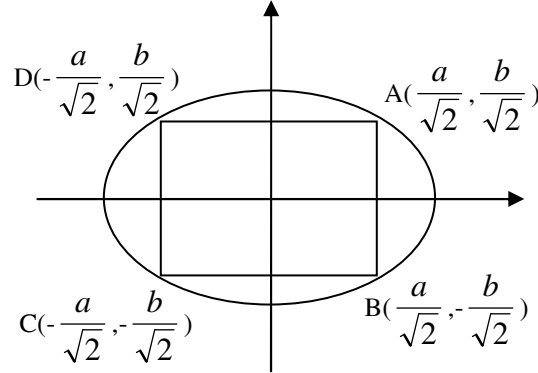
- Trường hợp $\lambda = -2ab$: (7) $\Leftrightarrow y = bx/a$

$$\text{Từ (4)} \rightarrow x^2/a^2 + x^2/a^2 = 1 \rightarrow x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \rightarrow y = \pm \frac{b}{\sqrt{2}}$$

Vậy 4 điểm : $A(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$, $B(\frac{a}{\sqrt{2}}, -\frac{b}{\sqrt{2}})$, $C(-\frac{a}{\sqrt{2}}, -\frac{b}{\sqrt{2}})$ và

$D(-\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$ là bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Do tính chất lặp lại

khi x chạy hết hình elips, nên ta chỉ chọn điểm $A(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$ nằm góc phần tư thứ nhất, và ta xét điểm cực trị tại điểm này.



Thế tọa độ A vào phiếm hàm (***) ta có : $L = 2ab$.

Kiểm tra tại A, phiếm hàm đạt cực trị.

Ta có :

$$H_{xx} = 2\lambda/a^2 ; H_{yy} = 2\lambda/b^2 ; H_{xy} = H_{yx} = 4$$

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x/a^2 \\ 2y/b^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow L_{yy}^f = H_{yy} - f_y^T f_x^{-T} H_{xy} - H_{yx} f_x^{-1} f_y + f_y^T f_x^{-T} H_{xx} f_x^{-1} f_y$$

$$= \frac{2\lambda}{b^2} - 4 \frac{2y}{b^2} \frac{a^2}{2x} - 4 \frac{a^2}{2x} \frac{2y}{b^2} + \frac{2y}{b^2} \cdot \frac{a^2}{2x} \cdot \frac{2\lambda}{a^2} \cdot \frac{a^2}{2x} \cdot \frac{2y}{b^2}$$

$$= \frac{2\lambda}{b^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \frac{x^2}{y^2}\right) - 8 \frac{a^2}{b^2} \frac{x}{y}$$

Với $\lambda = -2ab$, $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $y = \frac{b}{\sqrt{2}}$ ta có :

$$L_{yy}^f = -16a/b < 0. \text{ Vậy } L \text{ phải là max.}$$

2.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

2.2.1 Phương pháp biến phân cổ điển Euler_Lagrange

1. Giới thiệu

Nhiệm vụ của điều khiển tối ưu là giải bài toán tìm cực trị của phiếm hàm $L[x(t), u(t)]$ bằng cách chọn tín hiệu điều khiển $u(t)$ với những điều kiện hạn chế của đại lượng điều khiển và tọa độ pha. Một trong những công cụ toán học để xác định cực trị là phương pháp biến phân cổ điển *Euler_Lagrange*.

Đường cực trị là những hàm trơn còn phiếm hàm cùng các điều kiện hạn chế là những hàm phi tuyến. Do đó phương pháp này không thể áp dụng cho những trường hợp mà tín hiệu điều khiển có thể là các hàm gián đoạn.

Trường hợp không có điều kiện ràng buộc

Cho $u(t)$ là hàm thuộc lớp hàm có đạo hàm bậc nhất liên tục. Trong mặt phẳng (u, t) cho hai điểm (t_0, u_0) và (t_1, u_1) . Cần tìm quỹ đạo nối hai điểm này sao cho tích phân theo quỹ đạo $u = \dot{u}(t)$ cho bởi :

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_1} L(u, \dot{u}, t) dt \quad (2.38)$$

có cực trị.

L là hàm có đạo hàm riêng bậc một và bậc hai liên tục với mọi biến của nó.

Để thống nhất, ở đây ta lấy $t_0 = 0$ và $t_1 = T$.

Biến đổi của J do δu tạo nên là :

$$\begin{aligned} \Delta J(u + \delta u) &= J(u + \delta u) - J(u) \\ &= \int_0^T L(u + \delta u, \dot{u} + \delta \dot{u}, t) dt - \int_0^T L(u, \dot{u}, t) dt \\ &= \int_0^T [L(u + \delta u, \dot{u} + \delta \dot{u}, t) - L(u, \dot{u}, t)] dt \end{aligned} \quad (2.39)$$

Phân tích (2.39) theo chuỗi *Taylor* và chỉ khảo sát thành phần bậc một của J ta được :

$$\Delta J(u, \delta u) = \int_0^T \left[\left(\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} \right) \delta u + \left(\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \right) \delta \dot{u} \right] dt \quad (2.40)$$

vì δu và $\delta \dot{u}$ liên hệ nhau bởi :

$$\delta u(t) = \int_0^T \delta \dot{u}(t) dt + \delta u(0)$$

Xem δu là hàm biến đổi độc lập, biểu thức (2.40) có thể biến đổi để chỉ chứa $\delta \dot{u}$ bằng cách lấy tích phân những thành phần chứa δu :

$$\delta J(u, \delta u) = \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \delta u \Big|_0^T + \int_0^T \left[\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \right] \delta u dt \dots \quad (2.41)$$

Từ điều kiện đã cho $\delta u(0) = \delta u(T) = 0$, phần đầu của vế phải ở biểu thức (2.41) bằng 0.

Nếu gia số δJ của chỉ tiêu chất lượng J tồn tại và nếu J có cực trị đối với u^* thì :

$$\Delta J(u^*, \delta u) = 0 \quad (2.42)$$

Đó là điều kiện cơ bản của phép tính biến phân.

Từ các biểu thức (2.41), (2.42) ta có :

$$\delta J(u^*, \delta u) = \int_0^T \left[\frac{\partial L(u^*, \dot{u}^*, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u^*, \dot{u}^*, t)}{\partial \dot{u}} \right] \delta u dt = 0 \quad (2.43)$$

Từ đó có thể rút ra phương trình *Euler-Lagrange* :

$$\boxed{\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (2.44a)$$

Hoặc có thể viết đơn giản :

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (2.44b)$$

Trường hợp có điều kiện ràng buộc

Nếu ngoài chỉ tiêu chất lượng (2.38) còn có các điều kiện ràng buộc dạng :

$$\varphi_i(u, \dot{u}, t) = 0 \quad t \in [0, T] \quad , \quad i = \overline{1, n} \quad (2.45)$$

thì chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J_a(u, \lambda_i) = \int_0^T [L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \varphi_i(u, \dot{u}, t)] dt \quad (2.46)$$

mà $\lambda_i(t)$ với $i = 1, 2, \dots, n$ là hàm *Lagrange*. Vì giới hạn thỏa mãn với mọi t nên hàm *Lagrange* phụ thuộc thời gian.

Tương tự như trên ta có phương trình *Euler-Lagrange* tổng quát :

$$\boxed{\frac{\partial L_a(u, \dot{u}, \lambda, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L_a(u, \dot{u}, \lambda, t)}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (2.47)$$

mà
$$L_a(u, \dot{u}, \lambda, t) = L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \varphi_i(u, \dot{u}, t) \quad (2.48)$$

Khi điều kiện ràng buộc có dạng :

$$\int_0^T \psi_i(u, \dot{u}, t) dt = q_i \quad (2.49)$$

thì phương trình *Euler_Lagrange* tổng quát (2.47) có thêm hàm :

$$L_a(u, \dot{u}, \lambda, t) = L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \psi(u, \dot{u}, t) \quad (2.50)$$

Trong trường hợp này, λ_i là các hệ số không phụ thuộc thời gian.

Khi có điều kiện ràng buộc dạng (2.45) hoặc (2.49) phải giải (n+1) phương trình để xác định $y^*(t)$ và $\lambda_i^*(t)$ với $i=1,2,\dots,n$.

Phương trình Euler_Lagrange với tín hiệu điều khiển bị hạn chế

Trong phần trên ta chỉ đề cập tới bài toán mà trong đó tín hiệu điều khiển không có giới hạn nào ràng buộc. Trong thực tế, thường gặp tín hiệu điều khiển có ràng buộc dạng $|u| \leq 1$.

Điều kiện cần để có cực trị: khi $u(t)$ là đường cực trị thì $u + \delta u$ và $u - \delta u$ là những hàm cho phép. Bây giờ ta so sánh trị số phiếm hàm ở đường cực trị với trị số của nó ở hàm $u + \delta u$ và $u - \delta u$. Nếu miền biến đổi của $u(t)$ là kín và $u(t)$ ở ngoài biên thì một trong các hàm $u + \delta u$ hoặc $u - \delta u$ sẽ ra ngoài miền cho phép.

Một trong các biện pháp khắc phục khó khăn trên là đường cực trị ở biên và :

$$u \geq \varphi(t) \quad (2.51)$$

Ví dụ, nếu $|u| \leq 1$, điều kiện $u \geq \varphi(t)$ nghĩa là $\varphi(t) \leq -1$. Đổi biến ta có :

$$z^2 = u - \varphi \quad (2.52)$$

thì biến mới z sẽ không có điều kiện hạn chế và biên giới của biến u tương

đương với $z = 0$. Bây giờ chỉ tiêu chất lượng $J(u) = \int_0^T L(u, \dot{u}, t) dt$ có biến

mới $u = z^2 + \varphi$, từ đó :

$$\dot{u} = 2z\dot{z} + \dot{\varphi}$$

và chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T L[z^2 + \varphi, 2z\dot{z} + \dot{\varphi}, t] dt \quad (2.53)$$

Vì không có điều kiện hạn chế nên phương trình *Euler_Lagrange* có dạng :

$$\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = 0 \quad (2.54)$$

Ở đây

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial z} &= \frac{\partial L}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} = \frac{\partial L}{\partial u} 2z + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} &= \frac{\partial L}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \dot{z}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} &= 2\dot{z} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\ddot{z} \end{aligned}$$

và (2.54) sẽ có dạng :

$$\frac{\partial L}{\partial u} 2z + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} - 2z \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} = 0$$

hay :

$$2z \left(\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) = 0 \quad (2.55)$$

Phương trình trên thỏa mãn với $z = 0$, nghĩa là đường cực trị có những giá trị biên và phương trình *Euler-Lagrange* vẫn là phiếm hàm xuất phát :

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = 0}$$

2. Ví dụ

Ví dụ 2.11 :

Tìm quá trình tối ưu $x^* = \dot{u}_2$ và $u_2^* = \frac{du_1}{dt}$ để cực tiểu hóa chỉ tiêu chất lượng

J :

$$J(u) = \int_0^T (\dot{u}_2)^2 dt \quad (1)$$

với điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2(t) dt = \theta_0 \quad (2)$$

và điều kiện biên :

$$u_2(0) = u_2(T) = 0 \quad (3)$$

Điều kiện đầu có dạng :

$$\int_0^T \psi_i(u, \dot{u}, t) dt = q_i \quad (4)$$

Phương trình *Euler-Lagrange* có dạng tổng quát :

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = 0 \quad (5)$$

với phiếm hàm :

$$L(u_2, \dot{u}_2, \lambda_1) = \dot{u}_2^2 + \lambda_1 u_2 \quad (6)$$

Từ 2 phương trình trên ta có :

$$\lambda_1 - 2\ddot{u}_2 = 0 \quad (7)$$

Do đó :

$$\ddot{u}_2 = \frac{\lambda_1}{2} \quad (8)$$

Lấy tích phân, ta có :

$$\begin{aligned} \dot{u}_2 = x &= \frac{\lambda_1}{2}t + c_1 \\ u_2(t) &= \frac{\lambda_1}{4}t^2 + c_1t + c_2 \end{aligned} \quad (9)$$

Để xác định λ_1, c_1, c_2 ta dùng các điều kiện biên :

$$\begin{aligned} u_2(0) = 0 &\Rightarrow c_2 = 0 \\ u_2(T) &= \frac{\lambda_1}{4}T^2 + c_1T = 0 \end{aligned}$$

và điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2(t)dt = \frac{\lambda_1}{12}T^3 + \frac{c_1}{2}T^2 = \theta_0$$

Từ 2 phương trình trên ta xác định :

$$\lambda_1 = -\frac{24\theta_0}{T^3} \quad (10)$$

$$c_1 = \frac{6\theta_0}{T^2} \quad (11)$$

Từ đó quá trình tối ưu là :

$$\dot{u}_2^*(t) = x^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} - \frac{12\theta_0}{T^3}t \quad (12)$$

$$u_2^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2}t - \frac{6\theta_0}{T^3}t^2 \quad (13)$$

tương ứng với Hình 2.8(a) . Điều khiển tối ưu $x^*(t)$ biến đổi tuyến tính còn u_2^* là hàm parabol .

Ta thử so sánh tổn hao năng lượng của trường hợp này với trường hợp bài toán tối ưu tác động nhanh có đặc tính thời gian như Hình 2.8(b) . Cả hai trường hợp đều có cùng giá trị θ_0 , tương ứng với phần gạch sọc . Ta có thể xác định u_a theo (2) :

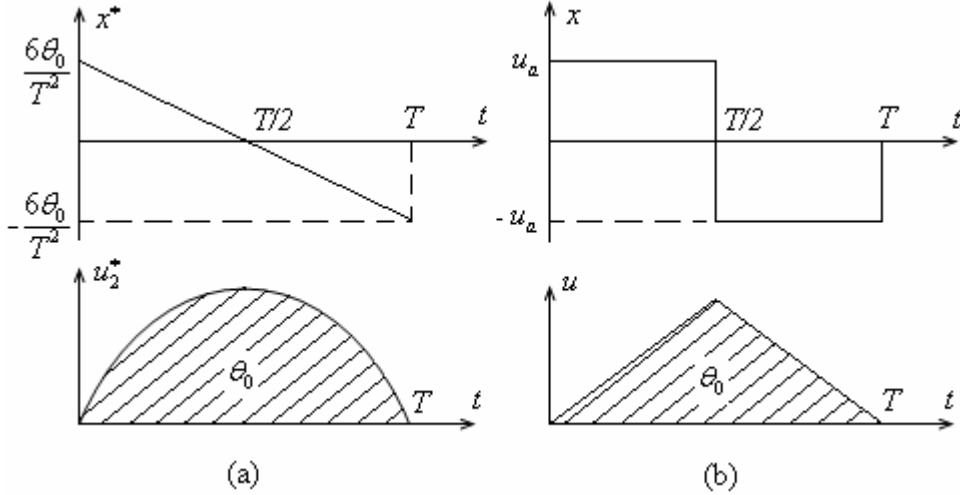
$$\begin{aligned} \theta_0 &= 2 \int_0^{T/2} (u_a \cdot t)dt = \frac{u_a T^2}{4} \\ u_a &= \frac{4\theta_0}{T^2} \end{aligned} \quad (14)$$

Như vậy tổn hao năng lượng tương ứng với :

$$J_a = \int_0^T u_a^2 dt = \frac{16\theta_0^2}{T^3} \quad (15)$$

còn ở ví dụ ta đang xét :
$$J = \int_0^T (x^*)^2 dt = \frac{12\theta_0^2}{T^3} \quad (16)$$

Nghĩa là chúng khác nhau $\frac{J_a}{J} = \frac{16}{12} = 1.33$ lần .



Hình 2.8 : Đặc tính thời gian của hệ tổn hao năng lượng tối thiểu (a) và hệ tác động nhanh (b) .

Ví dụ 2.12 :

Xét bài toán tối ưu tác động nhanh với điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2 dt = \theta_0 \quad (1)$$

$$\int_0^T (\dot{u}_2)^2 dt = q_0 \quad (2)$$

Điều kiện biên :

$$u_2(0) = u_2(T) = 0 \quad (3)$$

Với bài toán tác động nhanh , từ (2.49) và (2.50) ta có thể viết :

$$L(u_2, \dot{u}_2, \lambda_1, \lambda_2) = 1 + \lambda_1 u_2 + \lambda_2 (\dot{u}_2)^2 \quad (4)$$

Phương trình *Euler_Lagrange* :

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 \ddot{u}_2 = 0 \quad (6)$$

$$\Rightarrow \ddot{u}_2 = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \quad (7)$$

Lấy tích phân biểu thức trên ta được :

$$\dot{u}_2(t) = x(t) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2}t + c_1 \quad (8)$$

$$u_2(t) = \frac{\lambda_1}{4\lambda_2}t^2 + c_1t + c_2 \quad (9)$$

Kết hợp (9) với điều kiện $u_2(0) = 0$ suy ra : $c_2 = 0$ và $c_1 = -\frac{\lambda_1}{4\lambda_2}T$.

Và điều kiện $u_2(T) = 0$ ta có : $c_1 = \frac{2\theta_0}{T^2} - \frac{\lambda_1}{6\lambda_2}T$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\frac{24\theta_0}{T^3} \quad (10)$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{6\theta_0}{T^2} \quad (11)$$

Thế vào (8) , (9) được :

$$\dot{u}_2^*(t) = x^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} - \frac{12\theta_0}{T^3}t \quad (12)$$

$$u_2^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2}t - \frac{6\theta_0}{T^3}t^2 \quad (13)$$

So sánh với ví dụ trước , ta thấy quá trình tối ưu là hoàn toàn giống nhau.

Ví dụ 2.13:

Xét đối tượng có mô hình toán học gần đúng như sau :

$$\dot{x}_i = f_i(\underline{x}, \delta_i(t)) + g_k(\underline{x})u^* \quad i = \overline{1, n}; \quad k \in [1, n] \quad (1)$$

Trong đó $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - vector trạng thái ; $g_k(\underline{x})$ - hàm phi tuyến tường minh ; $f_i(\underline{x}, \delta_i(t))$ - hàm phi tuyến không tường minh ; $\delta_i(t)$ - các nhiễu ngẫu nhiên ; u - tín hiệu điều khiển .

Chọn hàm chỉ tiêu chất lượng có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} [\Psi(\underline{x})^2 + \dot{\Psi}(\underline{x})^2] dt \quad \rightarrow Min \quad (2)$$

Giả thuyết Euler-Lagrange: $\frac{\partial J}{\partial \Psi} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial J}{\partial \dot{\Psi}} \right) = 0$

$$\Rightarrow \Psi - \ddot{\Psi} = 0 \Rightarrow \Psi(s)(1-s^2) = 0 \Rightarrow \Psi(s)(1-s)(1+s) = 0$$

Điều kiện cực tiểu : $\Psi(s)(1+s) = 0$

Trong đó Ψ là hàm số khả vi hoặc tuyến tính từng đoạn và $\Psi(0) = 0$. Hàm Ψ được lựa chọn dựa trên các yêu cầu về động học của hệ thống. Luật điều khiển u đảm bảo cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J có thể được xác định bằng cách giải phương trình Euler :

$$\Psi + \dot{\Psi} = 0 \quad (3)$$

Đạo hàm của hàm số Ψ có dạng :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \dot{x}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \quad (4)$$

Kết hợp (4) và (1) ta có :

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} (f_i(x, \delta_i) + g_k(x)u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} f_i(x, \delta_i) + \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} g_k(x)u + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \end{aligned} \quad (5)$$

Giải phương trình (3) kết hợp với (5), xác định luật điều u^* khiến đảm bảo cực tiểu hoá hàm mục tiêu J và định hướng động học hệ thống chuyển động theo xu hướng $\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(x) \rightarrow 0$:

$$u^* = -\frac{1}{g_k(x)} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \right]^{-1} \left[\Psi + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n f_i(x, \delta_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \right] \quad (6)$$

Lưu ý rằng luật điều khiển u^* chỉ có nghĩa khi: $g_k(x) \neq 0$ và $\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} \neq 0$.

Phương trình đồng trạng thái (costate equation):

Giả sử một hệ thống phi tuyến được mô tả bởi phương trình biến trạng thái:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \text{ với } t \geq t_0 \text{ và } t_0 \text{ cố định}$$

Với biến trạng thái $x(t) \in R^n$, luật điều khiển $u(t) \in R^m$ và hàm chỉ tiêu chất lượng $J, x(t) \in R^n$

$$J = \Phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x(t), u(t), t) dt$$

Điều khiển tối ưu là tìm ra luật điều khiển $u^*(t)$ trong khoảng thời gian xác định $[t_0, T]$ để J đạt cực tiểu. Với hàm trạng thái cuối là:

$$\Psi(x(T), T) = 0 \text{ Với } \Psi \in R^p \quad (*)$$

$$x = [r \quad \dot{r} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$$

$$\text{Vậy hàm trạng thái cuối là: } \Psi(x(T), T) = \left[\dot{r}(T) - R \quad \dot{\theta}(T) - \sqrt{\frac{\mu}{R^3}} \right]^T$$

Với r là bán kính, θ là vị trí góc, R : là bán kính của quỹ đạo tròn.

Với $\mu = GM$, G : hằng số gia tốc trọng trường tác động lên vật khối lượng M . Kết hợp hai điều kiện ràng buộc $\dot{x}(t) = f(x, u, t)$ và (*) để thêm vào chỉ tiêu chất lượng J . Do phương trình biến trạng thái xét trong khoảng $t \in [t_0, T]$, đòi hỏi thừa số Lagrange $\lambda(t) \in R^n$ là hàm thời gian. Và do (*) xét tại 1 thời điểm, ta cần đưa ra hệ số nhân kết hợp $\nu \in R^p$. Chỉ tiêu chất lượng được thêm vào là:

$$J' = \Phi(x(T), T) + \nu^T \psi(x(T), T) + \int_{t_0}^T [L(x, u, t) + \lambda^T(t)(f(t)(x, u, t) - \dot{x})] dt$$

Hàm Hamilton được xác định: $H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$

Viết lại hàm trên:

$$J' = \Phi(x(T), T) + \nu^T \psi(x(T), T) + \int_{t_0}^T [H(x(t), u(t), t) - \lambda^T \dot{x}] dt$$

Sự tăng lên của J' là hàm của sự tăng thêm x, λ, ν, u, t sử dụng luật Leibniz, ta có:

$$\begin{aligned} dJ' &= (\Phi_x + \psi_x^T \nu)^T dx|_T + (\Phi_t + \psi_t^T \nu) dt|_T + \psi^T|_T d\nu \\ &+ (H - \lambda^T \dot{x}) dt|_T - (H - \lambda^T \dot{x}) dt|_{t_0} \\ &+ \int_{t_0}^T [H_x^T \delta x + H_u^T \delta u - \lambda^T \delta \dot{x} + (H_\lambda - \dot{x})^T \delta \lambda] dt \end{aligned}$$

$$\text{Mà: } - \int_{t_0}^T \lambda^T \delta \dot{x} dt = -\lambda^T \delta x|_T + \lambda^T \delta x|_{t_0} + \int_{t_0}^T \dot{\lambda}^T \delta x dt \quad (a)$$

Theo định nghĩa: $dx(T) = \delta x(T) + \dot{x}(T)dT$, với dT là nhỏ (b)

Thế (a), (b) vào biểu thức dJ' , ta được:

$$\begin{aligned} dJ' &= (\Phi_x + \psi_x^T \nu - \lambda)^T dx|_T + (\Phi_t + \psi_t^T \nu + H - \lambda^T \dot{x} + \lambda^T \dot{x}) dt|_T + \underbrace{\psi^T|_T}_{\nu^T} d\nu \\ &- (H - \lambda^T \dot{x} + \lambda^T \dot{x}) dt|_{t_0} + \lambda^T dx|_{t_0} \quad (**) \end{aligned}$$

$$+ \int_{t_0}^T [(\underbrace{H_x + \dot{\lambda}}_{\lambda^T})^T \delta x + \underbrace{H_u^T}_{\lambda^T} \delta u - \lambda^T \delta \dot{x} + (\underbrace{H_\lambda - \dot{x}}_{\lambda^T})^T \delta \lambda] dt$$

(δx : biến thiên của x)

Để hàm chỉ tiêu chất lượng J' đạt giá trị nhỏ nhất thì $dJ'=0$, cho tất cả các hệ số $d\nu$, δx , δu và $\delta\lambda$ trong biểu thức (***) bằng 0.

Trình tự thiết kế bộ điều khiển tối ưu

Với hệ thống có dạng: $\dot{x}(t) = f(x, u, t)$ với $t \geq t_0$ và t_0 cố định

Hàm chỉ tiêu chất lượng: $J = \Phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x(t), u(t), t) dt$

Hàm ràng buộc trạng thái cuối: $\psi(x(T), T) = 0$

Hàm Hamilton: $H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$

Phương trình trạng thái: $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x, u, t)$ với $t \geq t_0$

Phương trình đồng trạng thái: $-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda$ với $t \leq T$

Điều kiện xác lập: $0 = \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial f^T}{\partial u} \lambda$

Điều kiện biên:

Với điều kiện đầu $x(t_0)$ thì điều kiện cuối thỏa mãn phương trình sau:

$$(\phi_x + \psi_x^T \nu - \lambda)^T \Big|_T dx(T) + (\phi_t + \psi_t^T \nu + H) \Big|_T dT = 0 \quad \text{trong đó } \nu \in R^p$$

Trong vài trường hợp thời gian cuối T cố định, thì $dT=0$ khi đó phương trình

trên trở thành: $\lambda(T) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_T$

Ví dụ 2.14 :

Xác định điều khiển tối ưu bằng phương pháp tính gần đúng.

Cho hệ phi tuyến sau: $\dot{x} = -x^3 + u$

Với điều kiện $x(0) = \frac{1}{2}$

Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương: $J = \frac{1}{2} x^2(2) + \frac{1}{2} \int_0^2 (x^2 + u^2) dt$

- a. Viết phương trình trạng thái và đồng trạng thái, điều kiện xác lập, điều kiện biên. Khử $u(t)$ từ phương trình trạng thái và đồng trạng thái.
- b. Chứng minh rằng nếu $x(t)$ có giá trị nhỏ trong đoạn $[0, 2]$ thì giá trị gần đúng của nghiệm phương trình đồng trạng thái là: $\lambda = x - x^3$.
- c. Với giá trị vừa tính được ở trên, tính biến trạng thái $x(t)$.
- d. Tìm hàm điều khiển tối ưu gần đúng.

Chú ý: Để tính giá trị gần đúng ở câu c thì giá trị $x(t)$ phải nhỏ.

Giải:

a. Phương trình trạng thái và phương trình đồng trạng thái:

Xét hệ phi tuyến: $\dot{x} = -x^3 + u$

Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương: $J = \frac{1}{2}x^2(2) + \frac{1}{2}\int_0^2(x^2 + u^2)dt$

Lập hàm Hamilton:

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) = \frac{1}{2}(x^2 + u^2) + \lambda^T(-x^3 + u)$$

$$\text{Phương trình biến trạng thái: } \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = -x^3 + u \quad (1)$$

$$\text{Phương trình đồng trạng thái: } -\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda = x - 3x^2 \lambda \quad (2)$$

$$\text{Điều kiện dừng: } 0 = \frac{\partial H}{\partial u} = u + \lambda \quad (3)$$

Điều kiện biên:

$$+ \text{ Điều kiện đầu } x(0) = \frac{1}{2}$$

+ Điều kiện cuối thỏa mãn

$$[x(T) - \lambda]^T \Big|_T dx(T) + \left[\frac{1}{2}(x^2 + u^2) + \lambda^T(-x^3 + u) \right]_T dT = 0$$

Thời gian cuối $T=2$ nên $dT = 0$ suy ra: $x(2) - \lambda(2) = 0 \Leftrightarrow x(2) = \lambda(2)$

Từ phương trình (3) ta có $u = -\lambda$, thay vào phương trình (1) ta được phương trình biến trạng thái: $\dot{x} = -x^3 - \lambda$

Từ (2) ta có phương trình đồng trạng thái: $-\dot{\lambda} = x - 3x^2 \lambda$

$$\text{b. Từ hệ phương trình } \begin{cases} \dot{x} = -x^3 - \lambda \\ -\dot{\lambda} = x - 3x^2 \lambda \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lambda = -\dot{x} - x^3 \\ -\dot{\lambda} = x - 3x^2(-\dot{x} - x^3) \end{cases} \Leftrightarrow \int \dot{\lambda} dt = \int (-3x^5 - x) dt - \int 3x^2 \dot{x} dt$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \int (-3x^5 - x) dt - x^3$$

Triển khai Maclorank biểu thức $3x^5 + x$ tại điểm $x(t)$ nhỏ lân cận điểm 0:

$$\int (-3x^5 - x) dt \approx x.$$

Với những giá trị của $x(t)$ nhỏ trong khoảng thời gian $[0,2]$ nên: $\lambda = x - x^3$

c. Với $\lambda = x - x^3$ thay vào phương trình (1): $\dot{x} = -x^3 - (x - x^3) = -x$

$$x(t) = Ce^{-t} \text{ với điều kiện } x(0)=1/2 \text{ ta có: } x(0) = Ce^0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x(t) = \frac{1}{2}e^{-t}$$

d. Với $x(t)$ nhỏ ta có $\lambda = x - x^3$

$$\text{Theo kết quả câu trên: } \lambda(t) = x(t) - x^3(t) \Leftrightarrow \lambda(t) = \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{8}e^{-3t}$$

$$\text{Và: } u(t) = -\lambda(t) = \frac{1}{8}e^{-3t} - \frac{1}{2}e^{-t}$$

Ví dụ 2.15:

Cho hệ thống giảm xóc của ô tô có phương trình toán học:

$$m\ddot{y} + ky = u$$

trạng thái đầu $y(0)=0, \dot{y}(0) = 0$ tới trạng thái cuối $y(T)=h, \dot{y}(T) = 0$. Với

$$\text{hàm chỉ tiêu chất lượng } J = \frac{1}{2} \int_0^T u^2 dt.$$

Trong đó:

m- khối lượng, k- hệ số đàn hồi, u- lực tác dụng theo hướng lên trên
y- lượng dịch chuyển theo phương đứng

a. Viết phương trình biến trạng thái với : $x = [y \quad \dot{y}]^T$

b. Viết phương trình đồng trạng thái, điều kiện xác lập và điều kiện biên.
Khử u(t) từ phương trình trạng thái và phương trình đồng trạng thái.

c. Tìm nghiệm phương trình đồng trạng thái khi biết giá trị $\lambda(T)$. Tìm biến trạng thái $x(t)$ khi biết $\lambda(0)$ và biết $x(0)$.

d. Sử dụng điều kiện biên để tìm $\lambda(0)$ với $m=k=1; T=2; h= - 3$

e. Tìm luật điều khiển tối ưu và quỹ đạo trạng thái tối ưu.

f. Chứng tỏ rằng $x^*(T) = [h \quad 0]^T$ thỏa mãn yêu cầu.

Giải:

a. Hệ phương trình trạng thái:

$$\text{Đặt: } \begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = \dot{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 + \frac{1}{m}u \end{cases}$$

$$\text{Phương trình trạng thái của hệ thống: } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u$$

b. Phương trình đồng trạng thái, điều kiện xác lập và điều kiện biên:

$$\text{Lập hàm Hamilton: } H = \frac{u^2}{2} + \lambda^T (Ax + Bu)$$

$$\text{Phương trình biến trạng thái: } \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$\text{Phương trình đồng trạng thái: } -\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda = A^T \lambda \quad (2)$$

$$\text{Điều kiện dừng: } 0 = \frac{\partial H}{\partial u} = u + B^T \lambda \quad (3)$$

Điều kiện biên: điều kiện đầu $x(0) = y(0) = 0$, điều kiện cuối $\lambda(T) = 0$

Từ phương trình (3): $u = -B^T \lambda$, thay vào biểu thức (1) và (2) ta được:

$$\dot{x} = Ax - B^T B \lambda.$$

$$\text{Từ phương trình (2): } -\dot{\lambda} = A^T \lambda$$

c. Nghiệm phương trình đồng trạng thái:

$$\text{Từ phương trình : } -\dot{\lambda} = A \lambda \text{ ta có } \lambda(t) = e^{A(T-t)} \lambda(T)$$

Thay vào phương trình trạng thái ta được:

$$\dot{x} = Ax - B^T B \lambda = Ax - B^T B e^{A(T-t)} \lambda(T)$$

$$\text{Biến đổi Laplace: } X(s) = \frac{x(0)}{s+A} - \frac{B^T B}{A} e^{AT} \left(-\frac{1}{2(s+A)} + \frac{1}{2(s-A)} \right)$$

$$\text{Biến đổi ngược Laplace: } x(t) = e^{-At} x(0) - \frac{B^T B}{A} \lambda(T) e^{AT} \sinh(At)$$

$$\text{Trong đó } \sinh(At) = \frac{e^{At} - e^{-At}}{2}$$

$$x(T) = -\frac{B^T B}{2A} \lambda(T) [e^{2AT} - 1] \quad (4)$$

d. Tìm $\lambda(0)$:

Từ phương trình (4) và điều kiện bài toán ta có

$$x(T) = -\frac{B^T B}{2A} \lambda(T) [e^{2AT} - 1] = h = -3$$

$$\Leftrightarrow \lambda(T) = \frac{6A}{B^T B (e^{2AT} - 1)}$$

$$\Rightarrow \lambda^*(t) = \frac{3A e^{-At}}{B^T B \sinh(AT)} \Rightarrow \lambda(0) = \frac{3A}{B^T B \sinh(2A)} \quad (5)$$

Trong đó: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

e. Luật điều khiển tối ưu và quỹ đạo trạng thái tối ưu:

Từ (5) suy ra luật điều khiển tối ưu:

$$u^*(t) = -B^T \lambda^*(t) = -B^T \frac{3Ae^{-At}}{B^T B \sinh(AT)} = \frac{-3Ae^{-At}}{B \sinh(AT)}$$

Quỹ đạo trạng thái tối ưu

$$x^*(t) = -\frac{B^T B}{A} \lambda^*(t) e^{At} \sinh(At) = -\frac{B^T B \cdot 3Ae^{-At}}{B^T B A \sinh(AT)} e^{At} \sinh(At) = -\frac{3e^{-At} e^{AT} \sinh(At)}{\sinh(AT)} \quad (6)$$

f. Chứng minh $x^*(T) = [h \ 0]^T$ thỏa yêu cầu:

$$\text{Từ (6)} \rightarrow x^*(T) = -\frac{3e^{-AT} e^{AT} \sinh(AT)}{\sinh(AT)} = -3$$

$$\text{Vậy } x^*(T) = [-3 \ 0]^T$$

Ví dụ 2.16 :

Cho hệ thống rời rạc: $x_{k+1} = x_k u_k + 1$

Hàm chỉ tiêu chất lượng: $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2$, $N=2$, $x_2=0$

- Viết lại phương trình trạng thái và phương trình đồng trạng thái bằng phương pháp khử u_k .
- Giả sử cho λ_2 , tìm λ_0, λ_1 theo λ_2 và các biến trạng thái. Sử dụng biểu thức này để biểu diễn x_2 theo λ_2 và x_0 . Từ đó tìm một phương trình bậc 4, ẩn λ_2 , theo trạng thái x_0 .
- Nếu $x_0 = 1$, biến trạng thái & luật điều khiển tối ưu và chỉ tiêu chất lượng tối ưu.

Giải:

a. Phương trình trạng thái và phương trình đồng trạng thái:

$$\text{Lập hàm Hamilton: } H^k(x_k, u_k) = L^k(x_k, u_k) + \lambda_{k+1}^T f^k(x_k, u_k) \quad (1)$$

$$H^k(x_k, u_k) = \frac{u_k^2}{2} + (x_k u_k + 1) \lambda_{k+1}^T \quad (2)$$

$$\text{Phương trình trạng thái: } x_{k+1} = \frac{\partial H^k}{\partial \lambda_{k+1}} = x_k u_k + 1 \quad (3)$$

$$\text{Phương trình thừa số Lagrange: } \lambda_k = \frac{\partial H^k}{\partial x_k} = u_k \lambda_{k+1}^T \quad (4)$$

$$\text{Điều kiện tĩnh: } 0 = \frac{\partial H^k}{\partial u_k} = u_k + x_k \lambda_{k+1}^T \quad (5)$$

Từ (5) ta suy ra u_k : $u_k = -x_k \lambda_{k+1}^T$

Thế u_k vào (3) và (4), ta được phương trình trạng thái và thừa số Lagrange không phụ thuộc u_k như sau:

$$\lambda_k = -x_k \lambda_{k+1}^2 \quad \text{và} \quad x_{k+1} = -x_k^2 \lambda_{k+1} + 1$$

b. Tìm phương trình bậc 4, ẩn λ_2 , theo trạng thái x_0 .

Theo kết quả trên: $\lambda_k = -x_k \lambda_{k+1}^2$ và $x_{k+1} = -x_k^2 \lambda_{k+1} + 1$

Theo công thức quy nạp: $\lambda_0 = -x_0 \lambda_1^2$, $\lambda_1 = -x_1 \lambda_2^2$, $x_2 = -x_1^2 \lambda_2 + 1$

Với điều kiện $x_2=0$ thì: $x_2 = -x_1^2 \lambda_2 + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \pm \sqrt{1/\lambda_2}$

Thế x_1 vừa tìm được vào $\lambda_1 = -x_1 \lambda_2^2$ ta suy ra: $\lambda_1 = \mp \lambda_2 \sqrt{\lambda_2}$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x_1 = -x_0^2 \lambda_1 + 1 \\ x_2 = -x_1^2 \lambda_2 + 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{Thế } \lambda_1 \text{ và } x_1 \text{ vào (6): } \begin{cases} x_1 = \pm x_0^2 \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} + 1 \\ x_2 = -x_1^2 \lambda_2 + 1 \end{cases}$$

Vậy x_2 biểu diễn theo λ_2 và x_0 là:

$$x_2 = -x_0^4 \lambda_2^4 - 2x_0^2 \lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} - \lambda_2 + 1 \quad \text{với} \quad x_1 = x_0^2 \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} + 1$$

$$x_2 = -x_0^4 \lambda_2^4 + 2x_0^2 \lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} - \lambda_2 + 1 \quad \text{với} \quad x_1 = -x_0^2 \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} + 1$$

Cho $x_2 = 0$, ta được phương trình bậc bốn, ẩn λ_2 theo x_0

$$x_0^4 \lambda_2^4 + 2x_0^2 \lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} + \lambda_2 - 1 = 0 \quad \text{với} \quad x_1 = x_0^2 \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} + 1 \quad (\text{Trường hợp 1})$$

$$x_0^4 \lambda_2^4 - 2x_0^2 \lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} + \lambda_2 - 1 = 0 \quad \text{với} \quad x_1 = -x_0^2 \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} + 1 \quad (\text{Trường hợp 2})$$

c. Tìm biên trạng thái, luật điều khiển tối ưu, và chỉ tiêu chất lượng tối ưu

Trường hợp 1:

Với điều kiện $x_0 = 1$, Ta được phương trình sau: $\lambda_2^4 + 2\lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} + \lambda_2 - 1 = 0$

Giải phương trình được các nghiệm như sau:

$$\lambda_{2-1} = 0.5249$$

$$\lambda_{2-2} = 1.49$$

$$\lambda_{2_3} = -0.3439 + 1.3584i$$

$$\lambda_{2_6} = 0.3438 - 0.6253i$$

$$\lambda_{2_4} = -0.3439 - 1.3584i$$

$$\lambda_{2_7} = -1.0076 + 0.513i$$

$$\lambda_{2_5} = 0.3438 + 0.6253i$$

$$\lambda_{2_8} = -1.0076 - 0.513i$$

Từ tập nghiệm của λ_2 ta chọn được λ_2 tối ưu là $\lambda_2 = 0.5249$

Kết hợp $\lambda_2 = 0.5249$, $x_0 = 1$ và $N = 2$

Ta có được dãy thừa số Lagrange như sau:

$$\lambda_1 = -\lambda_2 \sqrt{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_1 = -0.38$$

$$\lambda_0 = -x_0 \lambda_1^2 \Rightarrow \lambda_0 = -0.1444$$

Trạng thái x_1 :

$$x_1 = -x_0^2 \lambda_1 + 1 = 1.38$$

$$u_k = -x_k \lambda_{k+1}^T \text{ Do } \lambda_{k+1}^T \text{ là đại lượng vô hướng nên } \lambda_{k+1}^T = \lambda_{k+1}$$

$$u_0 = -x_0 \lambda_1 = 0.38$$

$$u_1 = -x_1 \lambda_2 = -0.724$$

$$\text{Chỉ tiêu chất lượng } J \text{ của hệ thống: } J_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2 = u_0^2 + u_1^2 = 0.3343$$

Trường hợp 2:

Với điều kiện $x_0 = 1$, ta được phương trình sau: $\lambda_2^4 - 2\lambda_2^2 \sqrt{\lambda_2} + \lambda_2 - 1 = 0$

Giải phương trình được các nghiệm như sau:

$$\lambda_{2_1} = 0.5249$$

$$\lambda_{2_5} = 0.3438 + 0.6253i$$

$$\lambda_{2_2} = 1.49$$

$$\lambda_{2_6} = 0.3438 - 0.6253i$$

$$\lambda_{2_3} = -0.3439 + 1.3584i$$

$$\lambda_{2_7} = -1.0076 + 0.513i$$

$$\lambda_{2_4} = -0.3439 - 1.3584i$$

$$\lambda_{2_8} = -1.0076 - 0.513i$$

Từ tập nghiệm của λ_2 ta chọn được λ_2 tối ưu là $\lambda_2 = 0.5249$

Kết hợp $\lambda_2 = 0.5249$, $x_0 = 1$ và $N = 2$

Ta có được dãy thừa số Lagrange như sau:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \sqrt{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_1 = 0.38$$

$$\lambda_0 = -x_0 \lambda_1^2 \Rightarrow \lambda_0 = -0.1444$$

Trạng thái x_1 :

$$x_1 = -x_0^2 \lambda_1 + 1 = 0.62$$

$$u_k = -x_k \lambda_{k+1}^T \text{ Do } \lambda_{k+1}^T \text{ là đại lượng vô hướng nên } \lambda_{k+1}^T = \lambda_{k+1}$$

$$u_0 = -x_0 \lambda_1 = -0.38$$

$$u_1 = -x_1 \lambda_2 = -0.325$$

$$\text{Chỉ tiêu chất lượng } J \text{ của hệ thống: } J_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2 = u_0^2 + u_1^2 = 0.125$$

So sánh 2 trường hợp theo chỉ tiêu chất lượng tối ưu J^* của hệ thống ta chọn trường hợp 2.

Kết luận

Trạng thái tối ưu: $\Leftrightarrow x_1 = 0.62$

$$\text{Thừa số Lagrange tối ưu: } \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_0 = -0.1444 \\ \lambda_1 = 0.38 \end{cases}$$

$$\text{Giá trị luật điều khiển tối ưu: } \Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -x_0 \lambda_1 = -0.38 \\ u_1 = -x_1 \lambda_2 = -0.325 \end{cases}$$

$$\text{Chỉ tiêu chất lượng tối ưu } J^* \text{ của hệ thống: } \Leftrightarrow J^* = u_0^2 + u_1^2 = 0.125$$

Ví dụ 2.17 :

Cho hệ thống có phương trình rời rạc như sau: $x_{k+1} = ax_k + bu_k$

trong đó x_k, u_k là các đại lượng vô hướng và hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \frac{1}{3} S_N x_N^3 + \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{N-1} (qx_k^3 + ru_k^3)$$

- Viết phương trình trạng thái của hệ thống, phương trình đồng trạng thái và biểu thức điều kiện dừng.
- Khi nào ta có thể giải được u_k ? Với điều kiện đó viết lại công thức trạng thái hệ thống không có u_k .
- Giải bài toán điều khiển vòng hở (với x_N cố định, $S_N = 0$ và $q=0$).

Giải:

- Phương trình trạng thái, đồng trạng thái và biểu thức điều kiện dừng.

$$\text{Lập hàm Hamilton: } H^k(x_k, u_k) = L^k(x_k, u_k) + \lambda_{k+1}^T f^k(x_k, u_k)$$

$$= \frac{1}{3} (qx_k^3 + ru_k^3) + \lambda_{k+1} (ax_k + bu_k) \quad (1)$$

$$\text{Phương trình trạng thái của hệ thống: } x_{k+1} = \frac{\partial H^k}{\partial \lambda_{k+1}} = ax_k + bu_k \quad (2)$$

$$\text{Phương trình đồng trạng thái: } \lambda_k = \frac{\partial H^k}{\partial x_k} = qx_k^2 + \lambda_{k+1} a \quad (3)$$

$$\text{Điều kiện dừng: } 0 = \frac{\partial H^k}{\partial u_k} = ru_k^2 + b\lambda_{k+1} \quad (4)$$

$$\Rightarrow u_k^2 = -\frac{b\lambda_{k+1}}{r} \quad (5)$$

Điều kiện biên: $(\frac{\partial \phi}{\partial x_N} - \lambda_N)^T dx_N = 0$ và $(\frac{\partial H^i}{\partial x_i})^T dx_i = 0$

b. Viết lại công thức trạng thái hệ thống không có u_k .

Từ phương trình (5) ta rút ra: $u_k = \pm \sqrt{-\frac{b\lambda_{k+1}}{r}}$ (6)

Điều kiện để giải được u_k là biểu thức trong căn dương. Nếu trọng số điều khiển r dương thì b và λ_{k+1} phải trái dấu.

Với điều kiện đó ta có biểu thức trạng thái hệ thống không có u_k :

$$x_{k+1} = ax_k + b(\pm \sqrt{-\frac{b\lambda_{k+1}}{r}}) \quad (7)$$

c. Giải bài toán điều khiển vòng hở

Từ công thức (6) ta chỉ cần tìm được λ_{k+1} thì ta có thể xác định luật điều khiển tối ưu.

Để xác định λ_{k+1} ta tiến hành các bước sau:

Xét trường hợp $u_k = \sqrt{-\frac{b\lambda_{k+1}}{r}}$, ta có: $x_{k+1} = ax_k + b(\pm \sqrt{-\frac{b\lambda_{k+1}}{r}})$

Đặt $M = b\sqrt{\frac{-b}{r}}$ suy ra $x_{k+1} = ax_k + M\lambda_{k+1}^{1/2}$ (8)

Và $J = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{N-1} ru_k^3$

Phương trình (3) được viết lại: $\lambda_k = \lambda_{k+1}a$ (9)

Từ (9) có thể viết lại theo λ_N : $\lambda_k = a^{N-k}\lambda_N$ (10)

Ta xác định λ_N thông qua biểu thức quan hệ giữa λ_N và x_N . Thế (10)

vào (8) ta được biểu thức: $x_{k+1} = ax_k + Ma^{(N-k-1)/2}\lambda_N^{1/2}$

Viết lại biểu thức trên: $x_k = a^k x_0 + M\lambda_N^{1/2} a^{(N+2k-3)/2} \frac{1-a^{-\frac{3}{2}k}}{1-a^{-\frac{3}{2}}}$ (11)

Để xác định được λ_N ta dựa vào điều kiện biên.

Xét điều kiện biên: vì trạng thái đầu x_0 cố định nên $dx_0 = 0$ suy ra
thỏa điều kiện $(\frac{\partial H^i}{\partial x_i})^T dx_i = 0$. Đồng thời trạng thái cuối $x_N = r_N$ cũng

cố định nên $dx_N = 0$ suy ra thỏa $(\frac{\partial \phi}{\partial x_N} - \lambda_N)^T dx_N = 0$.

Phương trình (11) có thể được viết lại khi thay $k = N$:

$$x_N = a^N x_0 + M \lambda_N^{1/2} a^{(3N-3)/2} \frac{1 - a^{-\frac{3}{2}N}}{1 - a^{-\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

$$\text{Có thể viết lại: } x_N = a^N x_0 + V \lambda_N^{1/2} \quad (13)$$

$$\text{Với: } V = M a^{(3N-3)/2} \frac{1 - a^{-\frac{3}{2}N}}{1 - a^{-\frac{3}{2}}} \quad (14)$$

$$\text{Thay } x_N = r_N \text{ vào (13) ta được: } \lambda_N = \left(\frac{r_N - a^N x_0}{V} \right)^2 \text{ luôn dương} \quad (15)$$

Suy ra b phải âm theo điều kiện có nghĩa của u_k .

$$\text{Từ công thức (15) và (10) xác định được } \lambda_k : \lambda_k = a^{N-k} \left(\frac{r_N - a^N x_0}{V} \right)^2 \quad (16)$$

$$\text{Từ đó xác định } u_k : u_k^* = \sqrt{-\frac{b \lambda_{k+1}}{r}} = \frac{r_N - a^N x_0}{V} \sqrt{-\frac{b a^{N-k-1}}{r}} \quad (17)$$

Với u_k^* khi k chạy từ 0 đến $N-1$, sẽ lái hệ thống từ điểm đầu x_0 đến
điểm cuối $x_N = r_N$ sao cho hàm chỉ tiêu chất lượng đạt giá trị tối thiểu.

$$(17) \text{ có thể viết lại: } u_k^* = \frac{(r_N - a^N x_0) \sqrt{a^{N-k-1}}}{-b a^{-3/2}} \frac{1 - a^{-3/2}}{1 - a^{3N/2}} \quad (18)$$

Vậy trong trường hợp trạng thái cuối cố định thì u_k^* độc lập với trọng số
điều khiển r . u_k^* còn gọi là điều khiển vòng hở. Nó chỉ phụ thuộc vào
điều kiện đầu và điều kiện cuối mà không phụ thuộc vào trạng thái trung
gian x_k .

Tiếp theo ta xác định trạng thái tối ưu x_k^* và J_0^* với ảnh hưởng u_k^* .

$$x_{k+1}^* = a x_k^* + b u_k^* = a x_k^* + \frac{(r_N - a^N x_0) \sqrt{a^{N-k-1}}}{-a^{-3/2}} \left(\frac{1 - a^{-3/2}}{1 - a^{3N/2}} \right) \quad (19)$$

$$\text{Viết lại (19): } x_{k+1}^* = ax_k^* + D\sqrt{a^{N-k-1}} \quad (20)$$

$$\text{Với : } D = \frac{(r_N - a^N x_0)}{-a^{-3/2}} \left(\frac{1 - a^{-3/2}}{1 - a^{3N/2}} \right)$$

$$\text{Suy ra: } x_k^* = a^k x_0 + Da^{(N+2k-3)/2} \left(\frac{1 - a^{-\frac{3}{2}k}}{1 - a^{-\frac{3}{2}}} \right) \quad (21)$$

Vậy x_k^* là sự kết hợp tuyến tính biến đổi theo thời gian của x_0 và r_N .

Hàm chỉ tiêu chất lượng của hệ thống ứng với u_k^* :

$$J_0^* = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{N-1} ru_k^{*3} = \frac{1}{3} \frac{r(r_N - a^N x_0)^3}{V^3} \frac{(-b)^{3/2}}{r^{3/2}} a^{(N-1)3/2} \frac{1 - a^{-\frac{3N}{2}}}{1 - a^{-\frac{3}{2}}}$$

2.2.2 Phương pháp quy hoạch động Bellman

1. Giới thiệu

Phương pháp quy hoạch động được dựa trên nguyên lý tối ưu sơ khai của Bellman :

Một chiến lược tối ưu có tính chất không phụ thuộc vào những quyết định trước đó (ví dụ như những luật điều khiển) song các quyết định còn lại phải cấu thành nên chiến lược tối ưu có liên quan với kết quả của những quyết định trước đó .

Nguyên lý tối ưu của Bellman : “ *Bất kỳ một đoạn cuối cùng nào của quỹ đạo tối ưu cũng là một quỹ đạo tối ưu* ” .

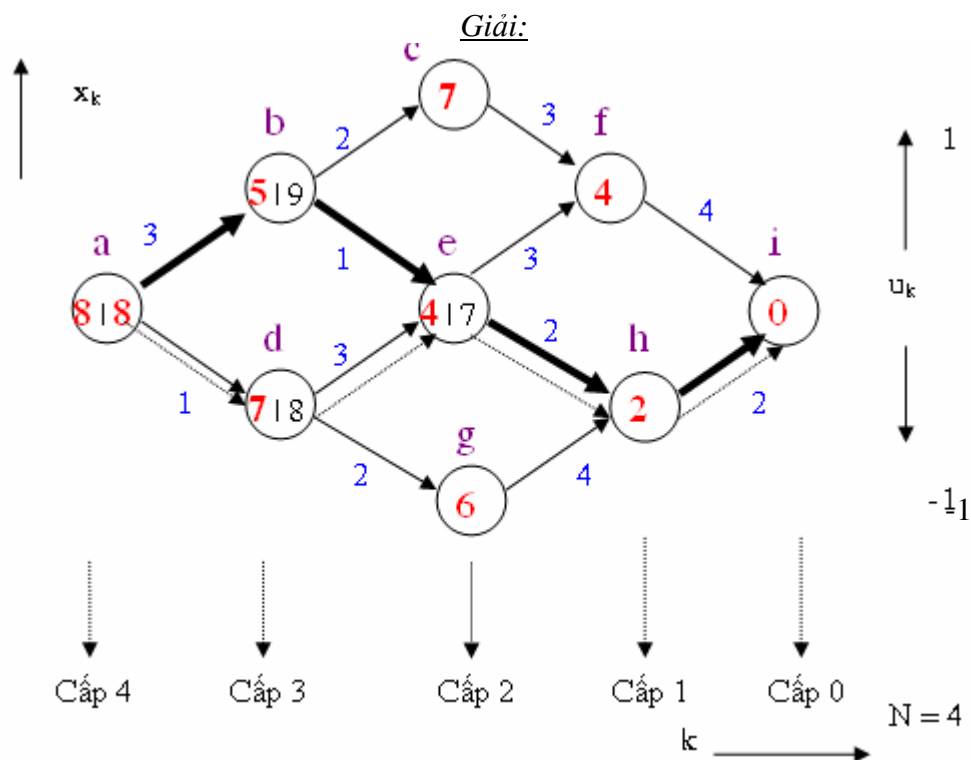
Nguyên lý này giới hạn xem xét trên một số các chỉ tiêu tối ưu . Nó chỉ ra rằng phương án tối ưu phải được xác định từ trạng thái cuối đi ngược về trước đó .

Điều kiện áp dụng : nguyên lý tối ưu Bellman là một phương pháp số , chỉ áp dụng được khi hệ thống có phân cấp điều khiển và ta biết trước sơ đồ mắt lưới được xây dựng bằng thực nghiệm .

Ví dụ đơn giản sau sẽ chỉ ra những vấn đề mấu chốt của phương pháp này.

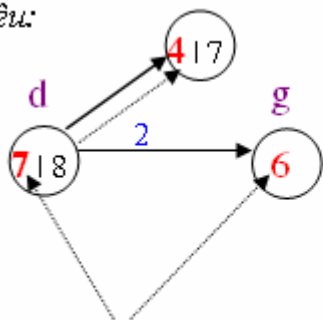
Bài toán đường bay của máy bay

Một máy bay bay theo hướng từ trái sang phải qua các điểm a, b, c... tượng trưng cho các thành phố với mức nhiên liệu cần thiết để hoàn tất mỗi chặng đường được liệt kê ở hình 2.9. Chúng ta sẽ dùng nguyên lý tối ưu của Bellman để giải bài toán cực tiểu hóa nhiên liệu tiêu hao .



Hình 2.9 : Luật điều khiển năng lượng tiêu hao tối thiểu .

ký hiệu:



- Nút d, g: là 2 thành phố phải đi qua
- 2 : chi phí tiêu hao trên đoạn d đến g

Chi phí tổn hao tối thiểu

- ✚ Liệt kê các trạng thái k từ 0 đến 4 trong quá trình ra quyết định như Hình 2.9 (đầu mũi tên và con số trong khung bước đầu có thể chưa cần quan tâm). Tại mỗi giá trị $k = 0, 1, \dots, N - 1$ phải có một quyết định, và N là trạng thái cuối .
Số hàng: $n = 2$
Số cột : $m = 2$

Vậy số cấp: $N = n + m = 2 + 2 = 4$

- ✚ Đi từ cấp 0 đến cấp 4, tại các nút ta xét chi phí tiêu hao (CPTH) là nhỏ nhất (theo nguyên lý tối ưu của Bellman):
 - Cấp 0 ($k=N=4$):
 - Nút i: CPTH = 0, do mới bắt đầu đi.
 - Cấp 1 ($k=3$):
 - Nút f: CPTH = 4 + 0 = 4, 4 : giá trị tiêu hao khi đi từ i đến f
 - Nút h: CPTH = 2 + 0 = 2
 - Cấp 2 ($k=2$):
 - Nút c: CPTH = 3 + 4 = 7
 - Nút e: CPTH = 4 + 3 = 7, từ f đến e
CPTH = 2 + 2 = 4, từ h đến e
Do chi phí tiêu là nhỏ nhất nên: CPTH = 4, từ h đến e
 - Nút g: CPTH = 2 + 4 = 6, từ h đến g
 - Cấp 3 ($k=1$):
 - Nút b: CPTH = 7 + 2 = 9, từ c đến b
CPTH = 4 + 1 = 5, từ e đến b
Do chi phí tiêu là nhỏ nhất nên: CPTH = 5, từ e đến b
 - Nút d: CPTH = 4 + 3 = 7, từ e đến d
CPTH = 6 + 2 = 8, từ g đến d
Do chi phí tiêu là nhỏ nhất nên: CPTH = 7, từ h đến e
 - Cấp 4 ($k=0$):
 - Nút a: CPTH = 5 + 3 = 8, từ b đến a
CPTH = 7 + 1 = 8, từ d đến a
Do chi phí tiêu bằng nhau trên 2 quãng đường nên: CPTH = 8, từ b đến a hay từ d đến a

Như vậy bằng cách lần lượt giảm k từ N đến 0, kết quả CPTH đã tính tại các cấp được biểu diễn như Hình 2.9.

Chú ý rằng khi $k = 0$, luật điều khiển có thể là $u_0 = 1$ hoặc $u_0 = -1$ cùng cho chi phí là 8 ; luật điều khiển khi $k = 0$ là duy nhất .

Vậy có hai đường đi từ a đến i với cùng một chi phí là 8 : $a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow h \rightarrow i$ (đường nét đậm) và $a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow h \rightarrow i$ (đường nét đứt) . Hiển nhiên giải pháp tối ưu trong quy hoạch động là không duy nhất . Cuối cùng chúng ta chỉ ra rằng nguyên lý tối ưu của Bellman giúp giảm số lượng phép tính toán cần thiết bằng cách giảm số lượng các lựa chọn có thể thực hiện .

2. Hệ rời rạc

Phương pháp quy hoạch động cũng có thể dễ dàng áp dụng cho hệ phi tuyến. Ngoài ra, nếu có càng nhiều điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển và biến trạng thái thì ta có được lời giải càng đơn giản.

Đặt :

$$x_{k+1} = f^k(x_k, u_k) \quad (2.56)$$

với số mũ k trên f thể hiện sự thay đổi theo thời gian. Giả định kết hợp với hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J_i(x_i) = \phi(N, x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L^k(x_k, u_k) \quad (2.57)$$

với $[i, N]$ là thời gian lấy mẫu. Chúng ta cần chỉ ra sự phụ thuộc của J đối với trạng thái và thời gian đầu.

Giả sử ta đã có được tổn hao tối ưu $J_{k+1}^*(x_{k+1})$ từ thời điểm $k+1$ đến thời điểm cuối N ứng với những phương án khả thi x_{k+1} , và chuỗi các phương án tối ưu từ thời điểm $k+1$ đến N cho mọi x_{k+1} .

Tại thời điểm k , nếu ta áp dụng một luật điều khiển u_k bất kỳ và sử dụng một chuỗi luật điều khiển tối ưu kể từ vị trí $k+1$, lúc đó tổn hao sẽ là :

$$J_k = L^k(x_k, u_k) + J_{k+1}^*(x_{k+1}) \quad (2.58)$$

với x_k là trạng thái ở thời điểm k , và x_{k+1} được cho bởi (2.56). Theo nguyên lý Bellman thì tổn hao tối ưu từ thời điểm k sẽ là :

$$J_k^*(x_k) = \min_{u_k} (L^k(x_k, u_k) + J_{k+1}^*(x_{k+1})) \quad (2.59)$$

và luật điều khiển tối ưu u_k^* tại thời điểm k là u_k làm cho tổn hao đạt cực tiểu.

Phương trình (2.59) chính là nguyên lý tối ưu cho hệ rời rạc. Vai trò quan trọng của nó là có thể cho phép chúng ta tối ưu hóa một vector điều khiển tại thời điểm a bằng cách tính ngược từ N .

Trong thực tế, ta có thể định rõ các điều kiện ràng buộc được thêm vào chẳng hạn như yêu cầu luật điều khiển u_k thuộc về một tập hợp các luật điều khiển được chấp nhận.

Ví dụ 2.18 :

Xét hệ :

$$x_{k+1} = x_k + u_k \quad (1)$$

có hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J_0 = x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2 \quad (2)$$

với thời điểm cuối cùng $N = 2$. Tín hiệu điều khiển bị ràng buộc lấy các giá trị :

$$u_k = -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \quad (3)$$

và biến trạng thái bị ràng buộc lấy các giá trị :

$$x_k = 0, 0.5, 1, 1.5 \quad (4)$$

Điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển không phải là không có lý do, tín hiệu điều khiển tối ưu thời gian tối thiểu chỉ lấy các giá trị ± 1 (ví dụ 2.17), trong khi tín hiệu điều khiển tối ưu nhiên liệu tối thiểu nhận các giá trị $0, \pm 1$. Điều kiện ràng buộc đối với biến trạng thái trong bài toán này cũng hợp lý, vì nếu trạng thái ban đầu lấy một trong các giá trị chấp nhận được (4), thì dưới ảnh hưởng của các tín hiệu điều khiển cho phép (3) các trạng thái sau đó sẽ lấy các giá trị nguyên và bán nguyên. Điều kiện ràng buộc (4) có thể viết lại là $x_0 = 0, 0.5, 1, 1.5$ và

$$0 \leq x_k \leq 1.5 \quad (5)$$

Đây là điều kiện xác thực và ràng buộc biên độ về trạng thái, thường là hợp lý trong các tình huống vật lý.

Bây giờ, bài toán điều khiển tối ưu là tìm dãy tín hiệu điều khiển chấp nhận được u_0^*, u_1^* sao cho chỉ tiêu chất lượng J_0 đạt giá trị cực tiểu trong khi tạo ra quỹ đạo trạng thái chấp nhận được x_0^*, x_1^*, x_2^* . Chúng ta muốn u_k^* được xác định như là luật điều khiển hồi tiếp trạng thái.

Theo (2.58) ta có :

$$J_k = \frac{1}{2} u_k^2 + J_{k+1}^* \quad (6)$$

$$\Rightarrow J_k^* = \min_{u_k} (J_k) \quad (7)$$

Để tìm u_k^* và J_k^* ứng với mỗi x_k . Ta xuất phát từ trạng thái cuối cùng.

$$k = N = 2 : J_2^* = x_2^{*2}$$

Ứng với mỗi giá trị $x_N = 0, 0.5, 1, 1.5$ ta có các giá trị $J_N^* = 0, 0.25, 1, 2.25$.

$$k = 1 : J_1 = u_2^2 / 2 + J_2^*$$

- $x_1 = 1.5$: vì $x_2 = x_1 + u_1$ và $0 \leq x_2 \leq 1.5$ nên ta chỉ xét các giá trị $u_1 \leq 0$

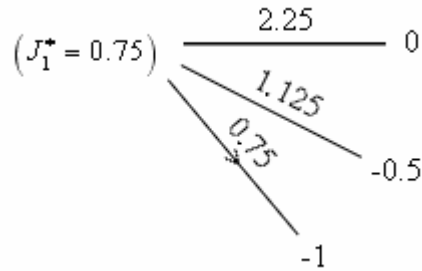
$$u_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1.5 + 0 = 1.5 \Rightarrow J_2^* = 2.25$$

$$\Rightarrow J_1 = u_2^2 / 2 + J_2^* = 0^2 / 2 + 2.25 = 2.25$$

$$u_1 = -0.5 \Rightarrow x_2 = 1.5 + (-0.5) = 1 \Rightarrow J_2^* = 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow J_1 &= (-0.5)^2 / 2 + 1 = 1.125 \\ u_1 = -1 &\Rightarrow x_2 = 1.5 + (-1) = 0.5 \Rightarrow J_2^* = 0.25 \\ \Rightarrow J_1 &= (-1)^2 / 2 + 0.25 = 0.75 \end{aligned}$$

Như vậy, tín hiệu điều khiển tối ưu với $x_1 = 1.5$ là $u_1^* = -1$ và tổn hao tối ưu là $J_1^* = 0.75$. Ta có được sơ đồ như sau với mũi tên chỉ ra trạng thái tối ưu.



Tương tự như vậy cho các trường hợp còn lại của x_1 . Tiếp tục với trạng thái $k = 0$. Cuối cùng ta sẽ được lưới kết quả như Hình 2.10.

3. Phương pháp điều khiển số

Chúng ta có thể rời rạc hóa, giải bài toán tối ưu cho hệ rời rạc và sau đó dùng khâu giữ bậc không để tạo ra tín hiệu điều khiển số.

Cho hệ thống :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.60)$$

Với hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J(0) = \phi(x(T), T) + \int_0^T L(x(t), u(t), t) dt \quad (2.61)$$

Để rời rạc hệ thống với chu kỳ lấy mẫu τ giây, ta có thể sử dụng hàm xấp xỉ bậc 1 :

$$\dot{x}(k\tau) = (x_{k+1} - x_k) / \tau \quad (2.62)$$

Viết (2.60) dưới dạng :

$$x_{k+1} = x_k + \tau f(x_k, u_k, k\tau) \quad (2.63)$$

Để cho đơn giản ta định nghĩa : $x_k \square x(k\tau)$, $u_k \square u(k\tau)$

Định nghĩa hàm rời rạc :

$$f^k(x_k, u_k) \square x_k + \tau f(x_k, u_k, k\tau) \quad (2.64)$$

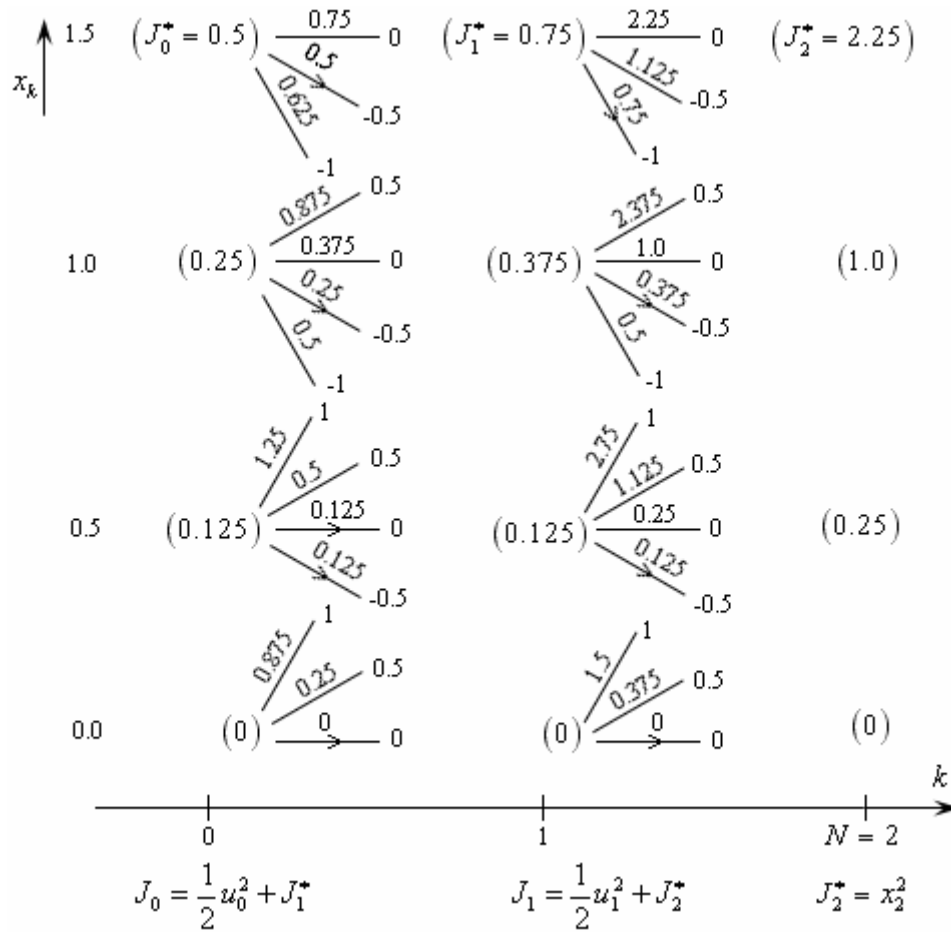
Khi đó ta có thể viết :

$$x_{k+1} = f^k(x_k, u_k) \quad (2.65)$$

Phương trình này đúng với (2.56).

Để rời rạc hoá hàm chỉ tiêu, ta có thể viết:

$$J(0) = \phi(x(T), T) + \sum_{k=0}^{N-1} \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} L(x(t), u(t), t) dt \quad (2.66)$$



Hình 2.10: Lưới kết quả của bài toán tối ưu giải bằng phương pháp quy hoạch động cho ví dụ 2.18.

Trong đó :
$$N = \frac{T}{\tau} \quad (2.67)$$

Sử dụng hàm xấp xỉ bậc 1 cho mỗi đại lượng tích phân :

$$J(0) = \phi(x(T), T) + \sum_{k=0}^{N-1} \tau L(x_k, u_k, k\tau) \quad (2.68)$$

Định nghĩa hàm rời rạc :

$$\begin{aligned} J_0 &\square J(0) \\ \phi^S(N, x_N) &\square \phi(x(N\tau), N\tau) \\ L^k(x_k, u_k) &\square \tau L(x_k, u_k, k\tau) \end{aligned} \quad (2.69)$$

Khi đó ta có :

$$J(0) = \phi^S(N, x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} L^k(x_k, u_k) \quad (2.70)$$

Đây là công thức (2.57) .

Trong trường hợp hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.71)$$

$$J(0) = \frac{1}{2} x^T(T) S(T) x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.72)$$

Sử dụng hàm xấp xỉ bậc nhất để rời rạc hoá hệ thống trở thành :

$$x_{k+1} = (I + A\tau) x_k + B\tau u_k \quad (2.73)$$

$$J(0) = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^T Q^S x_k + u_k^T R^S u_k) \quad (2.74)$$

Trong đó :

$$S_N \square S(N\tau) \quad (2.75)$$

$$Q^S = Q\tau \quad (2.76)$$

$$R^S = R\tau \quad (2.77)$$

Tuy nhiên trong trường hợp này ta có thể làm tốt hơn xấp xỉ Euler (2.73) bằng cách sử dụng chính xác phương trình trạng thái (2.71) bao gồm bộ lấy mẫu và khâu giữ bậc 1 :

$$x_{k+1} = A^S x_k + B^S u_k \quad (2.78)$$

Trong đó :

$$A^S = e^{A\tau} \quad (2.79)$$

$$B^S = \int_0^{\tau} (e^{A\tau} B) dt \quad (2.80)$$

Công thức Caley-Hamilton : $e^{A\tau} = C_0 I + C_1 A + \dots + C_{n-1} A^{n-1}$

Khi đó hệ thống này đã được rời rạc hoá, phương pháp quy hoạch động có thể được áp dụng để tính u_k^* như trong phần rời rạc. Điều khiển số áp dụng trong thực tế được thể hiện như sau :

$$u(t) = u_k^* \quad , \quad k\tau \leq t \leq (k+1)\tau \quad (2.81)$$

Để sử dụng phương pháp quy hoạch động, biến trạng thái và giá trị điều khiển trước hết phải được lượng tử hoá & được giới hạn theo một số tập giá trị có thể chấp nhận. Mức độ lượng tử càng tốt thì tín hiệu số càng chính xác; tuy nhiên khi số lượng có thể chấp nhận được của x_k và u_k tăng thì khối lượng tính toán để tìm u_k^* cũng tăng theo. Vấn đề này có thể nhanh chóng gây khó khăn kể cả đối với các máy tính lớn .

2.2.3 Nguyên lý cực tiểu Pontryagin _ Hamilton

1. Nguyên lý cực tiểu của Pontryagin.

Cho hệ thống :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.82)$$

Kết hợp hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt \quad (2.83)$$

Trạng thái cuối phải thỏa :

$$\Psi(x(T), T) = 0 \quad (2.84)$$

và $x(t_0)$ đã được cho trước .

Điều kiện để bài toán tối ưu là :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.85)$$

với
$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (2.86)$$

Giả sử hàm điều khiển $u(t)$ là ràng buộc trong một vùng giới hạn cho phép , có nghĩa là giá trị yêu cầu có độ lớn nhỏ hơn giá trị đã cho . Điều kiện dừng thay bằng điều kiện tổng quát :

$$H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \leq H(x^*, u^* + \delta u, \lambda^*, t) \quad \text{Thỏa tất cả giá trị } \delta u$$

Dấu * thể hiện chỉ số chất lượng tối ưu . Mà bất kỳ sự biến thiên nào trong bộ điều khiển tối ưu xảy ra tại thời điểm t (trong khi trạng thái và biến trạng thái nếu được duy trì) sẽ tăng đến giá trị của hàm *Hamilton* . Điều kiện này được viết như sau:

$$\boxed{H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \leq H(x^*, u, \lambda^*, t)} \quad \text{Thỏa tất cả giá trị } u \quad (2.87)$$

Yêu cầu tối ưu biểu thức (2.87) được gọi nguyên lý cực tiểu Pontryagin : “ Hàm Hamilton phải được cực tiểu hóa ở tất cả các giá trị u cho giá trị tối ưu của trạng thái và biến trạng thái ”.

Chúng ta sẽ thấy nguyên lý cực tiểu hữu dụng như thế nào . Đặc biệt chú ý không thể nói rằng biểu thức $H(x^*, u^*, \lambda^*) \leq H(x, u, \lambda, t)$ chắc chắn phải đúng .

Ví dụ 2.19 :

Tối ưu hóa với những ràng buộc

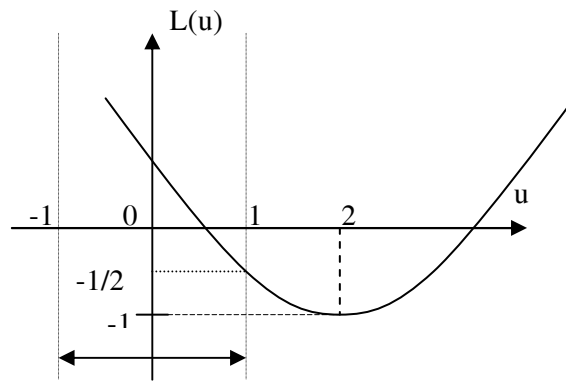
Giả sử chúng ta muốn tối ưu cực tiểu hàm :

$$L = \frac{1}{2} u^2 - 2u + 1 \quad (1)$$

Với điều kiện : $|u| \leq 1 \quad (2)$

Xem Hình 2.11 .

Nguyên lý cực tiểu: $L(u^*) \leq L(u)$ thỏa $\forall u \quad (3)$



Vùng có thể điều khiển

Hình 2.11 : Tối ưu hoá với nhiều điều kiện ràng buộc .

Dễ dàng thấy được giá trị tối ưu của u là :

$$u^* = 1 \quad (4)$$

Giá trị tối ưu của L là :

$$L^* = L(1) = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

Giá trị nhỏ nhất không ràng buộc tìm được bằng cách giải :

$$\frac{\partial L}{\partial u} = u - 2 = 0 \quad (6)$$

nhận được :

$$u = 2 \quad (7)$$

và :

$$L(2) = -1 \quad (8)$$

nhỏ hơn (5) ; nhưng $u=2$ thì không nằm trong khoản $|u| \leq 1$.

2. Điều khiển Bang-Bang

Chúng ta hãy thảo luận bài toán tối thiểu thời gian tuyến tính với ngõ vào ràng buộc . Cho hệ thống :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.88)$$

với chỉ tiêu chất lượng :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T 1 dt \quad (2.89)$$

Với T tự do . Giả sử hàm điều khiển phải thỏa mãn điều kiện sau :

$$|u(t)| \leq 1 \quad \forall t \in [t_0, T] \quad (2.90)$$

Bài toán tối ưu đặt ra là tìm tín hiệu điều khiển $u(t)$ để cực tiểu hoá $J(t_0)$, thỏa mãn điều kiện (2.90) với $\forall t$, đi từ trạng thái $x(t_0)$ đến trạng thái cuối cùng $x(T)$ thỏa công thức (2.84) của hàm ψ .

Hàm *Hamilton* cho vấn đề này là :

$$H = L + \lambda^T f = 1 + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (2.91)$$

$$\text{điều kiện dừng được tìm thấy là : } 0 = \frac{\partial H}{\partial u} = B^T \lambda \quad (2.92)$$

Nó không chứa u bởi vì hàm *Hamilton* tuyến tính đối với u . Rõ ràng , để H cực tiểu chúng ta nên chọn $u(t)$ sao cho $\lambda^T(t)Bu(t)$ càng nhỏ càng tốt (có nghĩa là giá trị càng xa về phía bên trái trên trục tọa độ thực ; $\lambda^T Bu = -\infty$ là giá trị nhỏ nhất) . Nếu không có sự ràng buộc nào trên $u(t)$, thì điều này sẽ cho ra những giá trị vô hạn (dương hoặc âm) của những biến điều khiển . Với kết quả này , bài toán tối ưu đặt ra phải có những điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển .

Theo nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* (2.87) , hàm điều khiển tối ưu $u^*(t)$ phải thỏa mãn :

$$1 + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu^*) \leq 1 + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu)$$

$$\Rightarrow (\lambda^*)^T Bu^* \leq (\lambda^*)^T Bu \quad (2.93)$$

đối với tất cả giá trị $u(t)$ cho phép . Điều kiện này cho phép chúng ta biểu diễn $u^*(t)$ dưới dạng biến trạng thái . Để thấy điều này , trước tiên chúng ta thảo luận về trường hợp một ngõ vào .

Đặt $u(t)$ là một đại lượng vô hướng và đặt b tượng trưng cho vector ngõ vào . Trong trường hợp này dễ dàng chọn $u^*(t)$ để tối thiểu $\lambda^T(t) Bu(t)$. (Chú ý : giá trị nhỏ nhất nghĩa là $\lambda^T(t)Bu(t)$ nhận một giá trị càng gần $-\infty$ càng tốt) .

Nếu $\lambda^T(t)B$ là giá trị dương, chúng ta nên chọn $u(t) = -1$ làm cho $\lambda^T(t)Bu(t)$ có giá trị âm nhất. Mặt khác, nếu $\lambda^T(t)B$ là giá trị âm, chúng ta nên chọn $u(t)$ ở giá trị cực đại là giá trị 1 để giá trị $\lambda^T(t)Bu(t)$ càng âm càng tốt. Nếu giá trị $\lambda^T(t)Bu(t)$ bằng zero tại thời điểm t , khi đó $u(t)$ có thể nhận bất cứ giá trị nào tại thời điểm này.

Quan hệ giữa điều khiển tối ưu và biến trạng thái có thể biểu diễn bằng hàm $\text{sgn}(w)$:

$$\text{sgn}(w) = \begin{cases} 1 & w > 0 \\ (-1, 1) & w = 0 \\ -1 & w < 0 \end{cases} \quad (2.94)$$

Khi đó hàm điều khiển tối ưu được cho bởi:

$$u^*(t) = -\text{sgn}(B^T \lambda(t)) \quad (2.95)$$

u^* được biểu diễn dưới dạng biến trạng thái, với hệ tuyến tính dạng toàn phương.

Giá trị $B^T \lambda(t)$ được gọi là hàm chuyển đổi. Một hàm chuyển đổi mẫu và bộ điều khiển tối ưu được diễn tả ở Hình 2.12. Khi hàm chuyển đổi này đổi dấu, bộ điều khiển chuyển từ cực trị này đến cực trị khác. Bộ điều khiển trong hình được chuyển đổi bốn lần. Điều khiển thời gian tối thiểu tuyến tính tối ưu luôn bảo hòa khi nó chuyển đổi tại vị trí giữa các giá trị cực trị, cho nên được gọi là điều khiển *Bang-bang*.

Nếu bộ điều khiển là một vector có m phần tử, theo nguyên lý cực tiểu ta chọn các thành phần $u_i(t)$ bằng 1, nếu các thành phần $B_i^T \lambda(t)$ là giá trị âm; và bằng -1 nếu $B_i^T \lambda(t)$ là giá trị dương, với B_i là cột thứ i của B . Phương pháp điều khiển này tạo thành một giá trị:

$$\lambda^T(t)Bu(t) = \sum_{i=1}^m u_i(t)B_i^T \lambda(t) \quad (2.96)$$

càng nhỏ càng tốt với mọi $t \in [t_0, T]$.

Ta có thể viết:

$$u^*(t) = -\text{sgn}(B^T \lambda(t)) \quad (2.97)$$

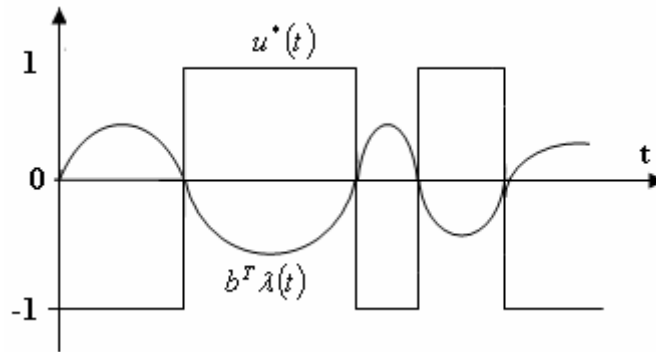
nếu chúng ta định nghĩa hàm sgn cho vector w như sau:

$$v = \text{sgn}(w) \quad \text{nếu } v_i = \text{sgn}(w) \quad \text{cho mỗi } i \quad (2.98)$$

v_i, w_i là những thành phần của v và w .

Thành phần $B_i^T \lambda(t)$ của hàm chuyển đổi $B^T \lambda(t)$ có thể bằng zero trên một khoảng thời gian hữu hạn. Nếu điều đó xảy ra, thành phần $u_i(t)$ của bộ điều khiển tối ưu không định nghĩa được bởi biểu thức (2.93). Đó gọi là điều kiện kỳ dị. Nếu điều đó không xảy ra, thì bộ điều khiển thời gian tối ưu được gọi là bình thường.

Nếu hệ thống là bất biến theo thời gian, ta sẽ có được quả đơn giản và bộ điều khiển thời gian tối ưu là duy nhất.



Hình 2.12: Hàm chuyển đổi mẫu và bộ điều khiển tối ưu.

Hệ thống bất biến theo thời gian trong biểu thức (2.88) có thể đạt được nếu chỉ có một ma trận

$$U_n = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2.99)$$

cấp n . Nếu b_i là cột thứ i của $B \in R^{n \times n}$, khi đó hệ thống là bình thường nếu:

$$U = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2.100)$$

cấp n cho mỗi giá trị $i = 1, 2, \dots, m$; mà khi thành lập cho mỗi giá trị riêng biệt $u, u \in R^m$.

Giả sử hệ thống bình thường và ta muốn dẫn $x(t_0)$ tiến đến trạng thái cuối cố định $x(T)$ với hàm điều khiển thỏa $|u(t)| \leq 1$. Khi đó:

1. nếu trạng thái cuối $x(T)$ bằng zero, khi đó sẽ tồn tại bộ điều khiển thời gian tối thiểu nếu hệ thống không có cực với phần thực dương (ví dụ không có cực trên mặt phẳng phía bên phải).
2. cho bất kỳ giá trị $x(T)$ cố định, nếu tồn tại đáp án cho bài toán tối ưu thời gian thì nó là duy nhất.
3. cuối cùng, nếu hệ thống có n cực thực và nếu tồn tại bộ điều khiển tối ưu thời gian thì mỗi thành phần $u_i(t)$ của bộ điều khiển tối ưu thời gian thay đổi $n-1$ lần.

Ví dụ 2.20 :

Điều khiển Bang-Bang

Cho hệ thống tuân theo định luật Newton :

$$\dot{y} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = u \quad (2)$$

với y là vị trí tọa độ và v là vận tốc, u là gia tốc. Trạng thái là $x = [y \ u]^T$.

Cho gia tốc ngõ vào u ràng buộc bởi :

$$|u(t)| \leq 1 \quad (3)$$

Mục đích điều khiển là đưa trạng thái từ điểm ban đầu bất kỳ $(y(0), v(0))$ đến điểm gốc trong thời gian T ngắn nhất. Trạng thái cuối được cố định tại :

$$\varphi(x(T), T) = \begin{bmatrix} y(T) \\ v(T) \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Lập hàm *Hamilton* (2.91) :

$$H = 1 + \lambda_y v + \lambda_v u \quad (5)$$

$\lambda = [\lambda_y, \lambda_v]^T$ là biến trạng thái.

Từ hệ phương trình *Hamilton* ta có :

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda$$

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t)$$

$$\frac{d\lambda_y}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\dot{\lambda}_y = -\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}_v = -\frac{\partial H}{\partial v} = -\lambda_y \quad (7)$$

Điều kiện tiếp tuyến :

$$0 = H(T) = 1 + \lambda_y(T)v(T) + \lambda_v(T)u(T) \quad (8)$$

hoặc dùng công thức (4),

$$\lambda_v(T)u(T) = -1 \quad (9)$$

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* cần đến phương trình (2.97), hoặc :

$$u(t) = -\text{sgn}(\lambda_v(t)) \quad (10)$$

vì thế thành phần biến trạng thái $\lambda_v(t)$ là hàm chuyển đổi. Để xác định bộ điều khiển tối ưu, ta chỉ cần xác định $\lambda_v(t)$.

Giải phương trình (6) và (7) với thời gian cuối T :

$$\lambda_y(t) = \text{const} \square \lambda_y \quad (11)$$

$$\lambda_v(t) = \lambda_v(T) + (T-t)\lambda_y \quad (12)$$

Dùng công thức (9) và giá trị $u^*(t)$ bão hòa tại giá trị 1 hoặc -1, ta được :

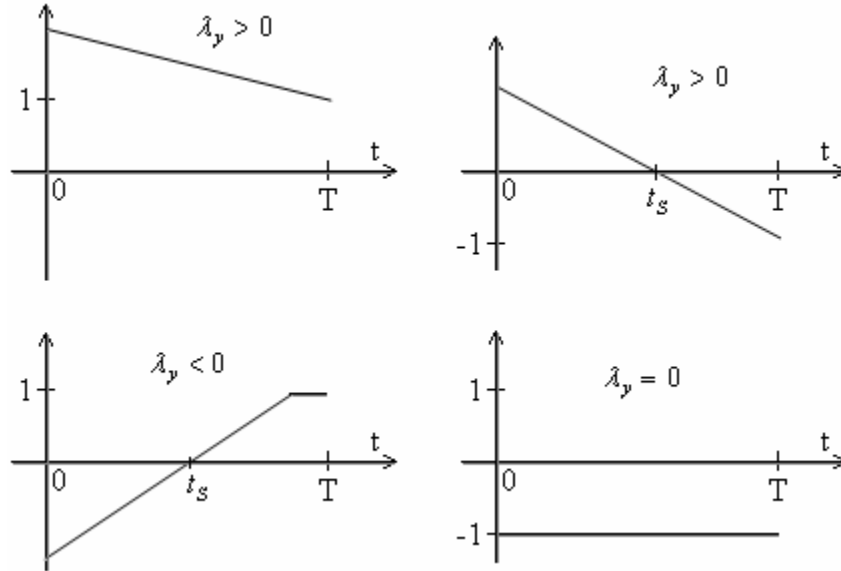
$$u^*(T) = 1 \text{ và } \lambda_v^*(T) = -1 \quad (13)$$

hoặc :

$$u^*(T) = -1 \text{ và } \lambda_v^*(T) = 1 \quad (14)$$

Có nhiều khả năng cho hàm chuyển đổi $\lambda_v^*(t)$, tùy thuộc vào giá trị của $\lambda_v^*(T)$ và λ_y . Vài khả năng của hàm chuyển đổi $\lambda_v^*(t)$ được diễn tả trong Hình 2.13. Giá trị $\lambda_v^*(T) \in (y(0), v(0))$. Chú ý rằng $\lambda_v^*(t)$ là tuyến tính, và cắt ngang trục tọa độ.

Ta cần xác định phương pháp chuyển đổi để bộ điều khiển tối ưu luôn đúng, đồng thời cũng phải xác định thời điểm chuyển đổi t_s (xem Hình 2.13).



Hình 2.13 : Các hàm chuyển đổi $\lambda_v(t)$ có thể có .

Kết luận: đối với hệ bậc 2 (ví dụ 2.20) hàm λ không chuyển đổi lần nào hoặc chuyển đổi một lần duy nhất từ dương sang âm hoặc từ âm sang dương, $|u| \leq 1$.

Xét 2 tín hiệu điều khiển chấp nhận được : $u(t) = 1$ với $\forall t$ hoặc $u(t) = -1$ với $\forall t$. Do cả 2 trường hợp u đều là hằng số nên khi kết hợp phương trình trạng thái (2) và (1) ta được :

$$v(t) = v(0) + ut \quad (15)$$

$$y(t) = y(0) + v(0)t + \frac{1}{2}ut^2 \quad (16)$$

Để loại bỏ thời gian biến thiên, từ dùng biểu thức (15) ta có được :

$$t = (v(t) - v(0)) / u$$

và sau đó thay vào biểu thức (16) suy ra :

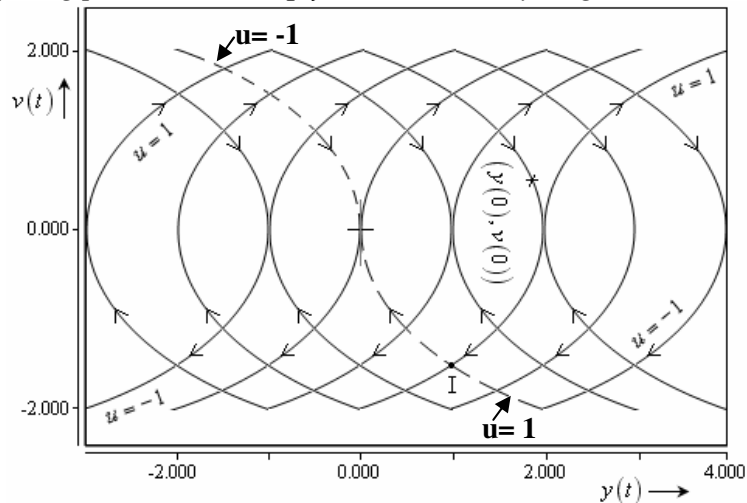
$$(y(t) - y(0))u = v(0)(v(t) - v(0)) + \frac{1}{2}(v(t) - v(0))^2 \quad (17)$$

Đây là một parabol đi qua tọa độ $(y(0), v(0))$ và khi trạng thái ban đầu biến thiên ta vẽ được một họ parabol. Đồ thị mặt phẳng pha phản ánh trạng thái biến thiên diễn tả cho trường hợp $u = 1$ và $u = -1$ ở Hình 2.14. Họ quỹ đạo đi từ dưới lên trên ứng với trường hợp $u = 1$, và họ quỹ đạo đi từ trên xuống dưới ứng với $u = -1$. Mũi tên chỉ hướng tăng của thời gian.

Như đã trình bày ở trên, tín hiệu điều khiển tối ưu $u(t)$ là một hàm không đổi từng đoạn, lấy giá trị ± 1 và có nhiều nhất là hai đoạn không đổi. Do đó, nếu ban đầu trong một khoảng thời gian nào đó $u(t)$ lấy giá trị $+1$ và sau đó là -1 thì họ quỹ đạo pha gồm hai đoạn của các parabol nối tiếp nhau, trong đó đoạn parabol thứ hai là đường parabol chạy về gốc tọa độ. Như vậy, đường cong hợp bởi hai nhánh parabol (đường đứt nét trên Hình 2.14) là quỹ đạo cuối đưa trạng thái về gốc tọa độ, đường cong đó được gọi là đường chuyển đổi và có phương trình là:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}v^2 & v < 0 \\ -\frac{1}{2}v^2 & v > 0 \end{cases} \quad (18)$$

Theo nguyên lý cực tiểu, chỉ có những quỹ đạo trên là tối ưu và từ một điểm của mặt phẳng pha chỉ có một quỹ đạo tối ưu chạy về gốc tọa độ.



Hình 2.14 : Qui tắc điều khiển hồi tiếp.

Phương trình tọa độ pha (hình 2.14):

$$\frac{dy}{dv} = \frac{v}{u} \Rightarrow udy = vdv \Rightarrow uy = \frac{v^2}{2} + C$$

$$u=1: y = \frac{v^2}{2} + C, \quad u=-1: y = -\frac{v^2}{2} + C$$

Bây giờ chúng ta sẽ đi tìm thời gian tối thiểu tới đích với trạng thái ban đầu $(y(0), v(0))$.

Giả sử rằng trạng thái đầu nằm trên đường cong chuyển ứng với $u = -1$, sau đó chuyển sang $u = 1$ rồi về gốc tọa độ. Khi đó luật điều khiển $u = -1$ được áp dụng đầu tiên để đưa trạng thái từ $(y(0), v(0))$ dọc theo đường parabol để đến đường cong chuyển đổi. Tại điểm chuyển đổi (I) ứng với thời điểm chuyển đổi t_s , tín hiệu điều khiển chuyển thành $u = 1$ và đưa trạng thái về gốc tọa độ.

Chúng ta có thể xác định thời điểm chuyển đổi t_s khi trạng thái nằm trên đường cong này. Dùng công thức (15) và (16) với $u = -1$ suy ra:

$$y(t) = y(0) + v(0)t - \frac{t^2}{2}$$

$$= \frac{v^2(t)}{2} = \frac{v^2(0)}{2} - v(0)t + \frac{t^2}{2}$$

$$\Rightarrow t^2 - 2v(0)t + \frac{v^2(0)}{2} - y(0) = 0 \quad (19)$$

Thời điểm chuyển đổi sẽ là:

$$t_s = v(0) + \sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (20)$$

Áp dụng (15) tại điểm chuyển đổi ta có:

$$v(t_s) = v(0) - t_s \quad (21)$$

Cũng sử dụng (15) đối với thời gian còn lại $(T - t_s)$ (bây giờ $u = 1$):

$$0 = v(T) = v(t_s) + (T - t_s) \quad (22)$$

Từ (21) và (22) ta tính được thời gian cực tiểu đến đích:

$$T = 2t_s - v(0)$$

Hoặc:

$$T = v(0) + 2\sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (23)$$

Ví dụ 2.21 :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad |u(t)| \leq 1$$

- Giải phương trình biến trạng thái. Dùng nguyên lý cực tiểu Pontryagin để tìm luật điều khiển tối ưu.
- Vẽ quỹ đạo pha cho trường hợp $u = 1$ và $u = -1$
- Tìm đường cong chuyển đổi và luật điều khiển hồi tiếp cho thời gian tối thiểu

Giải:

- Phương trình biến trạng thái:

Mục đích: đưa trạng thái từ điểm ban đầu bất kỳ $(x_1(0), x_2(0))$ đến điểm gốc trong thời gian ngắn nhất.

Phương trình trạng thái của hệ thống: $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$ (1)

Hệ (1) có dạng: $\dot{x} = Ax + Bu$

Trong đó: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Hệ (1) có thể được viết lại: $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -w^2 x_1 + u \end{cases} \quad (2)$$

Chỉ tiêu chất lượng: $J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = T \Rightarrow L[x(t), u(t), t] = 1$

Hàm Hamilton: $H(x(t), u(t), \lambda(t)) = L[x(t), u(t), t] + \lambda^T f(x(t), u(t))$

Suy ra $H(x(t), u(t), \lambda(t)) = 1 + \lambda^T (Ax(t) + Bu(t))$

với $\lambda^T(t) = [\lambda_1(t) \quad \lambda_2(t)]$: vector đồng trạng thái

Do đó: $H = 1 + [\lambda_1 \quad \lambda_2] \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = 1 + [\lambda_1 \quad \lambda_2] \begin{bmatrix} x_2 \\ -w^2 x_1 + u \end{bmatrix}$

$$H = 1 + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 (-w^2 x_1 + u)$$

Ta có $\frac{\partial H}{\partial u} = \lambda_2 = b^T \lambda$, $u^*(t) = -\text{sgn}(b^T \lambda) = -\text{sgn}(\lambda_2)$

Vậy ta tìm được luật điều khiển tối ưu cho bài toán phụ thuộc vào biến

$$\text{trạng thái } \lambda_2(t) \text{ như sau: } u^*(t) = \begin{cases} 1, & \lambda_2 < 0 \\ \text{indefinited}, & \lambda_2 = 0 \\ -1, & \lambda_2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình đồng trạng thái: } \begin{cases} -\dot{\lambda}_1 = \frac{\partial H}{\partial x_1} = -w^2 \lambda_2 \\ -\dot{\lambda}_2 = \frac{\partial H}{\partial x_2} = \lambda_1 \end{cases}$$

$$\text{Viết lại hệ trên: } \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = w^2 \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = -\lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 = -\dot{\lambda}_2 \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = -\ddot{\lambda}_2 = w^2 \lambda_2$$

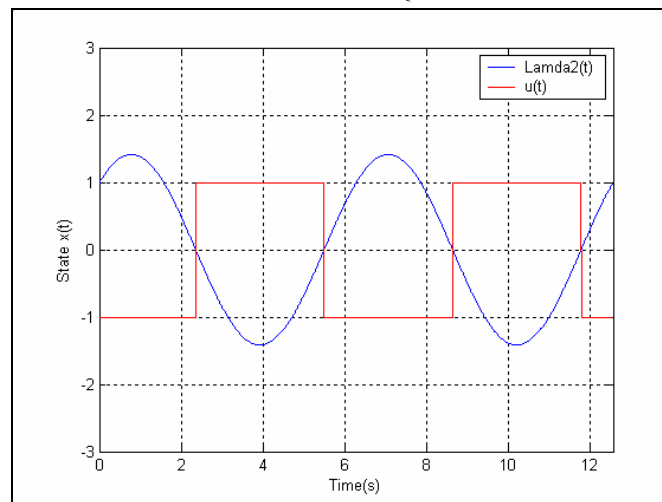
$$\Leftrightarrow \ddot{\lambda}_2 + w^2 \lambda_2 = 0$$

Giải phương trình trên ta được: $\lambda_2 = c_1 \cos wt + c_2 \sin wt$

Mà $\lambda_1 = -\dot{\lambda}_2$, nên: $\lambda_1 = c_1 \sin wt - c_2 \cos wt$

$$\text{Nghiệm phương trình đồng trạng thái là: } \begin{cases} \lambda_1 = c_1 \sin wt - c_2 \cos wt \\ \lambda_2 = c_1 \cos wt + c_2 \sin wt \end{cases}$$

$$\text{Luật điều khiển của hệ thống: } u^*(t) = \begin{cases} 1, & \lambda_2 < 0 \\ \text{indefinited}, & \lambda_2 = 0 \\ -1, & \lambda_2 > 0 \end{cases}$$



Hình 1

Tín hiệu điều khiển chỉ có giá trị là 1 hoặc -1. Do phương trình biến trạng thái có dạng hàm dao động tuần hoàn với chu kỳ 2π . Và tại thời

điểm là bội của π , tín hiệu điều khiển sẽ chuyển trạng thái từ -1 sang 1 hoặc ngược lại mặc dù chúng ta không biết được giá trị của c_1 và c_2 .

b. Vẽ quỹ đạo pha cho trường hợp $u = 1$ và $u = -1$

Từ phương trình trạng thái (2), ta có:

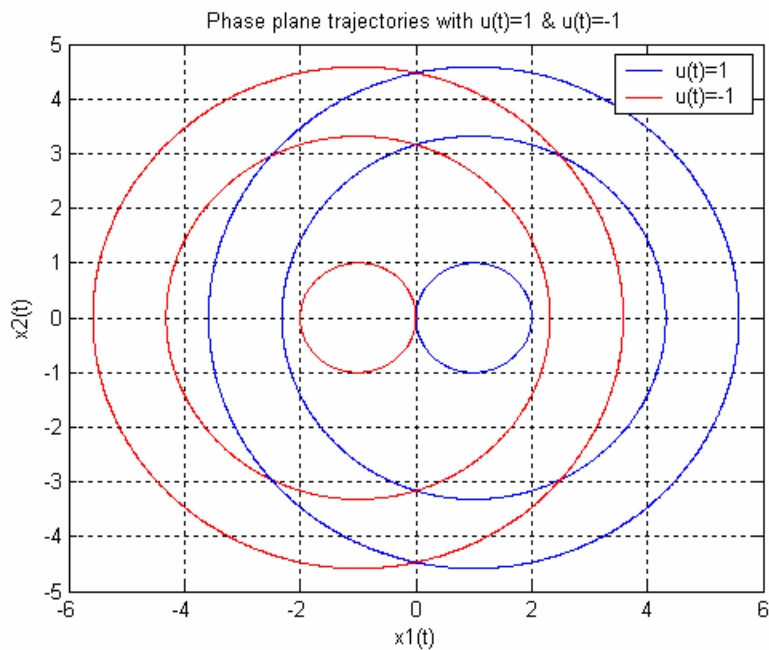
$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{x_2}{-w^2 x_1 + u} \Leftrightarrow (w^2 x_1 - u)\dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 = 0 \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow (w^2 x_1 - u)^2 + x_2^2 = K^2$$

Nếu chọn $w=1$, ta có phương trình tham số như sau:

$$(x_1 - u)^2 + x_2^2 = K^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - u = K \cos \theta \\ x_2 = K \sin \theta \end{cases} \text{ với } -2\pi \leq \theta \leq 2\pi \quad (4)$$

Đây chính là phương trình đường tròn tâm $(u,0)$, bán kính K . Do đó khi K thay đổi, ta sẽ có quỹ đạo là những đường tròn đồng tâm (tâm $(1,0)$ khi luật điều khiển $u(t)=1$ và tâm $(-1,0)$ khi luật điều khiển $u(t)=-1$). Trong đó hằng số K cũng được xác định từ điều kiện đầu cho trước $x(0) = x_0$ nào đó.



Hình 2

c. Đường cong chuyển đổi và luật điều khiển hồi tiếp:

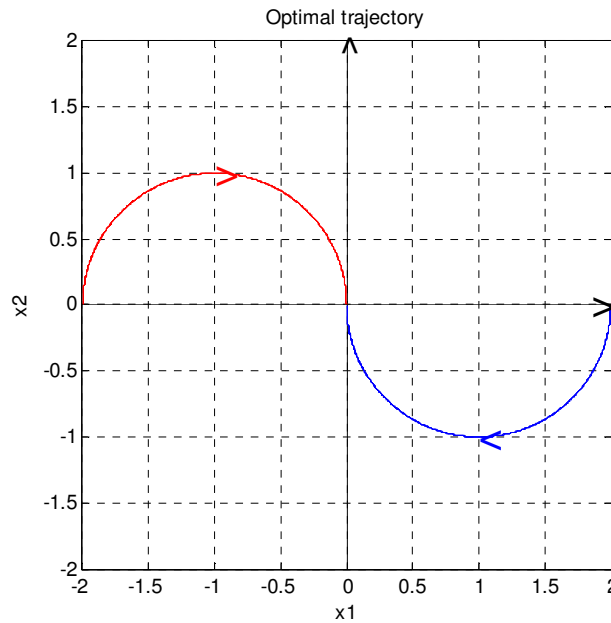
Xác định đường cong chuyển đổi:

Yêu cầu: từ một điểm quỹ đạo đầu bất kỳ cần chuyển động về gốc tọa độ trong khoảng thời gian ngắn nhất có thể được. Điểm quỹ đạo sẽ di chuyển trên các đường tròn theo chiều kim đồng hồ để về gốc tọa độ. Do đó quỹ đạo tối ưu cuối cùng phải đi theo cung tròn có tâm $(1,0)$ hoặc $(-1,0)$ tùy theo luật điều khiển u .

+ Nếu trạng thái $x(t)$ giao với đường tròn $(1,0)$, thì quỹ đạo tối ưu phải đi theo nửa đường tròn dưới (với luật điều khiển $u=1$).

+ Nếu trạng thái giao với đường tròn $(-1,0)$, quỹ đạo tối ưu phải đi theo nửa đường tròn trên (với luật điều khiển $u=-1$)

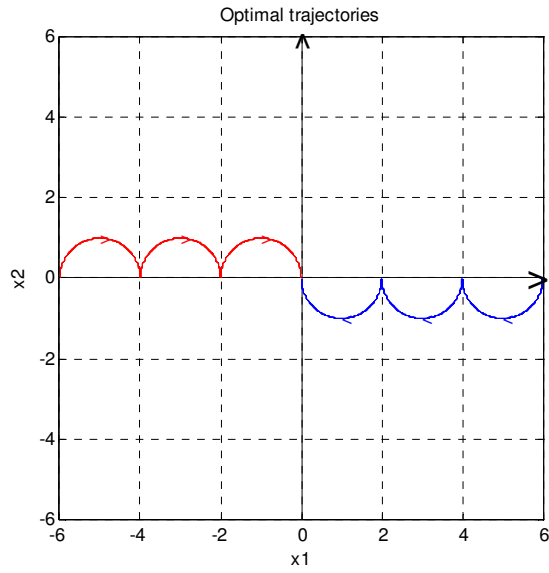
Từ hai điều kiện trên, ta có quỹ đạo cuối tối ưu là hai nửa đường tròn tâm $(\pm 1,0)$ và bán kính 1 trong khoảng thời gian là 2π .



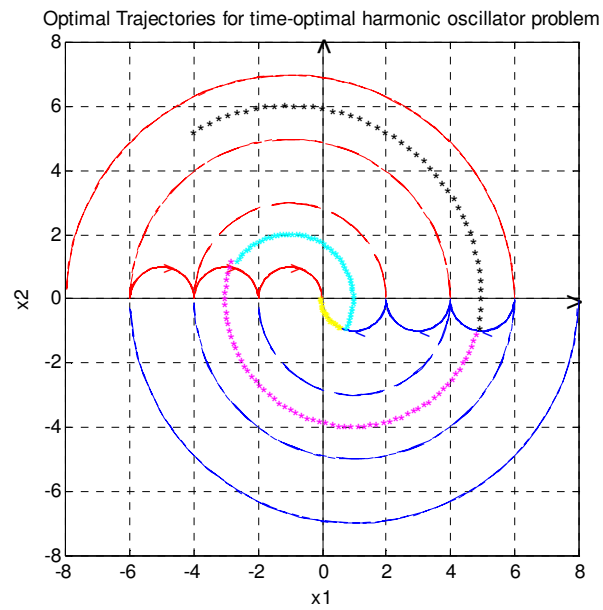
Hình 3

Mặt khác, luật điều khiển tối ưu là hàm dao động tuần hoàn với chu kỳ 2π . Do đó quỹ đạo tối ưu (đường cong chuyển đổi) là một chuỗi với hai nửa đường tròn như Hình 4.

Luật điều khiển hồi tiếp tối ưu:



Hình 4



Hình 5

Vẽ quỹ đạo pha cho trường hợp $u(t)=1$ và $u(t)=-1$

Từ phương trình trạng thái (2), ta có:

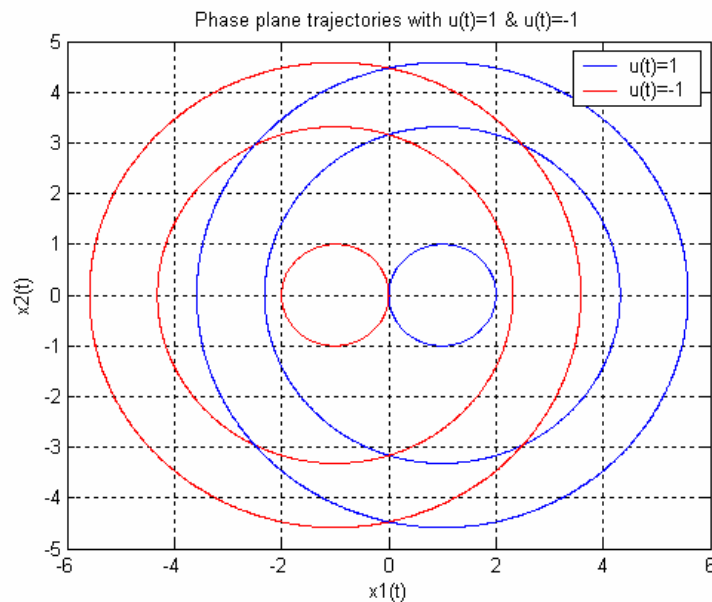
$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{x_2}{-w^2 x_1 + u} \Leftrightarrow (w^2 x_1 - u)\dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 = 0 \quad (3)$$

Nếu chọn $w=1$, ta có phương trình tham số như sau:

$$(x_1 - u)^2 + x_2^2 = K^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - u = K \cos \theta \\ x_2 = K \sin \theta \end{cases} \text{ với } -2\pi \leq \theta \leq 2\pi \quad (4)$$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(u,0)$, bán kính K . Do đó khi K thay đổi, ta sẽ có quỹ đạo là những đường tròn đồng tâm (tâm $(1,0)$ khi luật điều khiển $u(t)=1$ và tâm $(-1,0)$ khi luật điều khiển $u(t)=-1$).

Trong đó hằng số K được xác định từ điều kiện đầu cho trước $x(0) = x_0$ nào đó.



Hình 6

3. Điều khiển Bang-Off-Bang

Ở phần này chúng ta sẽ thảo luận bài toán điều khiển nhiên liệu tối thiểu tuyến tính với đầu vào bị ràng buộc.

Xét hệ thống :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.101)$$

Giả định rằng nhiên liệu được sử dụng trong mỗi thành phần của đầu vào tỉ lệ với độ lớn của thành phần ấy, ta định nghĩa hàm đánh giá :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^m c_i |u_i|(t) dt \quad (2.102)$$

Khi đó chúng ta cho phép khả năng tiêu thụ nhiên liệu của m đầu vào $u_i(t)$ bởi trọng số vô hướng c_i . Ta định nghĩa trị tuyệt đối của vector :

$$|u| = \begin{bmatrix} |u_1| \\ \vdots \\ |u_m| \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

(định nghĩa này tương tự (2.90)) và vector $C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_m]^T$. Ta có :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T C^T |u(t)| dt \quad (2.104)$$

$$\text{Giả định rằng bài toán thỏa : } |u(t)| \leq 1 \quad (2.105)$$

Ta muốn tìm luật điều khiển để tối thiểu $J(t_0)$, thỏa (2.105) và đưa $x(t_0)$ về trạng thái cuối thỏa (2.84) với hàm Ψ đã cho. Thời gian cuối T có thể tự do hoặc ràng buộc. Chúng ta sẽ thảo luận kỹ hơn ở ví dụ. Lưu ý rằng thời gian T ít nhất phải bằng thời gian tối thiểu để đưa $x(t_0)$ về trạng thái cuối $x(T)$ thỏa (2.84).

Hàm *Hamilton* :

$$H = C^T |u| + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (2.106)$$

Theo nguyên lý cực tiểu (2.87), bài toán điều khiển tối ưu phải thỏa :

$$C^T |u^*| + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu^*) \leq C^T |u| + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu) \quad (2.107)$$

với mọi giá trị $u(t)$. Vì trạng thái tối ưu và biến trạng thái xuất hiện ở cả hai vế của bất đẳng thức, ta yêu cầu :

$$C^T |u^*| + (\lambda^*)^T Bu^* \leq C^T |u| + (\lambda^*)^T Bu \quad (2.108)$$

với mọi $u(t)$.

Để xác định $u^*(t)$ từ biến trạng thái $\lambda(t)$ thỏa mãn (2.108), ta giả sử rằng m thành phần của bộ điều khiển là độc lập lẫn nhau ($i=1, \dots, m$). Tất cả các giá trị $u_i(t)$ phải thỏa bất đẳng thức vô hướng :

$$|u_i^*| + \frac{(\lambda^*)^T B_i u^*}{c_i} \leq |u_i| + \frac{(\lambda^*)^T B_i u_i}{c_i} \quad (2.109)$$

Với b_i biểu diễn thành phần cột thứ i của ma trận B . Bây giờ ta phải tìm ra cách thức để chọn giá trị $u_i^*(t)$ từ $\lambda^T(t)B_i$.

Với :

$$|u_i| = \begin{cases} u_i & u_i \geq 0 \\ -u_i & u_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.110)$$

ta có thể viết lại chỉ tiêu chất lượng theo dạng sau :

$$q_i(t) \square |u_i| + \frac{b_i^T \lambda u_i}{c_i} = \begin{cases} \left(\frac{1+b_i^T \lambda}{c_i} \right) |u_i| & u_i \geq 0 \\ \left(\frac{1-b_i^T \lambda}{c_i} \right) |u_i| & u_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.111)$$

Nếu $B_i^T \lambda / c_i$ bằng 1 , khi đó một vài giá trị không xác định dương của $u_i(t)$ sẽ làm q_i trong (2.111) bằng zero ; nếu $B_i^T \lambda / c_i$ bằng -1 , khi đó một vài giá trị không xác định âm của $u_i(t)$ sẽ làm q_i bằng zero . Do đó bài toán nhiên liệu tối thiểu có luật điều khiển giống như một bài toán phi tuyến .

Biến trạng thái hồi tiếp là :

$$u_i(t) = \begin{cases} 1 & B_i^T \lambda(t) / c_i < -1 \\ \text{nonnegative} & B_i^T \lambda(t) / c_i = -1 \\ 0 & -1 < B_i^T \lambda(t) / c_i < 1 \\ \text{nonpositive} & B_i^T \lambda(t) / c_i = 1 \\ -1 & B_i^T \lambda(t) / c_i > 1 \end{cases} \quad (2.112)$$

Nếu chúng ta định nghĩa hàm vùng chết (dead zone) :

$$dez(w) = \begin{cases} -1 & w < -1 \\ (-1;0) & w = -1 \\ 0 & -1 < w < 1 \\ (0;1) & w = 1 \\ 1 & w > 1 \end{cases} \quad (2.113)$$

Ta có thể viết lại bài toán nhiên liệu tối thiểu như sau :

$$u_i(t) = -dez\left(\frac{b_i^T \lambda(t)}{c_i}\right) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.114)$$

mỗi thành phần $u(t)$ hoặc bão hòa hoặc bằng zero , ta gọi điều này là luật điều khiển bang-off-bang .

Nếu $B_i^T \lambda(t) / c_i$ bằng 1 hoặc -1 vượt quá một khoảng thời gian xác định khác zero . Trong trường hợp này , nguyên lý cực tiểu sẽ không xác định được các thành phần $u_i(t)$. Đây gọi là những khoảng kỳ dị . Nếu $B_i^T \lambda(t) / c_i$ bằng 1 hoặc -1 chỉ tại một khoảng thời gian xác định , đây là bài toán nhiên liệu tối thiểu chuẩn .

Bài toán điều khiển nhiên liệu tối thiểu là chuẩn nếu $|A| \neq 0$ và nếu hệ thống là chuẩn. Có nghĩa là nếu U_i được định nghĩa bởi (2.100) là không kỳ dị với $i = 1, \dots, m$.

Nếu bài toán nhiên liệu tối thiểu là chuẩn và bộ điều khiển nhiên liệu tối thiểu tồn tại, khi đó nó là duy nhất.

Ở ví dụ kế ta sẽ xem xét một số vấn đề của bài toán nhiên liệu tối thiểu.

Ví dụ 2.22 :

Điều khiển Bang-off-bang

Hệ thống được mô tả :

$$\dot{y} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = u \quad (2)$$

với $x = [y \quad v]^T$. Điều kiện ràng buộc của ngõ vào :

$$|u(t)| \leq 1 \quad (3)$$

Giả sử ta xác định được trạng thái đầu $(y(0), v(0))$. Ta được :

$$\psi(x(T), T) = \begin{bmatrix} y[T] \\ v[T] \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Chỉ tiêu chất lượng với yêu cầu nhiên liệu tối thiểu :

$$J(0) = \int_0^T |u(t)| dt \quad (5)$$

Ta chưa chú ý đến trạng thái thời gian cuối T hoặc tự do hoặc ràng buộc, mặc dù cuối cùng ta cũng sẽ xét đến cả 2 trường hợp.

Hàm *Hamilton* :

$$H = |u| + \lambda_y v + \lambda_v u \quad (6)$$

Trong đó $\lambda = [\lambda_y \quad \lambda_v]^T$. Do đó phương trình đồng trạng thái là :

$$\dot{\lambda}_y = 0 \quad (7)$$

$$\dot{\lambda}_v = -\lambda_y \quad (8)$$

Điều kiện tiếp tuyến yêu cầu :

$$0 = H(T) = |u(T)| + \lambda_v(T)u(T) \quad (9)$$

Từ (4), (7), (8) ta suy ra :

$$\lambda_y(t) = \text{const} \square \lambda_y \quad (10)$$

$$\lambda_v(t) = \lambda_v(T) + (T-t)\lambda_y \quad (11)$$

Thành phần biến trạng thái $\lambda_v(t)$ là tuyến tính. Tùy thuộc vào biến chưa biết λ_y và $\lambda_v(T)$ (chúng tùy thuộc vào giá trị của trạng thái đầu), $\lambda_v(t)$ có thể là hằng số ($\lambda_y = 0$), có thể tăng ($\lambda_y < 0$) hoặc giảm ($\lambda_y > 0$). Xem Hình 2.13.

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* yêu cầu :

$$u(t) = -\text{dez}(\lambda_v(t)) \quad (12)$$

do đó điều khiển tối ưu là :

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \lambda_v(t) < -1 \\ [0;1] & \lambda_v(t) = -1 \\ 0 & -1 < \lambda_v(t) < 1 \\ [-1;0] & \lambda_v(t) = 1 \\ -1 & \lambda_v(t) > 1 \end{cases} \quad (13)$$

Nói về tính tuyến tính của $\lambda_v(t)$, chúng ta thấy rằng $u = 1$ không thể chuyển ngay thành $u = -1$ mà không qua giá trị trung gian $u = 0$. Luật điều khiển có thể chấp nhận là điều khiển tối ưu nếu thỏa những yêu cầu này.

Bây giờ chúng ta sẽ xác định luật điều khiển tối ưu và đi tìm những thời điểm lúc bộ điều khiển chuyển đổi sang giá trị mới.

Bỏ qua những khoảng thời gian riêng biệt khác, có 3 giá trị của $u(t)$ là: -1 , 0 , 1 . Hình 2.14 cho ta quỹ đạo mặt phẳng pha khi $u = 1$ và $u = -1$.

Nếu $u(t) = 0 \forall t$, khi đó trạng thái xác định bởi :

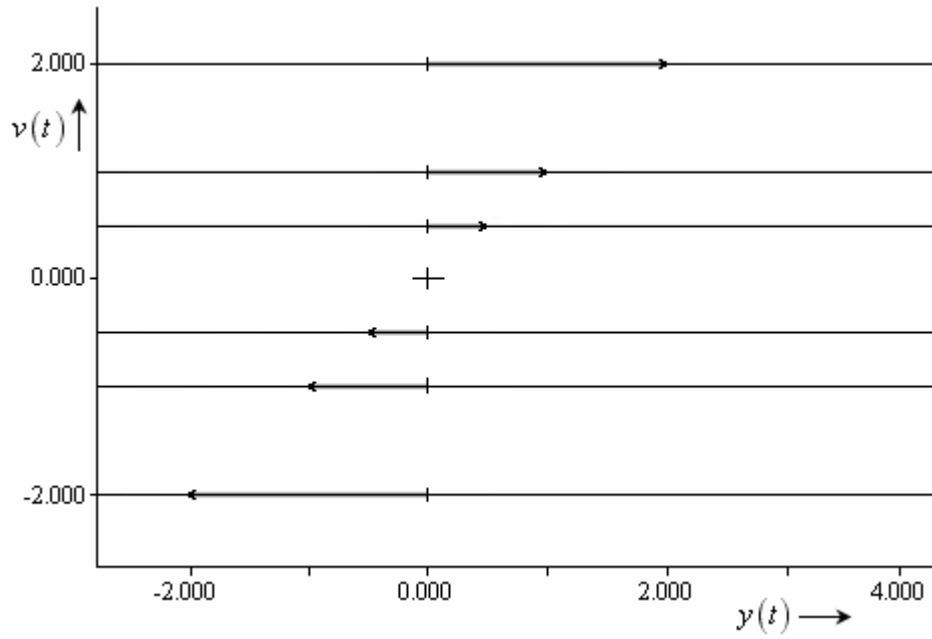
$$v(t) = v(0) \quad (14)$$

$$y(t) = y(0) + v(0)t \quad (15)$$

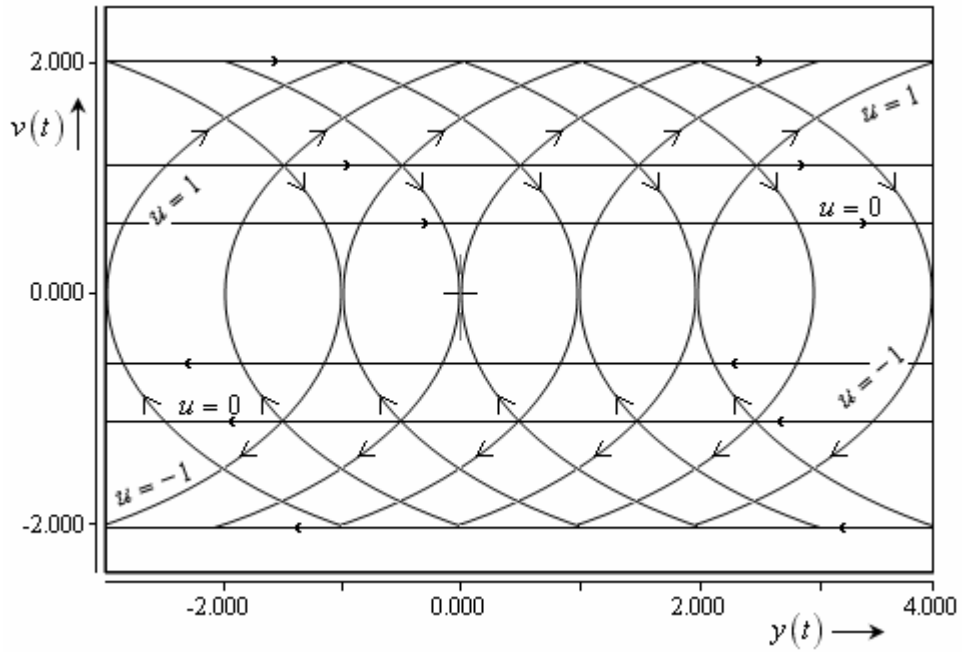
Những đường nằm ngang của hằng số v trong quỹ đạo mặt phẳng pha được cho ở Hình 2.15.

Quỹ đạo mặt phẳng pha trong trường hợp $u = 0$ là những đường mà việc tiêu thụ nhiên liệu là zero. Để nhiên liệu sử dụng là tối thiểu, chúng ta sẽ cho hệ thống di chuyển theo đường $u = 1$ hoặc -1 , dẫn trạng thái đến một trong những đường nằm ngang. Sau đó di chuyển dọc theo đường nằm ngang đến vị trí chuyển đổi qua đường $u = -1$ hoặc 1 để dẫn trạng thái tiến về zero. Để thấy được luật điều khiển Bang-off-bang, chúng ta kết hợp quỹ đạo của hai Hình 2.14 và 2.15 được Hình 2.16.

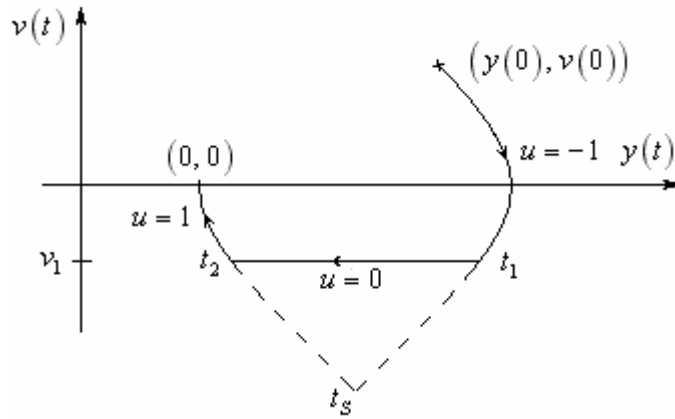
Phần tiếp theo chúng ta sẽ thảo luận riêng những tình huống cho hai vấn đề thời gian cuối tự do và cố định.



Hình 2.15 : Quỹ đạo mặt phẳng pha trong trường hợp $u = 0$.



Hình 2.16 : Luật điều khiển Bang-Off-Bang .



Hình 2.17 : Quỹ đạo trạng thái nhiên liệu tối thiểu .

Thời gian cuối tự do :

Với trường hợp thời gian cuối tự do , khi đó luật điều khiển của bài toán nhiên liệu tối thiểu sẽ không tồn tại .

Thời gian cuối cố định :

Cho trạng thái đầu như đã mô tả ở Hình 2.17 . Đối với bài toán thời gian tối thiểu thì thời gian cuối nhỏ nhất là :

$$T_{\min} = v(0) + \sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (16)$$

Giả định rằng thời gian T của bài toán nhiên liệu tối thiểu được cố định tại giá trị :

$$T > T_{\min} \quad (17)$$

Khi đó luật điều khiển của bài toán nhiên liệu tối thiểu là : -1 , 0 , 1 với thời gian chuyển đổi t_1 và t_2 đã được xác định .

Từ $0 < t < t_1$, $u(t) = -1$, biểu thức (15) và (16) trong ví dụ Bang-bang trở thành :

$$v_1 = v(t_1) = v_0 - t_1 \quad (18)$$

$$y(t_1) = y(0) + v(0)t_1 - \frac{t_1^2}{2} \quad (19)$$

Từ $t_1 < t < t_2$, $u(t) = 0$, ta có phương trình trạng thái :

$$v(t_2) = v_1 \quad (20)$$

$$y(t_2) = y(t_1) + v_1(t_2 - t_1) \quad (21)$$

Từ $t_2 < t < T$, $u(t) = 1$, ta được :

$$0 = v(T) = v(t_2) + (T - t_2) \quad (22)$$

$$0 = y(T) = y(t_2) + v(t_2)(T - t_2) + \frac{(T - t_2)^2}{2} \quad (23)$$

trong đó ta có sử dụng điều kiện biên (4) .

Thế (18) , (20) vào (22) , ta được :

$$t_2 = v_0 + T - t_1 \quad (24)$$

Thế (18) , (19) , (20) , (21) , (24) vào (23) và đơn giản hóa , cho ra kết quả :

$$t_1^2 - (v_0 + T)t_1 + \left(y_0 + v_0T + \frac{v_0^2}{2} \right) = 0 \quad (25)$$

với nghiệm :

$$t = \frac{(v_0 + T) \pm \sqrt{(v_0 - T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (26)$$

từ (24) và thực tế thì $t_1 < t_2$, ta có :

$$t_1 = \frac{(v_0 + T) - \sqrt{(v_0 - T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (27)$$

và :

$$t_2 = \frac{(v_0 + T) + \sqrt{(v_0 - T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (28)$$

vì $T > T_{\min}$ nên dấu của biểu thức trong căn là dương .

Chúng ta có thể biểu diễn bài toán nhiên liệu tối thiểu này thành dạng vòng hở như sau :

$$u^*(t) = \begin{cases} -1 & t < t_1 \\ 0 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 1 & t_2 < t \end{cases} \quad (29)$$

tùy thuộc vào biểu thức (18) và (27) , giá trị nhỏ nhất của $v(t)$ có thể đạt tới theo sự ảnh hưởng của bộ điều khiển là một số âm .

$$v_1 = \frac{(v_0 - T) + \sqrt{(v_0 - T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (30)$$

2.2.4 Nhận xét :

Phương pháp biến phân cổ điển *Euler-Lagrange* thuận lợi khi giải bài toán tối ưu mà phiếm hàm có dạng phi tuyến , còn tín hiệu điều khiển là những hàm trơn mà ta có thể dự đoán trước dựa trên bản chất vật lý của chúng . Phương pháp này gặp nhiều khó khăn khi áp dụng cho các trường hợp mà tín hiệu điều khiển có thể là hàm gián đoạn . Trên thực tế ta thường gặp bài toán tối ưu mà tín hiệu điều khiển lại là hàm liên tục từng đoạn , cho nên

phương pháp biến phân cổ điển bị hạn chế khả năng sử dụng trong thực tế rất nhiều .

Đối với hệ thống gián đoạn tốt nhất ta nên áp dụng phương pháp quy hoạch động của *Bellman* . Đặc biệt với các bài toán tối ưu phức tạp dùng máy tính số tác động nhanh giải quyết bằng phương pháp này rất có hiệu quả . Tuy nhiên , do hàm mô tả tín hiệu điều khiển tìm được theo bảng số liệu rời rạc nên biểu thức giải tích của tín hiệu điều khiển chỉ là gần đúng . Phương pháp quy hoạch động còn gặp hạn chế khi áp dụng đối với hệ thống liên tục vì rất khó giải phương trình *Bellman* .

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* áp dụng tốt cho các bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc bất kể điều kiện ràng buộc cho theo hàm liên tục hoặc hàm gián đoạn . Nhưng đối với bài toán tối ưu phi tuyến thì nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* lại gặp khó khăn , đặc biệt trong việc xác định các hàm phụ $\lambda_i(t)$ để cho hàm H đạt cực đại .

2.3 ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU CÁC HỆ TUYẾN TÍNH VỚI PHIẾM HÀM DẠNG TOÀN PHƯƠNG

Trong phần này chúng ta sẽ xem xét phương pháp xây dựng bài toán tổng hợp các hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương .

2.3.1 Ổn định Lyapunov đối với hệ thống tuyến tính

Tiêu chuẩn ổn định thứ hai của Lyapunov (điều kiện đủ)

Xét hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái :

$$\dot{x} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Nếu tìm được một hàm $V(x)$ với mọi biến trạng thái x_1, x_2, \dots, x_n là một hàm xác định dấu dương , sao cho đạo hàm của nó $\frac{dV(x)}{dt}$ dựa theo phương

trình vi phân của chuyển động bị nhiễu cũng là hàm xác định dấu , song trái dấu với hàm $V(x)$ thì chuyển động không bị nhiễu sẽ ổn định tiệm cận .

$V(x).\dot{V}(x) < 0$: với mọi biến trạng thái $x_i, i = \overline{1, n}$ hệ thống ổn định tiệm cận.

$V(x).\dot{V}(x) = 0$: với mọi biến trạng thái $x_i, i = \overline{1, n}$ hệ thống ổn định .

$V(x).\dot{V}(x) > 0$: với mọi biến trạng thái $x_i, i = \overline{1, n}$ hệ thống không ổn định .

Phương trình Lyapunov

Xét hệ tuyến tính mô tả bởi phương trình trạng thái (hệ Autonom_hệ tự trị):

$$\dot{x} = Ax \tag{2.115}$$

Yêu cầu cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J :

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt \tag{2.116}$$

với Q là ma trận vuông xác định dương .

Chọn hàm năng lượng $V(x)$ xác định dương :

$$V(x) = x^T S x \quad (2.117)$$

trong đó ma trận S là ma trận vuông xác định dương. $\dot{V}(x)$ có dạng :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T S x + x^T S \dot{x} + x^T \dot{S} x \\ &= (Ax)^T S x + x^T S (Ax) + x^T \dot{S} x \\ &= x^T A^T S x + x^T S A x + x^T \dot{S} x \\ &= x^T (A^T S + S A + \dot{S}) x \end{aligned}$$

Do $V(x)$ xác định dương, nên để hệ thống ổn định thì $\dot{V}(x)$ phải là xác định âm. Ta chọn $\dot{V}(x) = -x^T Q x$ (do Q là ma trận xác định dương nên $\dot{V}(x)$ sẽ là xác định âm).

$$\Rightarrow Q = -(A^T S + S A + \dot{S}) \quad (2.118)$$

Điều kiện cần và đủ để trạng thái cân bằng $x = 0$ ổn định tiệm cận: cho trước bất kỳ một ma trận xác định dương Q và ma trận A ổn định, tồn tại một ma trận xác định dương S thỏa mãn phương trình :

$$\begin{aligned} A^T S + S A + \dot{S} &= -Q \\ \Rightarrow \boxed{-\dot{S} = A^T S + S A + Q} & \quad (2.119) \end{aligned}$$

Phương trình (2.119) được gọi là phương trình Lyapunov.

Khi S không thay đổi theo thời gian $\dot{S} = 0$, ta có phương trình đại số Lyapunov :

$$\boxed{0 = A^T S + S A + Q} \quad (2.120)$$

Chỉ tiêu chất lượng J được tính như sau :

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt = -x^T S x \Big|_0^{\infty} = -x^T(\infty) S x(\infty) + x^T(0) S x(0)$$

Khi tất cả các phần tử của ma trận A âm, ta có $x(\infty) \rightarrow 0$. Do đó :

$$J = x^T(0) S x(0) \quad (2.121)$$

2.3.2 Điều khiển tối ưu hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương _ Phương trình Riccati đối với hệ liên tục

Xét hệ thống có tác động ngoài ($u \neq 0$):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.122)$$

Chúng ta cần tìm ma trận K của vector điều khiển tối ưu :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (2.123)$$

thỏa mãn chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.124)$$

Trong đó Q là ma trận xác định dương (hoặc bán xác định dương), R là ma trận xác định dương . Chú ý : thành phần thứ hai ở phần bên phải phương trình (2.124) xác định lượng năng lượng tiêu tốn của tín hiệu điều khiển .

Chúng ta sẽ chứng minh luật điều khiển tuyến tính cho bởi phương trình (2.123) là luật điều khiển tối ưu . Khi đó , nếu ma trận K được xác định để tối thiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J thì luật điều khiển $u(t)$ sẽ tối ưu với mọi trạng thái ban đầu $x(0)$.

Từ (2.122) và (2.123) ta có :

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (2.125)$$

Thay $u(t) = -Kx(t)$ vào phương trình (2.124) :

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt \\ &= \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \end{aligned} \quad (2.126)$$

Bây giờ ta chọn hàm năng lượng :

$$V(x) = x^T S x \quad V(x) \geq 0, \forall x \quad (2.127)$$

với S là ma trận vuông xác định dương .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{V}(x) &= \dot{x}^T S x + x^T \dot{S} x + x^T S \dot{x} \\ &= x^T (A - BK)^T S x + x^T \dot{S} x + x^T S (A - BK) x \\ &= x^T \left[(A - BK)^T S + \dot{S} + S (A - BK) \right] x \end{aligned} \quad (2.128)$$

Do $V(x)$ xác định dương , nên để hệ thống ổn định thì $\dot{V}(x)$ phải là xác định âm . Ta đặt :

$$\dot{V}(x) = \frac{d}{dt} (x^T S x) = -x^T (Q + K^T R K) x$$

(do Q và R là ma trận xác định dương nên ma trận $(Q + K^T R K)$ cũng là xác định dương , từ đó $\dot{V}(x)$ sẽ là xác định âm) .

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^T (Q + K^T R K) x &= -x^T \left[(A - BK)^T S + S (A - BK) + \dot{S} \right] x \\ Q + K^T R K &= (A - BK)^T S + S (A - BK) + \dot{S} \end{aligned} \quad (2.129)$$

Theo tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov* , nếu ma trận $(A - BK)$ ổn định thì sẽ tồn tại một ma trận xác định dương S thoả mãn phương trình (2.129) .

Chỉ tiêu chất lượng bây giờ có thể được xác định như sau :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt = -x^T S x \Big|_0^{\infty} = -x(\infty)^T S x(\infty) + x(0)^T S x(0)$$

Lưu ý rằng $x(\infty) = 0$

$$\Rightarrow J = x(0)^T S x(0)$$

Đặt $R = T^T T$, phương trình (1.129) trở thành :

$$(A^T - K^T B^T) S + S(A - BK) + \dot{S} + Q + K^T T^T T K = 0$$

Phương trình trên có thể viết lại như sau :

$$A^T S + SA + \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right] - SBR^{-1} B^T S + Q + \dot{S} = 0 \quad (2.130)$$

Chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu khi biểu thức :

$$x^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right] x$$

đạt giá trị cực tiểu .

$$\text{Hệ hở: } Q=0, u_k^* = \frac{1-a^2}{b(1-a^{2N})} (r_N - a^N x_0) a^{N-k-1}$$

Hệ ổn định: $r_N = 0$.

Khi đó :

$$TK = (T^T)^{-1} B^T S$$

$$\Rightarrow K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T S = R^{-1} B^T S \quad (2.131)$$

Phương trình (2.131) cho ta ma trận tối ưu K . Như vậy, luật điều khiển tối ưu cho bài toán điều khiển tối ưu dạng toàn phương với chỉ tiêu chất lượng cho bởi phương trình (2.131) là tuyến tính và có dạng :

$$\boxed{u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^T S x(t)} \quad (2.132)$$

Ma trận S khi đó phải thỏa mãn phương trình (1.130) được viết lại như sau :

$$\boxed{A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + Q = -\dot{S}} \quad (2.133)$$

Phương trình (2.133) được gọi là phương trình *Riccati*.

Khi S không thay đổi theo thời gian $\dot{S} = 0$, ta có phương trình đại số *Riccati* (*ARE: Algebraic Riccati Equation*):

$$\boxed{A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + Q = 0} \quad (2.134)$$

2.3.3 Phương trình Riccati đối với hệ rời rạc

Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k \quad (2.135)$$

với $x_k \in R^n$ và $u_k \in R^m$.

Chỉ tiêu chất lượng J được định nghĩa trong khoảng $[1, N]$ có dạng :

$$J = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N + \frac{1}{2} \sum_{K=i}^{N-1} (x_K^T Q_K x_K + u_K^T R_K u_K) \quad (2.136)$$

Hàm Hamilton:

$$H^K = \frac{1}{2} (x_K^T Q_K x_K + u_K^T R_K u_K) + \lambda_{K+1}^T (A_K x_K + B_K u_K) \quad (2.137)$$

Xét hệ rời rạc và phương trình đồng trạng thái:

$$x_{k+1} = \frac{\partial H_K}{\partial \lambda_{K+1}} = A_K x_K + B_K u_K \quad (2.138)$$

$$\lambda_k = \frac{\partial H_K}{\partial x_K} = Q_K x_K + A_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.139)$$

Điều kiện biên (Stationarity condition):

$$0 = \frac{\partial H_K}{\partial u_K} = R_K u_K + B_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.140)$$

Theo 2.140 : $u_K = -R_K^{-1} B_K^T \lambda_{K+1}$ (2.141)

Thế u_k từ phương trình 2.141 vào phương trình 2.138, ta được:

$$x_{k+1} = A_K x_K - B_K R_k^{-1} B_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.142)$$

Vậy từ 2.142 và 2.139, ta có được:

$$x_{k+1} = A_K x_K - B_K R_k^{-1} B_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.143)$$

$$\lambda_k = Q_K x_K + A_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.144)$$

Từ 2.141 ta có luật điều khiển:

$$u_K = -R_k^{-1} B_K^T \lambda_{K+1} \quad (2.145)$$

Trạng thái đầu $x(t_0)$ về trạng thái cuối tự do ta có $dx(T) \neq 0$ và $dT = 0$ vì

vậy: $\lambda_N = \frac{\partial \phi}{\partial x_N} = S_N x_N$

Do hàm ma trận trọng lượng có dạng: $\phi = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N$

Vì $k \leq N$, ta có: $\lambda_k = S_k x_k$ (2.146)

Thế 2.146 vào 2.143 ta được: $x_{k+1} = A_K x_K - B_K R_k^{-1} B_K^T S_{k+1} x_{k+1}$

Suy ra: $x_{k+1} = (I + B_K R_k^{-1} B_K^T S_{k+1})^{-1} A_K x_K$ (2.147)

Thế 2.146 vào 2.144 ta được: $S_k x_k = Q_K x_K + A_K^T S_{K+1} x_{k+1}$

Thế 2.147 vào: $S_k x_k = Q_K x_K + A_K^T S_{K+1} (I + B_K R_k^{-1} B_K^T S_{k+1})^{-1} A_K x_K$

Đơn giản x_k ta được: $S_k = Q_K + A_K^T S_{K+1} (I + B_K R_k^{-1} B_K^T S_{k+1})^{-1} A_K$

Hay:
$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k$$

Phương trình trên chính là phương trình *Riccati* cho hệ rời rạc . Khi $|S_k| \neq 0$ với $\forall k$, ta có thể dùng bỏ đề ma trận nghịch đảo để viết lại phương trình trên như sau :

$$S_k = A_k^T (S_{k+1}^{-1} + B_k R_k^{-1} B_k^T) A_k + Q_k$$

Khi đó , luật điều khiển tối ưu của tín hiệu điều khiển có dạng :

$$u_K = -R_k^{-1} B_K^T \lambda_{k+1} = -R_k^{-1} B_K^T S_{k+1} x_{k+1} \quad (2.148)$$

Thế 2.135 vào 2.148:

$$u_K = -R_k^{-1} B_K^T S_{k+1} (A_K x_k + B_K u_k)$$

Hay:

$$(I + R_k^{-1} B_K^T S_{k+1} B_K) u_K = -R_k^{-1} B_K^T S_{k+1} A_K x_k$$

Vậy luật điều khiển u_k là: $u_K = -(B_K^T S_{k+1} B_K + R_k)^{-1} B_K^T S_{k+1} A_K x_k$

Độ lợi Kalman được xác định như sau:

$$K_K = (B_K^T S_{k+1} B_K + R_k)^{-1} B_K^T S_{k+1} A_K$$

Vì vậy u_k có dạng như sau: $u_k = -K_k x_k \quad (2.149)$

Tóm lại:

Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k$$

với $x_k \in R^n$ và $u_k \in R^m$.

Chỉ tiêu chất lượng J được định nghĩa trong khoảng $[1, N]$ có dạng :

$$J_i = \sum_{k=i}^{N-1} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k)$$

Khi đó , luật điều khiển tối ưu của tín hiệu điều khiển có dạng :

$$u_k = -K_k x_k$$

với K_k được xác định như sau :

$$K_k = (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k$$

Trong đó S_k phải thỏa mãn phương trình :

$$S_k = A_k^T (S_{k+1}^{-1} + B_k R_k^{-1} B_k^T) A_k + Q_k$$

2.3.4 Các bước giải bài toán toàn phương tuyến tính

Bước 1 :

Thành lập hệ phương trình trạng thái :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ c = Dx \end{cases}$$

Xác định các thông số A, B, D .

Bước 2 :

Xác định ma trận trọng lượng Q, R từ chỉ tiêu chất lượng J cho dưới dạng toàn phương tuyến tính.

Bước 3 :

Tìm nghiệm S của phương trình Riccati :

- Đối với hệ liên tục : $-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q$

- Đối với hệ rời rạc :

$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k$$

Bước 4 :

Chỉ tiêu chất lượng tối ưu đối với hệ dừng :

$$J = \min x^T(0) S x(0)$$

Bước 5 :

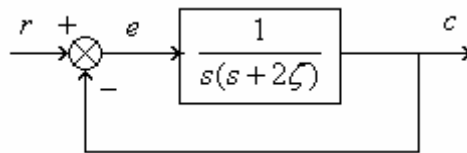
Luật điều khiển tối ưu :

- Đối với hệ liên tục : $u = -R^{-1} B^T S x$

- Đối với hệ rời rạc : $u_k = -(B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k x_k$

Ví dụ 2.23:

Cho hệ thống như hình vẽ .



Hình 2.18 : Hệ thống điều khiển .

Tìm giá trị $\zeta > 0$ sao cho khi tín hiệu vào $r(t) = 1(t)$ thì chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \int_{0+}^{\infty} (e^2 + \mu e^2) dt \quad (\mu > 0) \quad (1)$$

đạt cực tiểu .

Từ hình vẽ ta tìm được :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (2)$$

hoặc có dạng :

$$\ddot{c} + 2\zeta\dot{c} + c = r \quad (3)$$

Đối với tín hiệu sai lệch e , ta có :

$$\ddot{e} + 2\zeta\dot{e} + e = \ddot{r} + 2\zeta\dot{r} \quad (4)$$

Với $r(t) = 1(t)$, ta có $\dot{r}(0+) = 0, \ddot{r}(0+) = 0$. Do đó, với $t \geq 0+$ ta sẽ có :

$$\ddot{e} + 2\zeta\dot{e} + e = 0, \quad e(0+) = 1, \quad \dot{e}(0+) = 0 \quad (5)$$

Bây giờ, chúng ta đặt các biến trạng thái như sau :

$$x_1 = e \quad (6)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{e} \quad (7)$$

Khi đó phương trình trạng thái là :

$$\dot{x} = Ax \quad (8)$$

với

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta \end{bmatrix}$$

Chỉ tiêu chất lượng J có thể viết lại như sau :

$$\begin{aligned} J &= \int_{0+}^{\infty} (e^2 + \mu\dot{e}^2) dt = \int_{0+}^{\infty} (x_1^2 + \mu x_2^2) dt \\ &= \int_{0+}^{\infty} [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} dt \\ &= \int_{0+}^{\infty} x^T Q x dt \end{aligned} \quad (9)$$

Nếu ma trận A ổn định thì chỉ tiêu chất lượng J có thể xác định từ (1.129) :

$$J = x^T(0+) S x(0+) \quad (10)$$

với S là nghiệm của phương trình *Lyapunov* :

$$A^T S + SA = -Q \quad (11)$$

Phương trình được viết lại như sau :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\mu \end{bmatrix} \quad (12)$$

Phương trình trên tương đương với hệ phương trình sau :

$$-s_{21} - s_{12} = -1 \quad (13)$$

$$-s_{22} + s_{11} - 2\zeta s_{12} = 0 \quad (14)$$

$$s_{11} - 2\zeta s_{21} - s_{22} = 0 \quad (15)$$

$$s_{12} - 2\zeta s_{22} + s_{21} - 2\zeta s_{22} = -\mu \quad (16)$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$S = \begin{bmatrix} \zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1+\mu}{4\zeta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Chỉ tiêu chất lượng J được viết lại :

$$\begin{aligned} J &= x^T(0+)Sx(0+) \\ &= \left(\zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} \right) x_1^2(0+) + x_1(0+)x_2(0+) + \frac{1+\mu}{4\zeta} x_2^2(0+) \end{aligned} \quad (18)$$

Thế các điều kiện đầu $x_1(0+) = 1, x_2(0+) = 0$ vào (18) ta tìm được :

$$J = \zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} \quad (19)$$

Để tìm cực trị của J ta cho đạo hàm của J theo ζ bằng 0 :

$$\frac{\partial J}{\partial \zeta} = 1 - \frac{1+\mu}{4\zeta^2} = 0 \quad (20)$$

$$\zeta = \frac{\sqrt{1+\mu}}{2} \quad (21)$$

Xét đạo hàm bậc hai của J theo ζ tại $\zeta = \frac{\sqrt{1+\mu}}{2}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial \zeta^2} &= \frac{1+\mu}{2\zeta^3} \\ &= \frac{1+\mu}{2\left(\frac{\sqrt{1+\mu}}{2}\right)^3} = \sqrt{1+\mu} > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Như vậy, chỉ tiêu chất lượng J sẽ đạt cực tiểu tại giá trị tối ưu $\zeta = \sqrt{1+\mu}/2$

$$J_{\min} = \sqrt{1+\mu} \quad (23)$$

Ví dụ 2.24 :

Xác định luật điều khiển tối ưu rời rạc biết hệ thống có đối tượng điều khiển mô tả bởi phương trình trạng thái sau :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \end{bmatrix} u(t) \quad (1)$$

Chỉ tiêu chất lượng :
$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (x_{1k}^2 + 0.001u_k^2) \quad (2)$$

Chu kỳ lấy mẫu $T = 0.5 \text{ sec}$, $N = 50$.

Ta dễ dàng xác định được phương trình trạng thái hệ rời rạc từ phương trình trạng thái hệ liên tục :

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k$$

$$y_k = C_d x_k$$

với : $A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix}$, $C_d = [1 \quad 0]$

Nghiệm của bài toán tối ưu được tính theo (2.138) và (2.139) :

$$K_k = (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k \quad (3)$$

$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k \quad (4)$$

với : $A_k = A_d$, $B_k = B_d$, $Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $R_k = 0.001$

Ta tính được $K_{49} = 0$ khi biết $S_{50} = 0$. Tiếp theo ta tính giá trị S_{49} :

$$S_{49} = Q_{49} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tiếp tục với K_{48} và S_{48} :

$$K_{48} = \left(\begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} + 0.001 \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.228 & 0.599 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$S_{48} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.488 & 0.951 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} + 0.001 \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right.$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.4873 \\ 0.4873 & 0.2378 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Tiếp tục tính toán nhờ máy tính , ta sẽ xác định được với $k = 39$ ma trận K_k sẽ hội tụ về giá trị $[25 \quad 63]$. Vậy điều khiển tối ưu cuối cùng là :

$$u_k = -[25 \quad 63] x_k \quad (8)$$

Ví dụ 2.25

Hệ thống Newton: $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$

Hàm chi tiêu chất lượng $J = \frac{1}{2} x^T(T).x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (x^T x + ru^2) dt$

Trong đó $x = [x_1 \quad x_2]^T$

- a. Viết phương trình Riccati với 3 phương trình vi phân vô hướng.
- b. Tìm hàm truyền hồi tiếp của hệ thống.
- c. Sử dụng Matlab để viết chương trình tìm và mô phỏng điều khiển tối ưu.
- d. Tìm công thức giải tích cho nghiệm và hệ số khuếch đại Riccati trạng thái xác lập.

Giải:

a. Phương trình Riccati

Theo bài toán đã cho $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \Leftrightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

Hàm chi tiêu chất lượng $J = \frac{1}{2} x^T(T).x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (x^T x + ru^2) dt$

Ta có: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $R^{-1} = \frac{1}{r}$

Phương trình Riccati đại số có dạng

$$\begin{aligned} -\dot{S} &= A^T.S + S.A - S.B.R^{-1}.B^T.S + Q \\ -\dot{S} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.S + S.\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - S.\frac{1}{r}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.S \end{aligned} \quad (1)$$

Đặt $S(t) = \begin{bmatrix} S_1(t) & S_2(t) \\ S_2(t) & S_3(t) \end{bmatrix}$

Thay vào phương trình (1) ta có:

$$\begin{aligned} -\begin{bmatrix} \dot{S}_1 & \dot{S}_2 \\ \dot{S}_2 & \dot{S}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow -\begin{bmatrix} \dot{S}_1 & \dot{S}_2 \\ \dot{S}_2 & \dot{S}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & S_1 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & S_2 \\ 0 & S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow -\begin{bmatrix} \dot{S}_1 & \dot{S}_2 \\ \dot{S}_2 & \dot{S}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & S_1 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} S_2^2 & S_2.S_3 \\ S_2.S_3 & S_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -\begin{bmatrix} \dot{S}_1 & \dot{S}_2 \\ \dot{S}_2 & \dot{S}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 \\ S_1 & 2S_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} S_2^2 & S_2 \cdot S_3 \\ S_2 \cdot S_3 & S_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dot{S}_1 = -\frac{1}{r} S_2^2 + 1 \\ -\dot{S}_2 = S_1 - \frac{1}{r} S_2 \cdot S_3 \\ -\dot{S}_3 = 2S_2 - \frac{1}{r} S_3^2 + 1 \end{cases} \quad (2)$$

Phương trình (2) là phương trình Riccati vi phân vô hướng.

b. Tìm hàm truyền hồi tiếp của hệ thống:

Hàm hồi tiếp của hệ thống có dạng: $K(t) = [k_1(t) \quad k_2(t)]$

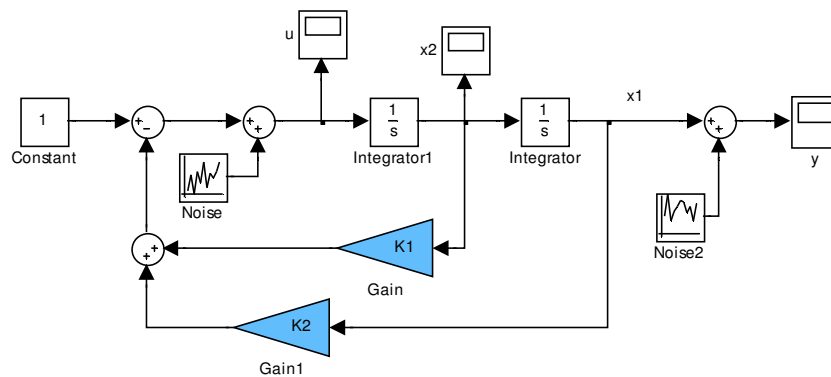
Ta có $K = R^{-1} \cdot B^T \cdot S$, hay $K(t) = \frac{1}{r} [0 \quad 1] \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix}$

$$\Leftrightarrow [k_1 \quad k_2] = \frac{1}{r} [S_2 \quad S_3] \Leftrightarrow \begin{cases} k_1(t) = \frac{1}{r} S_2(t) \\ k_2(t) = \frac{1}{r} S_3(t) \end{cases} \quad (3)$$

Phương trình (3) là biểu thức hàm truyền hồi tiếp của hệ thống.

c. Sử dụng Matlab viết chương trình tìm và mô phỏng điều khiển tối ưu.

* Hệ thống được mô phỏng như sau:



Chọn $R=1$

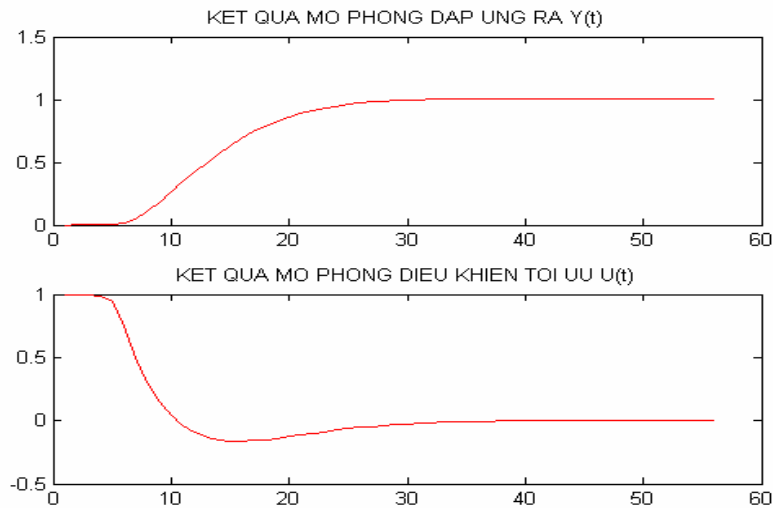
*Chương trình trong Matlab:

$A = [0 \ 1; 0 \ 0];$

```

B = [0; 1];
C = [1 0];
Q = [1 0; 0 1];
R = 1;
%=====GIAI PHUONG TRINH RICCATI=====
[K,S] = lqr(A,B,Q,R);
%=====MO PHONG TOI UU=====
x1=y(:,2);
subplot(211);
plot(x1,'r');
title('KET QUA MO PHONG DAP UNG RA Y(t)');
subplot(212);
plot(u(:,2),'r');
title('KET QUA MO PHONG DIEU KHIEN TOI UU U(t)');
*Kết quả tính toán và mô phỏng được thể hiện:
K=[1.0000  1.7321]
S=[1.7321  1.0000; 1.0000  1.7321]

```



d. Công thức giải tích cho nghiệm và hệ số khuếch đại Riccati trạng thái xác lập:

Ở trạng thái xác lập khi giá trị $T = t \rightarrow \infty$ ta có $\dot{S}_1 = \dot{S}_2 = \dot{S}_3 = 0$

$$\text{Hay: } \begin{cases} -\dot{S}_1 = -\frac{1}{r}S_2^2 + 1 = 0 \\ -\dot{S}_2 = S_1 - \frac{1}{r}S_2 \cdot S_3 = 0 \\ -\dot{S}_3 = 2S_2 - \frac{1}{r}S_3^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{r}S_2^2 + 1 = 0 \\ S_1 - \frac{1}{r}S_2 \cdot S_3 = 0 \\ 2S_2 - \frac{1}{r}S_3^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S_2^2 = r \\ S_1 = \frac{1}{r}S_2S_3 \\ S_3 = \sqrt{2rS_2 + r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_2 = \sqrt{r} \\ S_1 = \frac{1}{r}\sqrt{r}\sqrt{2r\sqrt{r} + r} \\ S_3 = \sqrt{2r\sqrt{r} + r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1(\infty) = \frac{1}{r}\sqrt{r}\sqrt{2r\sqrt{r} + r} \\ S_2(\infty) = \sqrt{r} \\ S_3(\infty) = \sqrt{2r\sqrt{r} + r} \end{cases} \quad (4)$$

Biểu thức (4) là biểu thức giải tích của nghiệm Riccati trạng thái xác lập. Thay các giá trị của S(t) ở biểu thức (4) vào phương trình (3) đã tìm ở câu b ta có:

$$\begin{cases} k_1(t) = \frac{1}{r}\sqrt{r} \\ k_2(t) = \frac{1}{r}\sqrt{2r\sqrt{r} + r} \end{cases} \quad (5)$$

Biểu thức (5) là biểu thức giải tích của hàm hồi tiếp của hệ thống ở trạng thái xác lập

Ví dụ 2.26:

Thiết kế bộ bám cho hệ thống được cho bởi: $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$

Hàm chỉ tiêu chất lượng: $J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + 2vx_1x_2 + qx_2^2 + u^2) dt$

Với mong muốn biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo tín hiệu $r(t)$. Cho trọng số $q=10, r=1$.

- a. Xác định luật điều khiển $u(t)$.
- b. Nếu $r(t)=u_{-1}(t)$, giải tìm $u(t)$ nếu $x(0)=0$

Giải:

- a. Xác định luật điều khiển với tín hiệu đầu vào $r(t)=1(t)$:

Xét hệ thống: $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$

$$\text{Với: } J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + 2vx_1x_2 + qx_2^2 + u^2) dt$$

Trong đó: $q - v^2 > 0$ với mong muốn muốn $x_1(t)$ bám theo một tham chiếu $r(t)$ cho $q = 10, r = 1$.

Hệ thống đã cho có thể viết lại dưới dạng:

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt; \quad Cx(t) = r(t)$$

$$\text{Với } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0], Q = \begin{bmatrix} 1 & v \\ v & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & v \\ v & 10 \end{bmatrix}, R = 1$$

Giải phương trình Riccati để tìm S :

$$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^T B^T S + Q$$

Thiết kế hệ thống phản hồi âm nên khi S không thay đổi theo thời gian

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & v \\ v & 10 \end{bmatrix} = 0$$

thì phương trình đại số Riccati là:

$$A^T S + SA - SBR^T B^T S + Q = 0 \quad (1)$$

Thế A, B, C, Q, R vào (1), ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ S_{11} & S_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & S_{11} \\ 0 & S_{21} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{12} \cdot S_{21} & S_{12} \cdot S_{22} \\ S_{22} \cdot S_{21} & S_{22} \cdot S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -v \\ -v & -10 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S_{12} \cdot S_{21} & S_{11} - S_{12} \cdot S_{22} \\ S_{11} - S_{22} \cdot S_{21} & S_{12} + S_{21} \cdot S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -v \\ -v & -10 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -S_{12} \cdot S_{21} = -1 \\ S_{11} - S_{12} \cdot S_{22} = -v \\ S_{11} - S_{22} \cdot S_{21} = -v \\ S_{12} + S_{21} \cdot S_{22} = -10 \end{cases}$$

Chọn các giá trị của ma trận S sao cho S xác định dương. Nghiệm của phương trình trên là:

$$S = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} - v & 1 \\ 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Xác định độ lợi hồi tiếp K:

$$K = R^{-1}B^T.S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\sqrt{3}-v & 1 \\ 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Giải tìm V từ phương trình: $-\dot{V} = (A - BK)^T V$ (2)

Giả sử $V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

Ta viết lại biểu thức (2) dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = - \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = - \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Phương trình trên được biến đổi thành: $\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

Trong chương trình giải phương trình vi phân ta phải chọn điều kiện đầu V_0 sao cho với V_0 đã chọn ta có kết quả cuối của V dùng để tìm luật điều khiển thỏa điều kiện $x_1(t)$ bám theo $r(t)$.

Với $V_0 = [0.535 \quad 1.887]^T \Rightarrow V = [0.6373 \quad 2.2120]^T$

Giải tìm P:

$$\dot{P} = V^T B R^{-1} B^T V = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = v_2^2 \Rightarrow P = \frac{v_2^2}{3}$$

Tìm luật điều khiển u(t):

Sau khi giải tìm được các ma trận S,K,V,P ta hoàn toàn tìm được luật điều khiển u(t): $u = -(K - R^{-1}B^TVP^{-1}V^T)x - R^{-1}B^TVP^{-1}r(T)$

Kết quả:

$$K_x = [0.6093 \quad 2.1079]$$

$$K_r = 0.6131$$

Vậy luật điều khiển là: $u = - \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - K_r.r$

b. Nếu $r(t)=u_1(t)$, giải tìm u(t) nếu $x(0)=0$:

Khi hệ thống xác lập $x_1(t) = 1$ và $x_2(t) = 0$ vì vậy ta có $x(\infty) = [1 \quad 0]^T$

Chỉ tiêu chất lượng J được tính:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) = -\frac{1}{2} x^T Sx \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{2} x(\infty)^T Sx(\infty) + \frac{1}{2} x^T(0)Sx(0)$$

Kết quả:

$$K_x = [0.6093 \quad 2.1079]$$

$$K_r = 0.6131$$

$$x_0 = [0 \ 0]^T$$

$$x_{\infty} = [1 \ 0]^T$$

$$J = -1.0981$$

$$\text{Vật luật điều khiển: } u = -[k1 \quad k2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - K_r u_{-1}(t)$$

$$\text{Chỉ tiêu chất lượng: } J = -1.0981$$

2.3.5 Nhận xét

Phương trình *Riccati* dùng để tổng hợp các hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương. Với cách giải quyết này, ta vừa đảm bảo được tính ổn định của hệ thống (do cách chọn hàm năng lượng $V(x)$ theo tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov*), vừa cực tiểu hoá được chỉ tiêu chất lượng J theo yêu cầu bài toán đặt ra.

Tuy nhiên, có vài điểm ta cần chú ý: đối với bài toán áp dụng phương trình *Riccati* thì việc chọn ma trận trọng lượng thích hợp ở chỉ tiêu chất lượng rất quan trọng vì nó ảnh hưởng rất nhiều đến kết quả tính toán. Bên cạnh đó, khi xét hệ rời rạc phải đảm bảo sự hội tụ của K_k ; nếu không thì cần phải tăng số trạng thái, khi đó khối lượng tính toán cũng tăng rất nhiều, chỉ phù hợp khi giải bằng máy tính.

2.4 ỨNG DỤNG MATLAB GIẢI BÀI TOÁN TỐI ƯU

2.4.1 Tối ưu hoá tĩnh

Bài toán chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương và điều kiện ràng buộc tuyến tính - Trường hợp vô hướng (ví dụ 2.4)

Cho $a = 3$, $b = 2$, $m = 1$, $c = 1$. Với: $x(1) = x$, $x(2) = u$. Khi đó bài toán trở thành tìm giá trị tối thiểu của:

$$f(x) = \frac{x(1)^2}{18} + \frac{x(2)^2}{8}$$

với điều kiện ràng buộc:

$$g(x) = x(1) + x(2) - 1 = 0$$

Ở đây ta sẽ sử dụng hàm *lsqlin* (Optimization Toolbox) với kết quả là giá trị tối ưu của x để $f(x) = \|Cx - D\|^2$ đạt giá trị nhỏ nhất ($\|Cx - D\|^2$ là norm của ma trận vuông $[Cx - D]$).

Cùng các điều kiện ràng buộc :

$$Ax \leq B$$

$$Aeq.x = Beq$$

Cần lập các thông số C, D, A, B, Aeq, Beq để nhập vào theo cú pháp :

$$x = \text{lsqlin}(C, D, A, B, Aeq, beq)$$

Chương trình :

$$C = [1/(18^{(1/2)}) \ 0; 0 \ 1/(8^{(1/2)})];$$

$$D = [0; 0];$$

$$Aeq = [1 \ 1];$$

$$Beq = [1];$$

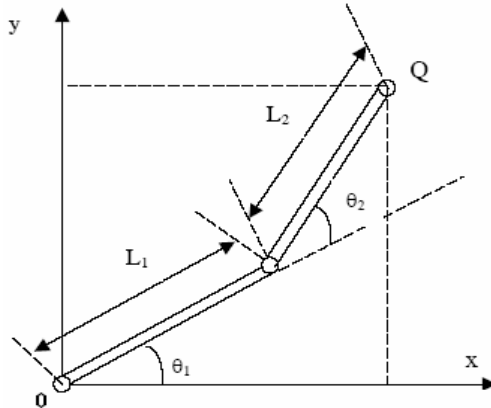
$$x = \text{lsqlin}(C, D, [], [], Aeq, Beq)$$

Chúng ta sẽ được kết quả :

$$x = \begin{matrix} 0.6923 \\ 0.3077 \end{matrix}$$

2.4.2 Điều khiển tối ưu cánh tay máy hồi tiếp góc θ

Xét mô hình cánh tay máy hai đoạn như hình :



Vị trí điểm cuối của cánh tay hai đoạn được cho bởi phương trình sau :

$$x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\text{Phương trình động lực học : } \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix}$$

trong đó $T = [T_1 \quad T_2]^T$ là tín hiệu điều khiển .

Với các trạng thái :

$$\begin{cases} x_1 = \theta_1 \\ x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_1 \\ x_3 = \theta_2 \\ x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = AT_1 + BT_2 - E \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = CT_1 + DT_2 - F \end{cases}$$

Chọn chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} (\Psi_1^2 + \dot{\Psi}_1^2 + \Psi_2^2 + \dot{\Psi}_2^2) dt$$

Với phép hàm dạng : $\begin{cases} \Psi_1 = e_1 + K_1 \dot{e}_1 \\ \Psi_2 = e_2 + K_2 \dot{e}_2 \end{cases}$

với $\begin{cases} e_1 = \theta_1^r - \theta_1 \\ e_2 = \theta_2^r - \theta_2 \end{cases}$

θ_1^r, θ_2^r là góc đặt của θ_1, θ_2

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{e}_1 = -\dot{\theta}_1 = -x_2 \\ \dot{e}_2 = -\dot{\theta}_2 = -x_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{e}_1 = -\ddot{\theta}_1 = -\dot{x}_2 \\ \ddot{e}_2 = -\ddot{\theta}_2 = -\dot{x}_4 \end{cases}$$

Để đảm bảo cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J thì T_1, T_2 là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} \Psi_1 + \dot{\Psi}_1 = 0 \\ \Psi_2 + \dot{\Psi}_2 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 A & K_1 B \\ K_2 C & K_2 D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_1 + EK_1 - x_2 (K_1 + 1) \\ e_2 + FK_2 - x_4 (K_2 + 1) \end{bmatrix}$$

Tín hiệu điều khiển T được tính toán bằng chương trình Giai_PT.m

Chương trình :

Thông số đầu vào cho hệ thống (file thongso.m) :

```
global m1 m2 L1 L2 a1 a2 I1 I2
```

```
m1 = 3.6745;
```

```
m2= 1.0184;
```

```
L1= 0.6519 ;
```

```
L2= 0.6019;
```

```
a1= 0.3365 ;
```

```
a2= 0.2606;
```

```
I1= 0.370 ;
```

```
I2= 0.081;
```

Chương trình tìm tín hiệu điều khiển (file Giai_PT.m) :

```
function [C]= Giai_PT (theta1, theta2, theta1_dot, theta2_dot, e1, e2)
```

```
% Nhập thông số cho cánh tay
```

```
m1 = 3.6745; m2 = 1.0184;
```

```
L1 = 0.6519; L2 = 0.6019;
```

```
a1 = 0.3365; a2 = 0.2606;
```

```
I1 = 0.370; I2 = 0.081;
```

```
K1 = 0.5; K2 = 0.8;
```

```
m11 = m1*a1*a1+m2*(L1*L1+2*L1*a2*cos(theta2)+a2*a2)+I1+I2;
```

```
m12 = m2*a2*(a2+L1*cos(theta2))+I2;
```

```
m22 = m2*a2*a2+I2;
```

```
n1=m2*L1*a2*sin(theta2)*(2*theta1_dot*theta2_dot+theta2_dot*theta2_dot);
```

```
n2 = m2*L1*a2*sin(theta2)*theta1_dot*theta1_dot;
```

```
A = [m11 m12; m12 m22];
```

```
B = [n1; n2];
```

```
A = inv(A);
```

```
B = A*B;
```

```
A = [K1*A(1,1) K1*A(1,2); K2*A(2,1) K2*A(2,2)];
```

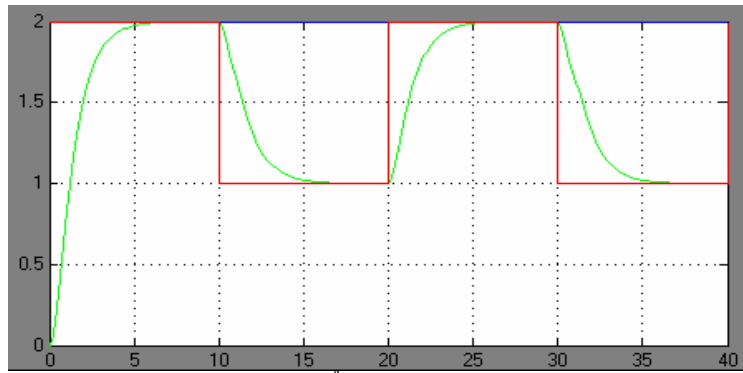
```
B = [e1+B(1,1)*K1-theta1_dot*(K1+1); e2+B(2,1)*K2-theta2_dot*(K2+1)];
```

```
C = inv(A)*B;
```

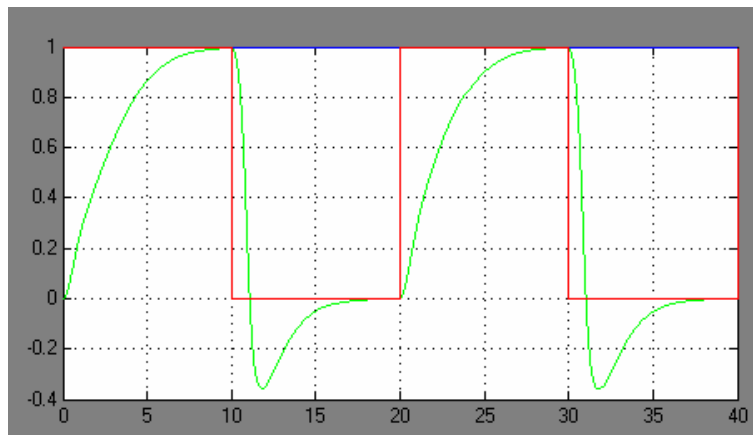
```
u1 = C(1,1);
```

```
u2 = C(2,1);
```

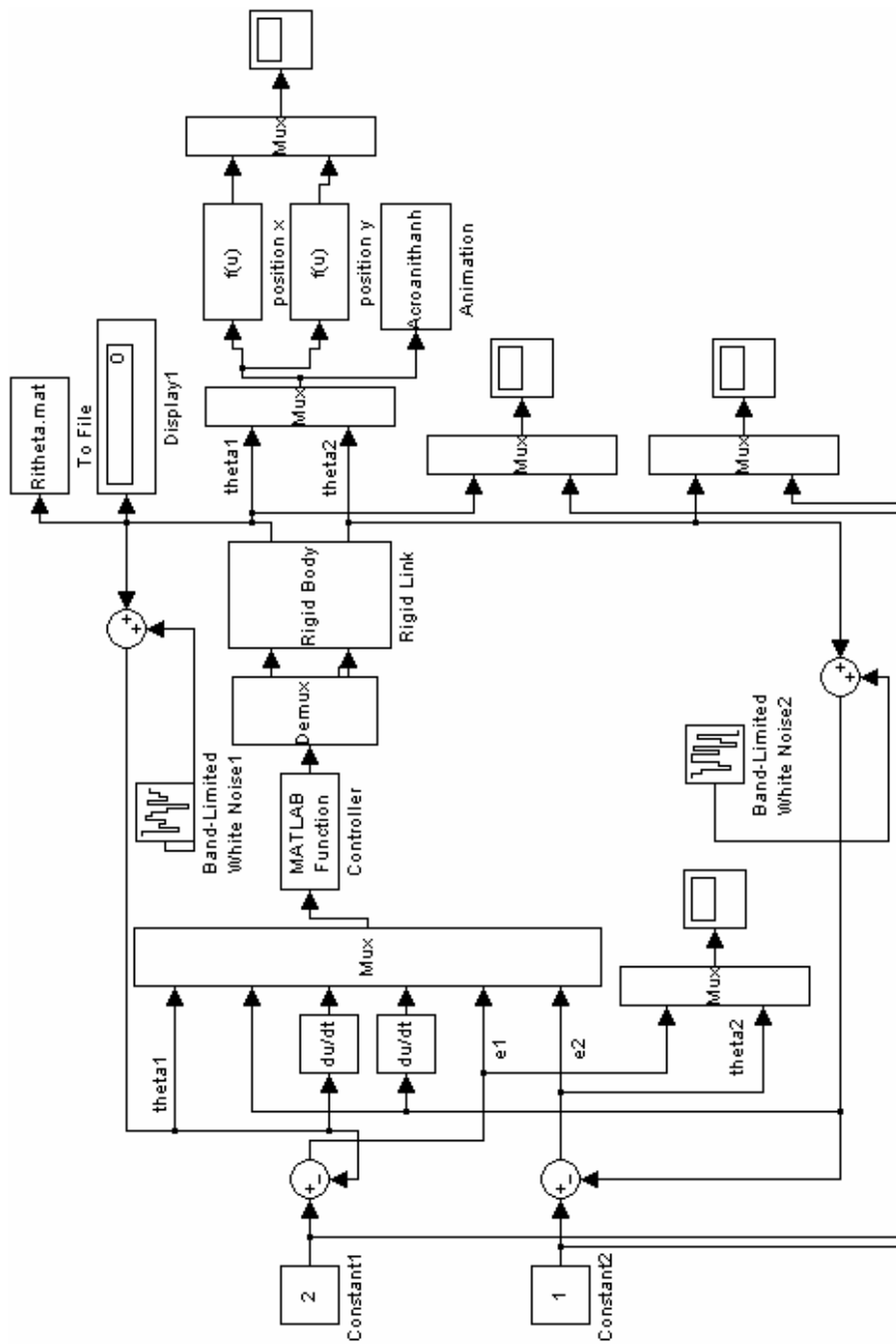
Kết quả mô phỏng :



Vị trí đặt thay đổi theo hàm xung với θ_1



Vị trí đặt thay đổi theo hàm xung với θ_2



Sơ đồ Simulink cho mô hình tay máy hai đoạn

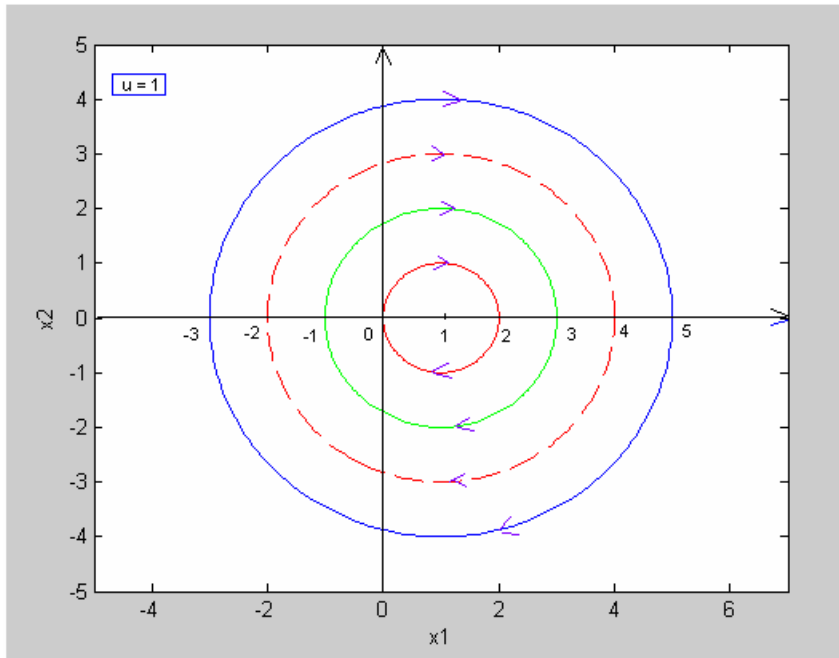
2.4.3 Hệ thống tác động nhanh:

Giải lại ví dụ 2.21 bằng Matlab:

Giải

Xét $\omega = 1$:

Hình 1a mô tả họ các đường tròn ứng với những giá trị khác nhau của k_1 và k_2 , tức là ứng với những điểm trạng thái ban đầu $x(0) = x_0$ khác nhau của đối tượng. Chiều của các đường tròn này được xác định từ quan hệ $\frac{dx_1}{dt} = x_2$ rằng khi $x_2 > 0$ thì x_1 phải tăng và ngược lại khi $x_2 < 0$ thì x_1 phải giảm.



Hình 1a

Code hình 1a:

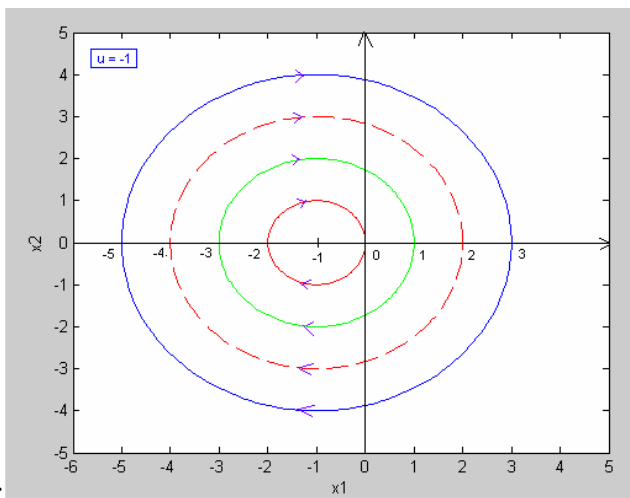
```
t=0:pi/100:2*pi;
x=1+1*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'r')
%-----
hold on
```

```
t=0:pi/100:2*pi;
x=1+2*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 2
y=0+2*sin(t);
plot(x,y,'g')
%-----
hold on
```

```

t=0:pi/100:2*pi;
x=1+3*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 3
y=0+3*sin(t);
plot(x,y,'r--')
%-----
hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=1+4*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 4
y=0+4*sin(t);
plot(x,y,'b')
%-----
hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+1*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'g')
%-----
hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+3*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 3
y=0+3*sin(t);
plot(x,y,'r--')
%-----
axis([-6 5 -5 5])
xlabel('x1')
ylabel('x2')

```



Hình 1b

Hình 1a và hình 1b : họ các đường tròn tạo ra quỹ đạo trạng thái tối ưu
Code hình 1b:

```

t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+1*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'g')
%-----
hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+2*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 2
y=0+2*sin(t);
plot(x,y,'r--')
%-----
hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+3*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 3
y=0+3*sin(t);
plot(x,y,'r--')
%-----

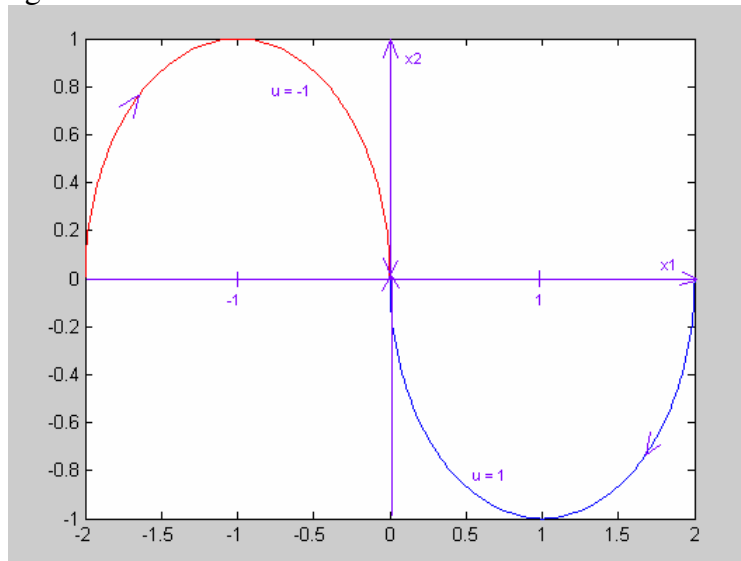
```

```

hold on
t=0:pi/100:2*pi;
x=-1+4*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 4
y=0+4*sin(t);
plot(x,y,'b')
hold on
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-6 5 -5 5])

```

Rõ ràng quỹ đạo trạng thái tối ưu chỉ có thể được tạo ra từ các cung của những đường tròn



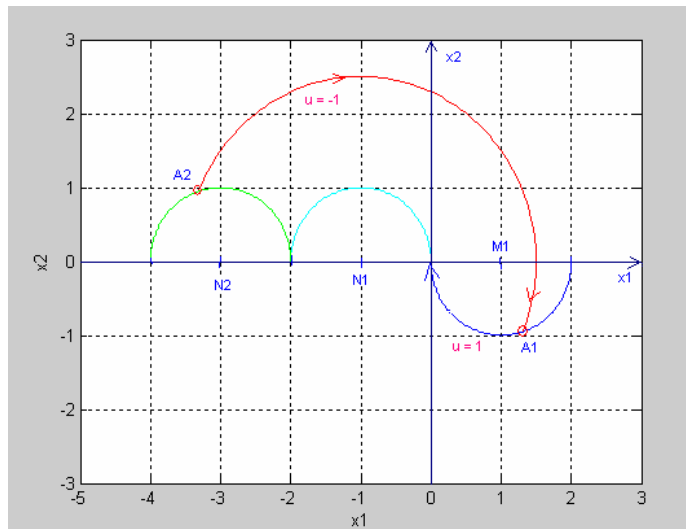
Hình 2: Quỹ đạo cuối của trạng thái tối ưu

Code hình 2:

```

t=0:pi/100:pi;
x=-1+1*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'r')
hold on
t=0:-pi/100:-pi;
x=1+1*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'b')
xlabel('x1')
ylabel('x2')

```

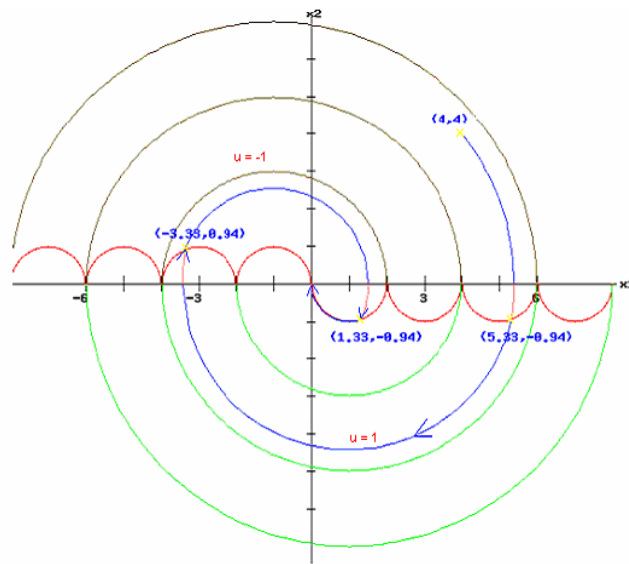


Hình 3: Xây dựng đoạn gần cuối của quỹ đạo trạng thái tối ưu

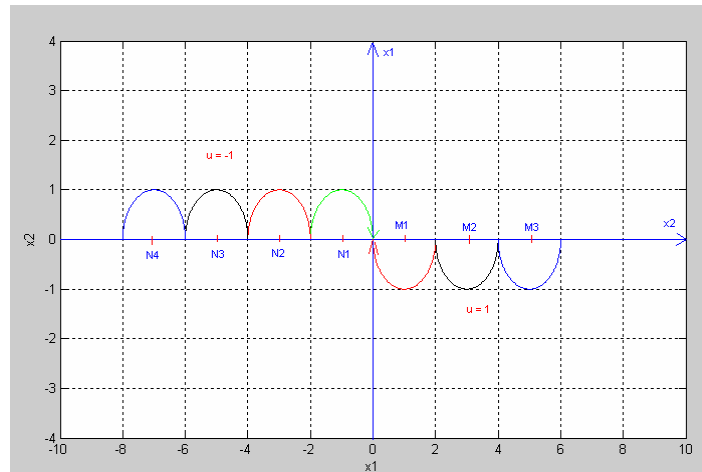
Code hình 3:

```

t=0:pi/100:pi;
x=-1+1*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'c')
hold on
t=0:pi/100:pi;
x=-3+1*cos(t); % tam (-3,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'g')
hold on
%-----
t=-0.39*pi/100:2.78
x=-1+2.5*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 2.5
y=0+2.5*sin(t);
plot(x,y,'r')
hold on
%-----
t=0:-pi/100:-pi;
x=1+1*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'b')
hold on
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-5 3 -3 3])
grid
    
```



Hình 4 : Xây dựng quỹ đạo trạng thái tối ưu



Hình 5 : Đường chuyển đổi giá trị của tín hiệu điều khiển tối ưu

Code hình 4 và hình 5:

```

t=0:-pi/100:-pi;
x=1+1*cos(t); % tam (1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'r')

hold on
%-----
t=0:-pi/100:-pi;
x=3+1*cos(t); % tam (3,0)
bankinh 1
    
```

```

y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'k')
hold on
%-----
t=0:-pi/100:-pi;
x=5+1*cos(t); % tam (5,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'b')
hold on
%-----
t=0:pi/100:pi;
x=-1+1*cos(t); % tam (-1,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'g')
hold on
%-----
t=0:pi/100:pi;
x=-3+1*cos(t); % tam (-3,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);

plot(x,y,'r')
hold on
%-----
t=0:pi/100:pi;
x=-5+1*cos(t); % tam (-5,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'k')
hold on
%-----
t=0:pi/100:pi;
x=-7+1*cos(t); % tam (-7,0)
bankinh 1
y=0+1*sin(t);
plot(x,y,'b')
hold on
%-----
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-10 10 -4 4])
grid

```

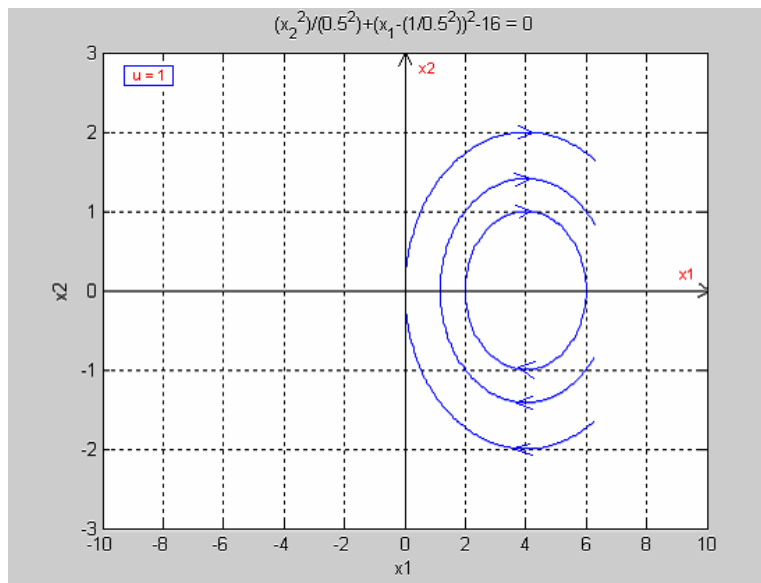
Tương tự khi $\omega = 0.5$:

Code hình 6a:

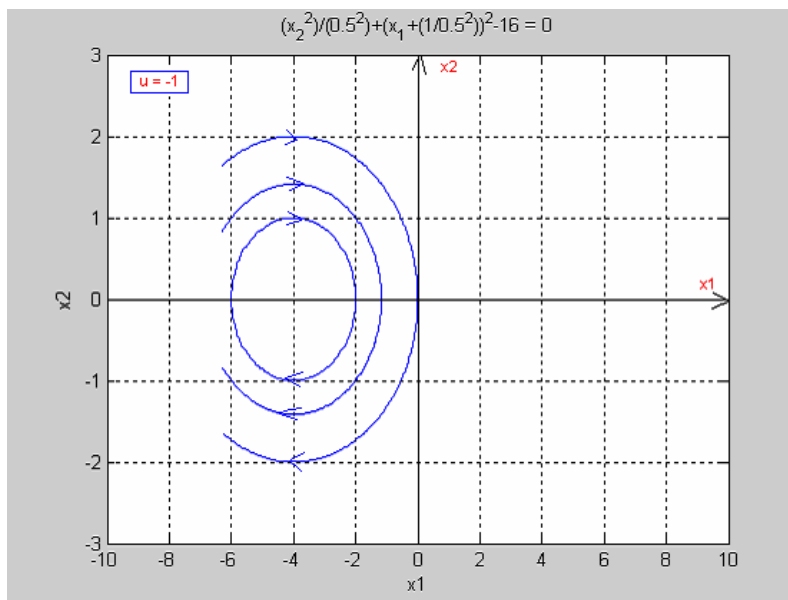
```

ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-4')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-8')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-16')
hold on
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-10 10 -3 3])
grid

```



Hình 6a



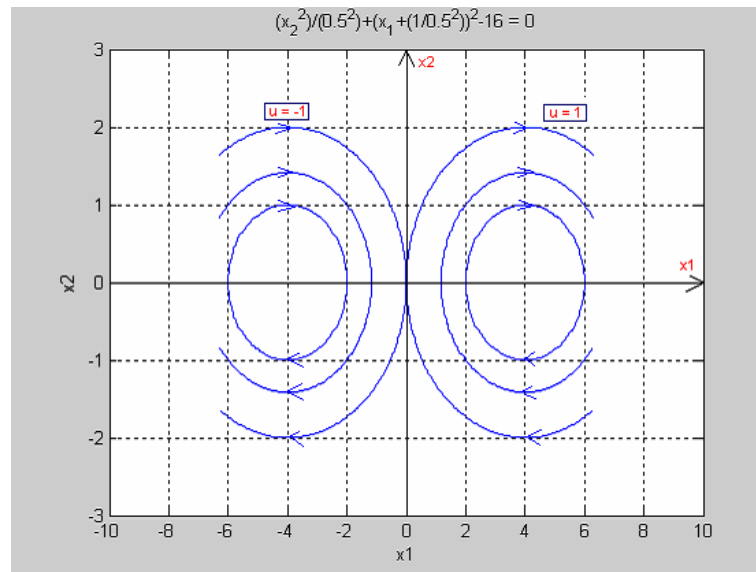
Hình 6b

Hình 6a và hình 6b : họ các đường tròn tạo ra quỹ đạo trạng thái tối ưu
 Code hình 6b:

```
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-4')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-8')
```

```

hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-16')
hold on
%-----
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-10 10 -3 3])
grid
    
```



Hình 6c

Hình 6a, hình 6b, hình 6c : họ các đường tròn tạo ra quỹ đạo trạng thái tối ưu

Code hình 6c:

```

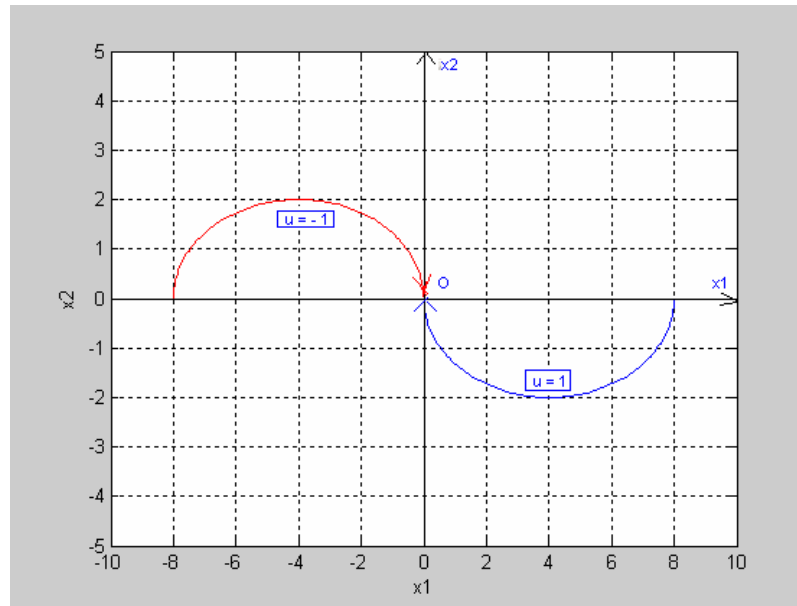
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-4')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-8')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1-(1/0.5^2))^2-16')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-4')
hold on
ezplot('(x2^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-8')
    
```



```

hold on
ezplot('(x^2)/(0.5^2)+(x1+(1/0.5^2))^2-16')
hold on
%-----
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-10 10 -3 3])
grid

```



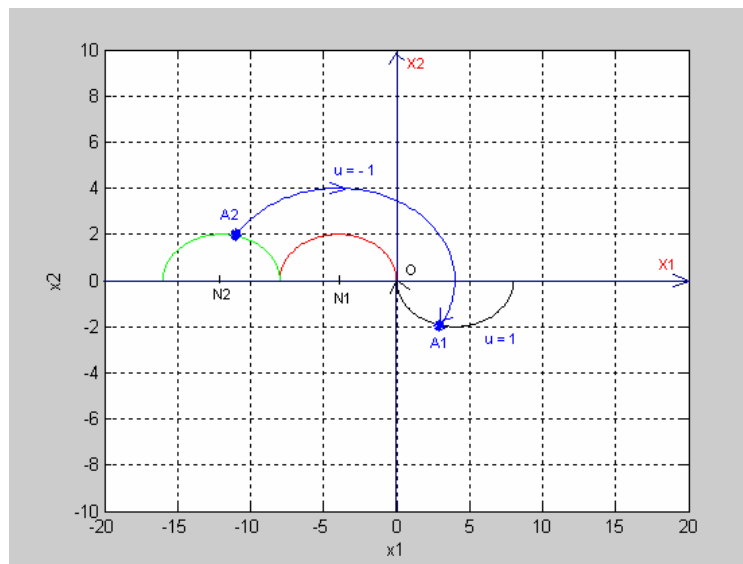
Hình 7: Quỹ đạo cuối của trạng thái tối ưu

Code hình 7:

```

t=0:pi/100:pi;
x=4*cos(t);
x=x-4;
y=2*sin(t);
plot(x,y,'r')
hold on
t=-pi:pi/100:0;
x=4*cos(t);
x=x+4;
y=2*sin(t);
plot(x,y,'b')
hold on
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-10 10 -5 5])
grid

```



Hình 8: Xây dựng đoạn gần cuối của quỹ đạo trạng thái tối ưu

Code hình 8:

```

t=0:-pi/100:-pi;
x=4*cos(t);
x=x+4;
y=2*sin(t);
plot(x,y,'k')
hold on
t=0:pi/100:pi;
x=4*cos(t);
x=x-4;
y=2*sin(t);
plot(x,y,'r')
hold on
t=-0.505:pi/100:2.649;
x=x-12;
y=2*sin(t);
plot(x,y,'g')
hold on
xlabel('x1')
ylabel('x2')
axis([-20 20 -10 10])
grid
    
```

2.4.4 LQR liên tục và rời rạc

1. Hệ liên tục:

Giải lại ví dụ 2.26 bằng Matlab:

Giải:

a. Xác định hệ thống với lệnh vào $u(t)$:

Tính S và K bằng thuật toán LQR trong Matlab:

```

q = 10;           % Trong số q đã cho
v = 1.2679;      % v được chọn sao cho  $0 < v < \sqrt{q}$ 
    
```

```
A = [0 1; 0 0];  
B = [0; 1];  
C = [1 0];  
Q = [1 v;v q];  
R = 1;  
[K,S] = lqr(A,B,Q,R)
```

Kết quả:

```
K =[1.0000 3.4641]  
S =[ 2.1962 1.0000; 1.0000 3.4641]
```

Chương trình giải phương trình vi phân:

```
function Vp=ssequi(t,V)  
global D  
Vp=D*V;  
% Giai phuong trinh vi phan tim V  
global D  
D = -(A-B*K)'  
v0 = [0.535 1.887]';  
t0 = 0;  
tf = 0.05;  
nt = 5000;  
t = linspace(t0,tf,nt);  
options = odeset('reltol',1.0e-6);  
[tn,v] = ode23('ssequi',[t0,tf],v0,options);  
Vs = v';  
V = Vs(:,end)
```

Kết quả:

```
V =[0.6373 2.2120]T
```

Trong chương trình giải phương trình vi phân ta phải chọn điều kiện đầu V_0 sao cho với điều kiện đầu V_0 ta có kết quả cuối của V dùng để tìm luật điều khiển thoả điều kiện $x_1(t)$ bám theo $r(t)$.

Tìm P từ ma trận V:

```
v2=V(2,:)  
P=v2^3/3
```

Kết quả:

```
P = 3.6078
```

Tìm luật điều khiển $u(t)$:

$$Kx = K \cdot \text{inv}(R) * B' * V * \text{inv}(P) * V'$$

$$k1 = Kx(1,1)$$

$$k2 = Kx(1,2)$$

$$kr = \text{inv}(R) * B' * V * \text{inv}(P)$$

Kết quả:

$$Kx = [0.6093 \quad 2.1079]$$

$$k1 = 0.6093$$

$$k2 = 2.1079$$

$$Kr = 0.6131$$

$$\text{Vật luật điều khiển là: } u = -[k1 \quad k2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - Kr.r$$

b. Nếu $r(t) = u_1(t)$, giải tìm $u(t)$ khi $x(0) = 0$.

```
function Vp=ssequi(t,V)
```

```
global D
```

```
Vp=D*V;
```

```
%-----
```

```
q = 10; % Trong so q da cho
```

```
v = 1.2679; % v duoc chon sao cho 0 < v < sqrt(q)
```

```
A = [0 1; 0 0];
```

```
B = [0; 1];
```

```
C = [1 0];
```

```
Q = [1 v; v q];
```

```
R = 1;
```

```
% Dung thuat toan lqr de tim K,S
```

```
[K,S] = lqr(A,B,Q,R)
```

```
%Giai phuong trinh vi phan tim V
```

```
global D
```

```
D=-(A-B*K)'
```

```
v0=[0.535 1.887]';
```

```
t0=0;
```

```
tf=0.05;
```

```
nt=5000;
```

```
t=linspace(t0,tf,nt);
```

```
options=odeset('reltol',1.0e-6);
```

```
[tn,v]=ode23('ssequi',[t0,tf],v0,options);
```

```

Vs=v';
V=Vs(:,end)
v2=V(2,:)
% Tính P
% =====
P=v2^3/3
Kx=K-inv(R)*B'*V*inv(P)*V'
k1=Kx(1,1)
k2=Kx(1,2)
kr=inv(R)*B'*V*inv(P)
% Tính chỉ tiêu chất lượng
% =====
x0=[0 0]'
x_vocung=[1 0]'
j=(-x_vocung'*S*x_vocung + x0'*S*x0)/2

```

Kết quả:

```

Kx = [0.6093  2.1079]
k1 = 0.6093
k2 = 2.1079
Kr = 0.6131
x0=[0 0]'
x_vocung =[1 0]'
j = -1.0981

```

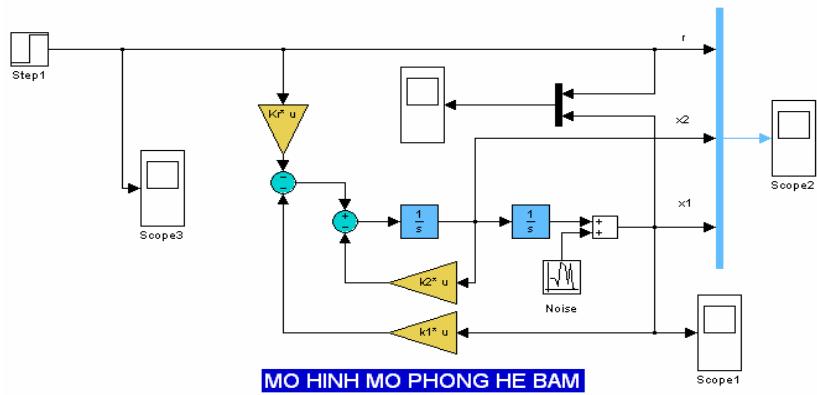
Vậy luật điều khiển: $u = -\begin{bmatrix} k1 & k2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - Kr.u_{-1}(t)$

Chỉ tiêu chất lượng : $J = -1.0981$

c. Mô phỏng

1/ Trong trường hợp $x(0)=0$; $r(t)=u_{-1}(t)$

Sơ đồ mô phỏng khi có nhiễu đo:



Chương trình mô phỏng:

```

function Vp=ssequi(t,V)
global D
Vp=D*V;
%=====
q = 10;           % Trong so q da cho
v = 1.2679;      % v duoc chon sao cho 0 < v < sqrt(q)
mean=0;          % Gia tri trung binh cua nhieu
variance = 0;    % Phuong sai nhieu
A = [0 1; 0 0];
B = [0; 1];
C = [1 0];
Q = [1 v;v q];
R = 1;
%=====
% Giai phuong trinh Riccati
[K,S] = lqr(A,B,Q,R)
%=====
%Giai phuong trinh vi phan tim v
global D
D=-(A-B*K)';
v0=[0.535 1.887]';
t0=0;
tf=0.05;
nt=5000;
    
```

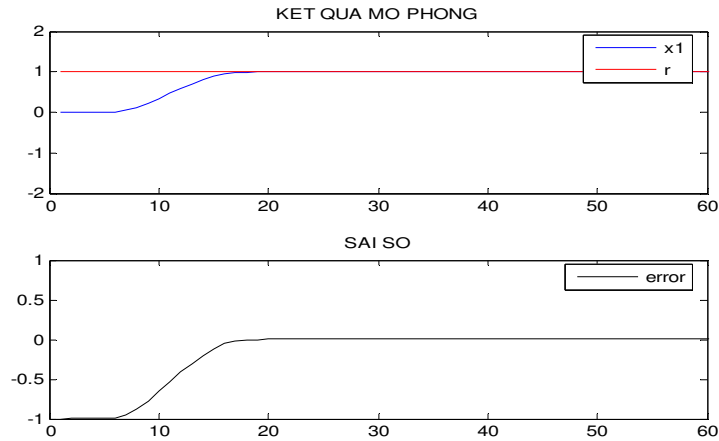
```

t=linspace(t0,tf,nt);
options=odeset('reltol',1.0e-6);
[tn,v]=ode23('ssequi',[t0,tf],v0,options);
Vs=v';
V=Vs(:,12)
v2=V(2,:)
P=v2^3/3
% Tính do lai hoi tiep
%=====
Kx=K-inv(R)*B'*V*inv(P)*V'
k1=Kx(1,1)
k2=Kx(1,2)
Kr=inv(R)*B'*V*inv(P)
% Tính chỉ tiêu chất lượng
%=====
x0=[0 0]'
x_vocung=[1 0]'
j=(-x_vocung'*S*x_vocung + x0'*S*x0 )/2
% Goi mo hinh simulink
%=====
sim('mophong')
%=====
% Ve dap ung ra x1
figure;
subplot(2,1,1);
plot(x1(:,2),'b');
hold on;
%=====
% Ve tin hieu vao r
plot(r(:,2),'r');
axis([0 60 -2 2]);
legend('x1','r')
title('KET QUA MO PHONG')
hold on;
% =====
% Ve sai so

```

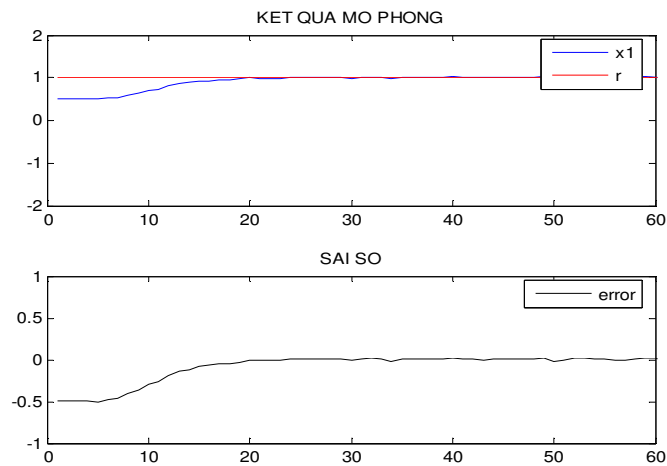
```
subplot(2,1,2);
plot(x1(:,2)-r(:,2),'k')
axis([0 60 -1 1]);
legend('error')
title('SAI SO')
```

Kết quả mô phỏng khi chưa có nhiễu:



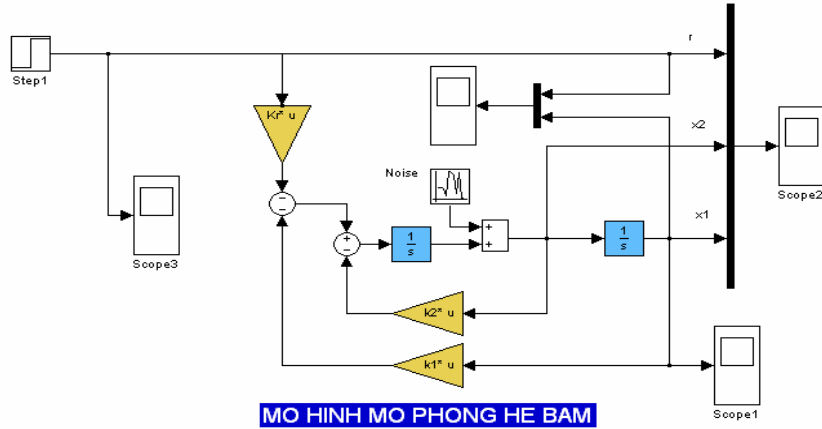
Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo tín hiệu $u_1(t)$ với thời gian ổn định 17sec, không có vọt lố.

Kết quả mô phỏng khi có nhiễu đo với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$:

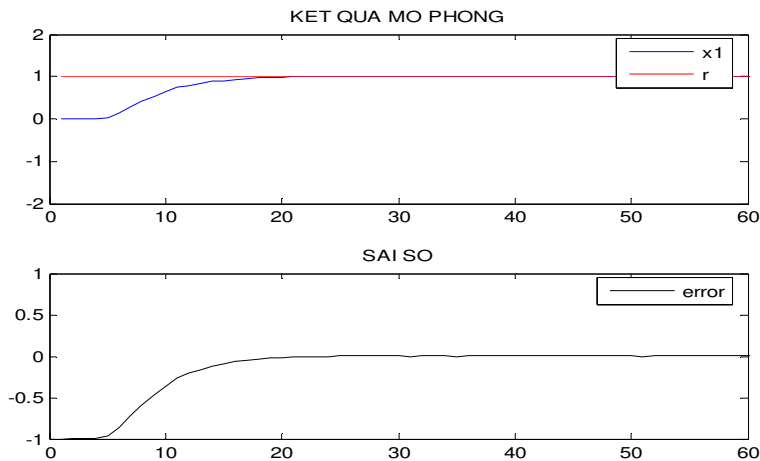


Nhận xét: Khi có nhiễu đo biến trạng thái $x_1(t)$ vẫn bám theo tín hiệu $u_1(t)$ với thời gian ổn định 17sec, không có vọt lố nhưng không thể loại bỏ được phương sai nhiễu. Trạng thái ban đầu $x_1(t)$ được nâng lên một lượng đúng bằng giá trị trung bình nhiễu.

Mô phỏng khi có nhiễu hệ thống:



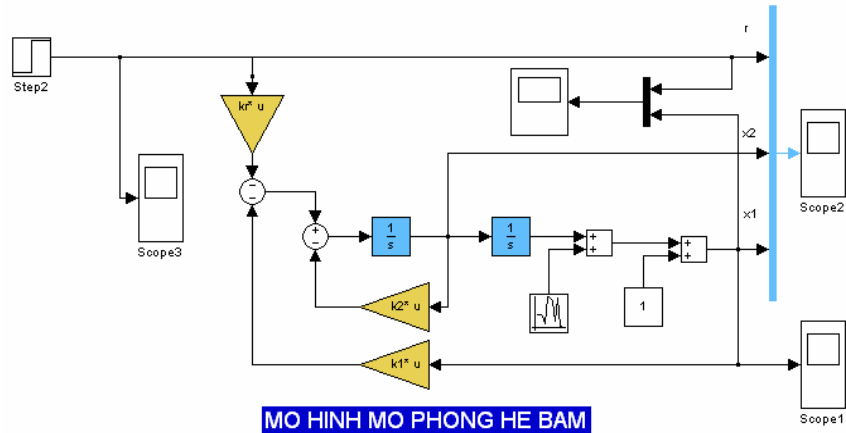
Kết quả mô phỏng khi có nhiễu hệ thống với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$:



Nhận xét: có nhiễu đo biến trạng thái $x_1(t)$ vẫn bám theo tín hiệu $u_1(t)$ với thời gian ổn định 17sec, không vọt lố và trạng thái đầu $x_1(t)$ không thay đổi. Tuy nhiên vẫn bị ảnh hưởng của phương sai nhiễu.

2. Trong trường hợp $x(0)=[1 \ 0]^T$; $r(t)=u_1(t-1)$

Sơ đồ mô phỏng khi có nhiễu đo:



Chương trình mô phỏng:

```

function Vp=ssequi(t,V)
global D
Vp=D*V;

%=====
q = 10;    % Trong so q da cho
v = 1.2679; % v duoc chon sao cho 0 < v < sqrt(q)
mean=0.5;  % Gia tri trung binh cua nhieu
variance = 0.0001; % Phuong sai nhieu
A = [0 1; 0 0];
B = [0; 1];
C = [1 0];
Q = [1 v;v q];
R = 1;

%=====
% Giai tim K,S bang thuat toan lqr
[K,S] = lqr(A,B,Q,R)
%=====
% Giai phuong trinh vi phan tim V
global D
D=-(A-B*K)'
v0=[0.5338 1.8899]';
t0=0;
    
```

```

tf=0.05;
nt=5000;
t=linspace(t0,tf,nt);
options=odeset('reltol',1.0e-6);
[tn,v]=ode23('ssequi',[t0,tf],v0,options);
Vs=v';
V=Vs(:,12)
v2=V(2,:)
P=v2^3/3
% Tinh do loi hoi tiep
%=====
Kx=K-inv(R)*B'*V*inv(P)*V'
k1=Kx(1,1)
k2=Kx(1,2)
Kr=inv(R)*B'*V*inv(P)
% Tinh chi tieu chat luong
%=====
x0=[1 0]'
x_vocung=[1 0]'
j=(-x_vocung'*S*x_vocung + x0'*S*x0)/2

% Goi mo hinh simulink
%=====
sim('mophong_c')
%=====
% Ve dap ung ra x1
figure;
subplot(2,1,1);
plot(x1(:,2),'b');
hold on;
%=====
% Ve tin hieu vao r
plot(r(:,2),'r');
axis([0 60 -2 2]);
legend('x1','r')
title('KET QUA MO PHONG')

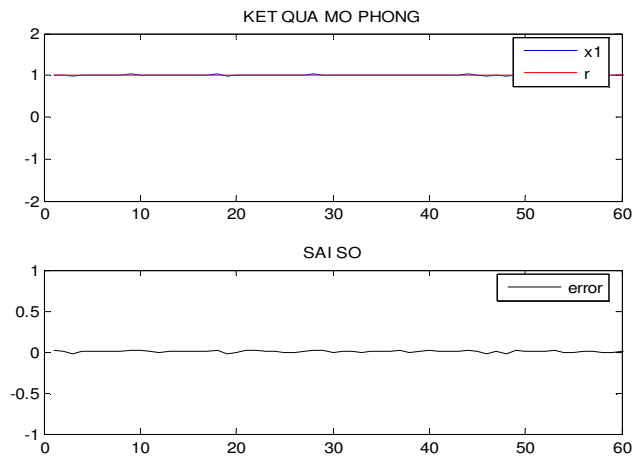
```

```

hold on;
% =====
% Ve sai so
subplot(2,1,2);
plot(x1(:,2)-r(:,2),'k')
axis([0 60 -1 1]);
legend('error')
title('SAI SO')
Kết quả:
K=[ 1.0000  3.4641]
S = [2.1962  1.0000; 1.0000  3.4641]
V = [0.6362  2.2155]T
P = 3.6250
Kx=[ 0.6112  2.1100]
k1 = 0.6112
k2 = 2.1100
Kr = 0.6112
x0 = [1 0]T
x_vocung = [1 0]T
j = 0

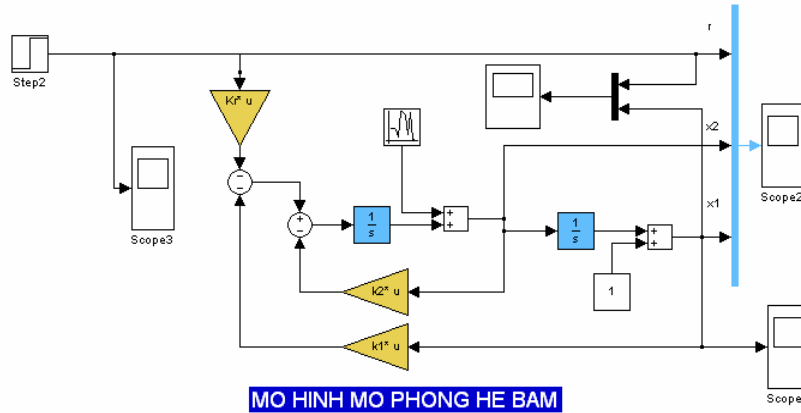
```

*Kết quả mô phỏng khi có nhiễu đo với giá trị trung bình $\mu = 0.5$
phương sai $\lambda = 0.0001$:*

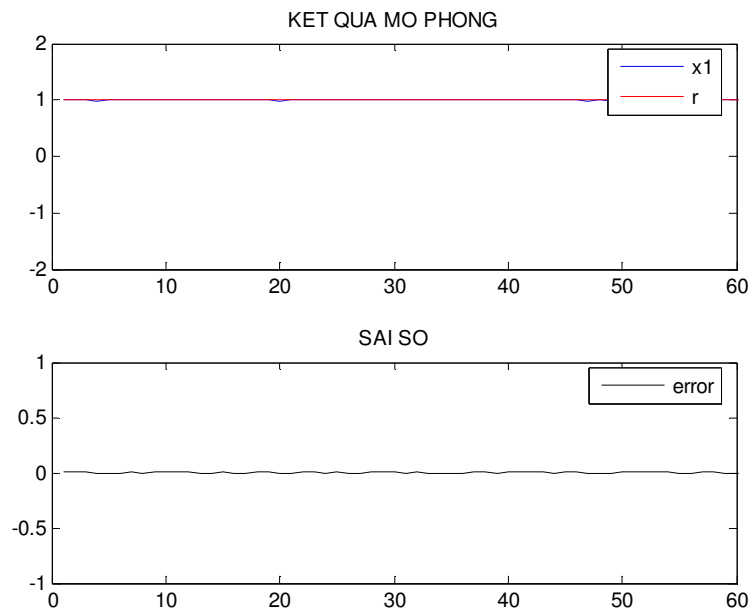


Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ luôn bám theo tín hiệu vào $r(t)$ triệt tiêu được nhiễu trung bình trở về trạng thái xác lập $x_1=1$, tuy nhiên không triệt tiêu được phương sai nhiễu.

Sơ đồ mô phỏng trường hợp $x(0)=[1 \ 0]^T$; $r(t)=u_{-1}(t-1)$ có nhiễu hệ thống:



Kết quả mô phỏng khi có nhiễu hệ thống với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$:

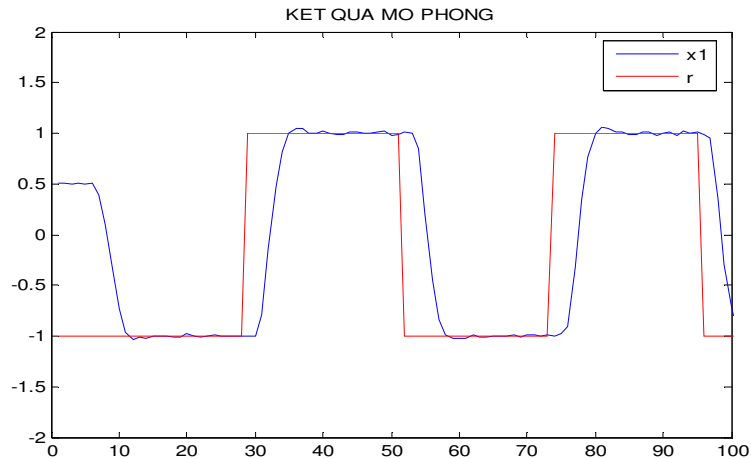


Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ luôn bám theo tín hiệu vào $r(t)$ triệt tiêu được nhiễu trung bình trở về trạng thái xác lập $x_1=1$, tuy nhiên không triệt tiêu được phương sai nhiễu

Để có cơ sở so sánh ta mô phỏng trong trường hợp tín hiệu vào là hình sin hoặc xung vuông.

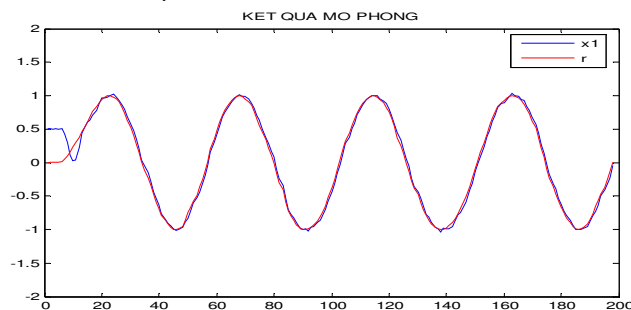
Sơ đồ mô phỏng hoàn toàn giống như trên chỉ khác khối nguồn.

Kết quả mô phỏng khi có nhiễu đo với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$ tín hiệu vào là xung vuông:



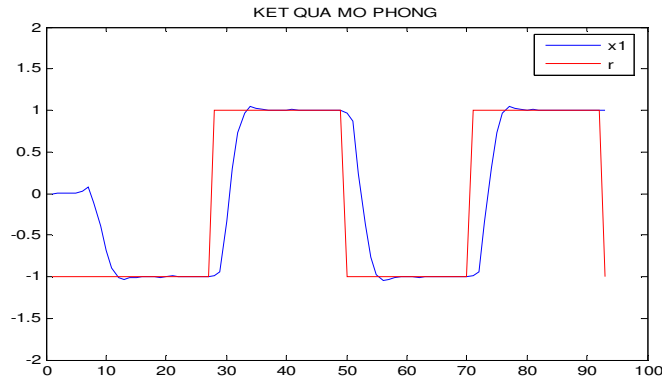
Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo được tín hiệu vào nhưng có thời gian ổn định tương đối lớn. Có thể hiệu chỉnh để giảm thời gian ổn định nhưng sẽ tăng độ vọt lố. Trạng thái ban đầu ở mức đúng bằng giá trị trung bình của nhiễu.

Kết quả mô phỏng khi có nhiễu đo với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$ tín hiệu vào là hình sin:



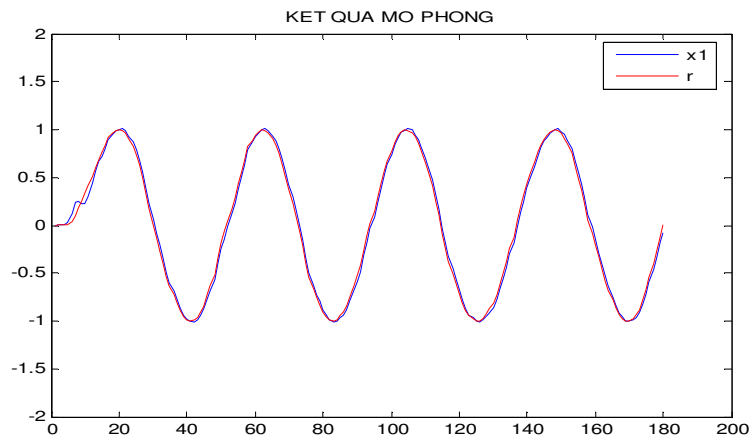
Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo tín hiệu $r(t)$. Trạng thái ban đầu ở mức đúng bằng giá trị trung bình của nhiễu.

Kết quả mô phỏng khi có nhiễu hệ thống với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$ tín hiệu vào là xung vuông:



Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo được tín hiệu vào nhưng có thời gian ổn định tương đối lớn. Có thể hiệu chỉnh để giảm thời gian ổn định nhưng sẽ tăng độ vọt lố. Trạng thái ban đầu ở mức đúng bằng giá trị trung bình của nhiễu. Trạng thái ban đầu $x_1(t)=0$;

Kết quả mô phỏng khi có nhiễu hệ thống với giá trị trung bình $\mu = 0.5$ phương sai $\lambda = 0.0001$ tín hiệu vào là hình sin:



Nhận xét: Biến trạng thái $x_1(t)$ bám theo tín hiệu $r(t)$. Trạng thái ban đầu bằng 0.

2. Hệ rời rạc

Xét hệ vô hướng :

$$x_{k+1} = ax_k + bu_k$$

với chỉ tiêu chất lượng :

$$J_i = \frac{1}{2} s_N x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{N-1} (qx_k^2 + ru_k^2)$$

$a = 1.05$, $b = 0.01$, $q = r = 1$, $x_0 = 10$, $N = 100$. Chúng ta sẽ xét hai trường hợp $s_N = 5$ và $s_N = 500$ bằng chương trình dex để tìm các quỹ đạo tối ưu .

Chương trình :

```
function [x,u,K,S] = dex
```

```
a = 1.05;
```

```
b = 0.01;
```

```
q = 1;
```

```
r = 1;
```

```
x0 = 10;
```

```
s = 5;
```

```
N = 100;
```

```
S(N+1) = s;
```

```
for k = N:-1:1
```

```
    K(k) = ( a * b * s ) / ( r + s * b^2 );
```

```
    s = q + ( r * s * a^2 ) / ( r + s * b^2 );
```

```
    S(k) = s;
```

```
end
```

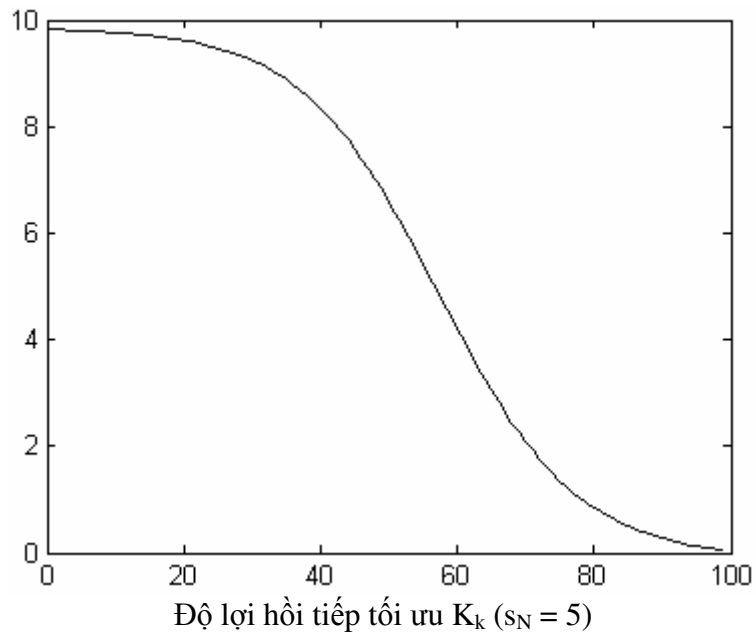
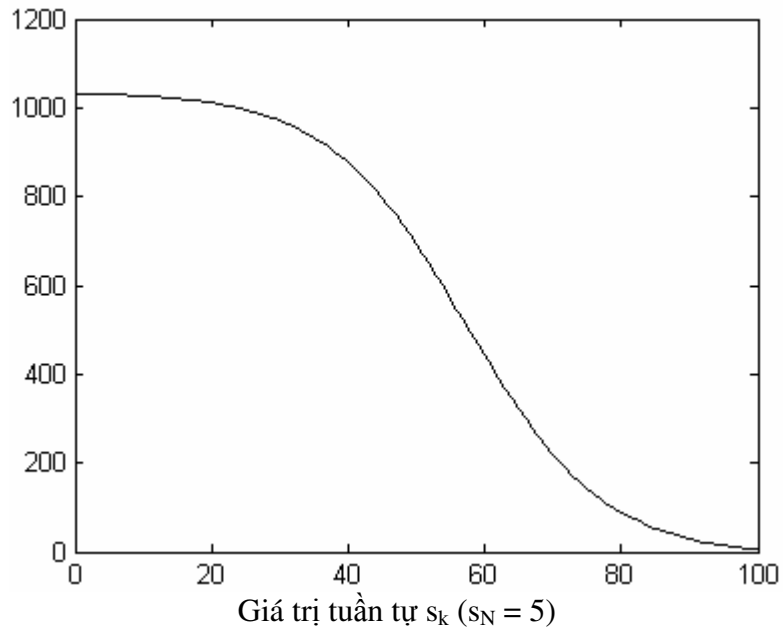
```
x(1) = x0;
```

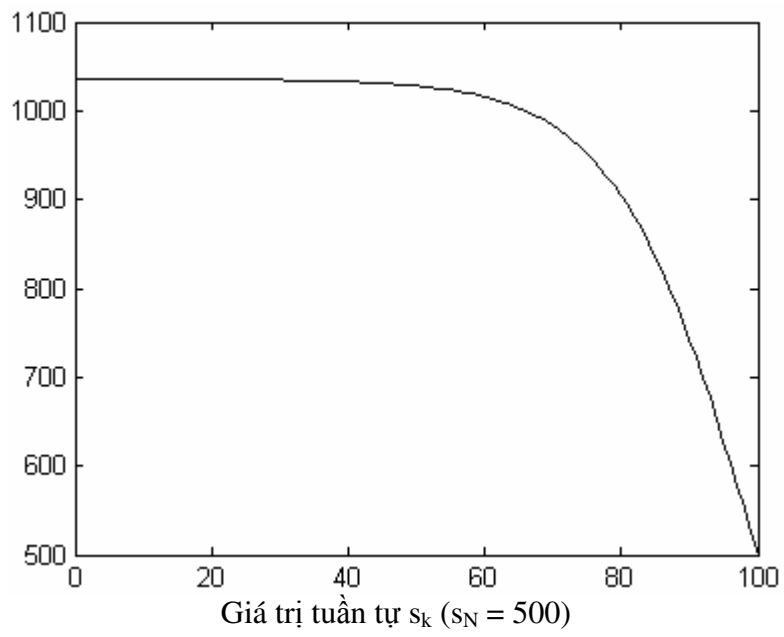
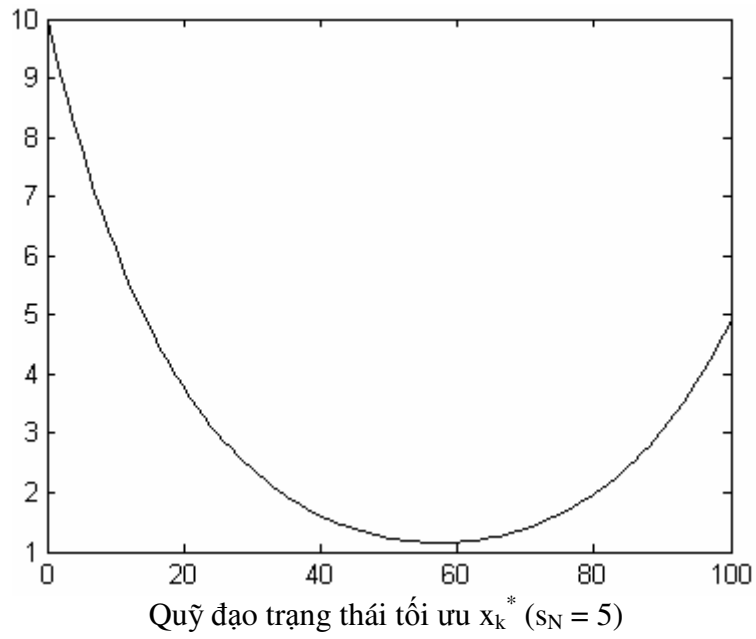
```
for k = 1:N
```

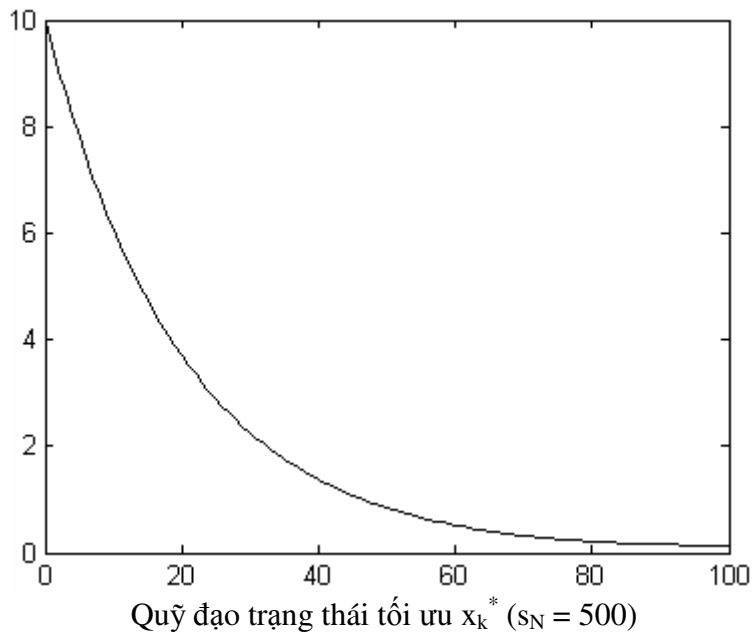
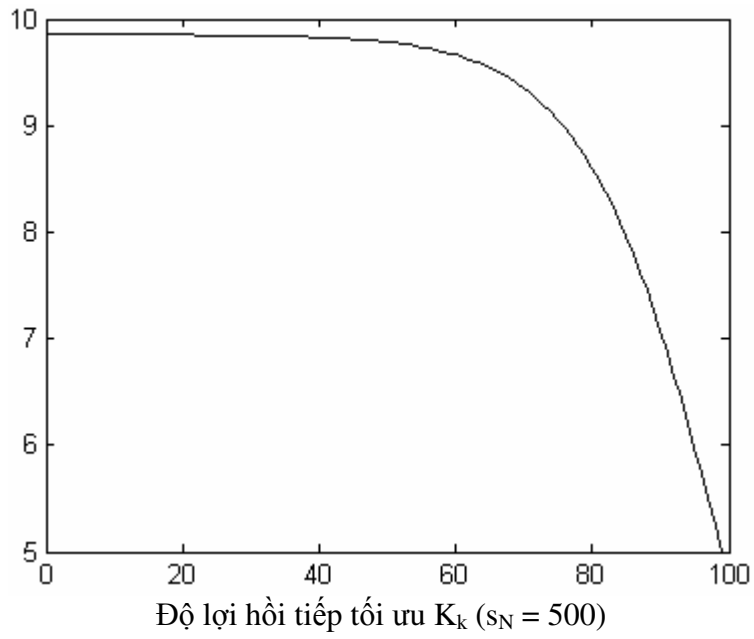
```
    u(k) = -K(k) * x(k);
```

```
    x(k+1) = a * x(k) + b * u(k);
```

```
end
```





CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP

1. Trình bày phương pháp biến phân cổ điển *Euler-Lagrange* cho các trường hợp : không có điều kiện ràng buộc , có điều kiện ràng buộc và khi tín hiệu đầu vào bị hạn chế .

2. Chỉ tiêu chất lượng ở ví dụ 2.13 có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} (\Psi^2 + \dot{\Psi}^2) dt$$

Hãy chứng minh hàm biến số phụ Ψ được xác định từ điều kiện cực tiểu của J như sau :

$$\Psi + \dot{\Psi} = 0$$

3. Phát biểu nguyên lý tối ưu của *Bellman* . Trình bày ý tưởng giải quyết bài toán tối ưu của phương pháp quy hoạch động .

4. Trình bày nguyên lý cực tiểu của *Pontryagin*

5. Phát biểu tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov* .

6. Ứng dụng *Lyapunov* trong bài toán LQR liên tục .

7. Chứng minh ma trận Q là ma trận xác định dương:

$$Q = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_2x_3 - 2x_1x_3$$

8. Chứng minh ma trận Q là ma trận xác định âm:

$$Q = -x_1^2 - 3x_2^2 - 11x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 - 2x_1x_3$$

9. Viết một số hàm Lyapunov cho hệ thống sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Xác định tính ổn định của hệ thống.

10. Xác định tính ổn định của trạng thái cân bằng cho hệ thống sau:

$$\dot{x}_1 = -x_1 - 2x_2 + 2$$

$$\dot{x}_2 = x_1 - 4x_2 - 1$$

11. Xác định tính ổn định của trạng thái cân bằng cho hệ thống sau:

$$\dot{x}_1 = x_1 + 3x_2$$

$$\dot{x}_2 = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_1$$

12. Tìm điểm (x,y) thuộc parabol :

$$y = x^2 + 3x - 6$$

sao cho khoảng cách từ (x, y) đến điểm có tọa độ $(2,2)$ là ngắn nhất. Tính khoảng cách đó.

13. a. Tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất với chu vi p . Nghĩa là tìm x và y thoả mãn cực đại hoá hàm :

$$L(x, y) = xy$$

với điều kiện ràng buộc : $f(x, y) = 2x + 2y - p = 0$

b. Tìm hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất với diện tích cho trước là a^2 . Nghĩa là cực tiểu hoá hàm :

$$L(x, y) = 2x + 2y$$

với điều kiện ràng buộc : $f(x, y) = xy - a^2 = 0$

14. Cho hệ thống :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

Tìm các giá trị tối ưu x^*, u^*, L^* thoả mãn cực tiểu chỉ tiêu chất lượng :

$$L = \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u$$

15. Cho hệ thống :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = u$$

Tìm tín hiệu điều khiển u thoả mãn cực tiểu chỉ tiêu chất lượng :

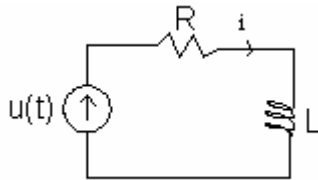
$$J = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2} \mu \ddot{u}^2 + \rho u \right) dt$$

với các điều kiện đầu :

$$y(-1) = y(1) = 0$$

$$\dot{y}(-1) = \dot{y}(1) = 0$$

16. Cho hệ thống :



$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} i + \frac{u}{L}$$

i : dòng điện

Cho $R = 1\Omega$, $L = 1H$.

a. Tìm phương trình trạng thái của hệ thống.

b. Tìm điều khiển tối ưu để cực tiểu chỉ tiêu chất lượng J :

$$J = \int_0^1 u^2 dt$$

với $x(0) = 0$ và $x(1) = 2$.

c. Tìm quỹ đạo trạng thái tối ưu.

17. Cho hệ thống :

$$x_{k+1} = x_k u_k + u_k^2$$

với chỉ tiêu chất lượng:

$$J_0 = x_N^2 + \sum_{k=0}^{N-1} x_k u_k$$

Cho $N = 2$. Tính hiệu điều khiển chỉ nhận các giá trị : $u_k = 1$ hoặc $u_k = -1$.

x_k nhận các giá trị $-1, 0, 1, 2$.

a. Sử dụng phương pháp quy hoạch động để tìm luật điều khiển hồi tiếp trạng thái tối ưu.

b. Với $x_0 = 2$, hãy tìm tổn hao tối ưu, luật điều khiển và quỹ đạo trạng thái.

18. Xét hệ tác động nhanh có dạng sau :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + x = u$$

$$|u| \leq 1$$

Tìm quỹ đạo pha tối ưu để đưa hệ về gốc tọa độ từ một điểm bất kỳ.

19. Cho hệ thống :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = u$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + 2v x_1 x_2 + q x_2^2 + u^2) dt$$

với $(q - v^2) > 0$.

a. Tìm lời giải cho phương trình Riccati đại số.

b. Tìm điều khiển tối ưu và hệ thống vòng kín tối ưu.

c. Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống khi q thay đổi từ 0 đến ∞ . Với giá trị nào của q thì hệ thống ổn định.

20. Cho hệ thống :

$$\dot{x}_1 = x_1 + u$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_2$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + x_2^2 + ru^2) dt$$

với $r = \frac{1}{10}$.

- Tìm lời giải cho phương trình *Riccati* đại số .
- Tìm điều khiển tối ưu và hệ thống vòng kín tối ưu .

21. Cho hệ thống :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -ax_1 - 2x_2 + u \end{aligned}$$

và chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (2x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt$$

a. Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ hở khi a thay đổi từ 0 đến ∞ . Với giá trị nào của a thì hệ thống ổn định .

b. Với $a = -8$ tìm lời giải cho phương trình đại số *Riccati* và hệ số K .

22. Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k$$

- Tìm lời giải x_k với $k = 0 ; 5$ nếu $x_0 = 3$.
- Xác định luật u_k tổn hao năng lượng tối thiểu để đưa hệ thống từ $x_0 = 3$ về $x_5 = 0$. Vẽ quỹ đạo trạng thái tối ưu. Chỉ tiêu chất lượng hệ hở ($q=0$):

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2$$

c. Tìm luật hồi tiếp trạng thái K_k tối ưu sao cho chỉ tiêu chất lượng J đạt cực tiểu :

$$J = 5x_5^2 + 0.5 \sum_{k=0}^4 (x_k^2 + u_k^2)$$

Tính hàm tổn thất J tối ưu với $k = 0 ; 5$.

23. Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = ax_k + bu_k$$

$$J = \frac{1}{3} s_N x_N^3 + \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{N-1} (qx_k^3 + ru_k^3)$$

với x_k, u_k là vô hướng .

- Tìm phương trình trạng thái, phương trình đồng trạng thái và điều kiện tĩnh .

- b. Khi nào thì ta có thể tìm được luật điều khiển tối ưu u_k . Với điều kiện đó, hãy khử u_k trong phương trình trạng thái .
 c. Tìm lời giải bài toán điều khiển vòng hở (trạng thái cuối x_N cố định, $s_N = 0, q = 0$).

24. Cho hệ thống được mô tả bởi hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{y} = v \\ \dot{v} = u \end{cases} \quad |u(t)| \leq 1$$

Vẽ quỹ đạo pha tối ưu đưa hệ từ trạng thái ban đầu về gốc tọa độ với thời gian ngắn nhất trong các trường hợp sau đây:

- a. $x_1(0) = 4, x_2(0) = 3$
 b. $x_1(0) = 4, x_2(0) = -3$
 c. $x_1(0) = -4, x_2(0) = -3$
 d. $x_1(0) = -4, x_2(0) = 3$

1. Giải với luật điều khiển Bang Bang.
 2. Giải với luật điều khiển Bang off Bang, $T = 45$ s

25. Một tàu chở hàng gồm ba loại sau :

	Trọng lượng w(lb)	Giá thành v(\$)
Máy rửa chén	100	360
Máy giặt	125	475
Tủ lạnh	250	1000

Đặt u_k là số máy được tải lên tàu cho ba loại trên : $k=1,2,3$

$u_1 =$ số tủ lạnh được chở lên tàu , $u_2 =$ số máy giặt & $u_3 =$ số máy rửa chén. w_k là trọng lượng , v_k là giá thành .

Đặt x_k là tải trọng cho phép đối với từng loại hàng .

Yêu cầu hàm chỉ tiêu J là cực đại:

$$J = \sum_{k=1}^3 v_k u_k$$

Với điều kiện ràng buộc là tải trọng (W) tối đa tàu được phép chở là 730 lb

$$\sum_{k=1}^3 w_k u_k \leq W$$

1. Thành lập phương trình trạng thái
 2. Tìm chiến lược tải hàng tối ưu nhằm đạt J max.

Chương 1

ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

Vài nét lịch sử phát triển lý thuyết điều khiển .

- Phương pháp biến phân cổ điển Euler_Lagrange 1766 .
- Tiêu chuẩn ổn định Lyapunov 1892 .
- Trí tuệ nhân tạo 1950 .
- Hệ thống điều khiển máy bay siêu nhẹ 1955 .
- Nguyên lý cực tiểu Pontryagin 1956 .
- Phương pháp quy hoạch động Belman 1957 .
- Điều khiển tối ưu tuyến tính dạng toàn phương LQR (LQR : Linear Quadratic Regulator) .
- Điều khiển kép Feldbaum 1960 .
- Thuật toán di truyền 1960 .
- Nhận dạng hệ thống 1965 .
- Logic mờ 1965 .
- Luật điều khiển hệ thống thích nghi mô hình tham chiếu MRAS và bộ tự chỉnh định STR 1970 (MRAS : Model-Reference Adaptive System , STR : Self-Tuning Regulator) .
- Hệ tự học Tsytkin 1971 .
- Sản phẩm công nghiệp 1982 .
- Lý thuyết bền vững 1985 .
- Công nghệ tính toán mềm và điều khiển tích hợp 1985 .



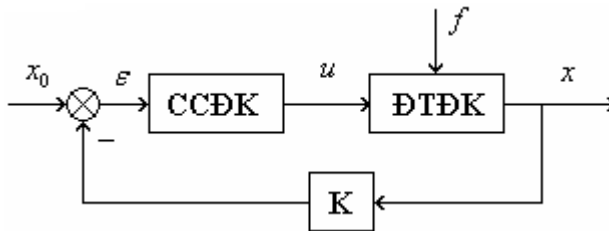
1.1 CHẤT LƯỢNG TỐI ƯU

1.1.1 Đặc điểm của bài toán tối ưu

1. Khái niệm

Một hệ điều khiển được thiết kế ở chế độ làm việc tốt nhất là hệ luôn ở trạng thái tối ưu theo một tiêu chuẩn chất lượng nào đó (đạt được giá trị cực trị) . Trạng thái tối ưu có đạt được hay không tùy thuộc vào yêu cầu chất lượng đặt ra , vào sự hiểu biết về đối tượng và các tác động lên đối tượng , vào điều kiện làm việc của hệ điều khiển ...

Một số ký hiệu sử dụng trong chương 1 .



Hình 1.1: Sơ đồ hệ thống điều khiển .

Hệ thống điều khiển như hình trên bao gồm các phần tử chủ yếu : đối tượng điều khiển (ĐTĐK) , cơ cấu điều khiển (CCDK) và vòng hồi tiếp (K) . Với các ký hiệu :

x_0 : tín hiệu đầu vào

u : tín hiệu điều khiển

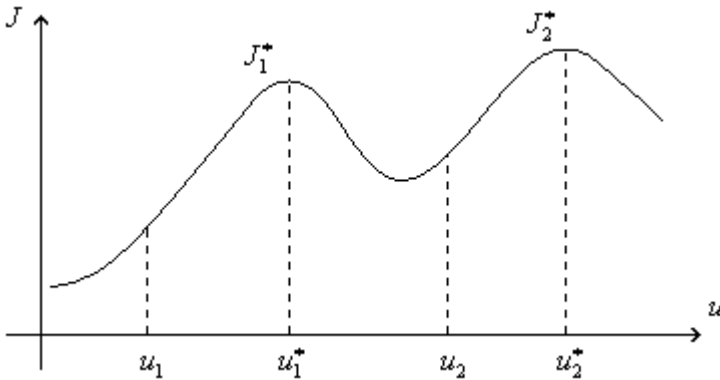
x : tín hiệu đầu ra

$\varepsilon = x_0 - x$: tín hiệu sai lệch

f : tín hiệu nhiễu

Chỉ tiêu chất lượng J của một hệ thống có thể được đánh giá theo sai lệch của đại lượng được điều khiển x so với trị số mong muốn x_0 , lượng quá điều khiển (trị số cực đại x_{\max} so với trị số xác lập $x(\infty)$ tính theo phần trăm) , thời gian quá độ ... hay theo một chỉ tiêu hỗn hợp trong điều kiện làm việc nhất định như hạn chế về công suất , tốc độ , gia tốc ... Do đó việc chọn một luật điều khiển và cơ cấu điều khiển để đạt được chế độ làm việc tối ưu còn tùy thuộc vào lượng thông tin ban đầu mà ta có được .

Ở đây chúng ta có thể thấy được sự khác biệt của chất lượng tối ưu khi lượng thông tin ban đầu thay đổi (Hình 1.2) .



Hình 1.2 : Tối ưu cục bộ và tối ưu toàn cục .

Khi tín hiệu điều khiển u giới hạn trong miền $[u_1, u_2]$, ta có được giá trị tối ưu cực đại J_1^* của chỉ tiêu chất lượng J ứng với tín hiệu điều khiển u_1^* .

Khi tín hiệu điều khiển u không bị ràng buộc bởi điều kiện $u_1 \leq u \leq u_2$, ta có được giá trị tối ưu $J_2^* > J_1^*$ ứng với u_2^* . Như vậy giá trị tối ưu thực sự bây giờ là J_2^* .

Tổng quát hơn , khi ta xét bài toán trong một miền $[u_m, u_n]$ nào đó và tìm được giá trị tối ưu J_i^* thì đó là giá trị tối ưu cục bộ . Nhưng khi bài toán không có điều kiện ràng buộc đối với u thì giá trị tối ưu là $J^* = \text{extremum}(J_i^*)$ với J_i^* là các giá trị tối ưu cục bộ , giá trị J^* chính là giá trị tối ưu toàn cục .

Điều kiện tồn tại cực trị :

- Đạo hàm bậc một của J theo u phải bằng 0 :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0$$

- Xét giá trị đạo hàm bậc hai của J theo u tại điểm cực trị :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} > 0 : \text{điểm cực trị là cực tiểu}$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} < 0 : \text{điểm cực trị là cực đại}$$

2. Điều kiện thành lập bài toán tối ưu

Để thành lập bài toán tối ưu thì yêu cầu đầu tiên là hệ thống phải có đặc tính phi tuyến có cực trị .

Bước quan trọng trong việc thành lập một hệ tối ưu là xác định chỉ tiêu chất lượng J . Nhiệm vụ cơ bản ở đây là bảo đảm cực trị của chỉ tiêu chất lượng J . Ví dụ như khi xây dựng hệ tối ưu tác động nhanh thì yêu cầu đối với hệ là nhanh chóng chuyển từ trạng thái này sang trạng thái khác với thời gian quá độ nhỏ nhất , nghĩa là cực tiểu hóa thời gian quá độ . Hay khi tính toán động cơ tên lửa thì chỉ tiêu chất lượng là vượt được khoảng cách lớn nhất với lượng nhiên liệu đã cho .

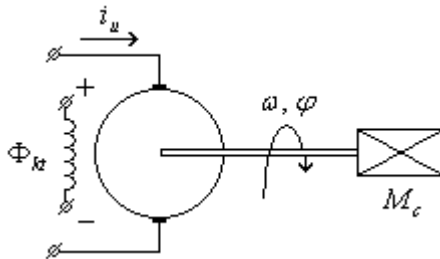
Chỉ tiêu chất lượng J phụ thuộc vào tín hiệu ra $x(t)$, tín hiệu điều khiển $u(t)$ và thời gian t . Bài toán điều khiển tối ưu là xác định tín hiệu điều khiển $u(t)$ làm cho chỉ tiêu chất lượng J đạt cực trị với những điều kiện hạn chế nhất định của u và x .

Chỉ tiêu chất lượng J thường có dạng sau :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt$$

Trong đó L là một phiếm hàm đối với tín hiệu x , tín hiệu điều khiển u và thời gian t .

Lấy ví dụ về bài toán điều khiển động cơ điện một chiều kích từ độc lập $\Phi_{kt} = const$ với tín hiệu điều khiển u là dòng điện phần ứng i_u và tín hiệu ra x là góc quay φ của trục động cơ .



Hình 1.3 : Động cơ điện một chiều kích từ độc lập .

Ta có phương trình cân bằng moment của động cơ :

$$k_M i_u - M_c = M_q \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$

trong đó $k_M = C_M \Phi = const$; M_q là moment quán tính ; ω là tốc độ góc ; φ là góc quay . Giả sử bỏ qua phụ tải trên trục động cơ ($M_c = 0$) thì :

$$k_M i_u = M_q \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (3)$$

Nếu xét theo thời gian tương đối bằng cách đặt :

$$\tau = t\sqrt{k_M / M_q}$$

thì (3) có dạng :

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = i_u \quad (4)$$

Từ đó ta có :

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = u \quad (5)$$

Vậy phương trình trạng thái của động cơ điện là một phương trình vi phân cấp hai .

• *Bài toán tối ưu tác động nhanh (thời gian tối thiểu) :*

Tìm luật điều khiển $u(t)$ với điều kiện hạn chế $|u| \leq 1$ để động cơ quay từ vị trí ban đầu có góc quay và tốc độ đều bằng 0 đến vị trí cuối cùng có góc quay bằng φ_0 và tốc độ bằng 0 với một khoảng thời gian ngắn nhất .

Vì cần thời gian ngắn nhất nên chỉ tiêu chất lượng J sẽ là :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = T$$

Rõ ràng từ phương trình trên ta phải có $L[x(t), u(t), t] = 1$.

Như vậy , đối với bài toán tối ưu tác động nhanh thì chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T 1 dt = T$$

• Bài toán năng suất tối ưu :

Năng suất ở đây được xác định bởi góc quay lớn nhất của động cơ trong thời gian T nhất định . Khi đó chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = \varphi_T - \varphi_0 = \int_0^T \dot{\varphi}(t) dt$$

Do đó $L[x(t), u(t), t] = \dot{\varphi}(t) = \dot{x}(t)$ và ta sẽ có chỉ tiêu chất lượng J đối với bài toán năng suất tối ưu như sau :

$$J = \int_0^T \dot{x}(t) dt$$

• Bài toán năng lượng tối thiểu :

Tồn hao năng lượng trong hệ thống :

$$Q = \int_0^T U_u i_u dt$$

Dựa vào phương trình cân bằng điện áp :

$$U_u = i_u R_u + k_e \omega$$

và phương trình cân bằng moment :

$$k_M i_u - M_c = M_q \frac{d\omega}{dt}$$

Ta tính được :

$$Q = \int_0^T U_u i_u dt = \frac{k_e M_c}{k_M} (\varphi_T - \varphi_0) + \int_0^T R_u i_u^2 dt$$

Để có được tiêu hao năng lượng tối thiểu , ta chỉ cần tìm cực tiểu của J :

$$J = \int_0^T L[x(t), u(t), t] dt = \int_0^T i_u^2 dt$$

Mà dòng điện phản ứng i_u ở đây chính là tín hiệu điều khiển u . Vì vậy chỉ tiêu chất lượng J đối với bài toán năng lượng tối thiểu có dạng :

$$J = \int_0^T u^2(t) dt$$

3. Tối ưu hoá tĩnh và động

Chúng ta cần phân biệt hai dạng bài toán tối ưu hoá tĩnh và tối ưu hóa động . Tối ưu hóa tĩnh là bài toán không phụ thuộc vào thời gian . Còn đối với tối ưu hóa động thì thời gian cũng là một biến mà chúng ta cần phải xem xét đến .

1.1.2 Xây dựng bài toán tối ưu

1. Tối ưu hóa không có điều kiện ràng buộc

Một hàm chỉ tiêu chất lượng vô hướng $L(u) = 0$ được cho trước là một hàm của một vector điều khiển hay một vector quyết định $u \in R^m$. Chúng ta cần chọn giá trị của u sao cho $L(u)$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Để giải bài toán tối ưu , ta viết chuỗi *Taylor* mở rộng cho độ biến thiên của $L(u)$ như sau :

$$dL = L_u^T du + \frac{1}{2} du^T L_{uu} du + O(3) \quad (1.1)$$

Với $O(3)$ có thể coi là số hạng thứ 3 . Grad của L theo u là một vector m cột :

$$L_u \triangleq \frac{\partial L}{\partial u} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial u_1 \\ \partial L / \partial u_2 \\ \vdots \\ \partial L / \partial u_m \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

và đạo hàm cấp 2 của L theo u là một ma trận $m \times m$ (còn gọi là ma trận *Hessian*) :

$$L_{uu} \triangleq \frac{\partial^2 L}{\partial u^2} = \left(\frac{\partial^2 L}{\partial u_i \partial u_j} \right) \quad (1.3)$$

L_{uu} được gọi là ma trận uốn .

Một điểm cực trị hoặc điểm dừng xuất hiện khi sự biến thiên dL với thành phần thứ nhất tiến về 0 với mọi biến thiên du trong quá trình điều khiển . Vì vậy , để có điểm cực trị thì :

$$L_u = 0 \quad (1.4)$$

Giả sử đang ở tại điểm cực trị , có $L_u = 0$ như (1.4) . Để điểm cực trị trở thành điểm cực tiểu , chúng ta cần có :

$$dL = \frac{1}{2} du^T L_{uu} du + O(3) \quad (1.5)$$

là xác định dương với mọi sự biến thiên du . Điều này được đảm bảo nếu ma trận uốn L_{uu} là xác định dương :

$$L_{uu} > 0 \quad (1.6)$$

Nếu L_{uu} là xác định âm thì điểm cực trị chính là điểm cực đại ; còn nếu L_{uu} là không xác định thì điểm cực trị chính là điểm yên ngựa . Nếu L_{uu} là bán xác định thì chúng ta sẽ xét đến thành phần bậc cao hơn trong (1.1) để xác định được loại của điểm cực trị .

Nhắc lại : L_{uu} là xác định dương (hoặc âm) nếu như các giá trị riêng của nó là dương (hoặc âm) , không xác định nếu các giá trị riêng của nó vừa có dương vừa có âm nhưng khác 0 , và sẽ là bán xác định nếu tồn tại giá trị riêng bằng 0 . Vì thế nếu $|L_{uu}| = 0$, thì thành phần thứ hai sẽ không hoàn toàn chỉ ra được loại của điểm cực trị .

2. Tối ưu hóa với các điều kiện ràng buộc

Cho hàm chỉ tiêu chất lượng vô hướng $L(x,u)$, với vector điều khiển $u \in R^m$ và vector trạng thái $x \in R^n$. Bài toán đưa ra là chọn u sao cho hàm chỉ tiêu chất lượng $L(x,u)$ đạt giá trị nhỏ nhất và thỏa mãn đồng thời các phương trình điều kiện ràng buộc .

$$f(x,u) = 0 \quad (1.7)$$

Vector trạng thái x được xác định từ một giá trị u cho trước bằng mỗi quan hệ (1.7) , vì thế f là một hệ gồm n phương trình vô hướng , $f \in R^n$.

Để tìm điều kiện cần và đủ của giá trị cực tiểu , đồng thời thỏa mãn $f(x,u) = 0$, ta cần làm chính xác như trong phần trước . Đầu tiên ta khai triển dL dưới dạng chuỗi Taylor , sau đó xác định số hạng thứ nhất và thứ hai .

Thừa số Lagrange và hàm Hamilton .

Tại điểm cực trị , dL với giá trị thứ nhất bằng 0 với mọi sự biến thiên của du khi df bằng 0 . Như vậy chúng ta cần có:

$$dL = L_u^T du + L_x^T dx = 0 \quad (1.8)$$

và:

$$df = f_u du + f_x dx = 0 \quad (1.9)$$

Từ (1.7) ta xác định được x từ giá trị u đã có, độ biến thiên dx được xác định bởi (1.9) từ giá trị biến thiên du đã có . Như vậy , ma trận *Jacobi* f_x không kỳ dị và :

$$dx = -f_x^{-1} f_u du \quad (1.10)$$

Thay dx vào (1.8) ta được :

$$dL = (L_u^T - L_x^T f_x^{-1} f_u) du \quad (1.11)$$

Đạo hàm riêng của L theo u chứa hằng số f được cho bởi phương trình :

$$\left. \frac{\partial L}{\partial u} \right|_{df=0} = (L_u^T - L_x^T f_x^{-1} f_u)^T = L_u - f_u^T f_x^{-T} L_x \quad (1.12)$$

với $f_x^{-T} = (f_x^{-1})^T$. Lưu ý rằng :

$$\left. \frac{\partial L}{\partial u} \right|_{dx=0} = L_u \quad (1.13)$$

Để thành phần thứ nhất của dL bằng không với giá trị du tùy ý khi $df = 0$, ta cần có :

$$L_u - f_u^T f_x^{-T} L_x = 0 \quad (1.14)$$

Đây là điều kiện cần để có giá trị cực tiểu . Trước khi đi tìm điều kiện đủ , chúng ta hãy xem xét thêm một vài phương pháp để có được (1.14) .

Viết (1.8) và (1.9) dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} dL \\ df \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \\ f_x & f_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} = 0 \quad (1.15)$$

Hệ phương trình tuyến tính này xác định một điểm dừng , và phải có một kết quả $\begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix}^T$. Điều này chỉ xảy ra nếu ma trận hệ số $(n+1) \times (n+m)$ có hạng nhỏ hơn $n+1$. Có nghĩa là các hàng của ma trận tuyến tính với nhau để tồn tại một vector λ có n số hạng như sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \\ f_x & f_u \end{bmatrix} = 0 \quad (1.16)$$

Hay:

$$L_x^T + \lambda^T f_x = 0 \quad (1.17)$$

$$L_u^T + \lambda^T f_u = 0 \quad (1.18)$$

Giải (1.17) ta được λ :

$$\lambda^T = -L_x^T f_x^{-1} \quad (1.19)$$

và thay vào (1.18) để có được (1.14) .

Vector $\lambda \in R^n$ được gọi là thừa số Lagrange , và nó sẽ là công cụ hữu ích cho chúng ta sau này . Để hiểu thêm ý nghĩa của thừa số Lagrange ta xét $du = 0$, từ (1.8) và (1.9) ta khử dx để được :

$$dL = L_x^T f_x^{-1} df \quad (1.20)$$

Vì vậy:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial f} \right|_{du=0} = (L_x^T f_x^{-1})^T = -\lambda \quad (1.21)$$

Do đó $-\lambda$ là đạo hàm riêng của L với biến điều khiển u là hằng số . Điều này nói lên tác dụng của hàm chỉ tiêu chất lượng với biến điều khiển không đổi khi điều kiện thay đổi .

Như là một cách thứ ba để tìm được (1.14) , ta phát triển thêm để sử dụng cho các phân tích trong những phần sau . Kết hợp điều kiện và hàm chỉ tiêu chất lượng để tìm ra hàm Hamilton .

$$H(x, u, \lambda) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) \quad (1.22)$$

Với $\lambda \in R^n$ là thừa số Lagrange chưa xác định . Muốn chọn x , u , λ để có được điểm dừng , ta tiến hành các bước sau .

Độ biến thiên của H theo các độ biến thiên của x , u , λ được viết như sau :

$$dH = H_x^T dx + H_u^T du + H_\lambda^T d\lambda \quad (1.23)$$

Lưu ý rằng :

$$H_\lambda = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x, u) \quad (1.24)$$

Giả sử chúng ta chọn các giá trị của u thỏa mãn :

$$H_\lambda = 0 \quad (1.25)$$

Sau đó ta xác định x với giá trị của u đã có bằng phương trình điều kiện ràng buộc $f(x, u) = 0$. Trong trường hợp này hàm Hamilton tương đương với hàm chỉ tiêu chất lượng:

$$H|_{f=0} = L \quad (1.26)$$

Nhắc lại : nếu $f = 0$, ta sẽ tìm được dx theo du từ (1.10) . Ta không nên xét mối quan hệ giữa du và dx để thuận tiện trong việc chọn λ sao cho :

$$H_x = 0 \quad (1.27)$$

Sau đó , từ (1.23) , độ biến thiên dH không chứa thành phần dx . Điều này mang lại kết quả λ :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = L_x + f_x^T \lambda = 0 \quad (1.28)$$

hay $\lambda^T = -L_x^T f_x^{-1}$.

Nếu giữ nguyên (1.25) và (1.27) thì:

$$dL = dH = H_u^T du \quad (1.29)$$

Vì $H = L$, để có được điểm dừng ta phải áp đặt điều kiện:

$$H_u = 0 \quad (1.30)$$

Tóm lại , điều kiện cần để có được điểm cực tiểu của $L(x,u)$ thỏa mãn điều kiện ràng buộc $f(x,u) = 0$ gồm có :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = f = 0 \quad (1.31a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = L_x + f_x^T \lambda = 0 \quad (1.31b)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = L_u + f_u^T \lambda = 0 \quad (1.31c)$$

Với $H(x,u,\lambda)$ xác định bởi (1.22) . Cách thường dùng là từ 3 phương trình đã cho xác định x , λ , và u theo thứ tự tương ứng . So sánh 2 phương trình (1.31b) và (1.31c) ta thấy chúng tương ứng với 2 phương trình (1.17) và (1.18) .

Trong nhiều ứng dụng , chúng ta không quan tâm đến giá trị của λ , tuy nhiên ta vẫn phải đi tìm giá trị của nó vì đó là một biến trung gian cho phép chúng ta xác định các đại lượng cần tìm là u , x và giá trị nhỏ nhất của L .

Ưu điểm của thừa số *Lagrange* có thể tóm tắt như sau : trên thực tế , hai đại lượng dx và du không phải là hai đại lượng biến thiên độc lập với nhau , theo (1.10) . Bằng cách đưa ra một thừa số bất định λ , chúng ta chọn λ sao cho dx và du có thể được xem là hai đại lượng biến thiên độc lập với nhau .

Lấy đạo hàm riêng của H lần lượt theo các biến như trong (1.31) , như thế ta sẽ có được điểm dừng .

Khi đưa ra thừa số Lagrange , chúng ta có thể thay thế bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của $L(x,u)$ với điều kiện ràng buộc $f(x,u) = 0$, thành bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của hàm Hamilton $H(x,u,\lambda)$ không có điều kiện ràng buộc .

Điều kiện đã (1.31) xác định một điểm dừng . Ta sẽ tiếp tục chứng minh đây là điểm cực tiểu như đã thực hiện trong phần trước .

Viết chuỗi Taylor mở rộng cho độ biến thiên của L và f như sau :

$$dL = \begin{bmatrix} L_x^T & L_u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xu} \\ L_{ux} & L_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (1.32)$$

$$df = \begin{bmatrix} f_x & f_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xu} \\ f_{ux} & f_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (1.33)$$

Với:

$$f_{xu} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial x}$$

Để đưa ra hàm Hamilton , ta sử dụng các phương trình sau :

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dL \\ df \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x^T & H_u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} dx^T & du^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ du \end{bmatrix} + O(3) \quad (1.34)$$

Bây giờ , để có được điểm dừng ta cần có $f = 0$, và đồng thời thành phần thứ nhất của dL bằng 0 với mọi sự biến thiên của dx và du . Vì $f = 0$ nên $df = 0$, và điều này đòi hỏi $H_x = 0$ và $H_u = 0$ như trong (1.31) .

Để tìm điều kiện đủ cho điểm cực tiểu , chúng ta xét đến thành phần thứ hai . Đầu tiên , ta cần xem mối quan hệ giữa dx và du trong (1.34) . Giả sử rằng chúng ta đang ở điểm cực trị nên $H_x = 0$, $H_u = 0$ và $df = 0$. Sau đó, từ (1.33) ta có :

$$dx = -f_x^{-1} f_u du + O(2) \quad (1.35)$$

Thay vào (1.34) ta được :

$$dL = \frac{1}{2} du^T \begin{bmatrix} -f_u^T & f_x^{-T} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f_x^{-1} f_u \\ I \end{bmatrix} du + O(3) \quad (1.36)$$

Để đảm bảo đây là điểm cực tiểu, dL trong (1.36) phải dương với mọi sự biến thiên của du . Điều này được đảm bảo nếu ma trận uốn với f luôn bằng 0 là xác định dương.

$$\begin{aligned} L_{uu}^f &= L_{uu}|_f = \begin{bmatrix} -f_u^T & f_x^{-T} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xu} \\ H_{ux} & H_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f_x^{-1} f_u \\ I \end{bmatrix} \\ &= H_{uu} - f_u^T f_x^{-T} H_{xu} - H_{ux} f_x^{-1} f_u + f_u^T f_x^{-T} H_{xx} f_x^{-1} f_u \end{aligned} \quad (1.37)$$

Lưu ý rằng nếu điều kiện ràng buộc $f(x, u) = 0$ với mọi x và u thì (1.37) được rút lại thành L_{uu} ở phương trình (1.6).

Nếu (1.37) là xác định âm (hoặc không xác định) thì điểm dừng sẽ là điểm cực đại (hoặc điểm yên ngựa).

1.1.3 Ví dụ

Tối ưu hóa không có điều kiện ràng buộc

Ví dụ 1.1 : Không gian toàn phương .

Cho $u \in R^2$ và :

$$L(u) = \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} u + [s_1 \quad s_2] u \quad (1)$$

$$\stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2} u^T Q u + S^T u \quad (2)$$

Điểm cực trị được xác định bởi :

$$L_u = Qu + S = 0 \quad (3)$$

$$u^* = -Q^{-1}S \quad (4)$$

với u^* dùng để chỉ biến điều khiển tối ưu.

Loại của điểm cực trị được xác định bằng cách xét ma trận *hessian*

$$L_{uu} = Q \quad (5)$$

Điểm u^* là cực tiểu nếu $L_{uu} > 0$ ($q_{11} > 0$ và $q_{11}q_{22} - q_{12}^2 > 0$) . Là điểm cực đại nếu $L_{uu} < 0$ ($q_{11} < 0$ và $q_{11}q_{22} - q_{12}^2 > 0$) . Nếu $|Q| < 0$, thì u^* là điểm yên ngựa . Nếu $|Q| = 0$, thì u^* là điểm kỳ dị , chúng ta không thể xác định được đó là cực tiểu hay cực đại từ L_{uu} .

Bằng cách thay (4) vào (2) ta sẽ tìm được giá trị của hàm chỉ tiêu chất lượng như sau :

$$\begin{aligned} L^* \stackrel{\Delta}{=} L(u^*) &= \frac{1}{2} S^T Q^{-1} Q Q^{-1} S - S^T Q^{-1} S \\ &= -\frac{1}{2} S^T Q^{-1} S \end{aligned} \quad (6)$$

Giả sử cho L như sau :

$$L = \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} u + [0 \quad 1] u \quad (7)$$

Khi đó giá trị u tối ưu sẽ là :

$$u^* = - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

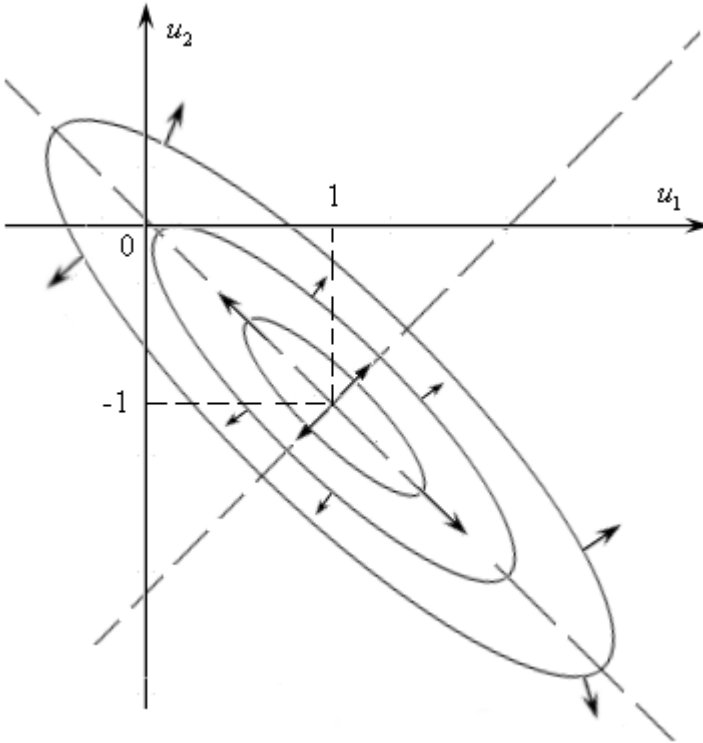
là một cực tiểu , vì $L_{uu} > 0$. Từ (6) ta thấy rằng giá trị nhỏ nhất của L là $L^* = -1/2$.

Các đường đồng mức của $L(u)$ trong (7) được vẽ trong Hình 1.4 , với $u = [u_1 \quad u_2]^T$. Các mũi tên là gradient .

$$L_u = Qu + S = \begin{bmatrix} u_1 + u_2 \\ u_1 + 2u_2 + 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Lưu ý rằng gradient luôn luôn vuông góc với các đường đồng mức và có hướng là hướng tăng $L(u)$.

Chúng ta dùng dấu “*” để chỉ giá trị tối ưu của u và L cần tìm . Tuy nhiên ta thường bỏ qua dấu “*” .



Hình 1.4 : Các đường đồng mức và vector gradient .

Ví dụ 1.2 : Tối ưu hóa bằng tính toán vô hướng .

Phần trên chúng ta đã đề cập phương pháp giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng các vector và gradient . Sau đây ta sẽ tiếp cận bài toán với một cách nhìn khác , xem chúng như là những đại lượng vô hướng .

Để chứng minh , ta xét :

$$L(u_1, u_2) = \frac{1}{2}u_1^2 + u_1u_2 + u_2^2 + u_2 \quad (1)$$

Với u_1, u_2 là các đại lượng vô hướng . Điểm cực trị xuất hiện khi đạo hàm riêng của L theo tất cả các đối số phải bằng 0 :

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = u_1 + u_2 = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = u_1 + 2u_2 + 1 = 0 \quad (2b)$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$u_1 = 1, u_2 = -1 \quad (3)$$

Vậy , điểm cực trị là $(1, -1)$.

Biểu thức (1) là một dạng mở rộng của biểu thức (7) trong ví dụ 1.1 , như vậy chúng ta vừa tìm được một kết quả tương tự bằng một cách khác .

Tối ưu hóa có điều kiện ràng buộc

Ví dụ 1.3 : Không gian toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính .

Giả sử hàm chỉ tiêu chất lượng được cho bởi ví dụ 1.1 với các đại lượng vô hướng u_1, u_2 được thay thế bằng x, u :

$$L(x, u) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

Với điều kiện ràng buộc :

$$f(x, u) = x - 3 = 0 \quad (2)$$

Hàm *Hamilton* sẽ là :

$$H = L + \lambda^T f = \frac{1}{2} x^2 + xu + u^2 + u + \lambda(x - 3) \quad (3)$$

với λ là một đại lượng vô hướng . Điều kiện để có điểm dừng theo (1.31) là :

$$H_\lambda = x - 3 = 0 \quad (4)$$

$$H_x = x + u + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$H_u = x + 2u + 1 = 0 \quad (6)$$

Giải (4) , (5) , (6) ta được : $x = 3$, $u = -2$, $\lambda = -1$. Điểm dừng là :

$$(x, u)^* = (3, -2) \quad (7)$$

Để xác định (7) là điểm cực tiểu , tìm ma trận uốn theo (1.37) :

$$L_{uu}^f = 2 \quad (8)$$

$L_{uu}^f > 0$, vì thế $(x, u)^* = (3, -2)$ là điểm cực tiểu .

Các đường đồng mức của $L(x, u)$ và điều kiện ràng buộc (2) được vẽ trong Hình 1.5 .

Grad của $f(x, u)$ trong hệ tọa độ (x, u) được viết như sau:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

được vẽ trong Hình 1.4 . Và grad của $L(x,u)$:

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+u \\ x+2u+1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Tại điểm cực tiểu (3,-2) , grad $L(x,u)$ sẽ có giá trị :

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Cần lưu ý rằng $\text{grad}f$ và $\text{grad}L$ tương đương với nhau tại điểm dừng . Có nghĩa là điểm cực tiểu xuất hiện khi điều kiện ràng buộc (2) là đường tiếp tuyến của các đường đồng mức của L . Di chuyển hướng dọc theo đường thẳng $f = 0$ sẽ làm tăng giá trị của L .

Ta tìm được giá trị của L tại điểm cực tiểu bằng cách thay $x = 3, u = -2$ vào (1) , ta được $L^*=0,5$.

Vì $\lambda = -1$, giữ nguyên giá trị $u = -2$, thay đổi điều kiện ràng buộc df (dịch chuyển đường thẳng trong Hình 1.5 về phía phải) sẽ làm tăng $L(x,u)$ với $dL = -\lambda df = df$.

Ví dụ 1.4 : Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính - Trường hợp vô hướng .

Xét hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương :

$$L(x,u) = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \quad (1)$$

Với điều kiện ràng buộc tuyến tính :

$$f(x,u) = x + mu - c \quad (2)$$

Các đường đồng mức của $L(x,u)$ là những ellip ; nếu $L(x,u) = F/2$, thì bán trục chính và bán trục phụ là al và bl . Điều kiện ràng buộc $f(x,u)$ là một họ các đường thẳng chứa thông số c . Xem Hình 1.6 (lưu ý rằng u là biến độc lập , với x được xác định bởi $f(x,u) = 0$) .

Hàm *Hamilton* là :

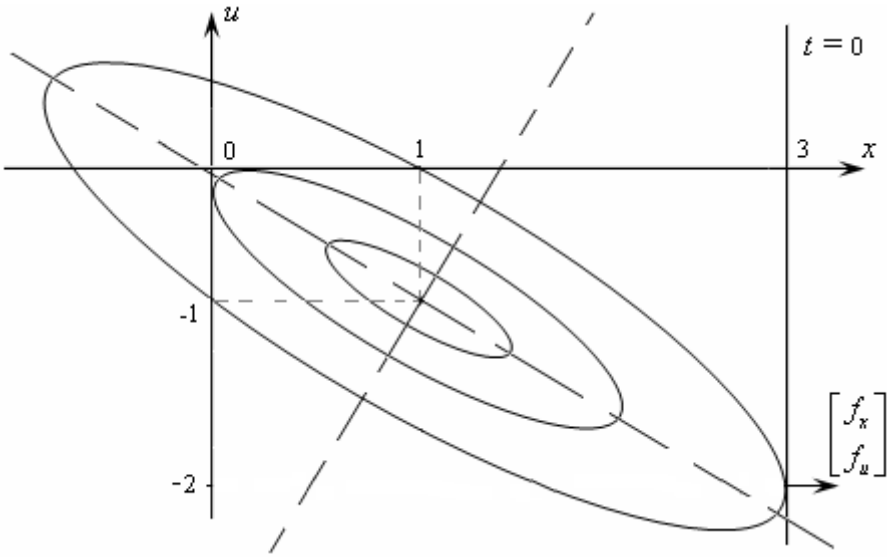
$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2} \right) + \lambda(x + mu - c) \quad (3)$$

Và điều kiện để có điểm dừng :

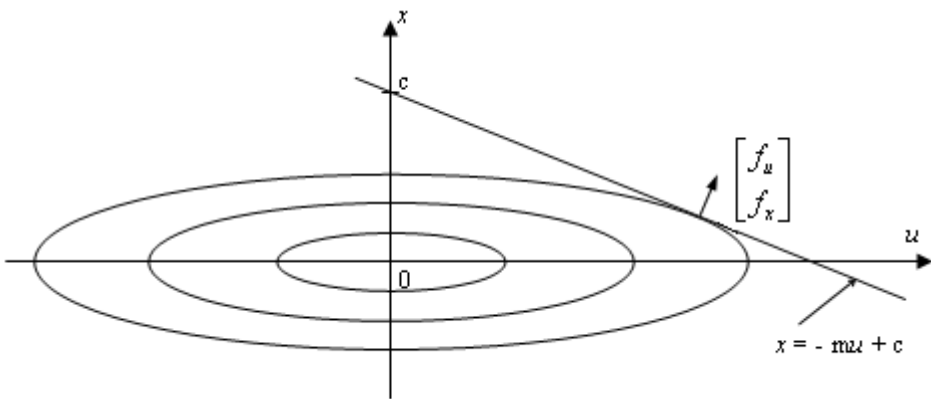
$$H_\lambda = x + mu - c = 0 \tag{4}$$

$$H_x = \frac{x}{a^2} + \lambda = 0 \tag{5}$$

$$H_u = \frac{u}{b^2} + \lambda m = 0 \tag{6}$$



Hình 1.5 : Các đường đồng mức của $L(x,u)$ và điều kiện ràng buộc $f(x,u)$.



Hình 1.6 : Các đường đồng mức của $L(x,u)$ và điều kiện ràng buộc $f(x,u)$.

Để giải hệ phương trình này , trước hết ta sử dụng phương trình (6) để đưa ra biên điều khiển tối ưu theo thừa số *Lagrange* .

$$u = -b^2 m \lambda \quad (7)$$

Bây giờ thay phương trình (7) vào (4) để khử *u* , kết hợp với (5) và được viết lại :

$$\begin{bmatrix} 1 & -b^2 m^2 \\ \frac{1}{a^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Giải ra ta được giá trị của điểm dừng :

$$x = \frac{a^2 c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (9)$$

$$\lambda = -\frac{c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (10)$$

Thay (9) , (10) vào (7) , ta có được giá trị *u* tối ưu :

$$u = \frac{b^2 m c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (11)$$

Để xác định điểm dừng là cực tiểu , dùng (1.37) để tìm ra ma trận uốn :

$$L_{uu}^f = \frac{1}{b^2} + \frac{m^2}{a^2} \quad (12)$$

$L_{uu}^f > 0$ vì vậy ta tìm được một điểm cực tiểu .

Thay (9) và (11) vào (1) ta được giá trị tối ưu của hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$L^* = \frac{1}{2} \frac{c^2}{a^2 + b^2 m^2} \quad (13)$$

Để kiểm chứng (1.21) , lưu ý rằng:

$$\left. \frac{\partial L^*}{\partial f} \right|_{du=0} = \frac{\partial L^*}{\partial c} = -\lambda \quad (14)$$

Grad*f* trong miền (*u,x*) là :

$$\begin{bmatrix} f_u \\ f_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

được biểu diễn trong Hình 1.6 . $\text{Grad}L$ là :

$$\begin{bmatrix} L_u \\ L_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u}{b^2} \\ \frac{x}{a^2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

và tại điểm dừng (11) , (9) sẽ có giá trị :

$$\begin{bmatrix} L_u \\ L_x \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \frac{c}{a^2 + b^2 m^2} \quad (17)$$

Điều này tương ứng với (15) , vì vậy điểm dừng xuất hiện khi $f(x,u) = 0$ là đường tiếp tuyến với một đường đồng mức của $L(x,u)$.

Ví dụ 1.5 : Hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương với điều kiện ràng buộc tuyến tính .

Bây giờ ta tổng quát hóa ví dụ 1.4 với vector $x \in R^n$, $u \in R^m$, $f \in R^n$, $\lambda \in R^n$.

Xét hàm chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương:

$$L = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u \quad (1)$$

với điều kiện ràng buộc tuyến tính :

$$f = x + B u + c = 0 \quad (2)$$

với Q , R và B là các ma trận , c là vector n hàng . Giả sử $Q \geq 0$ và $R > 0$ (với Q , R là ma trận đối xứng) . Các đường đồng mức của $L(x,u)$ là các đường ellip trong không gian , và $f(x,u)=0$ là mặt phẳng cắt ngang qua chúng . Điểm dừng xuất hiện khi $\text{grad}f$ và $\text{grad}L$ song song với nhau .

Hàm *Hamilton* là :

$$H = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u + \lambda^T (x + B u + c) \quad (3)$$

và các điều kiện để có điểm dừng là :

$$H_\lambda = x + B u + c = 0 \quad (4)$$

$$H_x = Q x + \lambda = 0 \quad (5)$$

$$H_u = R u + B^T \lambda = 0 \quad (6)$$

Để giải các phương trình trên , đầu tiên ta dùng điều kiện (6) để tìm u theo λ :

$$u = -R^{-1} B^T \lambda \quad (7)$$

Từ (5) ta có :

$$\lambda = -Qx \quad (8)$$

Kết hợp với (4) ta được :

$$\lambda = QBu + Qc \quad (9)$$

dùng kết quả này thay vào (7) cho ta :

$$u = -R^{-1} B^T (QBu + Qc) \quad (10)$$

hay :

$$\begin{aligned} (I + R^{-1} B^T QB)u &= -R^{-1} B^T Qc \\ (R + B^T QB)u &= -B^T Qc \end{aligned} \quad (11)$$

Vì $R > 0$ và $B^T QB \geq 0$, chúng ta có thể tìm nghịch đảo của $(R + B^T QB)$ và vì thế giá trị u tối ưu là :

$$u = -(R + B^T QB)^{-1} B^T Qc \quad (12)$$

So sánh kết quả này với (11) trong ví dụ 1.4 .

Thay (12) vào (4) và (9) cho ta giá trị trạng thái tối ưu và thừa số *Lagrange* tối ưu :

$$x = -\left(I - B(R + B^T QB)^{-1} B^T Q\right)c \quad (13)$$

$$\lambda = \left(Q - QB(R + B^T QB)^{-1} B^T Q\right)c \quad (14)$$

Bằng bỏ đề của nghịch đảo ma trận :

$$\lambda = \left(Q^{-1} + BR^{-1}B^T\right)^{-1}c \quad (15)$$

nếu $|Q| \neq 0$. Các kết quả trên sẽ rút lại thành kết quả của ví dụ 1.4 trong trường hợp vô hướng .

Để xác định biến điều khiển (12) là một cực tiểu , ta sử dụng (1.37) để xác định ma trận uốn là xác định dương với giá trị của R và Q được giới hạn .

$$L_{uu}^f = R + B^T QB \quad (16)$$

Sử dụng (12) và (13) thế vào (1) ta có được giá trị tối ưu :

$$L^* = \frac{1}{2} c^T \left[Q - QB(R + B^T QB)^{-1} B^T Q \right] c \quad (17)$$

$$L^* = \frac{1}{2} c^T \lambda \quad (18)$$

Vì thế :

$$\frac{\partial L^*}{\partial c} = \lambda \quad (19)$$

Ví dụ 1.6 : Bài toán với nhiều điều kiện ràng buộc .

Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa parabol :

$$y = ax^2 + bx + d \quad (1)$$

với đường thẳng :

$$y = x + c \quad (2)$$

Xem Hình 1.7 .

Trong bài toán này sẽ có hai điều kiện ràng buộc :

$$f_1(x_1, y_1) = y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d = 0 \quad (3)$$

Và :

$$f_2(x_2, y_2) = y_2 - x_2 - c = 0 \quad (4)$$

với (x_1, y_1) là 1 điểm trên parabol và (x_2, y_2) là 1 điểm trên đường thẳng .

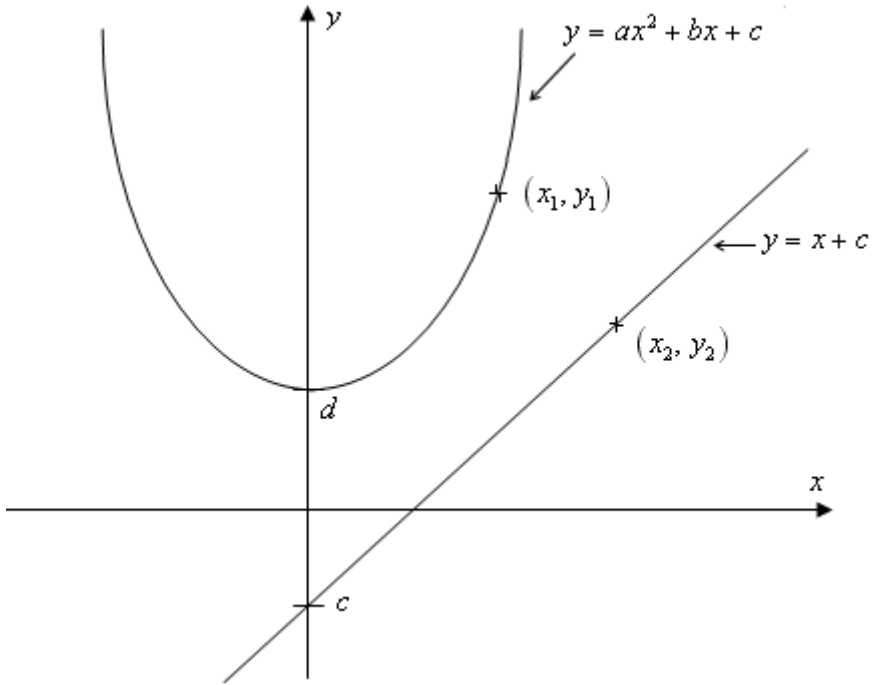
Chúng ta chọn hàm chỉ tiêu chất lượng là một nửa của bình phương khoảng cách giữa 2 điểm này .

$$L(x_1, x_2, y_1, y_2) = \frac{1}{2} (x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} (y_1 - y_2)^2 \quad (5)$$

Để giải bài toán này , ta xử lý bằng cách đặt :

$$f \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad x \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad u \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

và sử dụng cách tiếp cận vector ; tuy nhiên , sự kết hợp giữa một điều kiện ràng buộc tuyến tính và một điều kiện phi tuyến sẽ làm phức tạp thêm bài toán . Thay vào đó ta sẽ sử dụng các đại lượng vô hướng .



Hình 1.7 : Bài toán với nhiều điều kiện ràng buộc .

Đưa ra một thừa số Lagrange cho mỗi điều kiện ràng buộc , hàm Hamilton là :

$$H = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2}(y_1 - y_2)^2 + \lambda_1(y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d) + \lambda_2(y_2 - x_2 - c) \quad (7)$$

Khi đó , để có điểm dừng ta cần có :

$$H_{x_1} = x_1 - x_2 - 2a\lambda_1 x_1 - b\lambda_1 = 0 \quad (8)$$

$$H_{x_2} = -x_1 + x_2 - \lambda_2 = 0 \quad (9)$$

$$H_{y_1} = y_1 - y_2 + \lambda_1 = 0 \quad (10)$$

$$H_{y_2} = -y_1 + y_2 + \lambda_2 = 0 \quad (11)$$

$$H_{\lambda_1} = y_1 - ax_1^2 - bx_1 - d = 0 \quad (12)$$

$$H_{\lambda_2} = y_2 - x_2 - c = 0 \quad (13)$$

Giải (12) để có được y_1 như sau :

$$y_1 = ax_1^2 + bx_1 + d \quad (14)$$

Từ (9) và (11) , ta có :

$$\lambda_2 = x_2 - x_1 = y_1 - y_2 \quad (15)$$

và sử dụng (14) với $y_2 = x_2 + c$ từ (13) có được kết quả sau :

$$x_2 - x_1 = ax_1^2 + bx_1 + d - x_2 - c \quad (16)$$

Khi đó :

$$x_2 = \frac{1}{2}(ax_1^2 + (b+1)x_1 + d - c) \quad (17)$$

Theo (10) và (11) , $\lambda_1 = -\lambda_2$, vậy từ (15) và (17) ta có :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= x_1 - x_2 \\ \lambda_1 &= -\frac{1}{2}(ax_1^2 + (b-1)x_1 + d - c) \end{aligned} \quad (18)$$

Cuối cùng , chú ý rằng (8) là :

$$(2ax_1 + (b-1))\lambda_1 = 0 \quad (19)$$

hay :

$$(2ax_1 + (b-1))(ax_1^2 + (b-1)x_1 + d - c) = 0 \quad (20)$$

Phương trình bậc 3 (20) được giải để có giá trị tối ưu x_1^* từ giá trị a, b, c, d cho trước . Nếu đường thẳng cắt ngang qua parabol thì giao điểm sẽ là kết quả tối ưu (khi đó $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$) ; ngược lại , sẽ có chỉ một cặp gần nhau nhất (x_1, x_2) , (y_1, y_2) . Một khi tìm được x_1 thì ta sẽ tìm được x_2, y_1 và y_2 lần lượt theo các phương trình (17) , (14) và (15) . Thay các giá trị tối ưu này vào (5) sẽ cho chúng ta khoảng cách ngắn nhất là $\sqrt{2L^*}$.

1.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

1.2.1 Phương pháp biến phân cổ điển Euler_Lagrange

1. Giới thiệu

Nhiệm vụ của điều khiển tối ưu là giải bài toán tìm cực trị của phiếm hàm $L[x(t), u(t)]$ bằng cách chọn tín hiệu điều khiển $u(t)$ với những điều kiện hạn chế của đại lượng điều khiển và tọa độ pha . Một trong những công cụ toán học để xác định cực trị là phương pháp biến phân cổ điển *Euler_Lagrange* .

Đường cực trị là những hàm trơn còn phiếm hàm cùng các điều kiện hạn chế là những hàm phi tuyến . Do đó phương pháp này không thể áp dụng cho những trường hợp mà tín hiệu điều khiển có thể là các hàm gián đoạn .

Trường hợp không có điều kiện ràng buộc

Cho $u(t)$ là hàm thuộc lớp hàm có đạo hàm bậc nhất liên tục . Trong mặt phẳng (u, t) cho hai điểm (t_0, u_0) và (t_1, u_1) . Cần tìm quỹ đạo nối hai điểm này sao cho tích phân theo quỹ đạo $u = \dot{u}(t)$ cho bởi :

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_1} L(u, \dot{u}, t) dt \quad (1.38)$$

có cực trị .

L là hàm có đạo hàm riêng bậc một và bậc hai liên tục với mọi biến của nó . Để thống nhất , ở đây ta lấy $t_0 = 0$ và $t_1 = T$.

Biến đổi của J do δu tạo nên là :

$$\begin{aligned} \Delta J(u + \delta u) &= J(u + \delta u) - J(u) \\ &= \int_0^T L(u + \delta u, \dot{u} + \delta \dot{u}, t) dt - \int_0^T L(u, \dot{u}, t) dt \\ &= \int_0^T [L(u + \delta u, \dot{u} + \delta \dot{u}, t) - L(u, \dot{u}, t)] dt \end{aligned} \quad (1.39)$$

Phân tích (1.39) theo chuỗi *Taylor* và chỉ khảo sát thành phần bậc một của J ta được :

$$\Delta J(u, \delta u) = \int_0^T \left[\left(\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} \right) \delta u + \left(\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \right) \delta \dot{u} \right] dt \quad (1.40)$$

vì δu và $\delta \dot{u}$ liên hệ nhau bởi :

$$\delta u(t) = \int_0^T \delta \dot{u}(t) dt + \delta u(0)$$

Xem δu là hàm biến đổi độc lập , biểu thức (1.40) có thể biến đổi để chỉ chứa δu bằng cách lấy tích phân những thành phần chứa $\delta \dot{u}$:

$$\delta J(u, \delta u) = \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \delta u \Big|_0^T + \int_0^T \left[\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} \right] \delta u dt \dots \quad (1.41)$$

Từ điều kiện đã cho $\delta u(0) = \delta u(T) = 0$, phần đầu của vế phải ở biểu thức (1.41) bằng 0 .

Nếu gia số δJ của chỉ tiêu chất lượng J tồn tại và nếu J có cực trị đối với u^* thì :

$$\Delta J(u^*, \delta u) = 0 \quad (1.42)$$

Đó là điều kiện cơ bản của phép tính biến phân .

Từ các biểu thức (1.41) , (1.42) ta có :

$$\delta J(u^*, \delta u) = \int_0^T \left[\frac{\partial L(u^*, \dot{u}^*, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u^*, \dot{u}^*, t)}{\partial \dot{u}} \right] \delta u dt = 0 \quad (1.43)$$

Từ đó có thể rút ra phương trình *Euler-Lagrange* :

$$\boxed{\frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(u, \dot{u}, t)}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (1.44a)$$

Hoặc có thể viết đơn giản :

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (1.44b)$$

Trường hợp có điều kiện ràng buộc

Nếu ngoài chỉ tiêu chất lượng (1.38) còn có các điều kiện ràng buộc dạng :

$$\varphi_i(u, \dot{u}, t) = 0 \quad t \in [0, T] \quad , \quad i = \overline{1, n} \quad (1.45)$$

thì chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J_a(u, \lambda_i) = \int_0^T [L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \varphi_i(u, \dot{u}, t)] dt \quad (1.46)$$

mà $\lambda_i(t)$ với $i = 1, 2, \dots, n$ là hàm *Lagrange* . Vì giới hạn thỏa mãn với mọi t nên hàm *Lagrange* phụ thuộc thời gian .

Tương tự như trên ta có phương trình *Euler_Lagrange* tổng quát :

$$\boxed{\frac{\partial L_a(u, \dot{u}, \lambda, t)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L_a(u, \dot{u}, \lambda, t)}{\partial \dot{u}} = 0} \quad (1.47)$$

mà
$$L_a(u, \dot{u}, \lambda, t) = L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \varphi_i(u, \dot{u}, t) \quad (1.48)$$

Khi điều kiện ràng buộc có dạng :

$$\int_0^T \psi_i(u, \dot{u}, t) dt = q_i \quad (1.49)$$

thì phương trình *Euler_Lagrange* tổng quát (1.47) có thêm hàm :

$$\boxed{L_a(u, \dot{u}, \lambda, t) = L(u, \dot{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(u, \dot{u}, t)} \quad (1.50)$$

Trong trường hợp này , λ_i là các hệ số không phụ thuộc thời gian .

Khi có điều kiện ràng buộc dạng (1.45) hoặc (1.49) phải giải (n+1) phương trình để xác định $y^*(t)$ và $\lambda_i^*(t)$ với $i=1, 2, \dots, n$.

Phương trình Euler_Lagrange với tín hiệu điều khiển bị hạn chế

Trong phần trên ta chỉ đề cập tới bài toán mà trong đó tín hiệu điều khiển không có giới hạn nào ràng buộc . Trong thực tế , thường gặp tín hiệu điều khiển có ràng buộc dạng $|u| \leq 1$.

Điều kiện cần để có cực trị : khi $u(t)$ là đường cực trị thì $u + \delta u$ và $u - \delta u$ là những hàm cho phép . Bây giờ ta so sánh trị số phiếm hàm ở đường cực trị với trị số của nó ở hàm $u + \delta u$ và $u - \delta u$. Nếu miền biến đổi của $u(t)$ là kín và $u(t)$ ở ngoài biên thì một trong các hàm $u + \delta u$ hoặc $u - \delta u$ sẽ ra ngoài miền cho phép .

Một trong các biện pháp khắc phục khó khăn trên là đường cực trị ở biên và :

$$u \geq \varphi(t) \quad (1.51)$$

Ví dụ , nếu $|u| \leq 1$, điều kiện $u \geq \varphi(t)$ nghĩa là $\varphi(t) \geq -1$. Đổi biến ta có :

$$z^2 = u - \varphi \quad (1.52)$$

thì biến mới z sẽ không có điều kiện hạn chế và biên giới của biến u tương đương với $z = 0$. Bây giờ chỉ tiêu chất lượng $J(u) = \int_0^T L(u, \dot{u}, t) dt$ có biên mới $u = z^2 + \varphi$, từ đó :

$$\dot{u} = 2z\dot{z} + \dot{\varphi}$$

và chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^T L[z^2 + \varphi, 2z\dot{z} + \dot{\varphi}, t] dt \quad (1.53)$$

Vì không có điều kiện hạn chế nên phương trình *Euler_Lagrange* có dạng :

$$\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = 0 \quad (1.54)$$

Ở đây

$$\frac{\partial L}{\partial z} = \frac{\partial L}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} = \frac{\partial L}{\partial u} 2z + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial L}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \dot{z}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = 2\dot{z} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z}$$

và (1.54) sẽ có dạng :

$$\frac{\partial L}{\partial u} 2z + \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} - 2\dot{z} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} 2\dot{z} = 0$$

hay :

$$2z \left(\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) = 0 \quad (1.55)$$

Phương trình trên thỏa mãn với $z = 0$, nghĩa là đường cực trị có những giá trị biên và phương trình *Euler_Lagrange* vẫn là phiếm hàm xuất phát :

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = 0}$$

2. Ví dụ

Ví dụ 1.7 :

Tìm quá trình tối ưu $x^* = \dot{u}_2$ và $u_2^* = \frac{du_1}{dt}$ để cực tiểu hóa chỉ tiêu chất lượng

J :

$$J(u) = \int_0^T (\dot{u}_2)^2 dt \quad (1)$$

với điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2(t) dt = \theta_0 \quad (2)$$

và điều kiện biên :

$$u_2(0) = u_2(T) = 0 \quad (3)$$

Điều kiện đầu có dạng :

$$\int_0^T \psi_i(u, \dot{u}, t) dt = q_i \quad (4)$$

Phương trình Euler_Lagrange có dạng tổng quát :

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = 0 \quad (5)$$

với phiếm hàm :

$$L(u_2, \dot{u}_2, \lambda_1) = \dot{u}_2^2 + \lambda_1 u_2 \quad (6)$$

Từ 2 phương trình trên ta có :

$$\lambda_1 - 2\ddot{u}_2 = 0 \quad (7)$$

Do đó :

$$\ddot{u}_2 = \frac{\lambda_1}{2} \quad (8)$$

Lấy tích phân , ta có :

$$\begin{aligned} \dot{u}_2 &= x = \frac{\lambda_1}{2} t + c_1 \\ u_2(t) &= \frac{\lambda_1}{4} t^2 + c_1 t + c_2 \end{aligned} \quad (9)$$

Để xác định λ_1, c_1, c_2 ta dùng các điều kiện biên :

$$\begin{aligned} u_2(0) &= 0 \Rightarrow c_2 = 0 \\ u_2(T) &= \frac{\lambda_1}{4} T^2 + c_1 T = 0 \end{aligned}$$

và điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2(t) dt = \frac{\lambda_1}{12} T^3 + \frac{c_1}{2} T^2 = \theta_0$$

Từ 2 phương trình trên ta xác định :

$$\lambda_1 = -\frac{24\theta_0}{T^3} \quad (10)$$

$$c_1 = \frac{6\theta_0}{T^2} \quad (11)$$

Từ đó quá trình tối ưu là :

$$\dot{u}_2^*(t) = x^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} - \frac{12\theta_0}{T^3} t \quad (12)$$

$$u_2^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} t - \frac{6\theta_0}{T^3} t^2 \quad (13)$$

tương ứng với Hình 1.8(a) . Điều khiển tối ưu $x^*(t)$ biến đổi tuyến tính còn u_2^* là hàm parabol .

Ta thử so sánh tổn hao năng lượng của trường hợp này với trường hợp bài toán tối ưu tác động nhanh có đặc tính thời gian như Hình 1.8(b) . Cả hai trường hợp đều có cùng giá trị θ_0 , tương ứng với phần gạch sọc . Ta có thể xác định u_a theo (2) :

$$\theta_0 = 2 \int_0^{T/2} (u_a t) dt = \frac{u_a T^2}{4}$$

$$u_a = \frac{4\theta_0}{T^2} \quad (14)$$

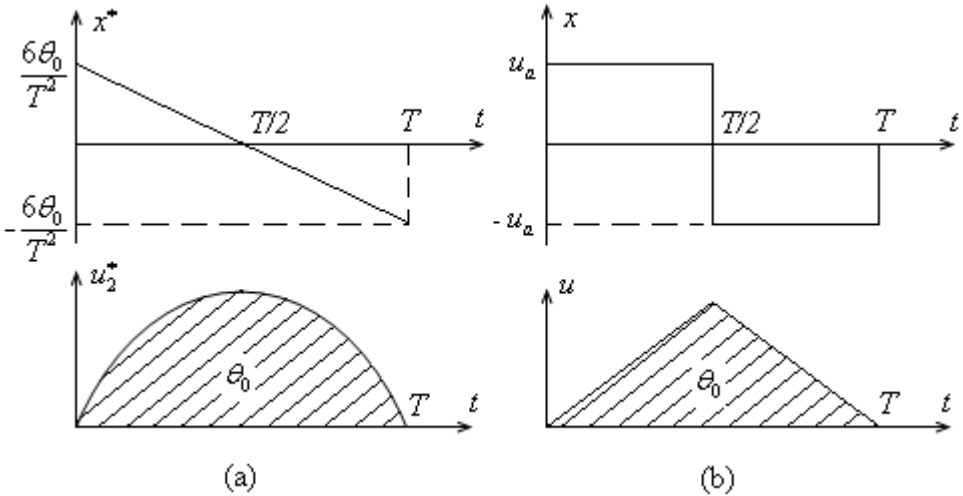
Như vậy tổn hao năng lượng tương ứng với :

$$J_a = \int_0^T u_a^2 dt = \frac{16\theta_0^2}{T^3} \quad (15)$$

còn ở ví dụ ta đang xét :

$$J = \int_0^T (x^*)^2 dt = \frac{12\theta_0^2}{T^3} \quad (16)$$

Nghĩa là chúng khác nhau $\frac{J_a}{J} = \frac{16}{12} = 1.33$ lần .



Hình 1.8 : Đặc tính thời gian của hệ tổn hao năng lượng tối thiểu (a) và hệ tác động nhanh (b) .

Ví dụ 1.8 :

Xét bài toán tối ưu tác động nhanh với điều kiện đầu :

$$\int_0^T u_2 dt = \theta_0 \tag{1}$$

$$\int_0^T (\dot{u}_2)^2 dt = q_0 \tag{2}$$

Điều kiện biên :

$$u_2(0) = u_2(T) = 0 \tag{3}$$

Với bài toán tác động nhanh , từ (1.49) và (1.50) ta có thể viết :

$$L(u_2, u_2, \lambda_1, \lambda_2) = 1 + \lambda_1 u_2 + \lambda_2 (\dot{u}_2)^2 \tag{4}$$

Phương trình *Euler_Lagrange* :

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = 0 \tag{5}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 \ddot{u}_2 = 0 \tag{6}$$

$$\Rightarrow \ddot{u}_2 = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \quad (7)$$

Lấy tích phân biểu thức trên ta được :

$$\dot{u}_2(t) = x(t) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} t + c_1 \quad (8)$$

$$u_2(t) = \frac{\lambda_1}{4\lambda_2} t^2 + c_1 t + c_2 \quad (9)$$

Kết hợp (9) với điều kiện $u_2(0) = 0$ suy ra : $c_2 = 0$ và $c_1 = -\frac{\lambda_1}{4\lambda_2} T$.

Và điều kiện $u_2(T) = 0$ ta có : $c_1 = \frac{2\theta_0}{T^2} - \frac{\lambda_1}{6\lambda_2} T$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\frac{24\theta_0}{T^3} \quad (10)$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{6\theta_0}{T^2} \quad (11)$$

Thế vào (8) , (9) được :

$$\dot{u}_2^*(t) = x^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} - \frac{12\theta_0}{T^3} t \quad (12)$$

$$u_2^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} t - \frac{6\theta_0}{T^3} t^2 \quad (13)$$

So sánh với ví dụ trước , ta thấy quá trình tối ưu là hoàn toàn giống nhau .

Ví dụ 1.9 :

Xét đối tượng có mô hình toán học gần đúng như sau :

$$\dot{x}_i = f_i(\underline{x}, \delta_i(t)) + g_k(\underline{x}) u^* \quad i = \overline{1, n}; \quad k \in [1, n] \quad (1)$$

Trong đó $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - vector trạng thái ; $g_k(\underline{x})$ - hàm phi tuyến tương minh ; $f_i(\underline{x}, \delta_i(t))$ - hàm phi tuyến không tương minh ; $\delta_i(t)$ - các nhiễu ngẫu nhiên ; u - tín hiệu điều khiển .

Chọn hàm chỉ tiêu chất lượng có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} [\Psi(\underline{x})^2 + \dot{\Psi}(\underline{x})^2] dt \quad (2)$$

Trong đó Ψ là hàm số khả vi hoặc tuyến tính từng đoạn và $\Psi(0) = 0$. Hàm Ψ được lựa chọn dựa trên các yêu cầu về động học của hệ thống . Luật điều khiển u đảm bảo cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J có thể được xác định bằng cách giải phương trình *Euler* :

$$\Psi + \dot{\Psi} = 0 \quad (3)$$

Đạo hàm của hàm số Ψ có dạng :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \dot{x}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \quad (4)$$

Kết hợp (4) và (1) ta có :

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} (f_i(\underline{x}, \delta_i) + g_k(\underline{x})u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} f_i(\underline{x}, \delta_i) + \frac{\partial \Psi}{\partial x_k} g_k(\underline{x})u + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \end{aligned} \quad (5)$$

Giải phương trình (3) kết hợp với (5) , xác định luật điều u^* khiến đảm bảo cực tiểu hoá hàm mục tiêu J và định hướng động học hệ thống chuyển động theo xu hướng $\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(\underline{x}) \rightarrow 0$:

$$u^* = -\frac{1}{g_k(\underline{x})} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \right]^{-1} \left[\Psi + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n f_i(\underline{x}, \delta_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial \delta_i} \dot{\delta}_i \right] \quad (6)$$

Lưu ý rằng luật điều khiển u^* chỉ có nghĩa khi $g_k(\underline{x}) \neq 0$ và $\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} \neq 0$.

1.2.2 Phương pháp quy hoạch động Belman

1. Giới thiệu

Phương pháp quy hoạch động được dựa trên nguyên lý tối ưu sơ khai của Belman :

Một chiến lược tối ưu có tính chất không phụ thuộc vào những quyết định trước đó (ví dụ như những luật điều khiển) song các quyết định còn lại phải cấu thành nên chiến lược tối ưu có liên quan với kết quả của những quyết định trước đó .

Nguyên lý tối ưu của Belman : “ *Bất kỳ một đoạn cuối cùng nào của quỹ đạo tối ưu cũng là một quỹ đạo tối ưu* ” .

Nguyên lý này giới hạn xem xét trên một số các chỉ tiêu tối ưu . Nó chỉ ra rằng phương án tối ưu phải được xác định từ trạng thái cuối đi ngược về trước đó .

Điều kiện áp dụng : nguyên lý tối ưu là một phương pháp số , chỉ áp dụng được khi hệ thống có phân cấp điều khiển và ta biết trước sơ đồ mắt lưới được xây dựng bằng thực nghiệm .

Ví dụ đơn giản sau sẽ chỉ ra những vấn đề mấu chốt của phương pháp này .

Bài toán đường bay của máy bay

Một máy bay bay theo hướng từ trái sang phải như Hình 1.9 qua các điểm a, b, c... tượng trưng cho các thành phố , và mức nhiên liệu cần thiết để hoàn tất mỗi chặng đường . Chúng ta sẽ dùng nguyên lý tối ưu của Belman để giải bài toán cực tiểu hóa nhiên liệu tiêu hao .

Liệt kê các trạng thái k từ 0 đến 4 trong quá trình ra quyết định như Hình 1.9 (đầu mũi tên và con số trong khung bước đầu có thể chưa cần quan tâm). Tại mỗi giá trị $k = 0, 1, \dots, N - 1$ phải có một quyết định , và N là trạng thái cuối .

Trạng thái hiện tại là nút mà chúng ta đang ra quyết định . Vì thế trạng thái ban đầu là $x_0 = a$. Tại trạng thái 1 , các khả năng có thể là $x_1 = b$ hoặc $x_1 = d$. Tương tự với $x_2 = c$, e hoặc g ; $x_3 = f$ hoặc h và trạng thái cuối cùng $x_n = x_4 = i$.

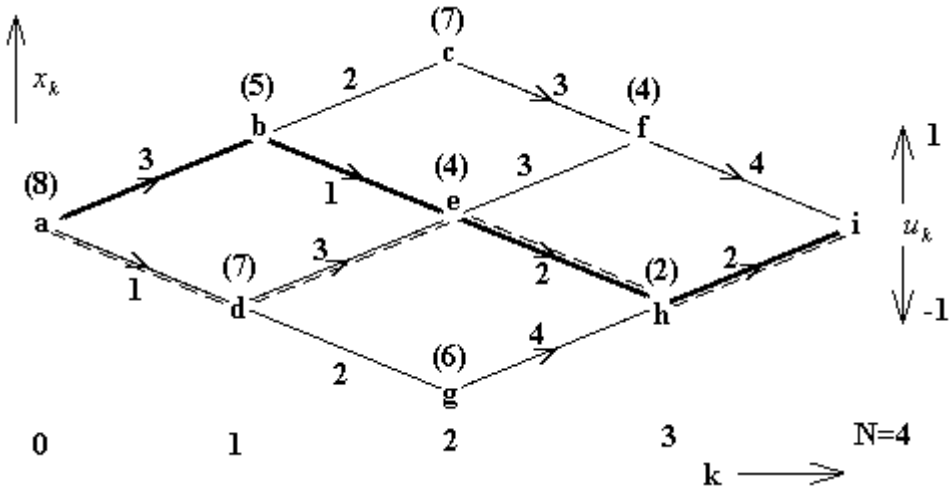
Điều khiển u_k ở trạng thái k đến trạng thái k+1 có hai giá trị $u_k = \pm 1$: đi theo hướng lên thì $u_k = 1$ và $u_k = -1$ nếu đi theo hướng xuống .

Đến đây chúng ta có bài toán tối thiểu hóa năng lượng tiêu hao với trạng thái cuối cố định , luật điều khiển và các giá trị trạng thái .

Để tìm ra luật điều khiển ứng với mức tiêu hao nhiên liệu tối thiểu , ta sử dụng nguyên lý tối ưu của *Belman* , được bắt đầu ở $k = N = 4$. Không có quyết định nào được yêu cầu ở đây do đó ta giảm $k = 3$.

Nếu $x_3 = f$ thì luật điều khiển tối ưu là $u_3 = -1$ và chi phí là 4 . Điều này được thể hiện bằng cách đặt (4) phía trên nút f và chiều mũi tên theo chiều từ f đến i . Nếu $x_3 = h$ thì luật điều khiển tối ưu là $u_3 = 1$ và chi phí là 2 , được thể hiện như trên hình .

Bây giờ giảm k xuống 2 . Nếu $x_2 = c$ thì $u_2 = -1$ với tổng chi phí sẽ là $4 + 3 = 7$. Nếu $x_2 = e$ chúng ta phải đưa ra một quyết định . Nếu chọn $u_2 = 1$ để đến được f và sau đó đến i , chi phí sẽ là $4 + 3 = 7$.



Hình 1.9 : Luật điều khiển năng lượng tiêu hao tối thiểu .

Một cách khác , nếu chúng ta chọn $u_2 = -1$ tại e và đi đến h , chi phí sẽ là $2 + 2 = 4$. Vì thế , tại e cách lựa chọn tối ưu là $u_2 = -1$ với chi phí là 4 .

Nếu $x_2 = g$ thì chỉ có một sự chọn lựa duy nhất là $u_2 = 1$ với chi phí di chuyển là 6 .

Bằng cách lần lượt giảm k và tiếp tục so sánh các phương án điều khiển tối ưu được cho bởi nguyên lý tối ưu , chúng ta có thể điền vào các lựa chọn còn lại (đầu mũi tên) và chi phí tối ưu được thể hiện trong Hình 1.9 . Dễ dàng nhận ra rằng chuỗi điều khiển được lựa chọn là chuỗi tối ưu .

Chú ý rằng khi $k = 0$, luật điều khiển có thể là $u_0 = 1$ hoặc $u_0 = -1$ cùng cho chi phí là 8 ; luật điều khiển khi $k = 0$ là duy nhất .

Có nhiều điểm cần chú ý trong ví dụ này . Trước hết , ta có hai đường đi từ a đến i với cùng một chi phí là 8 : $a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow h \rightarrow i$ (đường nét đậm) và $a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow h \rightarrow i$ (đường nét đứt) . Hiển nhiên giải pháp tối ưu trong quy hoạch động là không duy nhất . Thứ hai , giả định chúng ta cố gắng xác định lộ trình tối ưu đi từ a đến i khi không biết nguyên lý tối ưu và đi theo chiều thuận . Tại a ta sẽ so sánh chi phí khi đi đến b hoặc d , và chúng ta quyết định đi đến d . Tiếp tục như vậy ta sẽ đi đến g . Ở đó không còn lựa

chọn nào khác là đi đến i qua h . Toàn bộ chi phí cho phương án này là $1 + 2 + 4 + 2 = 9$ và không phải là tối ưu .

Cuối cùng chúng ta chỉ ra rằng nguyên lý tối ưu của Belman giúp giảm số lượng phép tính toán cần thiết bằng cách giảm số lượng các lựa chọn có thể thực hiện .

2. Hệ rời rạc

Phương pháp quy hoạch động cũng có thể dễ dàng áp dụng cho hệ phi tuyến. Ngoài ra , nếu có càng nhiều điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển và biến trạng thái thì ta có được lời giải càng đơn giản .

Đặt :

$$x_{k+1} = f^k(x_k, u_k) \quad (1.56)$$

với số mũ k trên f thể hiện sự thay đổi theo thời gian . Giả định kết hợp với hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J_i(x_i) = \phi(N, x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L^k(x_k, u_k) \quad (1.57)$$

với $[i, N]$ là thời gian lấy mẫu . Chúng ta cần chỉ ra sự phụ thuộc của J đối với trạng thái và thời gian đầu .

Giả sử ta đã có được tổn hao tối ưu $J_{k+1}^*(x_{k+1})$ từ thời điểm $k+1$ đến thời điểm cuối N ứng với những phương án khả thi x_{k+1} , và chuỗi các phương án tối ưu từ thời điểm $k+1$ đến N cho mọi x_{k+1} .

Tại thời điểm k , nếu ta áp dụng một luật điều khiển u_k bất kỳ và sử dụng một chuỗi luật điều khiển tối ưu kể từ vị trí $k+1$, lúc đó tổn hao sẽ là :

$$J_k = L^k(x_k, u_k) + J_{k+1}^*(x_{k+1}) \quad (1.58)$$

với x_k là trạng thái ở thời điểm k , và x_{k+1} được cho bởi (1.56) . Theo nguyên lý Belman thì tổn hao tối ưu từ thời điểm k sẽ là :

$$J_k^*(x_k) = \min_{u_k} (L^k(x_k, u_k) + J_{k+1}^*(x_{k+1})) \quad (1.59)$$

và luật điều khiển tối ưu u_k^* tại thời điểm k là u_k làm cho tổn hao đạt cực tiểu .

Phương trình (1.59) chính là nguyên lý tối ưu cho hệ rời rạc . Vai trò quan trọng của nó là có thể cho phép chúng ta tối ưu hóa cùng lúc tại thời điểm a nhiều hơn một vector điều khiển .

Trong thực tế , ta có thể định rõ các điều kiện ràng buộc được thêm vào chẳng hạn như yêu cầu luật điều khiển u_k thuộc về một bộ các luật điều khiển được chấp nhận .

Ví dụ 1.10 :

Xét hệ :

$$x_{k+1} = x_k + u_k \quad (1)$$

có hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J_0 = x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2 \quad (2)$$

với thời điểm cuối cùng $N = 2$. Tín hiệu điều khiển bị ràng buộc lấy các giá trị :

$$u_k = -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \quad (3)$$

và biến trạng thái bị ràng buộc lấy các giá trị :

$$x_k = 0, 0.5, 1, 1.5 \quad (4)$$

Điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển không phải là không có lý do , tín hiệu điều khiển tối ưu thời gian tối thiểu chỉ lấy các giá trị ± 1 (ví dụ 1.12), trong khi tín hiệu điều khiển tối ưu nhiên liệu tối thiểu nhận các giá trị $0, \pm 1$. Điều kiện ràng buộc đối với biến trạng thái trong bài toán này cũng hợp lý , vì nếu trạng thái ban đầu lấy một trong các giá trị chấp nhận được (4) , thì dưới ảnh hưởng của các tín hiệu điều khiển cho phép (3) các trạng thái sau đó sẽ lấy các giá trị nguyên và bán nguyên . Điều kiện ràng buộc (4) có thể viết lại là $x_0 = 0, 0.5, 1, 1.5$ và

$$0 \leq x_k \leq 1.5 \quad (5)$$

Đây là điều kiện xác thực và ràng buộc biên độ về trạng thái , thường là hợp lý trong các tình huống vật lý .

Bây giờ , bài toán điều khiển tối ưu là tìm dãy tín hiệu điều khiển chấp nhận được u_0^*, u_1^* sao cho chỉ tiêu chất lượng J_0 đạt giá trị cực tiểu trong khi tạo ra quỹ đạo trạng thái chấp nhận được x_0^*, x_1^*, x_2^* . Chúng ta muốn u_k^* được xác định như là luật điều khiển hồi tiếp trạng thái .

Theo (1.58) ta có :

$$J_k = \frac{1}{2} u_k^2 + J_{k+1}^* \quad (6)$$

$$\Rightarrow J_k^* = \min_{u_k} (J_k) \quad (7)$$

Để tìm u_k^* và J_k^* ứng với mỗi x_k . Ta xuất phát từ trạng thái cuối cùng .

$k = N = 2$: $J_2^* = x_2^*$

Ứng với mỗi giá trị $x_N = 0, 0.5, 1, 1.5$ ta có các giá trị $J_N^* = 0, 0.25, 1, 2.25$.

$k = 1$: $J_1 = u_2^2 / 2 + J_2^*$

- $x_1 = 1.5$: vì $x_2 = x_1 + u_1$ và $0 \leq x_2 \leq 1.5$ nên ta chỉ xét các giá trị $u_1 \leq 0$

$$u_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1.5 + 0 = 1.5 \Rightarrow J_2^* = 2.25$$

$$\Rightarrow J_1 = u_2^2 / 2 + J_2^* = 0^2 / 2 + 2.25 = 2.25$$

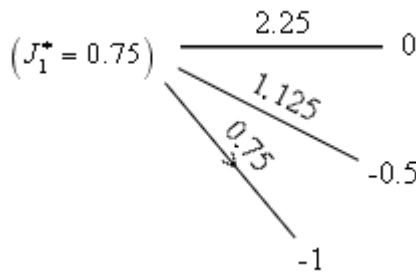
$$u_1 = -0.5 \Rightarrow x_2 = 1.5 + (-0.5) = 1 \Rightarrow J_2^* = 1$$

$$\Rightarrow J_1 = (-0.5)^2 / 2 + 1 = 1.125$$

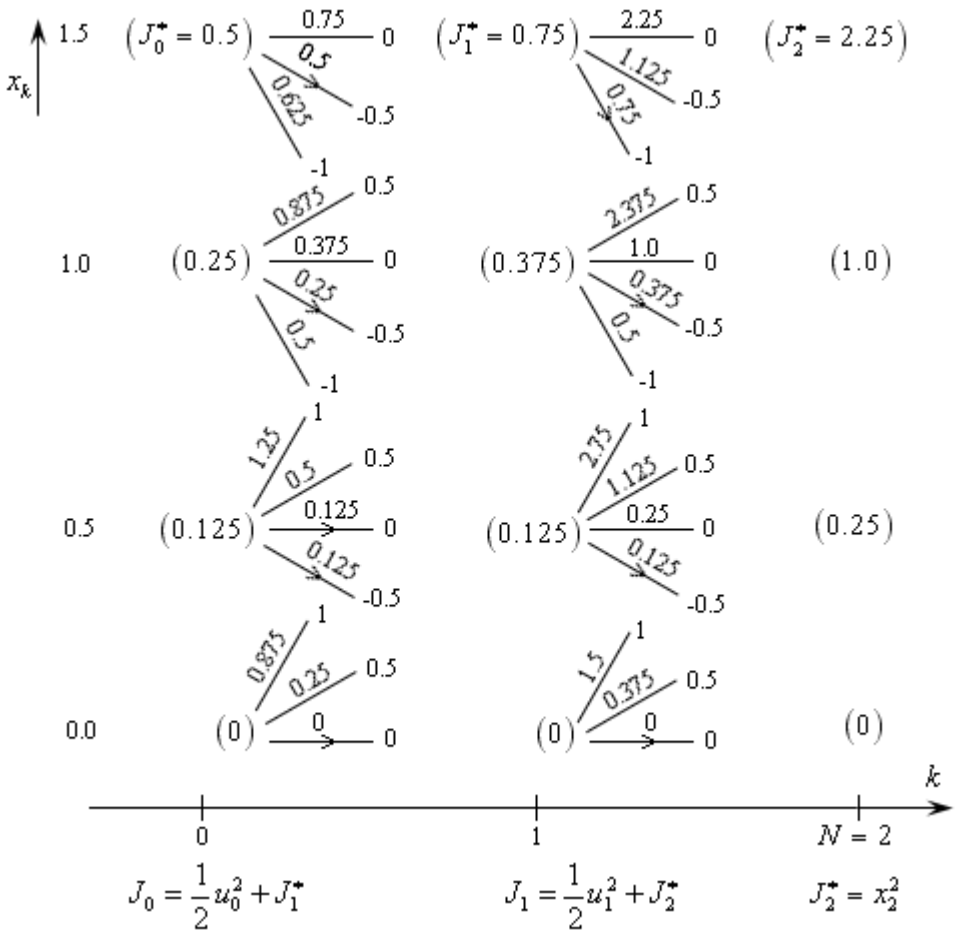
$$u_1 = -1 \Rightarrow x_2 = 1.5 + (-1) = 0.5 \Rightarrow J_2^* = 0.25$$

$$\Rightarrow J_1 = (-1)^2 / 2 + 0.25 = 0.75$$

Như vậy , tín hiệu điều khiển tối ưu với $x_1 = 1.5$ là $u_1^* = -1$ và tổn hao tối ưu là $J_1^* = 0.75$. Ta có được sơ đồ như sau với mũi tên chỉ ra trạng thái tối ưu .



Tương tự như vậy cho các trường hợp còn lại của x_1 . Tiếp tục với trạng thái $k = 0$. Cuối cùng ta sẽ được lưới kết quả như Hình 1.10 .



Hình 1.10: Lưới kết quả của bài toán tối ưu giải bằng phương pháp quy hoạch động .

3. Phương pháp điều khiển số

Chúng ta có thể rời rạc hóa , giải bài toán tối ưu cho hệ rời rạc và sau đó dùng khâu giữ bậc 0 để tạo ra tín hiệu điều khiển số .

Cho hệ thống :

$$\dot{x} = f(x,u,t) \tag{1.60}$$

Với hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J(0) = \phi(x(T),T) + \int_0^T L(x(t),u(t),t)dt \tag{1.61}$$

Để rời rạc hệ thống với chu kỳ lấy mẫu τ giây, ta có thể sử dụng hàm xấp xỉ bậc 1 :

$$\dot{x}(k\tau) = (x_{k+1} - x_k) / \tau \quad (1.62)$$

Viết (1.60) dưới dạng :

$$x_{k+1} = x_k + \tau f(x_k, u_k, k\tau) \quad (1.63)$$

Để cho đơn giản ta định nghĩa : $x_k \square x(k\tau)$, $u_k \square u(k\tau)$

Định nghĩa hàm rời rạc :

$$f^k(x_k, u_k) \square x_k + \tau f(x_k, u_k, k\tau) \quad (1.64)$$

Khi đó ta có thể viết :

$$x_{k+1} = f^k(x_k, u_k) \quad (1.65)$$

Phương trình này đúng với (1.56) .

Để rời rạc hoá hàm chỉ tiêu , ta có thể viết :

$$J(0) = \phi(x(T), T) + \sum_{k=0}^{N-1} \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} L(x(t), u(t), t) dt \quad (1.66)$$

Trong đó :

$$N = \frac{T}{\tau} \quad (1.67)$$

Sử dụng hàm xấp xỉ bậc 1 cho mỗi đại lượng tích phân :

$$J(0) = \phi(x(T), T) + \sum_{k=0}^{N-1} \tau L(x_k, u_k, k\tau) \quad (1.68)$$

Định nghĩa hàm rời rạc :

$$\begin{aligned} J_0 &\square J(0) \\ \phi^S(N, x_N) &\square \phi(x(N\tau), N\tau) \\ L^k(x_k, u_k) &\square \tau L(x_k, u_k, k\tau) \end{aligned} \quad (1.69)$$

Khi đó ta có :

$$J(0) = \phi^S(N, x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} L^k(x_k, u_k) \quad (1.70)$$

Đây là công thức (1.57) .

Trong trường hợp hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.71)$$

$$J(0) = \frac{1}{2} x^T(T) S(T) x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (1.72)$$

Sử dụng hàm xấp xỉ bậc nhất để rời rạc hoá hệ thống trở thành :

$$x_{k+1} = (I + A\tau) x_k + B\tau u_k \quad (1.73)$$

$$J(0) = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^T Q^S x_k + u_k^T R^S u_k) \quad (1.74)$$

Trong đó :

$$S_N \square S(N\tau) \quad (1.75)$$

$$Q^S = Q\tau \quad (1.76)$$

$$R^S = R\tau \quad (1.77)$$

Tuy nhiên trong trường hợp này ta có thể làm tốt hơn xấp xỉ Euler (1.73) bằng cách sử dụng chính xác phương trình trạng thái (1.71) bao gồm bộ lấy mẫu và khâu giữ bậc 1 :

$$x_{k+1} = A^S x_k + B^S u_k \quad (1.78)$$

Trong đó :

$$A^S = e^{A\tau} \quad (1.79)$$

$$B^S = \int_0^\tau (e^{A\tau} B) dt \quad (1.80)$$

Khi đó hệ thống này đã được rời rạc hoá , phương pháp quy hoạch động có thể được áp dụng để tính u_k^* như trong phần rời rạc . Điều khiển số áp dụng trong thực tế được thể hiện như sau :

$$u(t) = u_k^* \quad , \quad k\tau \leq t \leq (k+1)\tau \quad (1.81)$$

Để sử dụng phương pháp quy hoạch động , biến trạng thái và giá trị điều khiển trước hết phải được lượng tử hoá , được giới hạn theo một số tập giá trị có thể chấp nhận . Mức độ lượng tử càng tốt thì tín hiệu số càng chính xác ; tuy nhiên khi số lượng có thể chấp nhận được của x_k và u_k tăng thì

khối lượng tính toán để tìm u_k^* cũng tăng theo . Vấn đề này có thể nhanh chóng gây khó khăn kể cả đối với các máy tính lớn .

1.2.3 Nguyên lý cực tiểu Pontryagin _ Hamilton

1. Nguyên lý cực tiểu của Pontryagin.

Cho hệ thống :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (1.82)$$

Kết hợp hàm chỉ tiêu chất lượng :

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt \quad (1.83)$$

Trạng thái cuối phải thỏa :

$$\Psi(x(T), T) = 0 \quad (1.84)$$

và $x(t_0)$ đã được cho trước .

Điều kiện để bài toán tối ưu là :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (1.85)$$

với
$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (1.86)$$

Giả sử hàm điều khiển $u(t)$ là ràng buộc trong một vùng giới hạn cho phép , có nghĩa là giá trị yêu cầu có độ lớn nhỏ hơn giá trị đã cho . Điều kiện dùng thay bằng điều kiện tổng quát :

$$H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \leq H(x^*, u^* + \delta u, \lambda^*, t) \quad \text{Thỏa tất cả giá trị } \delta u$$

Dấu * thể hiện chỉ số chất lượng tối ưu . Mà bất kỳ sự biến thiên nào trong bộ điều khiển tối ưu xảy ra tại thời điểm t (trong khi trạng thái và biến trạng thái nếu được duy trì) sẽ tăng đến giá trị của hàm *Hamilton* . Điều kiện này được viết như sau :

$$\boxed{H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \leq H(x^*, u, \lambda^*, t)} \quad \text{Thỏa tất cả giá trị } u \quad (1.87)$$

Yêu cầu tối ưu biểu thức (1.87) được gọi nguyên lý cực tiểu Pontryagin : “ *Hàm Hamilton phải được cực tiểu hóa ở tất cả các giá trị u cho giá trị tối ưu của trạng thái và biến trạng thái* ” .

Chúng ta sẽ thấy nguyên lý cực tiểu hữu dụng như thế nào . Đặc biệt chú ý không thể nói rằng biểu thức $H(x^*, u^*, \lambda^*) \leq H(x, u, \lambda, t)$ chắc chắn phải đúng .

Ví dụ 1.11 :

Tối ưu hóa với những ràng buộc

Giả sử chúng ta muốn tối ưu cực tiểu hàm :

$$L = \frac{1}{2} u^2 - 2u + 1 \quad (1)$$

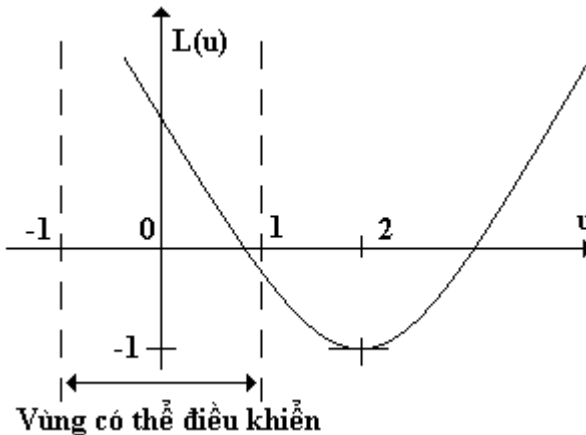
Với điều kiện :

$$|u| \leq 1 \quad (2)$$

Xem Hình 1.11 .

Nguyên lý cực tiểu :

$$L(u^*) \leq L(u) \quad \text{thỏa } \forall u \quad (3)$$



Hình 1.11 : Tối ưu hoá với nhiều điều kiện ràng buộc .

Dễ dàng thấy được giá trị tối ưu của u là :

$$u^* = 1 \quad (4)$$

Giá trị tối ưu của L là :

$$L^* = L(1) = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

Giá trị nhỏ nhất không ràng buộc tìm được bằng cách giải :

$$\frac{\partial L}{\partial u} = u - 2 = 0 \quad (6)$$

nhận được :

$$u = 2 \quad (7)$$

và :

$$L(2) = -1 \quad (8)$$

nhỏ hơn (5) ; nhưng $u=2$ thì không nằm trong khoản $|u| \leq 1$.

2. Điều khiển Bang-Bang

Chúng ta hãy thảo luận bài toán tối thiểu thời gian tuyến tính với ngõ vào ràng buộc . Cho hệ thống :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.88)$$

với chỉ tiêu chất lượng :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T 1 dt \quad (1.89)$$

Với T tự do . Giả sử hàm điều khiển phải thỏa mãn điều kiện sau :

$$|u(t)| \leq 1 \quad \forall t \in [t_0, T] \quad (1.90)$$

Bài toán tối ưu đặt ra là tìm tín hiệu điều khiển $u(t)$ để cực tiểu hoá $J(t_0)$, thỏa mãn điều kiện (1.90) với $\forall t$, đi từ trạng thái $x(t_0)$ đến trạng thái cuối cùng $x(T)$ thỏa công thức (1.84) của hàm ψ .

Hàm *Hamilton* cho vấn đề này là :

$$H = L + \lambda^T f = 1 + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (1.91)$$

điều kiện dừng được tìm thấy là :

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = B^T \lambda \quad (1.92)$$

Nó không chứa u bởi vì hàm *Hamilton* tuyến tính đối với u . Rõ ràng , để H cực tiểu chúng ta nên chọn $u(t)$ sao cho $\lambda^T(t)Bu(t)$ càng nhỏ càng tốt (có

nghĩa là giá trị càng xa về phía bên trái trên trục tọa độ thực ; $\lambda^T B u = -\infty$ là giá trị nhỏ nhất). Nếu không có sự ràng buộc nào trên $u(t)$, thì điều này sẽ cho ra những giá trị vô hạn (dương hoặc âm) của những biến điều khiển . Với kết quả này , bài toán tối ưu đặt ra phải có những điều kiện ràng buộc đối với tín hiệu điều khiển .

Theo nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* (1.87) , hàm điều khiển tối ưu $u^*(t)$ phải thỏa mãn :

$$1 + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu^*) \leq 1 + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu)$$

$$\Rightarrow (\lambda^*)^T B u^* \leq (\lambda^*)^T B u \quad (1.93)$$

đối với tất cả giá trị $u(t)$ cho phép . Điều kiện này cho phép chúng ta biểu diễn $u^*(t)$ dưới dạng biến trạng thái . Để thấy điều này , trước tiên chúng ta thảo luận về trường hợp một ngõ vào .

Đặt $u(t)$ là một đại lượng vô hướng và đặt b tương trưng cho vector ngõ vào . Trong trường hợp này dễ dàng chọn $u^*(t)$ để tối thiểu $\lambda^T(t) b u(t)$. (Chú ý : giá trị nhỏ nhất nghĩa là $\lambda^T(t) b u(t)$ nhận một giá trị càng gần $-\infty$ càng tốt) .

Nếu $\lambda^T(t) b$ là giá trị dương , chúng ta nên chọn $u(t) = -1$ làm cho $\lambda^T(t) b u(t)$ có giá trị âm nhất . Mặt khác , nếu $\lambda^T(t) b$ là giá trị âm , chúng ta nên chọn $u(t)$ ở giá trị cực đại là giá trị 1 để giá trị $\lambda^T(t) b u(t)$ càng âm càng tốt . Nếu giá trị $\lambda^T(t) b u(t)$ bằng zero tại thời điểm t , khi đó $u(t)$ có thể nhận bất cứ giá trị nào tại thời điểm này .

Quan hệ giữa điều khiển tối ưu và biến trạng thái có thể biểu diễn bằng hàm $\text{sgn}(w)$:

$$\text{sgn}(w) = \begin{cases} 1 & w > 0 \\ (-1, 1) & w = 0 \\ -1 & w < 0 \end{cases} \quad (1.94)$$

Khi đó hàm điều khiển tối ưu được cho bởi :

$$u^*(t) = -\text{sgn}(b^T \lambda(t)) \quad (1.95)$$

u^* được biểu diễn dưới dạng biến trạng thái , với hệ tuyến tính dạng toàn phương .

Giá trị $b^T \lambda(t)$ được gọi là hàm chuyển đổi . Một hàm chuyển đổi mẫu và bộ điều khiển tối ưu được diễn tả ở Hình 1.12 . Khi hàm chuyển đổi này đổi dấu , bộ điều khiển chuyển từ cực trị này đến cực trị khác . Bộ điều khiển trong hình được chuyển đổi bốn lần . Điều khiển thời gian tối thiểu tuyến

tính tối ưu luôn bảo hòa khi nó chuyển đổi tại vị trí giữa các giá trị cực trị , cho nên được gọi là điều khiển *Bang-bang* .

Nếu bộ điều khiển là một vector có m phần tử , theo nguyên lý cực tiểu ta chọn các thành phần $u_i(t)$ bằng 1 , nếu các thành phần $b_i^T \lambda(t)$ là giá trị âm ; và bằng -1 nếu $b_i^T \lambda(t)$ là giá trị dương , với b_i là cột thứ i của B . Phương pháp điều khiển này tạo thành một giá trị :

$$\lambda^T(t)Bu(t) = \sum_{i=1}^m u_i(t)b_i^T \lambda(t) \quad (1.96)$$

càng nhỏ càng tốt với mọi $t \in [t_0, T]$.

Ta có thể viết :

$$u^*(t) = -\text{sgn}(B^T \lambda(t)) \quad (1.97)$$

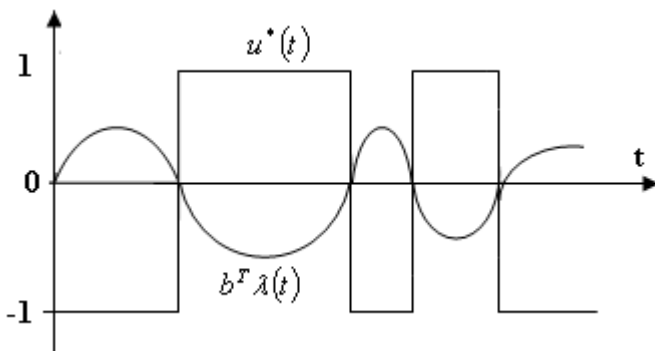
nếu chúng ta định nghĩa hàm sgn cho vector w như sau :

$$v_i = \text{sgn}(w_i) \quad \text{nếu } w_i \neq 0 \quad \text{cho mỗi } i \quad (1.98)$$

v_i, w_i là những thành phần của v và w .

Thành phần $b_i^T \lambda(t)$ của hàm chuyển đổi $B^T \lambda(t)$ có thể bằng zero trên một khoảng thời gian hữu hạn . Nếu điều đó xảy ra , thành phần $u_i(t)$ của bộ điều khiển tối ưu không định nghĩa được bởi biểu thức (1.93) . Đó gọi là điều kiện kỳ dị . Nếu điều đó không xảy ra , thì bộ điều khiển thời gian tối ưu được gọi là bình thường .

Nếu hệ thống là bất biến theo thời gian , ta sẽ có được quả đơn giản và bộ điều khiển thời gian tối ưu là duy nhất .



Hình 1.12 : Hàm chuyển đổi mẫu và bộ điều khiển tối ưu .

Hệ thống bất biến theo thời gian trong biểu thức (1.88) có thể đạt được nếu chỉ có một ma trận

$$U_n = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (1.99)$$

cấp n . Nếu b_i là cột thứ i của $B \in R^{n \times n}$, khi đó hệ thống là bình thường nếu :

$$U = \begin{bmatrix} b & Ab & \dots & A^{n-1}b \end{bmatrix} \quad (1.100)$$

cấp n cho mỗi giá trị $i = 1, 2, \dots, m$; mà khi thành lập cho mỗi giá trị riêng biệt $u, u \in R^m$.

Giả sử hệ thống bình thường và ta muốn dẫn $x(t_0)$ tiến đến trạng thái cuối cố định $x(T)$ với hàm điều khiển thỏa $[u(t)] \leq 1$. Khi đó :

1. nếu trạng thái cuối $x(T)$ bằng zero , khi đó sẽ tồn tại bộ điều khiển thời gian tối thiểu nếu hệ thống không có cực với phần thực dương (ví dụ không có cực trên mặt phẳng phía bên phải) .
2. cho bất kỳ giá trị $x(T)$ cố định , nếu tồn tại đáp án cho bài toán tối ưu thời gian thì nó là duy nhất .
3. cuối cùng , nếu hệ thống có n cực thực và nếu tồn tại bộ điều khiển tối ưu thời gian thì mỗi thành phần $u_i(t)$ của bộ điều khiển tối ưu thời gian thay đổi $n-1$ lần .

Ví dụ 1.12 :

Điều khiển Bang-Bang

Cho hệ thống tuân theo định luật Newton :

$$\dot{y} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = u \quad (2)$$

với y là vị trí tọa độ và v là vận tốc . Trạng thái là $x = [y \ u]^T$. Cho gia tốc ngõ vào u ràng buộc bởi :

$$|u(t)| \leq 1 \quad (3)$$

Mục đích điều khiển là đưa trạng thái từ điểm ban đầu bất kỳ $(y(0), v(0))$ đến điểm gốc trong thời gian T ngắn nhất . Trạng thái cuối được cố định tại :

$$\varphi(x(T), T) = \begin{bmatrix} y(T) \\ v(T) \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Lập hàm *Hamilton* (1.91) :

$$H = 1 + \lambda_y v + \lambda_v u \quad (5)$$

$\lambda = [\lambda_y \ \lambda_v]^T$ là biến trạng thái .

Từ hệ phương trình *Hamilton* ta có :

$$\dot{\lambda}_y = -\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}_v = -\frac{\partial H}{\partial v} = -\lambda_y \quad (7)$$

Điều kiện tiếp tuyến :

$$0 = H(T) = 1 + \lambda_y(T)v(T) + \lambda_v(T)u(T) \quad (8)$$

hoặc dùng công thức (4) ,

$$\lambda_v(T)u(T) = -1 \quad (9)$$

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* cần đến phương trình (1.97) , hoặc :

$$u(t) = -\text{sgn}(\lambda_v(t)) \quad (10)$$

vì thế thành phần biến trạng thái $\lambda_v(t)$ là hàm chuyển đổi . Để xác định bộ điều khiển tối ưu , ta chỉ cần xác định $\lambda_v(t)$.

Giải phương trình (6) và (7) với thời gian cuối T :

$$\lambda_y(t) = \text{const} \square \lambda_y \quad (11)$$

$$\lambda_v(t) = \lambda_v(T) + (T-t)\lambda_y \quad (12)$$

Dùng công thức (9) và giá trị $u^*(t)$ bão hòa tại giá trị 1 hoặc -1 , ta được :

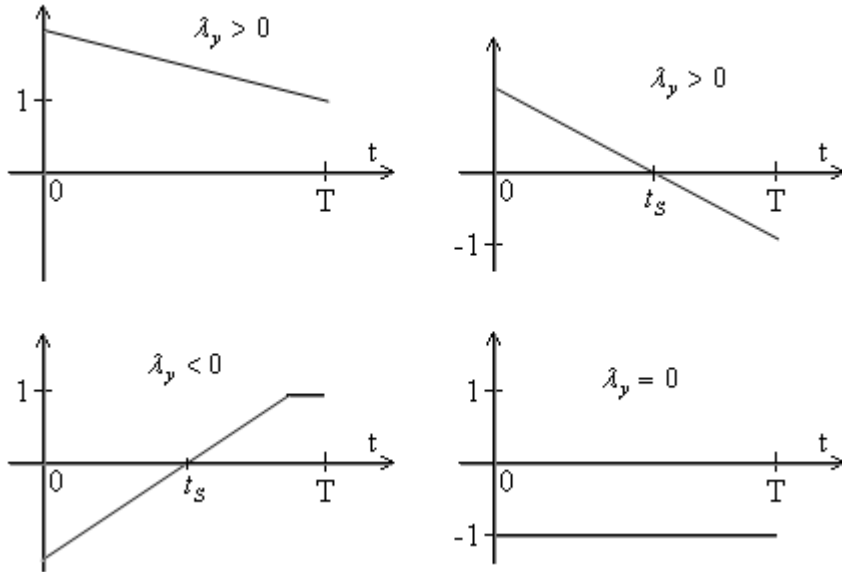
$$u^*(T) = 1 \text{ và } \lambda_v^*(T) = -1 \quad (13)$$

hoặc :

$$u^*(T) = -1 \text{ và } \lambda_v^*(T) = 1 \quad (14)$$

Có nhiều khả năng cho hàm chuyển đổi $\lambda_v^*(t)$, tùy thuộc vào giá trị của $\lambda_v^*(T)$ và λ_y . Vài khả năng của hàm chuyển đổi $\lambda_v^*(t)$ được diễn tả trong Hình 1.13 . Giá trị $\lambda_v^*(T) \in (y(0), v(0))$. Chú ý rằng $\lambda_v^*(t)$ là tuyến tính , và cắt ngang trục tọa độ .

Ta cần xác định phương pháp chuyển đổi để bộ điều khiển tối ưu luôn đúng , đồng thời cũng phải xác định thời điểm chuyển đổi t_S (xem Hình 1.13) .



Hình 1.13 : Các hàm chuyển đổi $\lambda_v(t)$ có thể có .

Xét 2 tín hiệu điều khiển chấp nhận được : $u(t) = 1$ với $\forall t$ hoặc $u(t) = -1$ với $\forall t$. Do cả 2 trường hợp u đều là hằng số nên khi kết hợp phương trình trạng thái (2) và (1) ta được :

$$v(t) = v(0) + ut \tag{15}$$

$$y(t) = y(0) + v(0)t + \frac{1}{2}ut^2 \tag{16}$$

Để loại bỏ thời gian biến thiên , từ dùng biểu thức (15) ta có được :

$$t = (v(t) - v(0)) / u$$

và sau đó thay vào biểu thức (16) suy ra :

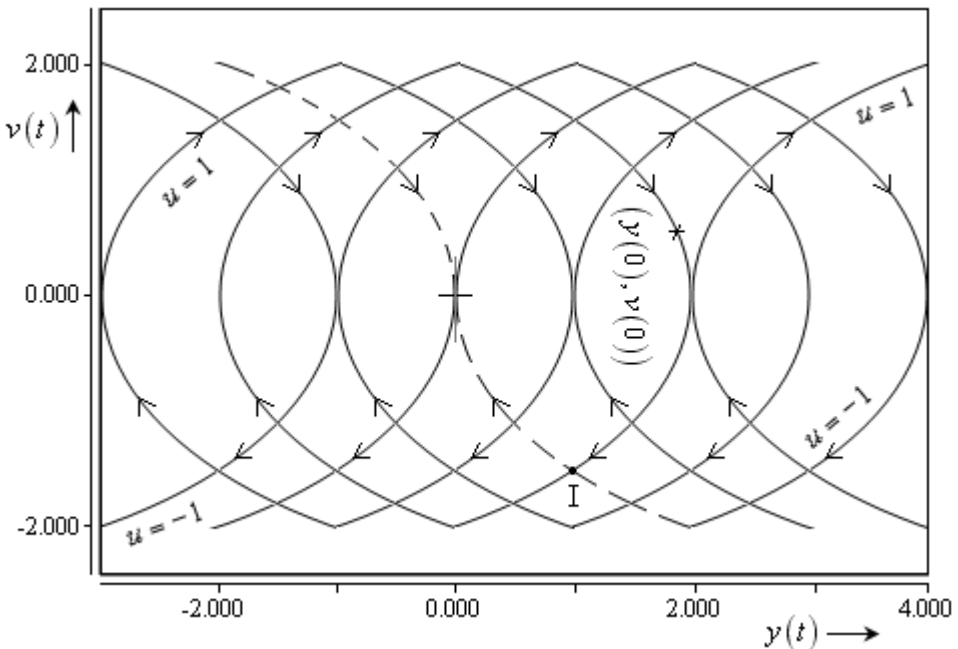
$$(y(t) - y(0))u = v(0)(v(t) - v(0)) + \frac{1}{2}(v(t) - v(0))^2 \tag{17}$$

Đây là một parabol đi qua tọa độ $(y(0), v(0))$ và khi trạng thái ban đầu biến thiên ta vẽ được một họ parabol . Đồ thị mặt phẳng pha phản ánh trạng thái biến thiên diễn tả cho trường hợp $u = 1$ và $u = -1$ ở Hình 1.14 . Họ quỹ đạo đi từ dưới lên trên ứng với trường hợp $u = 1$, và họ quỹ đạo đi từ trên xuống dưới ứng với $u = -1$. Mũi tên chỉ hướng tăng của thời gian .

Như đã trình bày ở trên , tín hiệu điều khiển tối ưu $u(t)$ là một hàm không đổi từng đoạn , lấy giá trị ± 1 và có nhiều nhất là hai đoạn không đổi . Do đó, nếu ban đầu trong một khoảng thời gian nào đó $u(t)$ lấy giá trị $+1$ và sau đó là -1 thì họ quỹ đạo pha gồm hai đoạn của các parabol nối tiếp nhau, trong đó đoạn parabol thứ hai là đường parabol chạy về gốc tọa độ. Như vậy, đường cong hợp bởi hai nhánh parabol (đường đứt nét trên Hình 1.14) là quỹ đạo cuối đưa trạng thái về gốc tọa độ , đường cong đó được gọi là đường chuyển đổi và có phương trình là :

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}v^2 & v < 0 \\ -\frac{1}{2}v^2 & v > 0 \end{cases} \quad (18)$$

Theo nguyên lý cực tiểu, chỉ có những quỹ đạo trên là tối ưu và từ một điểm của mặt phẳng pha chỉ có một quỹ đạo tối ưu chạy về gốc tọa độ .



Hình 1.14 : Qui tắc điều khiển hồi tiếp .

Bây giờ chúng ta sẽ đi tìm thời gian tối thiểu tới đích với trạng thái ban đầu $(y(0), v(0))$.

Giả sử rằng trạng thái đầu nằm trên đường cong chuyển ứng với $u = -1$, sau đó chuyển sang $u = 1$ rồi về gốc tọa độ . Khi đó luật điều khiển $u = -1$ được áp dụng đầu tiên để đưa trạng thái từ $(y(0), v(0))$ dọc theo đường parabol để đến đường cong chuyển đổi . Tại điểm chuyển đổi (I) ứng với thời điểm chuyển đổi t_s , tín hiệu điều khiển chuyển thành $u = 1$ và đưa trạng thái về gốc tọa độ .

Chúng ta có thể xác định thời điểm chuyển đổi t_s khi trạng thái nằm trên đường cong này . Dùng công thức (15) và (16) với $u = -1$ suy ra :

$$\begin{aligned}y(t) &= y(0) + v(0)t - \frac{t^2}{2} \\ &= \frac{v^2(t)}{2} = \frac{v^2(0)}{2} - v(0)t + \frac{t^2}{2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow t^2 - 2v(0)t + \frac{v^2(0)}{2} - y(0) = 0 \quad (19)$$

Thời điểm chuyển đổi sẽ là :

$$t_s = v(0) + \sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (20)$$

Áp dụng (15) tại điểm chuyển đổi ta có :

$$v(t_s) = v(0) - t_s \quad (21)$$

Cũng sử dụng (15) đối với thời gian còn lại $(T - t_s)$ (bây giờ $u = 1$) :

$$0 = v(T) = v(t_s) + (T - t_s) \quad (22)$$

Từ (21) và (22) ta tính được thời gian cực tiểu đến đích :

$$T = 2t_s - v(0)$$

Hoặc :

$$T = v(0) + 2\sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (23)$$

3. Điều khiển Bang-Off-Bang

Ở phần này chúng ta sẽ thảo luận bài toán điều khiển nhiên liệu tối thiểu tuyến tính với đầu vào bị ràng buộc .

Xét hệ thống :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.101)$$

Giả định rằng nhiên liệu được sử dụng trong mỗi thành phần của đầu vào tỉ lệ với độ lớn của thành phần ấy , ta định nghĩa hàm đánh giá :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^m c_i |u_i|(t) dt \quad (1.102)$$

Khi đó chúng ta cho phép khả năng tiêu thụ nhiên liệu của m đầu vào $u_i(t)$ bởi trọng số vô hướng c_i . Ta định nghĩa trị tuyệt đối của vector :

$$|u| = \begin{bmatrix} |u_1| \\ \vdots \\ |u_m| \end{bmatrix} \quad (1.103)$$

(định nghĩa này tương tự (1.90)) và vector $C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_m]^T$. Ta có :

$$J(t_0) = \int_{t_0}^T C^T |u(t)| dt \quad (1.104)$$

Giả định rằng bài toán thỏa :

$$|u(t)| \leq 1 \quad (1.105)$$

Ta muốn tìm luật điều khiển để tối thiểu $J(t_0)$, thỏa (1.105) và đưa $x(t_0)$ về trạng thái cuối thỏa (1.84) với hàm \mathcal{V} đã cho . Thời gian cuối T có thể tự do hoặc ràng buộc . Chúng ta sẽ thảo luận kỹ hơn ở ví dụ . Lưu ý rằng thời gian T ít nhất phải bằng thời gian tối thiểu để đưa $x(t_0)$ về trạng thái cuối $x(T)$ thỏa (1.84) .

Hàm *Hamilton* :

$$H = C^T |u| + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (1.106)$$

Theo nguyên lý cực tiểu (1.87) , bài toán điều khiển tối ưu phải thỏa :

$$C^T |u^*| + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu^*) \leq C^T |u| + (\lambda^*)^T (Ax^* + Bu) \quad (1.107)$$

với mọi giá trị $u(t)$. Vì trạng thái tối ưu và biến trạng thái xuất hiện ở cả hai vế của bất đẳng thức , ta yêu cầu :

$$C^T |u^*| + (\lambda^*)^T B u^* \leq C^T |u| + (\lambda^*)^T B u \quad (1.108)$$

với mọi $u(t)$.

Để xác định $u^*(t)$ từ biến trạng thái $\lambda(t)$ thỏa mãn (1.108) , ta giả sử rằng m thành phần của bộ điều khiển là độc lập lẫn nhau ($i=1, \dots, m$) . Tất cả các giá trị $u_i(t)$ phải thỏa bất đẳng thức vô hướng :

$$|u_i^*| + \frac{(\lambda^*)^T b_i u^*}{c_i} \leq |u_i| + \frac{(\lambda^*)^T b_i u_i}{c_i} \quad (1.109)$$

Với b_i biểu diễn thành phần cột thứ i của ma trận B . Bây giờ ta phải tìm ra cách thức để chọn giá trị $u_i^*(t)$ từ $\lambda^T(t) b_i$.

Với :

$$|u_i| = \begin{cases} u_i & u_i \geq 0 \\ -u_i & u_i \leq 0 \end{cases} \quad (1.110)$$

ta có thể viết lại chỉ tiêu chất lượng theo dạng sau :

$$q_i(t) \square |u_i| + \frac{b_i^T \lambda u_i}{c_i} = \begin{cases} \left(\frac{1+b_i^T \lambda}{c_i} \right) |u_i| & u_i \geq 0 \\ \left(\frac{1-b_i^T \lambda}{c_i} \right) |u_i| & u_i \leq 0 \end{cases} \quad (1.111)$$

Nếu $b_i^T \lambda / c_i$ bằng 1 , khi đó một vài giá trị không xác định dương của $u_i(t)$ sẽ làm q_i trong (1.111) bằng zero ; nếu $b_i^T \lambda / c_i$ bằng -1 , khi đó một vài giá trị không xác định âm của $u_i(t)$ sẽ làm q_i bằng zero . Do đó bài toán nhiên liệu tối thiểu có luật điều khiển giống như một bài toán phi tuyến .

Biến trạng thái hồi tiếp là :

$$u_i(t) = \begin{cases} 1 & b_i^T \lambda(t) / c_i < -1 \\ \text{nonnegative} & b_i^T \lambda(t) / c_i = -1 \\ 0 & -1 < b_i^T \lambda(t) / c_i < 1 \\ \text{nonpositive} & b_i^T \lambda(t) / c_i = 1 \\ -1 & b_i^T \lambda(t) / c_i > 1 \end{cases} \quad (1.112)$$

Nếu chúng ta định nghĩa hàm vùng chết (dead zone) :

$$dez(w) = \begin{cases} -1 & w < -1 \\ (-1;0) & w = -1 \\ 0 & -1 < w < 1 \\ (0;1) & w = 1 \\ 1 & w > 1 \end{cases} \quad (1.113)$$

Ta có thể viết lại bài toán nhiên liệu tối thiểu như sau :

$$u_i(t) = -dez\left(\frac{b_i^T \lambda(t)}{c_i}\right) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.114)$$

mỗi thành phần $u(t)$ hoặc bão hòa hoặc bằng zero , ta gọi điều này là luật điều khiển bang-off-bang .

Nếu $b_i^T \lambda(t)/c_i$ bằng 1 hoặc -1 , giữa 2 trạng thái có một khoảng thời gian khác zero . Trong trường hợp này , nguyên lý cực tiểu sẽ không xác định được các thành phần $u_i(t)$. Đây gọi là những khoảng kỳ dị . Nếu $b_i^T \lambda(t)/c_i$ bằng 1 hoặc -1 chỉ tại một số khoảng thời gian xác định , đây là bài toán nhiên liệu tối thiểu thông thường .

Bài toán điều khiển nhiên liệu tối thiểu là thông thường nếu $A \neq 0$ và nếu hệ thống là bình thường . Có nghĩa là nếu U_i được định nghĩa bởi (1.100) thì nó là kỳ dị với $i = 1 , \dots , m$.

Nếu bài toán nhiên liệu tối thiểu là bình thường và bộ điều khiển nhiên liệu tối thiểu tồn tại , khi đó nó là duy nhất .

Ở ví dụ kế ta sẽ xem xét một số vấn đề của bài toán nhiên liệu tối thiểu .

Ví dụ 1.13 :

Điều khiển Bang-off-bang

Hệ thống được mô tả :

$$\dot{y} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = u \quad (2)$$

với $x = [y \quad v]^T$. Điều kiện ràng buộc của ngõ vào :

$$|u(t)| \leq 1 \quad (3)$$

Giả sử ta xác định được trạng thái đầu $(y(0), v(0))$. Ta được :

$$\psi(x(T), T) = \begin{bmatrix} y[T] \\ v[T] \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Chỉ tiêu chất lượng với yêu cầu nhiên liệu tối thiểu :

$$J(0) = \int_0^T |u(t)| dt \quad (5)$$

Ta chưa chú ý đến trạng thái thời gian cuối T hoặc tự do hoặc ràng buộc, mặc dù cuối cùng ta cũng sẽ xét đến cả 2 trường hợp .

Hàm *Hamilton* :

$$H = |u| + \lambda_y v + \lambda_v u \quad (6)$$

Trong đó $\lambda = [\lambda_y \quad \lambda_v]^T$. Do đó phương trình biến trạng thái là :

$$\dot{\lambda}_y = 0 \quad (7)$$

$$\dot{\lambda}_v = -\lambda_y \quad (8)$$

Điều kiện tiếp tuyến yêu cầu :

$$0 = H(T) = |u(T)| + \lambda_y(T)u(T) \quad (9)$$

Từ (4) , (7) , (8) ta suy ra :

$$\lambda_y(t) = \text{const} \square \lambda_y \quad (10)$$

$$\lambda_v(t) = \lambda_v(T) + (T-t)\lambda_y \quad (11)$$

Thành phần biến trạng thái $\lambda_v(t)$ là tuyến tính . Tùy thuộc vào biến chưa biết λ_y và $\lambda_v(T)$ (chúng tùy thuộc vào giá trị của trạng thái đầu) , $\lambda_v(t)$ có thể là hằng số ($\lambda_y = 0$) , có thể tăng ($\lambda_y < 0$) hoặc giảm ($\lambda_y > 0$) . Xem Hình 1.13 .

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* yêu cầu :

$$u(t) = -\text{dez}(\lambda_v(t)) \quad (12)$$

do đó điều khiển tối ưu là :

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \lambda_v(t) < -1 \\ [0;1] & \lambda_v(t) = -1 \\ 0 & -1 < \lambda_v(t) < 1 \\ [-1;0] & \lambda_v(t) = 1 \\ -1 & \lambda_v(t) > 1 \end{cases} \quad (13)$$

Nói về tính tuyến tính của $\lambda_v(t)$, chúng ta thấy rằng $u = 1$ không thể chuyển ngay thành $u = -1$ mà không qua giá trị trung gian $u = 0$. Luật điều khiển có thể chấp nhận là điều khiển tối ưu nếu thỏa những yêu cầu này .

Bây giờ chúng ta sẽ xác định luật điều khiển tối ưu và đi tìm những thời điểm lúc bộ điều khiển chuyển đổi sang giá trị mới .

Bỏ qua những khoảng thời gian riêng biệt khác , có 3 giá trị của $u(t)$ là : -1 , 0 , 1 . Hình 1.14 cho ta quỹ đạo mặt phẳng pha khi $u = 1$ và $u = -1$.

Nếu $u(t) = 0 \forall t$, khi đó trạng thái xác định bởi :

$$v(t) = v(0) \tag{14}$$

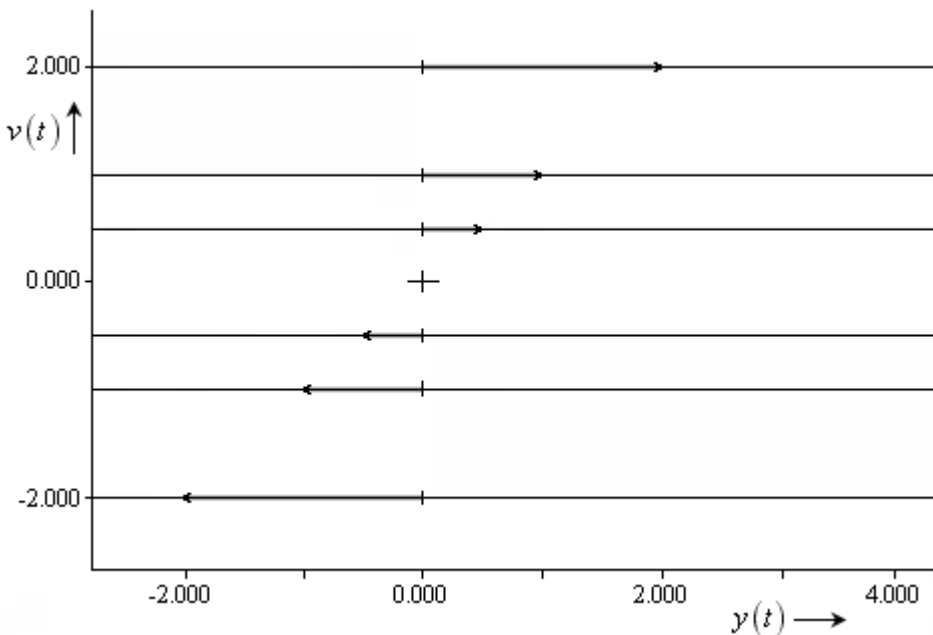
$$y(t) = y(0) + v(0)t \tag{15}$$

Những đường nằm ngang của hằng số v trong quỹ đạo mặt phẳng pha được cho ở Hình 1.15 .

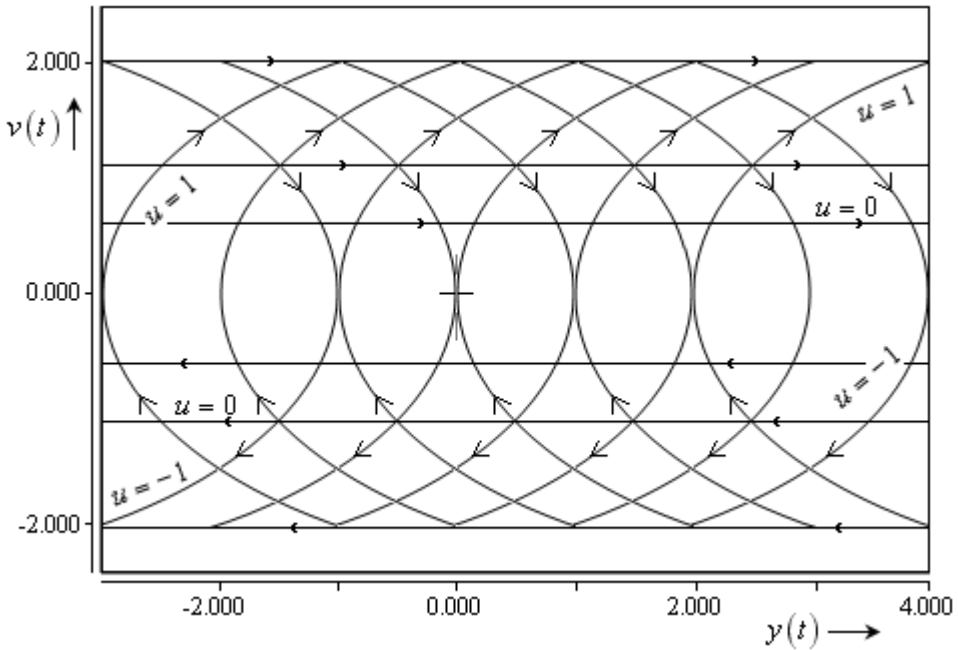
Quỹ đạo mặt phẳng pha trong trường hợp $u = 0$ là những đường mà việc tiêu thụ nhiên liệu là zero . Để nhiên liệu sử dụng là tối thiểu , chúng ta sẽ cho hệ thống di chuyển theo đường $u = 1$ hoặc -1 , dẫn trạng thái đến một trong những đường nằm ngang . Sau đó di chuyển dọc theo đường nằm ngang đến vị trí chuyển đổi qua đường $u = -1$ hoặc 1 để dẫn trạng thái tiến về zero .

Để thấy được luật điều khiển Bang-off-bang , chúng ta kết hợp quỹ đạo của hai Hình 1.14 và 1.15 được Hình 1.16 .

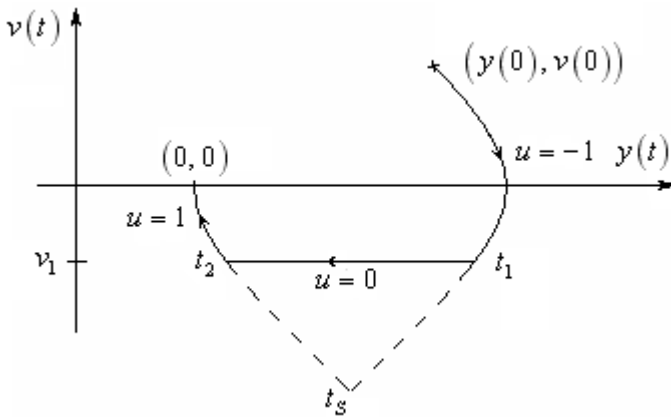
Phần tiếp theo chúng ta sẽ thảo luận riêng những tình huống cho hai vấn đề thời gian cuối tự do và cố định .



Hình 1.15 : Quỹ đạo mặt phẳng pha trong trường hợp $u = 0$.



Hình 1.16 : Luật điều khiển Bang-Off-Bang .



Hình 1.17 : Quỹ đạo trạng thái nhiên liệu tối thiểu .

Thời gian cuối tự do :

Với trường hợp thời gian cuối tự do , khi đó luật điều khiển của bài toán nhiên liệu tối thiểu sẽ không tồn tại .

Thời gian cuối cố định :

Cho trạng thái đầu như đã mô tả ở Hình 1.17 . Đối với bài toán thời gian tối thiểu thì thời gian cuối nhỏ nhất là :

$$T_{\min} = v(0) + \sqrt{y(0) + \frac{v^2(0)}{2}} \quad (16)$$

Giả định rằng thời gian T của bài toán nhiên liệu tối thiểu được cố định tại giá trị :

$$T > T_{\min} \quad (17)$$

Khi đó luật điều khiển của bài toán nhiên liệu tối thiểu là : $-1, 0, 1$ với thời gian chuyển đổi t_1 và t_2 đã được xác định .

Từ $0 < t < t_1$, $u(t) = -1$, biểu thức (15) và (16) trong ví dụ Bang-bang trở thành :

$$v_1 = v(t_1) = v_0 - t_1 \quad (18)$$

$$y(t_1) = y(0) + v(0)t_1 - \frac{t_1^2}{2} \quad (19)$$

Từ $t_1 < t < t_2$, $u(t) = 0$, ta có phương trình trạng thái :

$$v(t_2) = v_1 \quad (20)$$

$$y(t_2) = y(t_1) + v_1(t_2 - t_1) \quad (21)$$

Từ $t_2 < t < T$, $u(t) = 1$, ta được :

$$0 = v(T) = v(t_2) + (T - t_2) \quad (22)$$

$$0 = y(T) = y(t_2) + v(t_2)(T - t_2) + \frac{(T - t_2)^2}{2} \quad (23)$$

trong đó ta có sử dụng điều kiện biên (4) .

Thế (18) , (20) vào (22) , ta được :

$$t_2 = v_0 + T - t_1 \quad (24)$$

Thế (18) , (19) , (20) , (21) , (24) vào (23) và đơn giản hóa , cho ra kết quả :

$$t_1^2 - (v_0 + T)t_1 + \left(y_0 + v_0 T + \frac{v_0^2}{2} \right) = 0 \quad (25)$$

với nghiệm :

$$t = \frac{(v_0 + T) \pm \sqrt{(v_0 + T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (26)$$

từ (24) và thực tế thì $t_1 < t_2$, ta có :

$$t_1 = \frac{(v_0 + T) - \sqrt{(v_0 + T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (27)$$

và :

$$t_2 = \frac{(v_0 + T) + \sqrt{(v_0 + T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (28)$$

vì $T > T_{\min}$ nên dấu của biểu thức trong căn là dương .

Chúng ta có thể biểu diễn bài toán nhiên liệu tối thiểu này thành dạng vòng hở như sau :

$$u^*(t) = \begin{cases} -1 & t < t_1 \\ 0 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 1 & t_2 < t \end{cases} \quad (29)$$

tùy thuộc vào biểu thức (18) và (27) , giá trị nhỏ nhất của $v(t)$ có thể đạt tới theo sự ảnh hưởng của bộ điều khiển là một số âm .

$$v_1 = \frac{(v_0 - T) + \sqrt{(v_0 - T)^2 - (4y_0 + 2v_0^2)}}{2} \quad (30)$$

1.2.4 Nhận xét

Phương pháp biến phân cổ điển *Euler-Lagrange* thuận lợi khi giải bài toán tối ưu mà phiếm hàm có dạng phi tuyến , còn tín hiệu điều khiển là những hàm trơn mà ta có thể dự đoán trước dựa trên bản chất vật lý của chúng . Phương pháp này gặp nhiều khó khăn khi áp dụng cho các trường hợp mà tín hiệu điều khiển có thể là hàm gián đoạn . Trên thực tế ta thường gặp bài toán tối ưu mà tín hiệu điều khiển lại là hàm liên tục từng đoạn , cho nên phương pháp biến phân cổ điển bị hạn chế khả năng sử dụng trong thực tế rất nhiều .

Đối với hệ thống gián đoạn tốt nhất ta nên áp dụng phương pháp quy hoạch động của *Belman* . Đặc biệt với các bài toán tối ưu phức tạp dùng máy tính số tác động nhanh giải quyết bằng phương pháp này rất có hiệu quả . Tuy

nhiên , do hàm mô tả tín hiệu điều khiển tìm được theo bảng số liệu rời rạc nên biểu thức giải tích của tín hiệu điều khiển chỉ là gần đúng . Phương pháp quy hoạch động còn gặp hạn chế khi áp dụng đối với hệ thống liên tục vì rất khó giải phương trình *Belman* .

Nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* áp dụng tốt cho các bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc bất kể điều kiện ràng buộc cho theo hàm liên tục hoặc hàm gián đoạn . Nhưng đối với bài toán tối ưu phi tuyến thì nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* lại gặp khó khăn , đặc biệt trong việc xác định các hàm phụ $\lambda_i(t)$ để cho hàm *H* đạt cực đại .

1.3 ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU CÁC HỆ TUYẾN TÍNH VỚI PHIẾM HÀM DẠNG TOÀN PHƯƠNG

Trong phần này chúng ta sẽ xem xét phương pháp xây dựng bài toán tổng hợp các hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương .

1.3.1 Ổn định Lyapunov đối với hệ thống tuyến tính

Tiêu chuẩn ổn định thứ hai của Lyapunov (điều kiện đủ)

Xét hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái :

$$\dot{x} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Nếu tìm được một hàm $V(x)$ với mọi biến trạng thái x_1, x_2, \dots, x_n là một hàm xác định dấu dương , sao cho đạo hàm của nó $\frac{dV(x)}{dt}$ dựa theo phương trình vi phân của chuyển động bị nhiều cũng là hàm xác định dấu , song trái dấu với hàm $V(x)$ thì chuyển động không bị nhiễu sẽ ổn định tiệm cận .

$V(x).\dot{V}(x) < 0$: hệ thống ổn định tiệm cận .

$V(x).\dot{V}(x) = 0$: hệ thống ổn định .

$V(x).\dot{V}(x) > 0$: hệ thống không ổn định .

Phương trình Lyapunov

Xét hệ tuyến tính mô tả bởi phương trình trạng thái :

$$\dot{x} = Ax \tag{1.115}$$

Yêu cầu cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J :

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt \tag{1.116}$$

với Q là ma trận vuông xác định dương .

Chọn hàm năng lượng $V(x)$ xác định dương :

$$V(x) = x^T S x \quad (1.117)$$

trong đó ma trận S là ma trận vuông xác định dương . $\dot{V}(x)$ có dạng :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T S x + x^T S \dot{x} + x^T \dot{S} x \\ &= (Ax)^T S x + x^T S (Ax) + x^T \dot{S} x \\ &= x^T A^T S x + x^T S A x + x^T \dot{S} x \\ &= x^T (A^T S + S A + \dot{S}) x \end{aligned}$$

Do $V(x)$ xác định dương , nên để hệ thống ổn định thì $\dot{V}(x)$ phải là xác định âm . Ta chọn $\dot{V}(x) = -x^T Q x$ (do Q là ma trận xác định dương nên $\dot{V}(x)$ sẽ là xác định âm) .

$$\Rightarrow Q = -(A^T S + S A + \dot{S}) \quad (1.118)$$

Điều kiện cần và đủ để trạng thái cân bằng $x = 0$ ổn định tiệm cận : cho trước bất kỳ một ma trận xác định dương Q và ma trận A ổn định , tồn tại một ma trận xác định dương S thỏa mãn phương trình :

$$A^T S + S A + \dot{S} = -Q$$

$$\Rightarrow \boxed{-\dot{S} = A^T S + S A + Q} \quad (1.119)$$

Phương trình (1.119) được gọi là phương trình *Lyapunov* .

Khi S không thay đổi theo thời gian $\dot{S} = 0$, ta có phương trình đại số *Lyapunov* :

$$\boxed{0 = A^T S + S A + Q} \quad (1.120)$$

Chỉ tiêu chất lượng J được tính như sau :

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x dt = -x^T S x \Big|_0^{\infty} = -x^T(\infty) S x(\infty) + x^T(0) S x(0)$$

Khi tất cả các phần tử của ma trận A âm , ta có $x(\infty) \rightarrow 0$. Do đó :

$$J = x^T(0) S x(0) \quad (1.121)$$

1.3.2 Điều khiển tối ưu hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương _ Phương trình Riccati đối với hệ liên tục

Xét hệ thống :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.122)$$

Chúng ta cần tìm ma trận K của vector điều khiển tối ưu :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (1.123)$$

thỏa mãn chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (1.124)$$

Trong đó Q là ma trận xác định dương (hoặc bán xác định dương) , R là ma trận xác định dương . Chú ý : thành phần thứ hai ở phần bên phải phương trình (1.124) xác định lượng năng lượng tiêu tốn của tín hiệu điều khiển .

Chúng ta sẽ chứng minh luật điều khiển tuyến tính cho bởi phương trình (1.123) là luật điều khiển tối ưu . Khi đó , nếu ma trận K được xác định để tối thiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J thì luật điều khiển $u(t)$ sẽ tối ưu với mọi trạng thái ban đầu $x(0)$.

Từ (1.122) và (1.123) ta có :

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (1.125)$$

Thay $u(t) = -Kx(t)$ vào phương trình (1.124) :

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T Qx + x^T K^T RKx) dt \\ &= \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T RK) x dt \end{aligned} \quad (1.126)$$

Bây giờ ta chọn hàm năng lượng :

$$V(x) = x^T Sx \quad V(x) \geq 0, \forall x \quad (1.127)$$

với S là ma trận vuông xác định dương .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{V}(x) &= \dot{x}^T Sx + x^T \dot{S}x + x^T S\dot{x} \\ &= x^T (A - BK)^T Sx + x^T \dot{S}x + x^T S(A - BK)x \\ &= x^T [(A - BK)^T S + \dot{S} + S(A - BK)] x \end{aligned} \quad (1.128)$$

Do $V(x)$ xác định dương , nên để hệ thống ổn định thì $\dot{V}(x)$ phải là xác định âm . Ta đặt :

$$\dot{V}(x) = \frac{d}{dt}(x^T Sx) = -x^T (Q + K^T R K)x$$

(do Q và R là ma trận xác định dương nên ma trận $(Q + K^T R K)$ cũng là xác định dương , từ đó $\dot{V}(x)$ sẽ là xác định âm) .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad x^T (Q + K^T R K)x &= -x^T \left[(A - BK)^T S + S(A - BK) + \dot{S} \right] x \\ Q + K^T R K &= (A - BK)^T S + S(A - BK) + \dot{S} \end{aligned} \quad (1.129)$$

Theo tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov* , nếu ma trận $(A - BK)$ ổn định thì sẽ tồn tại một ma trận xác định dương S thoả mãn phương trình (1.129) .

Chỉ tiêu chất lượng bây giờ có thể được xác định như sau :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt = -x^T Sx \Big|_0^{\infty} = -x(\infty)^T Sx(\infty) + x(0)^T Sx(0)$$

Lưu ý rằng $x(\infty) = 0$

$$\Rightarrow \quad J = x(0)^T Sx(0)$$

Đặt $R = T^T T$, phương trình (1.129) trở thành :

$$(A^T - K^T B^T)S + S(A - BK) + \dot{S} + Q + K^T T^T T K = 0$$

Phương trình trên có thể viết lại như sau :

$$A^T S + SA + \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right] - SBR^{-1}B^T S + Q + \dot{S} = 0 \quad (1.130)$$

Chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu khi biểu thức :

$$x^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T S \right] x$$

đạt giá trị cực tiểu . Khi đó :

$$\begin{aligned} TK &= (T^T)^{-1} B^T S \\ \Rightarrow \quad K &= T^{-1} (T^T)^{-1} B^T S = R^{-1} B^T S \end{aligned} \quad (1.131)$$

Phương trình (1.131) cho ta ma trận tối ưu K . Như vậy , luật điều khiển tối ưu cho bài toán điều khiển tối ưu dạng toàn phương với chỉ tiêu chất lượng cho bởi phương trình (1.131) là tuyến tính và có dạng :

$$\boxed{u(t) = -Kx(t) = -R^{-1}B^T Sx(t)} \quad (1.132)$$

Ma trận S khi đó phải thỏa mãn phương trình (1.130) được viết lại như sau :

$$\boxed{A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = -\dot{S}} \quad (1.133)$$

Phương trình (1.133) được gọi là phương trình *Riccati* .

Khi S không thay đổi theo thời gian $\dot{S} = 0$, ta có phương trình đại số *Riccati* (*ARE : Algebraic Riccati Equation*) :

$$\boxed{A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0} \quad (1.134)$$

1.3.3 Phương trình Riccati đối với hệ rời rạc

Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k \quad (1.135)$$

với $x_k \in R^n$ và $u_k \in R^m$.

Chỉ tiêu chất lượng J được định nghĩa trong khoảng $[1, N]$ có dạng :

$$J_i = \sum_{k=i}^{N-1} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k) \quad (1.136)$$

Khi đó , luật điều khiển tối ưu của tín hiệu điều khiển có dạng :

$$u_k = -K_k x_k \quad (1.137)$$

với K_k được xác định như sau :

$$\boxed{K_k = (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k} \quad (1.138)$$

Trong đó S_k phải thỏa mãn phương trình :

$$\boxed{S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k} \quad (1.139)$$

Phương trình (1.139) chính là phương trình *Riccati* cho hệ rời rạc . Khi $|S_k| \neq 0$ với $\forall k$, ta có thể dùng bổ đề ma trận nghịch đảo để viết lại phương trình (1.139) như sau :

$$\boxed{S_k = A_k^T (S_{k+1}^{-1} + B_k R_k^{-1} B_k^T) A_k + Q_k} \quad (1.140)$$

1.3.4 Các bước giải bài toán toàn phương tuyến tính

Bước 1 :

Thành lập hệ phương trình trạng thái :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ c = Dx \end{cases}$$

Xác định các thông số A, B, D .

Bước 2 :

Xác định ma trận trọng lượng Q, R từ chỉ tiêu chất lượng J cho dưới dạng toàn phương tuyến tính.

Bước 3 :

Tìm nghiệm S của phương trình Riccati :

- Đối với hệ liên tục : $-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q$

- Đối với hệ rời rạc :

$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k$$

Bước 4 :

Chỉ tiêu chất lượng tối ưu đối với hệ dừng :

$$J = \min_{x^T(0)} x^T(0) S x(0)$$

Bước 5 :

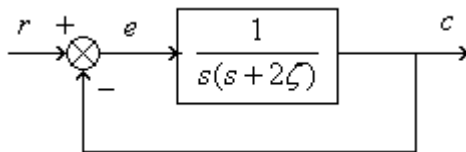
Luật điều khiển tối ưu :

- Đối với hệ liên tục : $u = -R^{-1}B^T Sx$

- Đối với hệ rời rạc : $u_k = -(B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k x_k$

Ví dụ 1.14:

Cho hệ thống như hình vẽ .



Hình 1.18 : Hệ thống điều khiển .

Tìm giá trị $\zeta > 0$ sao cho khi tín hiệu vào $r(t) = 1(t)$ thì chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \int_{0+}^{\infty} (e^2 + \mu \dot{e}^2) dt \quad (\mu > 0) \quad (1)$$

đạt cực tiểu .

Từ hình vẽ ta tìm được :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (2)$$

hoặc có dạng :

$$\ddot{c} + 2\zeta \dot{c} + c = r \quad (3)$$

Đối với tín hiệu sai lệch e , ta có :

$$\ddot{e} + 2\zeta \dot{e} + e = \ddot{r} + 2\zeta \dot{r} \quad (4)$$

Với $r(t) = 1(t)$, ta có $\dot{r}(0+) = 0, \ddot{r}(0+) = 0$. Do đó , với $t \geq 0+$ ta sẽ có :

$$\ddot{e} + 2\zeta \dot{e} + e = 0, \quad e(0+) = 1, \quad \dot{e}(0+) = 0 \quad (5)$$

Bây giờ , chúng ta đặt các biến trạng thái như sau :

$$x_1 = e \quad (6)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{e} \quad (7)$$

Khi đó phương trình trạng thái là :

$$\dot{x} = Ax \quad (8)$$

với

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta \end{bmatrix}$$

Chỉ tiêu chất lượng J có thể viết lại như sau :

$$\begin{aligned} J &= \int_{0+}^{\infty} (e^2 + \mu \dot{e}^2) dt = \int_{0+}^{\infty} (x_1^2 + \mu x_2^2) dt \\ &= \int_{0+}^{\infty} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} dt \\ &= \int_{0+}^{\infty} x^T Q x dt \end{aligned} \quad (9)$$

Nếu ma trận A ổn định thì chỉ tiêu chất lượng J có thể xác định từ (1.129) :

$$J = x^T(0+) S x(0+) \quad (10)$$

với S là nghiệm của phương trình *Lyapunov* :

$$A^T S + SA = -Q \quad (11)$$

Phương trình được viết lại như sau :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\mu \end{bmatrix} \quad (12)$$

Phương trình trên tương đương với hệ phương trình sau :

$$-s_{21} - s_{12} = -1 \quad (13)$$

$$-s_{22} + s_{11} - 2\zeta s_{12} = 0 \quad (14)$$

$$s_{11} - 2\zeta s_{21} - s_{22} = 0 \quad (15)$$

$$s_{12} - 2\zeta s_{22} + s_{21} - 2\zeta s_{22} = -\mu \quad (16)$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$S = \begin{bmatrix} \zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1+\mu}{4\zeta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Chỉ tiêu chất lượng J được viết lại :

$$\begin{aligned} J &= x^T(0+)Sx(0+) \\ &= \left(\zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} \right) x_1^2(0+) + x_1(0+)x_2(0+) + \frac{1+\mu}{4\zeta} x_2^2(0+) \end{aligned} \quad (18)$$

Thế các điều kiện đầu $x_1(0+) = 1, x_2(0+) = 0$ vào (18) ta tìm được :

$$J = \zeta + \frac{1+\mu}{4\zeta} \quad (19)$$

Để tìm cực trị của J ta cho đạo hàm của J theo ζ bằng 0 :

$$\frac{\partial J}{\partial \zeta} = 1 - \frac{1+\mu}{4\zeta^2} = 0 \quad (20)$$

$$\zeta = \frac{\sqrt{1+\mu}}{2} \quad (21)$$

Xét đạo hàm bậc hai của J theo ζ tại $\zeta = \frac{\sqrt{1+\mu}}{2}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial \zeta^2} &= \frac{1+\mu}{2\zeta^3} \\ &= \frac{1+\mu}{2\left(\frac{\sqrt{1+\mu}}{2}\right)^3} = \sqrt{1+\mu} > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Như vậy, chỉ tiêu chất lượng J sẽ đạt cực tiểu tại giá trị tối ưu $\zeta = \sqrt{1+\mu}/2$

$$J_{\min} = \sqrt{1+\mu} \quad (23)$$

Ví dụ 1.15 :

Xác định luật điều khiển tối ưu rời rạc biết hệ thống có đối tượng điều khiển mô tả bởi phương trình trạng thái sau :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \end{bmatrix} u(t) \quad (1)$$

Chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (x_{1k}^2 + 0.001u_k^2) \quad (2)$$

Chu kỳ lấy mẫu $T = 0.5$ sec , $N = 50$.

Ta dễ dàng xác định được phương trình trạng thái hệ rời rạc từ phương trình trạng thái hệ liên tục :

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k$$

$$y_k = C_d x_k$$

với : $A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix}$, $C_d = [1 \quad 0]$

Nghiệm của bài toán tối ưu được tính theo (1.138) và (1.139) :

$$K_k = (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k \quad (3)$$

$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k \quad (4)$$

với : $A_k = A_d$, $B_k = B_d$, $Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $R_k = 0.001$

Ta tính được $K_{49} = 0$ khi biết $S_{50} = 0$. Tiếp theo ta tính giá trị S_{49} :

$$S_{49} = Q_{49} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tiếp tục với K_{48} và S_{48} :

$$K_{48} = \left(\begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} + 0.001 \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.228 & 0.599 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$S_{48} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.488 & 0.951 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00123 \\ 0.00488 \end{bmatrix} + 0.001 \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0.00123 & 0.00488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 & 0.488 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.4873 \\ 0.4873 & 0.2378 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Tiếp tục tính toán nhờ máy tính , ta sẽ xác định được với $k = 39$ ma trận K_k sẽ hội tụ về giá trị $[25 \ 63]$.Vậy điều khiển tối ưu cuối cùng là :

$$u_k = -[25 \ 63]x_k \quad (8)$$

1.3.5 Nhận xét

Phương trình *Riccati* dùng để tổng hợp các hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương . Với cách giải quyết này , ta vừa đảm bảo được tính ổn định của hệ thống (do cách chọn hàm năng lượng $V(x)$ theo tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov*) , vừa cực tiểu hoá được chỉ tiêu chất lượng J theo yêu cầu bài toán đặt ra .

Tuy nhiên , có vài điểm ta cần chú ý : đối với bài toán áp dụng phương trình *Riccati* thì việc chọn ma trận trọng lượng thích hợp ở chỉ tiêu chất lượng rất quan trọng vì nó ảnh hưởng rất nhiều đến kết quả tính toán . Bên cạnh đó , khi xét hệ rời rạc phải đảm bảo sự hội tụ của K_k ; nếu không thì cần phải tăng số trạng thái , khi đó khối lượng tính toán cũng tăng rất nhiều , chỉ phù hợp khi giải bằng máy tính .

1.4 ỨNG DỤNG MATLAB GIẢI BÀI TOÁN TỐI ƯU

1.4.1 Tối ưu hoá tĩnh

Bài toán chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương và điều kiện ràng buộc tuyến tính _ Trường hợp vô hướng (ví dụ 1.4)

Cho $a = 3$, $b = 2$, $m = 1$, $c = 1$. Với : $x(1) = x$, $x(2) = u$. Khi đó bài toán trở thành tìm giá trị tối thiểu của :

$$f(x) = \frac{x(1)^2}{18} + \frac{x(2)^2}{8}$$

với điều kiện ràng buộc :

$$g(x) = x(1) + x(2) - 1 = 0$$

Ở đây ta sẽ sử dụng hàm *lsqlin* (Optimization Toolbox) với kết quả là giá trị tối ưu của x để $f(x) = \|Cx - D\|^2$ đạt giá trị nhỏ nhất ($\|Cx - D\|^2$ là norm của ma trận vuông $[Cx - D]$) .

Cùng các điều kiện ràng buộc :

$$Ax \leq B$$

$$Aeq.x = Beq$$

Cần lập các thông số C , D , A , B , Aeq , Beq để nhập vào theo cú pháp :

$$x = \text{lsqlin}(C, D, A, B, Aeq, beq)$$

Chương trình :

$$C = [1/(18^{(1/2)}) \ 0;0 \ 1/(8^{(1/2)})];$$

$$D = [0;0];$$

$$Aeq = [1 \ 1];$$

$$Beq = [1];$$

$$x = \text{lsqlin}(C, D, [], [], Aeq, Beq)$$

Chúng ta sẽ được kết quả :

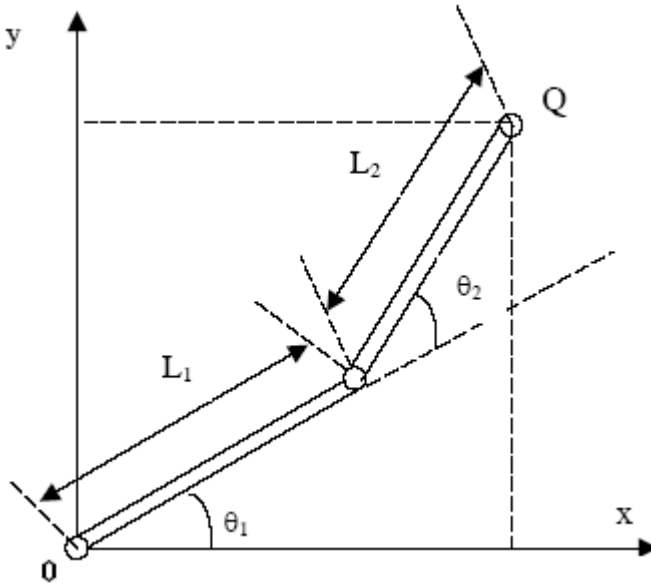
$x =$

0.6923

0.3077

1.4.2 Điều khiển tối ưu cánh tay máy hồi tiếp góc θ

Xét mô hình cánh tay máy hai đoạn như hình :



Vị trí điểm cuối của cánh tay hai đoạn được cho bởi phương trình sau :

$$x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

Phương trình động lực học :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix}$$

trong đó $T = [T_1 \quad T_2]^T$ là tín hiệu điều khiển .

Với các trạng thái :

$$\begin{cases} x_1 = \theta_1 \\ x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_1 \\ x_3 = \theta_2 \\ x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = AT_1 + BT_2 - E \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = CT_1 + DT_2 - F \end{cases}$$

Chọn chỉ tiêu chất lượng J có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} (\Psi_1^2 + \dot{\Psi}_1^2 + \Psi_2^2 + \dot{\Psi}_2^2) dt$$

Với phiếm hàm dạng :

$$\begin{cases} \Psi_1 = e_1 + K_1 \dot{e}_1 \\ \Psi_2 = e_2 + K_2 \dot{e}_2 \end{cases}$$

$$\text{với } \begin{cases} e_1 = \theta_1^r - \theta_1 \\ e_2 = \theta_2^r - \theta_2 \end{cases}$$

θ_1^r, θ_2^r là góc đặt của θ_1, θ_2

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{e}_1 = -\dot{\theta}_1 = -x_2 \\ \dot{e}_2 = -\dot{\theta}_2 = -x_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{e}_1 = -\ddot{\theta}_1 = -\dot{x}_2 \\ \ddot{e}_2 = -\ddot{\theta}_2 = -\dot{x}_4 \end{cases}$$

Để đảm bảo cực tiểu hoá chỉ tiêu chất lượng J thì T_1, T_2 là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} \Psi_1 + \dot{\Psi}_1 = 0 \\ \Psi_2 + \dot{\Psi}_2 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 A & K_1 B \\ K_2 C & K_2 D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_1 + EK_1 - x_2 (K_1 + 1) \\ e_2 + FK_2 - x_4 (K_2 + 1) \end{bmatrix}$$

Tín hiệu điều khiển T được tính toán bằng chương trình Giai_PT.m

Chương trình :

Thông số đầu vào cho hệ thống (file thongso.m) :

global m1 m2 L1 L2 a1 a2 I1 I2

m1 = 3.6745;

m2= 1.0184;

L1= 0.6519 ;

L2= 0.6019;

a1= 0.3365 ;

a2= 0.2606;

I1= 0.370 ;

I2= 0.081;

Chương trình tìm tín hiệu điều khiển (file Giai_PT.m) :

function [C]= Giai_PT (theta1, theta2, theta1_dot, theta2_dot, e1, e2)

% Nhập thông số cho cánh tay

m1 = 3.6745; m2 = 1.0184;

L1 = 0.6519; L2 = 0.6019;

a1 = 0.3365; a2 = 0.2606;

I1 = 0.370; I2 = 0.081;

K1 = 0.5; K2 = 0.8;

m11 = m1*a1*a1+m2*(L1*L1+2*L1*a2*cos(theta2)+a2*a2)+I1+I2;

m12 = m2*a2*(a2+L1*cos(theta2))+I2;

m22 = m2*a2*a2+I2;

n1 =

-m2*L1*a2*sin(theta2)*(2*theta1_dot*theta2_dot+theta2_dot*theta2_dot);

n2 = m2*L1*a2*sin(theta2)*theta1_dot*theta1_dot;

A = [m11 m12; m12 m22];

B = [n1; n2];

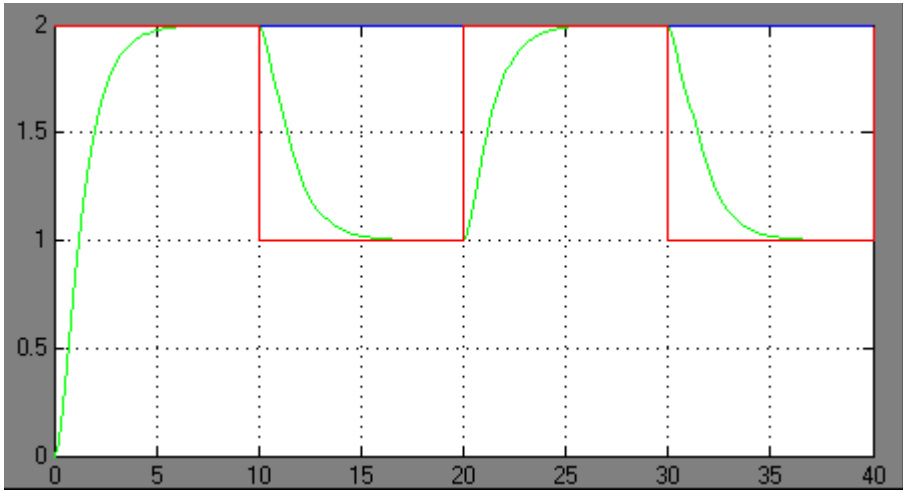
A = inv(A);

B = A*B;

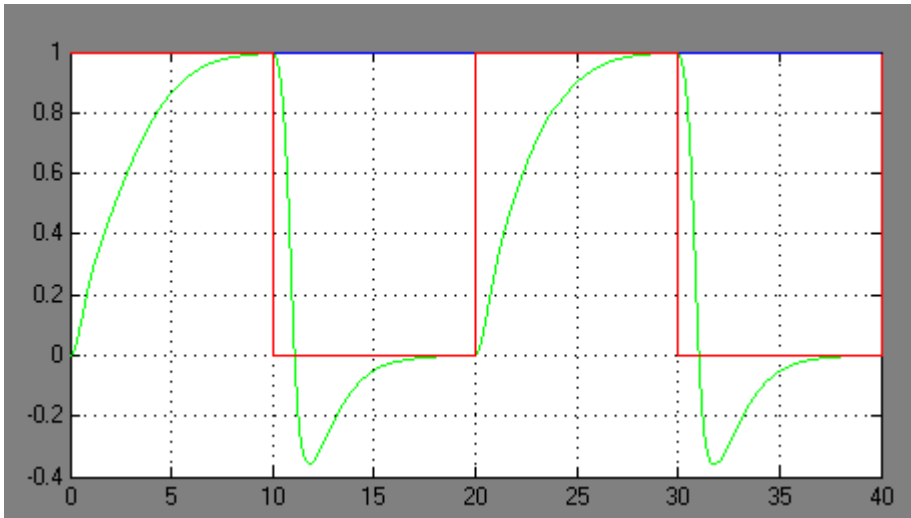
A = [K1*A(1,1) K1*A(1,2); K2*A(2,1) K2*A(2,2)];

```
B = [e1+B(1,1)*K1-theta1_dot*(K1+1); e2+B(2,1)*K2-theta2_dot*(K2+1)];  
C = inv(A)*B;  
u1 = C(1,1);  
u2 = C(2,1);
```

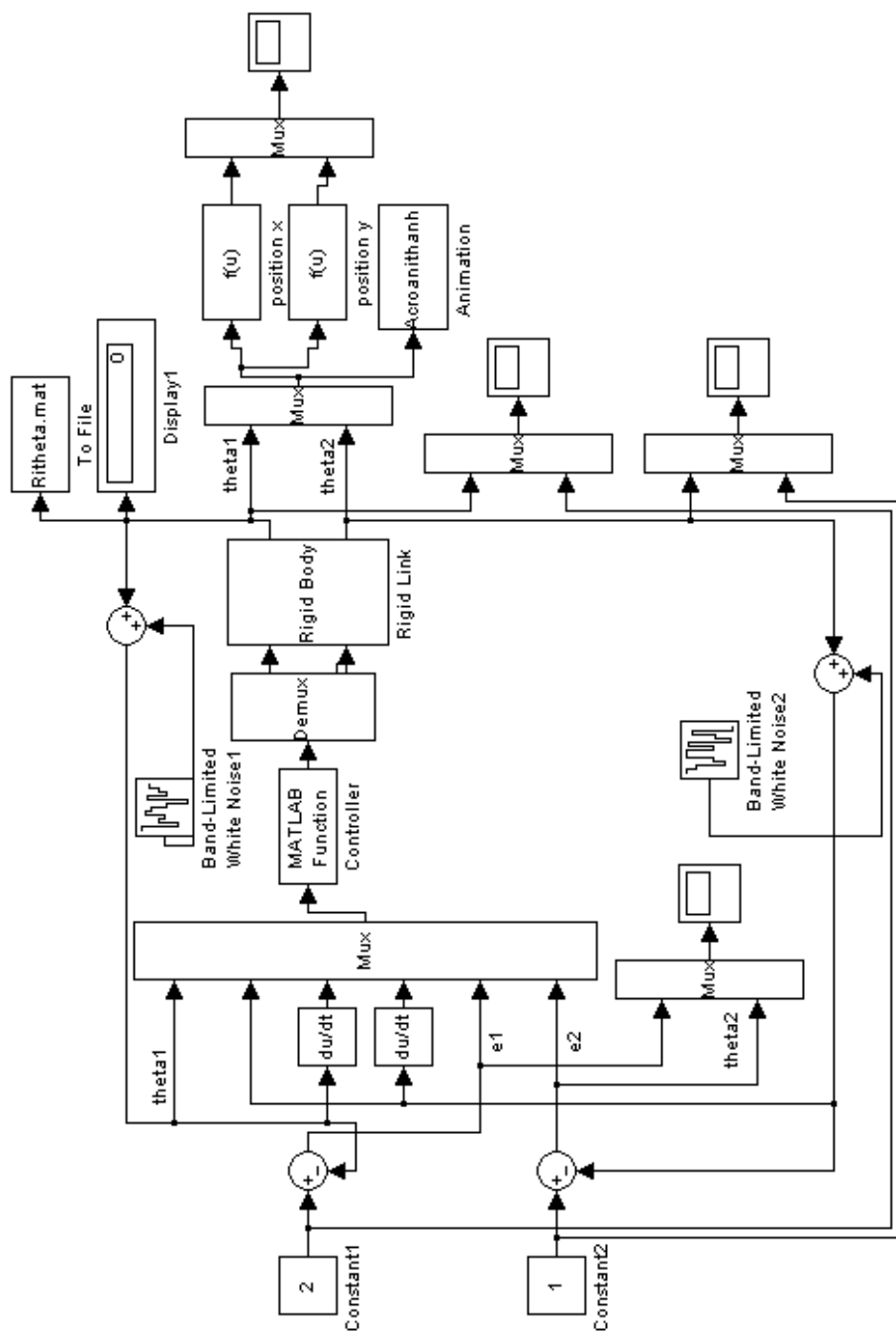
Kết quả mô phỏng :



Vị trí đặt thay đổi theo hàm xung với θ_1



Vị trí đặt thay đổi theo hàm xung với θ_2



Sơ đồ Simulink cho mô hình tay máy hai đoạn

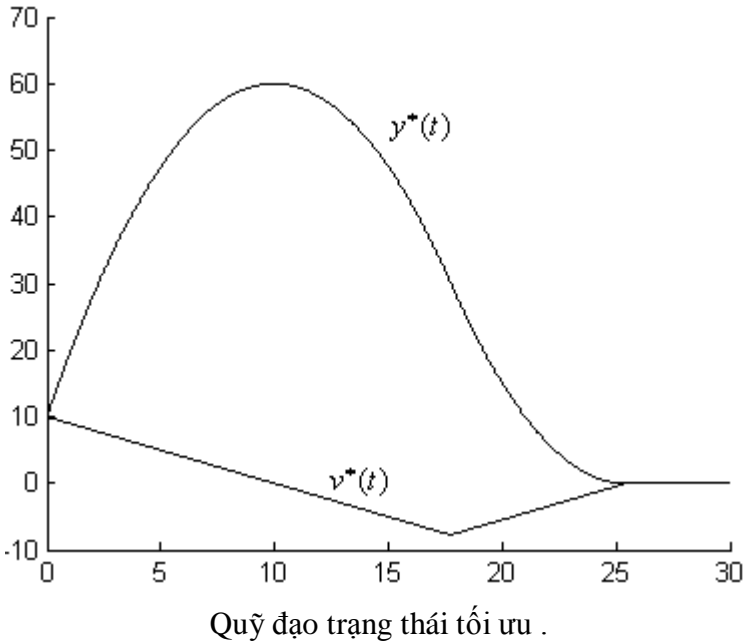
1.4.3 Hệ thống tác động nhanh

Xét ví dụ điều khiển Bang-bang (ví dụ 1.12)

Với điều kiện đầu $y(0) = 10$, $v(0) = 10$ chúng ta sẽ vẽ quỹ đạo trạng thái tối ưu bằng chương trình *ex1.12* .

Chương trình :

```
function [x,u,t] = ex1.12
a = [0 1;0 0];
b = [0;1];
x0 = [10 10];
T = 0.025;
N = 1200;
x(:,1) = x0;
eps = 1e-4;
t=0:T:T*N;
for k = 1:N
    sw = x(1,k) + 0.5 * x(2,k) * abs( x(2,k) );
    if ( abs(sw) < eps )
        if ( x(1,k) > 0 ) u(k) = 1; end
        if ( x(1,k) < 0 ) u(k) = -1; end
    else
        if ( sw > 0 ) u(k) = -1; end
        if ( sw < 0 ) u(k) = 1; end
    end
    if ( x(1,k)^2 + x(2,k)^2 < eps ) u(k) = 0; end
y = lsim(a,b,eye(2),zeros(2,1),u(k)*ones(1,2),[(k-1)*T, k*T],x(:,k));
x(:,k+1)=y(2,:);
end
```



1.4.4 LQR liên tục và rời rạc

1. Hệ liên tục

Xét hệ vô hướng :

$$\dot{x} = ax + bu$$

với chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \frac{1}{2} s(T)x^2(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (qx^2 + ru^2) dt$$

Với $a = 0.05$, $b = r = 1$, $x(0) = 10$, ta sử dụng chương trình *ex* và *fex* để vẽ các quỹ đạo tối ưu ứng với các giá trị $q = 0.01$, 0.1 , 1 , 10 , 100 .

Chương trình :

function [x,u,S,tf] = ex

x0 = 10;

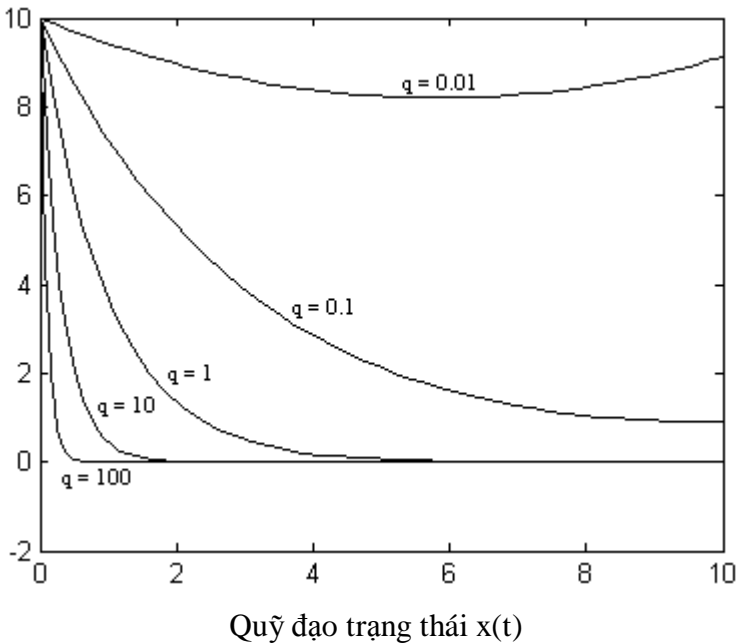
a = .05;

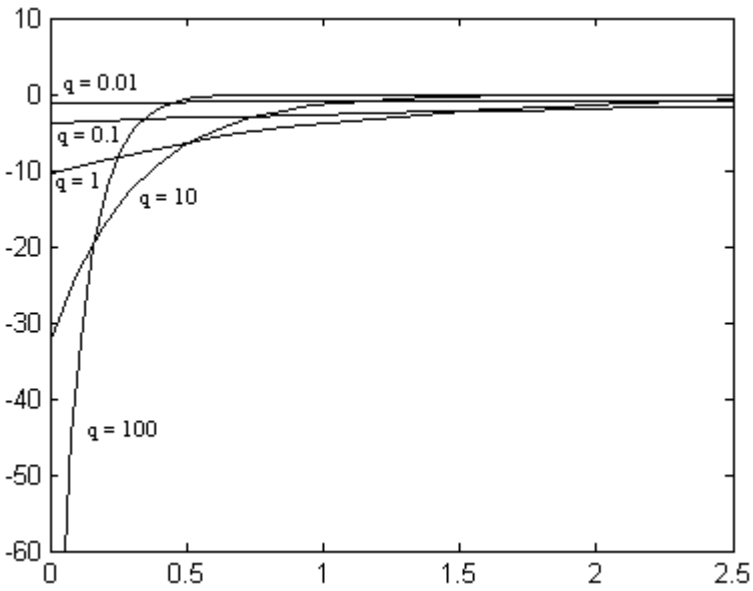
b = 1;

r = 1;

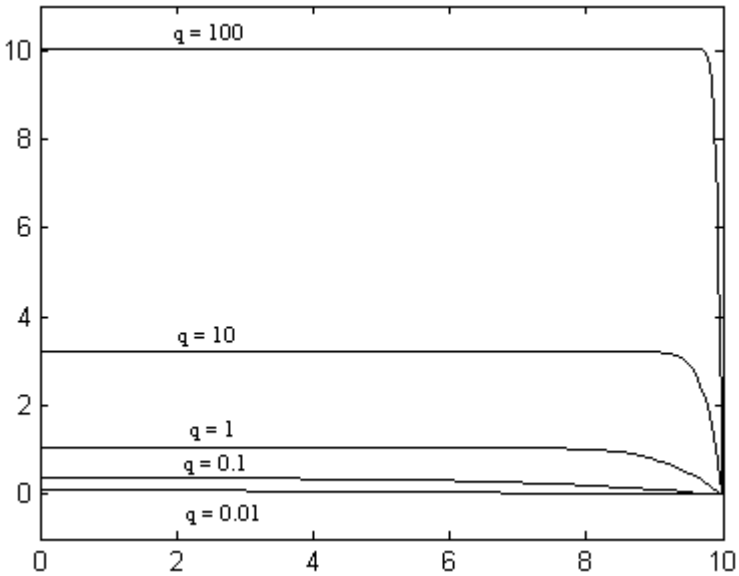
```
[tb,S] = ode45('fex',-10,0,0);  
K = -b * flipud(S) / r;  
tf = flipud(-tb);  
x(1) = x0;  
u(1) = K(1) * x(1);  
for k = 1 : length(tf)-1  
    x(k+1) = expm( (a + b * K(k)) * ( tf(k+1) - tf(k) ) ) * x(k);  
    u(k+1) = K(k+1) * x(k+1);  
end
```

```
function sd = fex(t,s)  
q = 1; a = .05; b = 1; r = 1;  
sd = 2 * a * s(1) - ( b^2 * s(1)^2 ) / r + q;
```





Tín hiệu điều khiển tối ưu $u(t)$



Lời giải phương trình Riccati $s(t)$

2. Hệ rời rạc

Xét hệ vô hướng :

$$x_{k+1} = ax_k + bu_k$$

với chỉ tiêu chất lượng :

$$J_i = \frac{1}{2} s_N x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{N-1} (qx_k^2 + ru_k^2)$$

$a = 1.05$, $b = 0.01$, $q = r = 1$, $x_0 = 10$, $N = 100$. Chúng ta sẽ xét hai trường hợp $s_N = 5$ và $s_N = 500$ bằng chương trình dex để tìm các quỹ đạo tối ưu .

Chương trình :

```
function [x,u,K,S] = dex
```

```
a = 1.05;
```

```
b = 0.01;
```

```
q = 1;
```

```
r = 1;
```

```
x0 = 10;
```

```
s = 5;
```

```
N = 100;
```

```
S(N+1) = s;
```

```
for k = N:-1:1
```

```
    K(k) = ( a * b * s ) / ( r + s * b^2 );
```

```
    s = q + ( r * s * a^2 ) / ( r + s * b^2 );
```

```
    S(k) = s;
```

```
end
```

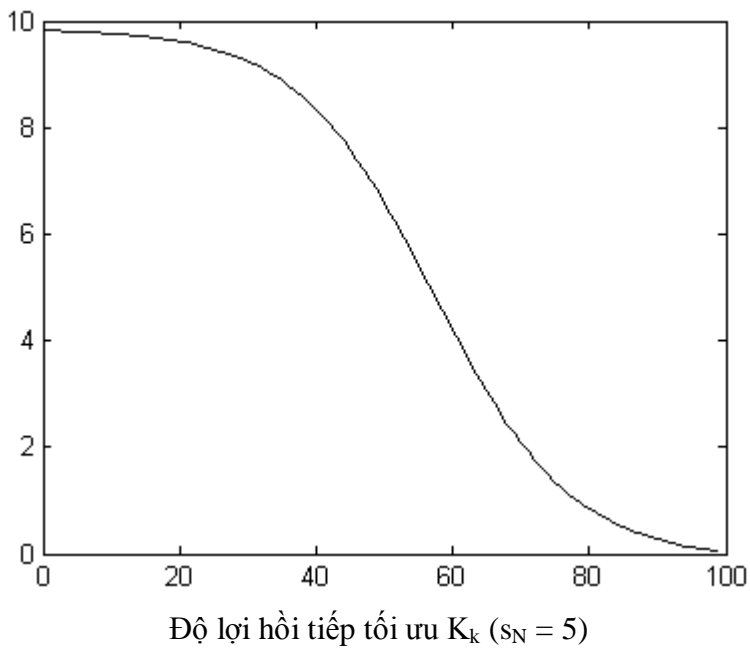
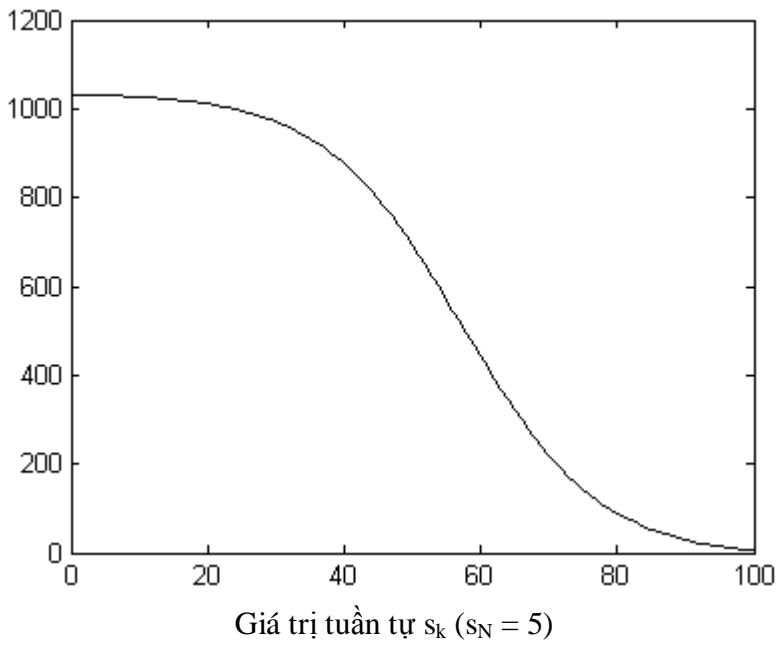
```
x(1) = x0;
```

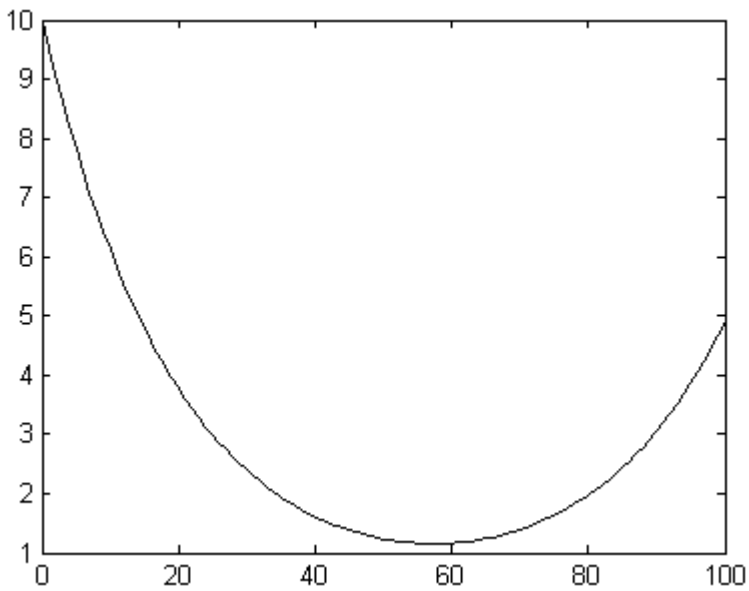
```
for k = 1:N
```

```
    u(k) = -K(k) * x(k);
```

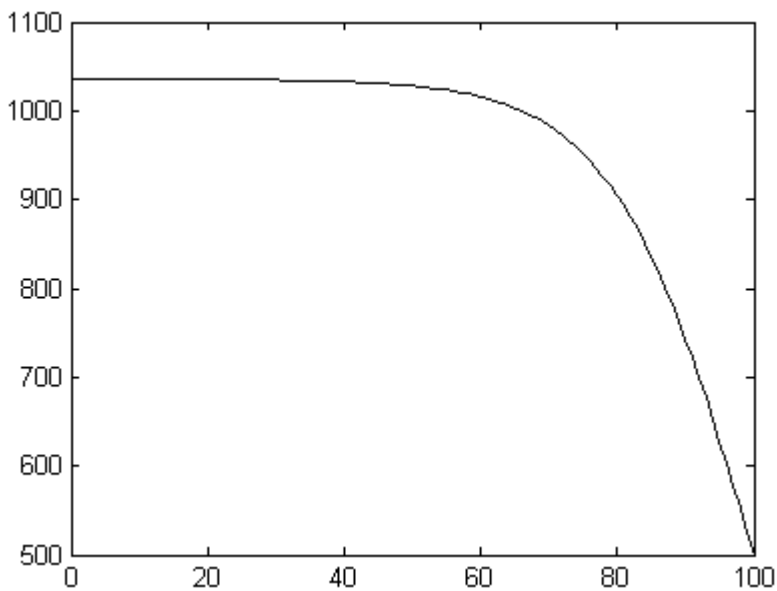
```
    x(k+1) = a * x(k) + b * u(k);
```

```
end
```

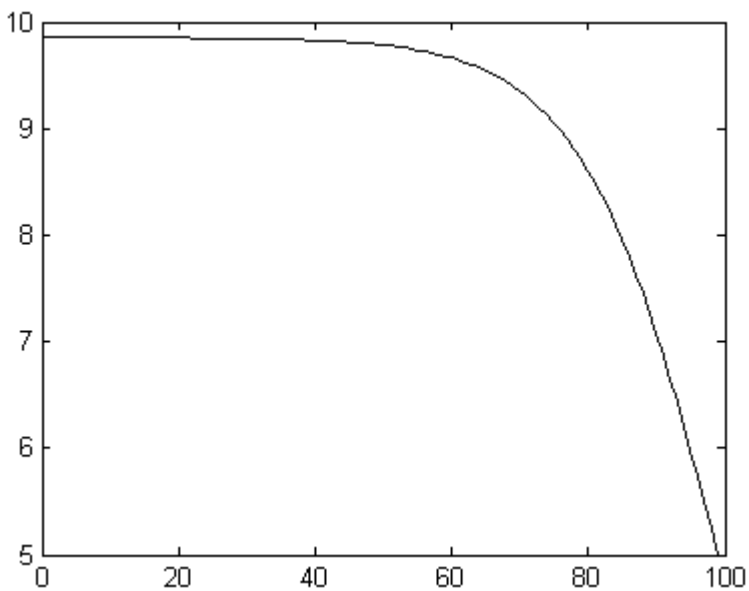





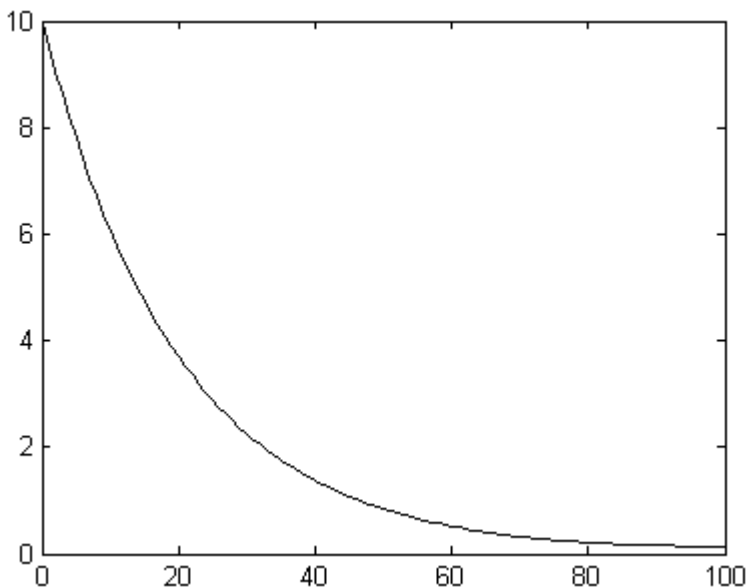
Quỹ đạo trạng thái tối ưu x_k^* ($s_N = 5$)



Giá trị tuần tự s_k ($s_N = 500$)



Độ lợi hồi tiếp tối ưu K_k ($s_N = 500$)



Quỹ đạo trạng thái tối ưu x_k^* ($s_N = 500$)

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP

1. Trình bày phương pháp biến phân cổ điển *Euler-Lagrange* cho các trường hợp : không có điều kiện ràng buộc , có điều kiện ràng buộc và khi tín hiệu đầu vào bị hạn chế .

2. Chỉ tiêu chất lượng ở ví dụ 1.9 có dạng :

$$J = \int_0^{\infty} (\Psi^2 + \dot{\Psi}^2) dt$$

Hãy chứng minh hàm biến số phụ Ψ được xác định từ điều kiện cực tiểu của J như sau :

$$\Psi + \dot{\Psi} = 0$$

3. Phát biểu nguyên lý tối ưu của *Belman* . Trình bày ý tưởng giải quyết bài toán tối ưu của phương pháp quy hoạch động .

4. Trình bày nguyên lý cực tiểu của *Pontryagin*

5. Phát biểu tiêu chuẩn ổn định thứ hai của *Lyapunov* .

6. Ứng dụng *Lyapunov* trong bài toán LQR liên tục .

7. Tìm điểm (x,y) thuộc parabol :

$$y = x^2 + 3x - 6$$

sao cho khoảng cách từ (x, y) đến điểm có tọa độ $(2,2)$ là ngắn nhất . Tính khoảng cách đó .

8. a. Tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất với chu vi p nhỏ nhất . Nghĩa là tìm x và y thỏa mãn cực đại hoá hàm :

$$L(x, y) = xy$$

với điều kiện ràng buộc : $f(x, y) = 2x + 2y - p = 0$

b. Tìm hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất với diện tích cho trước là a^2 . Nghĩa là cực tiểu hoá hàm :

$$L(x, y) = 2x + 2y$$

với điều kiện ràng buộc : $f(x, y) = xy - a^2 = 0$

9. Cho hệ thống :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u$$

Tìm các giá trị tối ưu x^*, u^*, L^* thỏa mãn cực tiểu chỉ tiêu chất lượng :

$$L = \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \frac{1}{2} u^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u$$

10. Cho hệ thống :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = u$$

Tìm tín hiệu điều khiển u thỏa mãn cực tiểu chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2} \mu \ddot{u}^2 + \rho u \right) dt$$

với các điều kiện đầu :

$$y(-1) = y(1) = 0$$

$$\dot{y}(-1) = \dot{y}(1) = 0$$

11. Cho hệ thống :

$$\dot{x} = -x + u$$

a. Tìm phương trình trạng thái của hệ thống .

b. Tìm điều khiển tối ưu để cực tiểu chỉ tiêu chất lượng J :

$$J = \int_0^1 u^2 dt$$

với $x(0) = 0$ và $x(1) = 2$.

c. Tìm quỹ đạo trạng thái tối ưu .

12. Cho hệ thống :

$$x_{k+1} = x_k u_k + u_k^2$$

với tổn hao :

$$J_0 = x_N^2 + \sum_{k=0}^{N-1} x_k u_k$$

Cho $N = 2$. Tín hiệu điều khiển chỉ nhận các giá trị : $u_k = 1$ hoặc $u_k = -1$.
 x_k nhận các giá trị $-1, 0, 1, 2$.

a. Sử dụng phương pháp quy hoạch động để tìm luật điều khiển hồi tiếp trạng thái tối ưu .

b. Với $x_0 = 2$, hãy tìm tổn hao tối ưu , trình tự điều khiển và quỹ đạo trạng thái .

13. Xét hệ tác động nhanh có dạng sau :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = u$$

$$|u| \leq 1$$

Tìm quỹ đạo pha tối ưu để đưa hệ về gốc toạ độ từ một điểm bất kỳ .

14. Xét bài toán tác động nhanh :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$|u(t)| \leq 1$$

a. Giải phương trình biến trạng thái. Dùng nguyên lý cực tiểu *Pontryagin* để tìm luật điều khiển tối ưu .

b. Vẽ quỹ đạo pha cho trường hợp $u = 1$ và $u = -1$.

c. Tìm phương trình đường chuyển đổi .

15. Cho hệ thống :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = u$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + 2vx_1x_2 + qx_2^2 + u^2) dt$$

với $(q - v^2) > 0$.

a. Tìm lời giải cho phương trình *Riccati* đại số .

b. Tìm điều khiển tối ưu và hệ thống vòng kín tối ưu .

c. Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống khi q thay đổi từ 0 đến ∞ . Với giá trị nào của q thì hệ thống ổn định .

16. Cho hệ thống :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -ax_1 - 2x_2 + u$$

và chỉ tiêu chất lượng :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (2x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt$$

a. Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ hở khi a thay đổi từ 0 đến ∞ . Với giá trị nào của a thì hệ thống ổn định .

b. Với $a = -8$ tìm lời giải cho phương trình đại số *Riccati* và hệ số K .

17. Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k$$

a. Tìm lời giải x_k với $k = 0 ; 5$ nếu $x_0 = 3$.

b. Xác định luật u_k tổn hao năng lượng tối thiểu để đưa hệ thống từ $x_0 = 3$ về $x_5 = 0$. Vẽ quỹ đạo trạng thái tối ưu .

c. Tìm luật hồi tiếp trạng thái K_k tối ưu sao cho chỉ tiêu chất lượng J đạt cực tiểu :

$$J = 5x_5^2 + 0.5 \sum_{k=0}^4 (x_k^2 + u_k^2)$$

Tính hàm tổn thất J tối ưu với $k = 0 ; 5$.

18. Xét hệ rời rạc :

$$x_{k+1} = ax_k + bu_k$$

$$J = \frac{1}{2} s_N x_N^3 + \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{N-1} (qx_k^3 + ru_k^3)$$

với x_k, u_k là vô hướng .

a. Tìm phương trình trạng thái , phương trình biến trạng thái và điều kiện tĩnh .

b. Khi nào thì ta có thể tìm được luật điều khiển tối ưu u_k . Với điều kiện đó , hãy khử u_k trong phương trình trạng thái .

c. Tìm lời giải bài toán điều khiển vòng hở (trạng thái cuối x_N cố định , $s_N = 0, q = 0$) .

Điều khiển thích nghi

MỤC LỤC

ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI	99
Kết luận	99
Hình 2.1 Sơ đồ các ứng dụng	101
Hình 2.3 Mô hình sai số	103
Hoặc	104
Ví dụ 2.1 - Hiệu chỉnh độ lợi nuôi tiến	105
$\frac{\partial e}{\partial \theta} = G(p)u_c = y_m/\theta^0$	105
$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma'y_m e/\theta^0$	105
Ví dụ 2.2 MRAS cho hệ bậc nhất	105
$\frac{dy_m}{dt} = -a_my_m + b_mu_c$	105
<i>Vài tính chất sau cần chú ý:</i>	106
Mô hình kèm theo	108
Hình 2.4 Hệ vòng kín với bộ điều khiển tuyến tính tổng quát	109
$T = A_0B_m$	109
$A_0A_m = AR_l + b_0S$	110
Hệ tuyến tính tổng quát	110
$Ay = Bu$	110
$A_my_m = B_mu_c$	110
Sai số là: $e = y - y_m$	110
$AR + BS \approx A_0A_mB^+$	111
Tương tự cho s_i và t_i	111
Nhận xét:	112
Sai số và sự hội tụ tham số	112
Ví dụ 2.3 Hội tụ sai số	112
Hình 2.5 Mô hình hội tụ sai số	113
Ví dụ 2.4	114
$\frac{\partial e}{\partial \theta} = G(p)u_c = \frac{y_m}{\theta^0}$	115
$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma'e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma'e \frac{y_m}{\theta^0} = -\gamma e y_m$ với $\gamma = \frac{\gamma'}{\theta^0}$	115
- Đầu tiên giả sử u_c là hằng số u_c^0	115
Luật hiệu chỉnh bổ sung	116

Phương pháp thứ hai của Lyapunov	117
<i>Minh họa bằng đồ thị phương pháp Lyapunov</i>	117
(c) <i>Trạng thái cân bằng không ổn định</i>	118
$V(x) = x_1^2 + x_2^2$	118
Hình 2.8 Các vòng tròn hằng số V và hai quỹ đạo ổn định	119
<i>Ví dụ thiết kế MRAS dùng Lyapunov</i>	120
Sai số : $e = y - y_m$	120
$\frac{de}{dt} = -a_m e + (a_m - a - b s_0) y + (b t_0 - b_m) u_c$	120
$V(e, t_0, s_0) = \frac{1}{2} [e^2 + \frac{1}{b\gamma} (b s_0 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma} (b t_0 - b_m)^2]$	120
$\frac{dV}{dt} = e \frac{de}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b s_0 + a - a_m) \frac{ds_0}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b t_0 - b_m) \frac{dt_0}{dt}$	120
$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e$	121
Ví dụ 2.7	121
$V = \frac{1}{2} [\gamma x^T P x + (\theta - \theta^0)^2]$	122
$\frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{2} \{ [A x + B u_c (\theta - \theta^0)]^T P x + x^T P [A x + B u_c (\theta - \theta^0)] \}$...	122
Ví dụ hệ bậc hai MRAS	122
Hệ thống MRAS rời rạc	123
MRAS cho hệ thống chỉ biết được từng phần	123
Điều khiển thích nghi cho tay máy	124
Ví dụ: Tay máy hai khớp nối	124
<i>Tay máy hai khớp nối với tải chưa biết</i>	125
2.3.1 Đặt vấn đề	128
Các phương pháp thiết kế bộ điều khiển	128
Hình 2.9 Mô hình tự chỉnh định	129
Tính hội tụ	131
Bài toán thiết kế nền tảng cho những hệ thống biết trước	131
R_1 và S là giải pháp cho phương trình Diophantine.....	132
Thuật toán 2.1 - Bộ tự chỉnh định gián tiếp	132
Ví dụ 2.9 Bộ tự chỉnh định gián tiếp với nhiễu xác định.....	133

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \dots\dots\dots 133$$

$$H(q) = \frac{B}{A} = \frac{0.107q + 0.090}{q^2 - 1.61q + 0.61} = \frac{0.107(q + 0.84)}{(q-1)(q-0.61)} \dots\dots\dots 133$$

$$A_0 = (q - 0.5)^2 \dots\dots\dots 133$$

Ví dụ 2.10 Bộ tự chỉnh định với nhiễu ngẫu nhiên : 134

$$V(t) = \sum_{i=1}^t y^2(i) \dots\dots\dots 135$$

Tóm tắt..... 135

$$\bar{R} = B^- R \quad \text{và} \quad \bar{S} = B^- S \dots\dots\dots 136$$

$$A_0 A_m y(t) = Ru(t) + Sy(t) + R_1 C \cdot e(t) \dots\dots\dots 138$$

$$R^* = R^*_1 \cdot B^* \dots\dots\dots 138$$

$$A^* R^*_1 + q^{-d_0} S^* = C^* \dots\dots\dots 138$$

$$A^* R^* + q^{-d_0} B^* S^* = B^+ C^* \dots\dots\dots 139$$

Bộ tự chỉnh định thay đổi cực tiểu và trung bình di chuyển 140

Thuật toán 2.4 - Thuật toán tự chỉnh định trực tiếp cơ bản 140

Bước 1: Ước lượng các hệ số của đa thức R^* và S^* 140

Bước 2: Tính luật điều khiển 140

$$R^*(q^{-1}) = r_0 (1 + r_1' q^{-1} + \dots + r_k' q^{-k}) \dots\dots\dots 140$$

Và sử dụng 140

Tính chất tiệm cận..... 141

Định lí 2.1 – Tính chất tiệm cận 141

Sử dụng luật điều khiển 141

Định lí 2.2 – Tính chất tiệm cận 2 142

$$A^* y(t) = B^* u(t - d_0) + C^* e(t) \dots\dots\dots 142$$

Vì vậy 142

$$y = R^* \omega \quad \text{và} \quad u = -S^* \omega \dots\dots\dots 142$$

Hệ thống phương trình 2.49 có bậc 143

Nếu 143

Chú ý rằng theo phương trình 2.50 thì 144

Ví dụ 2.11 - Bộ tự chỉnh định trực tiếp với thay đổi cực tiểu 144

Dự báo ngõ ra 145

Điều khiển không thay đổi theo thời gian: 146

$$P(q) = A(q) [q^{n-1} R_d(1) + \bar{R}_d(q)] + G_d(q) B(q) \dots\dots\dots 147$$

$$\text{Bậc}(P) = \text{Bậc}(A) + n - 1 = 2n - 1 \dots\dots\dots 147$$

$$A(q) \bar{R}_d(q) + G_d(q) B(q) = B(q) q^{n+d-1} - A(q) q^{n-1} R_d(q) \dots\dots\dots 147$$

$$P(q) = q^{n-1} A(q) R_d(1) + q^{n-1} [q^d B(q) - A(q) R_d(q)] \dots\dots\dots 147$$

Nếu hệ thống ổn định thì các số hạng phía sau của 2.54 sẽ biến mất khi 147

Ví dụ 2.12 - Điều khiển dự báo 147

$$P(q) = q - a + \frac{a^d(a-1)}{a^d - 1} \dots\dots\dots 148$$

Nỗ lực điều khiển cực tiểu 148

$$2J = u(t)^2 + \dots + u(t+v)^2 + 2\lambda[y_m(t+d) - \bar{y}_d(t) - R_d^*(q^{-1})u(t+v)] \dots\dots\dots 149$$

$$P(q) = A(q) [q^{n-1}\mu + \bar{R}_d(q)] + G_d(q)B(q) \dots\dots\dots 149$$

Ví dụ 2.13 - Điều khiển nỗ lực cực tiểu 150

$$= b \frac{1+a^2+\dots+a^{2(d-1)}}{a^{d-1}} = \frac{b(a^{2d}-1)}{a^{d-1}(a^2-1)} \dots\dots\dots 150$$

Điều khiển dự báo tổng quát: 150

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \dots & 0 \\ r_1 & r_0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 152$$

$$J(I, N, N) = E\{(y - y_m)^T (y - y_m) + \rho \Delta u^T \Delta u\} \dots\dots\dots 152$$

$$u(t+k-1) = 0 \text{ với } k > N_u \dots\dots\dots 152$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \dots & 0 \\ r_1 & r_0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \dots & r_0 \\ \vdots & & & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \dots & r_{N-N_u} \end{bmatrix} \dots\dots\dots 153$$

Hơn nữa, từ phương trình 2.62, sử dụng phương trình 2.54 153

$$A^* \Delta + [\alpha_1 \dots \alpha_N] \begin{bmatrix} \bar{R}_1^* A^* \Delta q^{d_0-1} + B^* G_1^* \\ \vdots \\ \bar{R}_N^* A^* \Delta q^{d_0-1} + B^* G_N^* \end{bmatrix} \dots\dots\dots 154$$

$$A^* \Delta + [\alpha_1 \dots \alpha_N] \begin{bmatrix} (B^* - A^* \Delta R_1^*)q \\ \vdots \\ (B^* - A^* \Delta R_N^*)q^N \end{bmatrix} \dots\dots\dots 154$$

$$i = \frac{r_i}{\rho + \sum_{j=1}^N r_j^2} \dots\dots\dots 154$$

1. Phương pháp Zeigler – Nichols 156

Phương pháp đáp ứng nấc: 156

Những khó khăn đối với phương pháp Zeigler – Nichols:..... 157

Phương pháp diện tích: 157

Kết quả thực tế 159

Sự lặp lại trực tuyến 159

Đặc tính: hệ số tắt d và độ vọt lố o..... 159

Ví dụ các biến lịch trình 160

Hình 2.10 Mô hình lịch trình độ lợi..... 160

Ưu, khuyết điểm của lịch trình độ lợi..... 161

Ví dụ 2.14 161

Hình (a) 162

Hình (b) 162

Hình (c) 163

Đặc điểm của van..... 164

Lịch trình cho ngõ ra bộ điều khiển 165

Lịch trình cho biến quá trình..... 165

Lịch trình cho biến ngoài 166

Động lực học của ô tô trên đường:..... 166

$F_{kéo} = F_{cản lăn} + F_{cản khi động} + F_{cản leo dốc} + F_{cản quán tính}$ 166

Mô hình động lực học ô tô trên đường..... 169

Hình 2.12 Đặc tính moment theo tốc độ và độ mở bướm ga của động cơ 170

Hình 2.13 Mô hình động lực học ô tô trên đường..... 170

Hình 2.14 Mô hình lực cản trên đường 171

Hình 2.15 Mô hình hệ thống truyền lực của ô tô 171

Hình 2.16 Bộ điều khiển PID 172

B. Bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp 172

1. Ngõ vào: 2 ngõ vào..... 172

2. Ngõ ra: 1 ngõ ra..... 172

Hình 2.17 Bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp (DAF)	173
Bảng 2.1 Bảng luật hợp thành của bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp	174
Hình 2.23.a	177
Hình 2.23.b	178
Nhận xét:	178
CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP	180

ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI

2.1 Khái niệm

2.1.1 Định nghĩa

“Thích nghi là quá trình thay đổi thông số và cấu trúc hay tác động điều khiển trên cơ sở lượng thông tin có được trong quá trình làm việc với mục đích đạt được một trạng thái nhất định, thường là tối ưu khi thiếu lượng thông tin ban đầu cũng như khi điều kiện làm việc thay đổi” hay :

“Điều khiển thích nghi là tổng hợp các kỹ thuật nhằm tự động chỉnh định các bộ điều chỉnh trong mạch điều khiển nhằm thực hiện hay duy trì ở một mức độ nhất định chất lượng của hệ khi thông số của quá trình được điều khiển không biết trước hay thay đổi theo thời gian”.

Hệ thống được mô tả trong hình dưới đây gồm 2 vòng:

- Vòng hồi tiếp thông thường
- Vòng hồi tiếp điều khiển thích nghi

Kết luận

1. Điều khiển thích nghi liên quan đến:

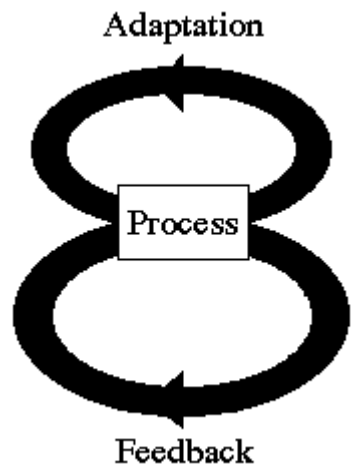
- Sự khác nhau trong các quá trình động học
- Sự khác nhau trong các nhiễu

2. Các hệ thống thích nghi là phi tuyến

2.1.2 Nhận dạng hệ thống

• Làm thế nào để có được mô hình?

- Vật lí (hộp trắng)
- Kinh nghiệm (hộp đen)



- Kết hợp (hộp xám)
- Kế hoạch hoá thực nghiệm
- Chọn lựa cấu trúc mô hình
 - Các hàm chuyển đổi
 - Đáp ứng xung
 - Các mô hình trạng thái
- Tham số thích nghi
 - Thống kê
 - Các vấn đề nghịch đảo
- Sự hợp lí

2.1.3 Ước lượng tham số thích nghi thời gian thực

1. Giới thiệu
2. Bình phương cực tiểu và hồi qui
3. Hệ thống động
4. Các điều kiện thực nghiệm
5. Các ví dụ
6. Các kết luận

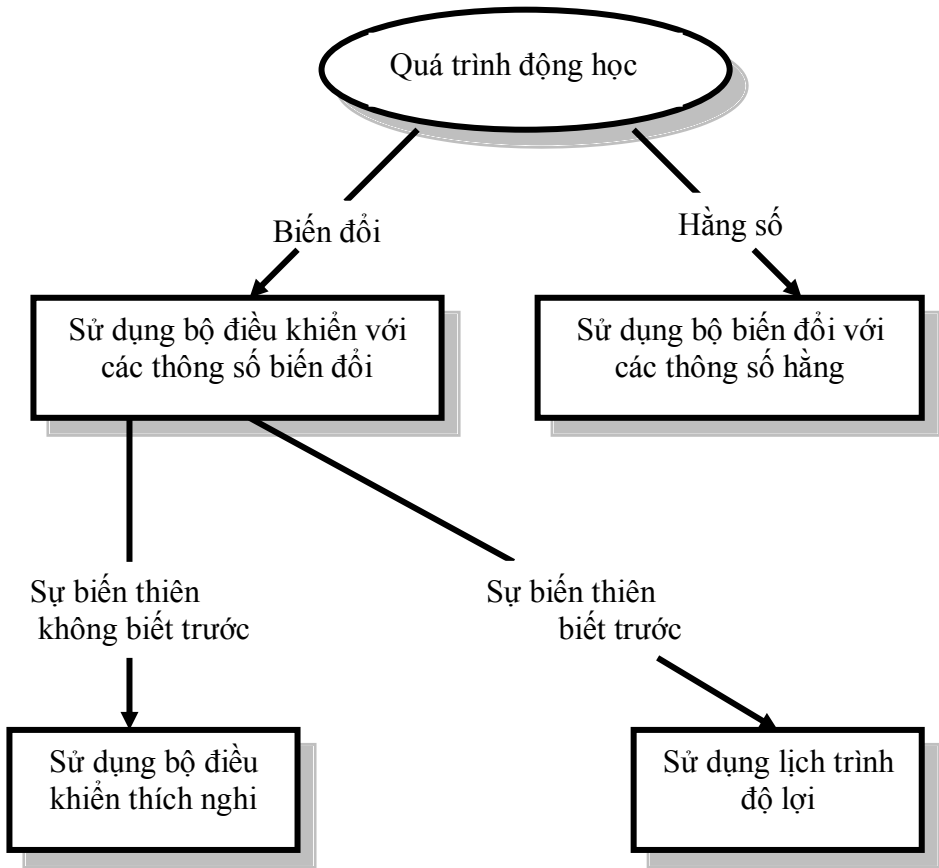
2.1.4 Phân loại

Có thể phân loại các hệ thích nghi theo các tiêu chuẩn sau :

1. Hệ thích nghi mô hình tham chiếu (MRAS)
2. Bộ tự chỉnh định (STR)
3. Lịch trình độ lợi
4. Hệ tự học
5. Hệ tự tổ chức

2.1.5 Ứng dụng

- Tự chỉnh định
- Lịch trình độ lợi
- Thích nghi liên tục



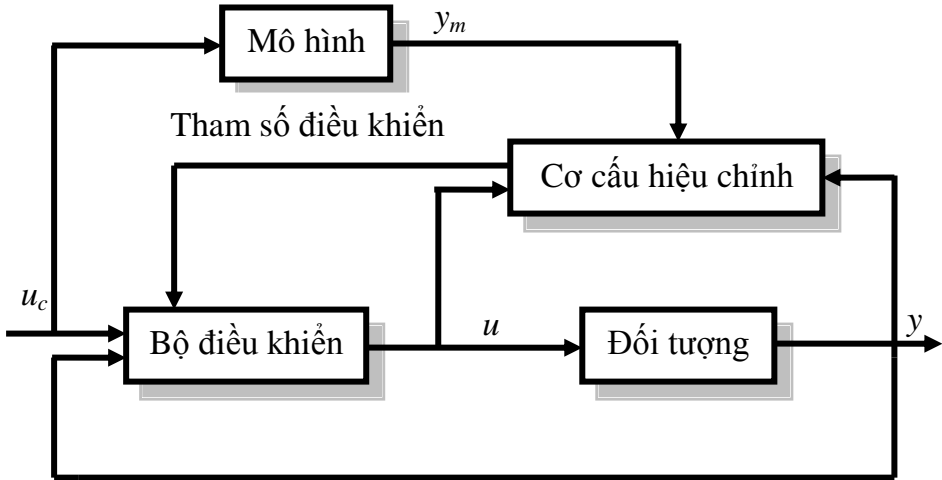
Hình 2.1 Sơ đồ các ứng dụng

2.2 Hệ thích nghi mô hình tham chiếu – MRAS

(Model Reference Adaptive Systems)

2.2.1 Sơ đồ chức năng

Hệ thống thích nghi sử dụng mô hình chuẩn là một trong những phương pháp chính của điều khiển thích nghi. Nguyên lý cơ bản được trình bày ở hình 2.2



Hình 2.2 Sơ đồ khối của một hệ thống thích nghi mô hình tham chiếu

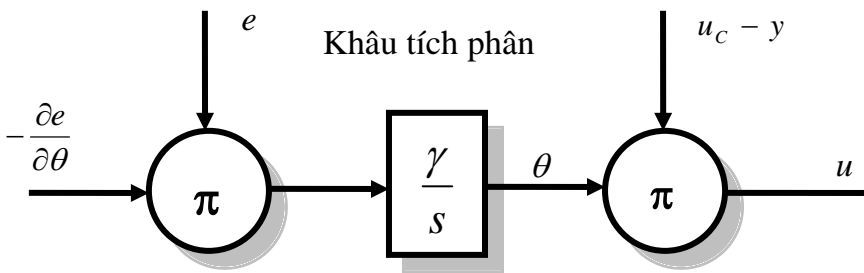
Mô hình chuẩn sẽ cho đáp ứng ngõ ra mong muốn đối với tín hiệu đặt (yêu cầu). Hệ thống có một vòng hồi tiếp thông thường bao gồm đối tượng và bộ điều khiển. Sai số e là sai lệch giữa ngõ ra của hệ thống và của mô hình chuẩn $e = y - y_m$. Bộ điều khiển có thông số thay đổi dựa vào sai số này. Hệ thống có hai vòng hồi tiếp: hồi tiếp trong là vòng hồi tiếp thông thường và vòng hồi tiếp bên ngoài hiệu chỉnh tham số cho vòng hồi tiếp bên trong. Vòng hồi tiếp bên trong được giả sử là nhanh hơn vòng hồi tiếp bên ngoài.

Hình 2.2 là mô hình MRAS đầu tiên được đề nghị bởi Whitaker vào năm 1958 với hai ý tưởng mới được đưa ra: Trước hết sự thực hiện của hệ thống được xác định bởi một mô hình, thứ hai là sai số của bộ điều khiển được chỉnh bởi sai số giữa mô hình chuẩn và hệ thống. Mô hình chuẩn sử dụng trong hệ thích nghi bắt nguồn từ hệ liên tục sau đó được mở rộng sang hệ rời rạc có nhiễu ngẫu nhiên.

Chương này tập trung vào ý tưởng cơ bản. Để vấn đề được trình bày một cách rõ ràng, ta chỉ tập trung vào cấu hình trong hình 2.2 được gọi là hệ MRAS song song. Đây là một trong nhiều cách có thể xây dựng mô hình chuẩn. Chương này đề cập chính đến hệ liên tục theo phương pháp trực tiếp có nghĩa là tham số được cập nhật một cách trực tiếp.

2.2.2 Luật MIT (Massachusetts Institute Technology)

(MIT = Massachusetts Institute Technology : Viện công nghệ Massachusetts)



Hình 2.3 Mô hình sai số

Hệ thống thích nghi mô hình tham chiếu đầu tiên được đưa ra để giải quyết vấn đề: các đặc điểm của một mô hình tham chiếu yêu cầu ngõ ra là quá trình lí tưởng cần có đáp ứng đối với tín hiệu điều khiển như thế nào. Đồ thị minh họa trong hình 2.2. Trong trường hợp này, mô hình tham chiếu mang tính song song hơn là nối tiếp, giống như cho SOAS (Self Oscillating Adaptive Systems). Bộ điều khiển có thể được xem như bao gồm hai vòng: một vòng phía trong gọi là vòng hồi tiếp thông thường có quá trình và bộ điều khiển. Các thông số của bộ điều khiển được chỉnh định bởi vòng ngoài sao cho sai số e giữa ngõ ra y và ngõ ra mô hình y_m là nhỏ nhất. Vì vậy vòng ngoài còn được gọi là vòng chỉnh định. Vấn đề là xác định cơ cấu chỉnh định cho hệ thống ổn định, nghĩa là sai số bằng zero. Điều này không thể thực hiện được. Cơ cấu chỉnh định với thông số sau được gọi là luật MIT, được sử dụng cho hệ MRAS đầu tiên:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta}$$

Trong phương trình này e là sai số của mô hình $e = y - y_m$. Các thành phần của vector $\partial e / \partial \theta$ là đạo hàm độ nhạy của sai số đối với các thông số chỉnh định θ . Thông số γ xác định tốc độ thích nghi. Luật MIT có thể được giải

thích như sau. Giả sử rằng các thông số θ thay đổi chậm hơn nhiều so với các biến khác của hệ thống. Để bình phương sai số là bé nhất, cần thay đổi các thông số theo hướng gradient âm của bình phương sai số e^2 .

Giả sử muốn thay đổi thông số của bộ điều khiển sao cho sai số giữa ngõ ra của đối tượng và của mô hình chuẩn tiến tới zero. Đặt e là sai số và θ là thông số hiệu chỉnh. Chỉ tiêu chất lượng :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (2.1)$$

để làm cho $J(\theta)$ MIN thì cần phải thay đổi các thông số theo hướng âm của gradient J , có nghĩa là :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (2.2)$$

Giả sử rằng các thông số cần thay đổi θ thay đổi chậm hơn nhiều so với các biến khác của hệ thống. Vì vậy đạo hàm $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ được tính với giả thiết θ là

hằng số. Biểu thức đạo hàm $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ gọi là hàm độ nhạy của hệ thống. Luật điều

chỉnh theo phương trình (2.2) với $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ là độ nhạy thì có liên hệ giống như luật MIT. Cách chọn hàm tổn thất theo phương trình (2.1) có thể là tùy ý. Nếu chọn

$$J(\theta) = |e| \quad (2.3)$$

Khi đó luật hiệu chỉnh sẽ là :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta} \text{sign}(e) \quad (2.4)$$

Hoặc

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \text{sign}\left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right) \text{sign}(e)$$

Đây gọi là giải thuật dấu - dấu. Hệ rời rạc sử dụng giải thuật này được ứng dụng trong viễn thông nơi đòi hỏi tính toán nhanh và thực hiện đơn giản.

Phương trình (2.2) còn được áp dụng trong trường hợp có nhiều thông số hiệu chỉnh, khi đó θ trở thành một vector và $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ là gradient của sai số đối

với các thông số tương ứng. Ứng dụng của luật MIT được biểu diễn bằng hai ví dụ sau :

Ví dụ 2.1 - Hiệu chỉnh độ lợi nuôi tiến

Xét vấn đề hiệu chỉnh độ lợi nuôi tiến với mô hình và đối tượng đều có hàm truyền là $G(S)$. Sai số là:

$$e = y - y_m = G(p)\theta u_c - G(p)\theta^o u_c$$

với u_c là tín hiệu đặt, y_m là ngõ ra mô hình, y là ngõ ra đối tượng, θ là thông số hiệu chỉnh, và $p = d/dt$ là toán tử vi phân. Độ nhạy khi ấy bằng :

$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = G(p)u_c = y_m/\theta^o$$

Luật MIT được cho :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma' y_m e / \theta^o$$

Nếu dấu của θ^o được biết, khi ấy đưa ra $\gamma = \gamma' / \theta^o$

Sự thay đổi của tham số θ tỉ lệ với tích sai số e và ngõ ra của mô hình y_m .

Ví dụ trên không dùng việc xấp xỉ : Khi luật MIT được áp dụng vào những vấn đề phức tạp hơn thì cần phải có xấp xỉ để tính được độ nhạy.

Ví dụ 2.2 MRAS cho hệ bậc nhất

Xét hệ thống được mô tả bởi phương trình:

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu \quad (2.5)$$

với u là biến điều khiển, y là ngõ ra được đo lường. Giả sử mong muốn có được hệ vòng kín được mô tả bởi:

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c$$

Mô hình kèm theo hoàn hảo có thể đạt được với bộ điều khiển :

$$u(t) = t_0 u_c(t) - s_0 y(t) \quad (2.6)$$

với tham số $t_0 = b_m / b$; $s_0 = (a_m - a) / b$

Chú ý hồi tiếp sẽ là dương nếu $a_m < a$, nghĩa là mô hình mong muốn thì chậm hơn quá trình. Để áp dụng luật MIT, sử dụng sai số $e = y - y_m$, với y là ngõ ra hệ kín.

Theo phương trình (2.5) và (2.6) thì:

$$y = \frac{bt_0}{p + a + bs_0} u_c$$

với p là toán tử vi phân. Độ nhạy có thể tính được bằng cách lấy đạo hàm riêng phần theo tham số của bộ điều khiển s_0 và t_0 :

$$\frac{\partial e}{\partial t_0} = \frac{b}{p + a + bs_0} u_c$$

$$\frac{\partial e}{\partial s_0} = -\frac{b^2 t_0}{(p + a + bs_0)^2} u_c = -\frac{b}{p + a + bs_0} y$$

Các công thức này không thể dùng vì thông số đối tượng a và b chưa biết. Vì vậy cần phải làm xấp xỉ để có được luật hiệu chỉnh tham số thực tế. Để thực hiện điều này, đầu tiên cần quan sát với giá trị tối ưu của tham số bộ điều khiển, ta có :

$$p + a + bs_0 = p + a_m$$

Hơn nữa cần chú ý là b có thể được bao gồm trong hệ số tốc độ thích nghi γ . Bởi vì nó xuất hiện trong tích γb , điều này đòi hỏi dấu của b phải được biết. Sau khi xấp xỉ, luật cập nhật các tham số điều khiển có được là:

$$\frac{dt_0}{dt} = -\gamma \left(\frac{1}{p + a_m} u_c \right) e$$

$$\frac{ds_0}{dt} = \gamma \left(\frac{1}{p + a_m} y \right) e \tag{2.7}$$

Ví dụ trên chỉ cách sử dụng luật MIT để tạo được luật hiệu chỉnh thông số.

Bài tập về nhà (dùng làm bài tập trong phần **Câu hỏi ôn tập và bài tập** ở cuối chương): Mô phỏng bằng Matlab hệ MRAS trong ví dụ 2.2 (Ví dụ 4.2 TLTK[1]) với $a = 1$, $b = 0.5$, $a_m = 2$ và $b_m = 2$. Tín hiệu vào là sóng vuông với biên độ bằng 1 và $\gamma = 2$.

Vài tính chất sau cần chú ý:

1. Không cần thiết đòi hỏi một mô hình kèm theo hoàn hảo. Các thủ tục có thể được áp dụng cho hệ phi tuyến. Phương pháp này cũng có thể được dùng để điều khiển cho hệ biết trước một phần.

2. Cấu trúc như hình 2.3 có một phép nhân giữa e và $\frac{\partial e}{\partial \theta}$.

Lấy tích phân phương trình (2.7) sẽ cho ra các tham số và được truyền đến bộ điều khiển sử dụng phép nhân thứ hai.

3. Sự xấp xỉ là cần thiết để có được luật điều khiển hiệu chỉnh tham số thực tế.

Luật MIT có thể thực hiện tốt nếu độ lợi thích nghi γ là nhỏ. Độ lớn γ tuy thuộc vào biên độ của tín hiệu chuẩn và độ lợi của đối tượng. Vì vậy không thể có một giới hạn cố định đảm bảo an toàn do đó luật MIT có thể cho một hệ vòng kín không an toàn. Luật hiệu chỉnh bổ sung có thể được dùng bằng lý thuyết ổn định. Những luật này tương tự luật MIT nhưng các hàm độ nhạy thì đương nhiên là khác. Ý này được trình bày nhiều hơn trong mục 2.2.4

2.2.3 Nội dung, phương pháp thiết kế MRAS

Có ba phương pháp cơ bản để phân tích và thiết kế hệ MRAS :

- Phương pháp tiếp cận Gradient
- Hàm Lyapunov
- Lý thuyết bị động

Phương pháp gradient được dùng bởi Whitaker đầu tiên cho hệ MRAS. Phương pháp này dựa vào giả sử tham số của bộ hiệu chỉnh thay đổi chậm hơn các biến khác của hệ thống. Giả sử này thừa nhận có sự ổn định giả cần thiết cho việc tính toán độ nhạy và cho cơ cấu hiệu chỉnh thích nghi. Phương pháp tiếp cận gradient không cho kết quả cần thiết cho hệ thống kín ổn định. Bộ quan sát được đưa ra để áp dụng lý thuyết ổn định Lyapunov và lý thuyết bị động được dùng để bổ sung cho cơ cấu thích nghi.

Đối với hệ thống có tham số điều chỉnh được như trong hình 2.2, phương pháp thích nghi sử dụng mô hình chuẩn cho một cách hiệu chỉnh tham số tổng quát để có được hàm truyền hệ thống vòng kín gần với mô hình. Đây gọi là vấn đề mô hình kèm theo. Một câu hỏi đặt ra là chúng ta làm cho sai lệch nhỏ như thế nào, điều này phụ thuộc bởi mô hình, hệ thống và tín hiệu

đặt. Nếu có thể làm cho sai số bằng 0 đối với mọi tín hiệu yêu cầu thì gọi là mô hình kèm theo hoàn hảo.

Mô hình kèm theo

Vấn đề mô hình kèm theo có thể được giải quyết bằng thiết kế phân số cực (miêu tả ngắn gọn về thiết kế phân cực được cho trong phụ lục A (TLTK[1])). Mô hình kèm theo là cách đơn giản để thiết lập hay giải một vấn đề điều khiển tự động. Mô hình sử dụng có thể là tuyến tính hay phi tuyến. Các tham số trong hệ thống được hiệu chỉnh để có được y càng gần với y_m càng tốt đối với một tập các tín hiệu vào. Phương pháp thích nghi là một công cụ thiết kế hệ MRAS, vấn đề này được trình bày trong mục 2.2.4. Mặc dù mô hình kèm theo hoàn hảo chỉ có thể đạt được trong điều kiện lý tưởng nhưng phân tích trường hợp này sẽ cho hiểu biết sâu sắc vào vấn đề thiết kế.

Xét hệ 1 đầu vào, 1 đầu ra có thể là liên tục hay rời rạc có phương trình:

$$y(t) = \frac{B}{A}u(t) \quad (2.8)$$

với u là tín hiệu điều khiển, y là ngõ ra. Kí hiệu A , B là những đa thức theo biến S hay Z . Giả sử bậc của $A \geq$ bậc của B nghĩa là hệ thống là hợp thức (đối với hệ liên tục) và nhân quả đối với hệ rời rạc. Giả sử hệ số bậc cao nhất của A là 1. Tìm bộ điều khiển sao cho quan hệ giữa tín hiệu đặt u_c và tín hiệu ra mong muốn y_m được cho bởi :

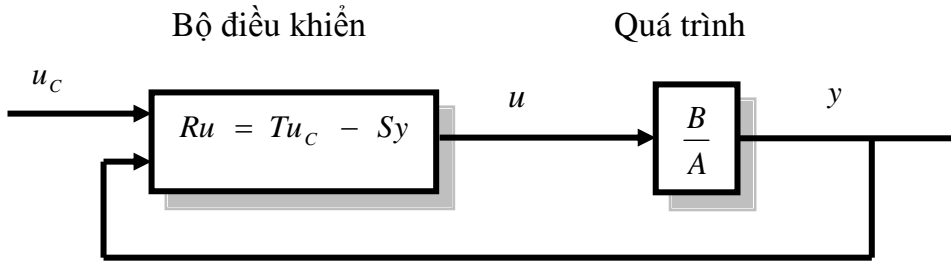
$$y_m = \frac{B_m}{A_m}u_c(t) \quad (2.9)$$

với A_m , B_m cũng là những đa thức theo biến S hoặc Z .

Luật điều khiển tổng quát được cho bởi :

$$Ru = Tu_c - Sy \quad (2.10)$$

với R , S , T là các đa thức. Luật điều khiển này được xem như vừa có thành phần hồi tiếp âm với hàm truyền $-S/R$ và thành phần nuôi tiến với hàm truyền T/R . Xem hình 2.4



Hình 2.4 Hệ vòng kín với bộ điều khiển tuyến tính tổng quát

Khử u ở 2 phương trình (2.8) và (2.10) được phương trình sau cho hệ thống vòng kín :

$$(AR + BS)y = BTu_c \quad (2.11)$$

Để đạt được đáp ứng vòng kín mong muốn, thì $AR + BS$ phải chia hết cho A_m , các zero của đối tượng, khi cho $B = 0$, sẽ là zero của hệ kín nếu không bị khử bởi cực vòng kín.

Bởi vì các điểm zero không ổn định không thể bị khử nên có thể phân tích thành $B = B^+B^-$, trong đó B^+ chứa những thành phần có thể khử đi, B^- là thành phần còn lại.

Theo phương trình (2.11) $AR + BS$ là đa thức đặc trưng của hệ thống được phân tích thành ba thành phần : khử zero của đối tượng: B^+ ; cực mong muốn của mô hình được cho bởi A_m ; các cực của bộ quan sát A_0 . Vì thế :

$$AR + BS = B^+A_0A_m \quad (2.12)$$

gọi là *phương trình Diophantine* (hay là *phương trình nhận dạng Benzout*). Vì B^+ có thể khử nên :

$$R = B^+R_1 \quad (2.13)$$

Chia phương trình (2.12) cho B^+ sẽ được:

$$A.R_1 + B^-S = A_0A_m \quad (2.14)$$

Vì yêu cầu là phải giống đáp ứng mong muốn nên tử số (2.11) phải chia hết cho B_m , nếu không thì sẽ không có lời giải cho bài toán thiết kế. Vì vậy :

$$\begin{aligned} B_m &= B^-B'_m \\ T &= A_0B'_m \end{aligned} \quad (2.15)$$

Điều kiện để đảm bảo tồn tại lời giải là :

$$\text{bậc}(A_0) \geq 2 \text{ bậc}(A) - \text{bậc}(A_m) - \text{bậc}(B^+) - 1$$

$$\text{bậc}(A_m) - \text{bậc}(B_m) \geq \text{bậc}(A) - \text{bậc}(B)$$

Những điều kiện này được cho trong phụ lục A (TLTK[1]).

Giả sử tất cả các zero đều bị khử, khi đó có thể viết (2.14) lại như sau :

$$A_0 A_m = AR_I + b_0 S$$

Nhân 2 vế cho y và dùng thêm phương trình (2.8) ta được :

$$\begin{aligned} A_0 A_m \cdot y &= BR_I u + b_0 S y \\ &= b_0 (R u + S y) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Các thông số ở vế trái đã biết, vế phải chưa biết. Đa thức T có được trực tiếp từ phương trình (2.15). Các tham số mô hình của phương trình (2.16) bây giờ có thể được dùng để ước lượng các tham số chưa biết của bộ điều khiển (chương 3 TLTK[1]). Điều này dẫn đến hệ MRAS trực tiếp. Lời giải tổng quát được trình bày trong chương 4 TLTK[1].

Hệ tuyến tính tổng quát

Hệ SISO được mô tả bởi phương trình sau:

$$Ay = Bu$$

Với đặc tính hệ thống mong muốn đạt được là:

$$A_m y_m = B_m u_c$$

Bộ điều khiển:

$$Ru = Tu_c - Sy \quad (*)$$

Hệ vòng kín được mô tả:

$$y = \frac{BT}{AR + BS} u_c$$

Thay y vào (*) ta tính được:

$$u = \frac{AT}{AR + BS} u_c$$

Sai số là:

$$e = y - y_m$$

Bây giờ cần phải xác định các đạo hàm riêng của sai số đối với từng tham số hiệu chỉnh để tìm luật chỉnh định thông số các hàm độ nhạy.

Đặt r_i , s_i , t_i là các hệ số của đa thức R, S, T. Các hàm độ nhạy được cho bởi:

$$e = \frac{BT}{AR + BS} u_C - \frac{B_m u_C}{A_m}$$

$$\rightarrow \frac{\partial e}{\partial r_i} = -\frac{BTAp^{k-i}}{(AR + BS)^2} u_C = -\frac{Bp^{k-i}}{AR + BS} u \quad i = 1, \dots, k$$

$$\frac{\partial e}{\partial s_i} = -\frac{BTBp^{l-i}}{(AR + BS)^2} u_C = -\frac{Bp^{l-i}}{AR + BS} y \quad i = 0, \dots, l$$

$$\frac{\partial e}{\partial t_i} = \frac{Bp^{m-i}}{AR + BS} u_C \quad i = 0, \dots, m$$

Trong đó $k = \text{bậc}(R)$, $l = \text{bậc}(S)$, $m = \text{bậc}(T)$.

Về phải các phương trình trên còn chứa A, B là các thông số chưa biết nên không tính được các hàm độ nhạy. Một cách xấp xỉ để có được luật cập nhật có thực tế là:

$$AR + BS \approx A_0 A_m B^+$$

Suy ra các hàm độ nhạy:

$$\frac{\partial e}{\partial r_i} \approx -\frac{B^- p^{k-i}}{A_0 A_m} u$$

Tương tự cho s_i và t_i

Tuy nhiên về phải vẫn còn B^- là chưa biết. Nếu tất cả các zero đều được khử, khi đó ta có $B^- = b_0$. Nếu dấu của b_0 biết được thì có thể thực hiện được luật cập nhật thông số. Thành phần b_0 có thể được bao gồm trong cả γ . Nên có thể suy ra luật cập nhật hiệu chỉnh các thông số như sau:

$$\frac{dr_i}{dt} = \gamma e \frac{p^{k-i}}{A_0 A_m} u \quad i = 1, \dots, k = \text{bậc}(R)$$

$$\frac{ds_i}{dt} = \gamma e \frac{p^{l-i}}{A_0 A_m} y \quad i = 0, \dots, l = \text{bậc}(S)$$

$$\frac{dt_i}{dt} = -\gamma e \frac{p^{m-i}}{A_0 A_m} u_C \quad i = 0, \dots, m = \text{bậc}(T)$$

Nhận xét:

- Cần phải xây dựng 3 trạng thái của bộ lọc $\frac{1}{A_0 A_m}$ cho luật hiệu chỉnh trên.
- Sự thay đổi các tham số này tỉ lệ với tích sai số e và tín hiệu bộ lọc $\frac{1}{A_0 A_m}$
- Để có được luật điều chỉnh các tham số trên cần phải giả sử các zero phải ổn định và dấu của b_0 phải được biết.
- Có thể tránh được giả sử này bằng cách sử dụng các thuật toán phức tạp hơn như ước lượng trạng thái...

• Tiêu chuẩn cực tiểu hoá

- Luật MIT có thể được sử dụng cho các hàm tổn thất khác.
- Luật hiệu chỉnh các tham số có thể đạt được bằng cách tính gradient hàm tổn thất đối với các tham số và sự thay đổi các tham số phải ngược dấu với gradient.
- Phương pháp này cần biết các tham số của mô hình đối tượng để tính toán độ nhạy. Tuy nhiên điều này là không có thực và do đó có thể sử dụng phương pháp xấp xỉ hay bằng các bộ ước lượng thông số.

Sai số và sự hội tụ tham số

Hệ thống thích nghi sử dụng mô hình chuẩn dựa vào ý tưởng là làm cho sai số $e = y - y_m$ tiến tới zero. Điều này không có nghĩa là các tham số điều khiển tiến tới giá trị đúng của nó (ví dụ như trường hợp tín hiệu = 0).

Ví dụ 2.3 Hội tụ sai số

Giả sử hệ thống có sơ đồ như hình 2.5:

Ngõ ra: $y = u$

Luật điều khiển: $u = \theta u_c$

Mô hình: $y_m = \theta^0 u_c$

Sai số: $e = y - y_m = \theta u_c - \theta^0 u_c = (\theta - \theta^0) u_c$

Luật hiệu chỉnh tham số theo phương pháp gradient:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma u_c^2 (\theta - \theta^0)$$

Lời giải cho phương trình vi phân ở trên là:

$$\theta(t) = \theta^0 + [\theta(0) - \theta^0] e^{-\gamma t} \quad (*)$$

Trong đó:

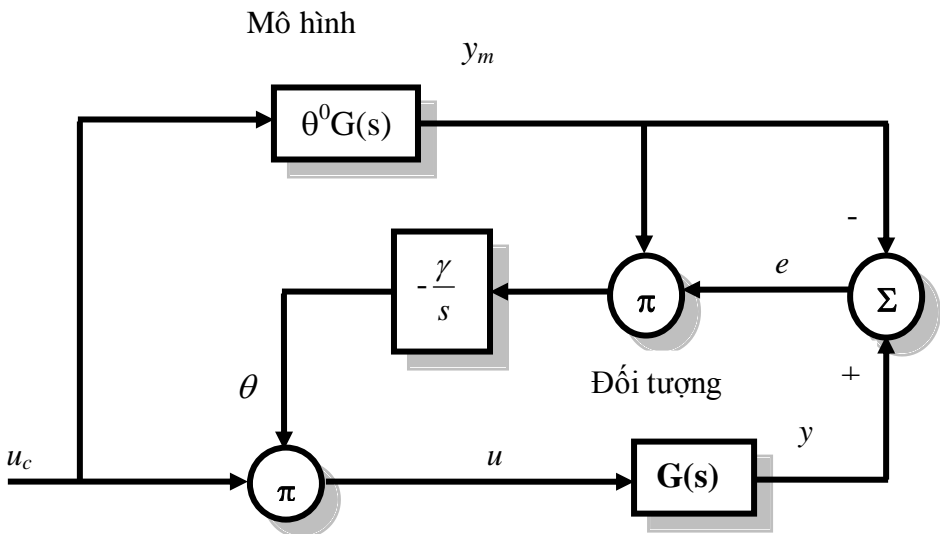
$$I_t = \int_0^t u_c^2(\tau) d\tau$$

$\theta(0)$ là giá trị ban đầu của θ .

Và vì vậy sai số e trở thành:

$$e(t) = u_c(t) [\theta(0) - \theta^0] e^{-\gamma t}$$

Do $I_t > 0$ nên khi $t \rightarrow \infty$ thì $e(t) \rightarrow 0$ ngay cả khi tín hiệu điều khiển $u_c(t) \rightarrow 0$.



Hình 2.5 Mô hình hội tụ sai số

Giá trị giới hạn của θ phụ thuộc vào tính chất của $u_c(\tau)$ (hội tụ hoặc phân kì) (do $\theta(t)$ tính theo biểu thức (*)).

Ví dụ trên cho biết được sai số $e \rightarrow 0$ tuy nhiên tham số θ không tiến đến giá trị đúng của nó. Đây là tính chất của hệ thống thích nghi sử dụng mô hình chuẩn. Điều kiện chính xác để hội tụ tham số là tín hiệu kích thích phải luôn tồn tại.

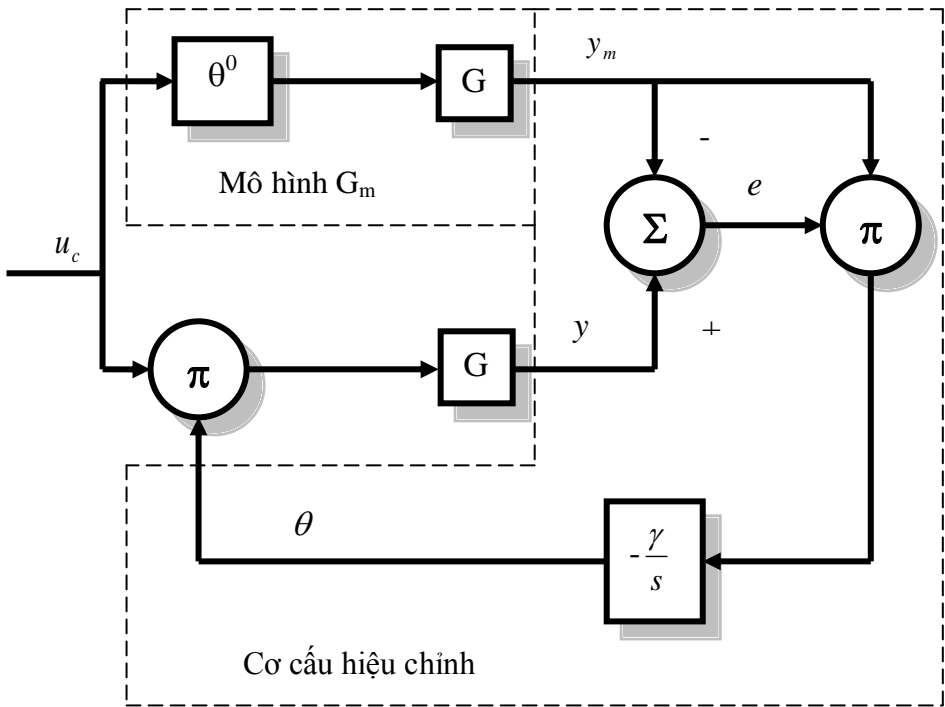
Ổn định của vòng điều khiển thích nghi

Ở ví dụ trên độ biến thiên tham số θ tỉ lệ với bình phương tín hiệu điều khiển u_c . Điều này hợp lí trong một số trường hợp là khi tín hiệu điều khiển u_c càng lớn thì càng dễ phát hiện giá trị bị sai của θ .

Tuy nhiên độ thay đổi của tham số điều chỉnh phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu điều khiển có thể dẫn đến không ổn định. Ví dụ sau đây cho luật điều khiển không phụ thuộc vào u_c :

Ví dụ 2.4

Giả sử hệ thống có mô hình ở hình 2.6:



Hình 2.6 Hệ thống thích nghi mô hình tham chiếu cho việc chỉnh định độ lợi nuôi tiến

Vấn đề là điều chỉnh $\theta \rightarrow \theta^0$. Giả sử hàm truyền được cho bởi:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + a_1s + a_2}$$

Sai số $e = G(p)(\theta - \theta^0)u_c$

Trong đó p biểu thị cho phép lấy đạo hàm. Vì vậy:

$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = G(p)u_c = \frac{y_m}{\theta^0}$$

Điều chỉnh tham số theo luật MIT:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{y_m}{\theta^0} = -\gamma e y_m \quad \text{với } \gamma = \frac{\gamma'}{\theta^0}$$

Hệ thống điều khiển thích nghi vì vậy biểu diễn được bởi các phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^2 y_m}{dt^2} + a_1 \frac{dy_m}{dt} + a_2 y_m = \theta^0 u_c \quad (\text{I})$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = \theta u_c \quad (\text{II})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e y_m = -\gamma(y - y_m)y_m \quad (\text{III})$$

Phương trình (I) có thể giải được nếu cho sẵn hàm u_c , xem như biến y_m biết trước

Đạo hàm (II) ta được:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} = \frac{d\theta}{dt} u_c + \theta(t) \frac{du_c}{dt}$$

Thay (III) vào ta được:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} &= -\gamma(y - y_m)y_m u_c + \theta(t) \frac{du_c}{dt} \\ &= -\gamma y_m(t)u_c(t)y(t) + \gamma y_m^2(t)u_c + \theta(t) \frac{du_c}{dt} \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + \gamma u_c(t)y_m(t)y(t) = \theta(t) \frac{du_c}{dt} + \gamma u_c(t)y_m^2(t)$$

Đây là phương trình vi phân tuyến tính biến thiên theo thời gian. Để hiểu được hệ thống, ta thực hiện cách thử như sau:

- Đầu tiên giả sử u_c là hằng số u_c^0

- Ngõ ra mô hình khi đó sẽ có giá trị cân bằng là y_m^0 .

Giả sử cơ cấu hiệu chỉnh thích nghi được nối vào khi đạt đến điểm cân bằng (trạng thái cân bằng). Khi đó phương trình (II) ở trên sẽ có các hệ số hằng và có lời giải trạng thái cân bằng là:

$$y(t) = y_m^0 = \theta^0 u_c^0 / a_2$$

ổn định nếu $a_1 a_2 > \gamma u_c^0 y_m^0 = \frac{\gamma'}{a_2} (u_c^0)^2$

Luật hiệu chỉnh bổ sung

Những hiểu biết có được từ việc tính toán trong ví dụ 2.3 chỉ ra rằng cần phải bổ sung cho luật MIT. Luật MIT là phương pháp gradient cơ bản. Độ giảm có được bằng luật MIT được quyết định bởi tham số γ , số này là do người dùng chọn.

Có thể đạt được phương pháp gradient bổ sung mà tỉ lệ hiệu chỉnh không phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu (đặt) yêu cầu. Một khả năng là làm chuẩn hoá và thay thế luật MIT bởi:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{e \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)^T \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)}$$

Tham số $\alpha > 0$ được đưa vào để tránh trường hợp chia cho 0.

Có thể nhận thấy rằng tỉ lệ hiệu chỉnh tham số phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu yêu cầu một lượng nhỏ bởi vì do nhiễu đo lường.

2.2.4 Thiết kế MRAS dùng lý thuyết ổn định của Lyapunov

Với luật hiệu chỉnh tham số có được từ phương pháp Gradient được trình bày trong mục 2.2.3 lấy gần đúng là để có được luật hiệu chỉnh tham số dựa vào kinh nghiệm có vẻ hợp lí rồi chúng ta thử chỉ ra rằng sai số mô hình sẽ tiến đến 0. Một khả năng khác để có được vòng ngoài của hệ thống thích nghi sử dụng mô hình chuẩn là tìm ra luật hiệu chỉnh mà đảm bảo sai số tiến về 0. Những nghiên cứu cho luật hiệu chỉnh như vậy đã được thực hiện trong một khoảng thời gian dài. Ý tưởng cơ bản để thiết kế luật hiệu chỉnh dựa vào lý thuyết ổn định được trình bày trong mục này và được thể hiện theo lịch sử phát triển.

Đề tập trung vào vấn đề chính tránh những chi tiết không cần thiết, tự hiệu chỉnh độ lợi nuôi tiến của hệ thống được biết trước được dùng trong mục này. Hệ thống dùng ở đây giống như ở hình 2.6 nhưng cơ cấu thích nghi thì khác. Vấn đề là tìm luật hồi tiếp để bảo đảm sai số $e = y - y_m$ trong hình 2.6 tiến đến 0, cần biết rằng vấn đề điều khiển hệ thống với đặc tính động học biết trước và hệ số độ lợi chưa biết thì không quá khó. Vấn đề riêng biệt được chọn để trình bày ý tưởng hơn là trình bày một vấn đề thực tế. Một khi ý tưởng cơ bản được phát triển, sự mở rộng đến những cấu hình tổng quát thì tương đối dễ hiểu hơn, chi tiết được trình bày trong TLTK[1].

Phương pháp thứ hai của Lyapunov

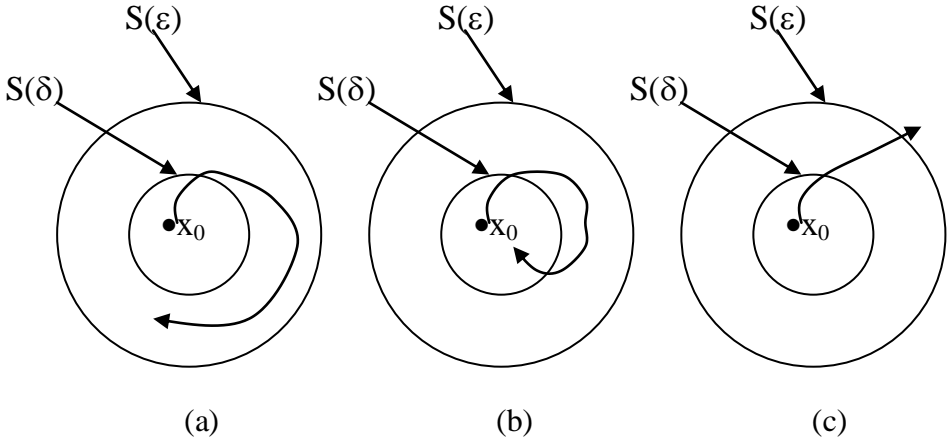
Minh họa bằng đồ thị phương pháp Lyapunov

Hình 2.7 (a), (b) và (c) biểu diễn các trạng thái cân bằng và những đường cong tiêu biểu tương ứng đối với hệ thống ổn định, ổn định tiệm cận và không ổn định. Trong hình 2.7 (a), (b) hoặc (c), vùng $S(\delta)$ giới hạn cho trạng thái ban đầu x_0 , và vùng $S(\varepsilon)$ tương ứng với giới hạn cho quỹ đạo xuất phát tại x_0 .

Chú ý rằng những định nghĩa đã được đề cập trước đây không chỉ ra chính xác vùng của điều kiện cho phép ban đầu. Vì vậy các định nghĩa áp dụng cho vùng lân cận của trạng thái cân bằng (là trạng thái tại đó mọi đạo hàm đều triệt tiêu), trừ khi $S(\varepsilon)$ tương ứng với trạng thái ban đầu của đối tượng.

Chú ý là trong hình 2.7 (c), đường cong rời vùng $S(\varepsilon)$ và dẫn đến trạng thái cân bằng không ổn định. Tuy nhiên, chúng ta không thể nói rằng đường cong sẽ đi đến vô tận bởi vì nó có thể đến gần một vòng tròn giới hạn phía ngoài vùng $S(\varepsilon)$. (Nếu một hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian là không ổn định, các đường cong bắt đầu gần với trạng thái cân bằng không ổn định đi đến vô cực. Nhưng trong trường hợp của hệ thống phi tuyến, điều này thật sự không cần thiết).

Sự hiểu biết về các định nghĩa đã nói ở trên là yêu cầu tối thiểu để hiểu việc phân tích ổn định của các hệ thống tuyến tính và phi tuyến có mặt trong phần này. Chú ý rằng những định nghĩa này không chỉ hạn chế ở các khái niệm về sự ổn định của một trạng thái cân bằng. Thực ra, những cách định nghĩa khác cũng được sử dụng. Chẳng hạn, trong các lý thuyết điều khiển thông thường hoặc kinh điển, chỉ có các hệ thống ổn định tiệm cận mới được gọi là hệ thống ổn định, còn các hệ thống khác ổn định theo Lyapunov, nhưng không ổn định tiệm cận, được gọi là không ổn định.



Hình 2.7 (a) *Trạng thái cân bằng ổn định*
 (b) *Trạng thái cân bằng tiệm cận*
 (c) *Trạng thái cân bằng không ổn định*

Ví dụ 2.5 Xét hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{aligned}$$

Trạng thái cân bằng (đạo hàm = 0) tại gốc tọa độ ($x_1 = 0, x_2 = 0$). Nếu chúng ta định nghĩa một hàm vô hướng $V(x)$ như sau:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

là *hàm xác định dương*, sao cho đạo hàm theo thời gian hàm $V(x)$ theo một đường cong bất kì

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2 \\ &= -2(x_1^2 + x_2^2)^2 \end{aligned}$$

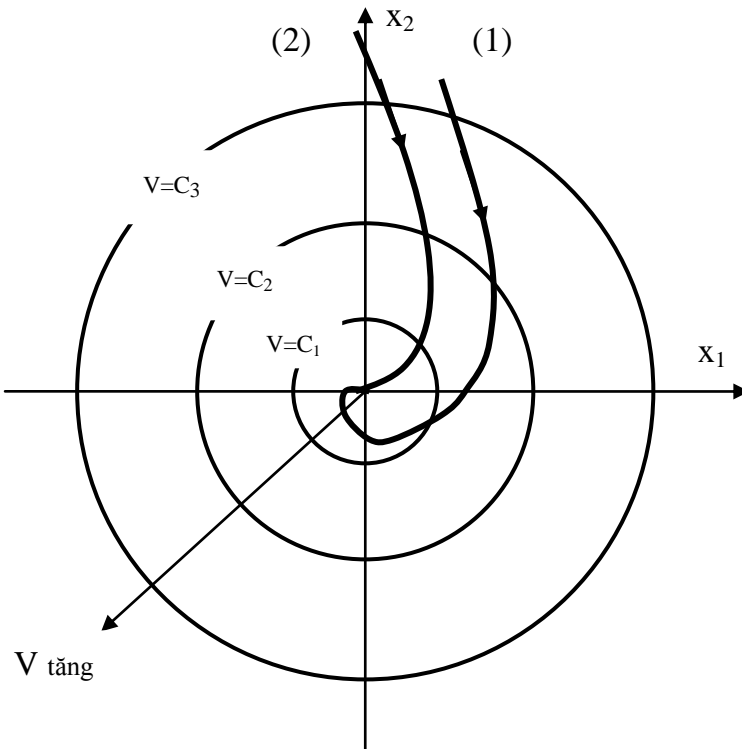
là *hàm xác định âm*. Điều này cho thấy rằng $V(x)$ tăng liên tục theo đường cong bất kì; vì vậy $V(x)$ là hàm Lyapunov. Hàm $V(x)$ trở thành vô hạn với độ lệch vô hạn từ trạng thái cân bằng, trạng thái cân bằng ở gốc của hệ thống là *ổn định tiệm cận* trong vùng rộng.

Chú ý rằng nếu chúng ta để $V(x)$ nhận giá trị hằng số $0, C_1, C_2, \dots (0 < C_1 < C_2 < \dots)$, thì $V(x) = 0$ tương ứng với gốc của trạng thái đối tượng và $V(x) = C_1, V(x) = C_2, \dots$ mô tả những vòng tròn không so sánh kèm theo gốc của trạng thái đối tượng, như minh họa ở hình 2.8. Cũng cần chú ý rằng $V(x)$ là bán kính vô tận, hoặc $V(x) \rightarrow \infty$ khi $\|x\| \rightarrow \infty$.

Khi vòng tròn $V(x) = C_k$ nằm hoàn toàn trong vòng tròn $V(x) = C_{k+1}$, một đường cong đại diện đi qua vùng biên giới của các đường viền V từ ngoài vào trong. Từ đây, biểu diễn hình học của hàm Lyapunov có thể được phát biểu như sau: $V(x)$ là thước đo khoảng cách của biến trạng thái x từ gốc tọa độ của trạng thái trung gian. Nếu khoảng cách giữa gốc và biến trạng thái tức thời $x(t)$ tăng liên tục khi t tăng $\{V[x(t)] < 0\}$ thì $x(t) \rightarrow 0$.

Quỹ đạo (1) trên hình 2.8 là chuyển động ổn định tiệm cận về gốc tọa độ, song không thỏa tiêu chuẩn ổn định thứ 2 của Lyapunov: hàm $\dot{V}(x)$ không phải là hàm xác định âm với mọi biến trạng thái x . Tiêu chuẩn ổn định thứ 2 của Lyapunov là điều kiện đủ, không phải là điều kiện cần để đánh giá tính ổn định của nghiệm phương trình vi phân phi tuyến. Nếu thỏa tiêu chuẩn thì hệ ổn định. Nếu không thỏa, vấn đề kết luận về tính ổn định còn bỏ ngõ, phụ thuộc vào:

1. Chọn hàm $V(x)$
2. Chọn biến trạng thái x



Hình 2.8 Các vòng tròn hằng số V và hai quỹ đạo ổn định

Ví dụ thiết kế MRAS dùng Lyapunov

Giả sử tất cả các biến trạng thái của hệ thống đều đo lường được, định lý về ổn định của Lyapunov có thể dùng để thiết kế luật điều khiển thích nghi đảm bảo sự ổn định cho hệ thống vòng kín, ví dụ sau trình bày ý tưởng này.

Ví dụ 2.6 Hệ MRAS bậc nhất dựa vào lý thuyết ổn định.

Xét bài toán như trong ví dụ 2.2. Khi tham số của đối tượng được biết luật điều khiển theo phương trình 2.6 cho kết quả mong muốn. Một hệ thích nghi sử dụng mô hình chuẩn mà có thể tìm ra các hệ số t_0 và s_0 khi tham số a , b không được biết có thể đạt được như sau :

$$\text{Sai số :} \quad e = y - y_m$$

Lấy đạo hàm và sử dụng phương trình 2.5, 2.14 và mô hình mong muốn để khử đạo hàm y và y_m , ta được :

$$\frac{de}{dt} = -a_m e + (a_m - a - b s_0) y + (b t_0 - b_m) u_c$$

Chú ý rằng sai số e sẽ tiến đến 0 nếu các tham số này bằng với giá trị mong muốn. Bây giờ ta cần cố gắng xây dựng một cơ cấu hiệu chỉnh tham số sao cho các thông số t_0 và s_0 tiến đến giá trị mong muốn. Sử dụng cho mục đích này, hàm Lyapunov có dạng :

$$V(e, t_0, s_0) = \frac{1}{2} [e^2 + \frac{1}{b\gamma} (b s_0 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma} (b t_0 - b_m)^2]$$

Hàm này sẽ bằng 0 khi $e = 0$ và các tham số bộ điều khiển bằng với giá trị tối ưu. Đạo hàm của V là :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= e \frac{de}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b s_0 + a - a_m) \frac{ds_0}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b t_0 - b_m) \frac{dt_0}{dt} \\ &= -a_m e^2 + \frac{1}{\gamma} (b s_0 + a - a_m) \left(\frac{ds_0}{dt} - \gamma e \right) + \frac{1}{\gamma} (b t_0 - b_m) \left(\frac{dt_0}{dt} + \gamma u_c e \right) \end{aligned}$$

Nếu các tham số được cập nhập bởi:

$$\frac{dt_0}{dt} = -\gamma u_c e \quad (2.17)$$

$$\frac{ds_0}{dt} = \gamma e$$

ta được

$$\frac{dV}{dt} = -a_m e^2$$

Như vậy:

Hàm V sẽ giảm khi e khác 0. Vì vậy có thể kết luận là sai số e sẽ tiến về 0. Tuy nhiên cần chú ý là các tham số t_0 và s_0 sẽ hội tụ đến giá trị cân bằng nếu không có các điều kiện khác tác động vào. Vì vậy luật này tương tự như luật MIT nhưng độ nhạy được thay đổi bởi tín hiệu khác.

Luật hiệu chỉnh các thông số làm ổn định cho hệ thống mà các biến trạng thái có thể đo lường được xây dựng bằng sự tổng quát hoá trực tiếp của kỹ thuật dùng trong ví dụ sau .

Luật hiệu chỉnh theo phương trình 2.17 đạt được bằng cách áp dụng lý thuyết ổn định tương tự như bằng luật MIT (so sánh với ví dụ 2.2) trong cả hai trường hợp, luật hiệu chỉnh có thể viết như sau :

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e$$

với θ là vector các tham số , $\varphi = [-u_c \quad y]^T$ khi sử dụng luật theo Lyapunov và

$$\varphi = [-u_c \quad y]^T / (p + a_m)$$

nếu sử dụng luật MIT vector φ có thể được giải thích như là giá trị âm của gradient hàm tổn thất.

Phương pháp Lyapunov bây giờ được áp dụng cho việc hiệu chỉnh hệ độ lợi nuôi tiến.

Ví dụ 2.7

Ở đây chỉ xét vấn đề hiệu chỉnh độ lợi nuôi tiến. Sai số được cho bởi

$$e = G(p)(\theta - \theta^0)u_c$$

giới thiệu một không gian trạng thái biểu thị cho hàm truyền G. Quan hệ giữa tham số θ và sai số e được viết bởi:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B(\theta - \theta^0)u_c \quad (2.18)$$

$$e = Cx$$

Nếu hệ đồng nhất $\dot{x} = Ax$ là ổn định tiệm cận và có tồn tại 2 ma trận P và Q xác định dương sao cho:

$$A^T P + PA = -Q \quad (2.19)$$

Chọn hàm Lyapunov như sau :

$$V = \frac{1}{2} [\gamma x^T P x + (\theta - \theta^0)^2]$$

Đạo hàm V và sử dụng phương trình sai phân 2.18 được :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{dx^T}{dt} P x + x^T P \frac{dx}{dt} \right) + (\theta - \theta^0) \frac{d\theta}{dt}$$

Sử dụng phương trình 2.18 ta được :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\gamma}{2} \{ [Ax + B u_c (\theta - \theta^0)]^T P x + x^T P [Ax + B u_c (\theta - \theta^0)] \} \\ &\quad + (\theta - \theta^0) \frac{d\theta}{dt} \\ &= -\frac{\gamma}{2} x^T Q x + (\theta - \theta^0) \left(\frac{d\theta}{dt} + \gamma u_c B^T P x \right) \end{aligned}$$

Nếu luật hiệu chỉnh tham số được chọn là :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c B^T P x \quad (2.20)$$

thì đạo hàm của hàm Lyapunov sẽ âm khi $x \neq 0$. Với luật hiệu chỉnh theo phương trình 2.20 vector trạng thái x và cả sai số $e = Cx$ vì vậy sẽ tiến đến không. Tuy nhiên chú ý là sai số tham số $\theta - \theta^0$ không cần thiết là phải tiến đến không.

Ví dụ hệ bậc hai MRAS

Ví dụ 2.8 Xét $G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$

và mô hình là $G_m(s) = \frac{Bm}{Am} = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$

đa thức A_0, R, S và T được chọn bởi :

$$A_0(s) = s + a_0$$

$$R(s) = s + r_1$$

$$S(s) = s_0 s + s_1$$

$$T(s) = t_0 s + t_1$$

Phương trình Diophantine 2.7 cho lời giải sau :

$$r_1 = 2\zeta\omega + a_0 - a$$

$$s_0 = (2\zeta\omega a_0 + \omega^2 - a r_1) / K$$

$$s_1 = a_0 \omega^2 / K$$

$$t_0 = \omega^2 / K$$

$$t_1 = a_0 \omega^2 / K$$

để đơn giản hóa, ta chọn : $Q(s) = A_0(s).A_m(s)$

$$P_1(s) = A_m(s)$$

$$P_2(s) = A_0(s)$$

Bài tập về nhà (dùng làm bài tập trong phần **Câu hỏi ôn tập và bài tập** ở cuối chương): Mô phỏng bằng Matlab hệ bậc hai MRAS trong ví dụ 2.8 (Ví dụ 4.8) với $\gamma = 1$, $\zeta = 0.7$, $\omega = 1$, $a_0 = 2$, $a = 1$ và $K = 2$. Giả sử rằng $\hat{b}_0 = b_0$.

Hệ thống MRAS rời rạc

Hệ MRAS đã được thực hiện cho hệ liên tục không có nhiễu, nhưng có thể thực hiện được MRAS cho hệ rời rạc. Thuật giải ở trên có thể được dùng cho trường hợp hệ rời rạc. Bộ ước lượng có thể dựa vào chuẩn bình phương tối thiểu. Phần này để dành trình bày trong bộ điều khiển tự chỉnh định trong phần 2.3

MRAS cho hệ thống chỉ biết được từng phần

Trong phần trước ta đã giả sử tất cả mô hình của đối tượng là chưa biết. Trong một số trường hợp đặc tính động học của hệ thống được biết một phần, còn lại là không biết. Sự biết trước này có thể được kết hợp vào hệ MRAS. Điều này có thể thực hiện tùy thuộc chủ yếu vào tham số và cấu trúc của mô hình đối tượng. Phương pháp này được minh họa bằng ví dụ .

Điều khiển thích nghi cho tay máy

Giả sử các biến trạng thái được đo lường đầy đủ, có thể tìm được một biến sai số tuyến tính đối với các tham số, điều này làm dễ dàng trong việc xây dựng hệ thích nghi sử dụng mô hình chuẩn ổn định. Điều này được minh họa bằng việc điều khiển tay máy khi mà đặc tính động học là phi tuyến.

Một thao tác trực tiếp được mô tả bởi mô hình :

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = T \quad (2.21)$$

với q là vector tọa độ tổng quát. H là ma trận quán tính, C là ma trận tắt, G là vector trọng trường. Biến điều khiển là moment đặt vào cơ cấu chấp hành. Phương trình mô tả tay máy có tính chất :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{q}^T H \dot{q}) = \dot{q}^T H(q) \ddot{q} + \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} = \dot{q}^T (T - G) \quad (2.21a)$$

Điều này được giải thích là đạo hàm của động năng $\dot{q}^T H \dot{q}$ bằng với công suất được cung cấp bởi cơ cấu chấp hành và moment trọng lực.

Ví dụ: Tay máy hai khớp nối

Xét tay máy hai khớp nối với tải chưa biết trong hình dưới đây. Khớp nối thứ hai với tải chưa biết được xem như là có thêm một khớp nối với 4 tham số chưa biết: khối lượng m_e , moment quán tính I_e , khoảng cách từ trọng tâm đến khớp nối thứ hai l_{ce} , góc δ_e so với khâu liên kết thứ hai. Hệ thống được mô tả bởi phương trình (2.21) với

$$H = \begin{pmatrix} \theta_1 + 2\theta_3 \cos q_2 + 2\theta_4 \sin q_2 & \theta_2 + \theta_3 \cos q_2 + \theta_4 \sin q_2 \\ \theta_2 + \theta_3 \cos q_2 + \theta_4 \sin q_2 & \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \theta_3 Y_1 + \theta_4 Y_2 + (\theta_1 - \theta_2 + e_1) e_2 \cos q_1 \\ \theta_3 Y_3 + \theta_4 Y_4 \end{pmatrix}$$

với:

$$Y_1 = -2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \sin(q_2) \dot{q}_2^2$$

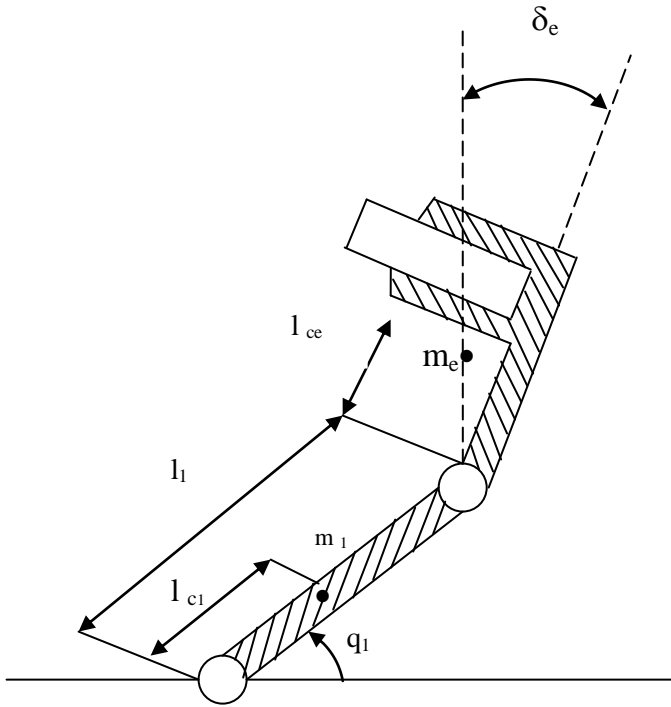
$$Y_2 = 2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \cos(q_2) \dot{q}_2^2$$

$$Y_3 = \sin(q_2) \dot{q}_1^2 + e_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$Y_4 = -\cos(q_2) \dot{q}_1^2 + e_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$e_1 = m_1 l_1 l_{c1} - m_1 l_{c1}^2$$

$$e_2 = g / l_1$$



Tay máy hai khớp nối với tải chưa biết

với g là gia tốc thường và bốn tham số chưa biết $\theta_1, \dots, \theta_4$ là những hàm có các tham số vật lý chưa biết.

$$\theta_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$\theta_2 = I_1 + m_e l_{ce}^2$$

$$\theta_3 = m_e l_1 l_{ce} \cos \delta_e$$

$$\theta_4 = m_e l_1 l_{ce} \sin \delta_e$$

Bốn tham số chưa biết m_e, I_e, l_{ce} và δ_e được xác định duy nhất bởi $\theta_1, \dots, \theta_4$. Hệ thống có thể được viết lại:

$$\varphi^T(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = T$$

với φ^T được cho bởi:

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1 + e' \ddot{q}_2 - e' 2\cos(q_2)\ddot{q}_1 + \cos(q_2)\ddot{q}_2 + Y_1 & 2\sin(q_2)\ddot{q}_1 + \sin(q_2)\ddot{q}_2 + Y_2 \\ 0 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & \cos(q_2)\ddot{q}_1 + Y_3 & \sin(q_2)\ddot{q}_1 + Y_4 \end{pmatrix}$$

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T$$

$$T = \begin{pmatrix} \tau_1 - e_1 e_2 \cos(q_1) \\ \tau_2 \end{pmatrix}$$

với $e' = e_2 \cos(q_1)$ và τ_1, τ_2 là các moment tác dụng vào. Đặc tính động học có thể được viết dưới dạng tuyến tính theo các tham số với giả sử là tất cả các trạng thái và gia tốc có thể đo lường được.

Ví dụ có thể được tổng quát hoá và phương trình (2.21) có thể được viết thành:

$$T - H'(q)\ddot{q} - C'(q, \dot{q})\dot{q} - G'(q) = \varphi^T(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta^0$$

với H', C', G' và φ là biết trước hay có thể đo lường được. Dù là mô hình không tuyến tính, nó vẫn tuyến tính theo các tham số có thể thay đổi. Một điều quan trọng là kiến thức biết trước được dùng và hệ thống đó không xem như là mô hình hộp đen với tham số thay đổi theo thời gian. Mô hình thì vẫn còn chưa thoả mãn bởi vì gia tốc phải được đo cùng với vị trí và vận tốc.

Đặt quỹ đạo tham khảo cho vị trí và vận tốc là q_m và \dot{q}_m . Đưa ra phương trình Lyapunov như sau:

$$V = \frac{1}{2}(\tilde{\dot{q}}^T H(q)\tilde{\dot{q}} + \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta})$$

Trong đó: $\tilde{q} = q - q_m, \tilde{\dot{q}} = \dot{q} - \dot{q}_m, \tilde{\theta} = \theta - \theta^0$; K_p và Γ là những ma trận xác định dương. Lấy vi phân V , sử dụng phương trình (2.21a) cho ta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\dot{q}}^T H \ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2} \tilde{\dot{q}}^T \dot{H} \tilde{\dot{q}} + \tilde{\dot{q}}^T K_p \tilde{\dot{q}} + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} \\ &= \tilde{\dot{q}}^T (H \ddot{\tilde{q}} - H \ddot{q}_m + C\tilde{\dot{q}} + K_p \tilde{\dot{q}}) + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} \\ &= \tilde{\dot{q}}^T (T - G - H \ddot{q}_m - C\dot{q}_m + K_p \tilde{\dot{q}}) + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned}$$

Đưa ra luật điều khiển:

$$T = H' \ddot{q}_m + C' \dot{q}_m + G' - K_p \tilde{\dot{q}} - K_d \tilde{\dot{q}} \quad (2.21b)$$

Luật điều khiển bao gồm thành phần nuôi tiến từ thành phần đã biết của mô hình và thành phần tỉ lệ và hồi tiếp vận tốc, nghĩa là:

$$\dot{V} = \dot{\tilde{q}}^T (\tilde{H} \ddot{q}_m - \tilde{C} \dot{q}_m + \tilde{G} - K_d \dot{\tilde{q}}) + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}$$

Trong đó:

$$\tilde{H}(q) = H'(q) - H(q)$$

$$\tilde{C}(q, \dot{q}) = C'(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q})$$

$$\tilde{G}(q) = G'(q) - G(q)$$

Đặt:

$$\tilde{H} \ddot{q}_m - \tilde{C} \dot{q}_m + \tilde{G} = \varphi_m^T \tilde{\theta}$$

Đặt được như vậy là do mô hình tuyến tính đối với các tham số. Hơn nữa $\varphi_m = \varphi_m(q, \dot{q}, \dot{q}_m, \ddot{q}_m)$ có nghĩa là chỉ có gia tốc của mô hình phải được biết, không phải là gia tốc thực. Dẫn đến:

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{q}}^T K_d \dot{\tilde{q}} + \tilde{\theta}^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}} + \varphi_m^T \dot{\tilde{q}})$$

đề nghị cập nhật thông số:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma^{-1} \varphi_m^T \dot{\tilde{q}} = -\Gamma^{-1} \varphi_m^T (\dot{q} - \dot{q}_m) \quad (2.21c)$$

Hàm V thỏa tính chất của hàm Lyapunov là xác định dương và đạo hàm:

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{q}}^T K_d \dot{\tilde{q}}$$

là bán xác định âm. Điều này có nghĩa là hệ vòng kín ổn định và vận tốc khi xác lập bằng không. Bộ điều khiển cũng có thể được bổ sung để đảm bảo là sai số vị trí bằng 0.

Luật điều khiển theo phương trình (2.21b) và tham số được cập nhật theo phương trình (2.21c) là các hàm của biến $q, \dot{q}, q_m, \dot{q}_m$ và \ddot{q}_m , nhưng gia tốc của khớp nối không cần thiết phải đo được. Để ý rằng luật điều khiển là trường hợp đặc biệt của hệ MRA tổng quát với $e = \dot{q} - \dot{q}_m$.

2.2.5 Kết luận

Các ý tưởng cơ bản dựa trên MRAS đã được trình bày trong phần này bao gồm :

1. Phương pháp gradient
2. Thiết kế theo Lyapunov và siêu ổn định
3. Số gia sai số

Trong mọi trường hợp luật cập nhật tham số cho dưới dạng :

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi \varepsilon \quad (2.22)$$

hay dưới dạng chuẩn hoá :

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi \varepsilon}{\alpha + \varphi^T \varphi} \quad (2.23)$$

Trong phương pháp gradient, vector φ là giá trị âm của gradient sai số theo các tham số. Ước lượng thông số hay xấp xỉ có thể được dùng trong phương pháp gradient. Trong những trường hợp khác φ là vector lồi có được bằng cách lọc ngõ vào, ra và tín hiệu đặt. Số hạng ε là số gia sai số được giải thích là sai số dự báo của vấn đề ước lượng. Thường dùng số gia sai số tuyến tính theo các thông số.

Phương pháp gradient linh hoạt và đơn giản để áp dụng vào mọi cấu trúc hệ thống. Cách tính toán đòi hỏi phải xác định được hàm độ nhạy bởi vì luật hiệu chỉnh dựa vào việc tính gradient, có thể khẳng định là phương pháp sẽ hội tụ, được cho bởi độ lợi thích nghi γ được chọn là đủ nhỏ. Hơn nữa, giá trị ban đầu của tham số phải chọn để hệ thống vòng kín là ổn định. Phương pháp này sẽ gây không ổn định nếu hệ số độ lợi thích nghi lớn. Vấn đề là khó tìm được giới hạn ổn định trước.

Hệ MRAS tổng quát được đưa ra dựa vào việc thiết kế mô hình kèm theo. Thuật giải này bao gồm những trường hợp đặc biệt của việc thiết kế MRAS đã được trình bày trong các phần trên. Việc ước lượng tham số có thể được thực hiện với nhiều cách khác so với phương trình 2.22 và 2.23.

2.3 Bộ tự chỉnh định (STR – Self Tuning Regulator)

2.3.1 Đặt vấn đề

Sự tương đương chắc chắn

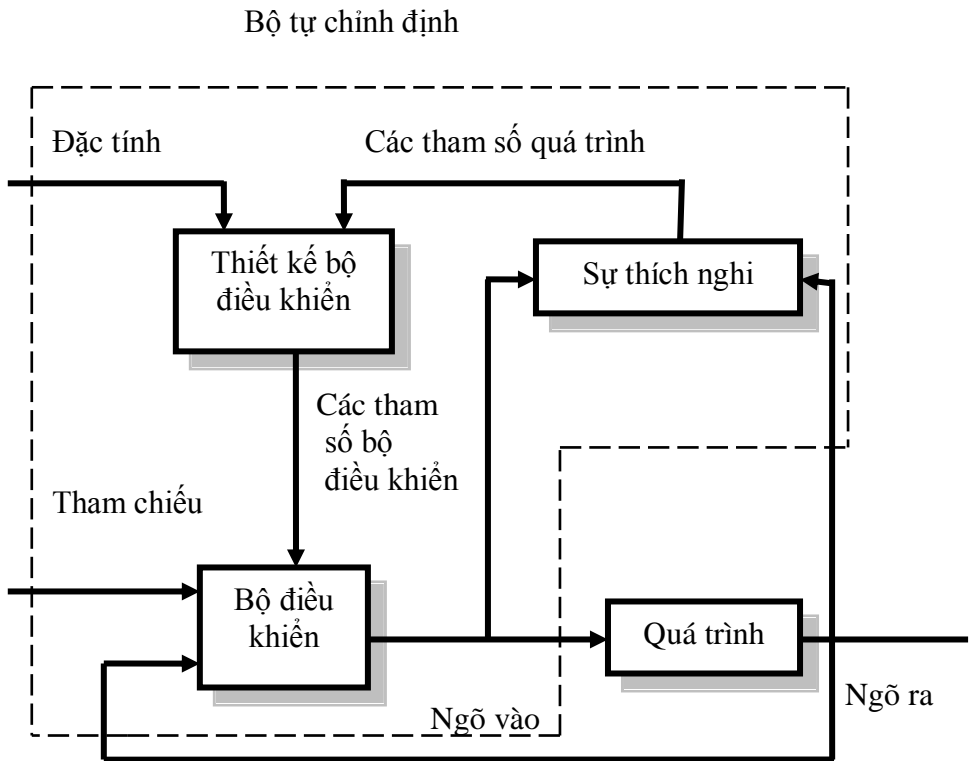
Thông số ước lượng

- Phương pháp gradient
- Bình phương cực tiểu

Các phương pháp thiết kế bộ điều khiển

- PID
- Vị trí cực
- LQG (Linear Quadratic Gaussian)

Bộ tự chỉnh định (STR) dựa trên quan điểm phân tích, đánh giá các thông số chưa biết. Ý tưởng cơ bản được minh họa trong hình 2.9. Các thông số chưa biết được đánh giá trực tuyến (on-line) bằng cách dùng phương pháp ước lượng đệ qui. Các thông số ước lượng được xem như là thông số thực, độ không tin cậy của các ước lượng là bỏ qua. Đây gọi là qui tắc tương đồng nhất định (certainty equivalence principle).



Hình 2.9 Mô hình tự chỉnh định

Nhiều phương pháp ước lượng khác nhau có thể được vận dụng như xấp xỉ ước đoán, bình phương tối thiểu..... Khối 'design' ở hình 2.9 tượng trưng

cho bài giải trực tuyến các bài toán thiết kế hệ thống với các thông số chưa biết trước. Đây là bài toán thiết kế cơ bản. Điền hình cho phương pháp này là phương pháp khác biệt cực tiểu, bình phương tuyến tính, đặt cực, *model – following*. Phương pháp thiết kế được lựa chọn phụ thuộc vào đặc tính của hệ thống vòng kín. Mục tiêu của mục này là đưa ra quan điểm cơ bản và tính chất của các bộ tự chỉnh định. Bộ tự chỉnh định ban đầu chỉ áp dụng cho các hệ thống lấy mẫu dữ liệu, nhưng các thuật toán liên tục và hỗn hợp (hybrid) cũng được phát triển.

Trong mục này, giả sử hệ thống là SISO :

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \quad (2.24)$$

y : đầu ra

u : đầu vào

$\{e(t)\}$: chuỗi phân bố Gausse

A, B, C : các đa thức theo q (toán tử sai phân tới).

Giả thiết $\text{bậc}A = \text{bậc}C = n$ và $\text{bậc}A - \text{bậc}C = d_0$. Quá trình điều khiển thường được mô tả ở dạng toán tử q^{-1} . Đa thức đặc tính có dạng:

$$A^*(z) = z^n A(z^{-1})$$

$n = \text{bậc}A$. Khi đó mô hình (2.24) được mô tả như sau:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t - d_0) + C^*(q^{-1})e(t)$$

Bộ tự chỉnh định dựa trên quan điểm ước lượng các thông số của quá trình. Phương pháp dễ hiểu là ước lượng các thông số của hàm truyền của quá trình và nhiễu (thuật toán thích nghi gián tiếp). Các thông số của bộ chỉnh định sẽ không được cập nhật trực tiếp mà là gián tiếp thông qua ước lượng mô hình của hệ thống. Bộ điều khiển thích nghi loại này dựa trên phương pháp bình phương tối thiểu và điều khiển bám theo (Kalman 1958). Phương pháp này không dựa vào đặc tính vòng kín của hệ thống.

Các thông số của bộ chỉnh định cũng có thể ước lượng trực tiếp gọi là thuật toán thích nghi trực tiếp. Cả 2 phương pháp trực tiếp và gián tiếp đều gọi là điều khiển tự chỉnh định.

2.3.2 Bộ tự chỉnh định gián tiếp

Trong phần này, giả sử mô hình của hệ thống có phương trình 2.24. Cách dễ dàng nhất là tạo bộ tự chỉnh định theo như phần 2.3.1 để ước lượng các thông số của đa thức A, B, C .

Xét trường hợp xác định ($e(t) = 0$). Nhiều phương pháp đệ qui đã đề cập có thể được sử dụng để ước lượng các thông số của A, B.

$$\theta^T = [b_0 \ b_1 \dots \ b_m \ a_1 \dots \ a_n]$$

$$\varphi^T(t-1) = [u(t-d_0) \dots u(t-d_0-m) - y(t-1) \dots - y(t-n)]$$

trong đó $n - m = d_0$. Khi đó bộ ước lượng bình phương cực tiểu được cho bởi:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \quad (2.25)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1) \quad (2.26)$$

$$K(t) = P(t-1)\varphi(t-1)[\lambda + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1)]^{-1} \quad (2.27)$$

$$P(t) = [I - K(t)\varphi^T(t-1)]P(t-1)/\lambda \quad (2.28)$$

Trong trường hợp nhiễu là ngẫu nhiên, phương pháp bình phương tối thiểu cho ra các ước lượng sai lệch nếu $C(q) \neq q^n$. Lúc này, chúng ta phải dùng các phương pháp như cực đại đệ qui, bình phương cực tiểu tổng quát.

Tính hội tụ

Nếu tín hiệu đầu vào được kích thích đầy đủ và cấu trúc của mô hình cần ước lượng thích hợp thì các ước lượng sẽ hội tụ đến một giá trị thực nếu hệ thống vòng kín ổn định. Điều kiện hội tụ cho các phương pháp khác nhau là khác nhau.

Trong cả 2 trường hợp nhiễu xác định ($e(t) = 0$) và nhiễu ngẫu nhiên ($e(t) \neq 0$) thì điều kiện hội tụ phụ thuộc tín hiệu đầu vào, quá trình và nhiễu của hệ thống. Tín hiệu điều khiển $u(t)$ được phát đi qua khâu hồi tiếp. Điều này làm phức tạp việc phân tích nhưng nó cần thiết để yêu cầu hệ thống vòng kín phải ổn định. Trong MRAS việc phân biệt tính hội tụ sẽ được đề cập rõ hơn ở chương 6 (TLTK[1]).

Bài toán thiết kế nền tảng cho những hệ thống biết trước

Nhiều phương pháp thiết kế được sử dụng trong các bộ tự chỉnh định phụ thuộc vào đặc tính của hệ thống vòng kín. Phương pháp thiết kế thường sử dụng là đặt cực (pole placement). Phương pháp dựa theo mô hình mẫu (mode – following) và phương pháp đặt cực đã được đề cập ở phần 2.2 và phụ lục A (TLTK[1]).

Xét mô hình của hệ thống có phương trình 2.24 và đáp ứng của hệ thống vòng kín mong muốn là :

$$A_m(q).y(t) = B_m(q).u_c(t) \quad (2.29)$$

Bộ điều khiển là:

$$R(q)u(t) = T(q)u_c(t) - S(q)y(t) \quad (2.30)$$

R_1 và S là giải pháp cho phương trình Diophantine

$$AR_1 + B^-S = A_0A_m \quad (2.31)$$

trong đó

$$B = B^+B^- \quad (2.32)$$

$$B_m = B^-B'_m \quad (2.33)$$

$$T = A_0B'_m \quad (2.34)$$

$$R = B^+R_1 \quad (2.35)$$

Một vài điều kiện phải thoả mãn để chắc rằng bộ điều khiển là nhân quả (causal) (xem phụ lục A TLTK[1]). Các phương trình ở trên là cơ bản cho nhiều bài toán thiết kế khác nhau.

* Một kiểu mẫu cho một bộ tự chỉnh định gián tiếp

Bộ tự chỉnh định gián tiếp dựa trên thiết kế đặt cực có thể biểu diễn trong thuật toán sau:

Thuật toán 2.1 - Bộ tự chỉnh định gián tiếp

Dữ liệu : Hàm truyền đáp ứng xung vòng kín mong muốn B_m/A_m và đa thức quan sát mong muốn A_0 được cho trước.

Bước 1: Ước lượng các hệ số của đa thức A, B, C trong phương trình (2.24) dùng phương pháp bình phương tối thiểu từ các phương trình (2.25) – (2.28)

Bước 2: Thay A, B, C bằng các ước lượng đạt được ở bước 1 và giải phương trình (2.31) để tìm R_1, S . Tính R bằng phương trình (2.35) và T bằng phương trình (2.34).

Bước 3 : Tính tín hiệu điều khiển từ phương trình (2.30)

Lặp lại bước 1, 2, 3 ở mỗi chu kỳ lấy mẫu.

Một số vấn đề cần chú ý với thuật toán này :

+ Bậc của các đa thức ở phương trình 2.24 hoặc giới hạn bậc cao nhất phải biết trước.

+ Thừa số chung của các ước lượng A, B có khả năng giải được phương trình 2.31

+ Phải đảm bảo hệ thống vòng kín là ổn định.

+ Các tín hiệu nên kích thích liên tục để đảm bảo sự hội tụ của các thông số.

Ví dụ 2.9 Bộ tự chỉnh định gián tiếp với nhiễu xác định

Xét hệ thống có hàm truyền :

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Hàm truyền này được xem như là mô hình cơ bản của động cơ. Hàm truyền đáp ứng xung với chu kỳ lấy mẫu $h = 0.5$ là :

$$H(q) = \frac{B}{A} = \frac{0.107q + 0.090}{q^2 - 1.61q + 0.61} = \frac{0.107(q + 0.84)}{(q-1)(q-0.61)}$$

Hệ thống được lấy mẫu có 1 zero = -0.84 bên trong vòng tròn đơn vị với hệ số tắt nhỏ. Giả sử hệ thống vòng kín mong muốn là :

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{0.18}{q^2 - 1.32q + 0.50}$$

Điều này tương ứng với hệ thống có tần số dao động tự nhiên 1 rad/sec và hệ số tắt $\zeta = 0.7$

Giả sử đa thức quan sát là :

$$A_o = (q - 0.5)^2$$

Bài tập về nhà (dùng làm bài tập trong phần **Câu hỏi ôn tập và bài tập** ở cuối chương) Ứng dụng Matlab mô phỏng hệ thống trong ví dụ 2.9 (Ví dụ 5.1 (TLTK[1])). Kết quả nhận được được mô tả ở hình (5.2), (5.3) và (5.4) trong TLTK[1].

Hình 5.2 biểu diễn tín hiệu đầu ra và tín hiệu điều khiển của hệ thống thực khi một bộ tự chỉnh định gián tiếp được sử dụng với phương pháp bình phương cực tiểu và zero $z = -0.84$ của hệ thống thực bị khử.

Hình 5.3 chỉ ra việc ước lượng các thông số của hệ thống hội tụ nhanh đến các thông số của mô hình thực. Có sự dao động lớn của tín hiệu điều khiển do việc khử zero. Dao động này là kết quả của sự chọn lựa kém trong bài toán thiết kế cơ bản chứ không phải phụ thuộc vào bộ tự chỉnh định. Dao động này có thể tránh được bằng cách thay đổi thiết kế mà không khử zero của hệ thống thực (chẳng hạn $B_m = B$). Hình 5.4 chỉ ra kết quả khi thay đổi thiết kế không có zero nào bị khử. Đáp ứng của hệ thống vòng kín bây giờ đã được thoả mãn.

Ví dụ 2.10 Bộ tự chỉnh định với nhiễu ngẫu nhiên :

Xét hệ thống được mô tả như sau :

$$y(t) + ay(t - 1) = bu(t - 1) + e(t) + c e(t - 1)$$

với $a = -0.9$, $b = 3$, $c = -0.3$. Bài toán thiết kế cơ bản được sử dụng là điều khiển sai lệch cực tiểu. Bộ điều khiển sai lệch cực tiểu được cho như sau :

$$u(t) = -\frac{c - a}{b} y(t) = -0.2y(t)$$

Điều này dẫn đến hệ thống vòng kín : $y(t) = e(t)$

Phương pháp cực đại đệ qui được sử dụng để ước lượng các thông số chưa biết a , b và c . Các ước lượng đạt được từ phương trình 2.25 – 2.28 với :

$$\theta^T = [b \quad a \quad c]$$

$$\varphi^T(t - 1) = [u(t - 1) \quad -y(t - 1)\varepsilon(t - 1)]$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t - 1)\hat{\theta}(t - 1)$$

Bộ điều khiển là:

$$u(t) = -\hat{s}_0(t)y(t)$$

$$\hat{s}_0(t) = \frac{\hat{c}(t) - \hat{a}(t)}{\hat{b}(t)}$$

Bài tập về nhà (dùng làm bài tập trong phần **Câu hỏi ôn tập và bài tập** ở cuối chương): Ứng dụng Matlab mô phỏng bộ tự chỉnh định trong ví dụ 2.10 (Ví dụ 5.2 TLTK[1]). Xem kết quả mô phỏng trong hình (5.5), (5.6) và (5.7) của TLTK[1].

Hình 5.5 chỉ ra kết quả của mô phỏng thuật toán này. Hình 5.6 biểu diễn hàm chi phí :

$$V(t) = \sum_{i=1}^t y^2(i)$$

Khi sử dụng bộ điều khiển sai lệch cực tiểu tối ưu và bộ tự chỉnh định gián tiếp. Đường cong cho tổn hao tích lũy của STR gần với đường cong tối ưu. Điều này có nghĩa bộ tự chỉnh định gần như tối ưu ngoại trừ khoảng t quá độ khi khởi động. Hình 5.7 biểu diễn thông số của bộ điều khiển $\hat{s}_0(t)$.

Tóm tắt

Thuật toán tự chỉnh định gián tiếp là những ứng dụng đơn giản của ý tưởng tự chỉnh định. Chúng có thể được áp dụng tới nhiều phương pháp thiết kế bộ điều khiển và ước lượng thông số. Có 3 khó khăn chính với phương pháp này. Phân tích tính ổn định là phức tạp bởi vì các thông số chỉnh định phụ thuộc vào các thông số đã ước lượng. Thường thì cần phải giải các phương trình tuyến tính trong các thông số bộ điều khiển. Lộ trình từ các thông số quá trình đến các thông số tự chỉnh có thể có các điểm kỳ dị. Điều này xảy ra trong các phương pháp thiết kế dựa vào phương pháp đặt cực, chẳng hạn, nếu mô hình đã ước lượng có chung cực và zero. Các cực và zero chung cần phải loại bỏ trước khi tiến hành phương pháp đặt cực. Do đó việc phân tích tính ổn định chỉ thực hiện trong một số ít trường hợp. Để đảm bảo các thông số hội tụ đến các giá trị chính xác thì cấu trúc của mô hình phải chính xác và tín hiệu đầu vào phải kích thích liên tục.

2.2.3 Bộ tự chỉnh định trực tiếp

Khối lượng tính toán cho các thuật toán ở phần trước tốn nhiều thời gian và tính ổn định rất khó để phân tích. Nhiều thuật toán khác được đề xuất để việc tính toán thiết kế đơn giản hơn. Ý tưởng là dùng các đặc tính, các cực và zero mong muốn để viết lại mô hình hệ thống sao cho các bước thiết kế là không đáng kể. Điều này dẫn tới việc thông số hoá lại mô hình.

Nhân phương trình Diophantine (2.31) với $y(t)$ và dùng mô hình có phương trình 2.24 thì :

$$\begin{aligned} A_0 A_m y(t) &= R_1 A y(t) + B^- S y(t) \\ &= R_1 B u(t) + B^- S y(t) + R_1 C e(t) \\ &= B^- [R u(t) + S y(t)] + R_1 C e(t) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Chú ý rằng phương trình 2.36 có thể được xem như là một mô hình của hệ thống được thông số hoá trong B^- , R và S . Việc ước lượng các thông số này tạo ra các đa thức R và S của bộ chỉnh định một cách trực tiếp. Kết hợp

phương trình 2.34 , tín hiệu điều khiển được tính từ phương trình 2.30 . Lưu ý mô hình ở phương trình 2.36 là phi tuyến trừ phi B^- là hằng số.

Cách khác để thông số hoá là viết mô hình ở phương trình 2.36 như:

$$A_0 A_m y = \bar{R}u + \bar{S}y + R_1 C e \quad (2.37)$$

trong đó

$$\bar{R} = B^- R \quad \text{và} \quad \bar{S} = B^- S$$

Chú ý đa thức R ở phương trình (2.36) là monic (đa thức có hệ số ở bậc cao nhất bằng 1) nhưng \bar{R} ở phương trình (2.37) thì không phải monic. Các đa thức \bar{R} và \bar{S} có một thừa số chung tương ứng cho các zero tắt kém. Thừa số chung này nên khử bỏ trước khi tính toán luật điều khiển.

• **Thuật toán 2.2 - Bộ tự chỉnh định trực tiếp :**

Bước 1: Ước lượng các hệ số của đa thức \bar{R} và \bar{S} ở mô hình phương trình (2.37).

Bước 2: Khử các thừa số chung trong \bar{R} và \bar{S} để đạt được R và S .

Bước 3: Tính tín hiệu điều khiển từ phương trình 2.30 mà R và S có được ở bước 2.

Lặp lại bước 1, 2, 3 ở mỗi chu kỳ lấy mẫu.

Thuật toán này tránh việc ước lượng phi tuyến nhưng cần phải ước lượng nhiều thông số hơn khi dùng phương trình 2.36 vì các thông số của đa thức B^- được ước lượng 2 lần. Bước 2 do đó rất khó thực hiện.

Vì việc ước lượng các thông số ở phương trình 2.36 tương đối khó nên ta xét trường hợp đặc biệt B^- là hằng số. Giả sử tất cả các zero có thể bị khử ($B^- = b_0$)

$$A_0 A_m y(t) = b_0 [Ru(t) + Sy(t)] + R_1 C e(t) \quad (2.38)$$

Đáp ứng mong muốn như sau:

$$A_m y_m(t) = b_0 T u_c(t)$$

Trong đó: $\text{bậc}(A) = n$ và A_0 chia hết cho T . Sai số $e(t) = y(t) - y_m$ được cho bởi:

$$\varepsilon(t) = \frac{b_0}{A_0 A_m} [Ru(t) + Sy(t) - Tu_c(t)] + \frac{R_1 C}{A_0 A_m} e(t)$$

Bây giờ ta xem xét các trường hợp khác nhau. Đầu tiên giả sử $e = 0$. Đa thức quan sát có thể được chọn tự do, khi dùng mô hình liên tục theo thời gian thì điều cần thiết phải giả sử $b_0/(A_0 A_m)$ là SPR (Strictly Positive Real = Thực dương chặt) để đạt được một MRAS ổn định. Ta cũng cần lưu ý rằng hàm truyền có các hệ số là số thực dương thỏa điều kiện cần để ổn định được gọi là PR (Positive Real). Hàm là SPR nếu nó ổn định với độ dự trữ ε dương nhỏ tùy ý. Một điều kiện tương tự cũng là cần thiết cho các mô hình rời rạc theo thời gian. Viết lại mô hình như sau:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= b_0 \left[R \frac{u(t)}{A_0 A_m} + S \frac{y(t)}{A_0 A_m} - T \frac{u_c(t)}{A_0 A_m} \right] \\ &= b_0 [R^* u_f(t-d_0) + S^* y_f(t-d_0) - T^* u_{cf}(t-d_0)] \end{aligned}$$

trong đó

$$\begin{aligned} u_f(t) &= \frac{1}{A_0^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})} u(t) \\ y_f(t) &= \frac{1}{A_0^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})} y(t) \\ u_{cf}(t) &= \frac{1}{A_0^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})} u_c(t) \end{aligned}$$

Điều này tương ứng với trường hợp $P = Q = A_0 A_m$ ở phần 2.2. Tính hội tụ bây giờ sẽ phụ thuộc vào dấu của b_0 . Điều này chỉ ra mối liên hệ giữa MRAS và STR.

• Thuật toán 2.3 - Bộ tự chỉnh trực tiếp với nhiễu xác định

Dữ liệu : Cho trước giới hạn thấp nhất của thời gian trễ d_0 và dấu của b_0 , đáp ứng xung hàm truyền vòng kín mong muốn b_0/A_m^* và đa thức quan sát mong muốn A_0 .

Bước 1 : Ước lượng các hệ số của đa thức R^* , S^* , và T^* ở phương trình 2.38 dùng phương pháp ước lượng đệ qui.

Bước 2 : Tính tín hiệu điều khiển từ :

$$R^* u(t) = -S^* y(t) + T^* u_c(t)$$

Lặp lại các bước 1, 2 ở mỗi chu kì lấy mẫu.

Thuật toán này tương ứng với bộ điều khiển thích nghi dùng mô hình chuẩn ở phần 2.2. Chú ý thuật toán yêu cầu b_0 phải biết trước. Nếu không biết trước b_0 thì cũng có thể ước lượng được bằng cách thay phương trình 2.38 bằng :

$$A_0 A_m y(t) = Ru(t) + Sy(t) + R_1 C \cdot e(t)$$

mà R bây giờ không phải là monic.

- **Các bộ điều khiển thay đổi cực tiểu và mức trung bình di chuyển (Minimum – Variance and Moving – average)**

Các thuật toán điều khiển trong trường hợp nhiễu ngẫu nhiên cho hệ thống được mô tả bởi phương trình 2.24 sẽ được xem xét. Đầu tiên giả sử mô hình biết trước, e là một nhiễu ngẫu nhiên và $u_c = 0$. Đa thức của bộ quan sát tối ưu cho mô hình ở phương trình 2.24 là $A_0 = C$. Tiêu chuẩn thiết kế là thay đổi cực tiểu hoặc trung bình di chuyển.

Nếu quá trình là cực tiểu pha, bộ chỉnh định thay đổi cực tiểu được cho bởi:

$$R^*(q^{-1})u(t) = -S^*(q^{-1})y(t) \quad (2.39)$$

Trong đó R^* và S^* là nghiệm có bậc cực tiểu của phương trình Diophantine

$$A^*(q^{-1})R^*(q^{-1}) + q^{-d_0}B^*(q^{-1})S^*(q^{-1}) = B^*(q^{-1})C^*(q^{-1}) \quad (2.40)$$

với $d_0 = \text{Bậc}(A) - \text{Bậc}(B)$. Bộ điều khiển thay đổi cực tiểu tương ứng với mô hình mong muốn với một khoảng trễ d_0 bước, $A^*_m = I$. Từ phương trình 2.40 thì R^* phải chia hết cho B^* :

$$R^* = R^*_1 B^*$$

Trong đó : $\text{Bậc}(R^*_1) = d_0 - 1$. Phương trình 2.40 được viết lại :

$$A^* R^*_1 + q^{-d_0} S^* = C^*$$

$$\begin{aligned} C^* y(t) &= A^* R^*_1 y(t) + S^* y(t - d_0) \\ &= B^* R^*_1 u(t - d_0) + S^* y(t - d_0) + R^*_1 C^* e(t) \\ &= R^* u(t - d_0) + S^* y(t - d_0) + R^*_1 C^* e(t) \end{aligned}$$

phương trình này có thể được viết lại :

$$y(t + d_0) = \frac{1}{C^*} [R^* u(t) + S^* y(t)] + R^*_1 e(t + d_0) \quad (2.41)$$

với bộ điều khiển ở phương trình 2.39 thì đầu ra của hệ thống vòng kín trở thành :

$$y(t) = R^*_1(q^{-1}).e(t)$$

Ngõ ra vì vậy là một trung bình di chuyển với bậc $(d_0 - 1)$. Trong Xström (1970) chỉ ra rằng bộ chỉnh định sẽ cực tiểu sự thay đổi ngõ ra. Một đặc điểm quan trọng là ngõ ra trở thành một trung bình di chuyển bậc $(d_0 - 1)$. Chú ý số tự nhiên d_0 được diễn tả như là số mẫu trôi qua để đầu ra thay đổi khi đầu vào thay đổi.

Bộ điều khiển thay đổi cực tiểu có hạn chế là tất cả các zero của quá trình đều bị khử. Điều này có nghĩa sẽ là khó khăn nếu B có các zero bên ngoài vòng tròn đơn vị. Các khó khăn này sẽ tránh được ở bộ điều khiển trung bình di chuyển. Bộ điều khiển này làm cho ngõ ra có bậc lớn hơn $(d_0 - 1)$. Bộ điều khiển được đề xuất như sau: thừa số B^+ và B^- trong B với B^+ có các zero tắt nhanh (*zero well-damped*). Xác định R^* và S^* từ :

$$A^*R^* + q^{-d_0}B^*S^* = B^+C^*$$

Phương trình 2.41 cho ta:

$$y(t + d) = \frac{1}{C^*}[R^*u(t) + S^*y(t)] + R^*_1e(t + d) \quad (2.42)$$

Trong đó:

$$R^* = R^*_1B^+$$

Vì ngõ ra được điều khiển là một quá trình trung bình di chuyển với bậc $(d - 1)$ nên chúng ta gọi là điều khiển trung bình di chuyển. Chú ý không có zero nào bị khử nếu $B^{+*} = 1$, có nghĩa $d = \text{bậc}(A) = n$.

Cả 2 luật điều khiển thay đổi cực tiểu và trung bình di chuyển dẫn đến mô hình tương đương của phương trình 2.41 và 2.42. Sự khác nhau duy nhất là ở giá trị của d mà sẽ điều khiển số zero của quá trình bị khử. Với $d = d_0 = \text{Bậc}(A) - \text{Bậc}(B)$: tất cả zero bị khử. Với $d = \text{Bậc}(A)$: không có zero nào bị khử.

Lọc với A^*_0 trong phương trình 2.38 cũng có thể tạo ra mô hình của phương trình 2.42 :

$$y(t + d) = \frac{A^*_0}{C^*}[R^*u_f(t) + S^*y_f(t)] + R^*_1e(t + d) \quad (2.43)$$

Nếu B^+ chứa tất cả các zero ổn định của hệ thống thì nó sẽ tương ứng như bộ điều khiển thay đổi cực tiểu cận tối ưu trong Xström (1970)

Bộ tự chỉnh định thay đổi cực tiểu và trung bình di chuyển

Thuật toán 2.4 - Thuật toán tự chỉnh định trực tiếp cơ bản

Dữ liệu : Cho trước khoảng dự báo d . Gọi k và l tương ứng là số thông số trong R^* và S^* .

Bước 1: Ước lượng các hệ số của đa thức R^* và S^*

$$y(t+d) = R^*(q^{-1})u_f(t) + S^*(q^{-1})y_f(t) + \varepsilon(t+d) \quad (2.44)$$

trong đó : $R^*(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_kq^{-k}$

$$S^*(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_lq^{-l}$$

Và

$$u_f(t) = \frac{1}{A_0^*(q^{-1})} u(t)$$

$$y_f(t) = \frac{1}{A_0^*(q^{-1})} y(t)$$

sử dụng các phương trình 2.25 – 2.28 với

$$\varepsilon(t) = y(t) - R^*u_f(t-d) - S^*y_f(t-d) = y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\varphi^T = \frac{1}{A_0^*(q^{-1})} [u(t) \dots u(t-k) \quad y(t) \dots y(t-l)]$$

$$\theta^T = [r_0 \dots r_k \quad s_0 \dots s_l]$$

Bước 2: Tính luật điều khiển

$$R^*(q^{-1})u(t) = -S^*(q^{-1})y(t) \quad (2.45)$$

Với R^* và S^* được thay bằng các ước lượng tương ứng trong bước 1.

Lặp lại các bước 1 và 2 ở mỗi chu kỳ lấy mẫu.

Chú ý: Thông số r_0 có thể ước lượng hoặc giả sử biết trước. Ở các trường hợp sau để thuận lợi ta viết R^* như sau:

$$R^*(q^{-1}) = r_0(1 + r_1'q^{-1} + \dots + r_k'q^{-k})$$

Và sử dụng

$$\varepsilon(t) = y(t) - r_0u_f(t-d) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\varphi^T = \frac{1}{A_0^*(q^{-1})} [r_0 u(t-1) \cdots r_0 u(t-k) \quad y(t) \cdots y(t-l)]$$

$$\theta^T = [r_1' \cdots r_k' \quad s_0 \cdots s_l]$$

Tính chất tiệm cận

Mô hình ở phương trình 2.41 và 2.42 được diễn tả như là việc thông số hoá lại mô hình ở phương trình 2.24. Chúng tương đồng với mô hình ở phương trình 2.44 trong thuật toán 2.4 nếu A_0 được chọn bằng C. Vector hồi qui không tương quan với sai số và phương pháp ước lượng bình phương tối thiểu sẽ hội tụ tới thông số thật. Một kết quả đáng kinh ngạc là cũng tự chỉnh định chính xác khi $A_0 \neq C$. Kết quả sau chỉ ra các thông số tự chỉnh định chính xác có giá trị tương đồng với thuật toán 2.4 khi $A_0 \neq C$.

Định lý 2.1 – Tính chất tiệm cận

Xét thuật toán 2.4 với $A_0^* = 1$ dùng phương pháp ước lượng bình phương cực tiểu. Thông số $b_0 = r_0$ có thể cố định hoặc được ước lượng. Giả sử vector hồi qui có giới hạn, và các ước lượng là hội tụ. Hệ thống vòng kín đạt được trong điều kiện giới hạn có đặc điểm

$$\begin{aligned} \overline{y(t+\tau)y(t)} &= 0 & \tau &= d, d+1, \dots, d+l \\ \overline{y(t+\tau)u(t)} &= 0 & \tau &= d, d+1, \dots, d+k \end{aligned} \quad (2.46)$$

trong đó dấu gạch chỉ giá trị trung bình theo thời gian; k, l là số các thông số ước lượng trong R^* và S^* .

Chứng minh: Mô hình của phương trình 2.44 có thể được viết lại:

$$y(k+d) = \varphi^T(k)\theta + \varepsilon(k+d)$$

và luật điều khiển trở thành:

$$\varphi^T(k)\hat{\theta}(k+d) = 0$$

Tại một trạng thái cân bằng, các thông số ước lượng $\hat{\theta}$ là những hằng số. Hơn nữa, chúng thoả mãn các phương trình chuẩn, trong trường hợp này được viết lại như sau:

$$\frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \varphi(k)y(k+d) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \varphi(k)\varphi^T(k)\hat{\theta}(t+d)$$

Sử dụng luật điều khiển

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \varphi(k) y(k+d) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \varphi(k) \varphi^T(k) [\hat{\theta}(t+d) - \hat{\theta}(k+d)]$$

Nếu thông số ước lượng $\hat{\theta}(t)$ hội tụ khi $t \rightarrow \infty$, và các vector hồi qui bị giới hạn thì vế phải sẽ tiến tới zero. Phương trình 2.46 bây giờ kéo theo $A_0^* = 1$ và xác định về sự hồi qui vector trong thuật toán 2.4

Định lí 2.2 – Tính chất tiệm cận 2

Giả sử thuật toán 2.4 với phương pháp ước lượng bình phương cực tiểu được áp dụng cho phương trình 2.24 và:

$$\min(k, l) \geq n - 1 \quad (2.47)$$

Có nghĩa tín hiệu ra là quá trình có mức trung bình di chuyển bậc $(d - 1)$.

Nếu các ước lượng tiệm cận của R và S liên quan với nhau, nghiệm trạng thái cân bằng là:

$$\overline{y(t+\tau)y(t)} = 0 \quad \tau = d, d+1, \dots \quad (2.48)$$

Chứng minh: Hệ thống vòng kín được mô tả như sau:

$$R^* u(t) = -S y(t)$$

$$A^* y(t) = B^* u(t-d_0) + C^* e(t)$$

Vì vậy

$$(A^* R^* + q^{-d_0} B^* S^*) y = R^* C^* e$$

$$(A^* R^* + q^{-d_0} B^* S^*) u = -S^* C^* e$$

Tín hiệu ω được định nghĩa

$$(A^* R^* + q^{-d_0} B^* S^*) \omega = C^* e \quad (2.49)$$

Vì vậy:

$$y = R^* \omega \quad \text{và} \quad u = -S^* \omega$$

Điều kiện của phương trình 2.46 đưa đến

$$\overline{R\omega(t+\tau)y(t)} = 0 \quad \tau = d, d+1, \dots, d+l$$

$$\overline{S\omega(t+\tau)y(t)} = 0 \quad \tau = d, d+1, \dots, d+k$$

Đặt

$$C_{\omega y}(\tau) = \overline{\omega(t + \tau)y(t)}$$

các phương trình trên có thể được viết lại:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \cdots & r_k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_0 & r_1 & r_2 & \cdots & r_k & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & r_0 & r_1 & r_2 & \cdots & r_k \\ s_0 & s_1 & s_2 & \cdots & s_l & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_0 & s_1 & s_2 & \cdots & s_l & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & s_0 & s_1 & s_2 & \cdots & s_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{\omega y}(d+k+l) \\ \vdots \\ C_{\omega y}(d) \end{bmatrix} = 0$$

$$C_{\omega y}(\tau) = 0 \quad \tau = d, d+1, \dots, d+k+l$$

Hàm tương quan thoả mãn phương trình:

$$F^*(q^{-1})C_{\omega y}(\tau) = 0 \quad \tau \geq 0$$

Hệ thống phương trình 2.49 có bậc

$$n+k = n + \max(k, l)$$

Nếu

$$k+l+1 \geq n + \max(k, l)$$

hoặc tương đương với

$$\min(k, l) \geq n-1$$

dẫn đến

$$C_{\omega y}(\tau) = 0 \quad \tau = d, d+1, \dots$$

là điều cần chứng minh.

2.3.4 Kết nối giữa MRAS và STR

Các hệ thống thích nghi dùng mô hình chuẩn trực tiếp đã được đề cập trong phần 2.2. Trong phụ lục A (TLTK[1]) cũng chỉ ra mô hình kèm theo và đặt cực là liên quan với nhau. Bây giờ chúng ta sẽ chứng tỏ bộ chỉnh định trực tiếp dùng phương pháp đặt cực ở thuật toán 2.2 là tương đương với một MRAS. Trong trường hợp nhiều xác định, khi B^- là hằng số, mô hình của quá trình được viết lại như sau:

$$y(t) = \varphi_f^T(t - d_0)\theta$$

Trong thuật toán gián tiếp, các thông số được ước lượng bằng các thông số của bộ chỉnh định. Phương pháp bình phương cực tiểu được sử dụng cho việc ước lượng và $\varepsilon(t)$ được viết lại:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi_f^T(t - d_0)\hat{\theta} \quad (2.50)$$

Thông số cập nhật có thể được viết lại:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi_f^T(t - d_0)\varepsilon(t) \quad (2.51)$$

Chú ý rằng theo phương trình 2.50 thì

$$\varphi_f^T(t - d_0) = -\text{grad}_\theta \varepsilon(t)$$

Vector $\varphi_f^T(t - d_0)$ diễn tả như là đạo hàm của độ nhạy. Việc cập nhật thông số ở phương trình 2.51 là một phiên bản rời rạc theo thời gian của luật MIT. Sự khác biệt chính là sai số mô hình $e(t) = y(t) - y_m(t)$ được thay bằng giá trị thặng dư $\varepsilon(t)$ và độ lợi γ ở MRAS được thay bằng ma trận $P(t)$ cho ở phương trình 2.28. P làm thay đổi hướng của gradient và tạo ra một chiều dài bước thích hợp. Ngược lại, luật MIT cũng có thể xem như là một thuật toán gradient để cực tiểu e^2 , phương trình 2.51 được xem như là một phương pháp Newton để cực tiểu $\varepsilon^2(t)$. Giá trị thặng dư ε được xem như số gia sai số.

Chú ý rằng trong các kĩ thuật nhận dạng như các bộ tự chỉnh định chúng ta thường cố gắng đạt được một kiểu mẫu tương tự với

$$y(t) = \varphi_f^T \theta$$

Với phương pháp mô hình chuẩn thì thường xuyên chỉ có thể đạt một mô hình kiểu $y(t) = G(p)(\varphi_f^T \theta)$

Với $G(p)$ là SPR.

Ví dụ 2.11 - Bộ tự chỉnh định trực tiếp với thay đổi cực tiểu

Mô hình của quá trình ở phương trình 2.44 là :

$$y(t+1) = r_0 u(t) + s_0 y(t) + \varepsilon(t+1)$$

Giả sử r_0 cố định tới giá trị $\hat{r}_0 = 1$. Chú ý điều này khác với giá trị thật là bằng 3. Thông số s_0 được ước lượng dùng phương pháp bình phương cực tiểu. Luật điều khiển trở thành:

$$u(t) = -\frac{\hat{s}_0}{\hat{r}_0} y(t)$$

Bài tập về nhà (dùng làm bài tập trong phần **Câu hỏi ôn tập và bài tập** ở cuối chương): Dùng Matlab mô phỏng cho ví dụ 2.11 (Ví dụ 5.3 TLTK[1]). Xem kết quả mô phỏng ở hình 5.8 và 5.9 trong TLTK[1].

Hình 5.8 biểu diễn tỉ số \hat{s}_0 / \hat{r}_0 , nó nhanh chóng hội tụ đến một giá trị của bộ điều khiển thay đổi cực tiểu tối ưu thậm chí \hat{r}_0 không bằng giá trị thật của nó. Hình 5.9 biểu diễn hàm tổn hao khi dùng bộ tự chỉnh định và bộ điều khiển thay đổi cực tiểu tối ưu.

2.3.5 Điều khiển dự báo thích nghi

Thuật toán 2.4 là cách để thực hiện một bộ điều khiển với tâm dự báo thay đổi. Bài toán điều khiển cơ bản là bộ điều khiển trung bình di chuyển. Bộ điều khiển trung bình di chuyển cũng có thể áp dụng được cho các hệ thống không cực tiểu pha như được minh họa ở phần “Bộ chỉnh định trực tiếp”. Nhiều cách khác để có điều khiển dự báo sẽ được đề cập trong tài liệu, một vài trong số này sẽ được thảo luận và phân tích. Cũng như đối với các thuật toán trước, xác định bài toán điều khiển cơ bản là rất quan trọng để hiểu rõ các tính chất tiệm cận của thuật toán. Trước tiên ta sẽ phân tích trường hợp các thông số là biết trước.

Thuật toán điều khiển dự báo dựa trên một mô hình của quá trình giả thuyết và các tín hiệu điều khiển ở tương lai. Điều này tạo ra một chuỗi các tín hiệu điều khiển. Chỉ có một tín hiệu đầu tiên là được áp dụng cho quá trình và một chuỗi các tín hiệu điều khiển mới được tính toán khi thực hiện phép đo đạc mới. Đây gọi là bộ điều khiển lùi tâm (receding – horizon controller).

Dự báo ngõ ra

Ý tưởng cơ bản trong các thuật toán điều khiển dự báo là viết lại mô hình quá trình để có được một biểu thức rõ ràng cho ngõ ra ở một thời điểm tương lai. Xét mô hình :

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-d_0) \quad (2.52)$$

$$1 = A^*(q^{-1})F^*(q^{-1}) + q^{-d}G^*_d(q^{-1}) \quad (2.53)$$

trong đó

$$bậc(F^*_d) = d - 1$$

$$bậc(G^*_d) = n - 1$$

Chỉ số d là tầm dự báo với d bước. Giả sử $d \geq d_0$. Việc đồng nhất đa thức ở phương trình 2.52 được sử dụng để dự báo ngõ ra ở d bước phía trước. Vì vậy :

$$\begin{aligned} y(t+d) &= A^* F_d^* y(t+d) + G_d^* y(t) = B^* F_d^* u(t+d-d_0) + G_d^* y(t) \\ B^* (q^{-1}) F_d^* (q^{-1}) &= R_d^* (q^{-1}) + q^{-(d-d_0+1)} \bar{R}_d^* (q^{-1}) \\ \text{Bậc}(R_d^*) &= d-d_0 \\ \text{Bậc}(\bar{R}_d^*) &= n-2 \end{aligned}$$

Các hệ số của R_d^* là những giới hạn $d-d_0+1$ đầu tiên của đáp ứng xung của hệ thống vòng hở. Điều này có thể thấy như sau:

$$\begin{aligned} q^{-d_0} B^* / A^* &= q^{-d_0} B^* (F_d^* + q^{-d} \frac{G_d^*}{A^*}) \\ &= q^{-d_0} R_d^* (q^{-1}) + q^{-(d+1)} \bar{R}_d^* (q^{-1}) + \frac{B^* (q^{-1}) G_d^* (q^{-1})}{A^* (q^{-1})} q^{-(d+d_0)} \quad (2.54) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t+d) &= R_d^* (q^{-1}) u(t+d-d_0) + \bar{R}_d^* (q^{-1}) u(t-1) + G_d^* (q^{-1}) y(t) \\ &= R_d^* (q^{-1}) u(t+d-d_0) + \bar{y}_d(t) \quad (2.55) \end{aligned}$$

$R_d^* (q^{-1}) u(t+d-d_0)$ phụ thuộc vào $u(t), \dots, u(t+d-d_0)$, $\bar{y}_d(t)$ là hàm của $u(t-1), u(t-2), \dots$ và $y(t), y(t-1), \dots$. Biến $\bar{y}_d(t)$ được hiểu như là điều kiện dự báo của $y(t+d)$ với giả sử $u(t)$ và các tín hiệu điều khiển tương lai là zero. Ngõ ra ở thời điểm $(t+d)$ vì vậy phụ thuộc vào các tín hiệu điều khiển tương lai (nếu $d > d_0$), tín hiệu điều khiển, các ngõ vào và ngõ ra ở thời điểm trước. Cũng có thể giả sử tín hiệu điều khiển duy trì hằng số:

$$u(t) = u(t+d) = \dots = u(t+d-d_0) \quad (2.56)$$

Cách khác để xác định luật điều khiển là mang $y(t+d)$ đến một giá trị mong muốn trong khi cực tiểu mục tiêu điều khiển theo tầm dự báo:

$$\sum_{k=t}^{t+d} u(k)^2 \quad (2.57)$$

Điều khiển không thay đổi theo thời gian:

Chọn ngõ ra được dự báo bằng với ngõ ra mong muốn y_m và giả sử vẫn giữ phương trình 2.56 :

$$[R_d^* (1) + q^{-1} \bar{R}_d^* (q^{-1})] u(t) + G_d^* (q^{-1}) y(t) = y_m(t+d)$$

Luật điều khiển là:

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - G_d^*(q^{-1})y(t)}{R_d^*(1) + R_d^*(q^{-1})q^{-1}} \quad (2.58)$$

Tín hiệu điều khiển này sẽ được sử dụng cho quá trình. Ở lần lấy mẫu kế tiếp, một phép đo mới đạt được và luật điều khiển ở 2.58 được sử dụng tiếp. Chú ý giá trị của tín hiệu điều khiển thay đổi theo thời gian chứ không phải cố định. Ở đây ta sử dụng qui tắc điều khiển lùi tằm. Chú ý luật điều khiển là không đổi ngược với bộ điều khiển LQ cố định tằm.

Bây giờ chúng ta sẽ phân tích hệ thống vòng kín khi sử dụng phương trình 2.58 để điều khiển quá trình 2.52. Việc thực hiện các phép tính ở toán tử sai phân tới là cần thiết để có thể quan sát các cực ban đầu. Phương trình 2.53 được viết lại theo toán tử sai phân tới như sau:

$$q^{n+d-1} = A(q)F_d(q) + G_d(q) \quad (2.59)$$

Đa thức đặc tính của hệ thống vòng kín là:

$$P(q) = A(q) [q^{n-1}R_d(1) + \bar{R}_d(q)] + G_d(q) B(q)$$

$$Bậc(P) = Bậc(A) + n - 1 = 2n - 1$$

Phương trình thiết kế 2.59 có thể được sử dụng để viết lại hàm P(q):

$$\begin{aligned} B(q)q^{n+d-1} &= A(q) B(q)F_d(q) + G_d(q) B(q) \\ &= A(q)[q^{n-1}R_d(q) + \bar{R}_d(q)] + G_d(q) B(q) \end{aligned}$$

Vì vậy:

$$A(q) \bar{R}_d(q) + G_d(q) B(q) = B(q) q^{n+d-1} - A(q)q^{n-1}R_d(q)$$

Cho ta:

$$P(q) = q^{n-1}A(q)R_d(1) + q^{n-1}[q^d B(q) - A(q)R_d(q)]$$

Nếu hệ thống ổn định thì các số hạng phía sau của 2.54 sẽ biến mất khi $d \rightarrow \infty$. Do đó:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} P(q) = q^{n-1}A(q)R_d(1) \text{ nếu } A(z) \text{ là một đa thức ổn định.}$$

Ví dụ 2.12 - Điều khiển dự báo

Xét quá trình:

$$y(t+1) = ay(t) + bu(t)$$

Phương trình 2.59 cho ta:

$$q^d = (q - a)(q^{d-1} + f_1 q^{d-2} + \dots + f_{d-1}) + g_0$$

Vì vậy:

$$F(q) = q^{d-1} + aq^{d-2} + a^2 q^{d-3} + \dots + a^{d-1}$$

$$G(q) = a^d$$

$$R_d(q) = bF(q)$$

$$\bar{R}_d(q) = 0$$

và khi $y_m = 0$, luật điều khiển trở thành:

$$u(t) = -\frac{a^d}{b(1 + a + \dots + a^{d-1})} y(t) = -\frac{a^d(a-1)}{b(a^d - 1)} y(t)$$

Phương trình đặc tính của hệ thống vòng kín là:

$$P(q) = q - a + \frac{a^d(a-1)}{a^d - 1}$$

có cực:

$$p_d = \frac{a^d - a}{a^d - 1}$$

Vị trí của cực được cho bởi:

$$0 \leq p_d < a \quad |a| \leq 1 \text{ (hệ thống ổn định)}$$

$$0 \leq p_d < 1 \quad |a| > 1 \text{ (hệ thống không ổn định)}$$

Cực vòng kín với các giá trị khác nhau của a và b được chỉ ở hình 5.16 (TLTK[1]). Ví dụ cũng cho thấy để việc quan sát là đầy đủ thì tầm dự báo phải từ 5 – 10 mẫu.

Cũng có thể tổng quát hoá kết quả ở ví dụ 2.12 cho các hệ thống bậc cao hơn. Đối với các hệ thống thay đổi chậm hoặc không ổn định thì đáp ứng vòng kín của nó sẽ rất chậm khi tăng tầm dự báo. Vì vậy giới hạn ở 2.56 khi đó sẽ là không hữu ích.

Nỗ lực điều khiển cực tiểu

Thuật toán điều khiển là sẽ mang $y(t + d)$ tới $y_m(t + d)$ trong khi cực tiểu phương trình 2.57. Phương trình 2.55 được viết lại:

$$\begin{aligned}
 y(t+d) &= R_d^*(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{y}_d(t) \\
 &= r_{d_0}u(t+v) + \dots + r_{d_v}u(t) + \bar{y}_d(t)
 \end{aligned}$$

$v = d - d_0$. Giới thiệu hàm Lagrange:

$$2J = u(t)^2 + \dots + u(t+v)^2 + 2\lambda[y_m(t+d) - \bar{y}_d(t) - R_d^*(q^{-1})u(t+v)]$$

Cho đạo hàm riêng đối với các biến $u(t), \dots, u(t+v)$ và λ bằng 0 ta được:

$$u(t) = \lambda r_{d_v}$$

\cdot
 \cdot
 \cdot

$$u(t+v) = \lambda r_{d_0}$$

$$y_m(t+d) - \bar{y}_d(t) = r_{d_0}u(t+v) + \dots + r_{d_v}u(t)$$

Các phương trình này cho ta:

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - \bar{y}_d(t)}{\mu}$$

trong đó:

$$\mu = \frac{\sum_{i=0}^v r_{d_i}^2}{r_{d_v}}$$

Sử dụng định nghĩa $\bar{y}_d(t)$ cho ta:

$$\mu u(t) = y_m(t+d) - \bar{R}_d^* u(t-1) - G_d^* y(t)$$

hoặc

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - G_d^* y(t)}{\mu + q^{-1} \bar{R}_d^*} = \frac{y_m(t+d+n-1) - G_d(q)y(t)}{\mu q^{n-1} + \bar{R}_d(q)} \quad (2.60)$$

Sử dụng phương trình 2.60 và mô hình của phương trình 2.52 cho đa thức đặc tính vòng kín:

$$P(q) = A(q)[q^{n-1}\mu + \bar{R}_d(q)] + G_d(q)B(q)$$

Phương trình này có dạng như 2.58 với $R_d(1)$ được thay bằng μ . Điều này có nghĩa các cực vòng kín tiến gần tới zero của $q^{n-1}A(q)$ khi $A(q)$ là ổn định

và khi $d \rightarrow \infty$. Điều gì sẽ xảy ra khi hệ thống không ổn định. Hãy xét ví dụ sau đây:

Ví dụ 2.13 - Điều khiển nỗ lực cực tiểu

Xét hệ thống tương tự như ví dụ 2.12. Bộ điều khiển nỗ lực cực tiểu trong trường hợp này được cho bởi:

$$\mu = b \frac{1 + a^2 + \dots + a^{2(d-1)}}{a^{d-1}} = \frac{b(a^{2d} - 1)}{a^{d-1}(a^2 - 1)}$$

cho ta (khi $y_m = 0$)

$$u(t) = -\frac{a^d}{\mu} y(t) = -\frac{a^{2d-1}(a^2 - 1)}{b(a^{2d} - 1)} y(t)$$

Cực của hệ thống vòng kín là:

$$p_d = a - \frac{a^{2d-1}(a^2 - 1)}{a^{2d} - 1} = \frac{a^{2d-1} - a}{a^{2d} - 1}$$

cho ta:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} p_d = a \quad |a| \leq 1 \text{ (hệ thống ổn định)}$$

$$\lim_{d \rightarrow \infty} p_d = 1/a \quad |a| > 1 \text{ (hệ thống không ổn định)}$$

Ở ví dụ này, bộ điều khiển nỗ lực cực tiểu sẽ tạo ra một hệ thống vòng kín tốt hơn nếu điều khiển tương lai được giả sử là hằng số.

Điều khiển dự báo tổng quát:

Các bộ điều khiển dự báo đề cập từ trước chỉ xem xét giá trị ngõ ra chỉ ở một thời điểm ở tương lai. Nhiều tổng quát hoá khác nhau của điều khiển dự báo được đề xuất mà trong đó hàm tổn hao là cực tiểu:

$$J(N_1, N_2, N_u) = E \left\{ \sum_{k=N_1}^{N_2} [y(t+k) - y_m(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \rho \Delta u(t+k-1)^2 \right\} \quad (2.61)$$

Trong đó $\Delta = 1 - q^{-1}$ là toán tử vi phân. Sự lựa chọn các giá trị khác nhau của N_1, N_2, N_u sẽ đưa ra các phương pháp khác nhau.

Phương pháp điều khiển dự báo tổng quát được minh hoạ bằng cách dùng hàm tổn hao 2.60 và mô hình quá trình:

$$A^*(q)y(t) = B^*(q^{-1})u(t-d_0) + e(t) / \Delta \quad (2.62)$$

Mô hình này được gọi là CARIMA (Controlled AutoRegressive Intergrating Moving Average). Nó có thuận lợi là bộ điều khiển bản thân sẽ chứa một khâu tích phân. Giống như phương trình 2.53 ta có đồng nhất:

$$1 = A^*(q)F_d^*(q^{-1})(1 - q^{-1}) + q^{-d}G_d^*(q^{-1}) \quad (2.63)$$

Công thức này được sử dụng để xác định ngõ ra ở d bước kế tiếp:

$$y(t + d) = F_d^*B^* \Delta u(t + d - d_0) + G_d^*y(t) + F_d^*e(t + d)$$

F_d^* có bậc d -1. Bộ dự báo với sai số quân phương tối ưu với ngõ ra được đo đặc đến thời điểm t và chuỗi ngõ vào bất kì là:

$$\hat{y}(t + d) = F_d^*B^* \Delta u(t + d - d_0) + G_d^*y(t) \quad (2.64)$$

Giả sử đầu ra mong muốn $y_m(t + k)$, $k = 1, 2, \dots$ là có sẵn. Hàm tổn hao ở 2.61 sẽ được cực tiểu để cho ra một chuỗi các tín hiệu điều khiển ở tương lai. Chú ý giá trị mong đợi ở 2.61 sẽ có được tương ứng với dữ liệu có được tới thời điểm t với giả sử các đo đặc ở tương lai không có sẵn. Điều này có nghĩa chỉ có thừa số đầu tiên của chuỗi điều khiển là được sử dụng. Các phép toán sẽ lặp lại khi có được một đo đặc mới. Bộ điều khiển với kết quả như thế gọi là điều khiển hồi tiếp tối ưu vòng hở. Như tên của nó, giả sử sử dụng hồi tiếp nhưng nó chỉ được tính toán chỉ dựa vào thông tin có sẵn ở thời điểm hiện tại. Dùng phương trình 2.55 :

$$y(t + 1) = R_1^*(q^{-1}) \Delta u(t + 1 - d_0) + \bar{y}_1(t) + F_1^* e(t + 1)$$

$$y(t + 2) = R_2^*(q^{-1}) \Delta u(t + 2 - d_0) + \bar{y}_2(t) + F_2^* e(t + 2)$$

.

.

.

$$y(t + N) = R_N^*(q^{-1}) \Delta u(t + N - d_0) + \bar{y}_N(t) + F_N^* e(t + N)$$

Mỗi giá trị ngõ ra bao gồm các tín hiệu điều khiển ở tương lai (nếu $d > d_0$), ngõ vào đo được và tín hiệu nhiễu ở tương lai. Các phương trình ở trên có thể được viết lại:

$$y = R\Delta u + \bar{y} + e$$

trong đó:

$$y = [y(t + 1) \dots y(t + N)]^T$$

$$\Delta u = [\Delta u(t + 1 - d_0) \dots \Delta u(t + N - d_0)]^T$$

$$\bar{y} = [\bar{y}_1(t) \dots \bar{y}_N(t)]^T$$

$$e = [F_1^* e(t+1) \dots F_N^* e(t+N)]^T$$

Từ phương trình 2.54 ta thấy các hệ số của R_d^* chính là $(d - d_0 + 1)$ số hạng đầu của đáp ứng xung $q^{-d_0} B^*/(A^* \Delta)$ và cũng giống như $(d - d_0 + 1)$ số hạng đầu của đáp ứng bước $q^{-d_0} B^*/A^*$. Do đó ma trận R là ma trận tam giác dưới:

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \dots & 0 \\ r_1 & r_0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \dots & r_0 \end{bmatrix}$$

Nếu hệ thống có thời gian trễ ($d_0 > 1$) thì $(d_0 - 1)$ hàng đầu của R sẽ là zero. Gọi:

$$y_m = [y_m(t+1) \dots y_m(t+N)]^T$$

Giá trị mong đợi của hàm tổn hao được viết lại:

$$\begin{aligned} J(1, N, N) &= E\{(y - y_m)^T (y - y_m) + \rho \Delta u^T \Delta u\} \\ &= (R \Delta u + \bar{y} - y_m)^T (R \Delta u + \bar{y} - y_m) + \rho \Delta u^T \Delta u \end{aligned}$$

Cực tiểu hoá biểu thức này theo Δu ta được:

$$\Delta u = (R^T R + \rho I)^{-1} R^T (y_m - \bar{y}) \quad (2.65)$$

Thành phần đầu trong Δu là $\Delta u(t)$ là tín hiệu điều khiển ứng dụng cho hệ thống. Chú ý bộ điều khiển tự động có một khâu tích phân. Điều này là cần thiết để bù cho số hạng nhiễu sai lệch ở phương trình 2.62

Việc tính toán phương trình 2.65 liên quan tới ma trận nghịch đảo $N \times N$, mà N là tầm dự báo của hàm tổn hao. Để giảm khối lượng tính toán thì ta có thể giới hạn các tín hiệu điều khiển ở tương lai. Chẳng hạn, ta giả sử việc tăng tín hiệu điều khiển là bằng zero sau N_u bước ($N_u < N$):

$$\Delta u(t+k-1) = 0 \text{ với } k > N_u$$

Điều này có nghĩa tín hiệu điều khiển sau N_u bước sẽ là hằng số. So sánh với điều kiện không chế ở phương trình 2.57. Luật điều khiển (phương trình 2.65) sẽ thay đổi:

$$\Delta u = (R_1^T R_1 + \rho I)^{-1} R_1^T (y_m - \bar{y}) \quad (2.66)$$

R_1 là ma trận $N \times N_u$

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \cdots & 0 \\ r_1 & r_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & \cdots & r_0 \\ \vdots & & & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \cdots & r_{N-N_u} \end{bmatrix}$$

Ma trận lấy nghịch đảo bây giờ có bậc $N_u \times N_u$. Ngõ ra và các tầm điều khiển được chọn như sau:

N_1 : Nếu thời gian trễ biết trước thì $N_1 = d_0$, ngược lại chọn $N_1 = 1$.

N_2 : Tầm ngõ ra cực đại N_2 được chọn sao cho $N_2 h$ có giá trị bằng với thời gian lên của hệ thống, trong đó h là thời gian lấy mẫu của bộ điều khiển.

N_u : Thường $N_u = 1$ sẽ có được kết quả tốt đối với những hệ thống đơn giản. Đối với các hệ thống phức tạp, N_u ít nhất phải bằng với số cực không ổn định hoặc số cực gây dao động tắt yếu.

Để bộ điều khiển dự báo tổng quát có khả năng thích nghi thì điều cần thiết là phải ước lượng A^* và B^* ở mỗi bước thời gian. Các giá trị dự báo ứng với các tầm dự báo khác nhau sẽ được tính toán và tính toán hiệu điều khiển ở phương trình 2.66. Bộ điều khiển dự báo thích nghi vì vậy sẽ là một thuật toán điều khiển gián tiếp. Phương trình 2.64 được tính bằng cách đệ quy để đơn giản khối lượng tính toán. Cuối cùng, N_u thường có giá trị nhỏ để ma trận nghịch đảo có bậc thấp.

Tín hiệu điều khiển $\Delta u(t)$ từ phương trình 2.66 là:

$$\begin{aligned} \Delta u &= [1 \ 0 \ \dots \ 0] [R_1^T R_1 + \rho I]^{-1} R_1^T [y_m - \bar{y}] \\ &= [\alpha_1 \ \dots \ \alpha_N] [y_m - \bar{y}] \end{aligned}$$

Hơn nữa, từ phương trình 2.62, sử dụng phương trình 2.54

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1^* \Delta u(t-1) + G_1^* y(t) \\ \vdots \\ \bar{R}_N^* \Delta u(t-1) + G_N^* y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{R}_1^* A^* \Delta}{B^*} q^{d_0-1} + G_1^* \\ \vdots \\ \frac{\bar{R}_N^* A^* \Delta}{B^*} q^{d_0-1} + G_N^* \end{bmatrix} y(t)$$

Hệ thống vòng kín có phương trình đặc tính:

$$A^* \Delta + [\alpha_1 \dots \alpha_N] \begin{bmatrix} \bar{R}_1^* A^* \Delta q^{d_0-1} + B^* G_1^* \\ \vdots \\ \bar{R}_N^* A^* \Delta q^{d_0-1} + B^* G_N^* \end{bmatrix}$$

Đồng nhất phương trình 2.63 cho ta:

$$\begin{aligned} B^* &= A^* \Delta B^* F_d^* + q^{-d} G_d^* B^* \\ &= A^* \Delta [R_d^* + q^{-(d-d_0+1)} \bar{R}_d^*] + q^{-d} G_d^* B^* \end{aligned}$$

Điều này cho ta phương trình đặc tính:

$$\begin{aligned} A^* \Delta + [\alpha_1 \dots \alpha_N] \begin{bmatrix} (B^* - A^* \Delta R_1^*) q \\ \vdots \\ (B^* - A^* \Delta R_N^*) q^N \end{bmatrix} \\ = A^* \Delta + \sum_{i=1}^N \alpha_i q^i (B^* - A^* \Delta R_i^*) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Phương trình 2.67 cho ra một biểu thức của phương trình đặc tính vòng kín nhưng vẫn còn khó khăn để đưa ra một kết luận tổng quát về tính chất của hệ thống vòng kín ngay cả khi quá trình đã biết trước.

Nếu $N_u = 1$ thì:

$$\alpha_i = \frac{r_i}{\rho + \sum_{j=1}^N r_j^2}$$

Nếu ρ đủ lớn, hệ thống vòng kín sẽ không ổn định khi hệ thống vòng hở không ổn định. Tuy nhiên nếu cả 2 tầm điều khiển và tầm dự báo đều tăng thì bài toán sẽ tương tự như bài toán điều khiển LQ với tầm cố định và do đó nó sẽ có đặc tính ổn định tốt hơn.

2.3.6 Kết luận

Trong phần này chúng ta đã xem xét nhiều bộ tự chỉnh định khác nhau. Ý tưởng cơ bản là ước lượng các thông số chưa biết của hệ thống và thiết kế bộ điều khiển. Các thông số ước lượng giả sử bằng với thông số thực khi thiết kế bộ điều khiển. Thành thạo cũng bao gồm các ước lượng chưa chắc chắn vào trong thiết kế. Bằng cách kết hợp các phương pháp ước lượng khác

nhau và các phương pháp thiết kế khác nhau ta sẽ có được các bộ tự chỉnh với các tính chất khác nhau. Trong phần này ta chỉ đề cập ý tưởng cơ bản và các tính chất tiệm cận. Tính hội tụ của ước lượng và tính ổn định của hệ thống sẽ được thảo luận trong chương 6 (TLTK[1]).

Khía cạnh quan trọng nhất của các bộ tự chỉnh định là đưa ra các thông số hoá. Một thông số hoá lại có thể đạt được bằng cách sử dụng mô hình hệ thống và đáp ứng vòng kín mong muốn. Mục tiêu của việc thông số hoá lại là để thực hiện ước lượng trực tiếp các thông số của bộ điều khiển sao cho mô hình mới tuyến tính với các thông số.

Chỉ có vài thuật toán tự chỉnh định được đề cập và giải quyết trong phần này. Việc kết hợp các phương pháp ước lượng khác nhau và vấn đề thiết kế cơ bản sẽ tạo ra các thuật toán với các tính chất khác nhau. Mục tiêu của phần này là đưa ra một cảm nhận cách phát triển và phân tích các thuật toán. Khi thực hiện một bộ tự chỉnh thì việc lựa chọn bài toán thiết kế cơ bản là rất quan trọng. Một phương pháp thiết kế mà không phù hợp cho hệ thống biết trước thì cũng sẽ không tốt hơn khi hệ thống chưa biết trước.

Bộ tự chỉnh định cũng có khả năng áp dụng cho các hệ thống MIMO. Trường hợp MIMO là rất khó để phân tích. Khó khăn chính là xác định được kiến thức đầu tiên cần thiết trong hệ MIMO là gì.

Cũng tương đối đơn giản khi đưa ra một thuật toán tự chỉnh tương ứng với bộ tự chỉnh định trực tiếp tổng quát ở các trường hợp hạn chế khi các ma trận tương tác của hệ thống đã biết trước.

2.4 Chỉnh định tự động và lịch trình độ lợi

2.4.1 Giới thiệu

1. Chỉnh định và thích nghi
2. Kiến trúc đầu tiên
3. Giá trị ban đầu của bộ điều khiển thích nghi
4. Điều khiển PID
5. Các vấn đề vận hành
6. Giao tiếp điều khiển

Một loại đặc biệt của thích nghi vòng hở hay sự thay đổi các tham số bộ điều chỉnh được đề cập trong phần này. Trong nhiều trường hợp, có thể biết được sự thay đổi động học của quá trình theo các điều kiện vận hành. Nguồn gốc của sự thay đổi động học có thể là tính phi tuyến. Có thể thay đổi tham số của bộ điều khiển bằng cách giám sát các điều kiện vận hành

của quá trình. Khái niệm này gọi là lịch trình độ lợi, vì mô hình đầu tiên được sử dụng chỉ để điều chỉnh độ lợi của quá trình.

2.4.2 Kỹ thuật chỉnh định

1. Phương pháp Zeigler – Nichols

Luật điều khiển PID:

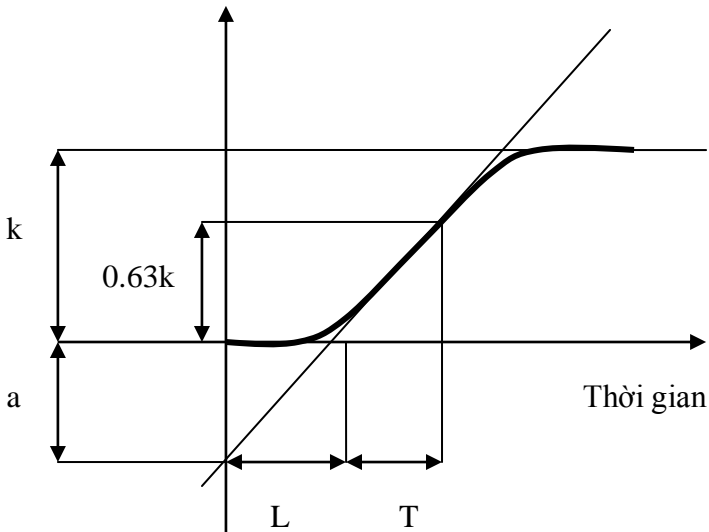
$$u(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(s) ds + T_d \frac{de}{dt} \right]$$

2. Phương pháp đáp ứng quá độ

Mô hình 3 thông số:

$$G(s) = \frac{k}{1 + sT} e^{-sL}$$

Phương pháp đáp ứng nấc:



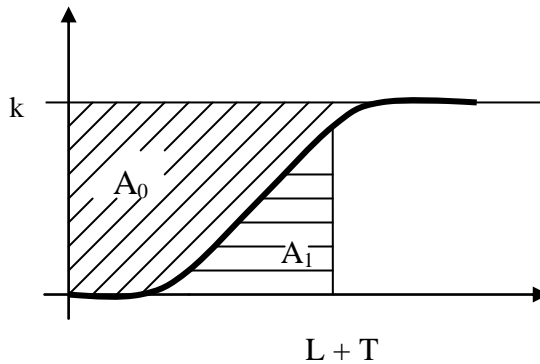
Phương pháp Zeigler – Nichols:

Bộ điều khiển	aK_c	T_i / L	T_d / L	T_p / L
P	1			4
PI	0.9	3		5.7
PID	1.2	2	0.5	3.4

Những khó khăn đối với phương pháp Zeigler – Nichols:

- Khó xác định các thông số
- Tắt quá chậm
- Hai thông số thì không đủ

Phương pháp diện tích:



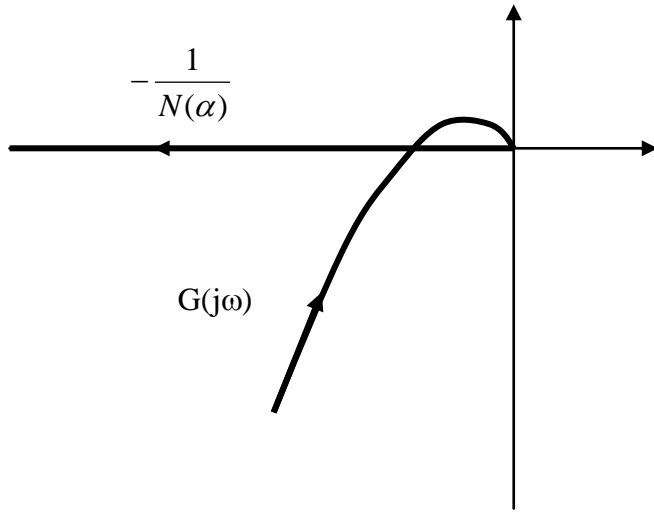
$$T + L = \frac{A_0}{k}$$

$$T = \frac{eA_1}{k}$$

3. Phương pháp đáp ứng tần số

Ý tưởng: Cho chạy bộ điều khiển tỉ lệ, tăng độ lợi cho đến khi hệ thống bắt đầu dao động. Quan sát “Độ lợi K_u giới hạn” và “Chu kỳ giới hạn T_u ”.

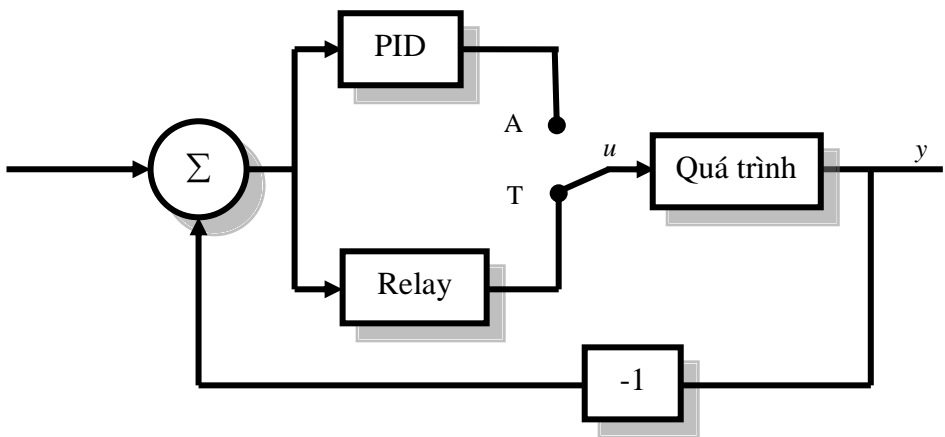
Lặp lại: Xác định đặc tính đáp ứng tần số.



Các thông số bộ điều khiển:

Bộ điều khiển	K_c / K_u	T_i / T_u	T_d / T_u	T_p / T_u
P	0.5			1
PI	0.4	0.8		1.4
PID	0.6	0.5	0.12	0.85

Thực nghiệm:



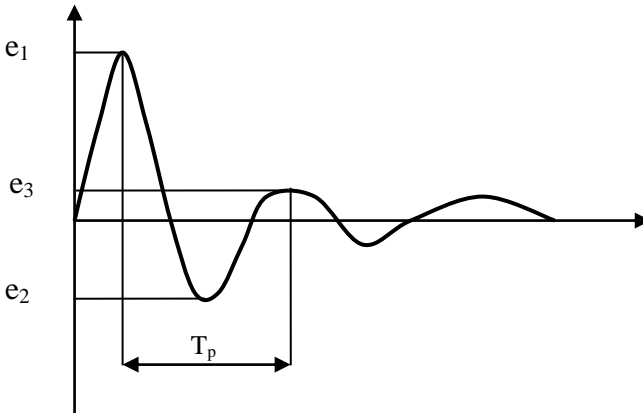
Kết quả thực tế

- Thông tin biết trước?
- Bắt đầu thực nghiệm như thế nào?
- Hồi tiếp đến biên độ giới hạn của dao động.
- Hiệu chỉnh luật Zeigler – Nichols:
 - Thay đổi các giá trị trong bảng.
 - Sử dụng 3 thông số: K_u , T_u và K_p .
- Làm sao để đươg đầu với nhiễu đượg
 - Nhiễu tải
 - Nhiễu đo
 - Trì trể

Sự lặp lại trực tuyến

Ý tưởng: Tìm các nét đặc trưng của đáp ứng trực tuyến đối với điểm đặt hoặc các nhiễu tải.

Hiệu chỉnh bộ điều khiển dựa trên các đặc tính quan sát đượg.



Đặc tính: hệ số tắt d và độ vọt ló o

$$d = \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2} \qquad o = -\frac{e_2}{e_1}$$

Bộ điều khiển hiệu chỉnh dựa trên luật thử và sai.

Dễ dàng đối với PI và khó khăn hơn đối với PID.

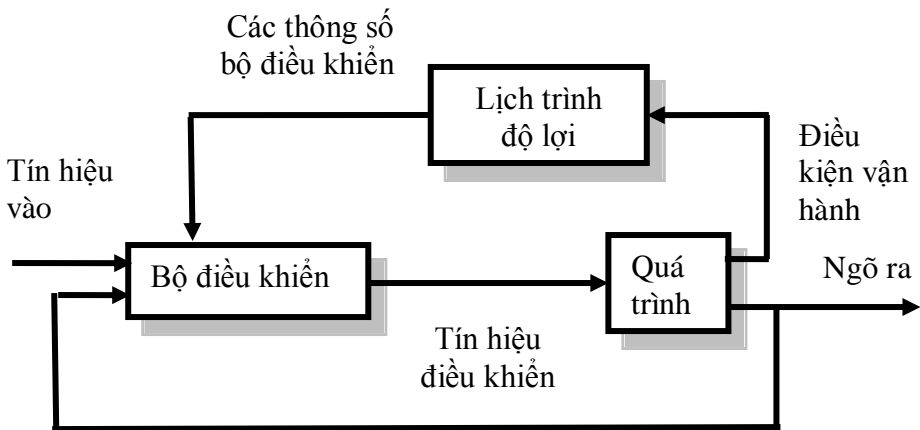
- Thông tin biết trước
- Tiền chỉnh định

2.4.3 Lịch trình độ lợi

Ví dụ các biến lịch trình

- Tốc độ sản xuất
- Tốc độ máy
- Số tỉ lệ và áp lực động

Thỉnh thoảng có thể tìm thấy những biến đổi phụ có tương quan tốt với những thay đổi của quá trình động học. Vì thế có thể làm giảm ảnh hưởng của tham số biến động chỉ đơn giản bằng việc thay đổi tham số của bộ điều chỉnh như các hàm của các biến phụ (xem hình 2.10)



Hình 2.10 Mô hình lịch trình độ lợi

Lịch trình độ lợi có thể được xem như hệ thống điều khiển hồi tiếp mà độ lợi hồi tiếp được chỉnh bởi bộ bù được cung cấp trước.

Ưu, khuyết điểm của lịch trình độ lợi

Mặt hạn chế của lịch trình độ lợi là bù vòng hở. Không có hồi tiếp để bù cho sai số lịch trình. Hạn chế khác của lịch trình độ lợi là việc thiết kế tốn nhiều thời gian. Tham số bộ điều chỉnh phải được chọn cho nhiều điều kiện vận hành và đặc tính kỹ thuật phải được kiểm tra bằng nhiều quá trình mô phỏng. Những khó khăn này tránh được nếu lịch trình dựa vào các phép chuyển đổi phi tuyến.

Lịch trình độ lợi có ưu điểm là các tham số bộ điều chỉnh có thể đáp ứng rất nhanh với sự thay đổi của quá trình. Khi không có ước lượng tham số, nhân tố giới hạn phụ thuộc vào tốc độ đáp ứng các phép đo phụ với sự thay đổi của quá trình.

2.4.4 Xây dựng lịch trình

- Lựa chọn các biến lịch trình
- Hoàn thiện việc thiết kế điều khiển cho những điều kiện vận hành khác nhau.
- Sử dụng việc chỉnh định tự động.
- Sự biến đổi.

Thật khó để tìm luật chung cho việc thiết kế bộ điều chỉnh theo lịch trình độ lợi. Vấn đề chính là việc quyết định các biến sử dụng làm biến lịch trình. Rõ ràng các tín hiệu phụ phải phản ánh điều kiện vận hành của đối tượng. Sẽ có những trình bày lí tưởng đơn giản cho các tham số bộ điều chỉnh liên quan đến các biến lịch trình. Vì thế cần có kiến thức tốt về hệ động học của quá trình nếu lịch trình độ lợi được sử dụng. Các khái niệm tổng quát sau có thể phục vụ cho mục đích này.

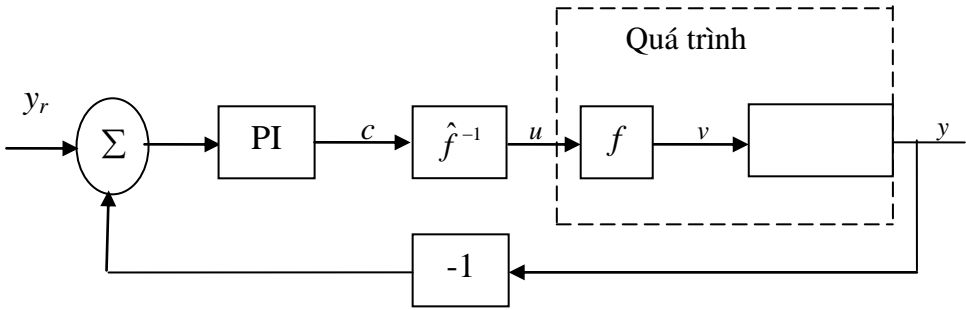
- Tuyến tính hoá cơ cấu dẫn động phi tuyến.
- Lịch trình độ lợi dựa vào đo đạc các biến phụ
- Vận hành dựa vào hiệu suất
- Các phép biến đổi phi tuyến.

Các khái niệm này được minh hoạ trong các ví dụ sau.

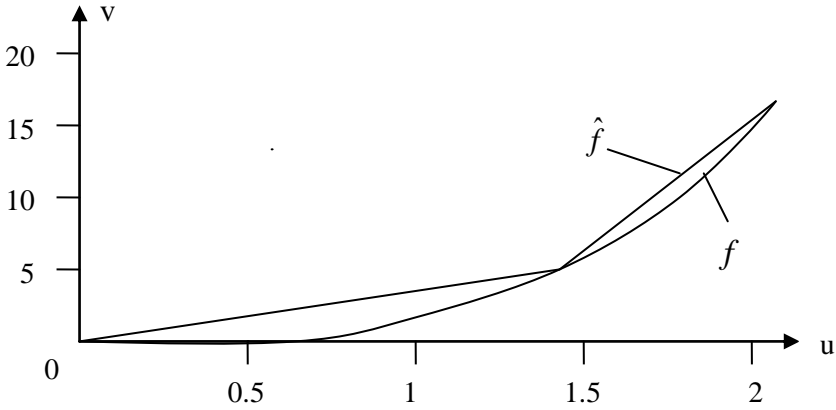
Ví dụ 2.14

Xem hệ thống với 1 valse phi tuyến. Tính phi tuyến được giả sử là:

$$v = f(u) = u^4, \quad u \geq 0$$



Hình (a)



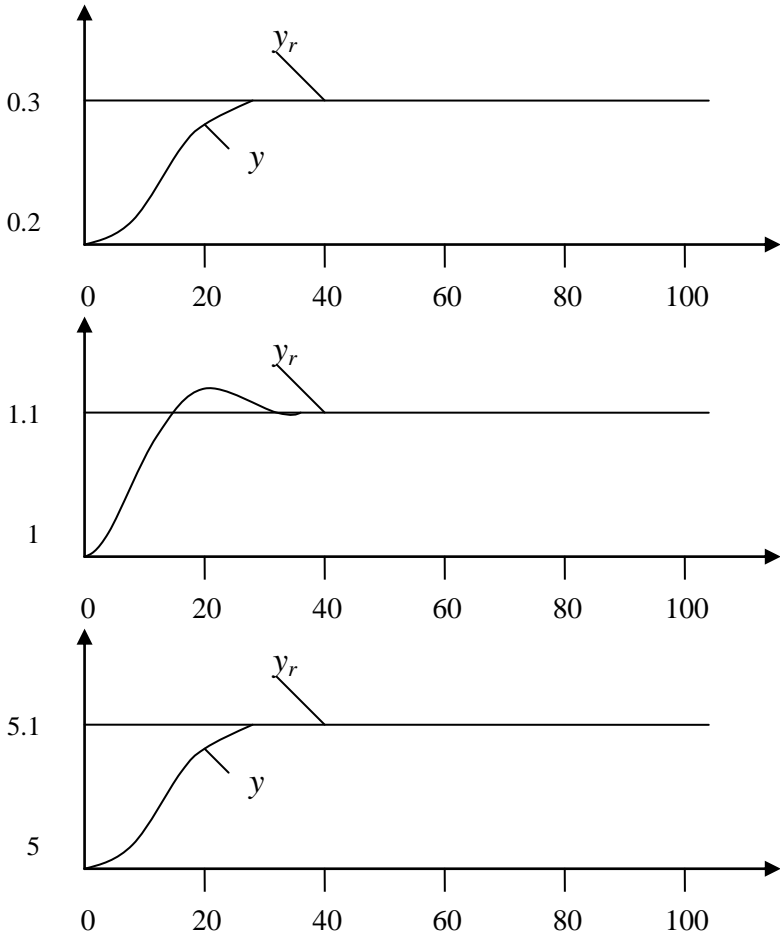
Hình (b)

Đặt \hat{f}^{-1} là hàm ngược xấp xỉ của đặc tính valse. Để bù cho tính phi tuyến, ngõ ra của bộ điều chỉnh được cung cấp thông qua hàm này trước khi nó được áp vào valse (xem hình (a)). ta có quan hệ : $v = f(u) = f[\hat{f}^{-1}(c)]$

Với c là ngõ ra của bộ điều chỉnh PI. Hàm $f[\hat{f}^{-1}(c)]$ có độ lợi ít thay đổi hơn hàm f .

Nếu \hat{f}^{-1} chính xác là hàm ngược của f thì : $v = c$. Giả sử $f(u) = u^4$ được xấp xỉ bởi 2 đường thẳng: một đường nối từ điểm $(0, 0)$ đến điểm $(1.3, 3)$ và đường thẳng thứ hai nối giữa 2 điểm $(1.3, 3)$ và $(2, 16)$, được vẽ trong hình (b) . Khi đó:

$$\hat{f}^{-1}(c) = \begin{cases} 0.433c & , 0 \leq c \leq 3 \\ 0.0538c + 1.139 & , 3 \leq c \leq 16 \end{cases}$$



Hình (c)

Hình (c) cho thấy sự thay đổi trong tín hiệu chuẩn tại 3 điều kiện vận hành khác nhau khi sử dụng hàm \hat{f}^{-1} như hình (a). So sánh với hệ thống trong hình 2.2 (TLTK[1]). Ta thấy có sự cải thiện trong đặc tuyến của hệ thống vòng kín. Dùng hàm ngược \hat{f}^{-1} trong hệ thống sẽ cho đáp ứng bằng phẳng hơn trong các bài toán điều khiển valse phi tuyến.

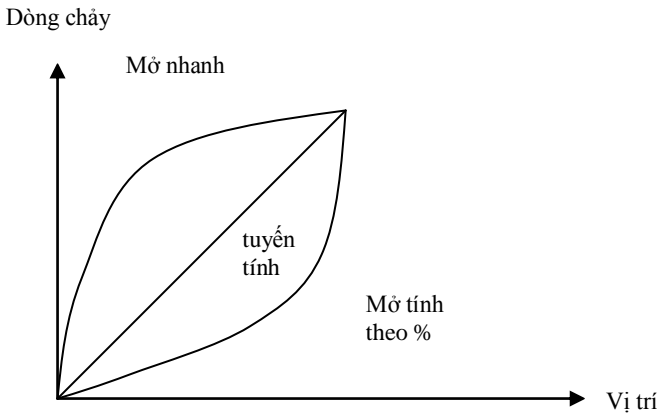
Ví dụ trên đã cho thấy tính đơn giản và tiện dụng trong việc bù cho hệ thống phi tuyến tĩnh biết trước. Trong thực tế thường xấp xỉ hệ phi tuyến

bằng một vài đoạn thẳng (nhiều hơn 2). Có nhiều bộ điều khiển vòng đơn thương mại sử dụng phương pháp bù này. Trong ví dụ trên không có sự đo đạc nào của điều kiện vận hành ngoài trừ việc điều chỉnh ngõ ra. Trong các trường hợp khác, tính phi tuyến được xác định từ sự đo đạc một vài biến số.

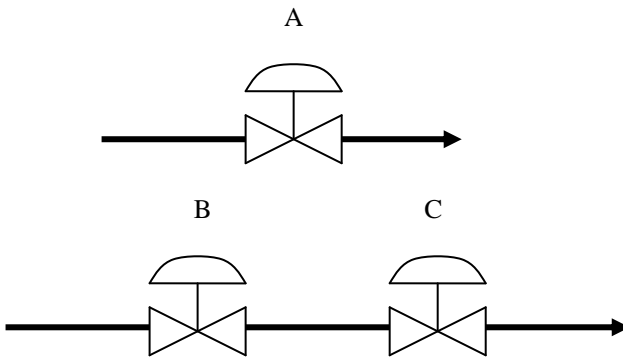
2.4.5 Ứng dụng

Lịch trình độ lợi là phương pháp rất hữu dụng. Nó yêu cầu phải có kiến thức tốt về quá trình và các biến phụ có thể được đo đạc. Một thuận lợi lớn của phương pháp này là bộ điều chỉnh thích nghi (đáp ứng) nhanh khi các điều kiện thay đổi. Một số ứng dụng như: định hướng cho tàu, kiểm soát nồng độ pH, kiểm soát khí đốt, điều khiển động cơ và điều khiển bay.

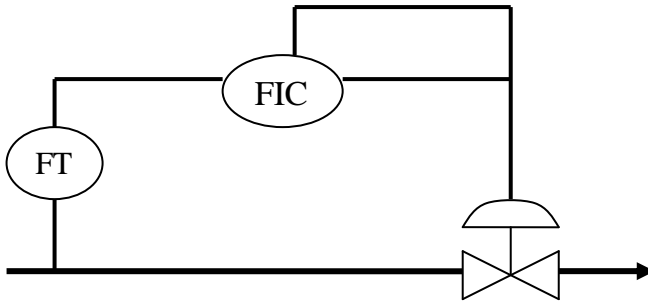
Đặc điểm của van



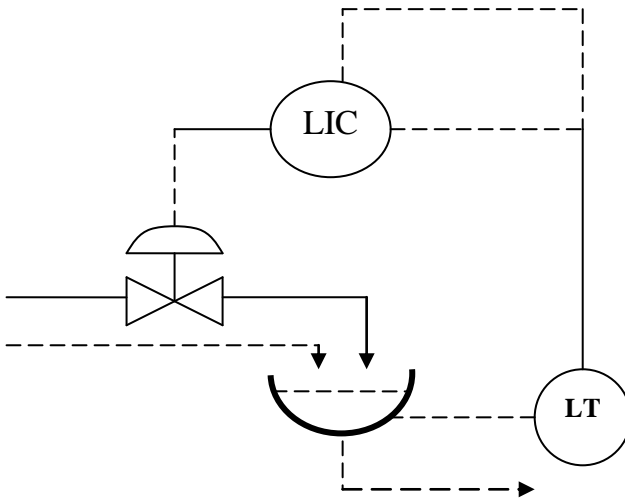
Đặc tính van phụ thuộc vào việc cài đặt.



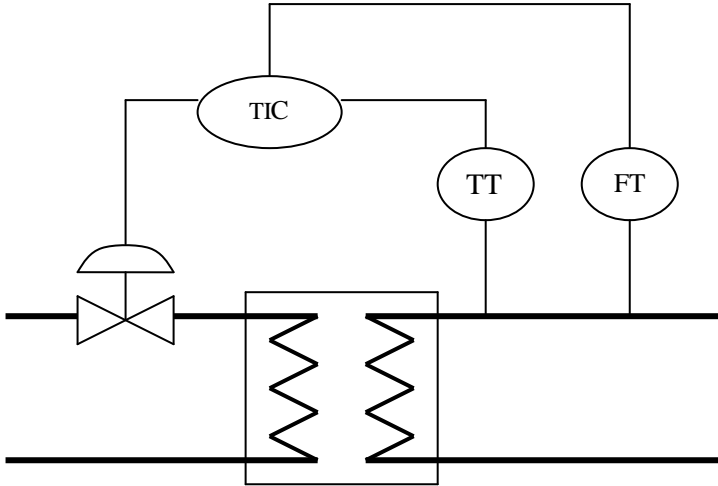
Lịch trình cho ngõ ra bộ điều khiển



Lịch trình cho biến quá trình



Lịch trình cho biến ngoài



2.4.6 Kết luận

Lịch trình độ lợi là cách tốt để bù cho đặc tính phi tuyến biết trước. Bộ điều chỉnh có thể phản ứng nhanh với sự thay đổi của các điều kiện. Mặt hạn chế của kỹ thuật này là thiết kế tốn nhiều thời gian nếu không dùng phép chuyển đổi phi tuyến và tự động chỉnh định. Mặt hạn chế khác là các tham số điều khiển được thay đổi trong vòng hở, không có hồi tiếp từ đặc tính làm việc của hệ thống. Phương pháp này không thể dùng được nếu đặc tính động học của quá trình hoặc nhiễu không được biết trước đầy đủ, chính xác.

2.5 Bài tập ứng dụng Matlab

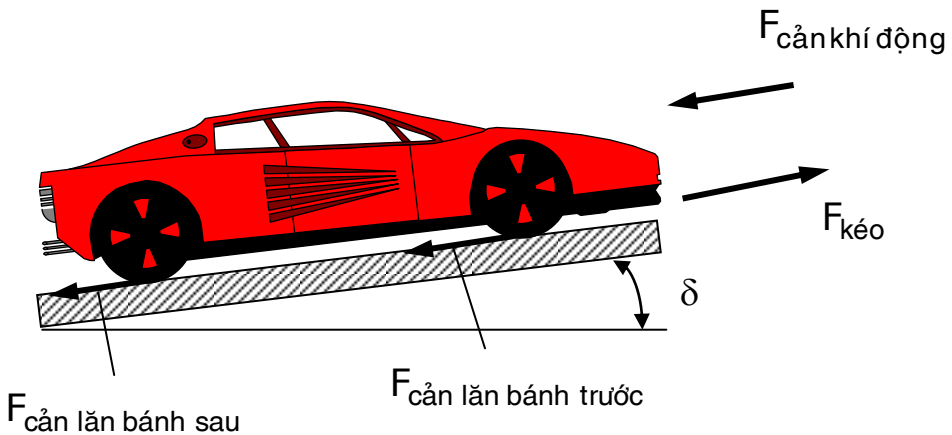
1. Mô hình: Hệ thống ga tự động trên ô tô

Động lực học của ô tô trên đường:

Ô tô vận hành trên đường nhờ moment sinh ra từ động cơ, thông qua hệ thống truyền động, chuyển thành lực kéo tiếp tuyến tại các bánh xe chủ động đẩy ô tô dịch chuyển lên phía trước. Lực kéo tiếp tuyến này luôn cân bằng với các lực cản tác động vào ô tô theo định luật I Newton:

$$F_{kéo} = F_{cản\ lăn} + F_{cản\ khi\ động} + F_{cản\ leo\ dốc} + F_{cản\ quán\ tính}$$

Tổng các lực cản đối với ô tô không phụ thuộc tuyến tính vào vận tốc của ô tô và các thành phần lực cản này có những hệ số phụ thuộc vào điều kiện làm việc của ô tô như loại đường, độ mập mô, độ nghiêng của mặt đường, loại lốp xe, nhiệt độ môi trường, gió, tải trọng của xe, tình trạng của động cơ, của hệ thống truyền động, độ mòn của lốp... Các điều kiện làm việc này không cố định mà thay đổi mỗi khi ô tô vận hành và trong lúc ô tô vận hành.



Hình 2.11 Động lực học của ô tô trên đường

2. Phương trình trạng thái:

Đối tượng vận hành trên đường là một đối tượng phi tuyến chỉ bao gồm một tín hiệu điều khiển vào là độ mở cánh bướm ga của động cơ (hay vị trí bàn đạp ga trên ô tô), và một đầu ra là vận tốc ô tô. Các trạng thái của đối tượng là vận tốc và gia tốc. Đặc tính của đối tượng này có thể được biểu diễn bởi hệ phương trình vi phân tuyến tính bậc 2 ở dạng chính tắc:

$$\begin{cases} x_1 = v_{xe} \\ x_2 = \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + b.\alpha, (b > 0) \\ y = x_1 \end{cases}$$

với $f(x_1, x_2)$ là hàm phi tuyến chưa biết và $b > 0$ là giá trị chưa biết, α là độ mở bướm ga của động cơ. Cả $f(x_1, x_2)$ và b phụ thuộc vào điều kiện làm việc, chế độ vận hành, tình trạng của động cơ, hệ thống truyền động của ô tô.

Luật điều khiển đối tượng:

Luật điều khiển đối tượng dựa trên tuyến tính hoá hồi tiếp để ngõ ra y của đối tượng bám sát ngõ ra mong muốn y_m có dạng

$$u^* = \frac{1}{b} [-f(x) + y_m^{(n)} + K^T E] \quad (2.68)$$

với:

- $E \in R^{n \times 1}$ là vector sai số:

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \\ \dots \\ e^{(n-1)} \end{bmatrix}$$

Trong đó, sai số ngõ ra:

$$e = y_m - y = y_m - x_1$$

- $K = (k_n, \dots, k_1)^T \in R^{n \times 1}$ là vector có các giá trị sao cho phương trình $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n = 0$ có tất cả các nghiệm nằm bên trái trục ảo của mặt phẳng phức.

Với luật điều khiển u^* , các thành phần phi tuyến của đối tượng bị triệt tiêu. Thành phần $K^T E$ được đưa vào để đảm bảo sai số ngõ ra vẫn hội tụ về 0 trong trường hợp trạng thái ban đầu của đối tượng không làm cho ngõ ra y bám ngay ngõ ra mong muốn y_m .

Do thành phần $f(x)$ và b chưa xác định nên luật điều khiển u^ cho đối tượng được xem là chưa biết. Trong bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp, một hệ thống mờ được sử dụng để tìm ra hay xấp xỉ luật điều khiển mong muốn u^* chưa biết này.*

Thiết kế luật thích nghi (luật cập nhật, chỉnh định thông số)

Với bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp, luật chỉnh định thông số để vector thông số hội tụ về vector thông số lí tưởng θ^* (nghĩa là $u_D(X, \theta)$ hội tụ về $u_D(X, \theta^*)$ là xấp xỉ của u^* với sai số xấp xỉ nhỏ nhất ϵ), được xác định theo tiêu chuẩn ổn định Lyapunov.

Xét biểu thức Lyapunov cho hệ thống mờ thích nghi trực tiếp $u_D(X, \theta)$ dùng cho đối tượng được mô tả trong phương trình sau:

$$V(E) = \frac{1}{2} E^T P E + \frac{b}{2\gamma} (\theta^* - \theta)^T (\theta^* - \theta)$$

với:

- $\gamma > 0$ là một hằng số, được gọi là hệ số cập nhật hay hằng số hội tụ.
- $P \in R^{n \times n}$ là ma trận thực, đối xứng, xác định dương thoả mãn phương trình:

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -Q$$

Trong đó, $Q \in R^{n \times n}$ là ma trận thực, dương, được chọn trước.

Theo tiêu chuẩn ổn định Lyapunov, với $V(E)$ xác định dương và $\dot{V}(E)$ xác định âm thì sai số E sẽ tiến về 0, hay giá trị ngõ ra y sẽ bám theo giá trị ngõ ra y_m mong muốn, khi đó xác định được luật thích nghi: $\dot{\theta} = \gamma E^T p_n \xi(X)$

Mô hình động lực học ô tô trên đường

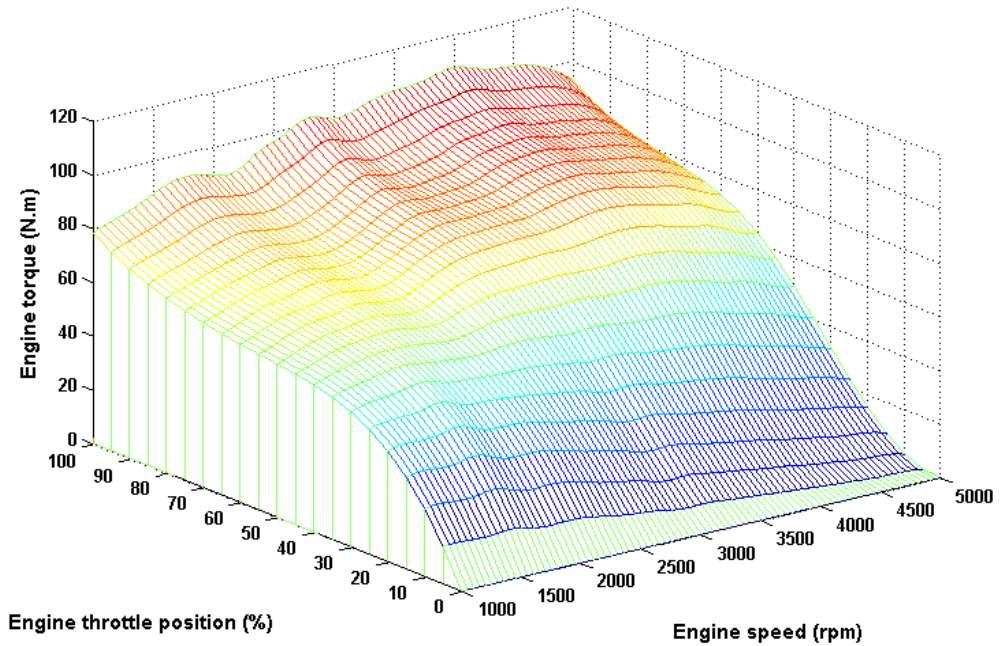
Đặc tính động học của ô tô trên đường được mô tả qua phương trình sau:

$$\left(\frac{m_{xe}}{g} + J_e \right) a_{xe} = \frac{i_e}{r_w} M_e - \sum F_{load}(V_{xe})$$

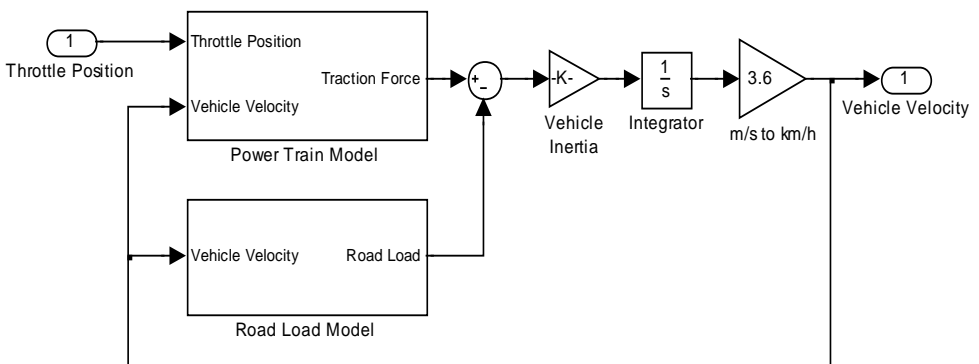
Trong đó:

- $m_{xe} = G_0 + G_t$ là trọng lượng toàn bộ của ô tô, [N].
- a_{xe} là gia tốc ô tô, [m/s²].
- V_{xe} là vận tốc ô tô, [m/s].
- n_e là tốc độ động cơ, [rpm] (vòng/phút).
- α là vị trí (độ mở) cánh bướm ga, [%].
- $i_e = i_4 i_0$ là tỉ số truyền lực của hệ thống truyền động.
- M_e là moment xoắn có ích do động cơ sinh ra, [N.m].
- $\sum F_{load} = F_{roadload} + F_{loss} + F_{slope}$ là tổng các lực cản đối với hệ thống truyền động của ô tô, [N].
- $F_{roadload} = F_2 V_v^2 + F_1 V_v + F_0$ là tổng các lực do chuyển động trên đường, bao gồm lực cản lăn giữa lốp và mặt đường, lực cản khí động, [N].

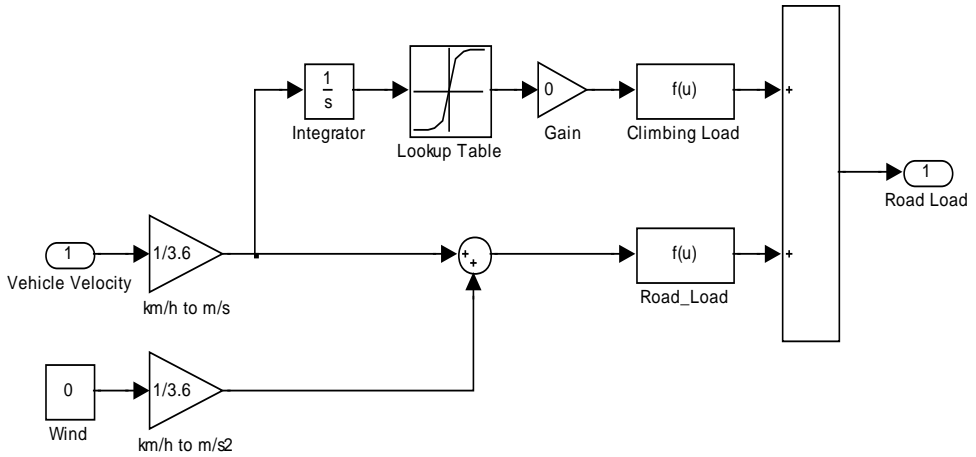
- $F_{loss} = F_{l_3} V_v^3 + F_{l_2} V_v^2 + F_{l_1} V_v + F_{l_0}$ là lực cản do tổn thất cơ giới trong hệ thống truyền động, [N].
- $F_{slope} = m_{xe} \cdot g \cdot \sin(Grade)$ là lực cản leo dốc, [N].



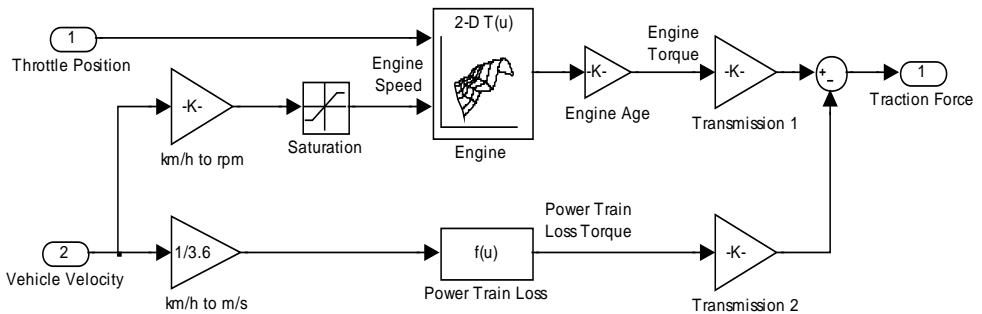
Hình 2.12 Đặc tính moment theo tốc độ và độ mở bướm ga của động cơ



Hình 2.13 Mô hình động lực học ô tô trên đường



Hình 2.14 Mô hình lực cản trên đường
(lực cản lăn, lực cản khí động, và lực cản leo dốc)



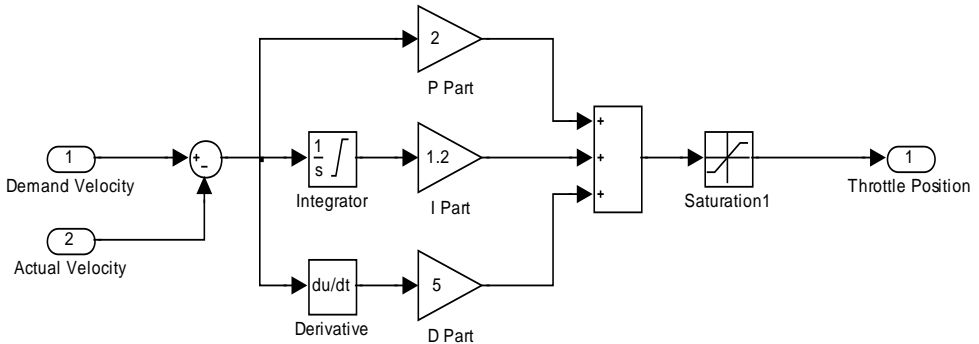
Hình 2.15 Mô hình hệ thống truyền lực của ô tô

3. Hai bộ điều khiển hệ thống ga tự động trên ô tô

Vận tốc ban đầu của ô tô là 40km/h, ô tô sẽ được điều khiển đạt vận tốc ổn định 60km/h sau 20s bằng bộ điều khiển PID và bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp (DAF – Direct Adaptive Fuzzy).

Cả 2 bộ điều khiển được xây dựng với giả thiết đã có bộ điều khiển độ mở cánh bướm ga lí tưởng, điều khiển chính xác độ mở cánh bướm ga với thời gian quá độ rất bé.

A. Bộ điều khiển PID: $K_P = 2$; $K_I = 1.2$; $K_D = 5$



Hình 2.16 Bộ điều khiển PID

B. Bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp

Bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp có những đặc điểm sau:

1. Ngõ vào: 2 ngõ vào

a. Actual Velocity

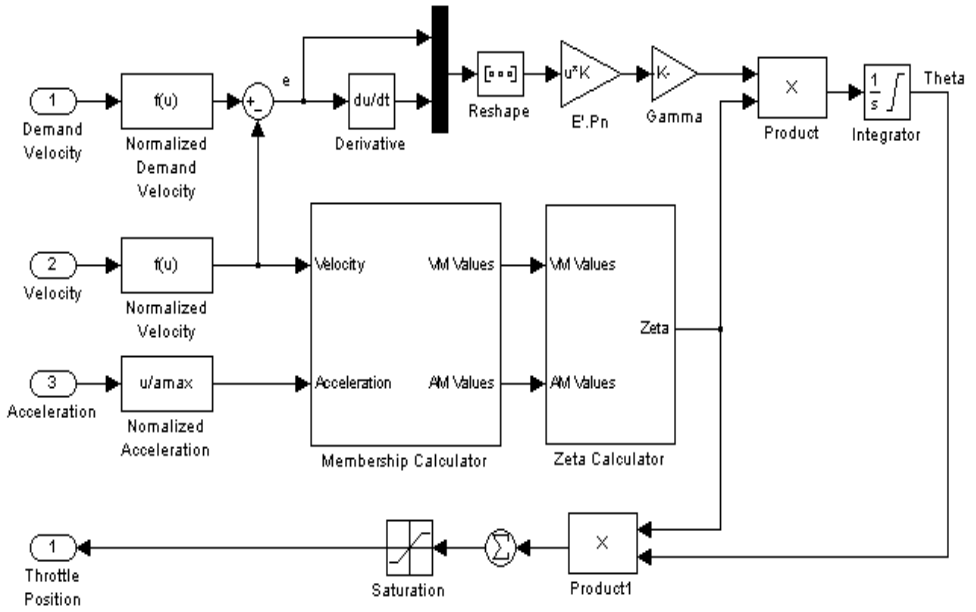
- Tầm giá trị: 0...120km/h
- 5 tập mờ như hình 2.18

b. Acceleration

- Tầm giá trị: -4...4m/s².
- 5 tập mờ như hình 2.19

2. Ngõ ra: 1 ngõ ra

- Tên biến ngôn ngữ: Trottle Position
- Tầm giá trị: 0...100%
- 25 tập mờ dạng singleton, là các thông số được điều chỉnh của hệ thích nghi.



Hình 2.17 Bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp (DAF)

3. Bảng luật hợp thành với giá trị ban đầu của các thông số

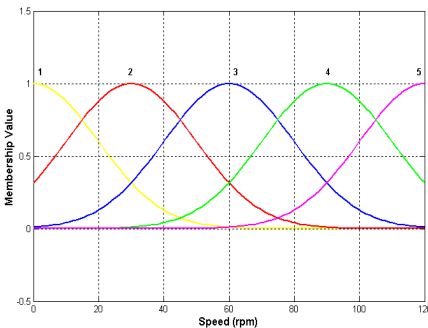
		<i>Biến ngôn ngữ ACCELERATION</i>				
		$\mu_2^1(x_2)$	$\mu_2^2(x_2)$	$\mu_2^3(x_2)$	$\mu_2^4(x_2)$	$\mu_2^5(x_2)$
<i>Biến ngôn ngữ ACTUAL VELOCITY</i>	$\mu_1^1(x_1)$	1	1	1	1	1
	$\mu_1^2(x_1)$	15	15	15	15	15
	$\mu_1^3(x_1)$	30	30	30	30	30
	$\mu_1^4(x_1)$	48	48	48	48	48
	$\mu_1^5(x_1)$	100	100	100	100	100

Bảng 2.1 Bảng luật hợp thành của bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp

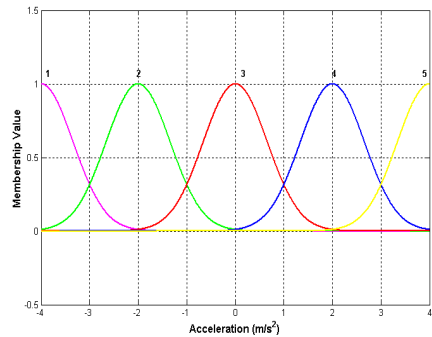
4. Chọn ma trận $\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -0.1 \end{bmatrix}$

5. Chọn ma trận $Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$

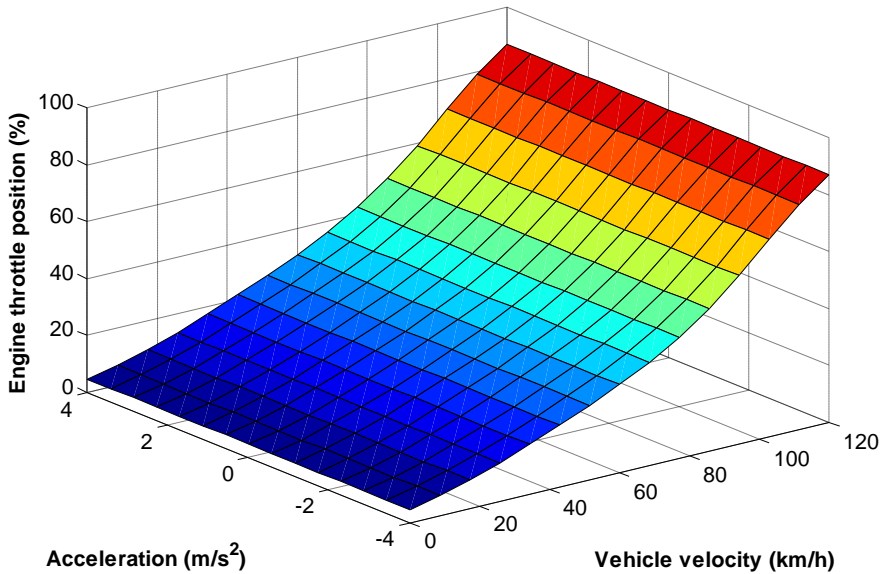
6. Chọn hệ số $\gamma = 1$.



Hình 2.18 5 tập mờ $\mu_1^i(x)$, $i = 1..5$, của ngõ vào Actual Velocity



Hình 2.19 5 tập mờ $\mu_2^i(x)$, $i = 1..5$, của ngõ vào Acceleration



Hình 2.20 Đặc tính làm việc của bộ điều khiển mờ thích nghi trực tiếp khi mới được khởi tạo

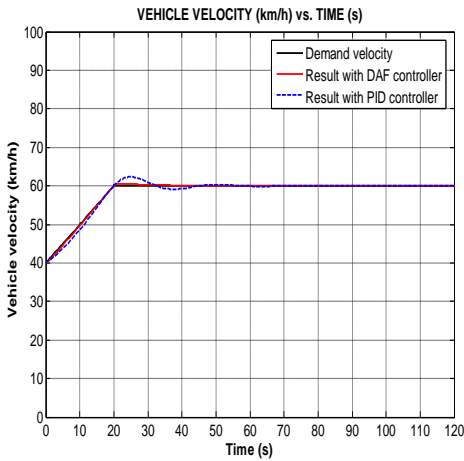
4. So sánh kết quả điều khiển

1. Trường hợp 1: Age = 100%, $G_t = 100\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 0 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° (xem hình 2.21).
2. Trường hợp 2: Age = 100%, $G_t = 500\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 0 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° (xem hình 2.22).
3. Trường hợp 3: Age = 100%, $G_t = 100\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .
4. Trường hợp 4: Age = 100%, $G_t = 500\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .
5. Trường hợp 5: Age = 85%, $G_t = 100\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 0 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .
6. Trường hợp 6: Age = 85%, $G_t = 500\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 0 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .
7. Trường hợp 7: Age = 85%, $G_t = 100\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .

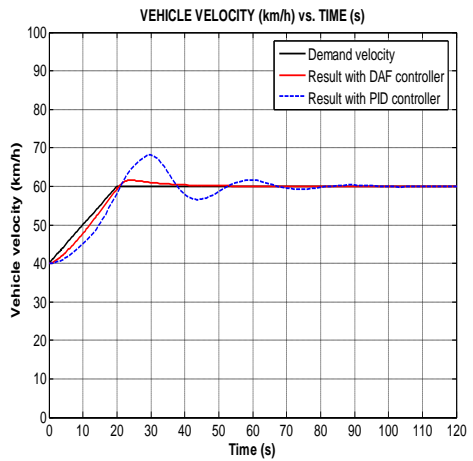
8. Trường hợp 8: Age = 85%, $G_t = 500\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô đi trên đường bằng Grade = 0° .

9. Trường hợp 9: Age = 100%, $G_t = 300\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô lên và xuống dốc Grade = 5° .

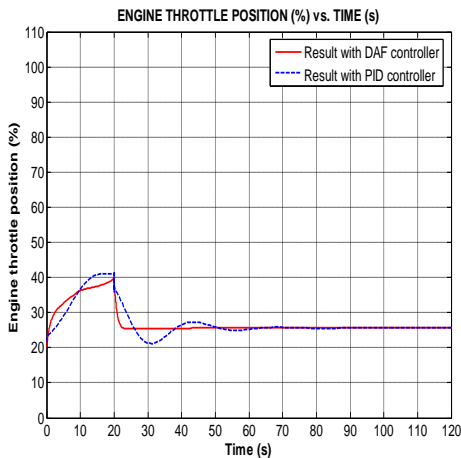
10. Trường hợp 10: Age = 85%, $G_t = 300\text{kg}$, $v_{\text{wind}} = 30 \text{ km/h}$, ô tô lên và xuống dốc Grade = 5° .



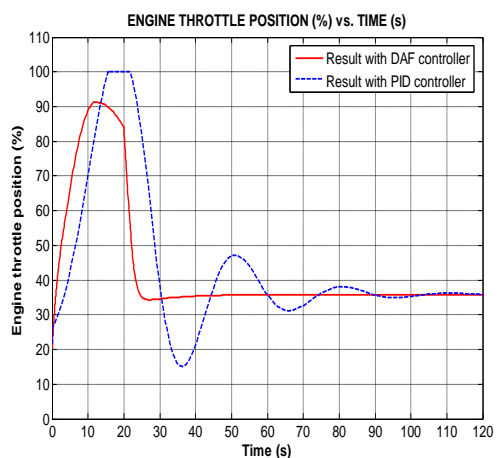
Hình 2.21.a



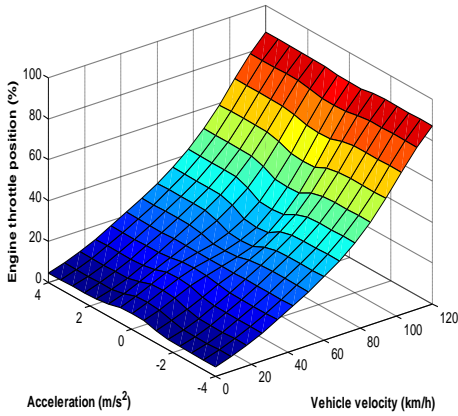
Hình 2.22.a



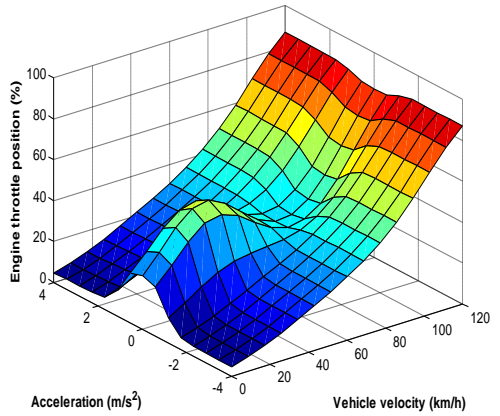
Hình 2.21.b



Hình 2.22.b

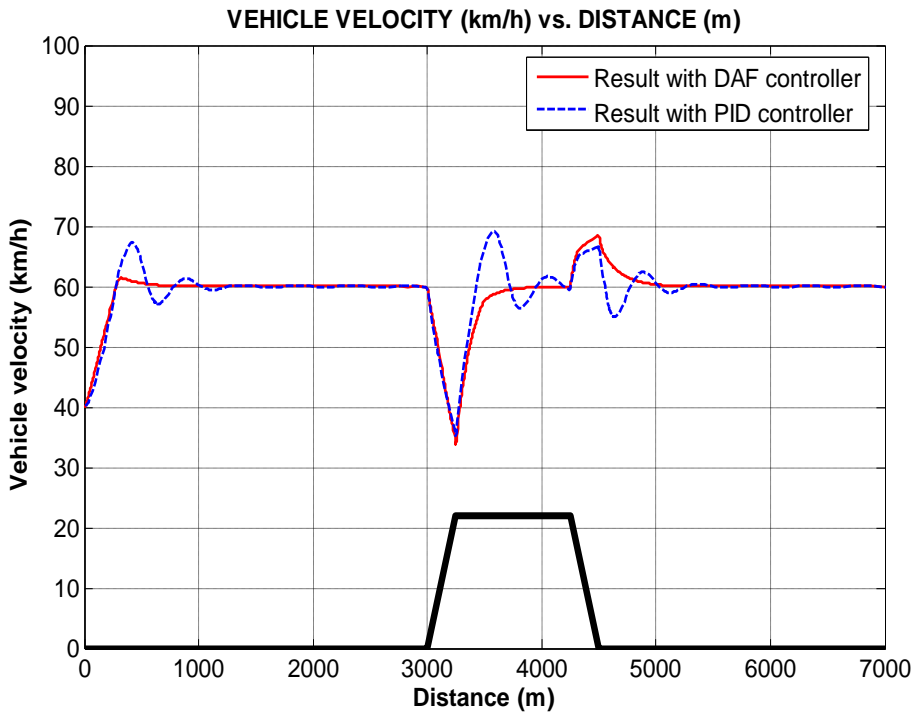


Hình 2.21.c

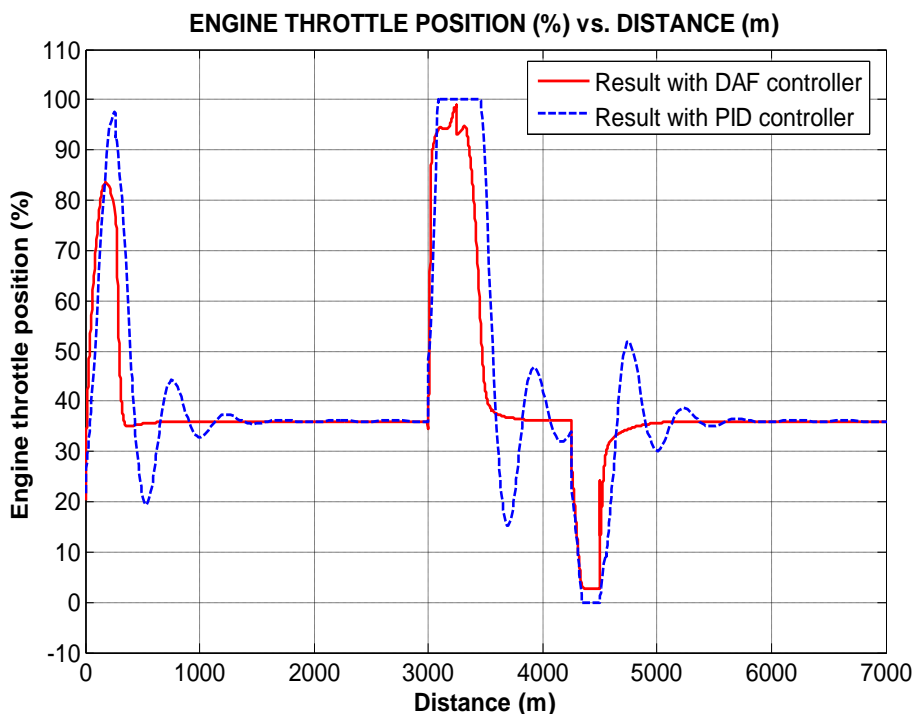


Hình 2.22.c

Trường hợp 1 (hình 2.21) và 2 (hình 2.22), vận tốc ô tô (a), độ mở bướm ga (b) và đặc tính làm việc của bộ điều khiển sau khi xác lập



Hình 2.23.a



Hình 2.23.b

Hình 2.23 Vận tốc (a) và độ mở bướm ga (b) khi ô tô lên và xuống dốc 5° ở trường hợp 9

Nhận xét:

- Bộ điều khiển DAF với cấu trúc và những thông số được chọn thích hợp đã cho kết quả điều khiển tốt trong các trường hợp được khảo sát. Vận tốc ô tô được điều khiển với sai số xác lập bằng 0, ít vọt lố, không bị dao động, hệ thống không bị mất ổn định trong quá trình điều khiển.
- Với cùng một bộ giá trị ban đầu của các thông số, dù có sự thay đổi về tải trọng tác dụng xe, hao mòn trong hệ thống truyền động hay động cơ, ảnh hưởng của gió, sự thay đổi về độ dốc của mặt đường, bộ điều khiển DAF vẫn tự chỉnh định được các thông số và đảm bảo chất lượng điều khiển tốt.
- Do luật chỉnh định thông số được xây dựng trên tiêu chuẩn ổn định Lyapunov và vận tốc ô tô được điều chỉnh bám theo hàm dốc, mục tiêu đặt

ra trong các trường hợp khảo sát này chỉ là luôn duy trì vận tốc ô tô không đổi ở giá trị 60 km/h; và đảm bảo hệ thống làm việc không bị mất ổn định hay bị trải qua những giai đoạn mất ổn định. Những mục tiêu khác như động cơ tiêu hao ít nhiên liệu nhất, hay gia tốc ô tô phải nằm trong giới hạn cho phép để đem lại cảm giác thoải mái, êm dịu cho người đi xe không thực hiện được.

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP

1. Thế nào là điều khiển thích nghi ?
2. Tại sao phải điều khiển thích nghi ?
3. Luật MIT ?
4. Hệ thích nghi mô hình tham chiếu MRAS ?
 - Sơ đồ nguyên lý.
 - Nội dung phương pháp gradient.
 - Thiết kế MRAS dùng lý thuyết ổn định Lyapunov.
5. Bộ tự chỉnh định STR gián tiếp.
6. Bộ tự chỉnh định STR trực tiếp.
7. Điều khiển dự báo thích nghi.
8. So sánh giữa MRAS và STR.
9. Chỉnh định tự động.
10. Lịch trình độ lợi.
11. Ứng dụng Matlab mô phỏng ví dụ 2.2 (ví dụ 4.2 TLTK[1]).
12. Dùng Matlab mô phỏng ví dụ 2.8 (ví dụ 4.8 TLTK[1]).
13. Ứng dụng Matlab mô phỏng ví dụ 2.9 (ví dụ 5.1 TLTK[1]).
14. Ứng dụng Matlab mô phỏng ví dụ 2.10 (ví dụ 5.2 TLTK[1]).
15. Dùng Matlab mô phỏng ví dụ 2.11 (ví dụ 5.3 TLTK[1]).

TRẦN XUÂN TÙY

HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG THỦY LỰC

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC KỸ THUẬT

TS. TRẦN XUÂN TÙY

**HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN
TỰ ĐỘNG THỦY LỰC**

**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC KỸ THUẬT
Hà Nội - 2002**

LỜI GIỚI THIỆU

Truyền động thủy lực trong máy công cụ, thiết bị... thuộc lĩnh vực kỹ thuật tiên tiến trong cơ khí hóa và tự động hóa quá trình sản xuất công nghiệp. Với cuộc cách mạng khoa học và công nghệ hiện thời thì truyền động thủy lực phát triển mới và công nghệ cao hơn. Đó là điều khiển tự động hệ thủy lực cho các máy công cụ, trung tâm gia công CNC, dây chuyền tự động linh hoạt robot hóa...

Việc đào tạo đội ngũ kỹ thuật và chuyên gia lĩnh vực này ở Việt Nam trong thời kỳ công nghiệp hóa và hiện đại hóa là rất quan trọng và cấp thiết.

Những năm trước đây, việc đào tạo ngành cơ khí trong các trường đại học kỹ thuật - công nghệ, có giảng dạy, thí nghiệm, thiết kế tốt nghiệp, viết giáo trình, sách tham khảo về truyền động thủy lực trong máy công cụ và thiết bị nhưng còn ít hoặc chưa đề cập đến phân hiện đại đáp ứng cho quá trình công nghiệp hóa, tự động hóa ở trình độ cao. Đó là điều khiển tự động hệ thống thủy lực.

Để viết quyển sách này, tác giả đã dành nhiều thời gian khảo cứu lý thuyết, xây dựng thí nghiệm, nghiên cứu khoa học và ứng dụng thực tiễn, cũng như tham quan, thực tập và tiến hành thí nghiệm ở nước ngoài về lĩnh vực điều khiển tự động thủy lực.

Chương 1 tổng hợp cơ bản và có tính hệ thống, phân tích, tính toán các thông số chính trong mạch truyền động thủy lực. Chương 2 trình bày các đặc trưng chủ yếu như độ đàn hồi của dầu, độ cứng thủy lực, tần số dao động riêng ... nhằm phục vụ cho nghiên cứu động lực học của truyền động thủy lực ở chương 3, kết quả này giúp cho việc nghiên cứu điều khiển hệ thủy lực làm việc ổn định, tin cậy, chính xác. Nội dung ở chương 2 khá súc tích và mới. Từ chương 4 đến 7 trình bày các nội dung chính với phương pháp tính toán thiết kế mới và hiện đại. Tác giả viết trên cơ sở ứng dụng điều khiển học kỹ thuật để phân tích sai số, xác định hàm truyền của một số mạch điều khiển, điều khiển vị trí, vận tốc, tải trọng với các phân tử điều khiển cơ bản trong hệ điều khiển tự động thủy lực như van điều khiển, bộ khuếch đại, các loại cảm biến Từ đó tính toán và thiết kế các mạch điều khiển tự động thủy lực với nhiều ví dụ cụ thể có chọn lọc.

Phần tin học ứng dụng để phục vụ cho nghiên cứu, thiết kế, thí nghiệm điển hình về điều khiển tự động hệ thủy lực, cũng như điều khiển tự động thủy-khí, tác giả đã thực hiện và thu được kết quả đáng kể, còn được tiếp tục ở tài liệu sau.

Trên cơ sở 28 tài liệu tham khảo được công bố những năm gần đây tác giả đã viết quyển sách này, cùng với quyển " Điều khiển tự động trong lĩnh vực cơ khí" (Nhà xuất bản Giáo dục- 1998) tạo ra sự kết hợp hoàn chỉnh hướng chuyên môn hẹp và hiện đại của ngành cơ khí, giúp cho công việc giảng dạy, đào tạo, nghiên cứu và chuyển giao công nghệ thuộc lĩnh vực truyền động và điều khiển tự động hệ thủy lực có hiệu quả cao.

*PGS.TS. Phạm Đắp
Khoa cơ khí
Trường Đại học Bách khoa Hà Nội*

LỜI NÓI ĐẦU

"Điều khiển tự động hệ thủy lực" là giáo trình phục vụ cho các đối tượng học tập, nghiên cứu về điều khiển tự động của các ngành cơ khí và tự động hoá ở các trường đại học kỹ thuật, các trường cao đẳng kỹ thuật và các cơ sở sản xuất, nghiên cứu. Đây là tập tiếp theo của giáo trình "Điều khiển tự động trong các lĩnh vực cơ khí" do Nhà xuất bản Giáo dục phát hành năm 1998.

Kỹ thuật truyền động và điều khiển hệ thủy lực đã phát triển mạnh ở các nước công nghiệp. Kỹ thuật này được ứng dụng để truyền động cho những cơ cấu có công suất lớn, thực hiện điều khiển logic cho các thiết bị hoặc dây chuyền thiết bị tự động, đặc biệt nhờ khả năng truyền động được vô cấp mà nó được ứng dụng để điều khiển vô cấp tốc độ, tải trọng và vị trí của cơ cấu chấp hành. Hiện nay, hệ thủy lực được sử dụng để điều khiển các thiết bị như máy ép điều khiển số, robot công nghiệp, máy CNC hoặc trong các dây chuyền sản xuất tự động.

Giáo trình này chủ yếu trình bày phương pháp tính toán thiết kế cho hệ điều khiển vô cấp mà các tài liệu khác chưa bàn đến hoặc mới đề cập ở mức sơ lược. Nội dung của giáo trình bao gồm các vấn đề sau : Phương pháp phân tích và tính toán các thông số của mạch điều khiển thủy lực; tính toán độ đàn hồi của dầu, độ cứng thủy lực và tần số dao động riêng của hệ thủy lực; bài toán nghiên cứu động lực học của hệ thủy lực; giới thiệu các phần tử điều khiển cơ bản của hệ thủy lực; kỹ thuật điều khiển vị trí, tốc độ và tải trọng, ngoài ra tài liệu còn giới thiệu lý thuyết tính toán thiết kế các mạch điều khiển tự động hệ thủy lực và các ví dụ minh họa.

Đây là giáo trình chuyên ngành mang tính nghiên cứu ứng dụng, những vấn đề lý thuyết và những ví dụ trình bày sẽ giúp cho người đọc có thể tiếp cận nhanh với những bài toán thực tế, nhất là trong giai đoạn hiện nay, kỹ thuật điều khiển tự động đang có khuynh hướng phát triển mạnh, các thiết bị và các dây chuyền sản xuất tự động ứng dụng kỹ thuật điều khiển thủy lực đang thâm nhập vào Việt Nam ngày càng nhiều nên việc nghiên cứu ứng dụng kỹ thuật này để thiết kế, bảo dưỡng và khai thác có hiệu quả là việc làm thiết thực.

Chúng tôi mong rằng giáo trình này sẽ giúp ích cho mọi đối tượng học tập, nghiên cứu làm việc trong lĩnh vực điều khiển hệ thủy lực và mong nhận được các ý kiến đóng góp để lần tái bản tới, giáo trình sẽ hoàn thiện hơn.

TÁC GIẢ

Chương 1

PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH VÀ TÍNH TOÁN CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN TRONG MẠCH ĐIỀU KHIỂN THỦY LỰC

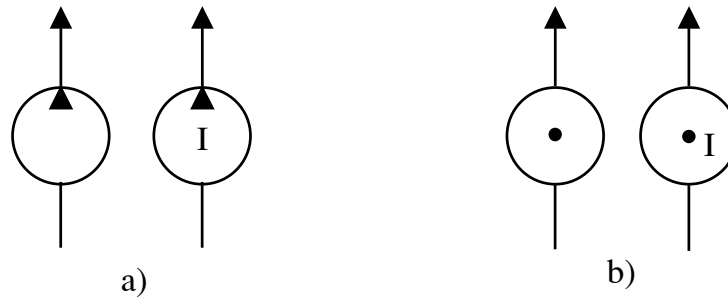
1.1. QUAN HỆ GIỮA ÁP SUẤT VÀ LƯU LƯỢNG

1.1.1. Nguồn thủy lực

Hiện nay người ta chia nguồn thủy lực thành hai dạng sau :

- Nguồn lưu lượng không đổi.
- Nguồn áp suất không đổi.

Theo ISO R1219, các nguồn thủy lực được ký hiệu như trên hình 1.1.



Hình 1.1. Ký hiệu về nguồn thủy lực

a- Nguồn lưu lượng không đổi; b- Nguồn áp suất không đổi.

Ký hiệu trên thực chất là ký hiệu của bơm dầu, khi trong đó có thêm chữ I, có nghĩa đó là nguồn cung cấp lý tưởng (không có tổn thất lưu lượng và tổn thất áp suất trong bơm).

Công suất trong mạch thủy lực được xác định theo :

$$N = \frac{dE}{dt} \text{ với } E = \int P.dV \quad (1.1)$$

hay :

$$N = P \cdot \frac{dV}{dt} = P \cdot Q \quad (1.2)$$

trong đó :

- E - đặc trưng cho công;
- V - thể tích chất lỏng truyền được;
- N - công suất truyền;
- P - áp suất chất lỏng.

Tùy thuộc vào thứ nguyên của áp suất P và lưu lượng Q mà công thức (1.2) có thêm các hệ số.

Mô hình tính toán của nguồn lưu lượng lý tưởng là : $N_{ra} = N_{vào}$

nghĩa là : $P.Q = M_x . \Omega$ (1.3)

trong đó : M_x - mômen xoắn trên trục vào của bơm;

Ω - vận tốc góc của trục bơm.

Nếu gọi V là thể tích chất lỏng bơm được, D là dung tích làm việc của bơm trong một radian và θ là góc quay của bơm, ta có quan hệ :

$$V = D . \theta \quad (1.4)$$

Lấy đạo hàm (1.4) : $\frac{dV}{dt} = D . \frac{d\theta}{dt}$

mà : $\frac{dV}{dt} = Q$ và $\frac{d\theta}{dt} = \Omega$ nên $Q = D . \Omega$ (1.5)

Thay (1.5) vào (1.3) : $P.Q = P.D.\Omega = M_x . \Omega$

hay : $M_x = P.D$ (1.6)

Nếu dung tích đo trong một vòng quay của bơm là D_{vg} thì :

$$D = \frac{D_{vg}}{2.\pi} \quad ; \quad M_x = \frac{P.D}{2.\pi} \quad (1.7)$$

và : $Q = D_{vg} . \frac{n}{60}$ (1.8)

Trường hợp với nguồn áp suất không đổi thì lưu lượng ra có thể thay đổi theo một hàm nào đó nhưng áp suất ra luôn không đổi.

Các công thức trên cũng sử dụng để tính toán cho động cơ dầu.

1.1.2. Mạch thủy lực có các tiết diện chảy ghép nối tiếp và ghép song song

Khi chất lỏng chảy qua khe hẹp thì lưu lượng tỷ lệ với căn bậc 2 của hiệu áp trước và sau khe hẹp :

$$Q = K_0 . \sqrt{P} \quad (1.9)$$

trong đó : P - hiệu áp trước và sau khe hẹp;

K_0 - hệ số liên quan đến sức cản thủy lực được xác định bằng thực nghiệm theo công thức :

$$K_0 = \frac{Q_{\text{thực nghiệm}}}{\sqrt{P_{\text{thực nghiệm}}}} \quad (1.10)$$

Lưu lượng và áp suất xác định theo công thức (1.9) là dòng chất lỏng chảy rối. Đây là trường hợp phổ biến của dòng chất lỏng chảy trong hệ thống kín. Tuy nhiên thực tế cũng có không ít trường hợp chất lỏng thực hiện dòng chảy tầng, khi đó quan hệ giữa áp suất và lưu lượng là tuyến tính :

$$Q = K.P \quad (1.11)$$

K là hệ số liên quan đến sức cản thủy lực khi chảy tầng.

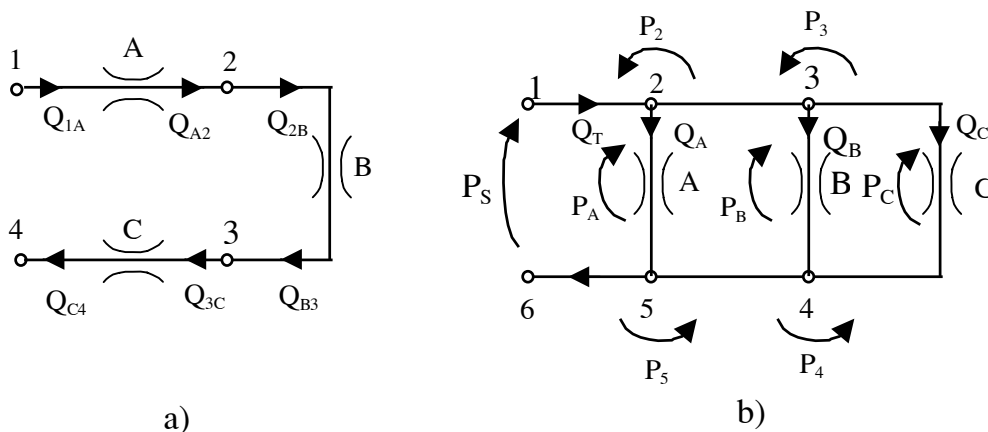
Nếu giả thiết tổn thất lưu lượng không đáng kể thì phương trình liên tục của dòng chảy thể hiện là tổng lưu lượng đi vào một nút bằng tổng lưu lượng đi ra nút đó :

$$\Sigma Q_{\text{vào}} = \Sigma Q_{\text{ra}} \quad (1.12)$$

Để nghiên cứu mạch thủy lực ta có khái niệm về loại mạch ghép nối tiếp và ghép song song như sau :

- *Mạch nối tiếp* là mạch mà trong đó không có sự phân nhánh và lưu lượng ở mọi nơi trên đường truyền dẫn đều bằng nhau.

- *Mạch song song* là mạch khi phân nhánh hiệu áp ở mọi nhánh đều bằng nhau.



Hình 1.2. Sơ đồ ghép nối tiếp và ghép song song

a - Sơ đồ ghép nối tiếp; b - Sơ đồ ghép song song.

Trên hình 1.2a, các khe hẹp A, B và C (hay gọi là tiết diện chảy) được ghép nối tiếp nhau theo trình tự 1 - A - 2 - B - 3 - C - 4. Lưu lượng chất lỏng đi trong mạch là như nhau, tức là :

$$Q_{1A} = Q_{A2} = Q_{2B} = Q_{B3} = Q_{3C} = Q_{C4} \quad (1.13)$$

Ở hình 1.2b, các khe hẹp A, B và C được ghép song song với nhau, hiệu áp được tính là :

$$P_S = P_2 + P_3 + P_C + P_4 + P_5 \quad (1.14)$$

Nếu

$$P_2 = P_3 = P_4 = P_5 \quad \text{thì} \quad P_S = P_C$$

Tương tự ta có :

$$P_S = P_C = P_B = P_A \quad (1.15)$$

Lưu lượng : $Q_T = Q_A + Q_B + Q_C$ (1.16)

Trong các loại van trượt điều khiển khí chất lỏng chảy qua khe hẹp có tiết diện chảy thay đổi thì quan hệ giữa lưu lượng và độ dịch chuyển về điều chỉnh tiết diện chảy của van xác định theo công thức sau :

$$Q = K_v \cdot f(x) \cdot \sqrt{P} \quad (1.17)$$

và : $Q_{dm} = K_v \cdot f(x_{max}) \cdot \sqrt{P_{dm}}$ (1.18)

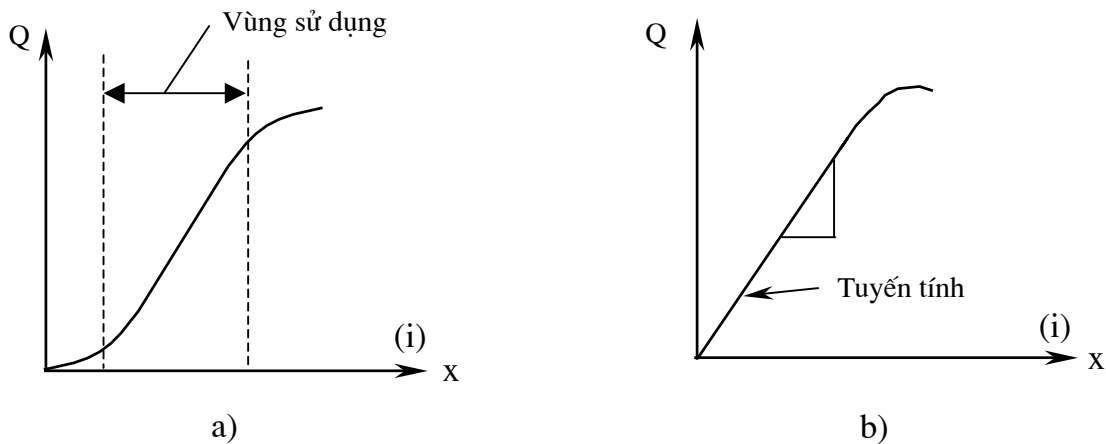
trong đó : K_v - hệ số;

Q_{dm} và P_{dm} - lưu lượng và hiệu áp định mức của van;

$f(x_{max})$ - hàm quan hệ giữa tiết diện chảy và độ dịch chuyển lớn nhất của van.

Đặc tính quan hệ giữa lưu lượng Q và độ dịch chuyển của con trượt x của van theo công thức (1.17) thể hiện ở hình 1.3a. Các nhà thiết kế, chế tạo van luôn mong muốn quan hệ Q - x là tuyến tính, ngay cả các loại van điện thủy lực quan hệ giữa lưu lượng Q và dòng điện điều khiển van i , người ta cũng mong muốn là tuyến tính như ở hình 1.3b.

$$Q = K \cdot \frac{i}{i_{max}} \sqrt{P} \quad \text{với } 0 < i < i_{max} \quad (1.19)$$



Hình 1.3. Đồ thị quan hệ giữa Q và x , Q và i của van trượt điều khiển

a - Đặc tính thực; b - Đặc tính lý thuyết hoặc đã tuyến tính hoá.

1.1.3. Các mạch thủy lực thường gặp

1. Mạch thủy lực có các tiết diện chảy ghép nối tiếp (hình 1.4)

Hiệu áp trên mạch nối tiếp hình 1.4a xác định là :

$$P_s = P_1 + P_2 + \dots + P_i + P_n \quad (1.20)$$

Tức là hiệu áp bằng tổng các hiệu áp thành phần.

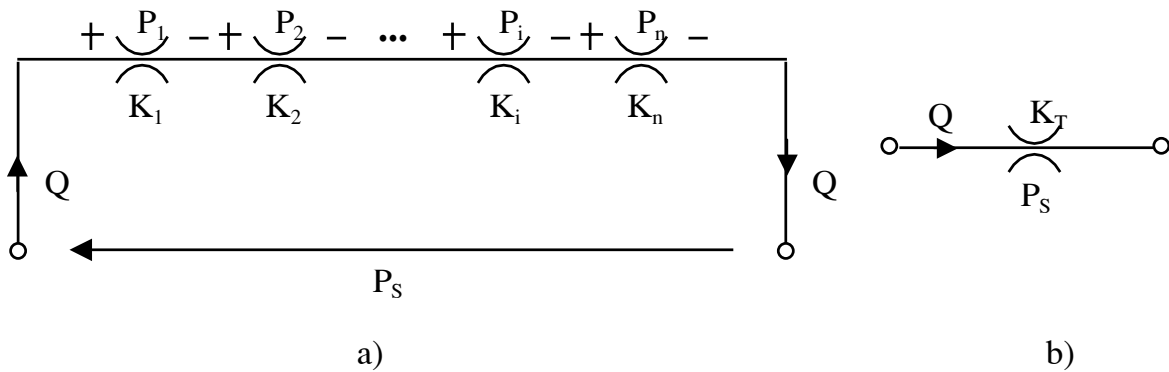
Như ta biết với dòng chảy rối thì : $Q = K_i \sqrt{P_i}$ hay $P_i = \frac{Q^2}{K_i^2}$ (1.21)

Thay (1.21) vào (1.20) ta có :

$$P_S = \frac{Q^2}{K_1^2} + \frac{Q^2}{K_2^2} + \dots + \frac{Q^2}{K_i^2} + \frac{Q^2}{K_n^2} = Q^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^2}$$
 (1.22)

hay :

$$P_S = Q^2 \cdot \frac{1}{K_T^2} \text{ với } K_T = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^2}}} \quad (1.23)$$



Hình 1.4. Sơ đồ ghép nối tiếp

a - Sơ đồ ghép nối tiếp; b - Sơ đồ tương đương.

Hoặc nếu thay (1.23) vào (1.21) thì :

$$P_i = P_S \cdot K_T^2 \cdot \frac{1}{K_i^2} = \frac{P_S}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^2}} \cdot \frac{1}{K_i^2} \quad (1.24)$$

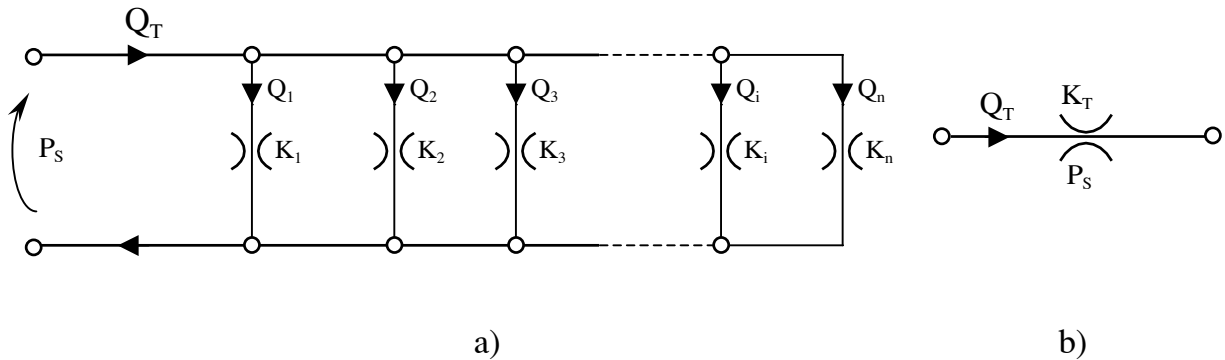
Như vậy mạch thủy lực chảy rối có các tiết diện chảy ghép nối tiếp như ở hình 1.4a sẽ tương đương với mạch thủy lực có một tiết diện chảy như ở hình 1.4b và có hệ số K_T xác định theo công thức (1.23).

2. Mạch thủy lực có các tiết diện chảy ghép song song (hình 1.5)

Khi các tiết diện chảy ghép song song thì lưu lượng tổng cộng bằng tổng các lưu lượng thành phần, nghĩa là :

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_i + Q_n \quad (1.25)$$

$$\text{hay : } Q_T = K_1 \cdot \sqrt{P_S} + K_2 \cdot \sqrt{P_S} + K_3 \cdot \sqrt{P_S} + \dots + K_i \cdot \sqrt{P_S} + K_n \cdot \sqrt{P_S} = K_T \cdot \sqrt{P_S} \quad (1.26)$$



Hình 1.5. Sơ đồ ghép song song

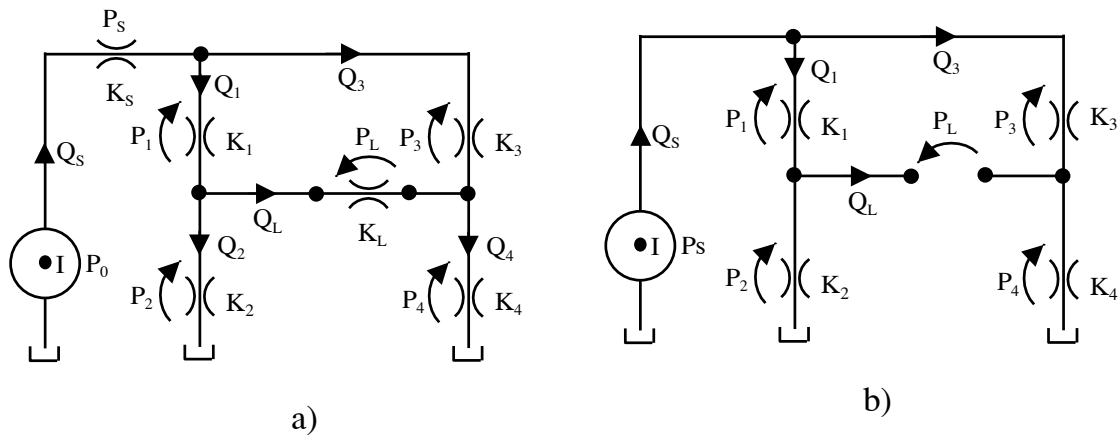
a - Sơ đồ ghép song song; b - Sơ đồ tương đương.

trong đó :

$$K_T = K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_i + K_n = \sum_{i=1}^n K_i \quad (1.27)$$

Như vậy, khi có n tiết diện chảy ghép song song có thể thay thế bằng 1 tiết diện chảy có hệ số K_T bằng tổng các giá trị K_i thành phần. Mô hình trên hình 1.5a được thay bằng một mô hình tương đương như ở hình 1.5b.

3. Mạch thủy lực có các tiết diện chảy ghép phối hợp



Hình 1.6. Sơ đồ ghép phối hợp

a- Sơ đồ có nhánh liên kết K_L ; b- Sơ đồ không có nhánh liên kết.

Mạch phối hợp trên hình 1.6a còn gọi là mạch bắc cầu, trên đó có 7 giá trị tổn thất áp suất và 6 giá trị lưu lượng. Giá trị của hệ số K_L của nhánh bắc cầu quyết định giá trị lưu

lượng đi qua Q_L . Mạch này thường thấy trong các van điện- thủy lực, con trượt của van được điều khiển bằng điện từ có sự phối hợp của ống phun dầu.

Phương trình liên tục của lưu lượng là :

$$Q_S = Q_1 + Q_3 ; Q_2 = Q_1 - Q_L ; Q_4 = Q_L + Q_3 \quad (1.28)$$

Phương trình cân bằng áp suất là :

$$P_0 = P_S + P_1 + P_2 ; P_1 = P_3 - P_L ; P_2 = P_L + P_4 \quad (1.29)$$

trong đó :

$$P_S = \frac{Q_S^2}{K_S^2} ; P_1 = \frac{Q_1^2}{K_1^2} ; P_2 = \frac{Q_2^2}{K_2^2} ; P_3 = \frac{Q_3^2}{K_3^2} ; P_4 = \frac{Q_4^2}{K_4^2} ; P_L = \frac{Q_L^2}{K_L^2} \quad (1.30)$$

Thay (1.28) và (1.30) vào (1.29) ta có :

$$P_0 = \frac{Q_1^2}{K_1^2} + \frac{(Q_1 - Q_L)^2}{K_2^2} + \frac{Q_S^2}{K_S^2} ; \quad \frac{Q_1^2}{K_1^2} = \frac{Q_3^2}{K_3^2} - \frac{Q_L^2}{K_L^2}$$

$$\frac{(Q_1 - Q_L)^2}{K_2^2} = \frac{Q_L^2}{K_L^2} + \frac{(Q_L + Q_3)^2}{K_4^2} \quad (1.31)$$

hoặc :

$$P_0 = \frac{Q_1^2}{K_1^2} + \frac{(Q_1 - Q_L)^2}{K_2^2} + \frac{Q_S^2}{K_S^2} ; \quad \frac{Q_1^2}{K_1^2} - \frac{Q_3^2}{K_3^2} + \frac{Q_L^2}{K_L^2} = 0 \quad (1.32)$$

$$-\frac{(Q_1 - Q_L)^2}{K_2^2} + \frac{Q_L^2}{K_L^2} + \frac{(Q_L + Q_3)^2}{K_4^2} = 0$$

Nếu coi sức cản thủy lực ở tiết diện K_S bằng không tức là $K_S = \infty$ và sức cản ở tiết diện K_L bằng vô cùng, tức là $K_L = 0$ thì hai nhánh ghép song song bị ngăn cách ($Q_L = 0$); Khi đó sơ đồ trên hình 1.6a sẽ đơn giản hơn và được thể hiện ở hình 1.6b, quan hệ áp suất sẽ xác định là :

$$P_2 = P_S \cdot \frac{K_1^2}{K_1^2 + K_2^2} \quad (1.33)$$

$$P_4 = P_S \cdot \frac{K_3^2}{K_3^2 + K_4^2} \quad (1.34)$$

$$P_L = P_2 - P_4 \quad (1.35)$$

Nếu thay (1.33) và (1.34) vào (1.35) thì :

$$P_L = P_S \cdot \left[\frac{K_1^2}{K_1^2 + K_2^2} - \frac{K_3^2}{K_3^2 + K_4^2} \right] \quad (1.36)$$

Khi mối liên kết có áp suất cân bằng ($P_L = 0$), ta có :

$$\frac{K_1^2}{K_1^2 + K_2^2} = \frac{K_3^2}{K_3^2 + K_4^2} \quad \text{hoặc} \quad K_1 \cdot K_4 = K_2 \cdot K_3 \quad (1.37)$$

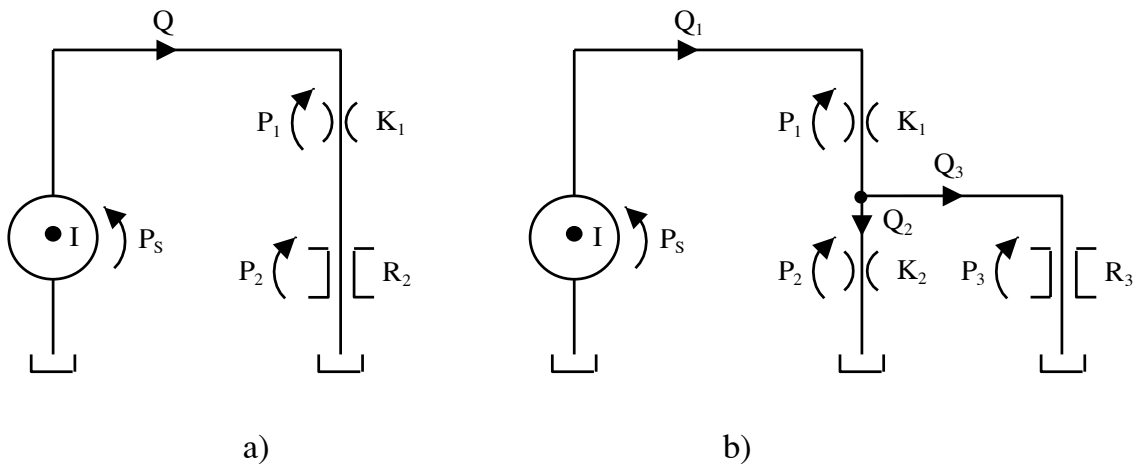
Loại mạch thủy lực có các hệ số xác định theo công thức (1.37) này hay gặp ở van trượt điều khiển.

4. Mạch thủy lực vừa chảy tầng vừa chảy rối

- Trường hợp ghép nối tiếp (hình 1.17a)

$$P_s = P_1 + P_2 \quad (1.38)$$

trong đó : $P_1 = \frac{Q^2}{K_1^2}$; $P_2 = R_2 \cdot Q$



Hình 1.7. Sơ đồ mạch thủy lực vừa chảy tầng vừa chảy rối

a- Sơ đồ ghép nối tiếp; b- Sơ đồ ghép nối tiếp kết hợp với ghép song song.

hay : $P_s = \frac{Q^2}{K_1^2} + R_2 \cdot Q$

$$Q^2 + R_2 \cdot K_1^2 \cdot Q - K_1^2 P_s = 0 \quad (1.39)$$

Phương trình (1.39) là phương trình bậc hai theo Q, nghiệm của nó là :

$$Q = -\frac{R_2 \cdot K_1^2}{2} \pm \sqrt{R_2^2 \cdot K_1^4 + 4 \cdot K_1^2 \cdot P_s} \quad (1.40)$$

- Trường hợp vừa ghép nối tiếp vừa ghép song song (hình 1.7b)

Phương trình cân bằng lưu lượng là :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (1.41)$$

Phương trình cân bằng áp suất là :

$$P_S = P_1 + P_2 \text{ và } P_2 = P_3 \quad (1.42)$$

trong đó :

$$P_1 = \frac{Q_1^2}{K_1^2} ; P_2 = \frac{Q_2^2}{K_2^2} \text{ và } P_3 = R_3 \cdot Q_3 \quad (1.43)$$

Thay (1.41) và (1.43) vào (1.42) ta có :

$$P_S = \frac{(Q_2 + Q_3)^2}{K_1^2} + \frac{Q_2^2}{K_2^2} \text{ và } \frac{Q_2^2}{K_2^2} = R_3 \cdot Q_3$$

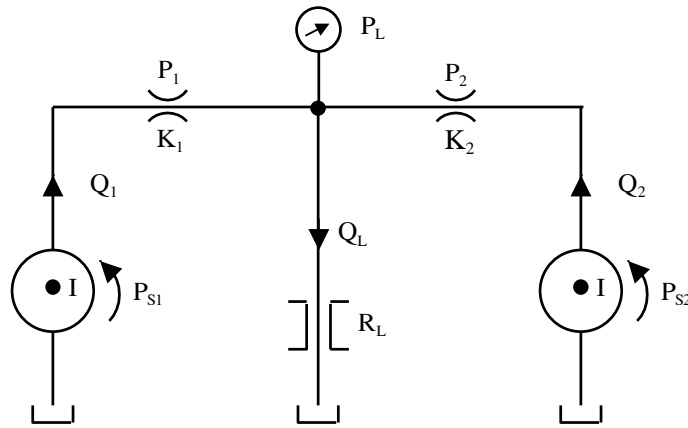
hoặc :

$$P_S = \frac{\left(Q_2 + \frac{Q_2^2}{K_2^2 \cdot R_3} \right)^2}{K_1^2} + \frac{Q_2^2}{K_2^2} \quad (1.44)$$

Khai triển (1.44) sẽ cho ta phương trình bậc 4 đối với Q_2 :

$$Q_2^4 + 2 \cdot Q_2^3 \cdot K_2^2 \cdot R_3 + Q_2^2 \left[\frac{1}{K_1^2} + \frac{1}{K_2^2} \right] \cdot K_2^4 \cdot K_1^2 \cdot R_3^2 - P_S \cdot K_2^4 \cdot K_1^2 \cdot R_3^2 = 0 \quad (1.45)$$

- Mạch thủy lực có hai nguồn áp suất (hình 1.8)



Hình 1.8. Sơ đồ mạch thủy lực có hai nguồn áp suất

Phương trình cân bằng lưu lượng :

$$Q_1 + Q_2 = \frac{P_L}{R_L} = Q_L \quad (1.46)$$

Ngoài ra ta còn có quan hệ giữa áp suất và lưu lượng của dòng chảy rối là :

$$\frac{Q_1^2}{K_1^2} = P_{S1} - P_L \quad \text{và} \quad \frac{Q_2^2}{K_2^2} = P_{S2} - P_L \quad (1.47)$$

Thay (1.47) vào (1.46) ta được :

$$K_1 \cdot \sqrt{P_{S1} - P_L} + K_2 \cdot \sqrt{P_{S2} - P_L} = \frac{P_L}{R_L} \quad (1.48)$$

Mặt khác : $P_{S1} = P_1 + P_L$ và $P_{S2} = P_2 + P_L$ (1.49)

với : $P_1 = \frac{Q_1^2}{K_1^2}$; $P_2 = \frac{Q_2^2}{K_2^2}$ và $P_L = (Q_1 + Q_2) \cdot R_L$ (1.50)

Thay (1.50) vào (1.49) ta được các phương trình sau :

$$P_{S1} = \frac{Q_1^2}{K_1^2} + (Q_1 + Q_2) \cdot R_L \quad (1.51)$$

$$P_{S2} = \frac{Q_2^2}{K_2^2} + (Q_1 + Q_2) \cdot R_L \quad (1.52)$$

Nếu khai triển các phương trình trên sẽ cho ta phương trình bậc 4 đối với Q_1 hoặc Q_2 .

1.2. PHÂN TÍCH VÀ TÍNH TOÁN VAN TRƯỢT ĐIỀU KHIỂN

1.2.1. Mô hình tính toán tải trọng của con trượt

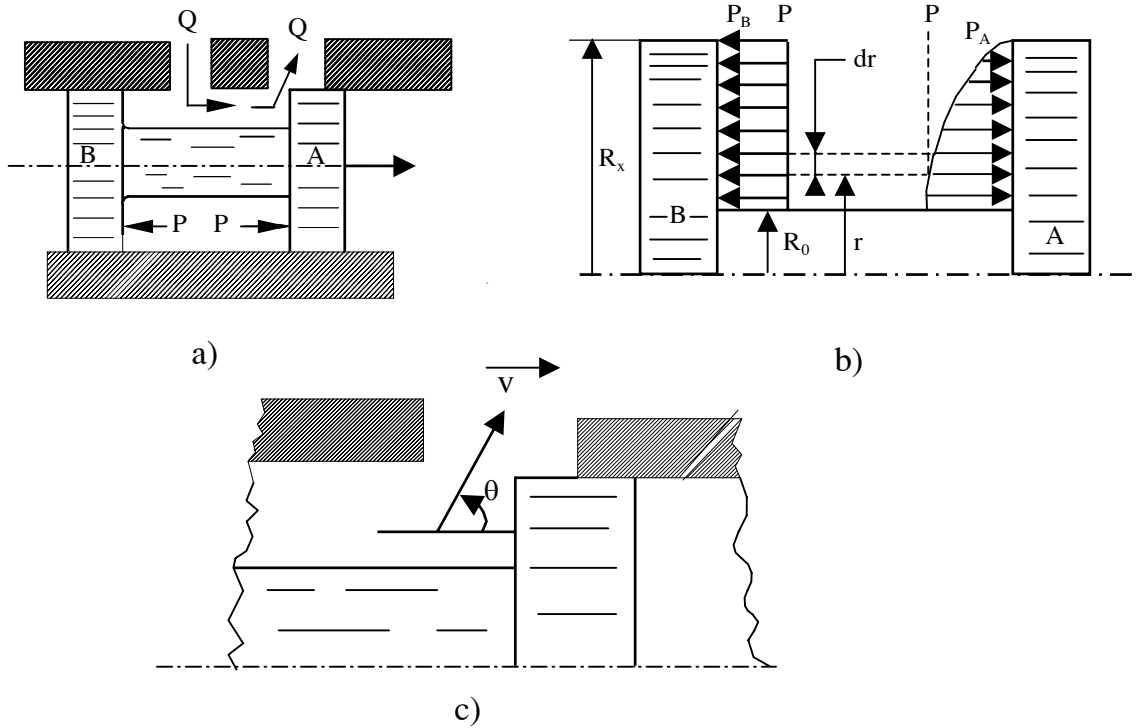
Van trượt điều khiển là một bộ phận rất quan trọng trong mạch điều khiển thủy lực, chúng có nhiều loại, mỗi loại có những đặc điểm về kết cấu và tính toán riêng. Nói chung van trượt điều khiển rất phức tạp về mặt kết cấu và tính toán. Hiện nay có nhiều công trình nghiên cứu về vấn đề này. Phần này chỉ giới thiệu những tính toán cần thiết cho nghiên cứu van trượt điều khiển.

Khi con trượt di chuyển theo hướng x, cửa ra của van mở, chất lỏng đi qua cửa ra và có vectơ vận tốc hợp với trục con trượt một góc là θ (hình 1.9a, c). Áp suất thủy tĩnh tác động lên con trượt sẽ phân bố như trên hình 1.9b. Ở cửa vào B áp suất tác động lên con trượt phân bố đều, ở cửa ra A áp suất thay đổi theo quy luật bậc hai giảm dần gần phía mép cửa ra.

Lực tác dụng lên con trượt ở phía B : $f_B = \int_{R_0}^{R_x} P_B \cdot dA$ (1.53)

Vì áp suất phân bố đều trên toàn bộ bề mặt của con trượt nên :

$$f_B = P_B \cdot F_B \quad \text{với} \quad P_B = P \quad (1.54)$$



Hình 1.9. Sơ đồ tính toán lực chiều trục của con trượt điều khiển

- a- Sơ đồ nguyên lý làm việc của con trượt;
- b- Sơ đồ thể hiện sự phân bố áp suất trên con trượt;
- c- Sơ đồ thể hiện hướng chuyển động của dầu ở mép điều khiển.

Lực tác dụng lên con trượt ở phía A :

$$f_A = \int_{R_0}^{R_x} P_A \cdot dA \quad (1.55)$$

Vì chất lỏng đi qua khe hẹp của van làm áp suất giảm xuống nên :

$$f_B > f_A \text{ tức là } f_B - f_A = f_Q > 0 \quad (1.56)$$

Do có lực chiều trục f_Q mà con trượt có xu hướng đóng van.

Trong các công thức trên các ký hiệu có ý nghĩa như sau :

F_B, F_A - diện tích hình vành khăn của con trượt có bán kính trong là R_0 , và bán kính ngoài là R_x ;

dA - vi phân của diện tích hình vành khăn có bán kính trong là r và bán kính ngoài là $r + dr$.

Lực chiều trục f_Q được xác định theo công thức sau :

$$f_Q = f_B - f_A = Q \cdot v \cdot \rho \cdot \cos\theta \quad (1.57)$$

$$Q = C_Q \cdot F_A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} \quad \text{hay} \quad \frac{Q}{C_Q \cdot F_A} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} = v \quad (1.58)$$

Thay (1.58) vào (1.57) thì : $f_Q = C_Q \cdot \sqrt{2 \cdot \rho} \cdot Q \cdot \sqrt{\Delta P} \cdot \cos\theta$

hoặc : $f_Q = K_Q \cdot Q \cdot \sqrt{\Delta P} \cdot \cos\theta \quad (1.59)$

trong đó : v - vận tốc chất lỏng ở cửa hẹp;

ρ - tỷ trọng của chất lỏng;

$K_Q = C_Q \cdot \sqrt{2 \cdot \rho}$ - hệ số;

ΔP - hiệu áp trước và sau cửa hẹp;

C_Q - hệ số phụ thuộc vào kết cấu hình học của tiết diện chảy;

θ - góc hợp bởi vectơ vận tốc ở cửa ra của dòng chất lỏng với trục con trượt.

Góc θ phụ thuộc vào kết cấu hình học của các mép ra của van.

Như vậy, do tiết diện chảy thay đổi đột ngột gây ra hiệu ứng thủy động làm cho áp suất của chất lỏng tác dụng lên bề mặt của con trượt ở phía A và B không cân bằng nhau. Khi thiết kế van cần có biện pháp để cân bằng lực chiều trục f_Q .

1.2.2. Mô hình ổn định con trượt của van bằng thủy lực kết hợp với lò xo (hình 1.10)

Hình 1.10 trình bày loại van trượt 2 cửa và 2 vị trí, trong đó có đường dẫn dầu phụ kết hợp với lò xo để cân bằng vị trí điều khiển của con trượt.

Phương trình cân bằng con trượt là :

$$P_S A_P - P_T \cdot A_M - f_Q - K_S \cdot (x + x_0) = m_S \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1.60)$$

trong đó : m_S - khối lượng của con trượt;

x - lượng dịch chuyển của con trượt;

x_0 - lượng dịch chuyển ban đầu của lò xo;

K_S - độ cứng lò xo;

f_Q - lực thủy động theo tính theo công thức (1.59);

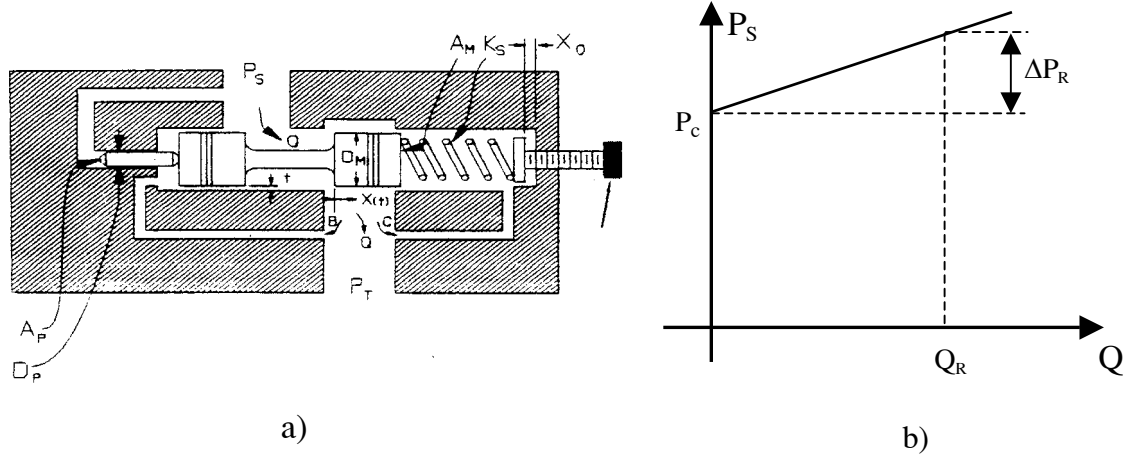
A_P và A_M - diện tích bề mặt chịu áp suất của chốt và của con trượt.

Nếu con trượt ở vị trí cân bằng thì $\frac{d^2 x}{dt^2} = 0$ và phương trình (1.60) sẽ là :

$$P_S \cdot A_P - P_T \cdot A_M - f_Q - K_S(x + x_0) = 0 \quad (1.61)$$

Thay $Q = K_0 \cdot A(x) \cdot \sqrt{P_S - P_T}$ vào (1.59) sau đó thay f_Q vào (1.61) ta được :

$$P_S \cdot A_P - P_T \cdot A_M - K_Q \cdot A(x) \cdot (P_S - P_T) \cdot \cos\theta - K_S(x + x_0) = 0 \quad (1.62)$$



Hình 1.10. Sơ đồ van trượt điều khiển có con trượt được cân bằng nhờ kết hợp giữa thủy lực và lò xo

a- Sơ đồ nguyên lý hoạt động; b- Đặc tính P - Q của van.

Giả sử áp suất ở cửa ra $P_T \approx 0$ thì :

$$P_S \cdot A_P - K_Q \cdot A(x) \cdot P_S \cos\theta - K_S(x + x_0) = 0 \quad (1.63)$$

Phương trình (1.62) hoặc (1.63) là cơ sở để thiết kế kết cấu van loại như trên.

Trong các công thức trên $A(x)$ là tiết diện chảy của dầu qua van, nó được xác định như sau :

$$A(x) = \pi D_M \cdot x \quad (1.64)$$

và :
$$A_{\max} = A(x_{\max}) = \pi D_M \cdot x_{\max} \quad (1.65)$$

Tương ứng với di chuyển lớn nhất của con trượt (x_{\max}) sẽ cho lưu lượng lớn nhất Q_R :

$$Q_R = K_0 \cdot \pi \cdot D_M \cdot x_{\max} \cdot \sqrt{P_S - P_T} \quad (1.66)$$

với :
$$P_S - P_T = P_C + \Delta P_R$$

trong đó : P_C - áp suất tương ứng với trạng thái van đóng;

ΔP_R - giá trị gia tăng của áp suất tương ứng với van mở lớn nhất.

Đặc tính $P_S - Q$ của van trượt điều khiển thể hiện ở hình 1.10b.

Trường hợp khi $x = 0$, $P_S = P_C$ và $P_T \approx 0$ thì công thức (1.63) sẽ là :

$$P_C \cdot A_P = K_S \cdot x_0 \quad (1.67)$$

Khi đó sẽ tương ứng với van đóng.

1.2.3. Mô hình tính toán van giảm áp kiểu con trượt

Mô hình tính toán van giảm áp kiểu con trượt được thể hiện trên hình 1.11. Phương trình cân bằng con trượt của van là :

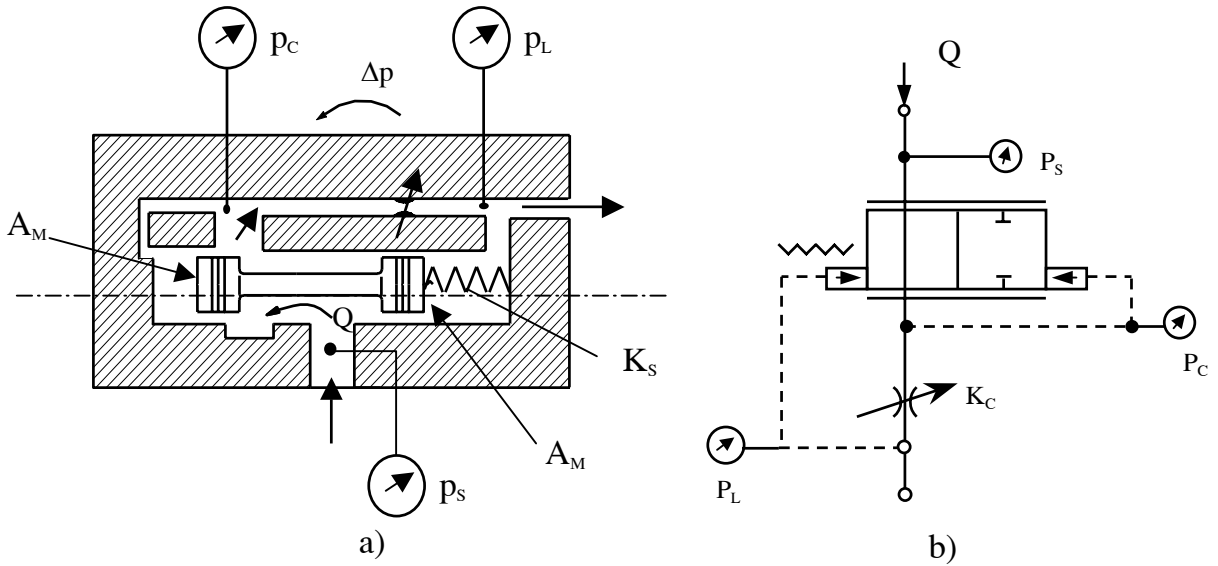
$$P_C \cdot A_M + f_Q - P_L \cdot A_M - K_S(x + x_0) = 0 \quad (1.68)$$

Phương trình cân bằng lưu lượng là :

$$Q = K_0 \cdot A(x) \cdot \sqrt{P_S - P_C} = K_C \cdot \sqrt{P_C - P_L} \quad (1.69)$$

Nếu $P_L \approx 0$ thì : $Q = K_C \cdot \sqrt{P_C}$ hay $P_C = \frac{Q^2}{K_C^2}$

Ta còn có : $f_Q = K_Q \cdot Q \cdot \sqrt{P_S - P_C} \cdot \cos\theta(x)$



Hình 1.11. Van giảm áp kiểu con trượt

a- Sơ đồ nguyên lý làm việc; b- Sơ đồ ký hiệu.

Nên công thức (1.68) viết lại là :

$$P_C \cdot A_M + K_Q \cdot Q \cdot \sqrt{P_S - P_C} \cdot \cos\theta(x) - K_S(x + x_0) = 0 \quad (1.70)$$

hoặc : $\frac{Q^2}{K_C^2} \cdot A_M + \frac{K_Q \cdot Q^2 \cdot \cos\theta(x)}{K_0 \cdot A(x)} - K_S \cdot (x + x_0) = 0$

Do đó :
$$Q = \frac{K_S \cdot (x + x_0)}{\frac{A_M}{K_C} + \frac{K_Q \cdot \cos \theta(x)}{K_0 \cdot A(x)}} \quad (1.71)$$

1.2.4. Mô hình phân tích mạch thủy lực của van trượt điều khiển

1- Giới thiệu và ký hiệu các loại van trượt điều khiển

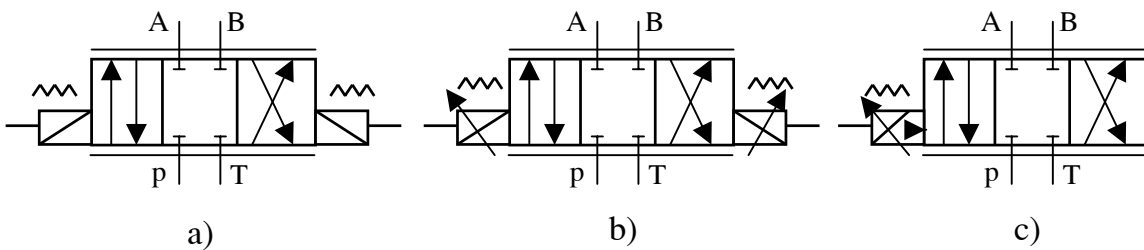
Van trượt điện thủy lực là bộ phận quan trọng trong hệ thống điều khiển tự động thủy lực vì các chỉ tiêu chất lượng của van ảnh hưởng trực tiếp đến chất lượng hệ thống điều khiển. Mỗi loại và mỗi hãng chế tạo đều có chất lượng khác nhau, hiện nay có rất nhiều hãng chế tạo nổi tiếng như hãng Mooc và Parker của Mỹ, hãng Peoto của Đức...

Van điện- thủy lực được chia thành ba loại chính sau đây :

- *Van trượt đóng mở thông thường (hay gọi là valve-solenoid)*. Loại van này chỉ làm nhiệm vụ đóng mở hoặc đảo hướng chuyển động của dầu (hình 1.12a) và thường được dùng trong các mạch điều khiển logic hoặc khoá khống chế.

- *Van tỷ lệ (proportional-valve)*. Loại này có khả năng điều chỉnh được vô cấp vị trí của con trượt nhằm cung cấp dầu cho cơ cấu chấp hành theo yêu cầu sử dụng. Để điều khiển con trượt di chuyển dọc trục người ta sử dụng hai nam châm điện bố trí đối xứng (hình 1.12b).

- *Van servo (servo-valve)*. Tương tự như van tỷ lệ, van servo có thể thay đổi vị trí con trượt một cách vô cấp với độ nhạy cao. Để điều khiển con trượt người ta sử dụng một nam châm điện kết hợp với hệ thống phun dầu có kết cấu đối xứng. Nhờ sự hoàn thiện về kết cấu mà loại van này có chất lượng điều khiển cao nhất hiện nay. Ký hiệu của van servo được giới thiệu ở hình 1.12c.



Hình 1.12. Ký hiệu các loại van trượt điều khiển theo tiêu chuẩn ISO (loại 4 cửa và 3 vị trí)

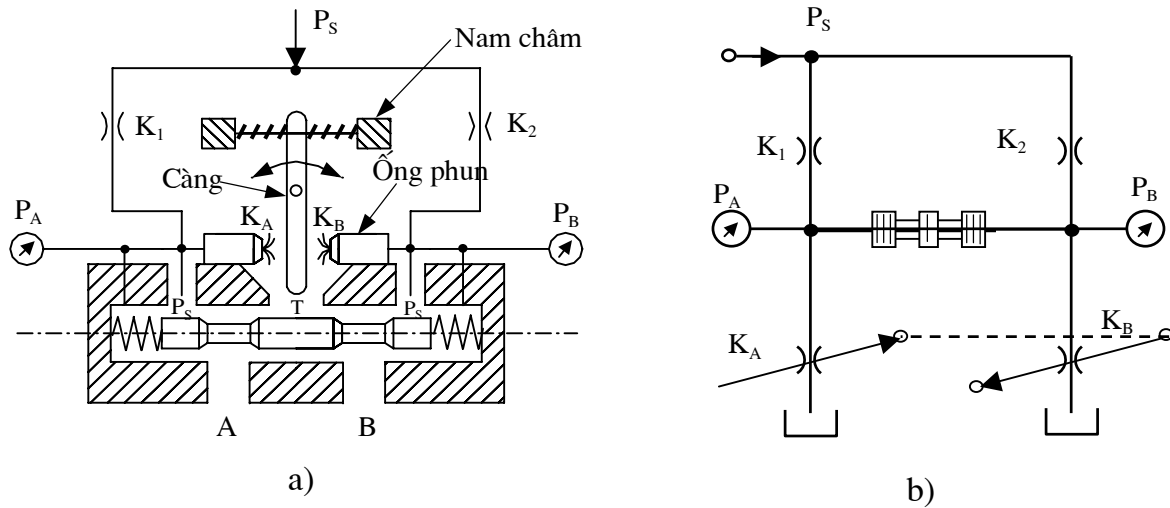
a- Ký hiệu van solenoid; b- Ký hiệu van tỷ lệ; c- Ký hiệu van servo.

P - Thể hiện áp suất cung cấp cho van; T - Thể hiện áp suất về bể dầu (đôi khi ký hiệu là R); A và B - Ký hiệu 2 đường dầu nối với xy lanh hoặc động cơ dầu.

Cấu tạo và nguyên lý làm việc của van sẽ giới thiệu kỹ ở các chương sau.

2- Mô hình phân tích mạch thủy lực của van

Ví dụ van servo có sơ đồ nguyên lý thể hiện ở hình 1.13a. Khi nam châm hoạt động thì còng sẽ quay làm cho khe hở giữa còng và ống phun thay đổi, dẫn đến hệ số K_A và K_B thay đổi, áp suất P_A và P_B cũng sẽ thay đổi theo. Sự thay đổi của P_A và P_B sẽ làm cho lực tác dụng lên con trượt mất cân bằng, dẫn đến con trượt di chuyển và điều khiển được tiết diện chảy của dầu qua van. Sơ đồ nguyên lý này được mô hình hoá thành mạch thủy lực như ở hình 1.13b. Đây là mạch phối hợp giữa nối tiếp và song song như đã phân tích ở mục 1.1. Trong đó, K_A và K_B có quan hệ liên động, khi K_A tăng thì K_B giảm và ngược lại.



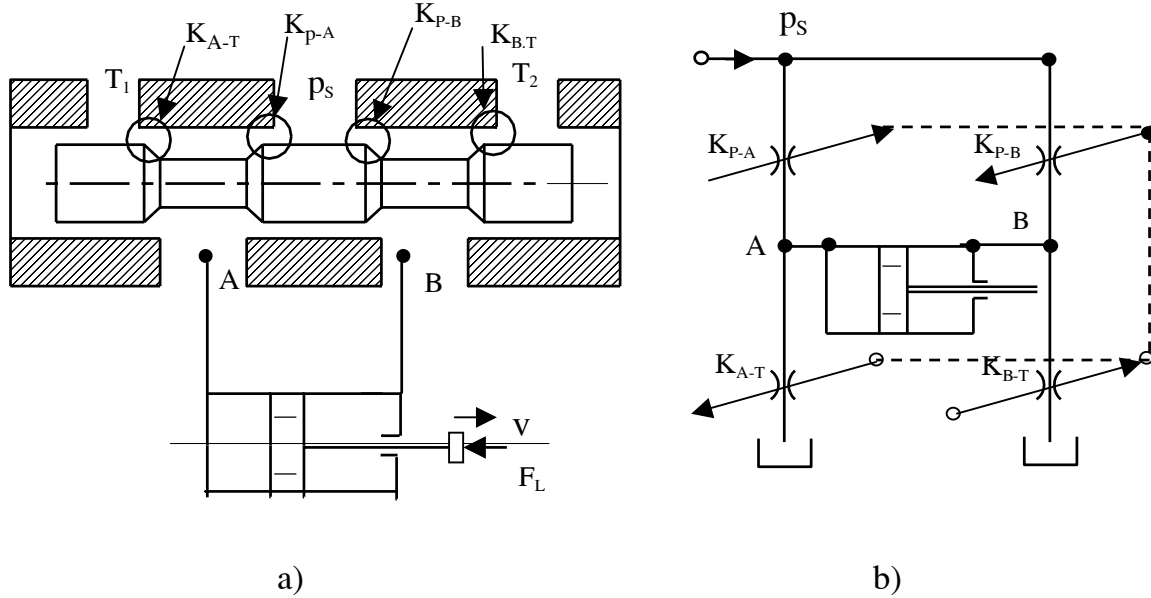
Hình 1.13. Sơ đồ nguyên lý và mô hình mạch thủy lực của van servo

a- Sơ đồ nguyên lý;

b- Mô hình mạch thủy lực.

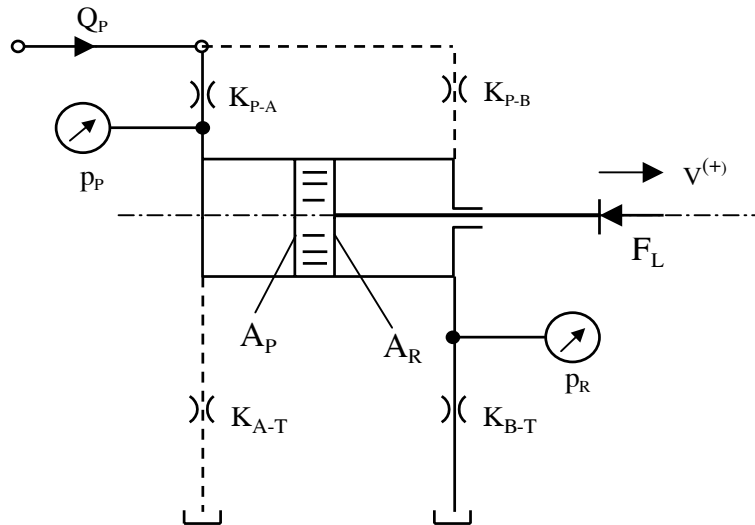
Hình 1.14 là một ví dụ khác về van trượt có 4 mép điều khiển.

Các hệ số $K_{P,A}$, $K_{P,B}$, $K_{A,T}$ và $K_{B,T}$ đều có quan hệ chặt chẽ với nhau. Khi $K_{P,A}$ tăng thì $K_{B,T}$ tăng và $K_{P,B}$, $K_{A,T}$ giảm. Sơ đồ của van này được mô hình hoá thành mạch thủy lực như trên hình 1.14b.



Hình 1.14. Sơ đồ tính toán của van trượt có bốn mép điều khiển
 a- Sơ đồ hoạt động của van; b- Mô hình mạch thủy lực của van.

Để đơn giản cho việc nghiên cứu, khi xây dựng sơ đồ có thể tách làm hai quá trình, đó là quá trình con trượt của van dịch chuyển sang trái và dịch chuyển sang phải. Với quan niệm như vậy thì hình 1.14b được vẽ lại như hình 1.15.



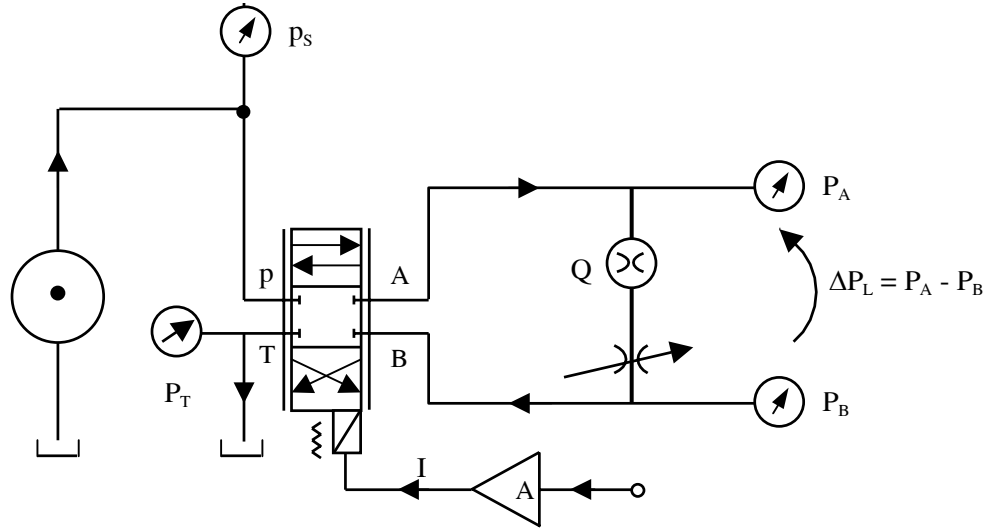
Hình 1.15. Mô hình mạch thủy lực của van trượt có 4 mép điều khiển

Trên sơ đồ hình 1.15, chỉ số p ký hiệu cho các thông số trên đường dầu vào, các chỉ số R, T ký hiệu cho các thông số trên đường dầu ra.

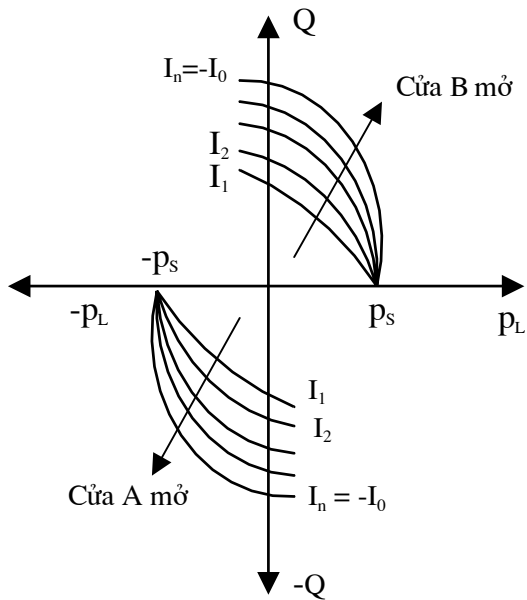
Đặt :
$$\rho_x = \frac{A_P}{A_R} \text{ và } \rho_v = \frac{K_{PA}}{K_{BT}} = \frac{K_{PB}}{K_{AT}} = \frac{K_P}{K_R} \quad (1.72)$$

Hệ số kết cấu ρ_x đặc trưng cho xylanh và ρ_v đặc trưng cho van.

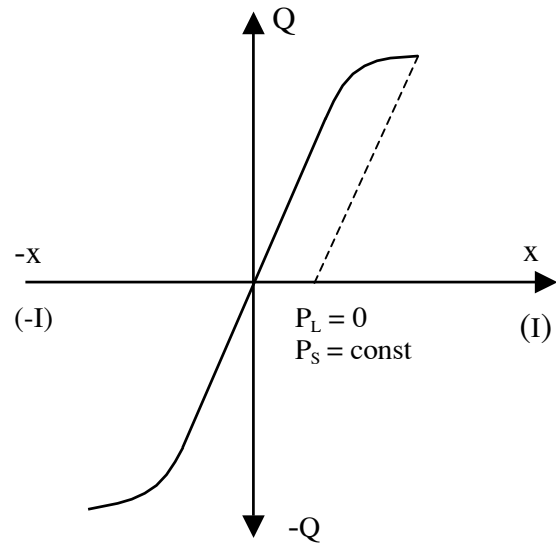
Van trượt có kết cấu hình học đối xứng như ví dụ trên sơ đồ ở hình 1.16a thì $K_p = K_R$, tức là $\rho_v = 1$.



a)



b)



c)

Hình 1.16. Sơ đồ nguyên lý và đặc tính của van trượt có kết cấu hình học đối xứng

a- Sơ đồ mạch thủy lực; b- Đặc tính Q - P; c- Đặc tính Q - I.

Nếu khảo sát quan hệ giữa lưu lượng và áp suất, lưu lượng và dòng điện điều khiển thì đặc tính của chúng có dạng như trên hình 1.16b, c.

Lưu lượng qua van được xác định là :

$$Q = K \cdot A(x) \cdot \sqrt{\Delta P} \quad (1.73)$$

hoặc :

$$Q = K \cdot A_0 \cdot \frac{A(x)}{A_0} \cdot \sqrt{\Delta P} \quad (1.74)$$

Nếu đặt : $G_v = K \cdot A_0$ và $y = \frac{A(x)}{A_0}$ thì $Q = G_v \cdot y \cdot \sqrt{\Delta P}$

trong đó A_0 là tiết diện chảy lớn nhất của van và cần thỏa mãn điều kiện :

$$-1 \leq \frac{A(x)}{A_0} \leq 1$$

Khi van mở hoàn toàn thì :

$$y = \frac{A(x)}{A_0} = 1 \text{ và } G_v = \frac{Q_0}{\sqrt{\Delta P}} \quad (1.75)$$

Như vậy, G_v biểu thị cho hệ số chảy của chất lỏng khi van mở hoàn toàn (hay gọi là hệ số lưu lượng). Cụ thể hơn công thức (1.74) sẽ là :

$$Q = G_v \cdot \frac{I}{I_0} \cdot \sqrt{P_s - \frac{I}{|I|} \cdot P_L} \quad (1.76)$$

trong đó : I - dòng điện điều khiển;

I_0 - dòng lớn nhất ứng với van mở hoàn toàn;

P_L - áp suất do tải gây ra (P_A).

Nếu bỏ qua P_L (tức tải $P_A = 0$) thì :

$$Q = G_v \cdot \frac{I}{I_0} \cdot \sqrt{P_s} \quad (1.77)$$

hay :

$$\frac{Q}{I} = \frac{K_v}{I_0} \cdot \sqrt{P_s} = K_Q \quad (1.78)$$

K_Q gọi là hệ số khuếch đại lưu lượng của van.

1.3. PHÂN TÍCH QUAN HỆ GIỮA VAN VÀ CƠ CẤU CHẤP HÀNH

1.3.1. Quan hệ giữa van và xy lanh thủy lực

Quan hệ giữa áp suất ở hai buồng xylanh thủy lực và lượng dịch chuyển của con trượt của van x (hoặc dòng điều khiển I) thể hiện ở hình 1.17.

Nếu bỏ qua ma sát, ở trạng thái làm việc ổn định thì phương trình cân bằng của pittông là :

$$P_A \cdot A_P - P_B \cdot A_R - F_L = 0 \quad (1.79)$$

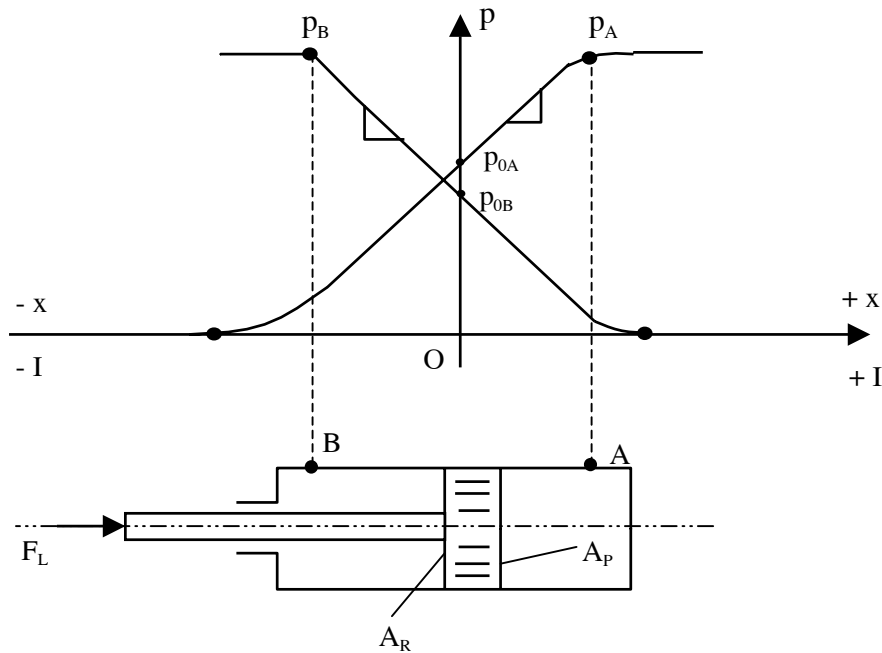
trong đó :

$$P_A = P_{OA} + G_A \cdot x ; \quad P_B = P_{OB} - G_B \cdot x \quad (1.80)$$

P_{OA} và P_{OB} - áp suất ở hai buồng của xylanh khi $x = 0$;

$G_A = \frac{P_A}{I}$ và $G_B = \frac{P_B}{I}$ - hệ số góc của đặc tính P - I hay gọi là hệ số

khuếch đại áp suất.



Hình 1.17. Quan hệ giữa áp suất P_A và P_B với I , x

Thay (1.80) vào (1.79) ta có :

$$x = \frac{F_L + P_{OB} \cdot A_R - P_{OA} \cdot A_P}{G_A \cdot A_P + G_B \cdot A_R} \quad (1.81)$$

Nếu thay đổi kết cấu sao cho $P_{OA} = P_{OB} = P_O$ thì :

$$x = \frac{F_L + P_O (A_R - A_P)}{G_A \cdot A_P + G_B \cdot A_R} \quad (1.82)$$

và :

$$P_A = \frac{G_A \cdot F_L + P_O \cdot A_R (G_A + G_B)}{G_A \cdot A_P + G_B \cdot A_R} \quad (1.83)$$

$$P_B = \frac{-G_B \cdot F_L + P_O \cdot A_P (G_A + G_B)}{G_A \cdot A_P + G_B \cdot A_R} \quad (1.84)$$

1.3.2. Quan hệ giữa van và động cơ dầu

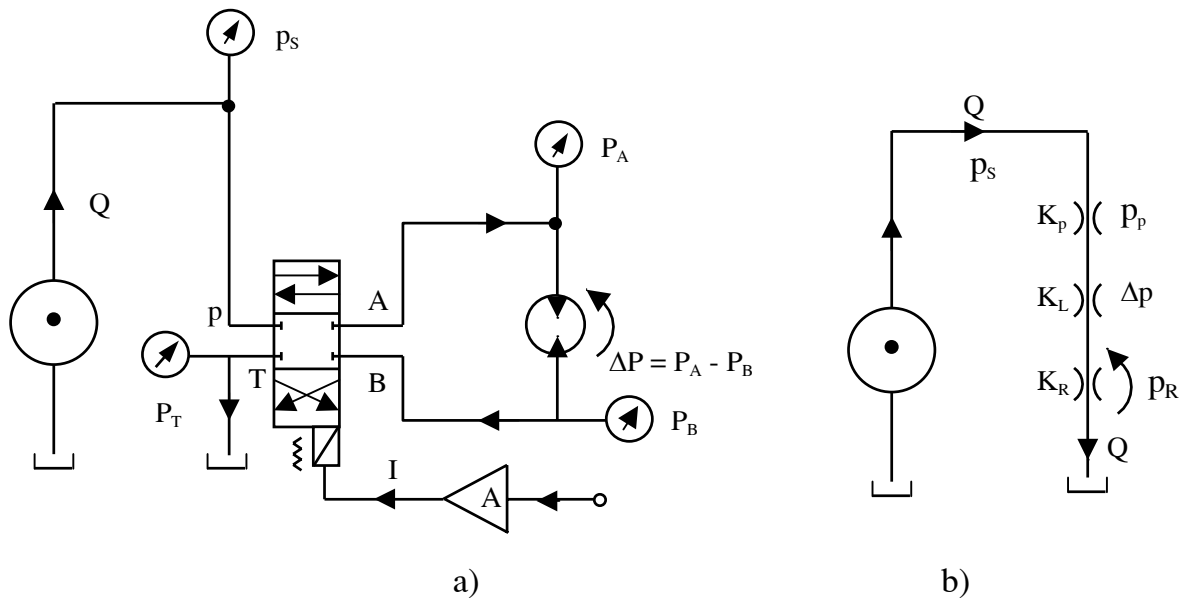
Động cơ dầu có kết cấu hoàn toàn đối xứng nên lưu lượng vào bằng lưu lượng ra (động cơ dầu hoặc xy lanh đối xứng). Sơ đồ thủy lực trên hình (1.18a) có thể mô hình hoá như ở hình 1.18b.

Phương trình cân bằng áp suất sẽ là :

$$P_S = P_P + P_R + \Delta P \quad (1.85)$$

Theo công thức (1.21) thì (1.85) viết lại như sau :

$$P_S = \frac{Q^2}{K_P^2} + \frac{Q^2}{K_R^2} + \frac{Q^2}{K_L^2} = Q^2 \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{K_R^2} + \frac{1}{K_L^2} \right] \quad (1.86)$$



Hình 1.18. Sơ đồ mạch thủy lực có kết cấu đối xứng

a- Sơ đồ nguyên lý; b- Mô hình tính toán.

hay :

$$Q = K_T \cdot \sqrt{P_S} \quad (1.87)$$

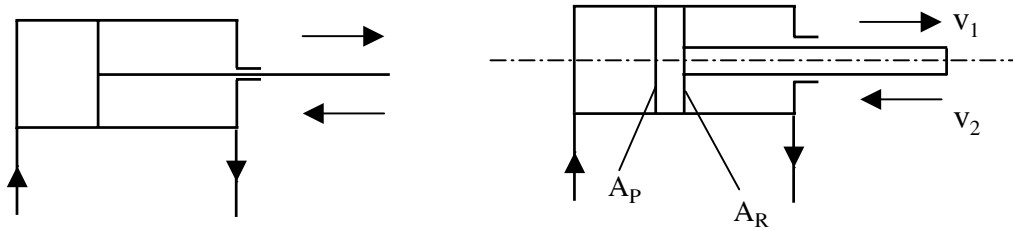
với :

$$K_T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{K_R^2} + \frac{1}{K_L^2}}} \quad (1.88)$$

1.4. PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG LƯU LƯỢNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG LỰC TRONG XYLANH THỦY LỰC

1.4.1. Các ký hiệu

Theo tiêu chuẩn quốc tế, xy lanh thủy lực được ký hiệu như ở hình 1.19.



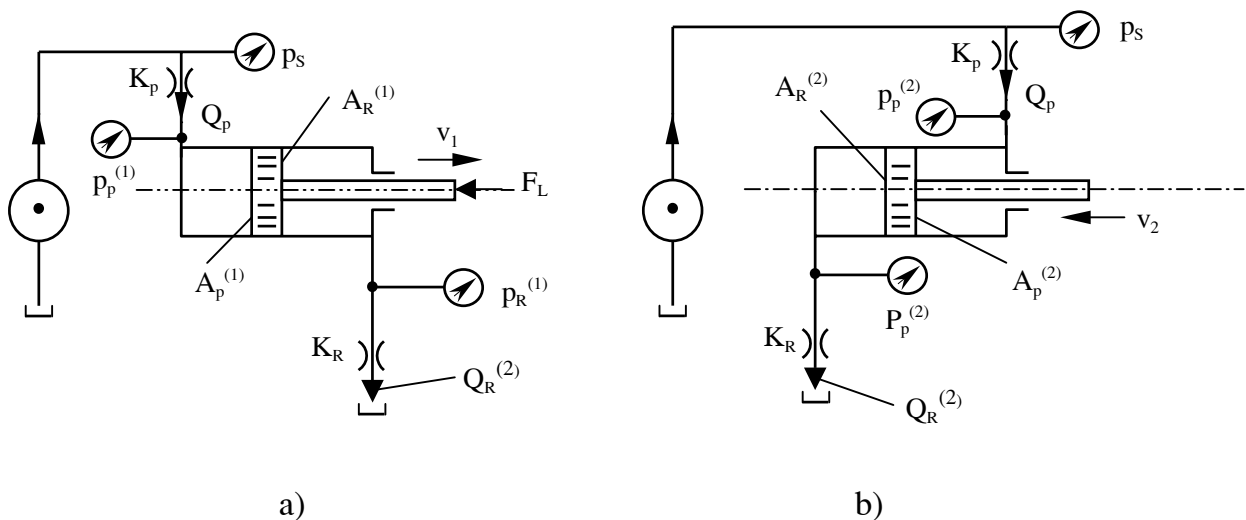
Hình 1.19. Ký hiệu của xy lanh thủy lực

Nếu gọi A_P là diện tích của pittông ở buồng dầu vào và A_R là diện tích pittông ở buồng dầu ra theo công thức (1.72) thì :

$$\rho_x = \frac{A_P}{A_R} \quad (1.89)$$

ρ_x gọi là hệ số kết cấu của xy lanh. Hệ số này liên quan đến vận tốc chuyển động của pittông, nghĩa là : $v_1 = \rho_x \cdot v_2$ nếu lưu lượng cung cấp Q là như nhau.

Mạch thủy lực ở hình 1.15 nếu tách thành hai sơ đồ, một sơ đồ là mạch thực hiện chuyển động công tác v_1 và một sơ đồ là mạch thực hiện chuyển động lùi v_2 thì ta có hình 1.20.



Hình 1.20. Sơ đồ tính toán của xy lanh thủy lực

a- Sơ đồ khi chuyển động công tác v_1 ; b- Sơ đồ khi chuyển động lùi về v_2 .

Hệ số kết cấu của xy lanh trong hai trường hợp trên là :

$$\rho_x^{(1)} = \frac{A_P^{(1)}}{A_R^{(1)}} \quad \text{và} \quad \rho_x^{(2)} = \frac{A_P^{(2)}}{A_R^{(2)}} \quad \text{hay} \quad \rho_x^{(2)} = \frac{1}{\rho_x^{(1)}} \quad (1.90)$$

1.4.2. Phương trình cân bằng lưu lượng

Do tính chất đàn hồi của dầu nên khi áp suất thay đổi thì thể tích dầu sẽ thay đổi, lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu được xác định theo công thức sau :

$$Q_C = C \cdot \frac{dP}{dt} \quad (1.91)$$

C được gọi là hệ số tích lũy đàn hồi của dầu (phần này sẽ trình bày ở chương 2).

Phương trình lưu lượng trên đường dầu vào là :

$$Q_P = Q_A + Q_C \quad (1.92)$$

trong đó : Q_P - lưu lượng cung cấp của van;

Q_A - lưu lượng làm pittông chuyển động;

Q_C - lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu trên đường dầu vào.

Phương trình lưu lượng trên đường dầu ra là :

$$Q_R = Q_B - Q_D \quad (1.93)$$

trong đó : Q_R - lưu lượng về bể dầu;

Q_B - lưu lượng pistông đẩy ra;

Q_D - lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu trên đường dầu ra.

Theo sơ đồ ở hình 1.20, ta có hai trường hợp như sau :

- Khi pittông chuyển động công tác v_1 :

$$Q_P = v_1 \cdot A_P^{(1)} + C_P^{(1)} \cdot \frac{dP_P^{(1)}}{dt} \quad (1.94)$$

và :
$$Q_R^{(1)} = v_1 \cdot A_R^{(1)} - C_R^{(1)} \cdot \frac{dP_R^{(1)}}{dt}$$

- Khi pittông chuyển động lùi về v_2 :

$$Q_P = v_2 \cdot A_P^{(2)} + C_P^{(2)} \cdot \frac{dP_P^{(2)}}{dt} \quad (1.95)$$

và :
$$Q_R^{(2)} = V_2 \cdot A_R^{(2)} - C_R^{(2)} \cdot \frac{dP_R^{(2)}}{dt}$$

Vì cùng nguồn cung cấp và van trượt có kết cấu đối xứng nên lưu lượng cung cấp của van khi chuyển động công tác v_1 và chuyển động lùi về v_2 là như nhau, nhưng lưu lượng $Q_R^{(1)} \neq Q_R^{(2)}$ và $v_1 \neq v_2$.

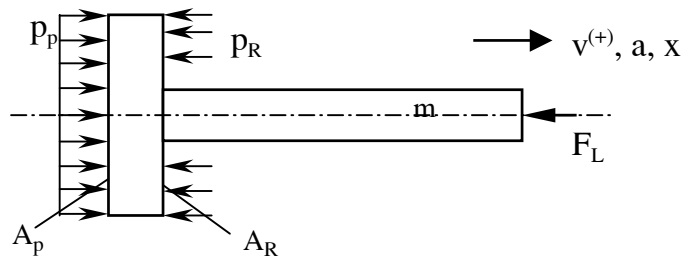
Nếu hệ làm việc ổn định thì áp suất sẽ không thay đổi, ta có :

$$\frac{dP_P}{dt} = 0 \text{ và } \frac{dP_R}{dt} = 0 \quad (1.96)$$

và lưu lượng vào và ra lúc đó là :

$$Q_P = v \cdot A_P ; Q_R = v \cdot A_R \quad (1.97)$$

1.4.3. Phương trình cân bằng lực



Hình 1.21. Sơ đồ phân tích lực trên pittông

Nếu bỏ qua ma sát, lực tác dụng lên pittông thể hiện ở hình 1.21 thì phương trình cân bằng lực là :

$$P_P \cdot A_P - P_R \cdot A_R - F_L = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.98)$$

trong đó : F_L - tải trọng ngoài;

P_P và P_R - áp suất tác dụng lên diện tích của pittông A_P và A_R ;

m - khối lượng của phần chuyển động.

x , v và a - tương ứng là hành trình, vận tốc và gia tốc chuyển động của pittông.

Ở trạng thái ổn định thì $a = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$ nên phương trình (1.98) được viết lại là :

$$P_P \cdot A_P - P_R \cdot A_R - F_L = 0 \quad (1.99)$$

Nếu tải trọng ngoài $F_L \approx 0$ thì :

$$\frac{P_P}{P_R} = \frac{A_R}{A_P} \Big|_{F_L=0} \quad (1.100)$$

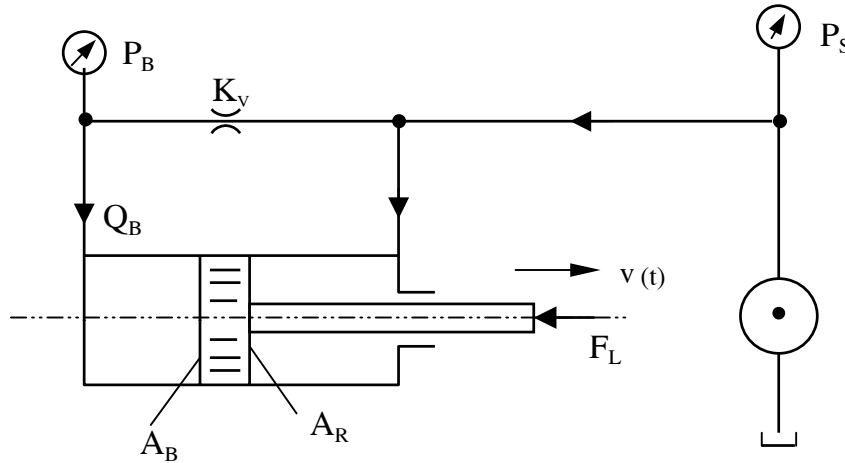
Thay $P_P = \frac{Q_P^2}{K_P^2}$ và $P_R = \frac{Q_R^2}{K_R^2}$ vào (1.100) ta được :

$$\frac{Q_P^2}{Q_R^2} = \frac{1}{\rho_x} \cdot \frac{K_P^2}{K_R^2} \quad (1.101)$$

1.4.4. Mạch thủy lực có van điều khiển làm việc đồng thời cả hai cửa

Ở trạng thái ổn định, nếu bỏ qua ma sát thì phương trình cân bằng lực của pittông sẽ là :

$$P_S A_R - P_B \cdot A_B + F_L = 0 \quad (1.102)$$



Hình 1.22. Sơ đồ mạch thủy lực có đường dầu vào ra ghép phối hợp

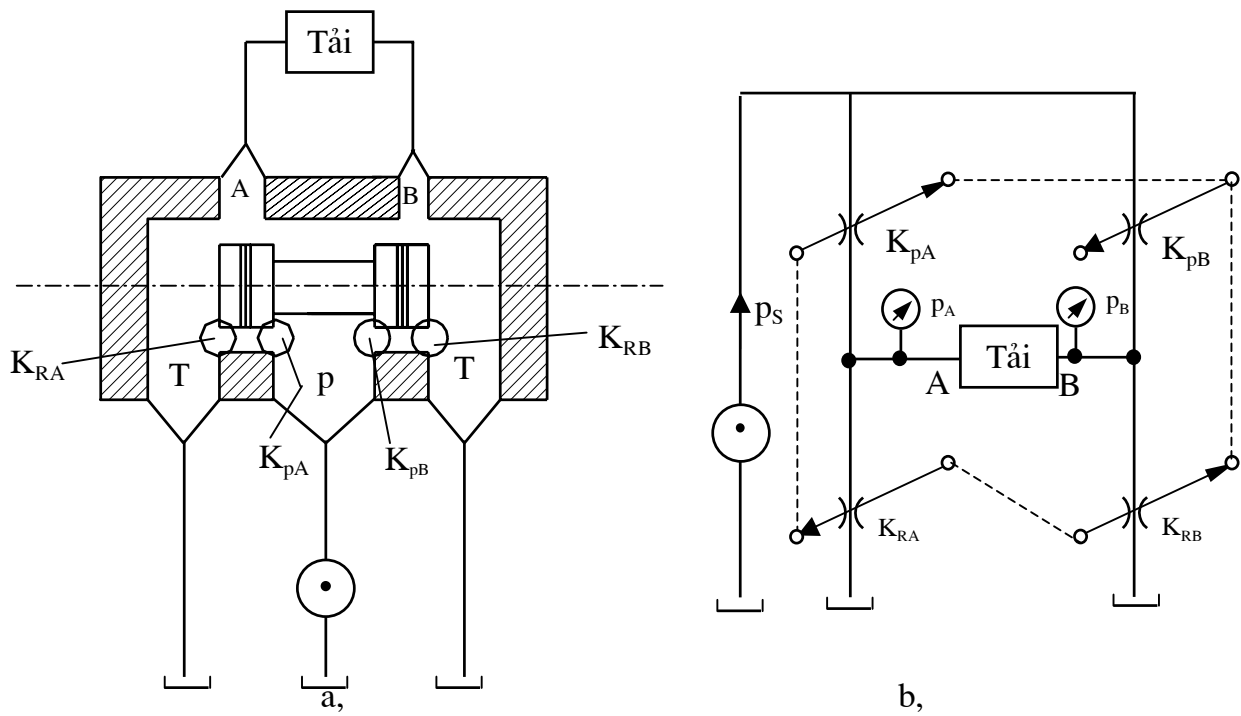
Ta còn có quan hệ : $Q_B = K_0 \cdot \sqrt{P_B}$ và $v = \frac{Q_B}{A_B}$ (1.103)

hoặc : $v = \frac{K_0 \sqrt{P_B}}{A_B} = \frac{K_0}{A_B} \sqrt{\frac{P_S \cdot A_R + F_L}{A_B}}$ (1.104)

1.5. XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN CỦA MẠCH THỦY LỰC ĐIỀU KHIỂN BẰNG VAN TRƯỢT

1.5.1. Xác định quan hệ giữa vận tốc và tải trọng

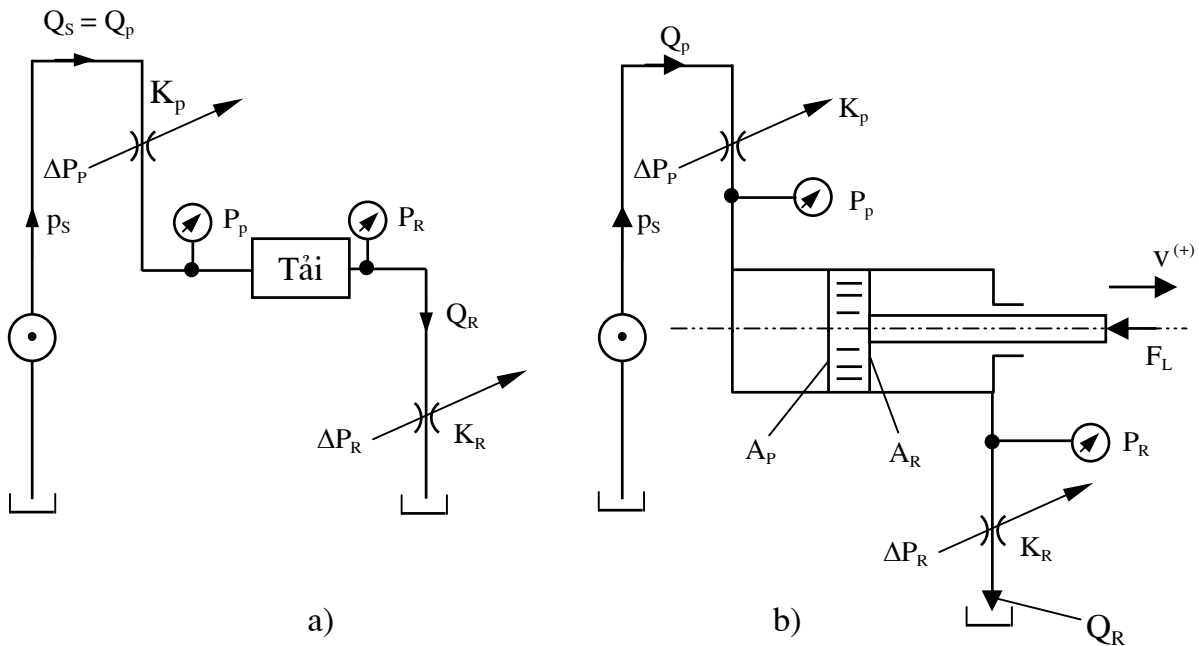
Tương tự như sơ đồ ở hình 1.14 và hình 1.20, sơ đồ nguyên lý ở hình 1.23a được mô hình hoá thành sơ đồ mạch thủy lực như ở hình 1.23b.



Hình 1.23. Sơ đồ thủy lực dùng van trượt có 4 mép điều khiển

a- Sơ đồ nguyên lý ; b- Mô hình mạch thủy lực.

Nếu chỉ nghiên cứu một nhánh thì hình 1.23b vẽ lại như hình 1.24a hoặc hình 1.24b.



Hình 1.24. Sơ đồ thủy lực vẽ theo một nhánh truyền động

a- Sơ đồ tổng quát; b- Sơ đồ có xylanh chịu tải trọng.

Ta có các quan hệ sau đây :

- Áp suất trên đường dầu vào : $P_P = P_S - \Delta P_P$ (1.105)

- Áp suất trên đường dầu ra : $P_R = \Delta P_R$ (1.106)

- Tổn thất áp suất qua các tiết diện chảy của van :

$$\Delta P_P = \frac{Q_P^2}{K_P^2} \text{ và } \Delta P_R = \frac{Q_R^2}{K_R^2} \quad (1.107)$$

- Quan hệ giữa lưu lượng và vận tốc chuyển động của pittông như sau :

$$Q_P = v \cdot A_P \text{ và } Q_R = v \cdot A_R \quad (1.108)$$

- Các chú ý :

+ Nếu van có kết cấu hình học đối xứng $K_P = K_R$ thì $\rho_v = 1$.

+ Nếu $\Delta P_P = \Delta P_R$, tức là tổn thất áp suất trên đường vào và ra của van bằng nhau :

$$\frac{Q_P^2}{K_P^2} = \frac{Q_R^2}{K_R^2} \Rightarrow \frac{v^2 \cdot A_P^2}{K_P^2} = \frac{v^2 \cdot A_R^2}{K_R^2} \quad (1.109)$$

hay : $\frac{A_P}{A_R} = \frac{K_P}{K_R}$ hoặc $\rho_x = \rho_v$ (1.110)

+ Nếu năng lượng vào và ra của van bằng nhau, tức là :

$$Q_P \cdot \Delta P_P = Q_R \cdot \Delta P_R \quad (1.111)$$

$$Q_P \cdot \frac{Q_P^2}{K_P^2} = Q_R \cdot \frac{Q_R^2}{K_R^2}$$

Suy ra : $\frac{Q_P^3}{K_P^2} = \frac{Q_R^3}{K_R^2} \Rightarrow \frac{v^3 \cdot A_P^3}{K_P^2} = \frac{v^3 \cdot A_R^3}{K_R^2} \quad (1.112)$

Công thức (1.112) có thể viết lại như sau :

$$\frac{A_P^3}{A_R^3} = \frac{K_P^2}{K_R^2} \text{ hay } \rho_x^3 = \rho_v^2 \quad (1.113)$$

Từ các quan hệ (1.105), (1.106), (1.107) và (1.108) thay vào (1.112) ta được :

$$P_S \cdot A_P - v^2 \cdot \frac{A_P^3}{K_P^2} - v^2 \cdot \frac{A_R^3}{K_R^2} - F_L = 0 \quad (1.114)$$

hay : $P_S \cdot A_P - v^2 \cdot \frac{A_P^3}{K_P^2} \left[1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right] - F_L = 0 \quad (1.115)$

Theo cách phân tích và tính toán như trên, ta cũng lập được phương trình lực cho nhánh còn lại.

Phương trình (1.115) sử dụng để thiết kế kết cấu của mạch thủy lực.

Xét các trường hợp sau đây :

* Khi vận tốc bằng không ($v = 0$) thì pittông dừng chuyển động nên công thức (1.115) sẽ là :

$$P_S \cdot A_P - F_L^0 = 0 \quad (1.116)$$

hay :

$$A_P = \frac{F_L^0}{P_S}$$

F_L^0 gọi là tải "dừng" (lực giới hạn tạo sự quá tải cho xylanh).

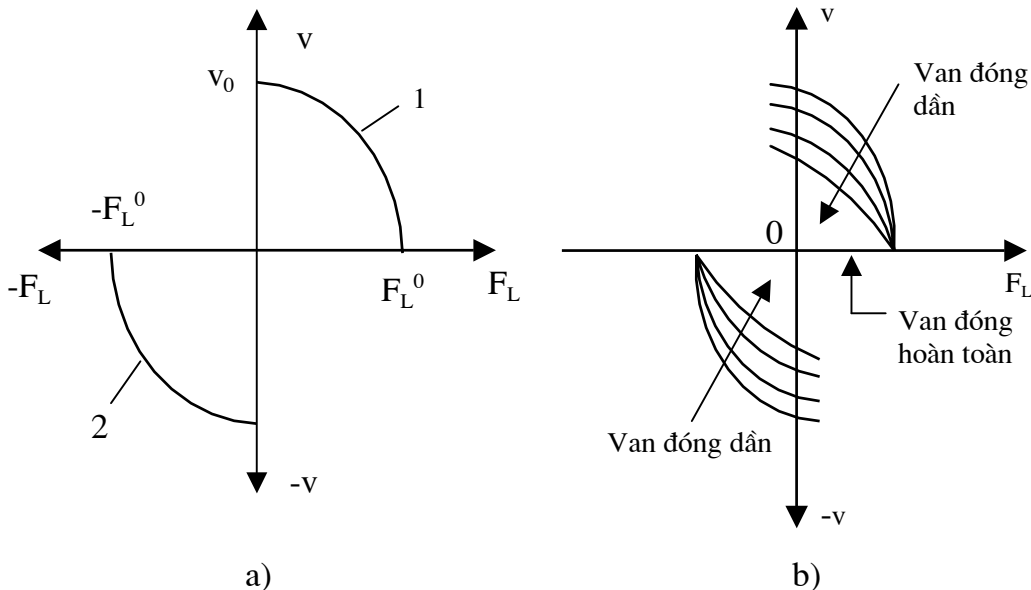
* Khi $F_L = 0$ hoặc $F_L \approx 0$ thì công thức (1.115) sẽ là :

$$P_S \cdot A_P - V_0^2 \cdot \frac{A_P^3}{K_P^2} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) = 0 \quad (1.117)$$

Suy ra :

$$v_0 = \sqrt{\frac{P_S \cdot A_P}{\frac{A_P^3}{K_P^2} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right)}} \quad (1.118)$$

Hình 1.25 là đồ thị biểu diễn quan hệ giữa vận tốc và tải trọng của công thức (1.115). Trên đó có các điểm đặc biệt thể hiện qua công thức (1.116) và (1.118).



Hình 1.25. Đồ thị quan hệ giữa vận tốc và tải trọng

a- Quan hệ $v - F_L$ ở các giá trị đặc biệt; b- Quan hệ $v - F_L$ khi đóng, mở van.

Đường cong đặc tính $v - F_L$ là parabol, đường 1 tương ứng với pittông chuyển động theo chiều thuận (vận tốc dương) và đường 2 tương ứng với pittông chuyển động theo chiều ngược lại (hình 1.25a). Ở mỗi vị trí của van sẽ cho ta các đường cong khác nhau, hình 1.25b thể hiện sự thay đổi của đặc tính $v - F_L$ khi đóng mở van.

1.5.2. Xác định các thông số kết cấu cơ bản

1- Khi biết các cặp thông số v_1, F_1 , và v_2, F_2

Đặt :
$$B^0 = \frac{A_p^3}{K_p^3} \left[1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right] \quad (1.119)$$

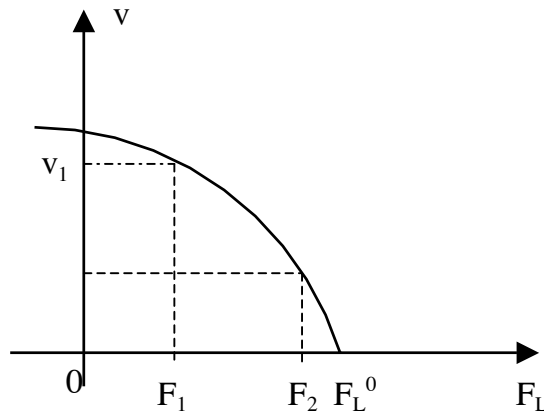
thì phương trình (1.115) sẽ là :

$$P_s \cdot A_p - v^2 \cdot B^0 - F_L = 0 \quad (1.120)$$

Giả sử biết trước các cặp giá trị (v_1, F_1) và (v_2, F_2) thể hiện như trên hình 1.26, ta có thể thiết lập được hai phương trình dạng (1.120) như sau :

$$F_L^0 - v_1^2 \cdot B^0 - F_1 = 0 \quad (1.121)$$

và :
$$F_L^0 - v_2^2 \cdot B^0 - F_2 = 0 \quad (1.122)$$



Hình 1.26. Đồ thị biểu diễn các cặp giá trị v_1, F_1 và v_2, F_2 trên đặc tính $v - F_L$

Từ (1.121) và (1.122) suy ra :

$$v_2^2 \cdot B^0 - v_1^2 \cdot B^0 + F_2 - F_1 = 0 \quad (1.123)$$

hay :
$$B^0 = \frac{F_1 - F_2}{v_2^2 - v_1^2} \quad (1.124)$$

Thay (1.124) vào (1.121) ta có :

$$F_L^0 = v_1^2 \cdot \left[\frac{F_1 - F_2}{v_2^2 - v_1^2} \right] + F_1$$

hay :

$$F_L^0 = \frac{v_2^2 \cdot F_1 - v_1^2 F_2}{v_2^2 - v_1^2} \quad (1.125)$$

Như vậy nếu biết trước các cặp giá trị v_1, F_1 và v_2, F_2 sẽ xác định được F_L^0 và B^0 .

Có nghĩa rằng nếu biết được F_L^0 và B^0 ta xác định các thông số P_s, A_p và K_p từ các công thức sau :

$$B^0 = \frac{A_p^3}{K_p^2} \cdot \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) \quad (1.126)$$

$$F_L^0 = P_s \cdot A_p$$

Các trường hợp xảy ra như sau :

Trường hợp A : Nếu cho trước P_s thì :

$$A_p = \frac{F_L^0}{P_s} = \frac{1}{P_s} \cdot \left[\frac{v_2^2 \cdot F_1 - v_1^2 F_2}{v_2^2 - v_1^2} \right] \quad (1.127)$$

và :

$$K_p^2 = \frac{A_p^3}{B} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) = \frac{A_p^3}{\left(\frac{F_1 - F_2}{v_2^2 - v_1^2} \right)} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) \quad (1.128)$$

hay :

$$K_p = \sqrt{\frac{A_p^3 (v_2^2 - v_1^2)}{F_1 - F_2} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right)} \quad (1.129)$$

Trường hợp B : Nếu cho trước A_p thì :

$$P_s = \frac{1}{A_p} \cdot \left[\frac{v_2^2 \cdot F_1 - v_1^2 F_2}{v_2^2 - v_1^2} \right] \quad (1.130)$$

và K_p cũng được xác định theo công thức (1.128).

Trường hợp C : Nếu biết trước K_p thì P_s và A_p xác định như sau.

$$A_p^3 = \frac{K_p^2 \cdot B}{1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3}} = \frac{K_p^2 (F_1 - F_2)}{(v_2^2 - v_1^2) \left[1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right]} \quad (1.131)$$

hay :

$$A_P = \frac{K_P^2 (F_1 - F_2)}{\sqrt[3]{(v_2^2 - v_1^2) \left[1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right]}} \quad (1.132)$$

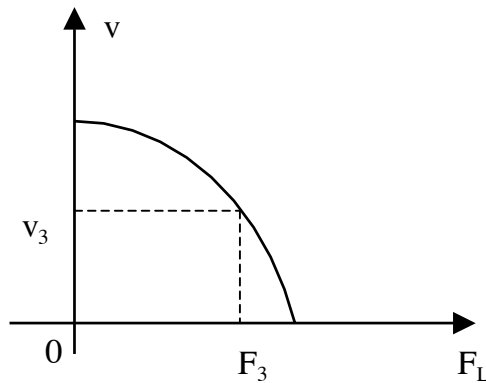
và :

$$P_S = \frac{1}{A_P} \cdot \left[\frac{v_2^2 \cdot F_1 - v_1^2 \cdot F_2}{v_2^2 - v_1^2} \right] \quad (1.133)$$

2. Khi chỉ biết một cặp giá trị v_3, F_3 (hình 1.27)

Nếu biết trước A_P và K_P thì P_S được xác định theo công thức (1.115) là :

$$P_S = \frac{v_3^2 \cdot A_P^2}{K_P^2} \cdot \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) + \frac{F_3}{A_P} \quad (1.134)$$



Hình 1.27. Đồ thị biểu diễn cặp giá trị v_3, F_3 trên đặc tính $v - F_L$

Nếu biết trước A_P và áp suất cung cấp P_S ta xác định K_P cũng từ công thức (1.115) như sau :

$$K_P = \sqrt{\frac{v_3^2 A_P^3}{P_S \cdot A_P - F_3} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right)} \quad (1.135)$$

3. Khi biết các thông số P_S, A_P và K_P

Nếu biết trước các thông số thiết kế P_S, A_P và K_P thì đó là dạng bài toán phân tích hệ thống, tức là xác định vận tốc và tải trọng làm việc.

Nếu biết trước vận tốc làm việc v_T thì tải trọng sẽ là :

$$F_T = P_S \cdot A_P - \frac{v_T^2 \cdot A_P^3}{K_P^2} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) \quad (1.136)$$

Nếu biết trước tải trọng làm việc F_T thì vận tốc sẽ là :

$$\frac{v_T^2 \cdot A_P^3}{K_P^2} \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right) = P_S \cdot A_P - F_T$$

Suy ra :

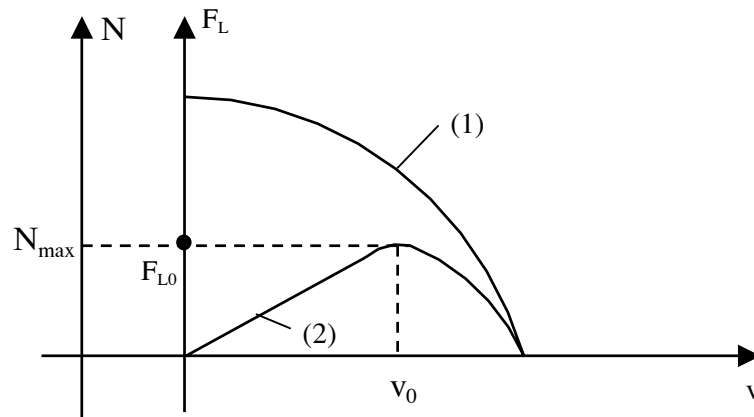
$$v_T = \sqrt{\frac{K_P^2 (P_S \cdot A_P - F_T)}{A_P^3 \cdot \left(1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right)}} \quad (1.137)$$

1.5.3. Xác định công suất lớn nhất và áp suất cung cấp nhỏ nhất

1. Xác định công suất lớn nhất

Đồ thị biểu diễn quan hệ giữa tải trọng F_L , công suất N và vận tốc v thể hiện ở hình 1.28. Nhân v vào công thức (1.115) ta có :

$$v \cdot P_S \cdot A_P - v^3 \cdot \frac{A_P^3}{K_P^2} \left[1 + \frac{\rho_v^2}{\rho_x^3} \right] - v \cdot F_L = 0 \quad (1.138)$$



Hình 1.28. Đồ thị biểu diễn quan hệ giữa F_L , N và v

$N = v \cdot F_L$ là công suất truyền của xylanh thủy lực, công thức (1.138) có thể viết gọn lại như sau :

$$N = v \cdot F_L = v \cdot P_S \cdot A_P - v^3 \cdot B^0 \quad (1.139)$$

Để công suất lớn nhất N_{max} thì cần tìm vận tốc v_0 nào đó thỏa mãn :

$$\frac{dN}{dv} = 0 = P_S \cdot A_P - 3 \cdot v_0^2 \cdot B^0 \quad (1.140)$$

hay :

$$v_0^2 = \frac{P_S \cdot A_P}{3 \cdot B^0} \quad (1.141)$$

Thay (1.141) vào (1.139) ta được :

$$P_S \cdot A_P - \frac{P_S \cdot A_P}{3 \cdot B^0} \cdot B^0 - F_{LO} = 0 \quad (1.142)$$

Suy ra :

$$\frac{2}{3} P_S \cdot A_P - F_{LO} = 0 \quad (1.143)$$

mà $P_S \cdot A_P = F_L^0$ là tải trọng "dùng" nên :

$$\frac{2}{3} F_L^0 = F_{LO} \quad (1.144)$$

Vậy công suất lớn nhất khi vận tốc xác định theo (1.141) và tải trọng F_{LO} bằng $\frac{2}{3}$ tải trọng "dùng".

2. Xác định áp suất cung cấp nhỏ nhất

Từ công thức (1.115) ta suy ra :

$$P_S = v^2 \cdot A_P^2 \cdot \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{\rho_x^3 \cdot K_R^2} \right] + \frac{F_L}{A_P} \quad (1.145)$$

Lấy đạo hàm áp suất theo diện tích A_P và cho bằng không ta được :

$$\frac{dP_S}{dA_P} = 2 \cdot v^2 \cdot A_P \cdot \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{\rho_x^3 \cdot K_R^2} \right] - \frac{F_L}{A_P^2} = 0 \quad (1.146)$$

hay :

$$A_P^3 = \frac{F_L}{2 \cdot v^2 \cdot \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{\rho_x^3 \cdot K_R^2} \right]} \quad (1.147)$$

Thay (1.147) vào (1.115) ta có :

$$P_S^{\min} \cdot A_P - v^2 \cdot \frac{F_L \cdot \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{\rho_x^3 \cdot K_R^2} \right]}{2 \cdot v^2 \cdot \left[\frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{\rho_x^3 \cdot K_R^2} \right]} - F_L = 0$$

hay :

$$P_S^{\min} \cdot A_P - \frac{F_L}{2} - F_L = 0 \quad (1.148)$$

nên :

$$P_S^{\min} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_L}{A_P} \quad (1.149)$$

Công thức xác định P_S^{\min} (1.149) phù hợp với công thức (1.143) khi xác định công suất lớn nhất N_{\max} .

1.5.4. Xác định gia tốc chuyển động lớn nhất của pittông

Từ hình 1.24b ta có phương trình cân bằng lực sau :

$$P_P \cdot A_P - P_R \cdot A_R - F_L = m \frac{dv}{dt} \quad (1.150)$$

trong đó :

$$P_P = P_S - \Delta P_P = P_S - \frac{Q_P^2}{K_P^2} \quad (1.151)$$

$$P_R = \Delta P_P = \frac{Q_R^2}{K_R^2}$$

Nên phương trình (1.150) có thể viết lại như sau :

$$P_S \cdot A_P - \frac{Q_P^2 \cdot A_P}{K_P^2} - \frac{Q_R^2 \cdot A_R}{K_R^2} - F_L = m \frac{dv}{dt}$$

hay :

$$P_S \cdot A_P - \frac{v^2 \cdot A_P^3}{K_P^2} - \frac{v^2 \cdot A_R^3}{K_R^2} - F_L = m \cdot a \quad (1.152)$$

trong đó :

$$Q_P = v \cdot A_P \quad \text{và} \quad Q_R = v \cdot A_R$$

$a = \frac{dv}{dt}$ là gia tốc chuyển động của pittông mang khối lượng m .

Khi pittông chuyển động có gia tốc, ở thời điểm gia tốc lớn nhất sẽ có thể tạo ra khoảng trống trong xylanh, tức là áp suất P_P có thể giảm xuống bằng 0. Khi đó công thức (1.152) sẽ là :

$$P_S \cdot A_P - \frac{v^2 \cdot A_P^3}{K_P^2} = 0 \quad (1.153)$$

và :

$$m \cdot a_{\max} = -\frac{v^2 \cdot A_R^3}{K_R^2} - F_L \quad (1.154)$$

hay :

$$m \cdot a_{\max} = -\frac{P_S \cdot K_P^2}{A_P^2} \cdot \frac{A_R^3}{K_R^2} - F_L = -\left[A_R \frac{\rho_v^2}{\rho_x^2} \cdot P_S + F_L \right] \quad (1.155)$$

Suy ra :

$$a_{\max} = -\frac{1}{m} \left[A_R \frac{\rho_v^2}{\rho_x^2} \cdot P_S + F_L \right] \quad (1.156)$$

Chương 2

MÔ HÌNH NGHIÊN CỨU ĐỘ ĐÀN HỒI CỦA DẦU, ĐỘ CỨNG THỦY LỰC, TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG CỦA XYLANH VÀ ĐỘNG CƠ DẦU

2.1. QUAN HỆ GIỮA ÁP SUẤT VÀ LƯU LƯỢNG KHI TÍNH ĐẾN ĐỘ ĐÀN HỒI CỦA DẦU

2.1.1. Hệ số khả năng tích lũy đàn hồi của dầu

Khi áp suất trong buồng chứa dầu thay đổi thì thể tích dầu cũng thay đổi do dầu có biến dạng đàn hồi.

Nếu gọi C là hệ số tích lũy đàn hồi của dầu thì C được xác định như sau :

$$C = \frac{dV}{dp} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dt}{dp} = q \frac{dt}{dp} \quad (2.1)$$

hay :

$$q = C \cdot \frac{dp}{dt} \quad \text{với} \quad C = \frac{V_0}{B} \quad (2.2)$$

trong đó : q - lưu lượng biến dạng đàn hồi của dầu;

V - thể tích dầu biến dạng;

P - áp suất trong buồng dầu;

V_0 - thể tích ban đầu của buồng dầu;

B - mô đun đàn hồi của dầu.

2.1.2. Hệ số tích lũy đàn hồi tương đương khi áp suất trong mạch thủy lực bằng nhau

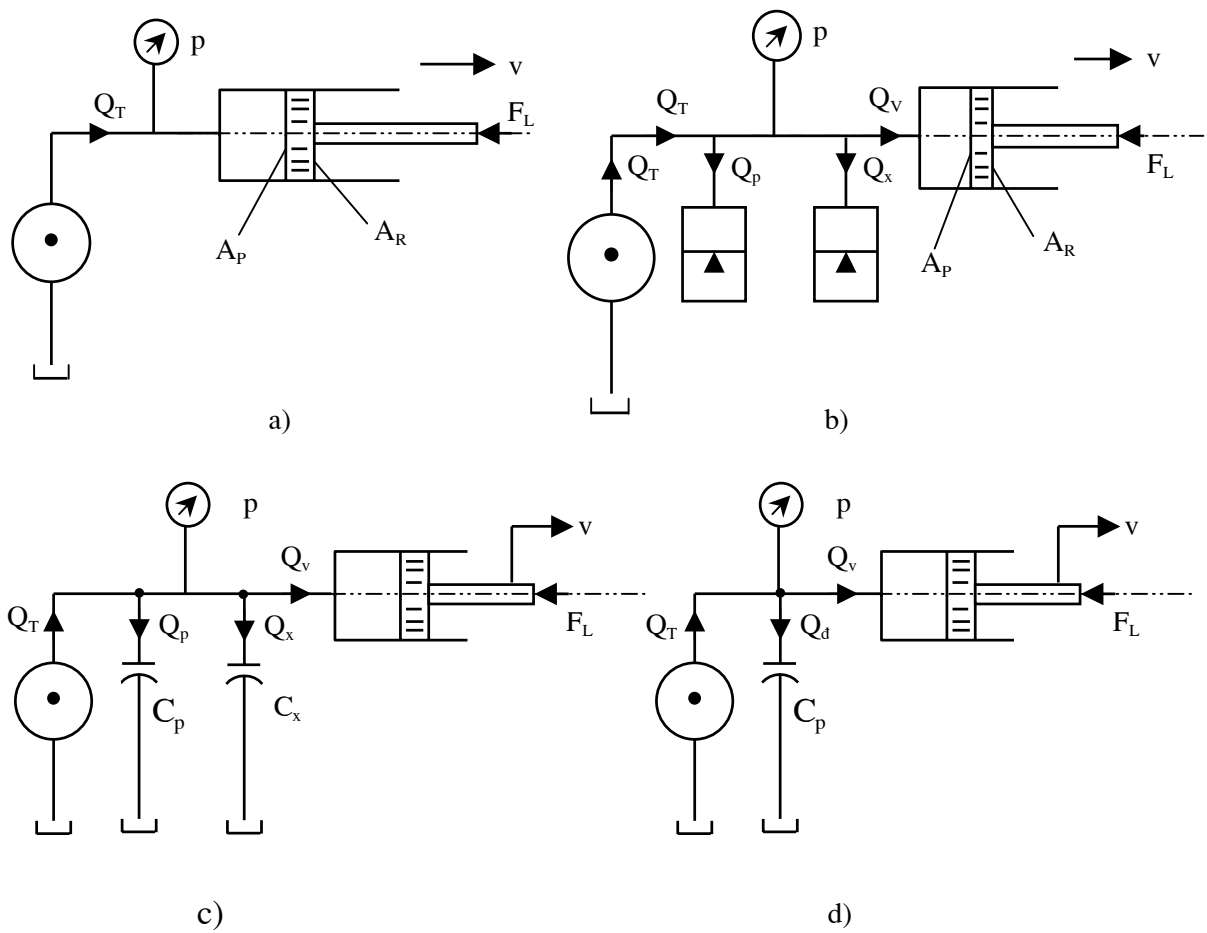
Xét mạch thủy lực trên hình 2.1a và hình 2.1b, nếu bài toán có tính đến biến dạng đàn hồi của dầu trong ống dẫn và trong buồng làm việc của xylanh thì sơ đồ trên hình 2.1a hoặc hình 2.1b có thể chuyển thành sơ đồ tính toán như ở hình 2.1c hoặc hình 2.1d.

Phương trình cân bằng lưu lượng có dạng :

$$Q_T = Q_P + Q_x + Q_v = C_P \cdot \frac{dp}{dt} + C_x \cdot \frac{dp}{dt} + Q_v = (C_P + C_x) \cdot \frac{dp}{dt} + Q_v \quad (2.3)$$

hay :

$$Q_T = C_T \cdot \frac{dp}{dt} + Q_v = Q_R + Q_v \quad (2.4)$$



Hình 2.1. Sơ đồ mạch thủy lực tính đến biến dạng đàn hồi của dầu khi áp suất bằng nhau

a và b - Các sơ đồ nguyên lý; c và d - Các sơ đồ tính toán.

trong đó :

- Q_p - lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu trong đường ống dẫn;
- Q_x - lưu lượng do biến dạng của dầu trong xy lanh;
- Q_R - lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu trong đường ống dẫn và trong xy lanh;
- Q_v - lưu lượng cần thiết để pittông chuyển động với vận tốc v ;
- C_p và C_x - hệ số tích lũy đàn hồi của dầu trên đường ống dẫn và trong xy lanh;
- C_T - hệ số tích lũy đàn hồi tương đương.

Bài toán trên chỉ ứng dụng cho trường hợp coi áp suất trong ống dẫn và xy lanh bằng nhau.

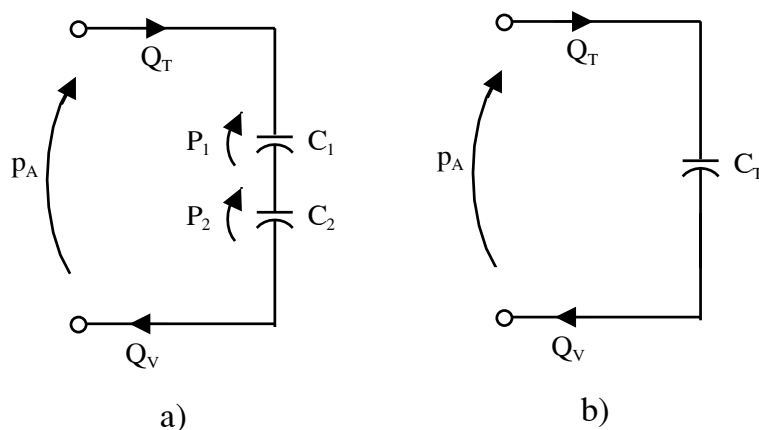
2.1.3. Hệ số tích lũy đàn hồi tương đương khi áp suất trong mạch thủy lực khác nhau

Nếu có mạch thủy lực như ở hình 2.2a, trong đó áp suất trên đường truyền của mạch là khác nhau thì hệ số tích lũy đàn hồi tương đương xác định như dưới đây.

Phương trình cân bằng áp suất :

$$P_A = P_1 + P_2 \quad (2.5)$$

Theo (2.2) ta có : $P_1 = \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^t Q_T \cdot dt$ và $P_2 = \frac{1}{C_2} \cdot \int_0^t Q_T \cdot dt$



Hình 2.2. Sơ đồ mạch thủy lực có áp suất không bằng nhau

a- Sơ đồ chi tiết; b- Sơ đồ tương đương.

nên :
$$P_A = \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^t Q_T \cdot dt + \frac{1}{C_2} \cdot \int_0^t Q_T \cdot dt = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \int_0^t Q_T \cdot dt \quad (2.6)$$

hay :
$$P_A = \frac{1}{C_T} \cdot \int_0^t Q_T \cdot dt \quad (2.7)$$

với :
$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

C_T được gọi là hệ số tích lũy đàn hồi tương đương. Sơ đồ mạch thủy lực ở hình 2.2a có thể thay thế bằng sơ đồ tương đương như ở hình 2.2b.

2.2. PHÂN TÍCH MẠCH THỦY LỰC KHI CẢ HAI BUỒNG CỦA XYLANH ĐỀU CÓ DẦU ĐÀN HỒI

Hình 2.3a là sơ đồ cụm van- xylanh thủy lực khi cả hai buồng A và B đều có áp suất thay đổi và tính đến độ đàn hồi của dầu.

Phương trình cân bằng lưu lượng có dạng :

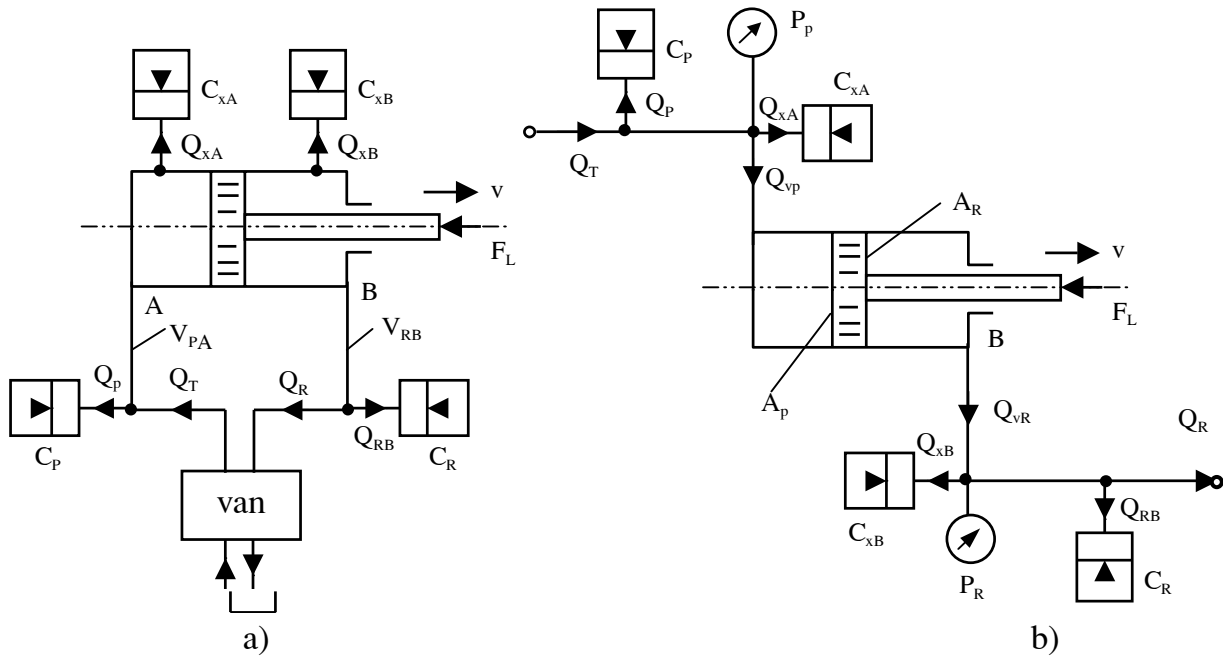
$$Q_T = Q_P + Q_{XA} + Q_{VP} \quad (2.8)$$

và
$$Q_R = Q_{VR} - Q_{XB} - Q_{RB} \quad (2.9)$$

Mặt khác ta thấy rằng :

$$V_A = V_{PA} + V_{XA} \text{ và } V_B = V_{RB} + V_{XB} \quad (2.10)$$

nên :
$$C_A = \frac{V_A}{B} \text{ và } C_B = \frac{V_B}{B} \quad (2.11)$$



Hình 2.3. Mô hình điều khiển xylanh thủy lực khi cả hai buồng đều có dầu đàn hồi

a- Sơ đồ chung; b- Mô hình tính toán.

C_P và C_R - hệ số tích lũy đàn hồi của dầu trên đường ống vào và ra;

C_{XA} và C_{XB} - hệ số tích lũy đàn hồi của dầu trong các buồng A và B của xylanh;

V_{PA} và V_{RB} - thể tích chứa dầu trên đường ống vào và ra của xylanh;

V_{XA} và V_{XB} - thể tích chứa dầu trong các buồng A và B của xylanh;

Q_P và Q_{RB} - thành phần lưu lượng dầu bị nén trên đường ống vào và ra của xylanh;

Q_{XA} và Q_{XB} - thành phần lưu lượng bị nén trong các buồng A và B của xylanh;

Q_{VP} và Q_{VR} - lưu lượng đẩy pittông chuyển động với vận tốc v và lưu lượng pittông đẩy dầu ra khỏi xylanh;

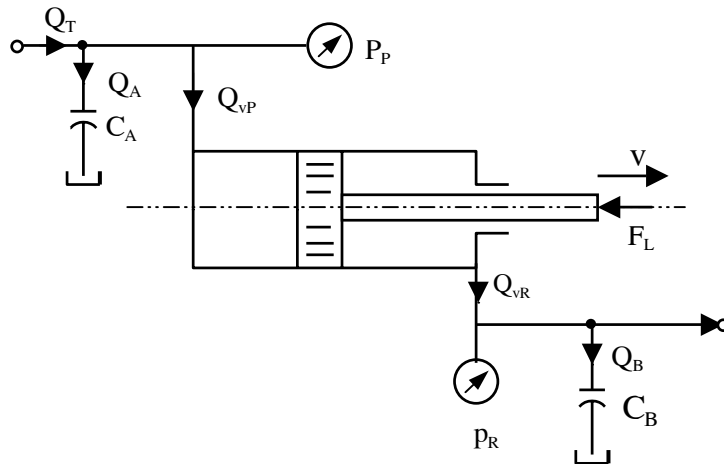
Q_T và Q_R - lưu lượng cung cấp và lưu lượng về của van.

Theo các công thức (2.8), (2.9), (2.10) và (2.11) thì hình 2.3 có thể thay thế bằng hình 2.4.

Phương trình lưu lượng là :

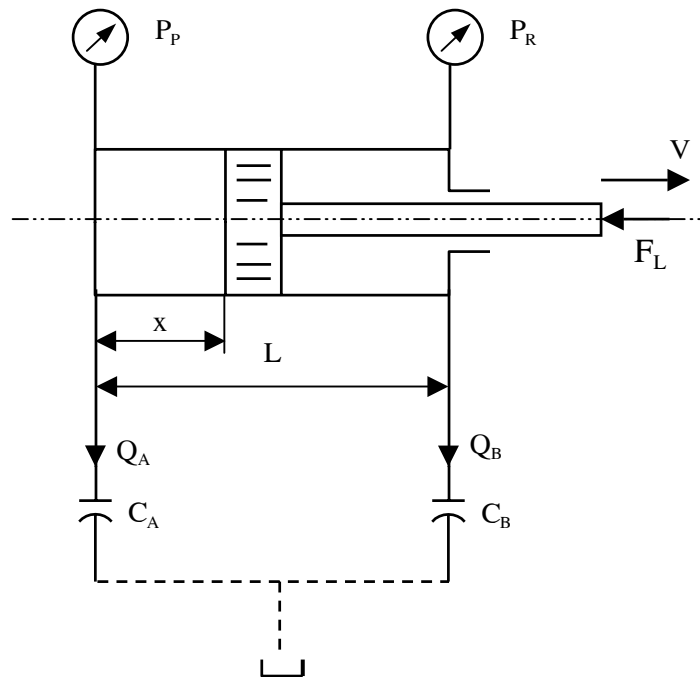
$$Q_T = C_A \cdot \frac{dP_P}{dt} + Q_{VP} \quad (2.12)$$

và :
$$Q_R = C_B \cdot \frac{dP_R}{dt} + Q_{VR} \quad (2.13)$$



Hình 2.4. Mô hình tính toán của cụm van.xylanh

2.3. XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TÍCH LŨY ĐÀN HỒI CỰC ĐẠI CỦA XYLANH



Hình 2.5. Mô hình xác định hệ số tích lũy đàn hồi cực đại của xylanh

Nếu lưu lượng dầu bị nén ở các buồng của xylanh bằng nhau $Q_A = - Q_B$, nghĩa là :

$$C_A \cdot \frac{dP_P}{dt} = -C_B \cdot \frac{dP_R}{dt} \quad (2.14)$$

Mô hình này tương đương với mô hình có lưu lượng bằng nhau và áp suất thay đổi khác nhau ở hình 2.2. Nên cũng có thể tính hệ số tích lũy đàn hồi tương đương của hình 2.5 theo công thức (2.15).

$$C_T = \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B} \quad (2.15)$$

hay :

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} = \frac{B}{V_A} + \frac{B}{V_B} \quad (2.16)$$

Khi nghiên cứu đến vấn đề này người ta đã khẳng định rằng, nếu hệ số C_T cực đại thì tần số dao động riêng của xy lanh sẽ cực tiểu.

Muốn tìm vị trí của pittông để C_T cực đại người ta tính toán như sau :

Công thức (2.16) có thể viết lại là :

$$\frac{1}{B \cdot C_T} = \frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_B} \quad (2.17)$$

Lấy đạo hàm hai vế của (2.17) theo x ta có :

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{B \cdot C_T} = -\frac{1}{V_A^2} \cdot \frac{dV_A}{dx} - \frac{1}{V_B^2} \cdot \frac{dV_B}{dx} = 0 \quad (2.18)$$

Suy ra :

$$-\frac{V_B^2}{V_A^2} = \frac{\frac{dV_B}{dx}}{\frac{dV_A}{dx}} \quad (2.19)$$

Mà : $V_A = A_P \cdot X + V_{PA}$ và $V_B = A_R \cdot (L - X) + V_{RB}$ (2.20)

nên : $\frac{dV_A}{dx} = A_P$ và $\frac{dV_B}{dx} = -A_R$ (2.21)

Thay (2.21) vào (2.19) ta được : $\frac{V_B^2}{V_A^2} = \frac{A_R}{A_P}$ hay $\frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{\sqrt{\rho_x}}$ (2.22)

Do đó công thức (2.20) được viết lại như sau :

$$A_P \cdot X + V_{PA} = V_B \cdot \sqrt{\rho_x} = (A_R (L - X) + V_{RB}) \cdot \sqrt{\rho_x} \quad (2.23)$$

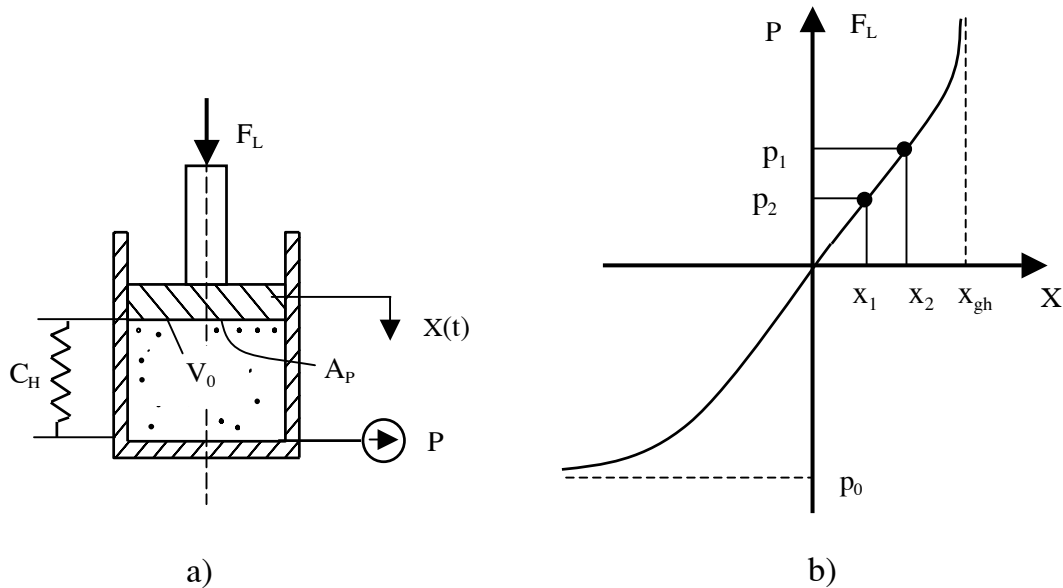
Suy ra :

$$X = \frac{A_R \cdot L \cdot \sqrt{\rho_x} + V_{RB} \cdot \sqrt{\rho_x}}{A_P + A_R \cdot \sqrt{\rho_x}} - V_{PA}$$

$$\text{Vì } \rho_x = \frac{A_P}{A_R} \text{ nên : } x = \frac{\left[\frac{A_P \cdot L}{\rho_x} + V_{RB} \right] \cdot \sqrt{\rho_x} - V_{PA}}{A_P \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\rho_x}} \right)} \quad (2.24)$$

Như vậy khi x xác định theo công thức (2.24) thì C_T sẽ đạt cực đại (với $0 \leq x \leq L$).

2.4. ĐỘ CỨNG THỦY LỰC VÀ ĐỘ CỨNG TƯƠNG ĐƯƠNG



Hình 2.6. Mô hình nghiên cứu độ đàn hồi của dầu

a- Mô hình thí nghiệm; b- Đặc tính $p - x$.

Hình 2.6a là mô hình thí nghiệm nghiên cứu sự đàn hồi của dầu. Nếu thành xylanh, cần dẫn của pittông cứng tuyệt đối, không tính đến ma sát và sự rò dầu thì khi tăng lực ép F_L , áp suất P tăng (P tăng tỉ lệ với F_L) đồng thời độ dịch chuyển của pittông x cũng tăng tỉ lệ thuận với P . Quá trình đó thể hiện ở đặc tính trên hình 2.6b.

Trong phạm vi nhất định, quan hệ $P - x$ được coi là tuyến tính. Đặc tính này giống đặc tính của một lò xo hay một khâu đàn hồi cơ khí nào đó. Nghĩa là P tăng thì x tăng nhưng đến một giá trị giới hạn x_{gh} thì dù P tăng nhưng x không tăng nữa.

Như vậy trong phạm vi quan hệ $P - x$ tuyến tính thì độ đàn hồi của dầu tương đương độ đàn hồi của một lò xo và độ cứng của khâu đàn hồi thủy lực được gọi là độ cứng thủy lực C_H .

Theo tính toán lý thuyết ở mục 3.6, nếu tính đến cả hệ số ma sát f và sức cản thủy lực R_L thì độ cứng thủy lực được xác định theo công thức như sau :

$$C_H = \frac{f}{C \cdot R_L} + \frac{A_P^2}{C} \quad (2.25)$$

Với $C = \frac{V_0}{B}$ và hệ số tổn thất lưu lượng $K = \frac{1}{R_L}$ thì :

$$C_H = \frac{B(f.K + A_P^2)}{V_0}, \quad \text{N/m hoặc lbf/in} \quad (2.26)$$

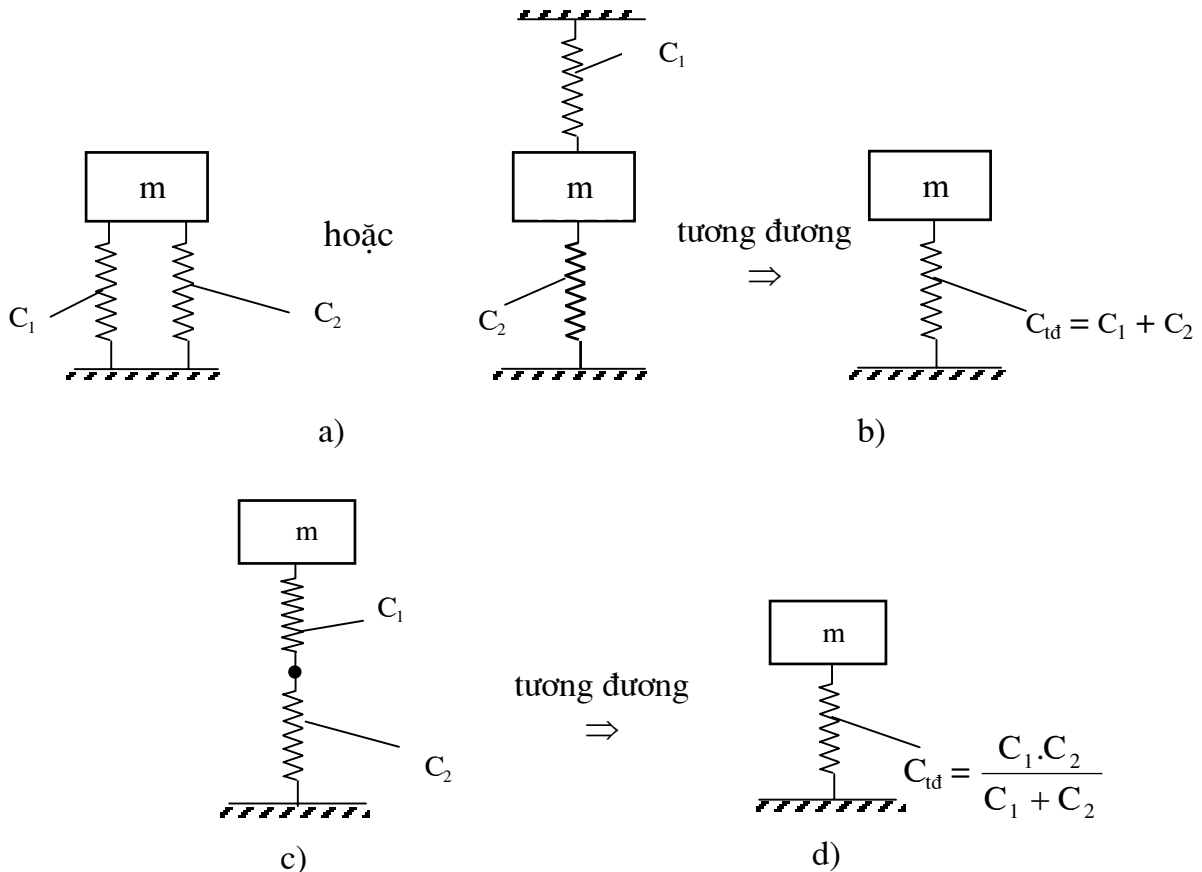
trong đó : V_0 - thể tích chứa dầu ban đầu (cm^3 hoặc in^3);

B - môđun đàn hồi của dầu, $B = 1,4 \cdot 10^7 \text{ kg/cm.s}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ lbf/in}^2$.

Nếu bỏ qua ma sát ($f = 0$) hoặc bỏ qua tổn thất lưu lượng ($K = 0$ hay $R_L = \infty$ không có rò rỉ) thì độ cứng thủy lực là :

$$C_H = \frac{B.A_P^2}{V_0} = \frac{A_P^2}{C} \quad (2.27)$$

Việc giới hạn dầu làm việc trong miền đàn hồi tuyến tính có độ cứng C_H tương đương với một lò xo thì mô hình nghiên cứu động lực học hệ thủy lực giống như mô hình động lực học hệ vật rắn đàn hồi (hình 2.7).

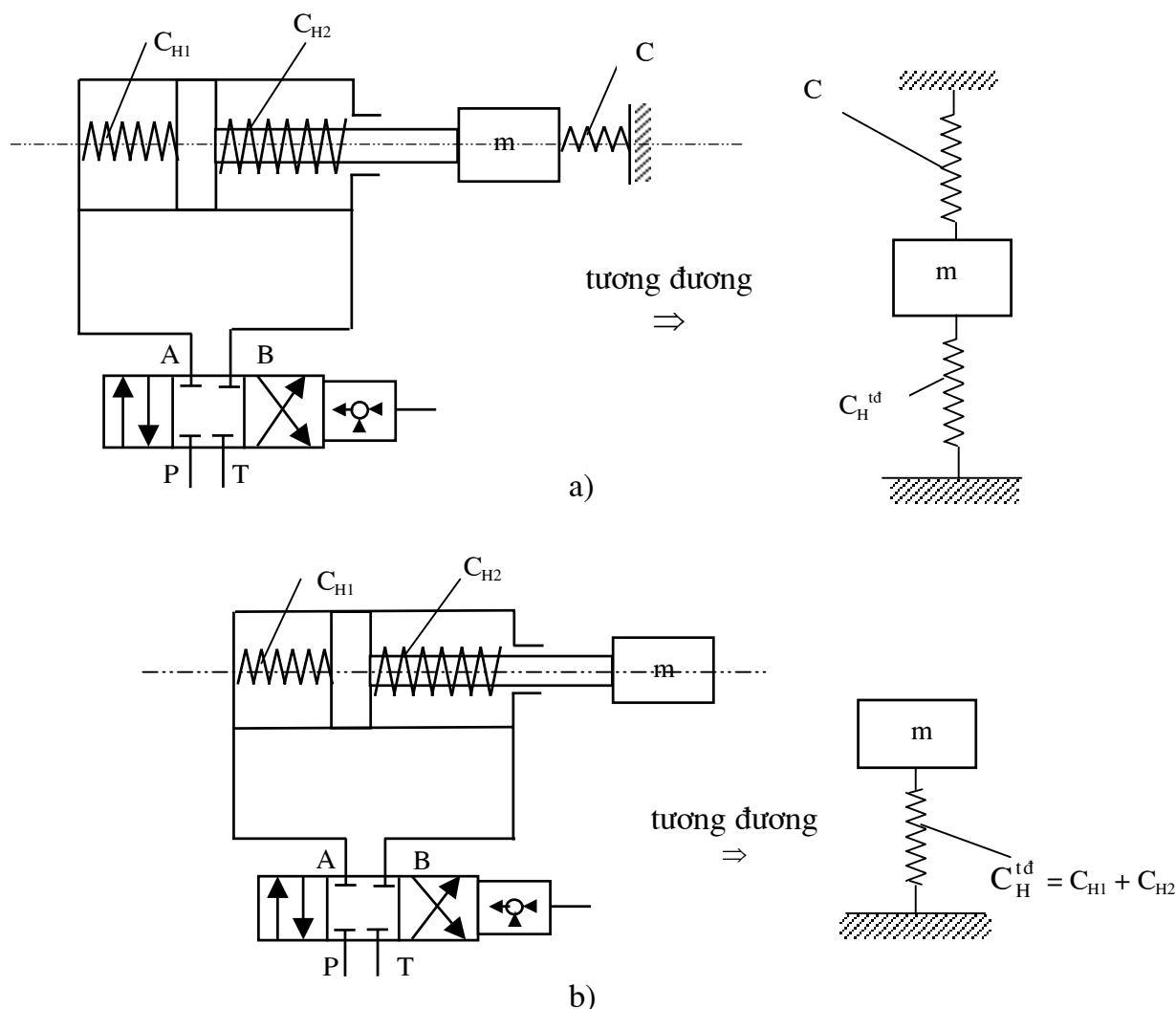


Hình 2.7. Mô hình xác định độ cứng tương đương

a, c - Sơ đồ ghép các lò xo; b, d - Sơ đồ tương đương.

Trên hình 2.7a lò xo C_1 và C_2 có cùng chuyển vị, còn trên hình 2.7c chuyển vị của lò xo C_1 và lò xo C_2 khác nhau.

Hình 2.8 là ví dụ về mô hình tính toán độ cứng tương đương của hệ thủy lực. Độ cứng tương đương C_H^{td} được tính như ở hình 2.7b.



Hình 2.8. Mô hình xác định độ cứng tương đương của hệ pittông-xylanh thủy lực

a - Mô hình khi áp suất 2 buồng dầu thay đổi;

b - Mô hình khi có thêm tải trọng là khâu đàn hồi.

2.5. ĐỘ CỨNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA HỆ CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN

2.5.1. Xylanh thủy lực có kết cấu không đối xứng

Hình 2.9 là mô hình xác định độ cứng tương đương của cụm pittông-xylanh thủy lực có kết cấu không đối xứng.

Độ cứng thành phần khi tính đến cả thể tích chứa dầu trong các đường dẫn dầu từ van đến xylanh là :

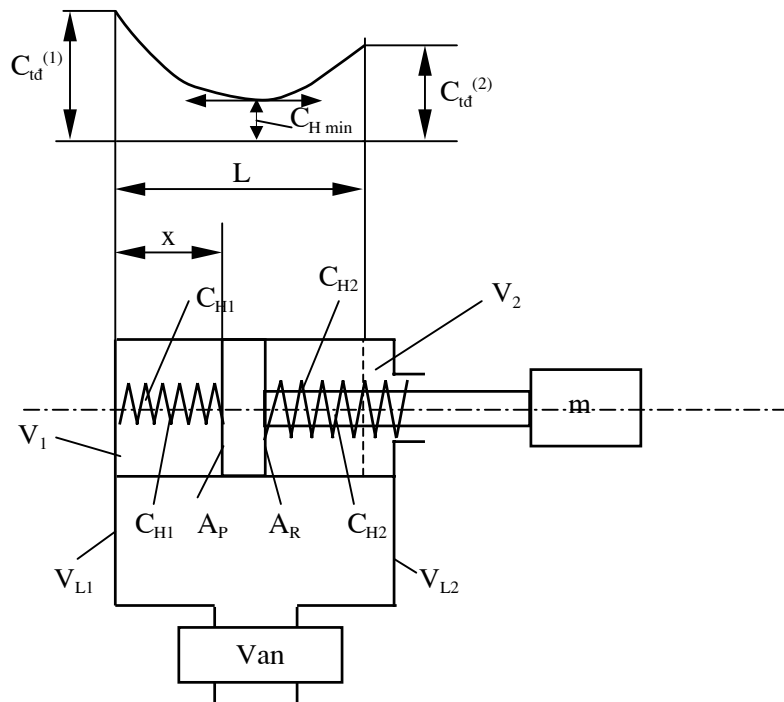
$$C_{H1} = \frac{B \cdot A_P^2}{A_P \cdot X + V_{L1}} \quad \text{và} \quad C_{H2} = \frac{B \cdot A_R^2}{A_R \cdot (L - X) + V_{L2}} \quad (2.28)$$

trong đó : x - vị trí của pittông;
 L - hành trình lớn nhất của pittông;
 V_{L1} - thể tích chứa dầu trên đường ống vào;
 V_{L2} - thể tích chứa dầu trên đường ống ra.

Độ cứng tương đương của hệ sẽ là :

$$C_{td} = C_{H1} + C_{H2} = B \left(\frac{A_P^2}{A_P \cdot x + V_{L1}} + \frac{A_R^2}{A_R \cdot (L - x) + V_{L2}} \right) \quad (2.29)$$

* Khi $x = 0$ thì : $C_{td}^{(1)} = B \left(\frac{A_P^2}{V_{L1}} + \frac{A_R^2}{A_R \cdot L + V_{L2}} \right) \quad (2.30)$



Hình 2.9. Mô hình xác định độ cứng tương đương khi xylanh có kết cấu không đối xứng

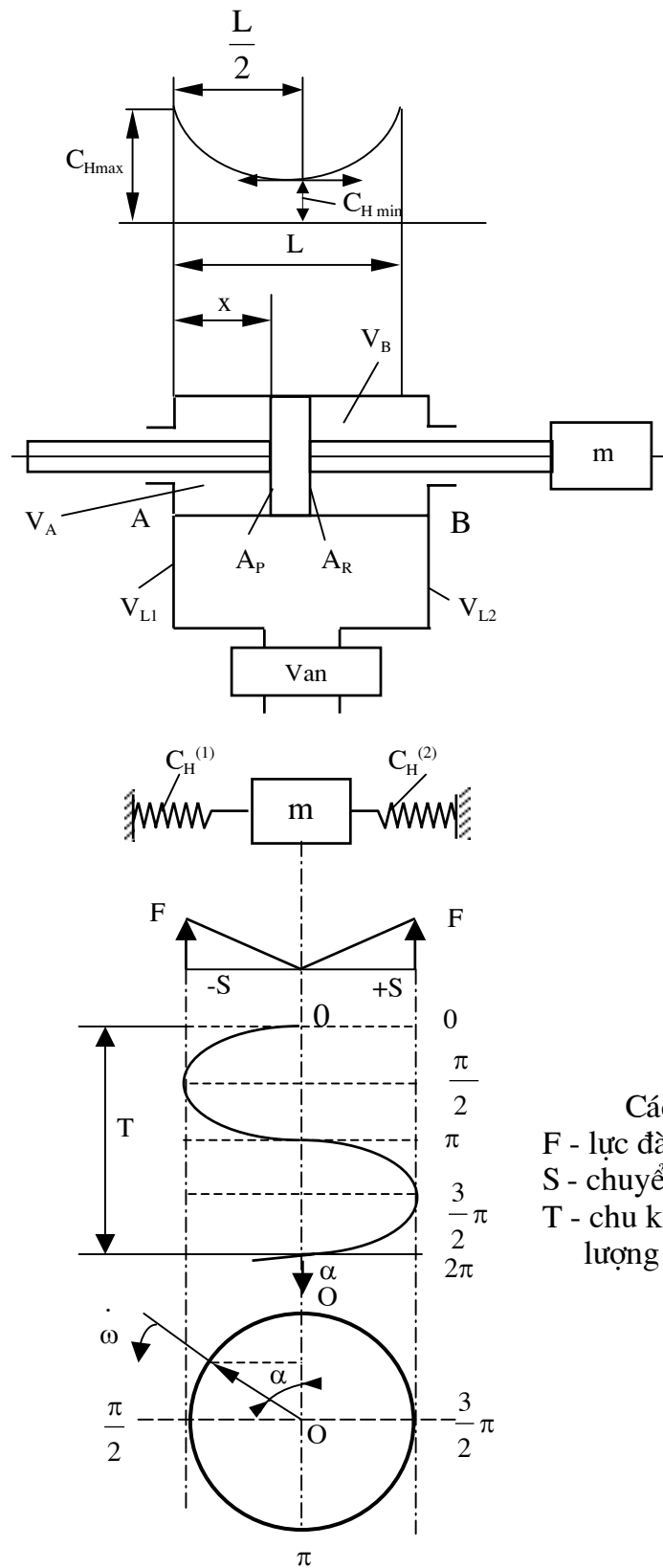
* Khi $x = L$ thì : $C_{td}^{(2)} = B \left(\frac{A_P^2}{A_P \cdot L + V_{L1}} + \frac{A_R^2}{V_{L2}} \right) \quad (2.31)$

Khảo sát cực trị của (2.29) ta thấy, độ cứng tương đương nhỏ nhất C_{Hmin} khi :

$$x = \frac{\sqrt{R} \cdot \left(\frac{V_{L2}}{A_R} + L \right) - \frac{V_{L1}}{A_P}}{1 + \sqrt{R}} \quad (2.32)$$

với : $R = \frac{A_P}{A_R} = \rho_x$

2.5.2. Xylanh thủy lực có kết cấu đối xứng ($A_P = A_R = A$)



Hình 2.10. Mô hình xác định độ cứng tương đương khi xylanh có kết cấu đối xứng

Nếu pittông-xylanh có kết cấu đối xứng (hình 2.11) thì độ cứng tương đương nhỏ nhất $C_{H\min}$ sẽ ở vị trí $x = \frac{L}{2}$, ở vị trí này $C_{H1} = C_{H2}$.

Theo công thức (2.29) độ cứng tương đương trong trường hợp này sẽ là :

$$C_{td} = B.A^2 \left(\frac{1}{V_A + V_{L1}} + \frac{1}{V_B + V_{L2}} \right) \quad (2.33)$$

Ở vị trí trung gian ($x = \frac{L}{2}$) thì : $V_A = V_B = V$ và nếu $V_{L1} = V_{L2} = V_L$ thì $C_{H\min}$ sẽ

là :

$$C_{H\min} = \frac{2.B.A^2}{V_0} \quad (2.34)$$

với :

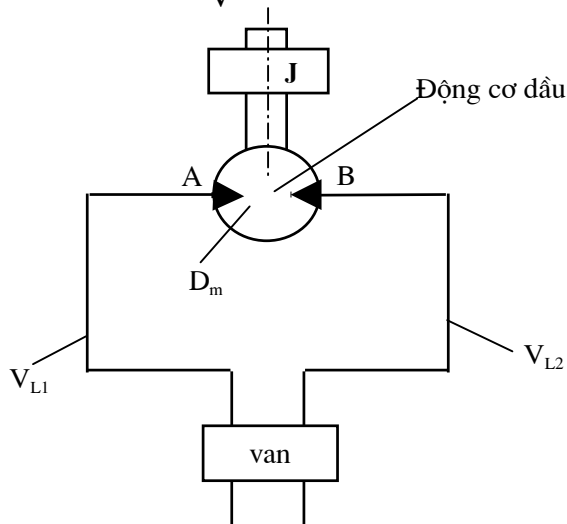
$$V_0 = V + V_L \quad (2.35)$$

Qua hai bài toán trình bày ở mục 2.5.1 và 2.5.2 ta thấy, khi pittông di chuyển thì độ cứng tương sẽ thay đổi làm cho tần số dao động riêng của hệ cũng thay đổi và thay đổi theo quy luật nhất định.

2.6. ĐỘ CỨNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA HỆ CHUYỂN ĐỘNG QUAY

Nếu bỏ qua ma sát và tổn thất lưu lượng thì công thức cơ bản để xác định độ cứng thủy lực là :

$$C_H = \frac{B.A^2}{V} \quad (2.36)$$



Hình 2.11. Mô hình xác định độ cứng tương đương của động cơ dầu

Đối với động cơ dầu, diện tích ảnh hưởng A là hệ số kết cấu D_m (hoặc ký hiệu là A_m) được xác định từ thể tích riêng D :

$$D_m = \frac{D}{2.\pi}, \quad (\text{cm}^3/\text{rad} \text{ hoặc } \text{in}^3/\text{rad}) \quad (2.37)$$

D_m - hệ số kết cấu của động cơ dầu, (cm^3/rad);

D - thể tích riêng của động cơ dầu, (cm^3/vg).

Do động cơ dầu có kết cấu hoàn toàn đối xứng, thể tích chứa dầu trong quá trình làm việc không thay đổi và xác định là :

$$V_A = V_B = \frac{D}{2} = V \quad , \quad (\text{cm}^3/\text{vg hoặc in}^3/\text{vg})$$

Công thức tổng quát để xác định độ cứng thủy lực thành phần của động cơ dầu theo (2.36) là :

$$C_H = \frac{B.D^2}{V} \quad (2.38)$$

Cụ thể theo hình 2.11 sẽ là : $C_H^{(A)} = B \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L1}} \right)$ (2.39)

$$C_H^{(B)} = B \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L2}} \right) \quad (2.40)$$

Độ cứng tương đương : $C_{t\otimes}^{(m)} = C_H^{(A)} + C_H^{(B)}$ (2.41)

Theo hệ mét : $C_{tđ}^{(m)} = \frac{B}{10.000} \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L1}} + \frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L2}} \right)$ (2.42)

trong đó : $C_{tđ}^{(m)}$ - độ cứng tương đương của động cơ dầu, (N.m/rad);

B - môđun đàn hồi của dầu, (kg/cm.s^2);

D - thể tích riêng của động cơ dầu, (cm^3/vg);

V_{L1} và V_{L2} - thể tích đường ống đi và về của động cơ dầu, (cm^3).

Nếu $V_{L1} = V_{L2} = V_L$ thì : $C_{tđ}^{(m)} = \frac{B}{10.000} \left(\frac{D}{\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + 2.V_L} \right)$ (2.43)

Theo hệ Anh : $C_{tđ}^{(m)} = B \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L1}} + \frac{1}{\frac{D}{2} + V_{L2}} \right)$ (2.44)

Nếu $V_{L1} = V_{L2} = V_L$ thì :

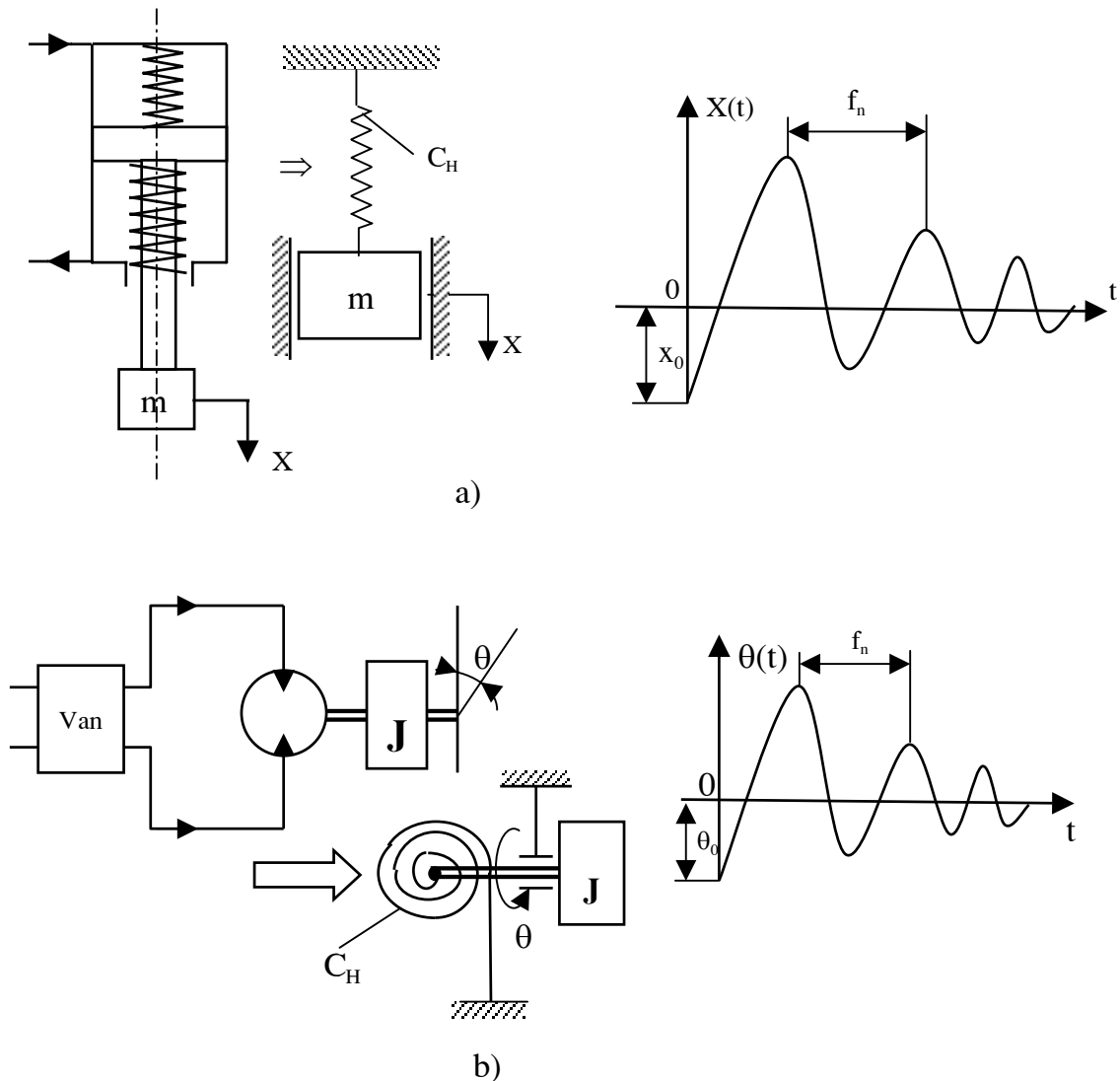
$$C_{td}^{(m)} = B \cdot \left(\frac{D}{\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{D}{2} + 2 \cdot V_L} \right) \quad (2.45)$$

Thứ nguyên theo hệ Anh : $C_{td}^{(m)}$ là lbf/rad; B là lbf/in²; D là in³/vg; V_{L1}, V_{L2} và V_L là in³.

Vì thể tích dầu của động cơ dầu trong quá trình quay không thay đổi nên độ cứng tương đương sẽ không thay đổi, nghĩa là $C_{td}^{(min)} = C_{td}$

2.7. TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG

Mô hình nghiên cứu dao động của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay thể hiện ở hình 2.12.



Hình 2.12. Mô hình dao động của hệ thủy lực

a - Mô hình dao động của xylanh thủy lực ; b-Mô hình dao động của động cơ dầu.

Tần số dao động riêng của hệ chuyển động thẳng là :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{m}} \quad , \quad \text{rad/s} \quad (2.46)$$

trong đó : C_H - độ cứng thủy lực tương đương, (N/m hoặc lbf/in);
 m - khối lượng chuyển động, (kg hoặc lbf.s²/in).

hoặc :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_H}{m}} \quad , \quad \text{Hz} \quad (2.47)$$

Tần số dao động riêng của hệ dao động xoắn (của động cơ dầu) được xác định là :

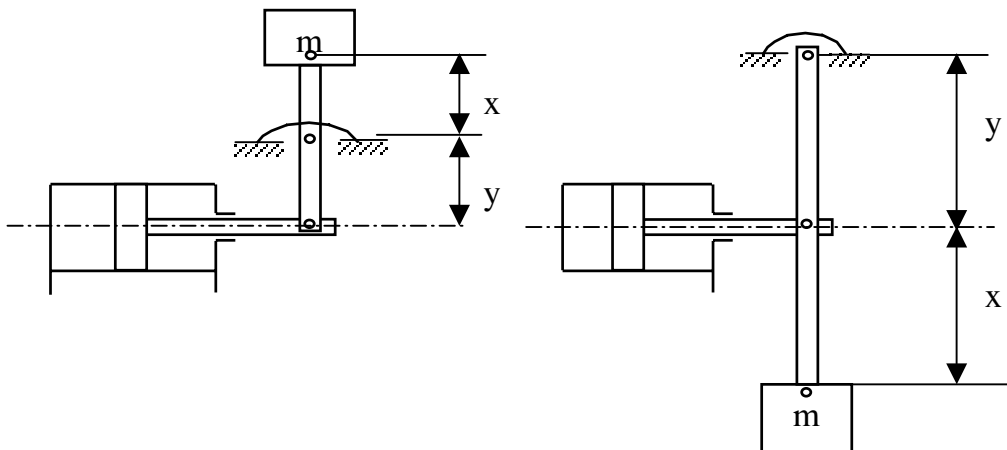
$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{J}} \quad , \quad \text{rad/s} \quad (2.48)$$

trong đó : C_H - độ cứng chống xoắn tương đương, (N.m/rad hoặc lbf.in/rad);
 J - mômen quán tính khối lượng, (N.m.s² hoặc in.lbf.s²).

2.8. CÁC GIÁ TRỊ THU GỌN CỦA MỘT SỐ CƠ CẤU THÔNG DỤNG

Thực tế xylanh thủy lực hoặc động cơ dầu có thể truyền đến một hệ thống truyền động cơ khí nào đó, trong trường hợp này khối lượng quán tính m và mômen quán tính khối lượng J trong các công thức (2.46) và (2.48) phải là các giá trị thu gọn về đầu pittông hoặc trục động cơ dầu (m_{tg} hoặc J_{tg}).

Hình 2.13 trình bày cách xác định m_{tg} và J_{tg} của một số cơ cấu thông dụng.

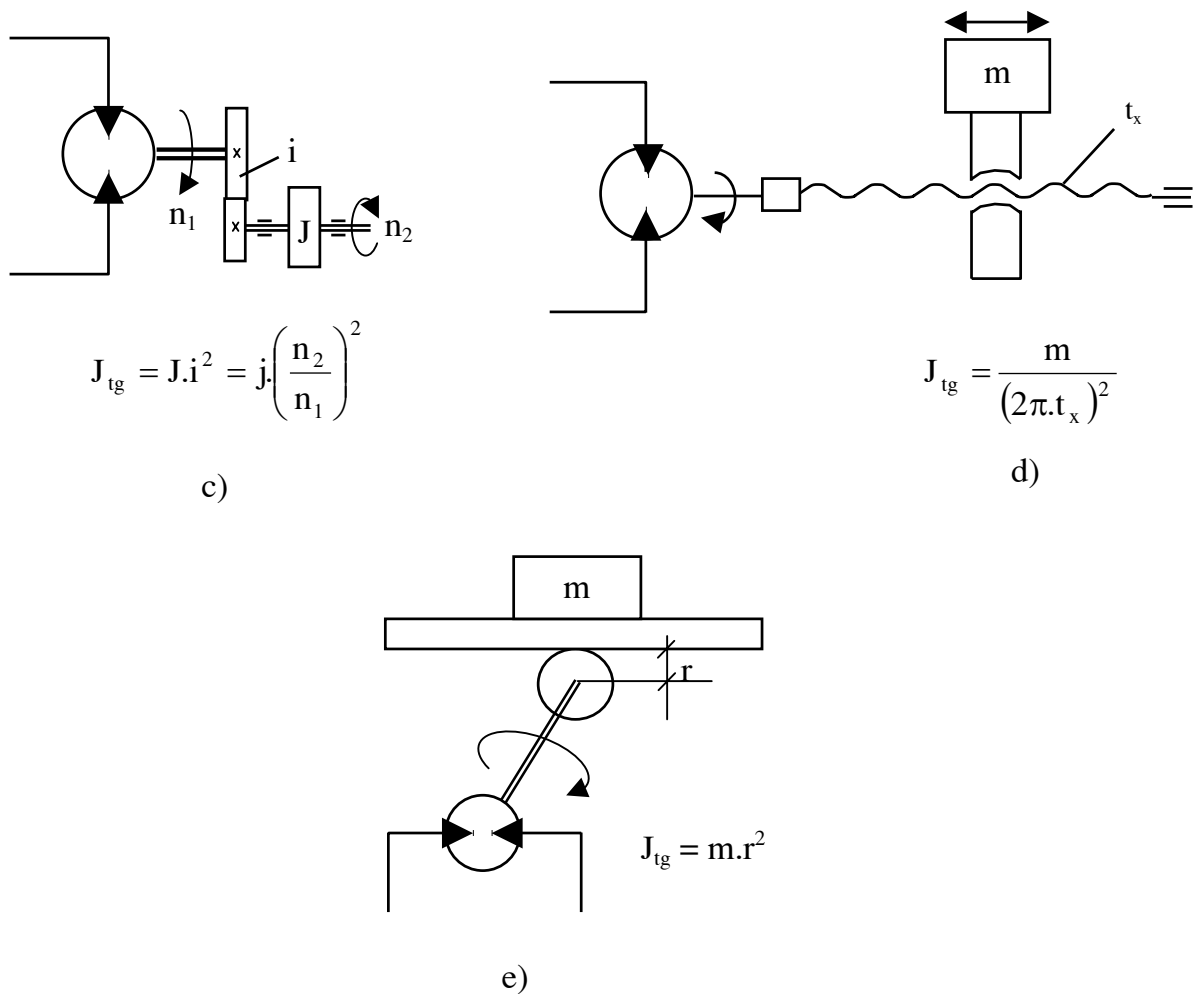


$$m_{tg} = m \left(\frac{x}{y} \right)^2$$

a)

$$m_{tg} = m \cdot \frac{(x + y)^2}{y}$$

b)



Hình 2.13. Sơ đồ xác định các giá trị thu gọn (m_{tg} và J_{tg}) của một số cơ cấu thông dụng
a, b - Các cơ cấu dạng càng dùng cho hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến; c- Truyền động bánh răng (hộp giảm tốc bánh răng) dùng cho động cơ dầu; d- Truyền động vít me có bước t_x dùng cho động cơ dầu; e- Truyền động bánh răng - thanh răng có bán kính lăn của bánh răng là r dùng cho động cơ dầu.

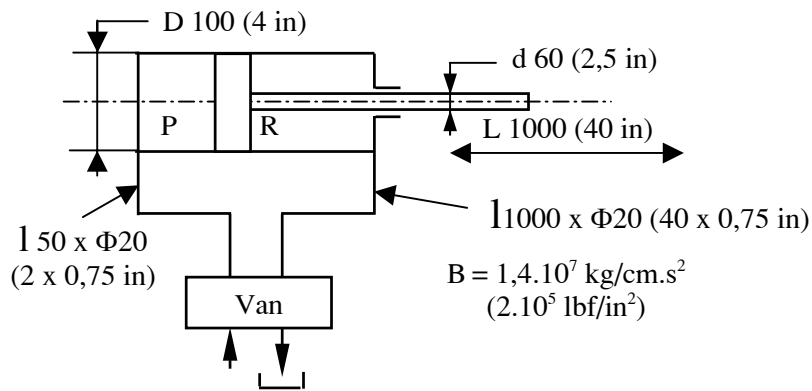
2.9. CÁC VÍ DỤ ỨNG DỤNG

2.9.1. Ví dụ 1

Xác định độ cứng thủy lực nhỏ nhất của cụm truyền động thủy lực chuyển động tịnh tiến trên hình 2.14.

Theo công thức (2.29) ta có :

$$C_H^{(\min)} = B \cdot \left(\frac{A_p^2}{A_p \cdot x + V_{L1}} + \frac{A_p^2}{A_p \cdot (L - x) + V_{L2}} \right)$$



Hình 2.14. Sơ đồ xác định độ cứng của cụm truyền động thủy lực chuyển động tịnh tiến

Gần đúng coi $x \approx \frac{1}{2}L$, nghĩa là $A_P \cdot x = V_P$ và $A_R(L - x) = V_R$.

Nếu tính theo hệ mét ta có :

$$A_P = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 79 \text{ cm}^2; A_R = A_P - \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = 50 \text{ cm}^2$$

$$V_{L1} = \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{4} \right) \cdot 5 = 16 \text{ cm}^3; V_{L2} = \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{4} \right) \cdot 100 = 314 \text{ cm}^3$$

$$V_P = 79 \cdot \frac{100}{2} = 3950 \text{ cm}^3; V_R = 50 \cdot \frac{100}{2} = 2500 \text{ cm}^3$$

$$C_H^{\min} = 1,4 \cdot 10^7 \left(\frac{79^2}{16 + 3950} + \frac{50^2}{314 + 2500} \right)$$

$$C_H^{\min} = 3,4 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

Nếu tính theo hệ Anh ta có :

$$A_P = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 12,6 \text{ in}^2; A_R = A_P - \frac{\pi \cdot 2,5^2}{4} = 7,7 \text{ in}^2$$

$$V_{L1} = \left(\frac{\pi \cdot 0,75^2}{4} \right) \cdot 2 = 0,9 \text{ in}^3; V_{L2} = \left(\frac{\pi \cdot 0,75^2}{4} \right) \cdot 40 = 17,7 \text{ in}^3$$

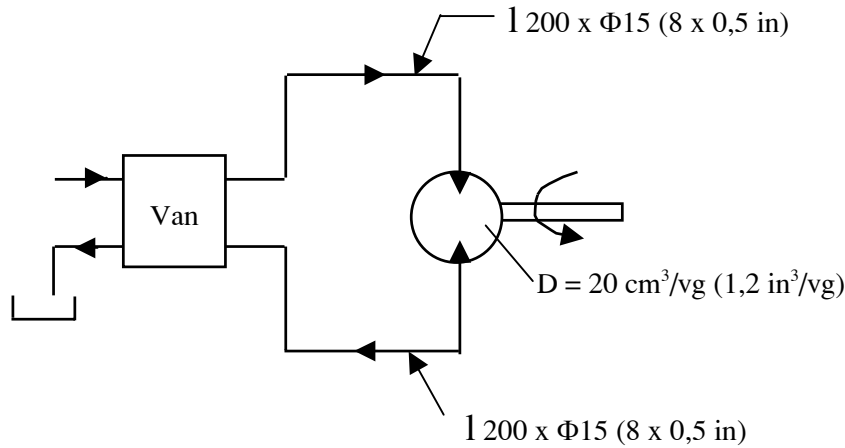
$$V_P = 40 \cdot \frac{12,6}{2} = 252 \text{ in}^3; V_R = 40 \cdot \frac{7,7}{2} = 154 \text{ in}^3$$

$$C_H^{\min} = 2 \cdot 10^5 \cdot \left[\frac{(12,6)^2}{0,9 + 252} + \frac{(7,7)^2}{17,7 + 154} \right]$$

$$C_H^{\min} = 1,95 \cdot 10^5 \text{ lbf/in}$$

2.9.2. Ví dụ 2

Xác định độ cứng của cụm truyền động thủy lực chuyển động quay trên hình 2.15.



Hình 2.15. Sơ đồ xác định độ cứng của cụm truyền động thủy lực chuyển động quay

Theo công thức (2.44) ta có :

$$C_H = \frac{B}{10.000} \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{V_{L1} + \frac{D}{2}} + \frac{1}{V_{L2} + \frac{D}{2}} \right)$$

Tính theo hệ mét : $V_{L1} = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} \cdot \frac{200}{10} = 35,3 \text{ cm}^3$; $V_{L2} = V_{L1} = 35,3 \text{ cm}^3$

$$C_H = \frac{1,4 \cdot 10^7}{10.000} \left(\frac{20}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{35,3 + \frac{20}{2}} + \frac{1}{35,3 + \frac{20}{2}} \right) = 6,3 \cdot 10^2 \text{ N.m/rad}$$

$$C_H = 6,3 \cdot 10^2 \text{ N.m/rad}$$

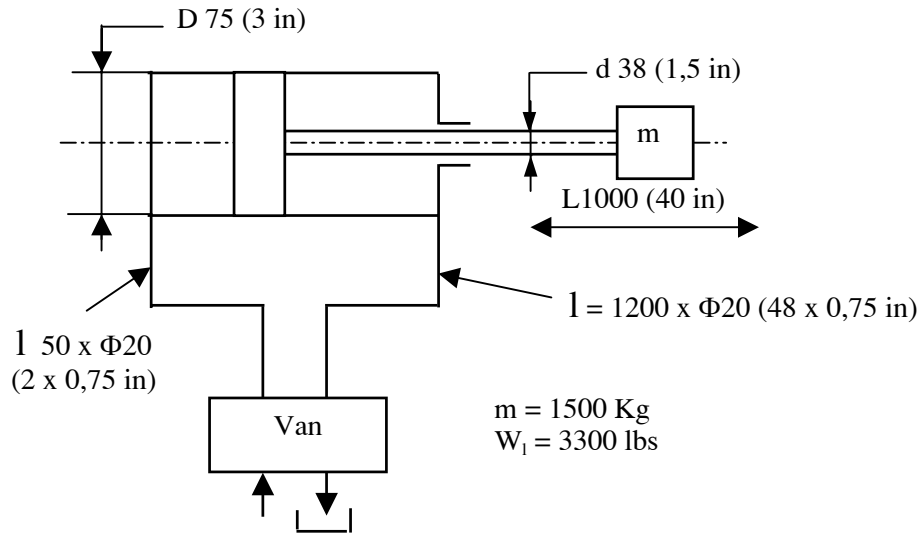
Tính theo hệ Anh : $V_{L2} = V_{L1} = \left[\frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \right] \cdot 8 = 1,6 \text{ in}^3$

$$C_H = 2 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1,2}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{1,6 + \frac{1,2}{2}} + \frac{1}{1,6 + \frac{1,2}{2}} \right)$$

$$C_H = 6,6 \cdot 10^3 \text{ lbs/rad.}$$

2.9.3. Ví dụ 3

Xác định tần số dao động riêng của cụm truyền động thủy lực chuyển động tịnh tiến trên hình 2.16.



Hình 2.16. Sơ đồ xác định tần số dao động riêng của cụm truyền động thủy lực chuyển động tịnh tiến

Tính theo hệ mét : $A_p = \frac{\pi \cdot 7,5^2}{4} = 44 \text{ cm}^2$; $A_R = A_p - \frac{\pi \cdot 3,8^2}{4} = 33 \text{ cm}^2$

$$V_{L1} = \left[\frac{\pi \cdot 2^2}{4} \right] \cdot 5 = 16 \text{ cm}^3 ; V_{L2} = \left[\frac{\pi \cdot 2^2}{4} \right] \cdot 120 = 377 \text{ cm}^3$$

$$C_H = B \left(\frac{A_p^2}{V_{L1} + \frac{1 \cdot A_p}{2}} + \frac{A_R^2}{V_{L2} + \frac{1 \cdot A_R}{2}} \right) = 1,4 \cdot 10^7 \left(\frac{44^2}{16 + \frac{100}{2} \cdot 44} + \frac{33^2}{377 + \frac{100}{2} \cdot 33} \right)$$

$$= 1,97 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

Tần số dao động riêng tính theo công thức (2.46) là :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{m}} = \sqrt{\frac{1,97 \cdot 10^7}{1500}} = 115 \text{ rad/s hay } f_n = \frac{115}{2\pi} = 18 \text{ Hz}$$

Tính theo hệ Anh :

$$A_p = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 7,1 \text{ in} ; A_R = A_p - \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} = 5,3 \text{ in}$$

$$V_{L1} = \frac{\pi \cdot 0,75^2}{4} \cdot 2 = 0,9 \text{ in}^3 ; V_{L2} = \frac{\pi \cdot 0,75^2}{4} \cdot 48 = 21,2 \text{ in}^3$$

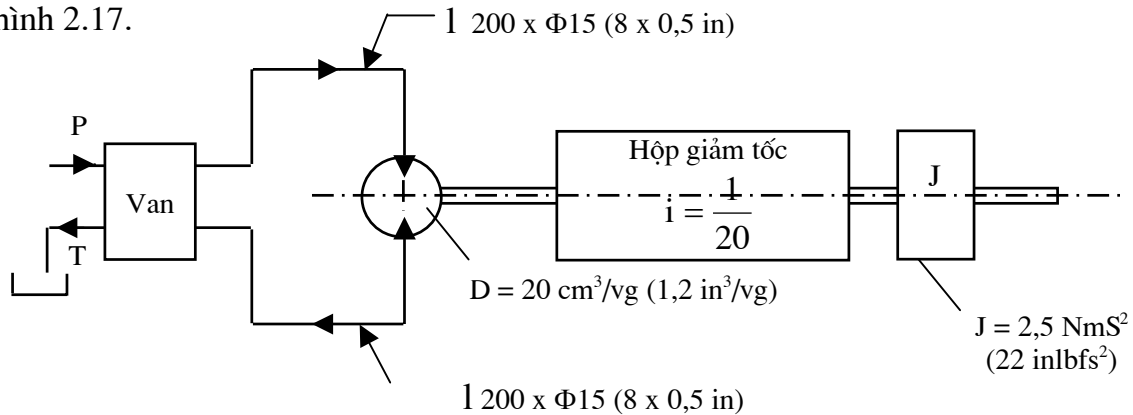
$$C_H = 2.10^5 \cdot \left(\frac{7,1^2}{0,9 + \frac{40}{2} \cdot 7,1} + \frac{5,3^2}{21,2 + \frac{40}{2} \cdot 5,3} \right); C_H = 1,1 \cdot 10^5 \text{ lbf/in}$$

Tần số dao động riêng :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1,1 \cdot 10^5}{\frac{3300}{380}}} = 18 \text{ Hz}$$

2.9.4. Ví dụ 4

Xác định tần số dao động riêng của hệ truyền động thủy lực chuyển động quay ở hình 2.17.



Hình 2.17. Sơ đồ xác định tần số dao động riêng của cụm truyền động thủy lực chuyển động quay

Tính theo hệ mét :

- Độ cứng thủy lực $C_H = 6,3 \cdot 10^2 \text{ N.m/rad}$

- Mômen quán tính khối lượng thu gọn ở hình 2.1 được xác định theo công thức :

$$J_{tg} = J \cdot i^2 = 2,5 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^2 = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ N.ms}^2.$$

- Tần số dao động riêng :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{J_{tg}}} = \sqrt{\frac{6,3 \cdot 10^2}{6,25 \cdot 10^{-3}}} = 318 \text{ rad/s}; f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{318}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

Tính theo hệ Anh : $C_H = 6,6 \cdot 10^3 \text{ lbf/rad}; J_{tg} = 22 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^2 = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ inlbfs}^2$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{J_{tg}}} = \sqrt{\frac{6,6 \cdot 10^3}{5,5 \cdot 10^{-2}}} = 346 \text{ rad/s}; f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{346}{2\pi} = 55 \text{ Hz}$$

Do làm tròn khi chuyển đổi đơn vị tính nên tần số khi tính theo hệ Anh có sai khác với hệ mét.

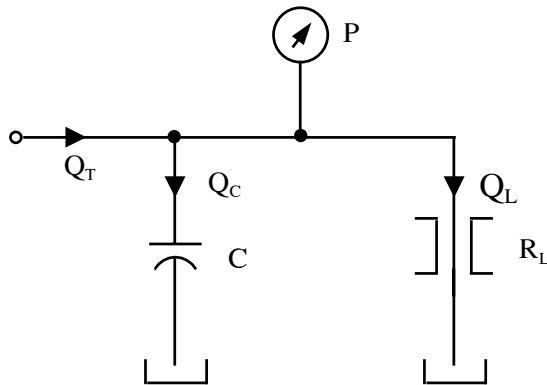
Chương 3

ĐỘNG LỰC HỌC CỦA HỆ TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC

3.1. QUY LUẬT THAY ĐỔI CỦA ÁP SUẤT

3.1.1 Xác định lưu lượng khi biết quy luật thay đổi của áp suất

Nghiên cứu mạch thủy lực ở hình 3.1, trên đó có hai yếu tố chính là lưu lượng tính đến độ đàn hồi của dầu qua C và lưu lượng thực hiện chảy tầng qua R_L .



Hình 3.1. Mạch thủy lực có $R_L - C$

Phương trình cân bằng lưu lượng là :

$$Q_T = Q_C + Q_L \quad (3.1)$$

$$Q_C = C \frac{dP}{dt} \text{ và } Q_L = \frac{P}{R_L} \quad (3.2)$$

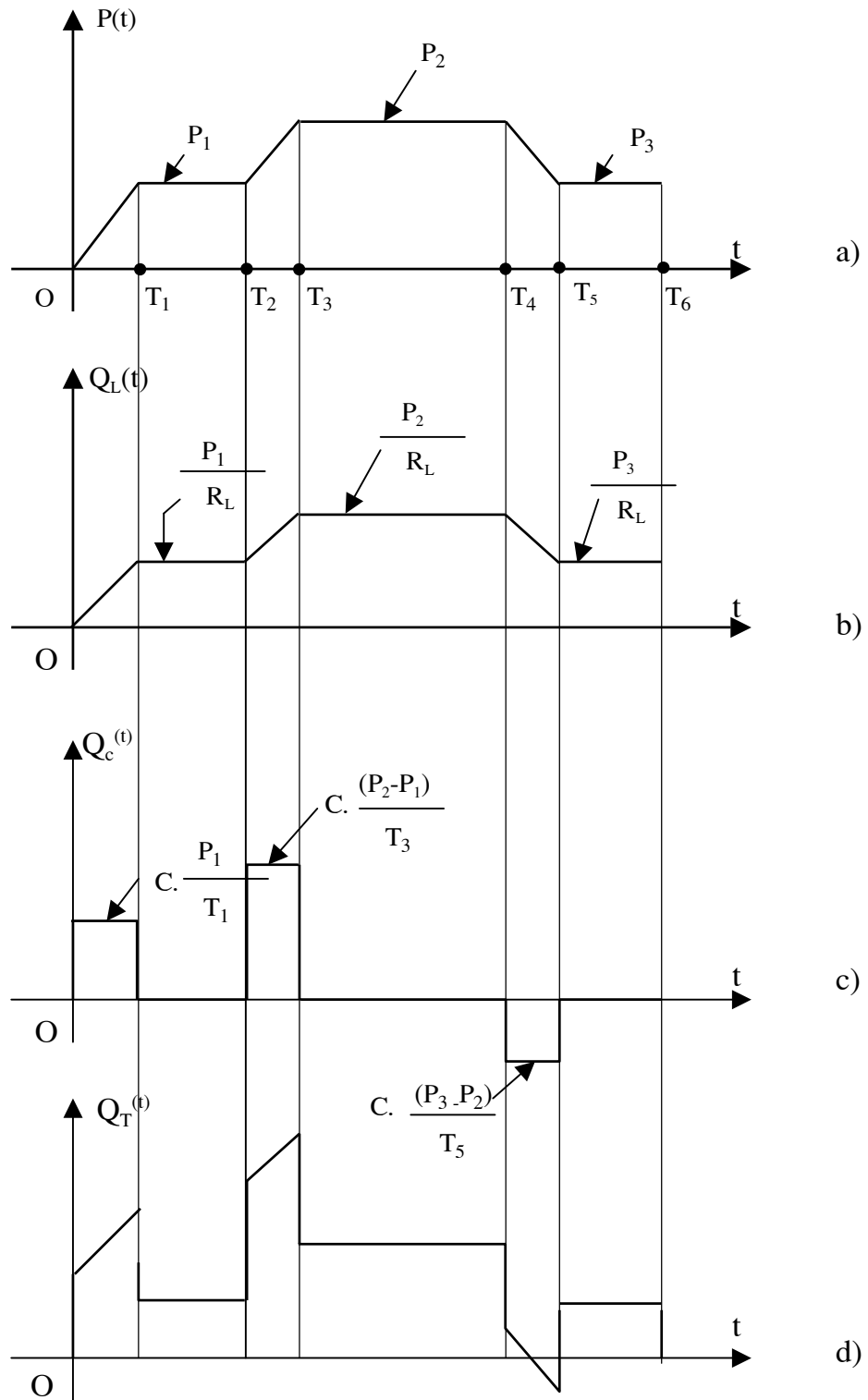
hay :

$$Q_T = C \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{P}{R_L} \quad (3.3)$$

Như vậy theo công thức (3.3), nếu biết quy luật thay đổi của áp suất P thì ta xác định được lưu lượng Q_T .

Giả sử quy luật thay đổi áp suất như ở hình 3.2a thì lưu lượng Q_L sẽ thay đổi đồng dạng với áp suất P (hình 3.2b) vì $Q_L = \frac{P}{R_L}$ và Q_C sẽ như ở hình 3.2c vì $Q_C = C \frac{dp}{dt}$.

Lưu lượng tổng cộng Q_T là tổng của Q_L và Q_C theo phép cộng đồ thị (hình 3.2d).

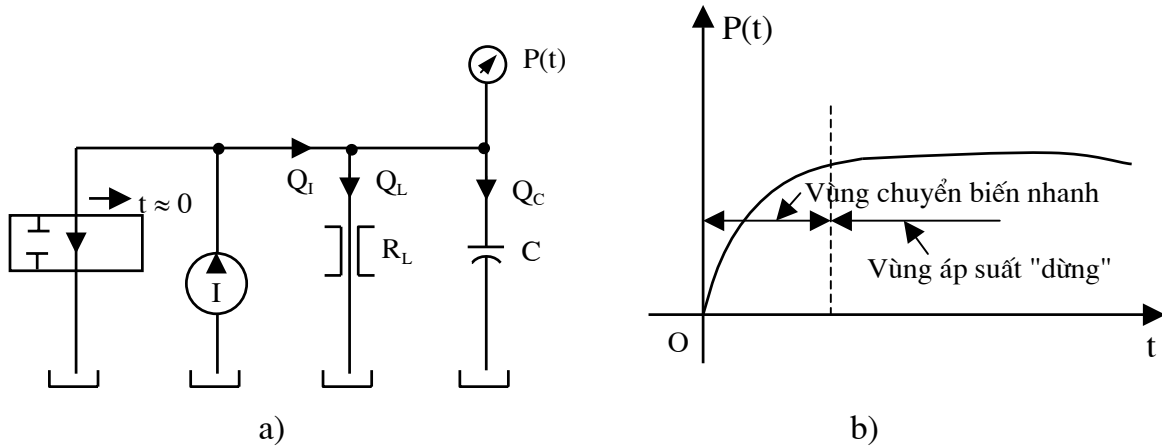


Hình 3.2. Đồ thị xác định lưu lượng Q_T từ đặc tính áp suất
a- Đồ thị quy luật thay đổi áp suất; b- Lưu lượng của dòng chảy tầng;
c- Lưu lượng do biến dạng đàn hồi của dầu; d- Lưu lượng tổng cộng Q_T .

3.1.2. Xác định quy luật thay đổi áp suất khi biết lưu lượng cung cấp Q_I trong mạch $R_L C$ thủy lực

Nếu biết lưu lượng cung cấp Q_I có thể xác định được quy luật thay đổi áp suất $P(t)$.

Giả sử ta có mạch thủy lực như ở hình 3.3a, trong đó bơm có lưu lượng Q_I (I ký hiệu cho bơm có lưu lượng lý tưởng tức là không có tổn thất lưu lượng) và một van trượt 2 vị trí điều khiển. Van có tác dụng là khi đóng thì toàn bộ dầu từ bơm sẽ về hệ thống và khi mở thì dầu từ bơm sẽ thông vào bể dầu.



Hình 3.3. Mô hình nghiên cứu quy luật thay đổi áp suất

a- Sơ đồ mạch thủy lực $R_L C$; b- Quy luật chuyển biến của áp suất.

Khi van mở, toàn bộ lưu lượng của bơm sẽ qua van và về bể dầu. Lúc đó áp suất hệ thống $P(t) = 0$; Lưu lượng tổn thất qua R_L bằng 0 và chưa có dầu tích lũy trong C .

Khi van đột ngột đóng ($t \approx 0$) thì tất cả lưu lượng dầu cung cấp của bơm đều vào hệ thống. Ban đầu áp suất còn thấp chưa có chất lỏng rò qua R_L và dầu tích vào C còn ít. Sau một thời gian áp suất tăng lên, dầu tích vào C nhiều hơn và chất lỏng rò qua R_L tăng dần. Kết quả chất lỏng rò qua R_L sẽ làm cho áp suất chỉ tăng đến một mức nào đó rồi không tăng và chất lỏng không còn tích thêm vào C được (P "đứng" tăng), điều này sẽ dẫn tới toàn bộ lưu lượng của bơm tràn qua R_L . Thời điểm áp suất không tăng nữa có thể gọi là thời điểm bắt đầu "đứng" và đồ thị đặc tính của áp suất thể hiện như trên hình 3.3b.

Trong quá trình nghiên cứu mạch thủy lực hãy so sánh với mạch điện, giữa chúng có những đặc điểm tương tự về hoạt động cũng như mô hình tính toán. Ví dụ sơ đồ đang nghiên cứu trên hình 3.3 tương đương với mạch điện RC , trong đó R_L tương đương với điện trở R và C tương đương với một tụ điện C . Quan hệ giữa áp suất và lưu lượng là tuyến tính (cho trường hợp dòng chảy tầng) hoặc là bậc hai (cho trường hợp chảy rối).

Khi đóng van, phương trình lưu lượng sẽ là :

$$Q_I = Q_L + Q_C = \frac{P}{R_L} + C \cdot \frac{dp}{dt} \quad (3.4)$$

Giả sử $P(t)$ tăng theo quy luật hàm mũ và dạng tổng quát là :

$$P(t) = P_s + P_0 \cdot e^{S \cdot t} \quad (3.5)$$

trong đó : P_0 - áp suất ở thời điểm ban đầu ($t \approx 0$);

P_s - áp suất ở trạng thái "dừng" (áp suất làm việc ổn định).

Thay (3.5) vào (3.4) ta được :

$$Q_I = \left(\frac{P_s}{R_L} + \frac{P_0 \cdot e^{S \cdot t}}{R_L} \right) + C \cdot \frac{d(P_s + P_0 \cdot e^{S \cdot t})}{dt} \quad (3.6)$$

hay :

$$Q_I = \frac{P_s}{R_L} + \frac{P_0 \cdot e^{S \cdot t}}{R_L} + C \cdot S \cdot P_0 \cdot e^{S \cdot t} \quad (3.7)$$

Theo lý thuyết về phương trình vi phân tuyến tính, có thể tách phương trình (3.7) thành hai phương trình độc lập. Các số hạng không đổi cân bằng nhau và các số hạng tồn tại trong thời gian ngắn cân bằng nhau.

Tức là (3.7) có thể được viết lại như sau :

$$Q_I = \frac{P_s}{R_L} \quad (3.8)$$

và :

$$\frac{P_0 \cdot e^{S \cdot t}}{R_L} + C \cdot S \cdot P_0 \cdot e^{S \cdot t} = 0 \quad (3.9)$$

do $e^{S \cdot t} \neq 0$ suy ra :

$$\frac{P_0}{R_L} + C \cdot S \cdot P_0 = 0 \quad (3.10)$$

hoặc :

$$\frac{1}{R_L} + S \cdot C = 0 \quad \text{nên : } S = - \frac{1}{R_L \cdot C} \quad (3.11)$$

Thay (3.8) và (3.11) vào (3.5) ta được :

$$P(t) = Q_I \cdot R_L + P_0 \cdot e^{-\frac{1}{R_L \cdot C} \cdot t} \quad (3.12)$$

Ta biết tại thời điểm $t = 0$ van bắt đầu đóng thì $P(0) = 0$ nên :

$$P(0) = Q_I \cdot R_L + P_0 \cdot e^{-0} = 0 \quad (3.13)$$

Vì $e^{-0} = 1$ nên :

$$P_0 = - Q_I \cdot R_L \quad (3.14)$$

Vậy :

$$P(t) = Q_I \cdot R_L \left(1 - e^{-\frac{1}{R_L \cdot C} \cdot t} \right) \quad (3.15)$$

Trường hợp khi van mở hoàn toàn ($t = 0$) mà áp suất $P(0) \neq 0$ thì

$$P(0) = Q_I \cdot R_L + P_0 \cdot e^0 \quad (3.16)$$

Suy ra :

$$P_0 = P(0) - Q_I \cdot R_L \quad (3.17)$$

$$\text{Thay (3.17) vào (3.12) ta có : } P(t) = Q_L \cdot R_L + [P(0) - Q_L \cdot R_L] \cdot e^{-\frac{1}{R_L \cdot C} \cdot t} \quad (3.18)$$

$$\text{hay : } P(t) = P_S + [P(0) - P_S] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.19)$$

$$\text{trong đó : } \tau = R_L \cdot C \quad (3.20)$$

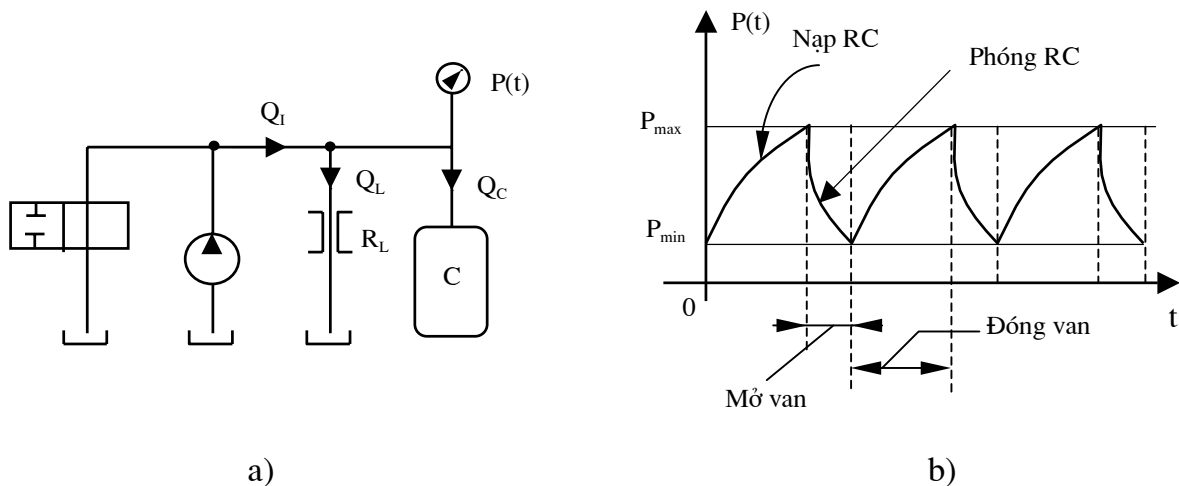
τ gọi là hằng số thời gian của đặc tính áp suất.

3.1.3. Quá trình phóng và nạp dầu trong mạch RC thủy lực

Mạch thủy lực ví dụ ở trên gọi là mạch RC thủy lực. Mạch này có thể ứng dụng để thực hiện thí nghiệm xác định đặc tính áp suất hoặc xác định hệ số khả năng tích lũy đàn hồi C.

Hãy nghiên cứu sơ đồ hình 3.4, trên đó có bơm dầu, van trượt hai vị trí, bộ tạo tổn thất lưu lượng R_L và một bình chứa dầu tạo khả năng tích lũy đàn hồi của dầu C.

Khi đóng van dầu được nạp vào bình chứa C, đặc tính của áp suất tăng theo quy luật hàm mũ như đã giới thiệu ở mục 3.2.



Hình 3.4. Mô hình nghiên cứu quá trình phóng và nạp dầu (RC)

a- Mô hình mạch RC thủy lực; b- Đặc tính về phóng và nạp RC thủy lực.

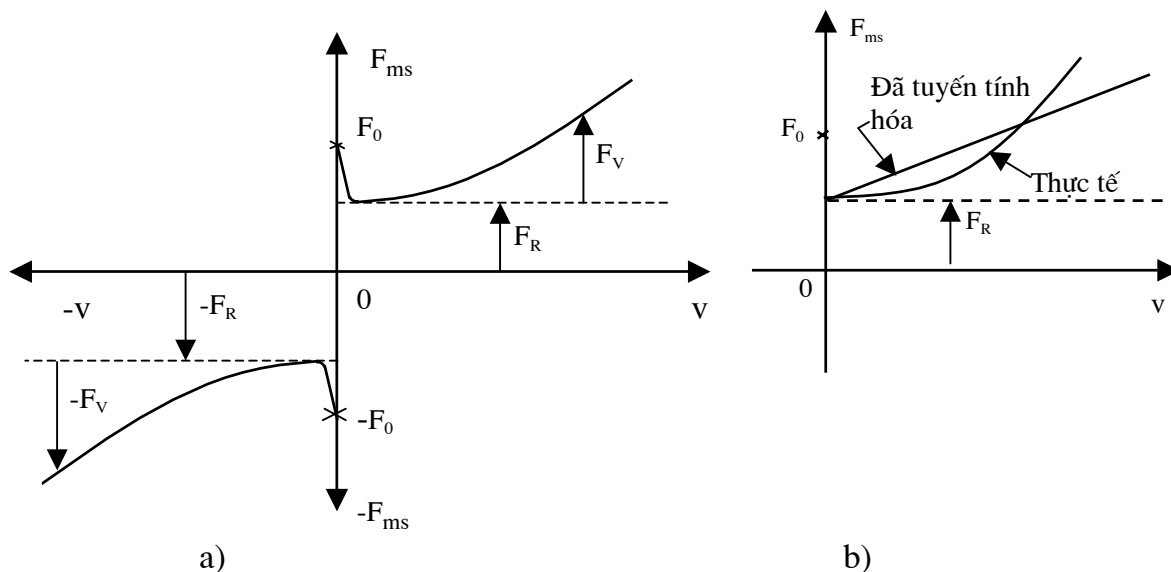
Khi mở van, dầu từ bơm hoàn toàn quay về bể dầu đồng thời dầu đã tích lũy trong bình C được xả (phóng). Khi phóng RC áp suất cũng giảm dần theo quy luật hàm mũ

Chu kỳ phóng và nạp RC thủy lực phụ thuộc vào thời gian đóng mở van. Thời gian càng ngắn thì P_{max} giảm và P_{min} tăng. Đặc tính phóng nạp được giới thiệu ở hình 3.4b.

3.2. QUÁ TRÌNH MA SÁT

Ma sát là một hiện tượng tự nhiên phức tạp, có thể có lợi hoặc hại tùy thuộc vào mục đích sử dụng của thiết bị. Đối với những hệ có dao động ngoài mong muốn thì chính nhờ ma sát sẽ cản trở hoặc hạn chế được dao động đó.

Lực ma sát quan hệ đến vận tốc chuyển động tuân theo đặc tính hình 3.5a. Trong đó giá trị F_0 là lực ma sát cần thiết để vật thoát khỏi trạng thái tĩnh do hiện tượng trượt dính và F_v là ma sát nhớt khi vật chuyển động với vận tốc v . Giá trị F_v sẽ liên quan đến hiện tượng tắt dần dao động trong các dao động. F_R là lực ma sát có giá trị không đổi.



Hình 3.5. Đồ thị quan hệ giữa lực ma sát và vận tốc chuyển động

a- Đồ thị quan hệ $F_{ms} - v$ thực tế; b- Đồ thị về tuyến tính hoá quan hệ $F_{ms} - v$.

Thực tế vận tốc để lực dính kết F_0 giảm xuống F_R rất nhỏ (≈ 0) nên có thể coi F_v xuất hiện tại $v \approx 0$.

Các thành phần lực trên được xác định như sau :

$$F_0 = \mu_0 \cdot F_N \quad (3.21)$$

$$F_R = \mu_R \cdot F_N \quad (3.22)$$

trong đó : F_N - lực pháp tuyến trên bề mặt trượt;

μ_0, μ_R - các hệ số ma sát nhớt liên quan đến sự dính kết và trượt của các cặp ma sát.

Nếu đường cong ma sát nhớt F_v chia ra thành từng đoạn nhỏ tuyến tính thì ta có công thức :

$$F_v = f_1 \cdot v^{(1)} + f_2 \cdot v^{(2)} + f_3 \cdot v^{(3)} + \dots + f_n \cdot v^{(n)} \quad (3.23)$$

trong đó f_i và $v^{(i)}$ là hệ số ma sát nhớt và vận tốc tương ứng với các đoạn chia nhỏ ở trên đường cong.

Để đơn giản cho quá trình tính toán, thực tế có thể tuyến tính hoá đường cong thực F_v , tuy nhiên sai số tuyến tính nhỏ và nằm trong phạm vi cho phép ứng dụng của kỹ thuật (hình 3.5b).

Lực ma sát nhớt F_v viết lại là :

$$F_V = f_V \cdot v \quad (3.24)$$

trong đó : v - vận tốc chuyển động; f_V - hệ số ma sát nhớt.

Thực tế F_R rất nhỏ, có thể bỏ qua, F_0 là lực liên kết khi vật chưa chuyển động. Nên trong quá trình thiết lập các phương trình lực thì lực ma sát được tính theo công thức (3.24).

Cũng phân tích tương tự như trên đối với hệ chuyển động quay mômen ma sát được xác định theo công thức :

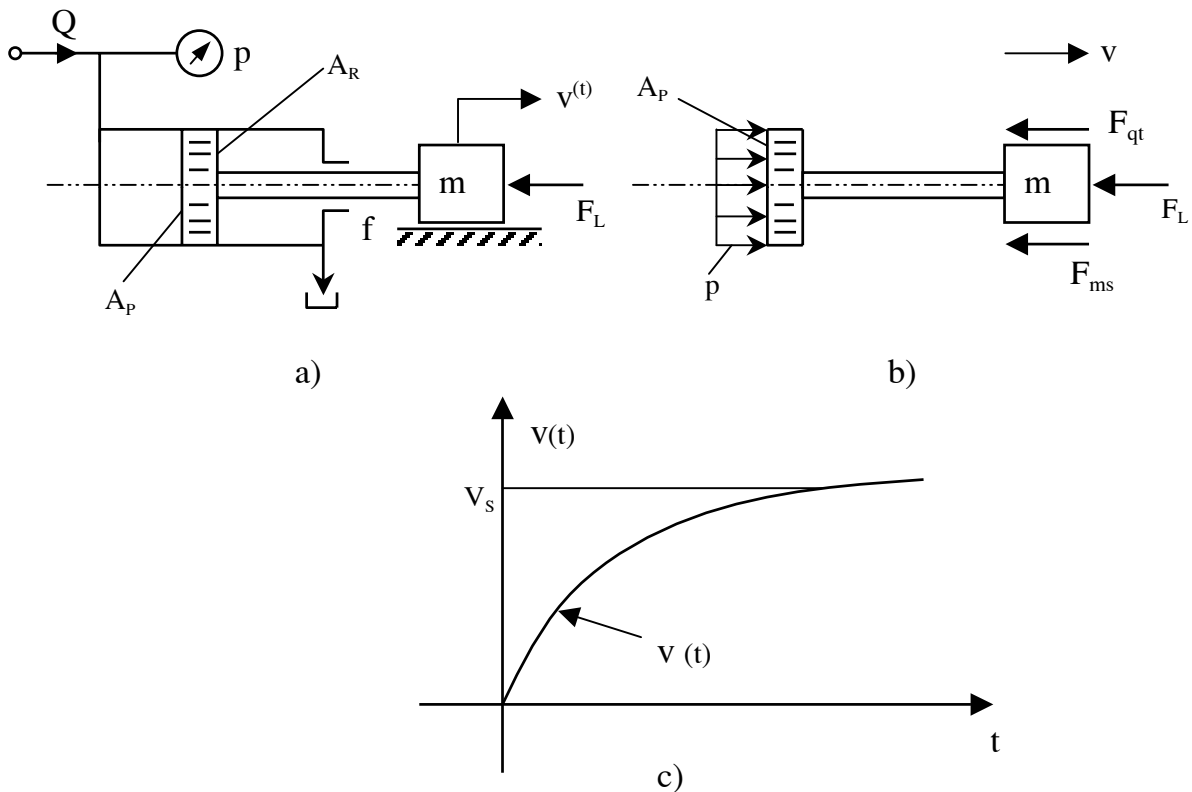
$$M_\Omega = f_\Omega \cdot \Omega \quad (3.25)$$

trong đó : M_Ω - mômen do ma sát nhớt gây ra;

f_Ω - hệ số ma sát nhớt ($f_\Omega \neq f_V$);

Ω - vận tốc góc của hệ ma sát chuyển động quay.

3.3. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA PITTÔNG KHI TÍNH ĐẾN MA SÁT NHỚT



Hình 3.6. Mô hình tính toán vận tốc chuyển động của pittông

a- Sơ đồ nguyên lý; b- Sơ đồ phân tích lực; c - Đồ thị vận tốc $v(t)$.

Khi pittông của xy lanh thủy lực mang khối lượng m chuyển động với vận tốc $v(t)$ (hình 3.6a) thì phương trình cân bằng lực được xây dựng trên cơ sở của sơ đồ phân tích

lực (hình 3.6b) như sau :

$$P \cdot A_p - F_{ms} - F_L = m \frac{dv}{dt} \quad (3.26)$$

$F_{ms} = f.v$ là lực ma sát nhớt.

Nếu vận tốc chuyển động của pittông $v(t)$ biến đổi theo quy luật hàm mũ (hình 3.6c) và xác định theo công thức :

$$v(t) = v_s + v_0.e^{st} \quad (3.27)$$

thì (3.26) được viết lại bằng cách thay (3.27) vào (3.26) :

$$P.A_p - f.v_s - f.v_0.e^{st} - F_L = m.s.e^{st}.v_0 \quad (3.28)$$

Tách (3.28) thành hai phương trình độc lập theo tính chất của phương trình vi phân tuyến tính :

$$P.A_p - F_L - f.v_s = 0 \quad (3.29)$$

và
$$f.v_0.e^{st} = -s.m.e^{st}.v_0 \quad (3.30)$$

Suy ra :
$$v_s = \frac{P.A_p - F_L}{f} \quad (3.31)$$

Công thức (3.30) có $e^{st} \neq 0$ nên : $f + s.m = 0$ hay $s = -\frac{f}{m}$ (3.32)

Tại thời điểm $t = 0$ thì $v_{(0)} = v_s + v_0.s^0$ hay $v_0 = v(0) - v_s$ (3.33)

Lúc này :
$$v(t) = v_s + (v_{(0)} - v_s).e^{\left(-\frac{f}{m}t\right)} \quad (3.34)$$

hoặc :
$$v(t) = v_s + [v_{(0)} - v_s] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.35)$$

với $\tau = \frac{m}{s}$, τ gọi là hằng số thời gian của đặc tính vận tốc.

3.4. ĐẶC TÍNH ÁP SUẤT CỦA HỆ TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC CHUYỂN ĐỘNG TÍNH TIẾN

3.4.1. Khi xét đến các yếu tố là khối lượng chuyển động, độ đàn hồi của dầu và tổn thất lưu lượng (bỏ qua ma sát nhớt)

Như đã giới thiệu ở mục 3.1 và 3.2, R_L thể hiện sức cản chống lại khả năng rò dầu trong hệ thủy lực. Năng lượng P . Q_L qua R_L biến thành nhiệt năng. Cùng với ma sát F_{ms} R_L sẽ làm cản trở dao động của quá trình quá độ. Nếu ma sát lớn, tổn thất lưu lượng lớn thì thời gian đáp ứng sẽ nhanh. Như vậy trong một số trường hợp đây lại là yếu tố có lợi.

Mục này nghiên cứu sơ đồ thủy lực ở hình 3.7a, trong đó các ký hiệu về phân tử và thông số của hệ giống như đã ký hiệu ở các phần trước.

Phương trình cân bằng lưu lượng :

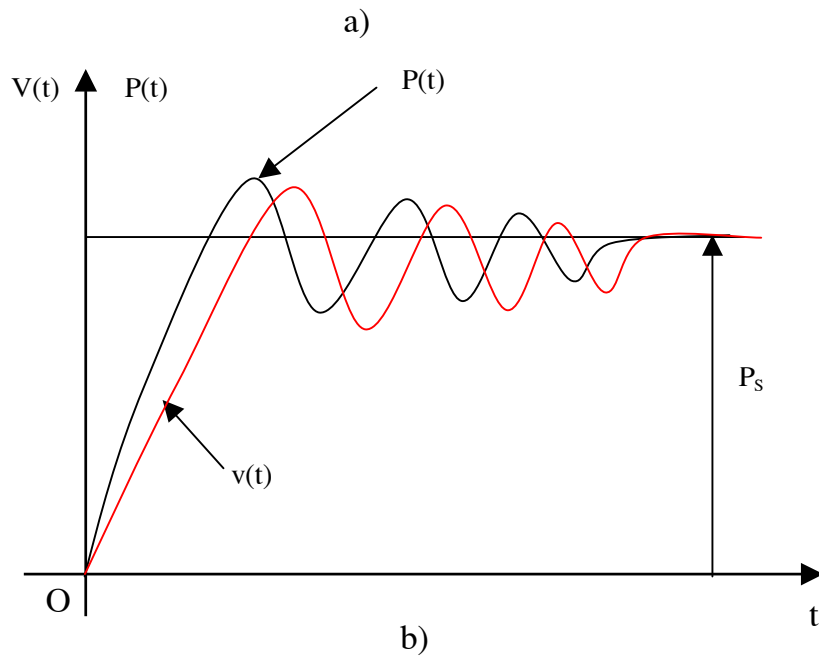
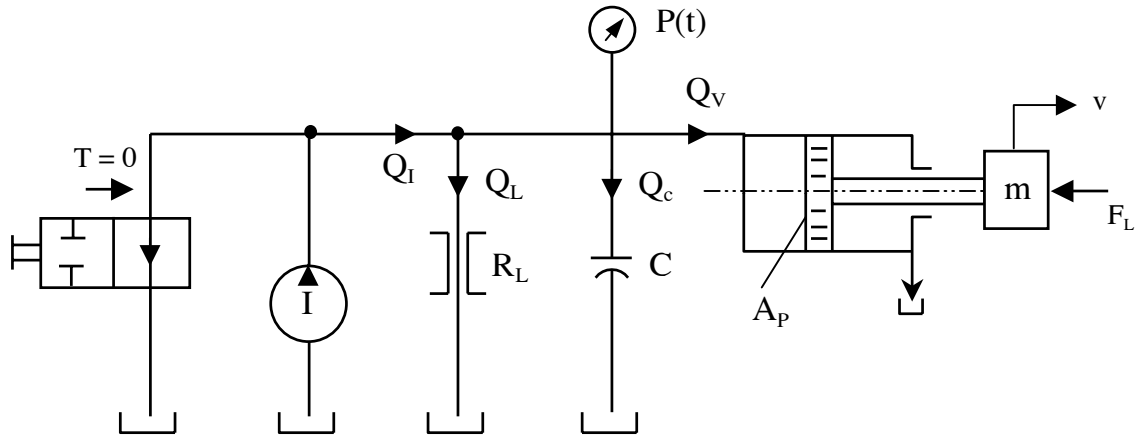
$$Q_I = Q_L + Q_C + Q_V = \frac{P}{R_L} + C.\frac{dp}{dt} + v.A_p \quad (3.36)$$

Phương trình cân bằng lực :

$$P.A_P - F_L = ma = m \frac{dv}{dt} \quad (3.37)$$

hay :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{P.A_P}{m} - \frac{F_L}{m} \quad (3.38)$$



Hình 3.7. Mô hình khảo sát đặc tính $P(t)$ khi bỏ qua ma sát nhớt
a- Sơ đồ nguyên lý; b- Đặc tính $P(t)$ và $v(t)$.

Tích phân hai vế phương trình (3.38) là :

$$\int_0^t a dt = \int_0^t \frac{dv}{dt} .dt = v = \frac{A_P}{m} \int_0^t P dt - \frac{1}{m} \int_0^t F_L dt \quad (3.39)$$

Thay (3.39) vào (3.36) ta được :

$$Q_I = \frac{P}{R_L} + C \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{A_P^2}{m} \int_0^t P \cdot dt - \frac{A_P}{m} \int_0^t F_L \cdot dt \quad (3.40)$$

Do Q_I là hằng số nên $\frac{dQ_I}{dt} = 0$:

$$\frac{dQ_I}{dt} = \frac{1}{R_L} \frac{dP}{dt} + C \cdot \frac{d^2P}{dt^2} + \frac{A_P^2}{m} \cdot P - \frac{A_P}{m} \cdot F_L = 0 \quad (3.41)$$

Mặt khác $P(t) = P_S + P_0 \cdot e^{S \cdot t}$ nên :

$$\frac{dP}{dt} = S \cdot e^{S \cdot t} \cdot P_0 \quad \text{và} \quad \frac{d^2P}{dt^2} = S^2 \cdot e^{S \cdot t} \cdot P_0 \quad (3.42)$$

Thay (3.42) vào (3.41) :

$$S \cdot \frac{P_0}{R_L} \cdot e^{S \cdot t} + S^2 \cdot C \cdot P_0 \cdot e^{S \cdot t} + \frac{A_P^2}{m} \cdot P_S + \frac{A_P^2}{m} \cdot P_0 \cdot e^{S \cdot t} - \frac{A_P}{m} \cdot F_L = 0 \quad (3.43)$$

Theo tính chất của phương trình vi phân tuyến tính thì (3.43) có thể tách ra thành hai phương trình sau :

$$\frac{A_P^2}{m} \cdot P_S - \frac{A_P}{m} \cdot F_L = 0 \quad (3.44)$$

và :

$$\left[\frac{S}{R_L} + S^2 \cdot C + \frac{A_P^2}{m} \right] \cdot P_0 \cdot e^{S \cdot t} = 0 \quad (3.45)$$

Từ (3.44) ta rút ra được áp suất ở trạng thái ổn định là :

$$P_S = \frac{F_L}{A_P} \quad (3.46)$$

Công thức (3.45) có $P_0 \neq 0$ và $e^{S \cdot t} \neq 0$ nên

$$\frac{S}{R_L} + S^2 \cdot C + \frac{A_P^2}{m} = 0$$

hay :

$$S^2 + \frac{1}{R_L \cdot C} \cdot S + \frac{A_P^2}{m \cdot C} = 0 \quad (3.47)$$

Phương trình (3.47) là phương trình bậc hai của S nên nghiệm của nó là :

$$S = -\frac{1}{2 \cdot R_L \cdot C} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{R_L^2 \cdot C^2} - \frac{4A_P^2}{m \cdot C}} \quad (3.48)$$

và có ba khả năng sau đây có thể xảy ra :

1. Khả năng thứ nhất : Đại lượng S có hai nghiệm thực không trùng nhau khi

$$\frac{1}{R_L^2 \cdot C^2} > \frac{4A_P^2}{m \cdot C} \quad (3.49)$$

và nếu đặt $S_1 = -\frac{1}{\tau_1}$ và $S_2 = -\frac{1}{\tau_2}$ là :

$$\frac{1}{\tau_1} = -\frac{1}{2 \cdot R_L \cdot C} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{R_L^2 \cdot C^2} - \frac{4A_P^2}{m \cdot C}} \quad (3.50)$$

$$\frac{1}{\tau_2} = -\frac{1}{2 \cdot R_L \cdot C} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{R_L^2 \cdot C^2} - \frac{4A_P^2}{m \cdot C}} \quad (3.51)$$

Thay S_1 và S_2 vào $P(t) = P_S + P_0 \cdot e^{S \cdot t}$ ta được

$$P(t) = P_S + P_{01} \cdot e^{-t/\tau_1} + P_{02} \cdot e^{-t/\tau_2} \quad (3.52)$$

P_{01} và P_{02} xác định theo điều kiện đầu.

2. Khả năng thứ hai : S có hai nghiệm kép là :

$$S_1 = S_2 = -\frac{1}{\tau} = \frac{1}{2R_L \cdot C} \quad (3.53)$$

nên :
$$P(t) = P_S + (P_{01} + P_{02}) \cdot e^{-t/\tau} \quad (3.54)$$

Đây là trường hợp áp suất tắt dần tới hạn, điều này không phù hợp với thực tế.

3. Khả năng thứ ba : S có hai nghiệm phức, phần thực bằng nhau, phần ảo bằng nhau về độ lớn và ngược nhau về dấu.

$$S_1 = -\alpha + j\beta \quad (3.55)$$

$$S_2 = -\alpha - j\beta$$

với
$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot R_L \cdot C}, \quad \beta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 \cdot A_P^2}{m \cdot C} - \frac{1}{R_L^2 \cdot C^2}}, \quad \left(\frac{1}{R_L^2 \cdot C^2} < \frac{4 \cdot A_P^2}{m \cdot C} \right) \quad (3.56)$$

Áp suất P(t) được xác định theo công thức sau :

$$P(t) = P_S + P_{01} \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{j\beta t} + P_{02} \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{-j\beta t} \quad (3.57)$$

Khi có nghiệm phức hệ sẽ dao động tắt dần. Đây là trường hợp thường gặp trong thực tế.

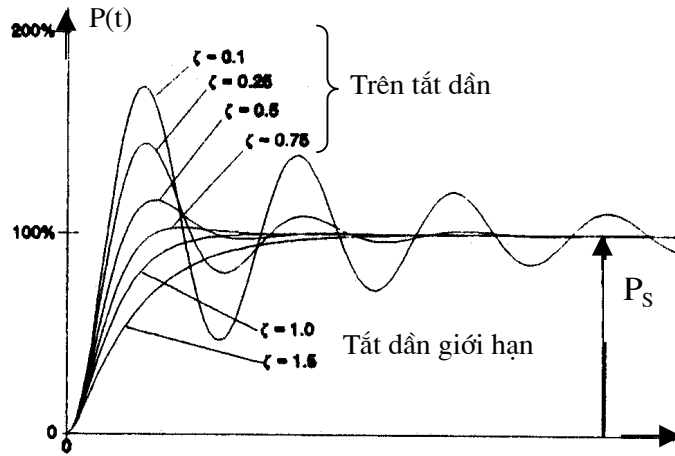
Theo lý thuyết của Euler thì các hàm mũ phức có thể chuyển sang hàm sin hoặc cos như sau :

$$P(t) = P_S + A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos \beta t + B \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t \quad (3.58)$$

hay :
$$P(t) = P_S + \sqrt{A^2 + B^2} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\beta t + \Phi) \quad (3.59)$$

với : $\Phi = \arctg \frac{B}{A}$; $\left(\Phi = \text{tg}^{-1} \frac{B}{A} \right)$

Hình 3.8 trình bày đặc tính $P(t)$ dao động tắt dần, trên tắt dần và tắt dần tới hạn.



Hình 3.8. Đặc tính áp suất $P(t)$ của hệ thủy lực ở hình 4.7a

3.4.2. Khi xét đến các yếu tố là khối lượng chuyển động, độ đàn hồi của dầu, tổn thất lưu lượng và ma sát nhớt

Bài toán này đề cập đến cả hai yếu tố tắt dần là tổn thất lưu lượng và ma sát nhớt. Mô hình khảo sát của bài toán này tương tự như ở hình 3.7a.

Phương trình cân bằng lưu lượng và phương trình cân bằng lực là :

$$Q_I = \frac{P}{R_L} + C \cdot \frac{dp}{dt} + v \cdot A_P \quad (3.60)$$

$$P \cdot A_P - f \cdot v - F_L = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (3.61)$$

trong đó : $f \cdot v = F_{ms}$ là lực ma sát nhớt;
 f là hệ số ma sát nhớt.

Lấy đạo hàm $\frac{dQ_I}{dt} = 0$ của phương trình (3.60) :

$$\frac{1}{R_L} \cdot \frac{dp}{dt} + C \cdot \frac{d^2p}{dt^2} + A_P \cdot \frac{dv}{dt} = 0 \quad (3.62)$$

Suy ra :
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{R_L \cdot A_P} \cdot \frac{dp}{dt} - \frac{C}{A_P} \cdot \frac{d^2p}{dt^2} \quad (3.63)$$

Thay (3.63) và (3.60) vào công thức (3.61) ta có :

$$P.A_p - f \left(\frac{Q_I}{A_p} - \frac{P}{R_L.A_p} - \frac{C}{A_p} \cdot \frac{dp}{dt} \right) - F_L = m \cdot \left(-\frac{1}{R_L.A_p} \cdot \frac{dp}{dt} - \frac{C}{A_p} \cdot \frac{d^2p}{dt^2} \right) \quad (3.64)$$

Biến đổi (3.64) như sau :

$$\frac{m.C}{A_p} \cdot \frac{d^2p}{dt^2} + \left(\frac{C.f}{A_p} + \frac{m}{R_L.A_p} \right) \cdot \frac{dp}{dt} + \left(\frac{f}{R_L.A_p} + A_p \right) \cdot p = F_L + \frac{f.Q_I}{A_p} \quad (3.65)$$

$$\text{hay : } \frac{d^2p}{dt^2} + \left(\frac{f}{m} + \frac{1}{R_L.C} \right) \cdot \frac{dp}{dt} + \left(\frac{f}{m.R_L.C} + \frac{A_p^2}{m.C} \right) \cdot p = \frac{F_L.A_p}{m.C} + \frac{f.Q_I}{m.C} \quad (3.66)$$

Tương tự như mục 3.4.1 lấy đạo hàm bậc nhất và bậc hai của $P(t) = P_s + P_0.e^{St}$ thay vào (3.66), sau đó thiết lập hai phương trình độc lập có các số hạng không đổi cân bằng nhau và các số hạng thay đổi theo thời gian cân bằng nhau, kết quả ta có :

$$P_s = \frac{f.Q_I + F_L.A_p}{\frac{f}{R_L} + A_p^2} \quad (3.67)$$

$$\text{và : } S^2 + \left(\frac{f}{m} + \frac{1}{R_L.C} \right) \cdot S + \left(\frac{f}{m.R_L.C} + \frac{A_p^2}{m.C} \right) = 0 \quad (3.68)$$

Các hệ số của phương trình (3.68) đồng thời tồn tại các yếu tố như m , A_p , C , R_L và f . Đây là bài toán tổng hợp đồng thời xét đến cả ba yếu tố là độ đàn hồi của dầu, sự rò dầu và tổn thất năng lượng do ma sát nhớt. Tùy theo mức độ ảnh hưởng của các yếu tố trong từng bài toán cụ thể mà có thể bỏ qua yếu tố này hoặc yếu tố khác.

Lập luận để giải bài toán (3.68) tương tự như đã giới thiệu ở mục 3.4.1.

Nếu bỏ yếu tố ma sát (f) ở công thức (3.67) và (3.68) thì sẽ giống công thức (3.66) và (3.67).

Công thức xác định P_s ở trạng thái ổn định rút ra từ bài toán tổng quát (3.46) và (3.67) hoàn toàn tương tự như khi thiết lập phương trình cân bằng lực của pittông ở trạng thái cân bằng tĩnh.

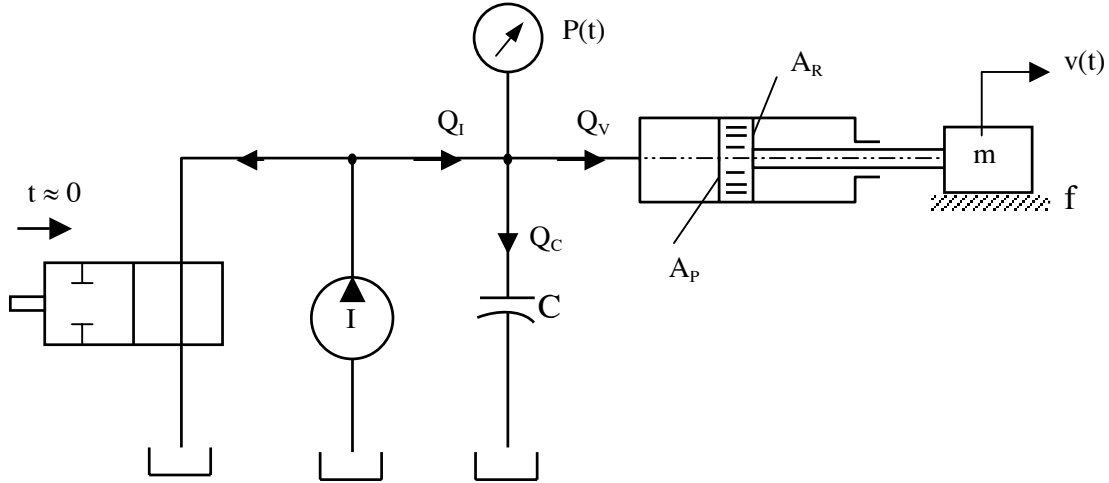
3.5. ĐẶC TÍNH VẬN TỐC CỦA PITTÔNG KHI XÉT ĐẾN CÁC YẾU TỐ LÀ KHỐI LƯỢNG CHUYỂN ĐỘNG, ĐỘ ĐÀN HỒI CỦA DẦU, MA SÁT NHỚT VÀ KHÔNG TÍNH ĐẾN SỰ RÒ DẦU

Nếu không tính đến sự rò dầu thì mô hình khảo sát sẽ là hình 3.9. Trong đó, bơm có lưu lượng lý tưởng là Q_I , hệ không có tổn thất lưu lượng, chỉ xét đến các yếu tố là độ đàn hồi của dầu và ma sát nhớt của bộ phận chuyển động có khối lượng m .

Khi đóng van ($t \approx 0$), phương trình cân bằng lưu lượng và phương trình cân bằng lực như sau :

$$Q_I = C \cdot \frac{dp}{dt} + A_P \cdot v \quad (3.69)$$

$$P \cdot A_P - f \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (3.70)$$



Hình 3.9. Mô hình khảo sát đặc tính vận tốc của pittông khí không tính đến tổn thất lưu lượng

Rút $\frac{dp}{dt}$ từ công thức (3.69) rồi thay vào công thức (3.70) ta có :

$$\frac{dp}{dt} \cdot A_P - f \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2v}{dt^2} \quad (3.71)$$

$$\left(\frac{Q_I}{C} - \frac{A_P}{C} \cdot v \right) \cdot A_P - f \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2v}{dt^2} \quad (3.72)$$

hay :

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{f}{m} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{A_P^2}{m \cdot C} \cdot v = \frac{A_P}{m \cdot C} \cdot Q_I \quad (3.73)$$

Nghiệm của phương trình vi phân bậc hai (3.73) theo $v(t)$ sẽ có dạng hàm mũ $v(t) = v_s + v_0 \cdot e^{S \cdot t}$ như đã giới thiệu ở mục 3.3. Với :

$$\frac{dv}{dt} = S \cdot v_0 \cdot e^{S \cdot t} \quad \text{và} \quad \frac{d^2v}{dt^2} = S^2 \cdot v_0 \cdot e^{S \cdot t}$$

thì (3.73) có thể viết lại là :

$$S^2 \cdot v_0 \cdot e^{S \cdot t} + S \cdot v_0 \cdot \frac{f}{m} \cdot e^{S \cdot t} + \frac{A_P^2}{m \cdot C} \cdot v_s + \frac{A_P^2}{m \cdot C} \cdot v_0 \cdot e^{S \cdot t} = \frac{A_P}{m \cdot C} \cdot Q_I \quad (3.74)$$

Phương trình (3.74) có thể tách thành hai phương trình độc lập (theo tính chất của phương trình vi phân tuyến tính). Các số hạng không đổi bằng nhau và các số hạng phụ thuộc thời gian bằng nhau, nghĩa là :

$$\frac{A_p^2}{m.C} \cdot v_s = \frac{A_p}{m.C} \cdot Q_I \quad (3.75)$$

và :

$$\left(S^2 + \frac{f}{m} \cdot S + \frac{A_p^2}{m.C} \right) \cdot v_0 \cdot e^{st} = 0 \quad (3.76)$$

Từ (3.75) rút ra được vận tốc ở trạng thái ổn định là :

$$v_s = \frac{Q_I}{A_p} \quad (3.77)$$

Công thức (3.77) hoàn toàn phù hợp với giả thuyết ban đầu là hệ không có tổn thất lưu lượng. Toàn bộ lưu lượng của bơm Q_I ở trạng thái ổn định chỉ để đẩy pittông chuyển động. Phương trình (3.76) có các số hạng phụ thuộc theo thời gian và có $e^{st} \neq 0$; vận tốc ban đầu (ở thời điểm $t = 0$) là $v_0 = 0$. Tuy nhiên ở đây ta quan tâm đến

trường hợp :

$$S^2 + \frac{f}{m} \cdot S + \frac{A_p^2}{m.C} = 0 \quad (3.78)$$

Phương trình (3.78) có dạng như phương trình (3.77) khi chỉ xét đến lưu lượng mà không tính đến ma sát nhớt. Nghiệm của (3.78) cũng được lý luận như mục 3.4.

3.6. TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG CỦA HỆ TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC CHUYỂN ĐỘNG TÍNH TIẾN

Ta thấy các phương trình (3.47) và (3.68) và (3.78) là các phương trình đặc trưng của khâu dao động. Chúng có thể viết dưới dạng sau đây :

$$S^2 + 2\xi \cdot \omega_n \cdot S + \omega_n^2 = 0 \quad (3.79)$$

trong đó : ξ – hệ số tắt dần;

ω_n – tần số dao động riêng (rad/s).

Nếu so sánh (3.79) với (3.47), (3.68) và (3.78) thì có thể tìm được tần số riêng ω_n và hệ số tắt dần ξ của các hệ đó.

Ví dụ với phương trình (3.68) ta có tần số riêng ω_n và hệ số tắt dần như sau :

$$\omega_n^2 = \frac{f}{m.C.R_L} + \frac{A_p^2}{m.C} \quad (3.80)$$

hay :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m} \left(\frac{f}{C.R_L} + \frac{A_p^2}{C} \right)} = \sqrt{\frac{C_H}{m}} \quad (3.81)$$

hoặc :
$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \text{ (Hz)} \quad (3.82)$$

trong đó :
$$C_H = \frac{f}{C.R_L} + \frac{A_p^2}{C} \quad (3.83)$$

C_H được gọi là độ cứng thủy lực.

$$2.\xi.\omega_n = \frac{f}{m} + \frac{1}{R_L.C}$$

hay :
$$\xi = \frac{1}{2.\omega_n} \cdot \left[\frac{f}{m} + \frac{1}{R_L.C} \right] \quad (3.84)$$

Trong đa số các trường hợp hệ số ma sát f nhỏ hơn nhiều so với hệ số cản rò dầu R_L nên gần đúng lấy :
$$C_H \approx \frac{A_p^2}{C} = \frac{B.A_p^2}{V} \quad (3.85)$$

và :
$$f_n \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{B.A_p^2}{V} \cdot \frac{1}{m}} \quad (3.86)$$

Các bài toán ở các mục 3.4; 3.5 và 3.6 chỉ xét cho trường hợp pittông chỉ làm việc một chiều và chỉ một buồng dầu có áp suất, thực tế hầu hết các xy lanh trong công nghiệp làm việc hai chiều và hai buồng dầu đều có áp suất. Đồng thời khi pittông thay đổi, thể tích hai buồng dầu thay đổi nên độ cứng thủy lực sẽ thay đổi, điều đó dẫn đến tần số riêng của hệ cũng thay đổi.

Theo (3.86), muốn f_n min thì C_H phải là max. Quan hệ giữa f_n với vị trí di chuyển của pittông sẽ được trình bày kỹ ở chương khác.

Mục đích của thiết kế là hệ thống phải có kết cấu hợp lý. Chọn các giá trị R_L và f hợp lý là một việc rất cần thiết nhưng cũng thực sự khó khăn nên cần được nghiên cứu thêm. Tuy nhiên có thể đánh giá hoặc xác định chúng thông qua hệ số tắt dần ξ .

Bằng thực nghiệm người ta xác định được ξ thay đổi trong khoảng $0,03 \div 0,15$ và có thể tóm tắt ứng dụng như sau :

$\xi = 0,03 \div 0,05$: Đối với các bạc, bộ phận dẫn hướng có độ chịu mài mòn cao và ma sát cực nhỏ.

$\xi = 0,05 \div 0,08$: Đối với các bộ phận dẫn hướng được bôi trơn tốt và ma sát nhỏ.

$\xi = 0,08 \div 0,11$: Đối với các bộ phận được bôi trơn và ma sát ở mức trung bình.

$\xi = 0,11 \div 0,15$: Đối với tải lớn, ma sát lớn và bôi trơn kém.

Chương 4

VẤN ĐỀ SAI SỐ VỊ TRÍ VÀ HÀM TRUYỀN CỦA MỘT SỐ MẠCH ĐIỀU KHIỂN HỆ THỦY LỰC

4.1. CÁC KHÁI NIỆM VỀ ĐIỀU KHIỂN HỆ HỞ VÀ HỆ KÍN

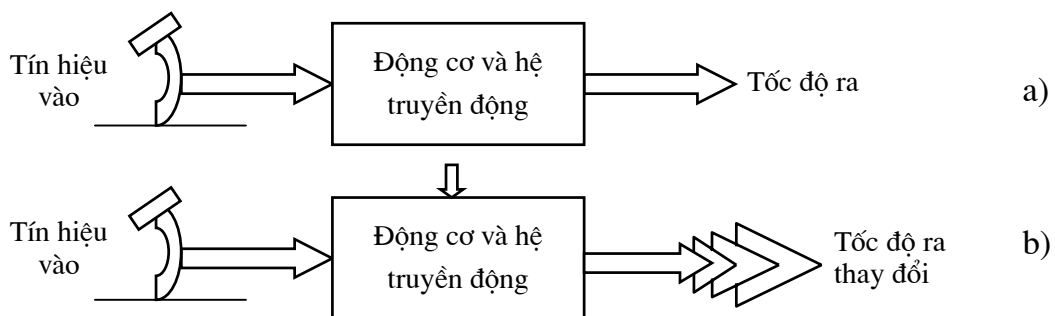
Điều khiển tự động nói chung và hệ điều khiển tự động thủy lực nói riêng đã được trình bày trong giáo trình "Điều khiển tự động trong lĩnh vực cơ khí" hoặc có đề cập ở các chương trước.

Chương này sẽ giới thiệu thêm một số vấn đề cơ bản về điều khiển tự động thủy lực mà các sách, tài liệu khác chưa đề cập đến.

Trước hết hãy phân biệt khái niệm mạch điều khiển hở và mạch điều khiển kín.

4.1.1. Hệ điều khiển mạch hở

Ví dụ khi điều khiển vận tốc của một chiếc xe chuyển động trên đường thì tín hiệu điều khiển là tác động của chân vào bàn đạp (chân ga). Tín hiệu ra là tốc độ của xe, sự thay đổi tốc độ chuyển động của xe phụ thuộc vào sự thay đổi của tiết lưu nhiên liệu, tức là sự thay đổi của bàn đạp ga (hình 4.1a).



Hình 4.1. Sơ đồ hệ hở về điều khiển tốc độ của xe trên đường

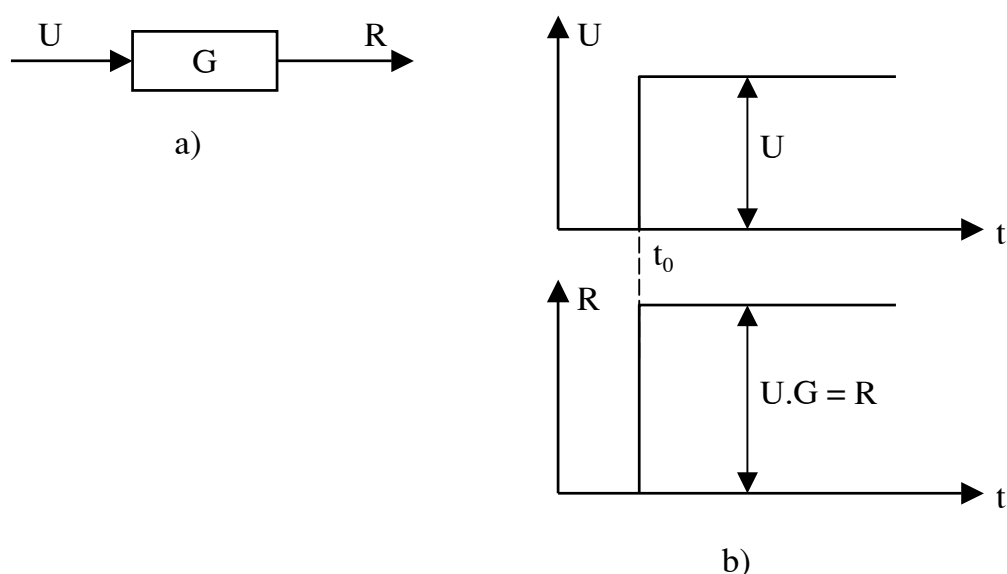
a- Sơ đồ khi không tính đến các yếu tố ảnh hưởng;

b- Sơ đồ mô phỏng khi tính đến điều kiện làm việc thực tế.

Thực tế có rất nhiều yếu tố khác ảnh hưởng đến tốc độ của xe như : tải trọng, sức cản của gió, chất lượng mặt đường.v.v. (hình 4.1b). Các hệ thống tương tự như trên được gọi là hệ hở. Trong hệ truyền động thủy lực, hệ hở sử dụng trong các trường hợp không yêu cầu chính xác cao về tín hiệu ra. Ví dụ để thay đổi tốc độ quay của động cơ dầu người ta có thể sử dụng điều khiển bằng tiết lưu. Tuy nhiên mối liên hệ giữa lượng mở của van tiết lưu và tốc độ quay của động cơ dầu sẽ không chặt chẽ do các yếu tố

ảnh hưởng khác như sự thay đổi của tải trọng hoặc áp suất dầu trong hệ thống, sự thay đổi độ nhớt của dầu trong quá trình làm việc, sự rò dầu.v.v.

Hình 4.2a là sơ đồ khối ký hiệu hệ hở, về đặc tính điều khiển ta thấy, nếu tín hiệu vào là sóng chữ nhật U và tức thời thì tín hiệu ra R cũng sẽ tức thời nếu G là hằng số (hình 4.2b), nghĩa là G nhận tín hiệu U cho ra tín hiệu R không có sự chậm trễ. Tại thời điểm t_0 ngay lập tức đạt được giá trị điều khiển $R = G.U$. Rõ ràng trong trường hợp này tín hiệu ra R đã lặp lại tín hiệu vào U theo một giá trị khuếch đại G và khả năng lặp lại liên quan đến độ tin cậy và độ chính xác của hệ.



Hình 4.2. Đáp ứng lý thuyết của hệ hở

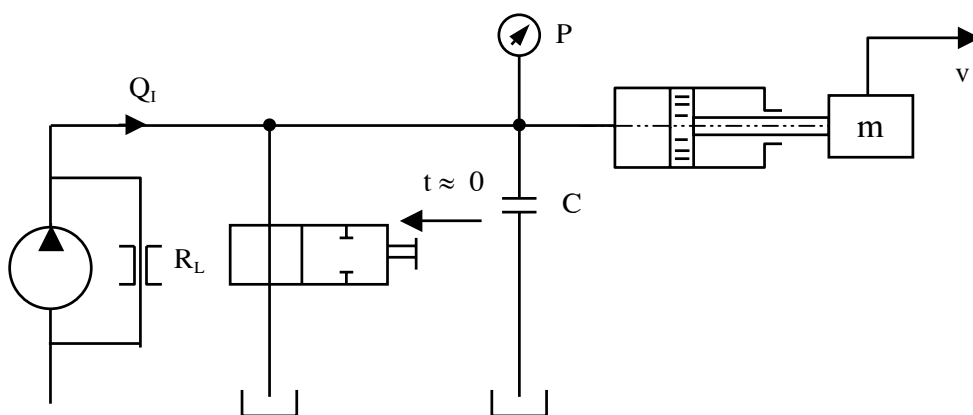
a- Sơ đồ khối ký hiệu hệ hở;

b- Đáp ứng lý thuyết khi tín hiệu vào là sóng chữ nhật.

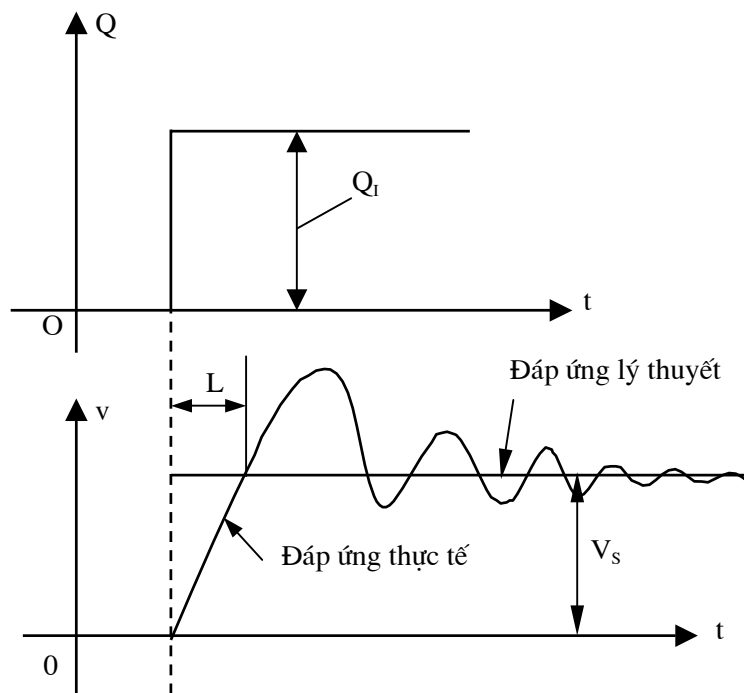
Trong thực tế không có một hệ thống vật lý nào có thể có được đáp ứng ngay lập tức. Tất cả các phần tử vật lý, cơ cấu hay thiết bị nói chung đều có quá trình động lực học ở thời điểm đặt tín hiệu và gây ra sự chậm trễ về thời gian đáp ứng. Có thể hiểu rằng thời gian này là thời gian nạp các yếu tố dự trữ năng lượng như khi hệ thủy lực có dung tích, áp suất dầu không thể tăng ngay lập tức hoặc vật có khối lượng không thể chuyển động ngay mà có quán tính của nó.v.v. Bài toán nghiên cứu động lực học của hệ chuyển động thẳng đã được giới thiệu ở chương 3, ở đây chỉ xét hệ ở mức độ tổng quát hơn.

Cho mạch thủy lực như ở hình 4.3a nếu van có khả năng tác động tức thời ($t \approx 0$) tức là ngay lập tức đạt giá trị điều khiển theo đặc tính lý thuyết. Thực tế để đạt được giá trị điều khiển thì hệ cần có thời gian để thực hiện quá trình quá độ, quá trình đó thể hiện ở hình 4.3b.

Yếu tố dự trữ năng lượng ở hình 4.3a là khối lượng quán tính m và dung tích chứa dầu đàn hồi có hệ số tích lũy đàn hồi C .



a)



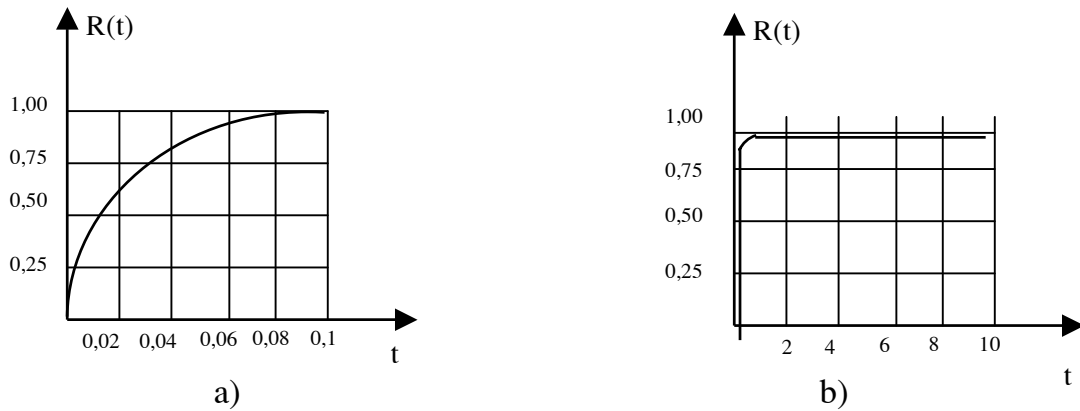
b)

Hình 4.3. Quá trình động lực học của hệ hở

a- Sơ đồ mạch thủy lực; b- Đáp ứng vận tốc của hệ.

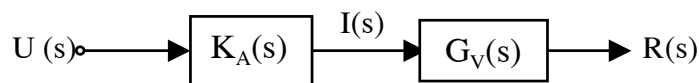
Tuy nhiên trong thực tế thời gian đáp ứng là rất nhỏ so với chu kỳ thực hiện thí nghiệm hoặc chu kỳ làm việc của thiết bị nên trong một chừng mực nhất định có thể coi đáp ứng của hệ là tức thời.

Hình 4.4 thể hiện đặc tính về đáp ứng thủy lực, thời gian đáp ứng là 0,1 giây (hình4.4a) trong khi đó chu kỳ nghiên cứu là 10 giây (hình4.4b).



Hình 4.4. Ví dụ về thời gian đáp ứng của hệ truyền động thủy lực

Để điều khiển lưu lượng hoặc áp suất cung cấp cho bộ truyền tải (xylanh hoặc động cơ dầu) người ta sử dụng van điện thủy lực có sơ đồ khối như ở hình 4.5.



Hình 4.5. Sơ đồ khối mạch điều khiển của van điện, thủy lực

Trong sơ đồ trên hình 4.5, $K_A(s)$ là hàm truyền của bộ khuếch đại và $G_V(s)$ là hàm truyền của van. Nếu bộ khuếch đại có hàm truyền là một khâu khuếch đại K_A thì đáp ứng $I(s)$ là tức thời.

Quan hệ giữa các thông số trong mạch điều khiển trên được viết như sau :

$$I(s) = U(s) \cdot K_A \quad (4.1)$$

$$R(s) = I(s) \cdot G_V(s)$$

hoặc :

$$R(s) = K_A \cdot G_V(s) \cdot U(s) \quad (4.2)$$

hàm truyền :

$$G_{AV}(s) = \frac{R(s)}{U(s)} = A \cdot G_V(s) \quad (4.3)$$

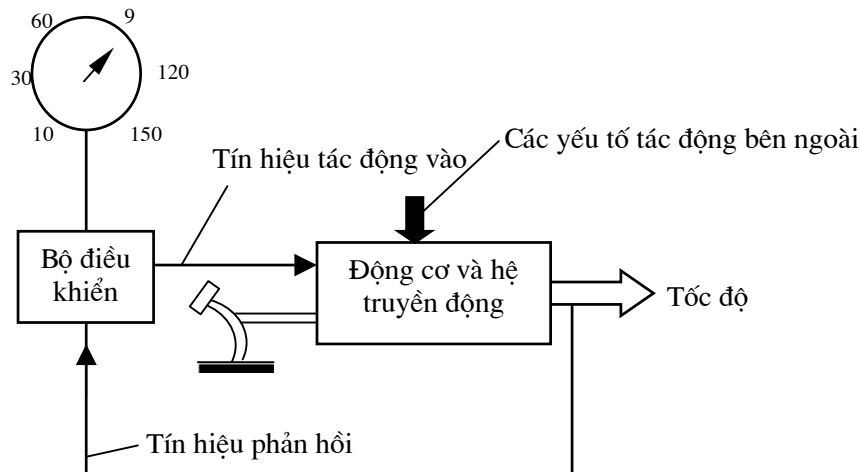
Thực tế thời gian đáp ứng của cụm van điện thủy lực cũng rất nhỏ nên khi cần thiết có thể coi $G_{AV}(s)$ là một khâu khuếch đại, tức $G_{AV} = K_A \cdot G_V$ là hằng số.

4.1.2. Hệ điều khiển mạch kín

Trở lại ví dụ về điều khiển tốc độ của xe ở hình 4.1. Nếu trên bộ phận tiết lưu nhiên liệu chúng ta lắp thêm một thiết bị điều khiển (hình 4.6) thì có thể tự động điều khiển

tốc độ của xe theo tín hiệu ban đầu mà không bị ảnh hưởng bởi các yếu tố tác động khác.

Tín hiệu điều khiển được chuyển qua tín hiệu điện áp, cảm biến tốc độ sẽ chuyển tốc độ thực của xe thành tín hiệu điện áp tương ứng để so sánh với tín hiệu điện áp điều khiển nhằm tự động hiệu chỉnh các sai lệch tốc độ do ảnh hưởng của tác động bên ngoài.

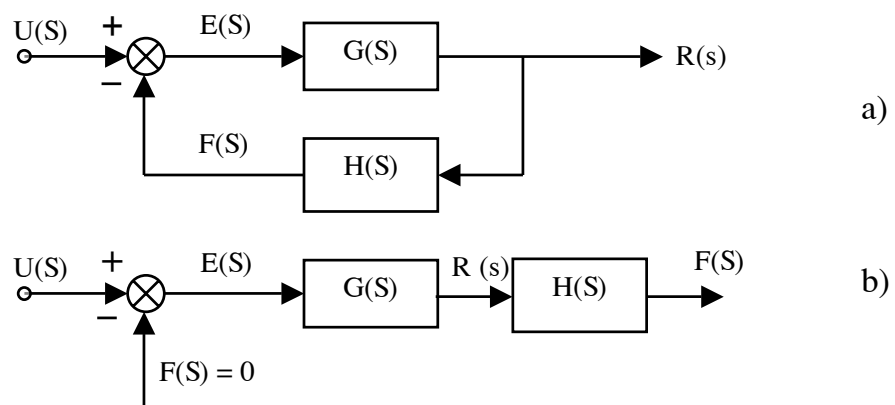


Hình 4.6. Sơ đồ khối hệ kín điều khiển tốc độ của xe

Như vậy hệ kín có khả năng tự động hiệu chỉnh sai số giữa tín hiệu điều khiển và tín hiệu thực thông qua bộ điều khiển, do vậy hệ kín có độ chính xác và chất lượng điều khiển cao.

Trong hệ điều khiển tự động thủy lực, các phần tử điều khiển như van, bộ khuếch đại và các cảm biến đóng vai trò quan trọng.

Hiện nay do chất lượng chế tạo các loại cảm biến cao có khả năng truyền tín hiệu rất nhạy và chính xác, nên thông thường khi nghiên cứu các mạch điều khiển hệ kín người ta giả thiết cảm biến là một khâu khuếch đại. Hệ số khuếch đại của cảm biến thường ký hiệu là K_c hoặc H .



Hình 4.7. Sơ đồ khối của mạch điều khiển hệ kín

a- Sơ đồ chính tắc; b- Sơ đồ khi lấy tín hiệu phản hồi.

Trong sơ đồ khối tổng quát ở hình 4.8, các tín hiệu và hàm truyền thay đổi theo thời gian được biểu diễn dưới biến Laplace S và ta có các quan hệ sau :

$$F(s) = R(s). H(s); \quad E(s) = U(s) - F(s) \quad (4.4)$$

trong đó : $F(s)$ - tín hiệu phản hồi;
 $E(s)$ - tín hiệu sai lệch hay còn gọi là tín hiệu so sánh.

$$E(s) = U(s) - R(s).H(s) \quad (4.5)$$

Đáp ứng thực là : $R(s) = E(s).G(s) \quad (4.6)$

$$R(s) = [U(s) - R(s).H(s)].G(s) = U(s).G(s) - R(s).H(s).G(s) \quad (4.7)$$

hay : $R(s) + R(s).H(s).G(s) = U(s).G(s)$

$$R(s). [1+H(s).G(s)] = U(s).G(s)$$

Suy ra : $R(s) = \frac{G(s)}{1 + H(s).G(s)}.U(s) \quad (4.8)$

Hàm truyền của hệ kín sẽ là : $\frac{R(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s).G(s)} = G_K(s) \quad (4.9)$

trong đó : $G(s)$ - hàm truyền hệ hở;
 $G_K(s)$ - hàm truyền hệ kín.

Theo mô hình mạch hở ở hình 4.7b thì : $\frac{F(s)}{U(s)} = G(s). H(s) \quad (4.10)$

Tín hiệu phản hồi $F(s)$ còn sử dụng để điều chỉnh các hệ số hiệu chỉnh cũng như hệ số khuếch đại K_A phù hợp với yêu cầu của mạch điều khiển.

Nếu $G(s). H(s) \gg 1$ thì công thức (4.9) có thể lấy là :

$$G_K(s) = \frac{R(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s).G(s)} \approx \frac{G(s)}{H(s).G(s)} = \frac{1}{H(s)} \quad (4.11)$$

nghĩa là $G(s).H(s)$ lớn, tức $G(s)$ lớn thì hàm truyền $G_K(s)$ chỉ phụ thuộc vào hàm truyền của bộ cảm biến $H(s)$. Điều này có ý nghĩa khi lựa chọn loại cảm biến, bởi vì độ chính xác của cảm biến sẽ ảnh hưởng rất lớn đến tín hiệu ra. Cũng cần chú ý rằng sai số của tín hiệu ra bao giờ cũng lớn hơn sai số của cảm biến.

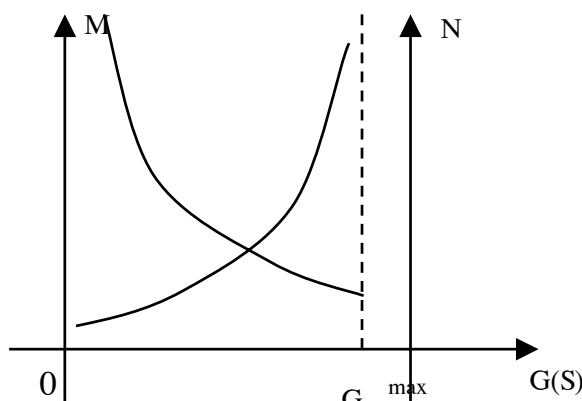
4.2. SAI SỐ VỊ TRÍ CỦA HỆ THỦY LỰC CHUYỂN ĐỘNG THẲNG

4.2.1. Quan hệ giữa sai số vị trí và độ ổn định của hệ điều khiển

Như đã phân tích ở trên, khi $G(s)$ lớn thì hiệu suất của hệ thống kín phụ thuộc vào hàm truyền khâu phản hồi $H(s)$.

Khi van mở lớn, pittông mang khối lượng chuyển động m sẽ có quán tính lớn. Tín hiệu so sánh $E(s) = U(s) - F(s)$ sẽ giảm dần theo sự cắt ngang dao động của tín hiệu

$F(s)$. Nếu $G(s)$ càng lớn thì biên độ dao động càng lớn và khả năng cắt dao động càng chậm. Tuy nhiên theo (4.11) thì khi $G(s)$ tăng sai số vị trí sẽ giảm.



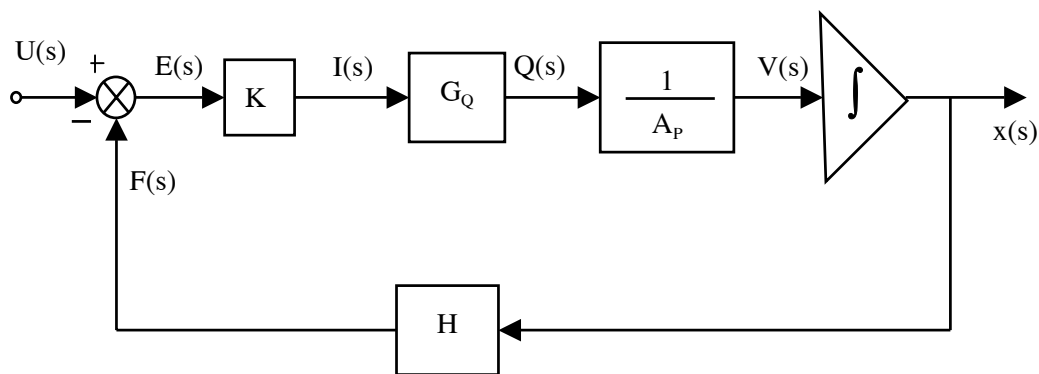
Hình 4.8. Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa sai số vị trí và độ ổn định với hàm truyền $G(s)$

M- Biểu thị cho sai số vị trí; N- Biểu thị cho mức độ không ổn định;

$G_{(s)}^{\max}$ - Giá trị cho phép của hàm truyền.

Qua nghiên cứu người ta thấy rằng khi $G(s)$ thay đổi thì sai số vị trí và độ không ổn định thay đổi (hình 4.8). Tức là khi hệ số khuếch đại của $G(s)$ tăng thì sai số vị trí giảm nhưng sự mất ổn định tăng, nếu hệ số khuếch đại tăng quá mức thì hệ sẽ có nguy cơ mất ổn định.

4.2.2. Tần số dao động và hằng số thời gian của hệ



Hình 4.9. Sơ đồ khối mạch thủy lực điều khiển vị trí

$U(s)$ - Tín hiệu điện áp vào; $X(s)$ - Tín hiệu ra của mạch điều khiển (tín hiệu vị trí); K - Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại; G_Q - Hệ số khuếch đại lưu lượng của van; H - Hệ số khuếch đại của khâu phản hồi; $1/A_P$ - Hệ số khuếch đại của xylanh; \int - Dấu tích phân biểu thị cho sự chuyển đổi vận tốc $v(s)$ sang vị trí $x(s)$; $I(s)$ - Dòng điều khiển van; $Q(s)$ - Lưu lượng vào xylanh; $v(s)$ - Vận tốc của xylanh; $F(s)$ - Tín hiệu điện áp phản hồi; $E(s)$ - Tín hiệu so sánh.

Các đại lượng K , G_Q , $\frac{1}{A_P}$ và H trên hình 4.9 ở chế độ xác lập là các hằng số.

Vị trí của pittông được xác định theo công thức :

$$x(t) = \int_0^t v(t)dt \Rightarrow x(s) = \frac{1}{S} v(s) \quad (4.12)$$

Ở trạng thái ổn định, quan hệ giữa vận tốc và dòng điện điều khiển xác định là :

$$\frac{V_s}{I_s} = G_{QP} \quad (4.13)$$

trong đó :

V_s - vận tốc của pittông ở trạng thái ổn định;

I_s - dòng điện điều khiển van ở trạng thái ổn định.

Hàm truyền của cụm van - xylanh ở trạng thái ổn định là :

$$G_{QP} = G_Q \cdot \frac{1}{A_P}$$

Hàm truyền hệ kín ở hình 4.9 sẽ là :

$$\frac{x(s)}{U(s)} = G_K(s) = \frac{K \cdot G_{QP}}{S + K \cdot G_{QP} \cdot H} \quad (4.14)$$

trong đó : K , G_{QP} , H là hệ số chuyển đổi của tín hiệu phản hồi và có thứ nguyên là :

$$K \cdot G_{QP} \cdot H \rightarrow \frac{\text{ampe}}{\text{von}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{ampe.giay}} \cdot \frac{\text{von}}{\text{cm}} = \frac{1}{\text{giay}} \quad \left(\frac{1}{s}\right) \quad (4.15)$$

$\frac{1}{s}$ là thứ nguyên tần số.

Như vậy tần số của hệ là : $f_H = \frac{K \cdot G_{QP} \cdot H}{2 \cdot \pi} \text{ (Hz)}$ (4.16)

và : $\tau = \frac{1}{K \cdot G_{QP} \cdot H} \text{ , (s)}$ (4.17)

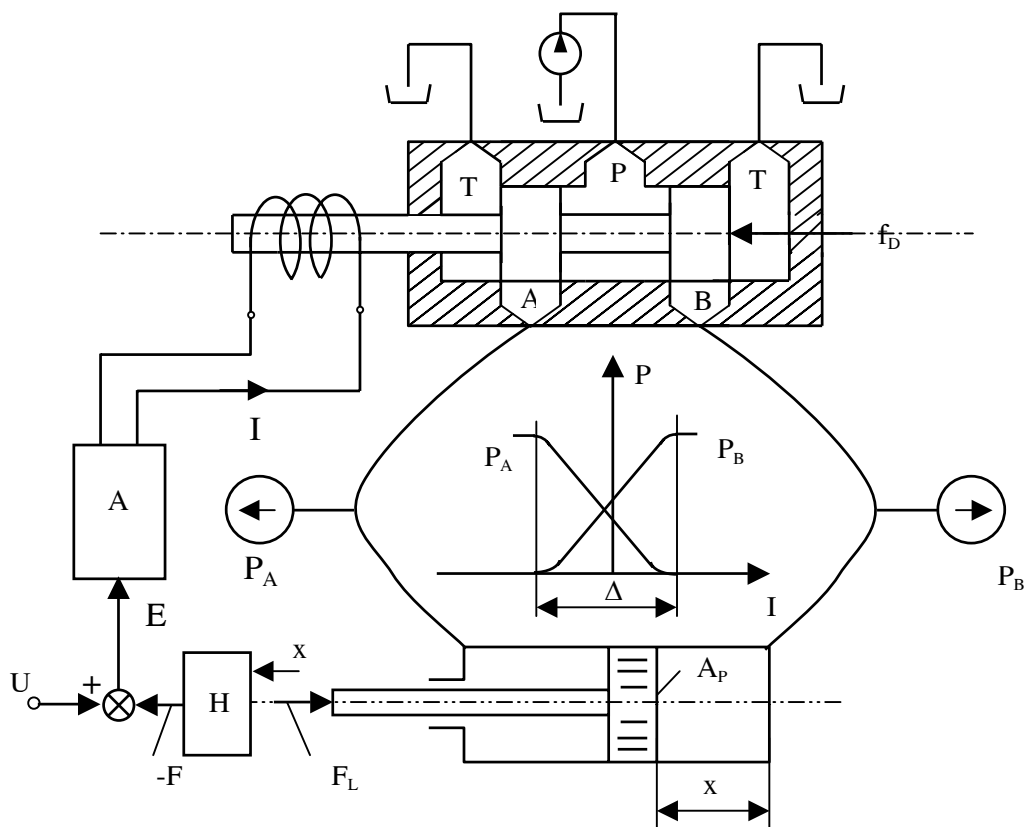
τ là hằng số thời gian.

Theo lý thuyết điều khiển tự động, thời gian đáp ứng của hệ nếu lấy gần đúng sẽ là $T_S \approx 5\tau$. Nên hằng số thời gian τ rất có ý nghĩa trong việc xác định thời gian đáp ứng của hệ. Nếu K tăng, thời gian đáp ứng ngắn, điều này phù hợp với lập luận ở mục 4.2.1.

4.2.3. Sai số vị trí điều khiển

Hình 4.10 là sơ đồ nguyên lý của sơ đồ khối ở hình 4.9, giá trị của vị trí điều khiển x được thiết lập thông qua sự cân bằng lực của pittông- xylanh thủy lực.

Khi bắt đầu làm việc, áp suất P_A và P_B thay đổi theo quy luật như đặc tính trong hình 4.10.



Hình 4.10. Sơ đồ nguyên lý của mạch thủy lực điều khiển vị trí hệ kín

Do quá trình quá độ của pittông-xylanh và con trượt của van mà dòng điện điều khiển van cũng có quá trình quá độ. Dòng điện từ bộ khuếch đại vào van thay đổi ngược lại để khống chế sự dao động của con trượt. Cứ như vậy mà xuất hiện các sai số tín hiệu trong mạch điều khiển.

Ta có các quan hệ sau :

$$\Delta E = \frac{\Delta I}{A} = U - H \cdot x - H \cdot \Delta x = U - H(x + \Delta x) \quad (4.18)$$

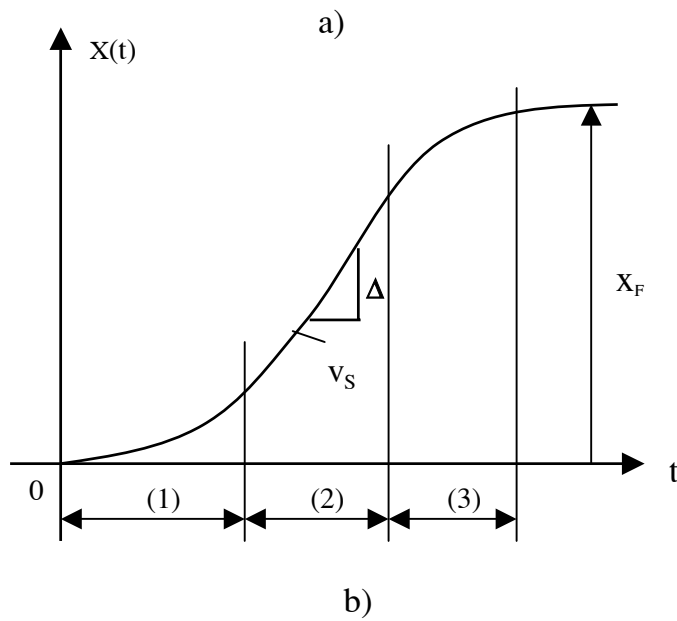
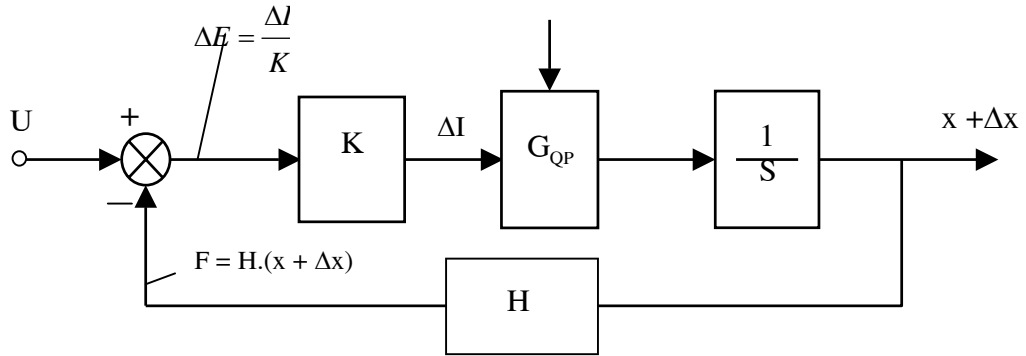
Trong công thức (4.18) thì sai số của các tín hiệu được kí hiệu là :

Δx - sai số của vị trí điều khiển;

ΔI - sai số của dòng điều khiển van;

ΔE - sai số của tín hiệu so sánh;

$\Delta F = H.\Delta x$ - sai số của tín hiệu phản hồi.



Hình 4.11. Sơ đồ nghiên cứu sai số điều khiển của mạch điều khiển vị trí chuyển động tịnh tiến

a- Sơ đồ khối thể hiện sai số tín hiệu;

b- Đặc tính của vị trí điều khiển.

Công thức (4.18) có các sai số thể hiện trên sơ đồ khối hình 4.11a.

Ta thấy khi bắt đầu khởi động $U - H.x = 0$ nên :

$$\Delta E = \frac{\Delta I}{A} = H.\Delta x$$

hay :
$$\frac{\Delta I}{\Delta x} = H.A \quad (4.19)$$

Công thức (4.19) có ý nghĩa rất quan trọng trong phân tích và thiết kế mạch điều khiển vị trí, là cơ sở để xác định hệ số khuếch đại A phù hợp với yêu cầu của độ chính xác, tức là phù hợp với giá trị cho phép của sai số vị trí Δx .

Ngoài ra nếu thay (4.19) vào (4.16) ta sẽ có :

$$f_H = \frac{\Delta I}{\Delta x} \cdot \frac{G_{QP}}{2\pi} \quad (4.20)$$

Hình 4.11b trình bày đặc tính vị trí của mạch điều khiển pittông-xy lanh thủy lực. Để điều khiển được giá trị x_F thì pittông phải trải qua ba giai đoạn làm việc :

- Giai đoạn (1) và (3) : pittông chuyển động có quán tính.
- Giai đoạn (2) : pittông chuyển động với vận tốc không đổi.

Trong giai đoạn (2) luôn tồn tại dòng ΔI để điều khiển pittông chuyển động với vận tốc không đổi v_s và v_s được xác định theo công thức sau :

$$v_s = G_{QP} \cdot \Delta I \quad (4.21)$$

Tần số dao động của vùng này sẽ là :

$$f_H^{(2)} = \frac{v_s}{2\pi \cdot \Delta x_{(2)}} \quad (4.22)$$

Tần số cộng hưởng f_c của hệ sẽ là giá trị lớn nhất của f_H và $f_H^{(2)}$:

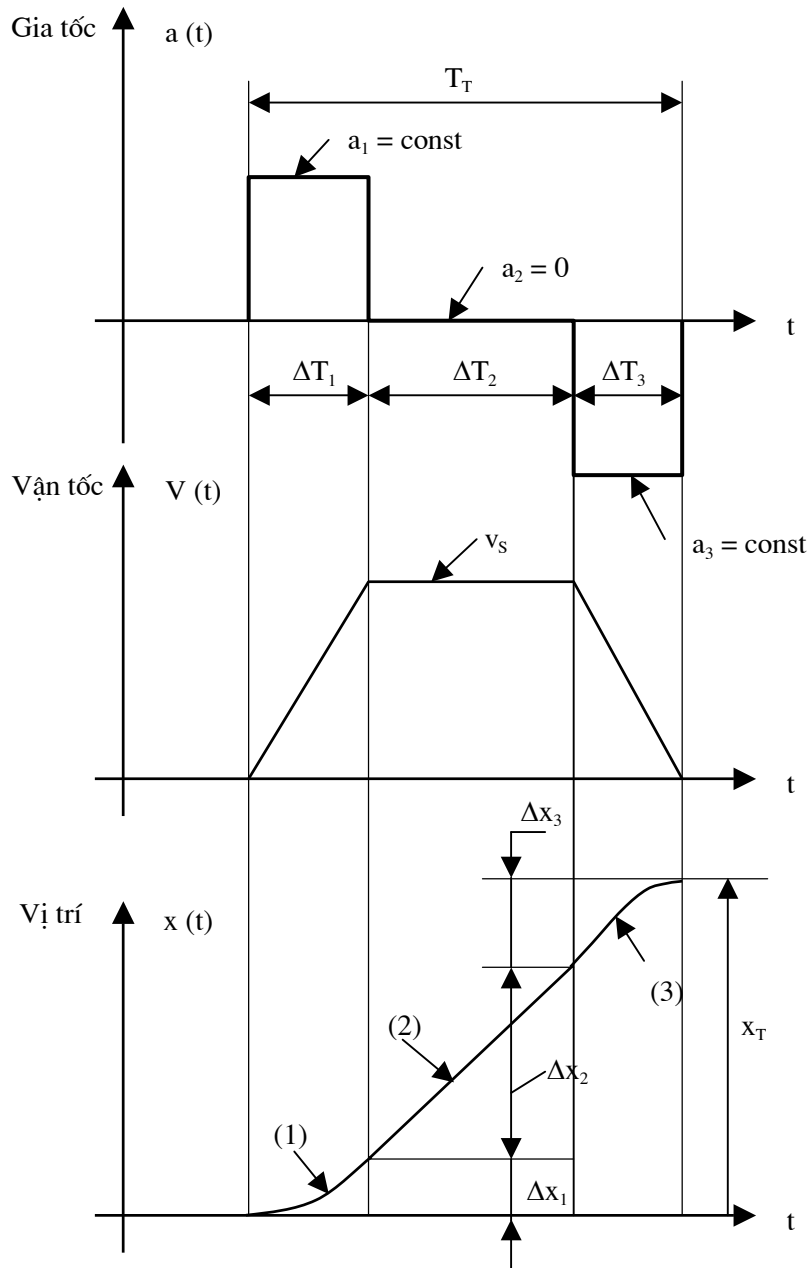
$$f_c = \max\{ f_H; f_H^{(2)} \} \quad (4.23)$$

Độ chính xác vị trí liên quan đến nhiều yếu tố, quan hệ giữa chúng rất phức tạp nên cần được nghiên cứu cho từng trường hợp cụ thể. Vấn đề sai số sẽ được trình bày thêm ở mục 7.3.

4.3. QUAN HỆ GIỮA GIA TỐC a , VẬN TỐC v VÀ VỊ TRÍ ĐIỀU KHIỂN x CỦA PITTÔNG-XYLANH THỦY LỰC

4.3.1. Vận tốc chuyển động là sóng hình thang

Khi vận tốc chuyển động là sóng hình thang thì gia tốc ở vùng tăng tốc và giảm tốc bằng hằng số ($a_1 = \text{const}$ và $a_3 = \text{const}$), còn vùng vận tốc không đổi thì gia tốc bằng 0 ($a_2 = 0$). Tương ứng với các vùng trên thì vị trí của x thay đổi theo đường cong parabol ở vùng tăng và giảm tốc, và thay đổi tuyến tính ở vùng vận tốc không đổi v_s (vùng 2).



Hình 4.12. Đồ thị quan hệ giữa gia tốc, vận tốc và vị trí khi vận tốc là sóng hình thang

Thời gian chu kỳ thực hiện chuyển động (T_T) là tổng thời gian của các vùng vận tốc, tức là :

$$T_T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 \quad (4.24)$$

Vận tốc (v) và vị trí (x) xác định theo công thức sau :

$$v = \int_0^t a dt + v_0 \quad ; \quad x = \int_0^t v \cdot dt + x_0 \quad (4.25)$$

trong đó : a- gia tốc chuyển động;
 b- vận tốc chuyển động;
 x- vị trí điều khiển;
 x_0 - vị trí điều khiển tại $t = 0$;
 v_0 - vận tốc tại thời điểm $t = 0$.

Khi gia tốc a không thay đổi thì :

$$v = a \int_0^t dt + v_0 = at + v_0 \quad (4.27)$$

$$x = \int_0^t (at + v_0) dt + x_0 = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 t + x_0 \quad (4.28)$$

Từ đó ta có vị trí điều khiển x_T được xác định là :

$$x_T = \frac{1}{2} \Delta T_1 \cdot v_S + \Delta T_2 \cdot v_S + \frac{1}{2} \Delta T_3 \cdot v_S \quad (6.29)$$

hay :

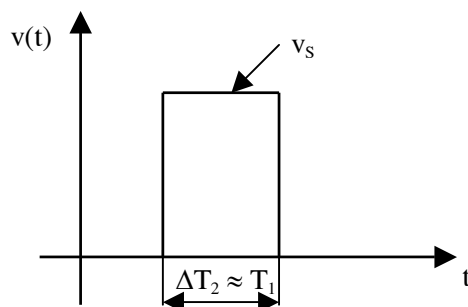
$$v_S = \frac{x_T}{\frac{1}{2} \Delta T_1 + \Delta T_2 + \frac{1}{2} \Delta T_3} \quad (4.30)$$

4.3.2. Vận tốc chuyển động là sóng chữ nhật

Với vận tốc là sóng hình chữ nhật (hình 4.13) thì $\Delta T_1 \approx 0$; $\Delta T_3 \approx 0$ nên $\Delta T_2 \approx T_T$. Đây là trường hợp đặc biệt của sóng hình thang.

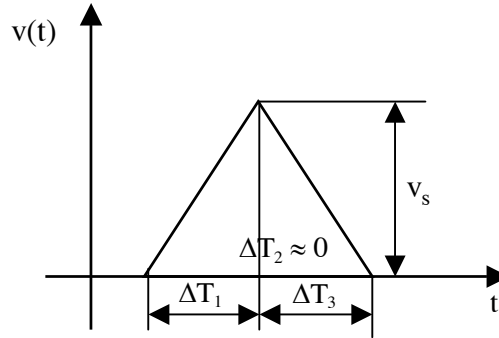
Vị trí điều khiển được xác định là :

$$x_T \approx v_S \cdot \Delta T_2 = v_S \cdot T_T \quad (4.31)$$



Hình 4.13. Đồ thị vận tốc chuyển động là sóng chữ nhật

4.3.3. Vận tốc chuyển động là sóng tam giác



Hình 4.14. Đồ thị vận tốc chuyển động là sóng tam giác

Sóng tam giác (hình 4.14) cũng là trường hợp đặc biệt của sóng hình thang.

$$\text{Khi } \Delta T_2 \approx 0 \text{ thì : } x_1 \approx \frac{1}{2} \cdot v_s \cdot (\Delta T_1 + \Delta T_3) = \frac{1}{2} v_s \cdot T_T \quad (4.32)$$

$$\text{hay : } v_s = \frac{2 \cdot x_T}{T_T} \quad (4.33)$$

4.3.4. Xác định vận tốc v_s đối với sóng hình thang

Trong ba dạng trên thì sóng vận tốc hình thang là tổng quát và thông dụng hơn cả.

Khi biết $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ và T_T thì v_s xác định như sau :

$$\text{Ta biết rằng : } T_T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 \quad (4.33)$$

$$\text{mà : } \Delta x_1 = \frac{1}{2} v_s \cdot \Delta T_1; \Delta x_2 = v_s \cdot \Delta T_2; \Delta x_3 = \frac{1}{2} v_s \cdot \Delta T_3$$

$$\text{nên : } T_T = \frac{2\Delta x_1}{v_s} + \frac{\Delta x_2}{v_s} + \frac{2\Delta x_3}{v_s}$$

$$\text{hay : } v_s = \frac{2\Delta x_1 + \Delta x_2 + 2\Delta x_3}{T_T} \quad (4.34)$$

Khi biết T_T, x_T và gia tốc chuyển động thì v_s xác định là :

$$\text{Ta biết : } x_T = \frac{1}{2} v_s \cdot \Delta T_1 + v_s \cdot \Delta T_2 + \frac{1}{2} v_s \cdot \Delta T_3$$

$$\text{mà : } v_s = a_1 \cdot \Delta T_1 \rightarrow \Delta T_1 = \frac{v_s}{a_1}; v_s = a_3 \cdot \Delta T_3 \rightarrow \Delta T_3 = \frac{v_s}{a_3}$$

$$\text{nên : } x_T = \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{a_1} + v_s \cdot \Delta T_2 + \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{a_3} \quad (4.35)$$

Đồng thời :
$$T_T = \frac{v_s}{a_1} + \Delta T_2 + \frac{v_s}{a_3} \quad (4.36)$$

Nhân cả hai vế phương trình (4.36) với $-v_s$ và cộng với phương trình (4.35) ta được :

$$x_T - v_s \cdot T_T = \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{a_1} + \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{a_3} \quad (4.37)$$

hay :

$$x_T - v_s T_T + \frac{v_s^2}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} \right) = 0$$

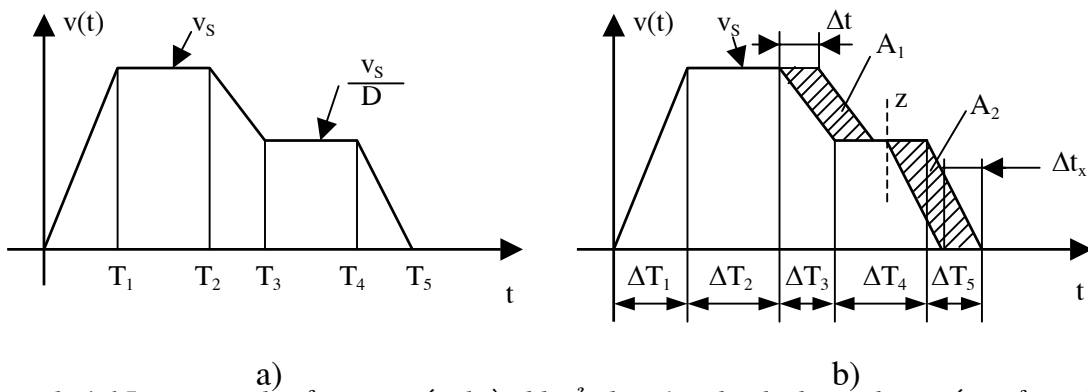
$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} \right) \cdot v_s^2 - v_s T_T + x_T = 0 \quad (4.38)$$

phương trình (4.38) là phương trình bậc 2 của v_s , nghiệm của nó sẽ là :

$$v_s = \frac{T_T \pm \sqrt{T_T^2 - 2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} \right) x_T}}{\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} \right)} \quad (4.39)$$

với điều kiện sau :
$$T^2 \geq 2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \cdot x_T \quad (4.40)$$

4.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN VỊ TRÍ BẰNG SÓNG HÌNH THANG NHIỀU CẤP



Hình 4.15. Đặc tính của vận tốc điều khiển là sóng hình thang hai cấp giảm tốc
a- Sơ đồ vận tốc điều khiển; b - Sơ đồ vận tốc điều khiển có nền vận tốc cho phép.

Để điều khiển điểm dừng chính xác, người ta cải tiến sóng hình thang thành sóng hình thang nhiều cấp (hình 4.15a).

Theo phương pháp này vị trí x_T được xác định như sau :

$$x_T = \frac{1}{2} \cdot T_1 \cdot v_s + (T_2 - T_1) \cdot v_s + \frac{1}{2} (T_3 - T_2) \cdot \left(v_s - \frac{v_s}{D} \right) + (T_3 - T_2) \frac{v_s}{D} + \frac{v_s}{D} (T_4 - T_3) + \frac{1}{2} \cdot (T_5 - T_4) \frac{v_s}{D} \quad (4.41)$$

trong đó : x_T - tổng khoảng hành trình điều khiển;
 D - hệ số làm chậm.

Các vùng A_1 và A_2 ở hình 4.15b là các nền vận tốc cho phép khi giảm tốc, còn Δt và Δt_x là các khoảng thời gian cho phép để thực hiện giảm tốc. Thông thường : $A_1 = A_2$

hay :
$$\Delta t_x = (D - 1) \cdot \Delta t \quad (4.42)$$

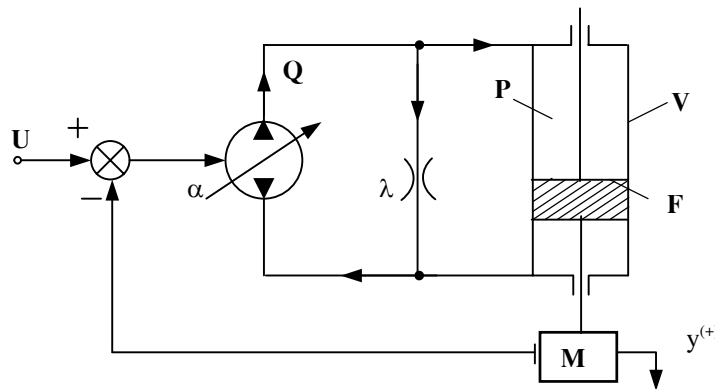
nghĩa là :
$$\Delta t \cdot \left(v_s - \frac{v_s}{D} \right) = \frac{v_s}{D} \cdot \Delta t_x$$

hay :
$$\Delta t_x = (D - 1) \cdot \Delta t \quad (4.43)$$

4.5. HÀM TRUYỀN CỦA MỘT SỐ MẠCH ĐIỀU KHIỂN THỦY LỰC

4.5.1. Hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến điều khiển bằng bơm dầu

Ta có hệ thủy lực chuyển động thẳng được điều khiển bằng bơm dầu như ở hình 4.16.



Hình 4.16. Sơ đồ hệ thủy lực điều khiển vị trí chuyển động thẳng, điều khiển bằng bơm dầu

α - Hệ số điều chỉnh lưu lượng của bơm dầu; x - Đại lượng điều chỉnh lưu lượng của bơm; λ - Hệ số tổn thất lưu lượng trong xy-lanh và đường ống dẫn dầu; p - Áp suất dầu cung cấp của bơm; Q - Lưu lượng cung cấp của bơm; F - Diện tích của pittông; V - Thể tích chứa dầu ở buồng công tác; B - Mô-đun đàn hồi của dầu; y - Chiều dài dịch chuyển của pittông; M - Khối lượng của bộ phận chuyển động.

Nếu bỏ qua ma sát của các bộ phận chuyển động và coi hệ chỉ có một khối lượng chuyển động thì ta có các phương trình sau :

Phương trình cân bằng lưu lượng :

$$Q = \alpha.x = F.\frac{dy}{dt} + \lambda.p + \frac{V}{2B}.\frac{dp}{dt} \quad (4.44)$$

Phương trình cân bằng lực : $F.p = M.\frac{d^2y}{dt^2}$ (4.45)

Chuyển qua phương trình Laplace :

$$Q(s) = \alpha.x(s) = F.s.y(s) + \lambda.p(s) + \frac{V}{2B}.s.p \quad (4.46)$$

$$F.p(s) = M.s^2.y(s) \Leftrightarrow p(s) = \frac{M}{F}.s^2.y(s) \quad (4.47)$$

Thay (4.47) vào (4.46) ta có : $Q(s) = \alpha.x(s) = \left[F.s + \frac{\lambda.M}{F}.s^2 + \frac{V.M}{2B.F}.s^3 \right].y(s)$ (6.48)

Hàm truyền hệ hở sẽ là : $\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{\alpha}{F} \cdot \frac{1}{\left[1 + \frac{\lambda.M}{F^2}.s + \frac{V.M}{2B.F}.s^2 \right]} \cdot \frac{1}{s}$ (4.49)

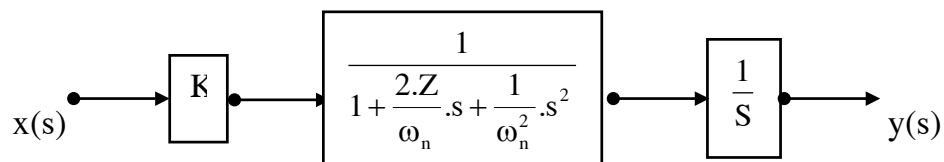
Đặt : $K = \frac{\alpha}{F}$; $\frac{2.Z}{\omega_n} = \frac{\lambda.M}{F^2}$ và $\omega_n = \sqrt{\frac{2.B.F^2}{V.M}}$ (4.50)

Phương trình (4.49) có dạng :

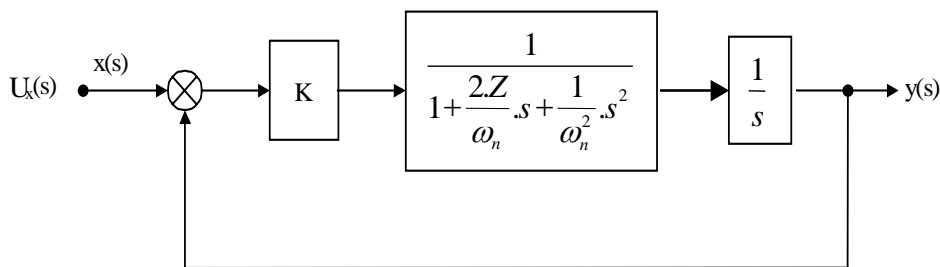
$$\frac{y(s)}{x(s)} = K \cdot \frac{1}{1 + \frac{2.Z}{\omega_n}.s + \frac{1}{\omega_n^2}.s^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.51)$$

Công thức (4.51) là mô hình toán của một khâu dao động và một khâu tích phân, trong đó : ω - tần số dao động riêng của khâu dao động;
 Z - hệ số tắt dần của khâu dao động.

Sơ đồ khối hệ hở của (4.51) và sơ đồ khối của hệ phản hồi đơn vị được thể hiện trên hình 4.17.



a)



b)

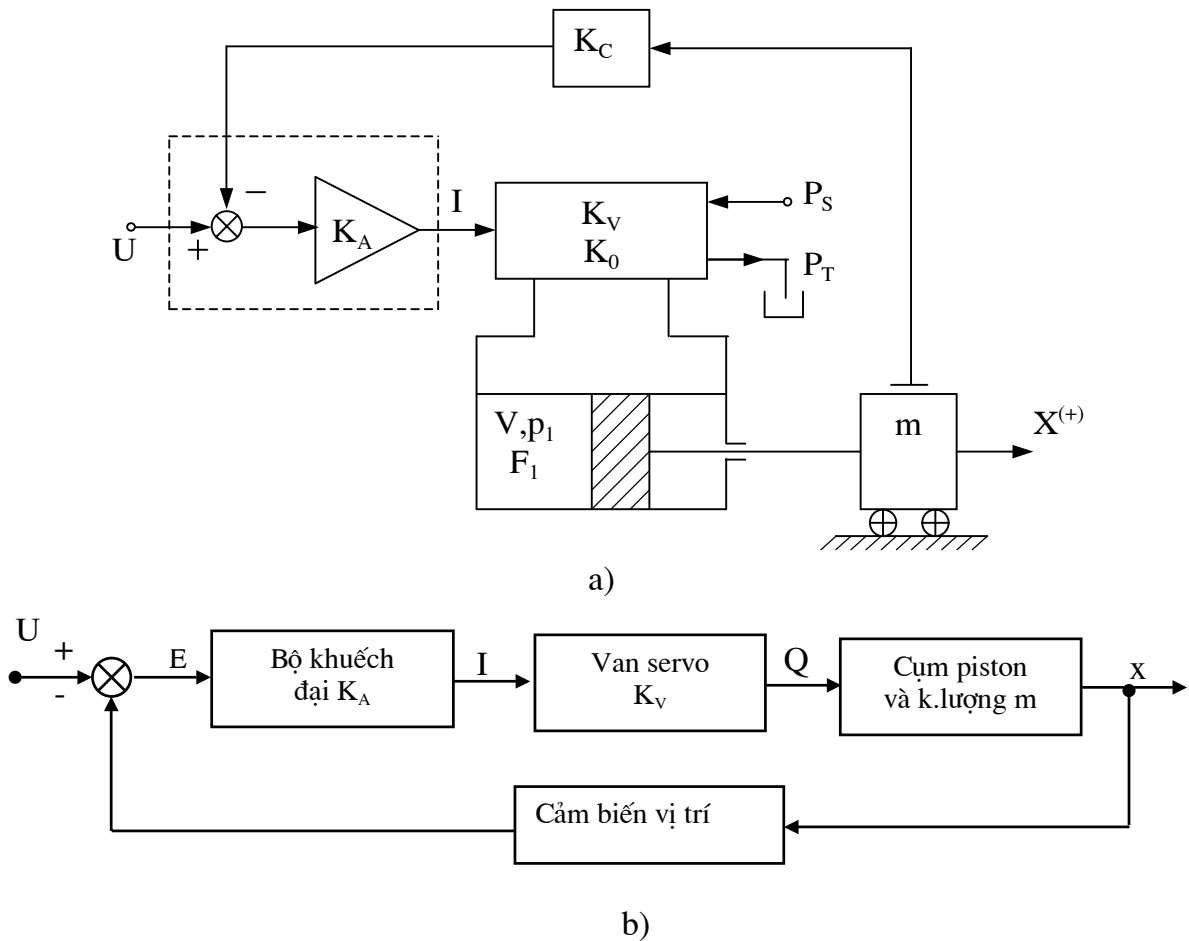
Hình 4.17. Sơ đồ khối của hệ hở (a) và sơ đồ khối của hệ phản hồi đơn vị (b)

Hàm truyền hệ kín :

$$\frac{y(s)}{U(s)} = \frac{K \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2}}{1 + K \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{K} \cdot \left(1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2 \right)} \quad (4.52)$$

4.5.2. Hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến sử dụng phần tử điều khiển là van servo.

Van servo là phần tử điều khiển điện thủy lực có đặc tính điều khiển thủy lực hoàn thiện nhất hiện nay, nhờ phần tử này mà có thể thực hiện được điều khiển vị trí, vận tốc hoặc tải trọng theo yêu cầu của thiết bị. Hình 4.18 là một mô hình điều khiển hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến sử dụng van servo.



Hình 4.18. Sơ đồ mạch điều khiển hệ thủy lực ứng dụng van servo
a - Sơ đồ nguyên lý làm việc; b - Sơ đồ chức năng

M - Khối lượng chuyển động; F_1 - Diện tích của piston; p_1 - Áp suất cung cấp của van; K_A - Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại; K_V - Hệ số khuếch đại của van; K_C - Hệ số khuếch đại của khâu phản hồi; I - Dòng điện điều khiển van servo; x - Hành trình của khối lượng M ; U - Điện áp điều khiển; K_0 - Hệ số thoát dầu của van servo.

Nếu bỏ qua biến dạng đàn hồi của dầu trong các buồng làm việc của xylanh và đường ống; không tính đến ảnh hưởng của lực ma sát; van servo và bộ khuếch đại được coi là các khâu khuếch đại. Ta có các phương trình sau :

a- Khi không có phản hồi :

- Trường hợp $x > 0$ $Q_1 = K_v \cdot I - K_o \cdot p_1 = F_1 \cdot \frac{dx}{dt}$;

$$F_1 \cdot p_1 = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad ; \quad E \cdot K_A = I \quad (4.53)$$

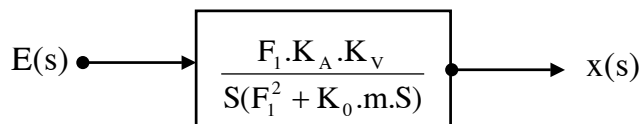
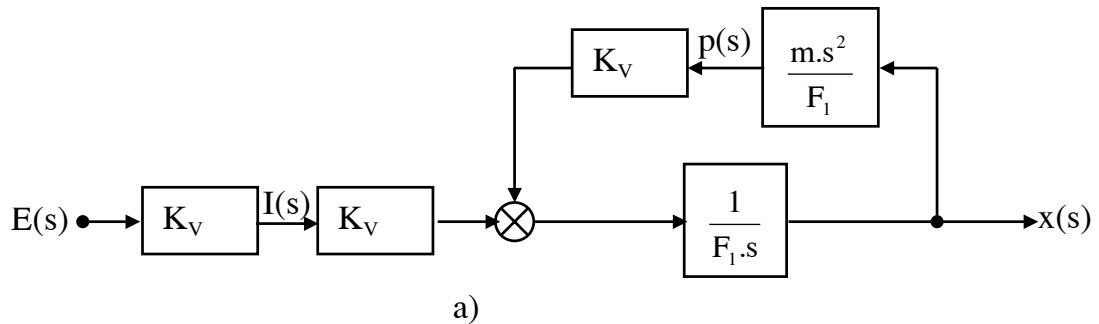
Phương trình Laplace của (4.53) sẽ là :

$$Q_1(s) = K_v \cdot I(s) - K_o \cdot p_1(s) = F_1 \cdot S \cdot x(s) ;$$

$$F_1 \cdot p_1(s) = m \cdot S^2 \cdot x(s) \quad (4.54)$$

$$E(s) \cdot K_A = I(s)$$

Từ (4.54) ta thiết lập được sơ đồ khối như ở hình 4.19 :



Hình 4.19. Sơ đồ khối biến đổi hàm truyền $x(s)/E(s)$

a - Sơ đồ dạng tổng quát; b - Sơ đồ dạng rút gọn.

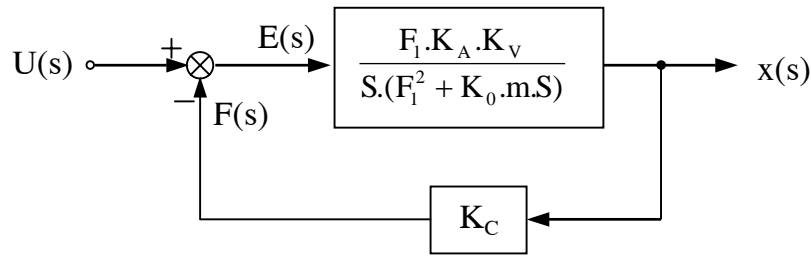
Như vậy hàm truyền hệ hở sẽ là :

$$W(s) = \frac{x(s)}{E(s)} = \frac{F_1 \cdot K_A \cdot K_v}{S \cdot (F_1^2 + K_o \cdot m \cdot S)} \quad (4.55)$$

- Trường hợp $x < 0$:

$$W(s) = \frac{F_2 \cdot K_A \cdot K_v}{S \cdot (F_2^2 + K_o \cdot m \cdot S)} \quad (4.56)$$

b- Khi có phản hồi (hệ kín với $x > 0$)



Hình 4.20. Sơ đồ khối của mạch điều khiển hệ kín hàm truyền $x(s)/U(s)$

Theo hình 4.19 và công thức (4.56) ta có sơ đồ khối hệ kín hình 4.20.
Hàm truyền hệ kín sẽ là :

$$W_w(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s).K_C}$$

hay :

$$W_w(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{F_1 \cdot K_A \cdot K_V}{K_O \cdot m \cdot S^2 + F_1^2 \cdot S + F_1 \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_C} \quad (4.57)$$

$$W_w(s) = \frac{K_w}{T_1^2 \cdot S^2 + T_2 \cdot S + 1} \quad (4.58)$$

trong đó :

$$T_1 = \sqrt{\frac{K_O \cdot m}{F_1 \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_C}} ;$$

$$T_2 = \frac{F_1}{K_A \cdot K_V \cdot K_C} ; \quad (4.59)$$

$$K_w = \frac{1}{K_C} .$$

Hàm truyền (4.57) có thể viết dưới dạng (4.60) như sau :

$$W_w(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{K_w}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{S}{\omega_o}\right) + 1} \quad (4.60)$$

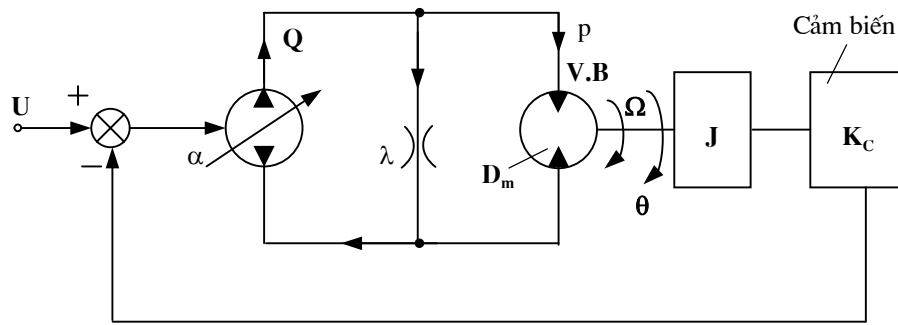
trong đó :

$$\omega_o = \frac{1}{T_1} = \sqrt{\frac{F_1 \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_C}{K_O \cdot m}} \quad \text{- tần số dao động riêng của hệ thống;}$$

$$\zeta = \frac{T_2}{2 \cdot T_1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_1^3}{K_A \cdot K_V \cdot K_C \cdot K_O \cdot m}} \quad \text{- hệ số tắt dần của hệ thống.}$$

4.5.3. Hệ thủy lực chuyển động quay điều khiển bằng bơm dầu

Xét sơ đồ điều khiển động cơ dầu bằng bơm dầu có phản hồi như ở hình 4.21.



Hình 4.21. Sơ đồ mạch điều khiển hệ thủy lực chuyển động quay

x - Tín hiệu điều khiển bơm dầu; α - Hệ số điều chỉnh bơm dầu; Q - Lưu lượng cung cấp của bơm; λ - Hệ số tổn thất lưu lượng; p - Áp suất làm việc của động cơ dầu; D_m - Hệ số kết cấu của động cơ dầu; V - Thể tích chứa dầu trong buồng công tác; J - Giá trị của mômen quán tính trên trục động cơ dầu; Ω - Vận tốc góc của trục động cơ dầu; θ - Góc quay của trục động cơ dầu; B - Môđun đàn hồi của dầu; K_c - Hệ số khuếch đại của khâu phản hồi.

Nếu bỏ qua ma sát của các bộ phận chuyển động trên trục động cơ dầu, không tính đến tải trọng ngoài, trục chỉ có một giá trị mômen quán tính J , v.v. ta sẽ có các phương trình mô tả hoạt động của hệ thống như sau :

Phương trình cân bằng lưu lượng :

$$Q = \alpha \cdot x = D_m \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{dp}{dt} + \lambda \cdot p \quad (4.61)$$

Phương trình cân bằng lực :

$$D_m \cdot p = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4.62)$$

Phương trình Laplace :

$$Q(s) = \alpha \cdot x(s) = D_m \cdot s \cdot \theta(s) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot s \cdot p(s) + \lambda \cdot p(s)$$

$$D_m \cdot p(s) = J \cdot s^2 \cdot \theta(s) \quad (4.63)$$

Phương trình (4.63) có thể viết lại là :

$$Q(s) = \alpha \cdot x(s) = D_m \cdot s \cdot \theta(s) + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m} \cdot s^3 \cdot \theta(s) + \lambda \cdot \frac{J}{D_m} \cdot s^2 \cdot \theta(s) \quad (4.64)$$

Hàm truyền :

$$\frac{\theta(s)}{x(s)} = \frac{\frac{\alpha}{D_m}}{1 + \frac{\lambda \cdot J}{D_m^2} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m^2} \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.65)$$

Với $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ thì $\Omega(s) = s \cdot \theta(s)$. Nếu thay vào (4.65) ta có hàm truyền :

$$\frac{\Omega(s)}{x(s)} = \frac{\frac{\alpha}{D_m}}{1 + \frac{\lambda \cdot J}{D_m^2} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m^2} \cdot s^2} \quad (4.66)$$

Đặt :

$$K = \frac{\alpha}{D_m}; \frac{2Z}{\omega_n} = \frac{\lambda \cdot J}{D_m^2}; \omega_n = \sqrt{\frac{2B \cdot D_m^2}{V \cdot J}} \quad (4.67)$$

ta được :

$$\frac{\theta(s)}{x(s)} = K \cdot \frac{1}{1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.68)$$

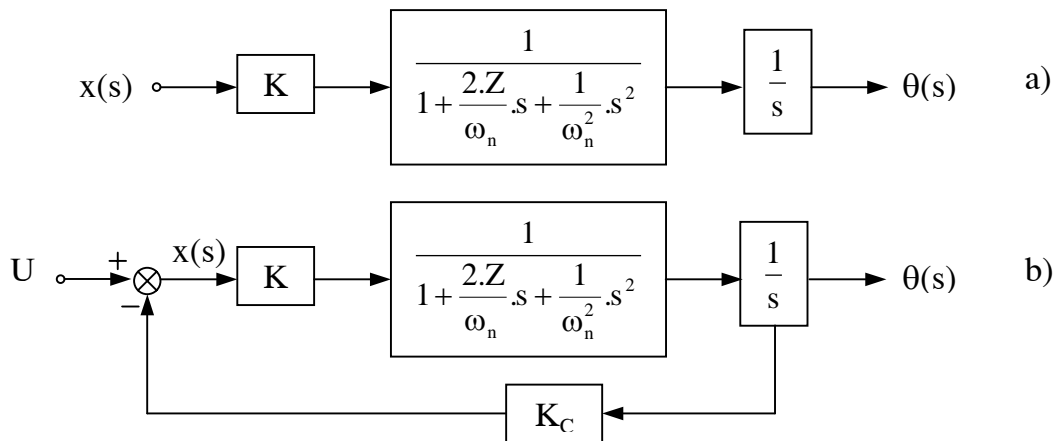
$$\frac{\Omega(s)}{x(s)} = K \cdot \frac{1}{1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2} \quad (4.69)$$

trong đó : K - hệ số khuếch đại;

Z - hệ số tắt dần;

ω_n - tần số dao động riêng của cụm động cơ dẫu.

Sơ đồ khối của hệ hở thể hiện ở hình 4.22a, từ sơ đồ khối hệ hở ta xây dựng sơ đồ khối kín như ở hình 4.22b.



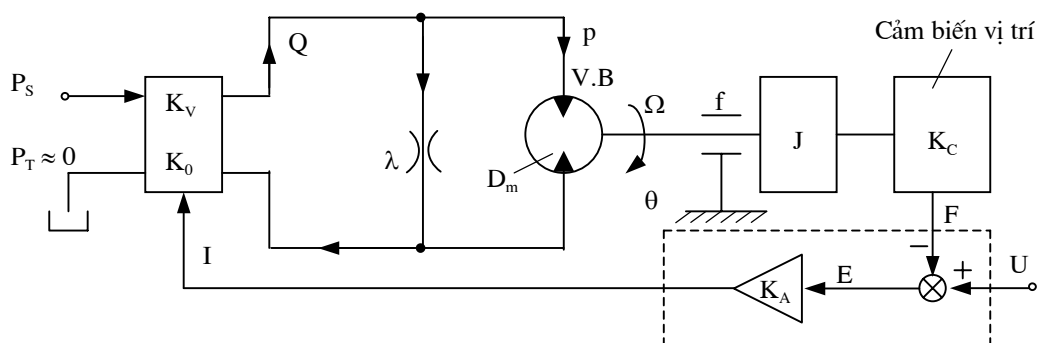
Hình 4.22. Sơ đồ khối mạch điều khiển thuỷ lực chuyển động quay
a - Sơ đồ khối hệ hở, b - Sơ đồ khối hệ kín

Từ hình 4.22b ta xác định hàm truyền hệ kín :

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1/ K_c}{1 + \frac{s}{K \cdot K_c} \left(1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2 \right)} \quad (4.70)$$

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{1/ K_c}{1 + \frac{1}{K \cdot K_c} \left(1 + \frac{2Z}{\omega_n} \cdot s + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot s^2 \right)} \quad (4.71)$$

4.5.4. Hệ thủy lực chuyển động quay điều khiển bằng van servo



Hình 4.23. Sơ đồ điều khiển động cơ dầu bằng van servo

Ở sơ đồ trên hình 4.22 phần tử điều khiển là bơm dầu, còn ở sơ đồ trên hình 4.23 là van servo. Tương tự như trường hợp mục 4.5.2 ta cũng có các phương trình sau :

$$\text{Phương trình lưu lượng : } Q = D_m \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{dp}{dt} + \lambda \cdot p \quad (4.72)$$

Phương trình cân bằng lực nếu kể đến ma sát (với hệ số ma sát nhớt f) là :

$$D_m \cdot p = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (4.73)$$

$$\text{Phương trình Laplace : } Q(s) = D_m \cdot s \cdot \theta(s) + \frac{V}{2B} \cdot s \cdot p(s) + \lambda \cdot p(s)$$

$$D_m \cdot p(s) = J \cdot s^2 \cdot \theta(s) + f \cdot s \cdot \theta(s) \quad (4.74)$$

Phương trình (4.74) có thể viết lại là :

$$Q(s) = D_m \cdot s \cdot \theta(s) + \left(\frac{V}{2B} \cdot s + \lambda \right) \cdot p(s) \quad (4.75)$$

$$p(s) = \frac{(J \cdot s^2 + f \cdot s)}{D_m} \cdot \theta(s) \quad (4.76)$$

Thay (4.76) vào (4.75) ta có :

$$Q(s) = D_m \cdot s \cdot \theta(s) + \left(\frac{V}{2B} \cdot s + \lambda \right) \cdot \left(\frac{J \cdot s^2 + f \cdot s}{D_m} \right) \cdot \theta(s)$$

- Đối với hệ hở :

$$\text{Hàm truyền : } \frac{\theta(s)}{Q(s)} = \frac{1}{D_m + \left(\frac{V}{2B} \cdot s + \lambda \right) \cdot \left(\frac{J \cdot s + f}{D_m} \right)} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.77)$$

$$\frac{\theta(s)}{Q(s)} = \frac{(D_m^2 + \lambda \cdot f) / D_m}{1 + \frac{V \cdot f + 2B \cdot J \cdot \lambda}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.78)$$

Nếu đặt : $K = \frac{D_m^2 + \lambda.f}{D_m}$;

$$T_1 = \sqrt{\frac{V.J}{2B.(D_m^2 + \lambda.f)}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{T_1} = \sqrt{\frac{2B.(D_m^2 + \lambda.f)}{V.J}} \quad (4.79)$$

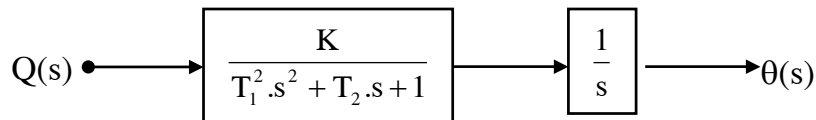
$$T_2 = \frac{V.f + 2B.J.\lambda}{2B.(D_m^2 + \lambda.f)}; \quad \zeta = \frac{T_2}{2.T_1} = \frac{1}{2} \frac{V.f + 2B.J.\lambda}{\sqrt{2B.V.J.(D_m^2 + \lambda.f)}} \quad (4.80)$$

thì $\frac{\theta(s)}{Q(s)} = \left(\frac{K}{T_1^2.s^2 + T_2.s + 1} \right) \cdot \frac{1}{s} = \left(\frac{K}{T_1^2.s^2 + 2\zeta.T_1.s + 1} \right) \cdot \frac{1}{s}$ (4.81)

trong đó :

- K - hệ số khuếch đại của khâu dao động;
- T_1, T_2 - các hằng số thời gian;
- ω_0 - tần số dao động riêng của hệ hở;
- ζ - hệ số tắt chấn của hệ hở.

Sơ đồ khối của hệ hở theo hàm truyền (4.81) như ở hình 4.24.

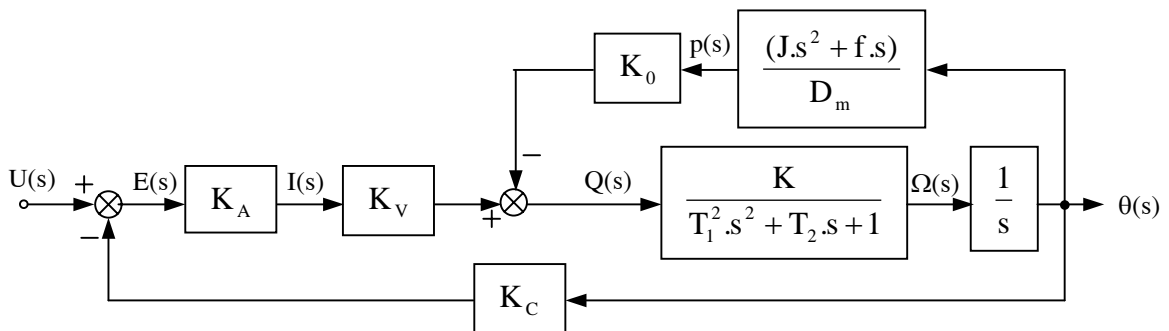


Hình 4.24. Sơ đồ khối hệ hở của cụm động cơ dầu

- Đối với hệ kín : Nếu bộ khuếch đại và van servo được coi là khâu khuếch đại thì ta sẽ có các quan hệ theo các công thức sau :

$$Q(s) = K_v.I(s) - K_0.p(s); \quad I(s) = K_A.E(s); \quad E(s) = U(s) - K_c.\theta(s) \quad (4.82)$$

Dựa vào sơ đồ khối hệ hở ở hình 4.24 và các quan hệ (4.76), (4.82), ta xây dựng được sơ đồ khối hệ kín ở hình hình 4.25.

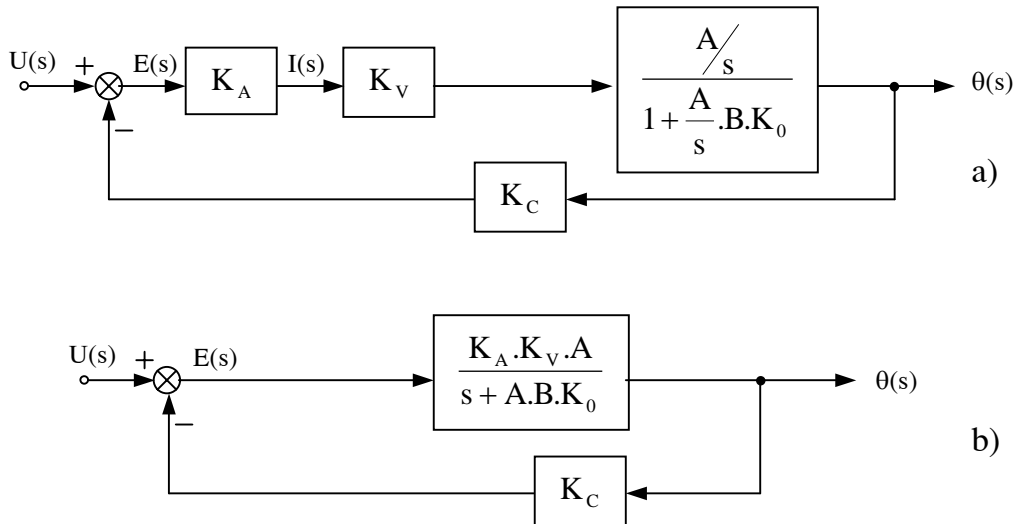


Hình 4.25. Sơ đồ khối hệ điều khiển vị trí chuyển động quay

Đặt : $A = \frac{K}{T_1^2 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + 1}$

và $B = \frac{s \cdot (J \cdot s + f)}{D_m}$

Biến đổi sơ đồ khối ở hình 4.25 ta được sơ đồ như ở hình 4.26a.



Hình 4.26. Sơ đồ khối đã biến đổi

Khai triển sơ đồ khối trên hình 4.26b ta có :

$$\frac{\theta(s)}{E(s)} = \frac{K_A \cdot K_V \cdot \frac{K}{T_1^2 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + 1}}{s + \frac{K}{T_1^2 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + 1} \cdot \frac{s \cdot (J \cdot s + f)}{D_m} \cdot K_0} \quad (4.83)$$

Khai triển (4.83) ta được :

$$\frac{\theta(s)}{E(s)} = \frac{\frac{K_A \cdot K_V \cdot K \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f}}{s \cdot \left[\frac{T_1^2 \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f} \cdot s^2 + \frac{T_2 \cdot D_m + K \cdot K_0 \cdot J}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f} \cdot s + 1 \right]} \quad (4.84)$$

Nếu đặt : $K_0 = \frac{K_A \cdot K_V \cdot K \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f}$

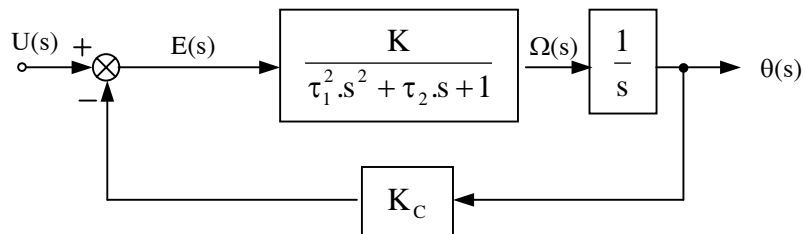
$$\tau_1 = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{V \cdot J}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot \frac{D_m}{(D_m + K \cdot K_0 \cdot f)}} \quad (4.85)$$

$$\tau_2 = \frac{T_2 \cdot D_m + K \cdot K_0 \cdot J}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f} = \frac{V \cdot f \cdot D_m + 2B \cdot J \cdot \lambda \cdot D_m + 2B \cdot K \cdot K_0 \cdot J (D_m^2 + \lambda \cdot f)}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f) \cdot (D_m + K \cdot K_0 \cdot f)}$$

thì phương trình (4.84) sẽ là :

$$\frac{\theta(s)}{E(s)} = \frac{K_0}{\tau_1^2 \cdot s^2 + \tau_2 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.86)$$

Công thức (4.86) là mô hình của một khâu dao động và một khâu tích phân lý tưởng. Sơ đồ khối của hệ kín thể hiện ở hình 4.27.



Hình 4.27. Sơ đồ khối của hệ thống thủy lực điều khiển vị trí

Hàm truyền hệ kín $\frac{\theta(s)}{U(s)}$ sau khi biến đổi sơ đồ khối ở hình 4.27 sẽ là bậc 3.

Chương 5

CÁC PHẦN TỬ ĐIỀU KHIỂN CƠ BẢN TRONG HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG THỦY LỰC

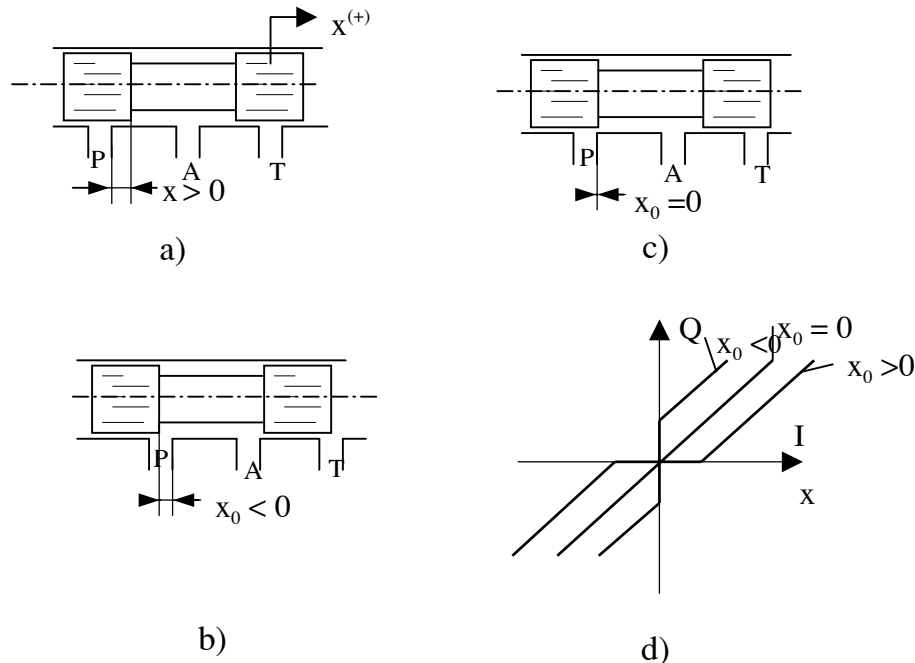
5.1. VAN ĐIỀU KHIỂN

Trong các chương trước chúng ta đã có dịp làm quen với các loại van điều khiển và khả năng ứng dụng của chúng trong các mạch điều khiển, phần này sẽ trình bày về nguyên lý làm việc, kết cấu và một số đặc tính của chúng.

Van servo được ứng dụng vào ngành hàng không trong nhiều năm qua và gần đây được ứng dụng rộng rãi ở các ngành công nghiệp khác. Tuy nhiên với sự tiến bộ của kỹ thuật, trong vài năm trở lại đây nhiều hãng sản xuất đã chế tạo được van tỉ lệ có đặc tính gần giống với đặc tính của van servo nhưng giá thành lại thấp hơn, nên tùy theo yêu cầu của thiết bị mà khi chọn van cần cân nhắc cả yêu cầu kỹ thuật lẫn giá thành của chúng.

Phần này sẽ giới thiệu về các loại van trượt điều khiển thông dụng trong đó có chú trọng đến các vấn đề kỹ thuật của van servo, trên cơ sở của van này ta có thể suy luận, nghiên cứu các loại van có đặc tính kỹ thuật thấp hơn.

5.1.1. Van trượt có mép điều khiển dương, trung gian và âm



Hình 5.1. Sơ đồ các loại mép điều khiển của van

- a - Van có mép điều khiển dương ($+x_0$);
- b - Van có mép điều khiển trung gian ($x_0 = 0$);
- c - Van có mép điều khiển âm ($-x_0$);
- d- Đặc tính lý thuyết $Q - x$ ($Q - I$).

Hầu hết các loại van điều khiển đều sử dụng loại van kiểu con trượt. Tùy thuộc vào vị trí tương đối của các mép trên con trượt và mép thành van mà van trượt được phân thành ba loại (hình 5.1) như sau :

- Khi $x_0 > 0$ gọi là van trượt có mép điều khiển dương, con trượt di chuyển trong vùng x_0 lưu lượng vẫn bằng 0 và vùng này có thể gọi là vùng "chết" (hoặc vùng che phủ).

- Khi $x_0 = 0$ gọi là van trượt có mép điều khiển trung gian.

- Khi $x_0 < 0$ gọi là van trượt có mép điều khiển âm, tại vị trí trung gian (con trượt chưa di chuyển) đã hình thành tiết diện chảy và lưu lượng dầu đã qua van.

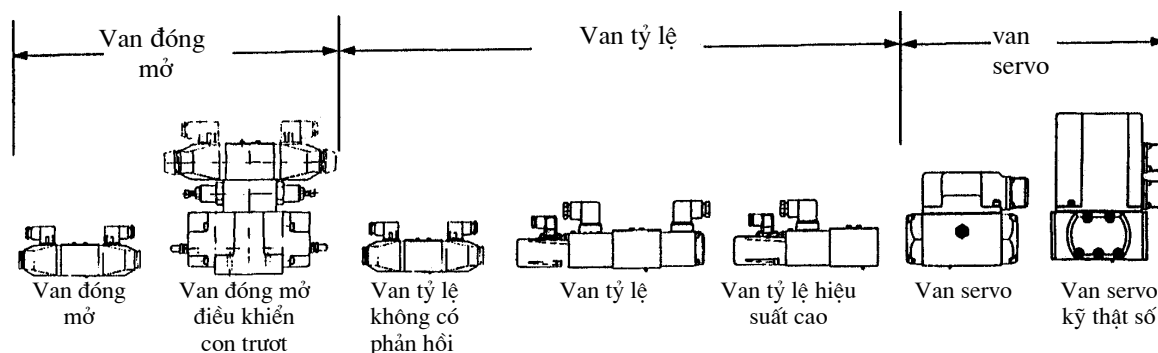
Đặc tính Q - x (hoặc Q - I) lý thuyết của các loại van trên thể hiện ở hình 5.1d.

Thực tế rất khó thực hiện van trượt có mép điều khiển trung gian ($x_0 = 0$) nên rất ít dùng trong thực tế.

Đối với van trượt có mép điều khiển dương để con trượt vượt quá vùng "chết" thì dòng điện đầu vào cần thiết để con trượt di chuyển $x = x_0$ phải nhỏ hơn 4% dòng điện cực đại. Yêu cầu này nhằm khống chế sai số điều khiển trong phạm vi cho phép.

5.1.2. Phân loại van trượt điều khiển

Hiện nay van trượt điều khiển được chia làm ba loại, theo chất lượng điều khiển người ta sắp xếp theo trình tự từ thấp đến cao như sau :



Hình 5.2. Sơ đồ ký hiệu và phân loại van điện thủy lực

1- Van solenoid (solenoid valves).

- Van solenoid đóng mở (on/off solenoid valves).
- Van solenoid điều khiển (on/off solenoid valves with spool control).

2- Van tỷ lệ (proportional valves).

- Van tỷ lệ không phản hồi (non-feedback proportional valves).
- Van tỷ lệ có phản hồi (feedback proportional valves).
- Van tỷ lệ hiệu suất cao (high performance proportional valves).

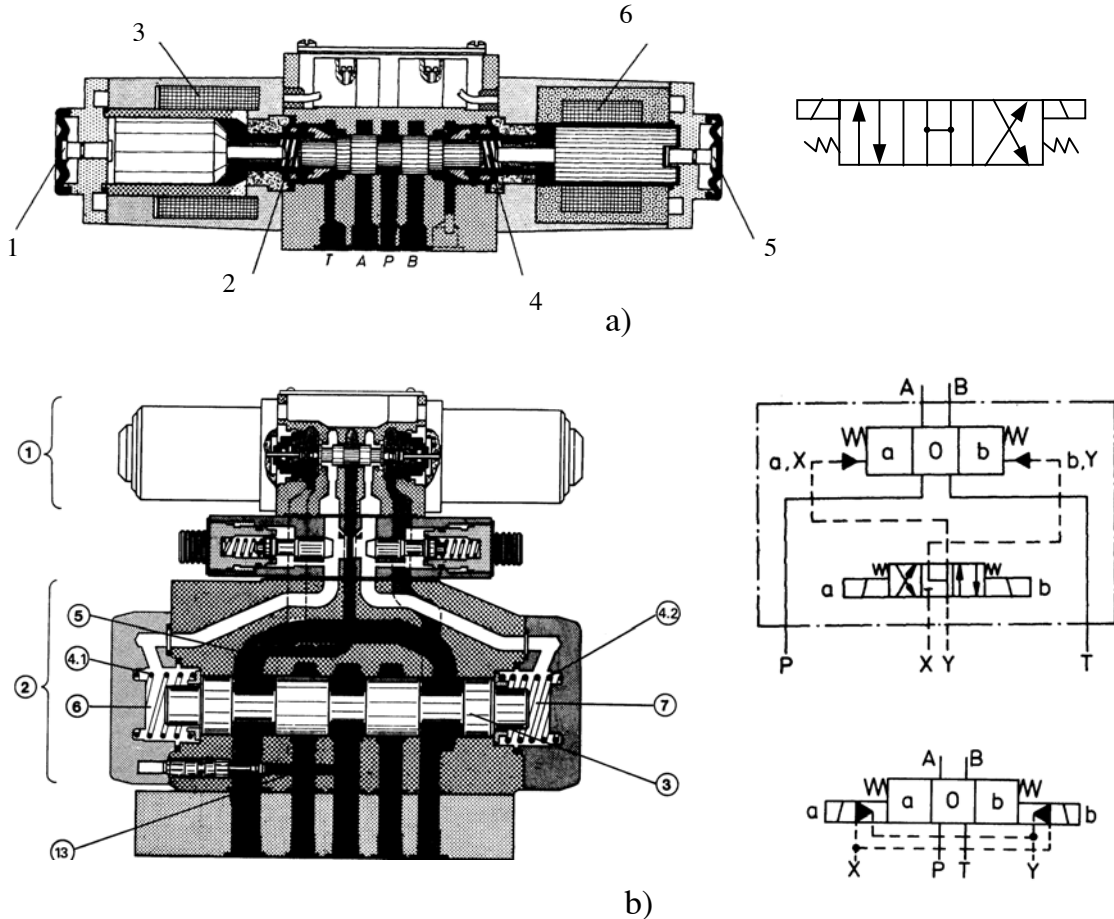
3. Van servo (servo-valves).

- Van servo.
- Van servo kỹ thuật số (digitally controlled servo-valves).

5.1.3. Van solenoid

Cấu tạo của van solenoid gồm các bộ phận chính (hình 5.3) là: loại điều khiển trực tiếp (hình 5.3a) gồm có thân van, con trượt và hai nam châm điện; loại điều khiển gián tiếp (hình 5.3b) gồm có van sơ cấp 1, cấu tạo van sơ cấp giống van điều khiển trực tiếp và van thứ cấp 2 điều khiển con trượt bằng dầu ép, nhờ tác động của van sơ cấp.

Con trượt của van sẽ hoạt động ở hai hoặc ba vị trí tùy theo tác động của nam châm. Có thể gọi van solenoid là loại van điều khiển có cấp.



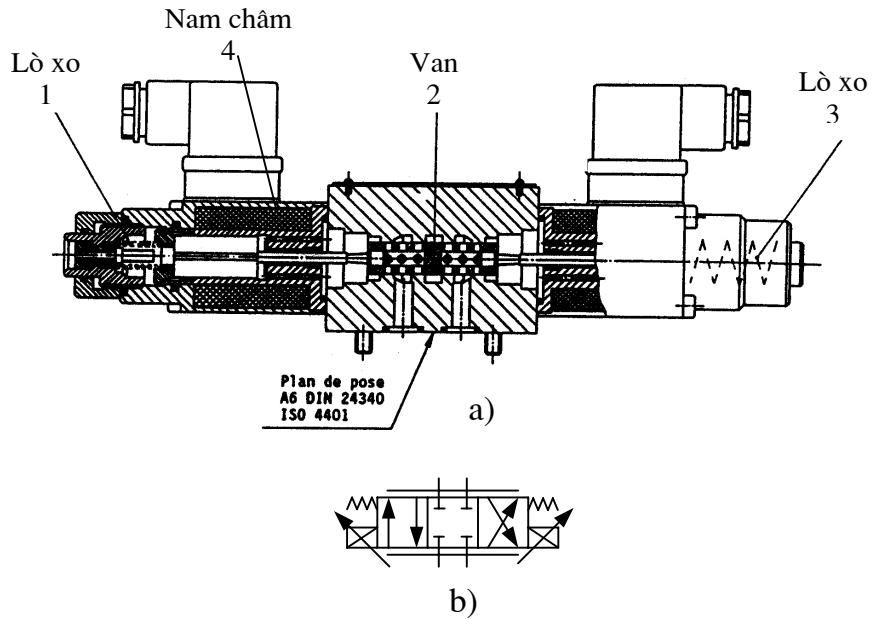
Hình 5.3. Cấu tạo và ký hiệu của van solenoid

- a- Cấu tạo và ký hiệu của van solenoid điều khiển trực tiếp (1, 5 - vít hiệu chỉnh vị trí của lõi sắt từ; 2, 4 - lò xo; 3, 6 - cuộn dây của nam châm điện);
- b- Cấu tạo và ký hiệu của van solenoid điều khiển gián tiếp (1 -van sơ cấp; 2 - van thứ cấp).

5.1.4. Van tỷ lệ

Cấu tạo của van tỷ lệ có gồm ba bộ phận chính (hình 5.4) là : Thân van, con trượt, nam châm điện.

Để thay đổi tiết diện chảy của van, tức là thay đổi hành trình của con trượt bằng cách thay đổi dòng điện điều khiển nam châm. Có thể điều khiển con trượt ở vị trí bất kỳ trong phạm vi điều chỉnh nên van tỷ lệ có thể gọi là loại van điều khiển vô cấp.



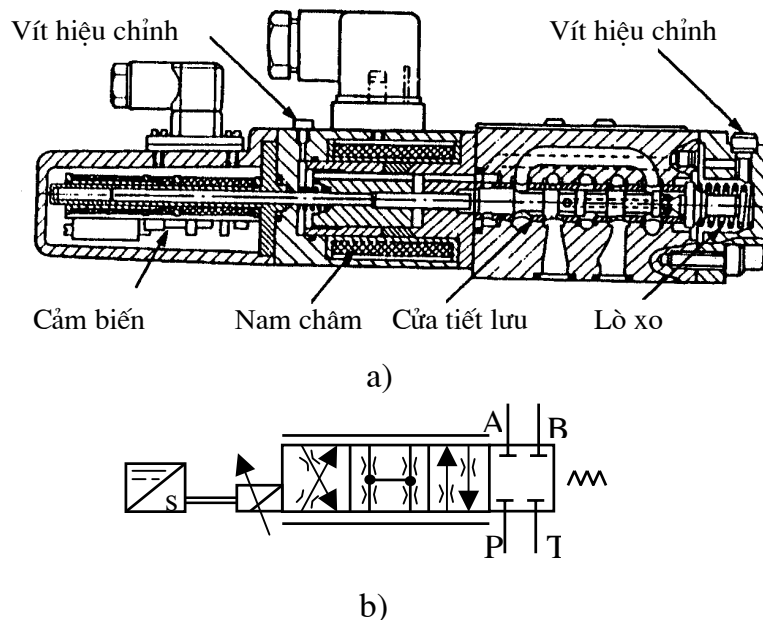
Hình 5.4. Cấu tạo và ký hiệu của van tỷ lệ

a - Cấu tạo; b - Sơ đồ ký hiệu.

Hình 5.4 là kết cấu của van tỷ lệ, van có hai nam châm 4 bố trí đối xứng, các lò xo 1 và 3 phục hồi vị trí cân bằng của con trượt 2.

5.1.5. Van tỷ lệ có phản hồi hiệu suất cao

Van tỷ lệ có phản hồi ngoài các bộ phận và khả năng điều khiển như van tỷ lệ thông thường còn có thêm thiết bị dò hành trình di chuyển của con trượt. Các bộ phận chính của van gồm (hình 5.5a) : Thân van và con trượt; Nam châm điện; Cảm biến vị trí đo lường di chuyển con trượt (LVDT).



Hình 5.5. Cấu tạo và ký hiệu của van tỷ lệ hiệu suất cao loại 4 vị trí 4 cửa

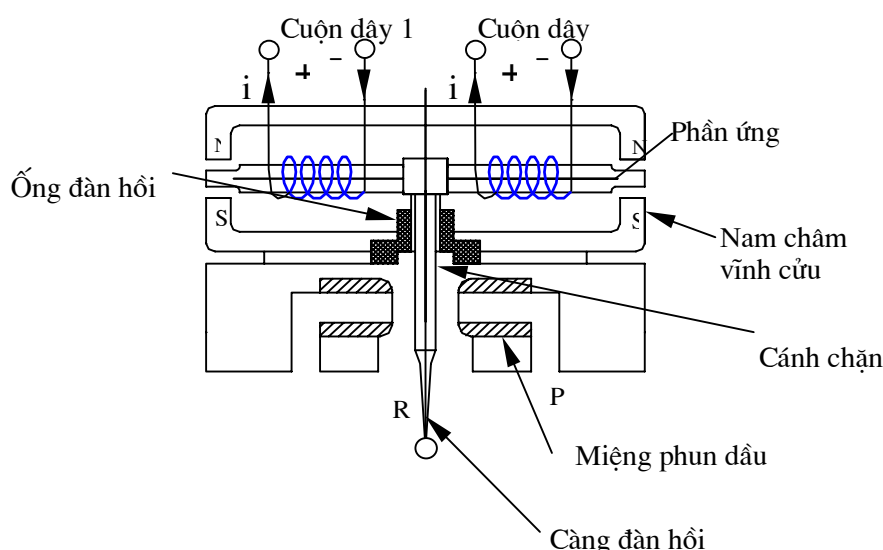
a - Cấu tạo; b - Sơ đồ ký hiệu.

Với mỗi giá trị của dòng điện điều khiển vào cuộn dây của nam châm điện thì con trượt của van sẽ di chuyển đến vị trí tương ứng. Vị trí của con trượt quyết định tiết diện chảy và các vị trí của van. Các lò xo có tác dụng phục hồi con trượt về vị trí ban đầu. Cảm biến vị trí dạng biến trở (potentiometer) ký hiệu LVDT, đo vị trí của con trượt và truyền tín hiệu dưới dạng điện áp về bộ khuếch đại của van, tại bộ khuếch đại tín hiệu phản hồi so sánh với tín hiệu điều khiển nhằm truyền cho nam châm dòng điện điều khiển chính xác. Nên nhờ bộ cảm biến này mà vị trí di chuyển của con trượt điều khiển được chính xác.

Ở các loại van trên, nam châm điện trực tiếp kéo con trượt di chuyển nên dòng điều khiển lớn.

5.1.6. Van servo

1- Nguyên lý làm việc



Hình 5.6. Sơ đồ nguyên lý của bộ phận điều khiển con trượt của van servo

Bộ phận điều khiển con trượt của van servo (torque motor) thể hiện trên hình 5.6 gồm các ở bộ phận sau :

- Nam châm vĩnh cửu;
- Phân ứng và hai cuộn dây;
- Cánh chặn và càng đàn hồi;
- Ống đàn hồi;
- Miệng phun dầu.

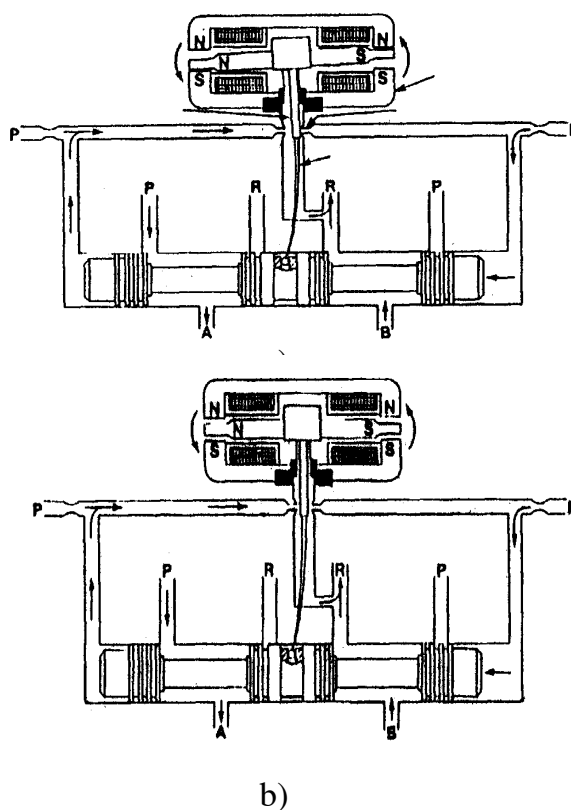
Hai nam châm vĩnh cửu đặt đối xứng tạo thành khung hình chữ nhật, phần ứng trên đó có hai cuộn dây và cánh chặn dầu ngàm với phần ứng, tạo nên một kết cấu cứng vững. Định vị phần ứng và cánh chặn dầu là một ống đàn hồi, ống này có tác dụng phục hồi cụm phần ứng và cánh chặn về vị trí trung gian khi dòng điện vào hai cuộn dây cân bằng. Nối với cánh chặn dầu là càng đàn hồi, càng này nối trực tiếp với con trượt. Khi dòng điện vào hai cuộn dây lệch nhau thì phần ứng bị hút lệch, do sự đối xứng của các cực nam châm mà phần ứng sẽ quay. Khi phần ứng quay, ống đàn hồi sẽ biến dạng đàn hồi, khe hở từ cánh chặn đến miệng phun dầu cũng sẽ thay đổi (phía này hở ra và phía kia hẹp lại). Điều đó dẫn đến áp suất ở hai phía của con trượt lệch nhau và con trượt được di chuyển. Như vậy:

a. Khi dòng điện điều khiển ở hai cuộn dây bằng nhau hoặc bằng 0 thì phần ứng, cánh, càn và con trượt ở vị trí trung gian (áp suất ở hai buồng con trượt cân bằng nhau).

b. Khi dòng $i_1 \neq i_2$ thì phần ứng sẽ quay theo một chiều nào đó tùy thuộc vào dòng điện của cuộn dây nào lớn hơn. Giả sử phần ứng quay ngược chiều kim đồng hồ, cánh chặn dầu cũng quay theo làm tiết diện chảy của miệng phun dầu thay đổi, khe hở miệng phun phía trái rộng ra và khe hở ở miệng phun phía phải hẹp lại. Áp suất dầu vào hai buồng con trượt không cân bằng, tạo lực dọc trục, đẩy con trượt di chuyển về bên trái, hình thành tiết diện chảy qua van (tạo đường dẫn dầu qua van). Quá trình trên thể hiện ở hình 5.7a. Đồng thời khi con trượt sang trái thì càn sẽ cong theo chiều di chuyển của con trượt làm cho cánh chặn dầu cũng di chuyển theo. Lúc này khe hở ở miệng phun trái hẹp lại và khe hở miệng phun phải rộng lên, cho đến khi khe hở của hai miệng phun bằng nhau và áp suất hai phía bằng nhau thì con trượt ở vị trí cân bằng. Quá trình đó thể hiện ở hình 5.7b.

Mômen quay phần ứng và mômen do lực đàn hồi của càn cân bằng nhau. Lượng di chuyển của con trượt tỷ lệ với dòng điện vào cuộn dây.

c. Tương tự như trên nếu phần ứng quay theo chiều ngược lại thì con trượt sẽ di chuyển theo chiều ngược lại.



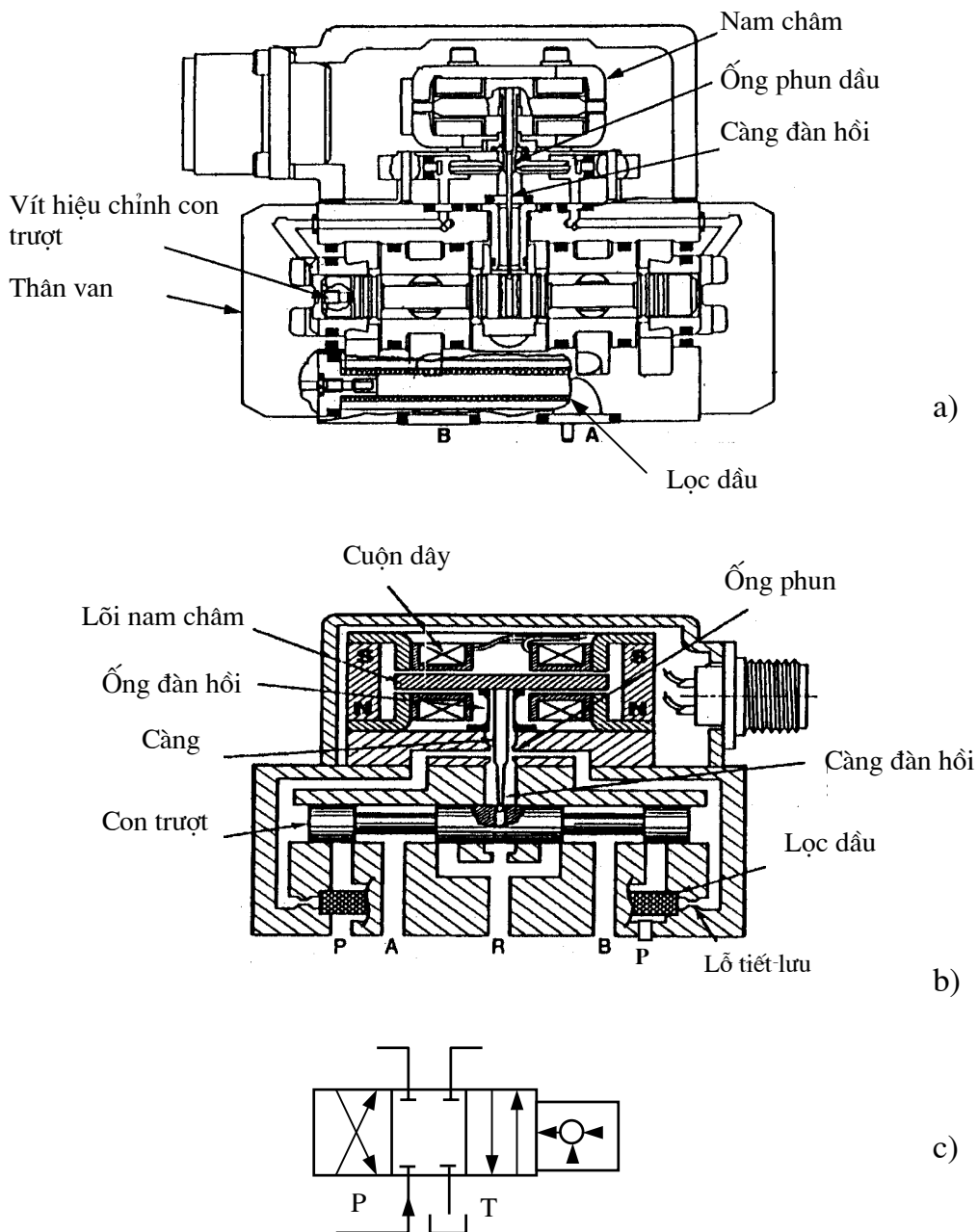
Hình 5.7. Sơ đồ nguyên lý hoạt động của van servo

- a - Sơ đồ giai đoạn đầu của quá trình điều khiển;
- b - Sơ đồ giai đoạn hai của quá trình điều khiển.

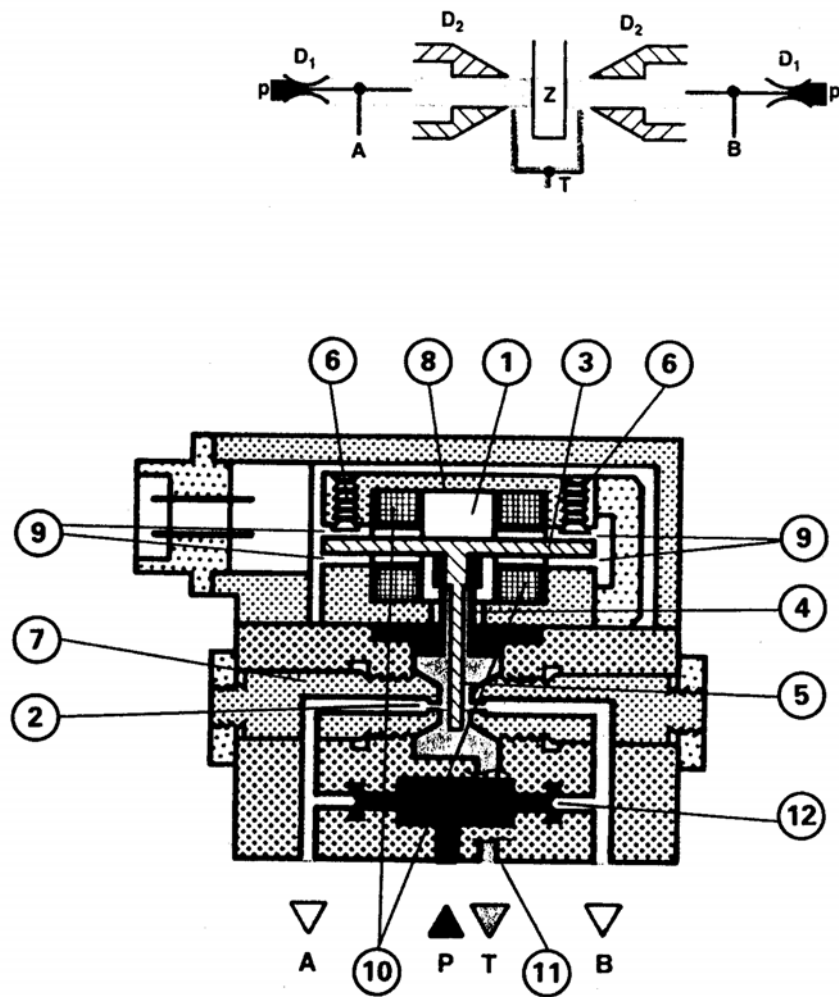
2. Kết cấu của van servo

Ngoài những kết cấu thể hiện ở hình 5.6 và hình 5.7, trong van còn bố trí thêm bộ lọc dầu nhằm đảm bảo điều kiện làm việc bình thường của van. Để con trượt ở vị trí trung gian khi tín hiệu vào bằng không, tức là để phản ứng ở vị trí cân bằng, người ta đưa vào kết cấu vít điều chỉnh.

Các hình 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 là kết cấu của một số loại van servo được sử dụng hiện nay.

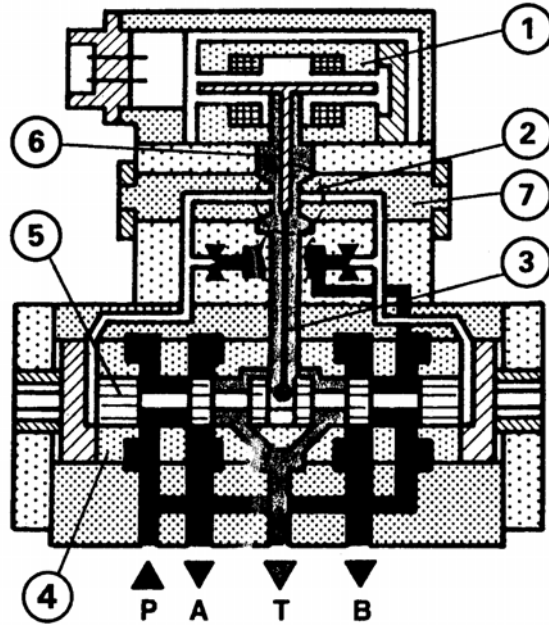


Hình 5.8. Bản vẽ thể hiện kết cấu và ký hiệu của van servo
a, b- Bản vẽ thể hiện các dạng kết cấu của van servo;
c- Ký hiệu của van servo.



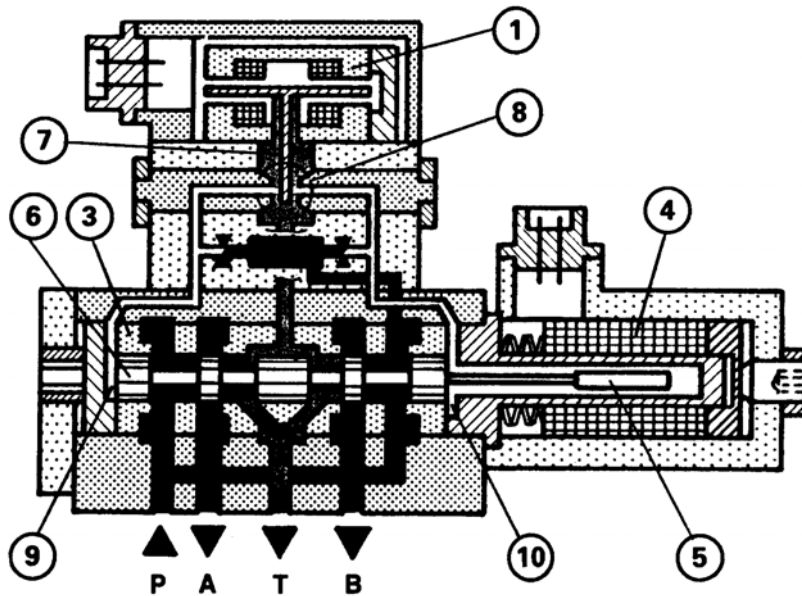
Hình 5.9. Kết cấu của van servo một cấp điều khiển

- 1- Không gian trống;
- 2- Ống phun;
- 3- Lõi sắt của nam châm;
- 4- Ống đàn hồi;
- 5- Càng điều khiển điện thủy lực;
- 6- Vít hiệu chỉnh;
- 7- Thân của ống phun;
- 8- Thân của nam châm;
- 9- Không gian quay của lõi sắt nam châm;
- 10- Cuộn dây của nam châm;
- 11- Con trượt của van chính;
- 12- Buồng dầu của van chính.



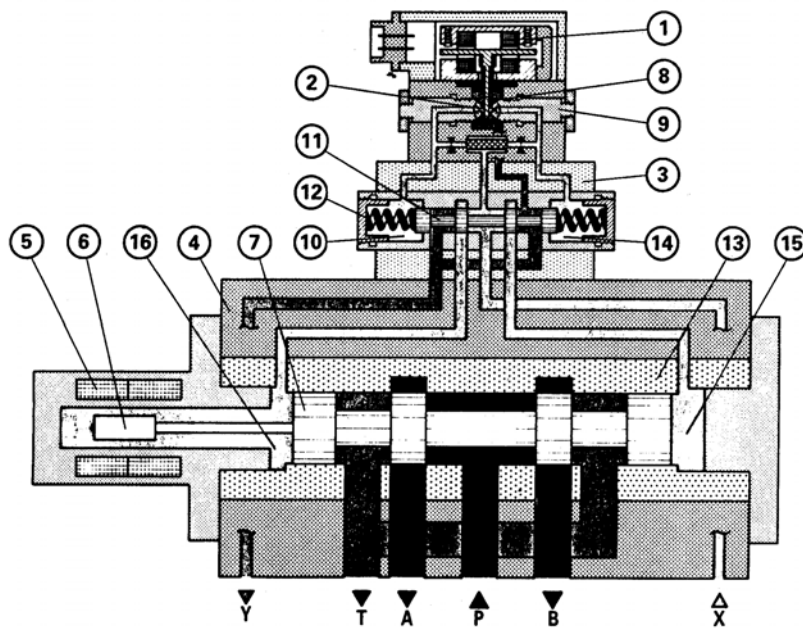
Hình 5.10. Kết cấu của van servo 2 cấp điều khiển

1- Cụm nam châm; 2- Ống phun; 3- Càng đàn hồi của bộ phận điều khiển điện thủy lực; 4- Xylanh của van chính; 5- Con trượt của van chính; 6- Càng điều khiển điện-thủy lực; 7- Thân của ống phun.

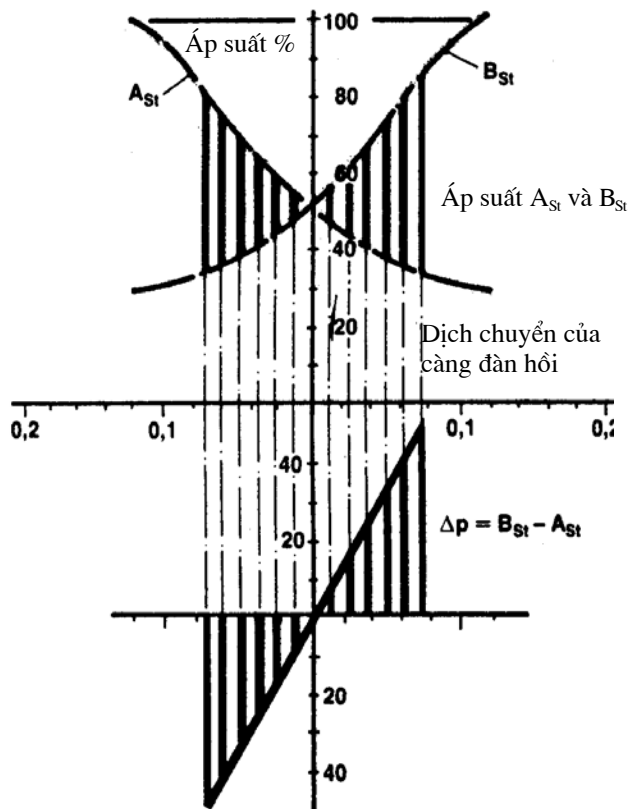


Hình 5.11. Kết cấu của van servo 2 cấp điều khiển có cảm biến

1-Cụm nam châm; 2-Ống phun; 3-Xylanh của van chính; 4-Cuộn dây của cảm biến; 5-Lõi sắt từ của cảm biến; 6-Con trượt của van chính; 7- Càng điều khiển điện-thủy lực; 8-Ống phun; 9,10-Buồng dầu của van chính.



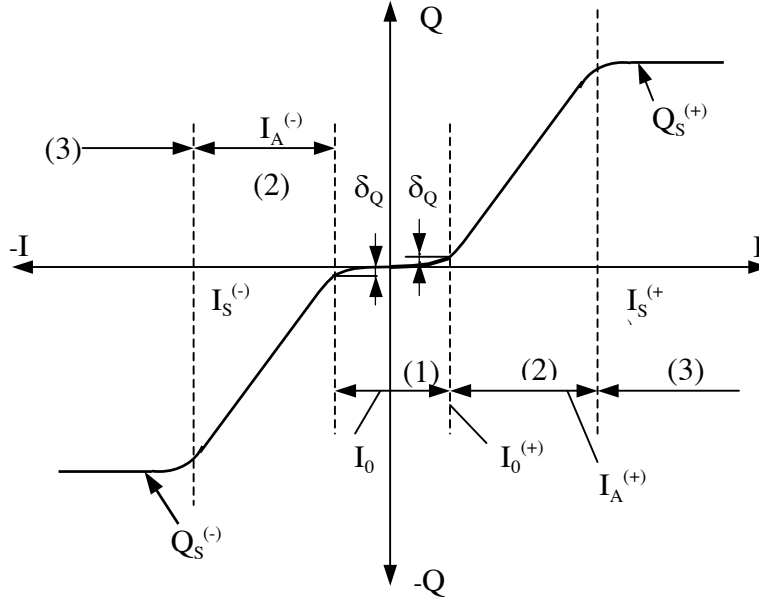
Hình 5.12. Kết cấu của van servo 3 cấp điều khiển có cảm biến
 1- Vít hiệu chỉnh; 2- Ống phun; 3- Thân van cấp 2; 4- Thân van cấp 3;
 5- cuộn dây của cảm biến; 6- Lõi sắt từ của cảm biến; 7- Con trượt của van chính; 8- Càng điều khiển điện-thủy lực; 9- Thân của ống phun;
 10,14- Buồng dầu của van cấp 2; 11- Con trượt của van cấp 2; 12- Lò xo của van cấp 2; 13- Xvlanh của van cấp 3; 15,16- Buồng dầu của van cấp 3.



Hình 5.13. Đặc tính thể hiện quan hệ giữa hành trình của càng và áp suất ở hai cửa của ống phun.

3. Đồ thị quan hệ giữa lưu lượng Q và dòng điện điều khiển I

Theo ISO 6404, đặc tính $Q - I$ của van được thiết lập trên cơ sở đo và xác định quan hệ $Q - I$ khi cho áp suất P_s không đổi và chế độ không tải trọng (hình 5.14).



Hình 5.14. Đặc tính $Q - I$ của van trượt điều khiển

1 - Vùng bão hòa ($Q = 0$); 2 - Vùng hoạt động của van; 3 - Vùng bão hòa ($Q = Q_{max}$).

Vùng bão hòa là vùng mà con trượt đang ở vị trí trung gian ($\delta_Q \approx 1\% Q_S$), được xác định theo công thức :

$$D_Z \approx \frac{(I_0^{(+)} - I_0^{(-)})}{(I_S^{(+)} - I_S^{(-)})} \quad (5.1)$$

Khi thiết kế van, D_Z lấy trong khoảng từ 10% đến 35%.

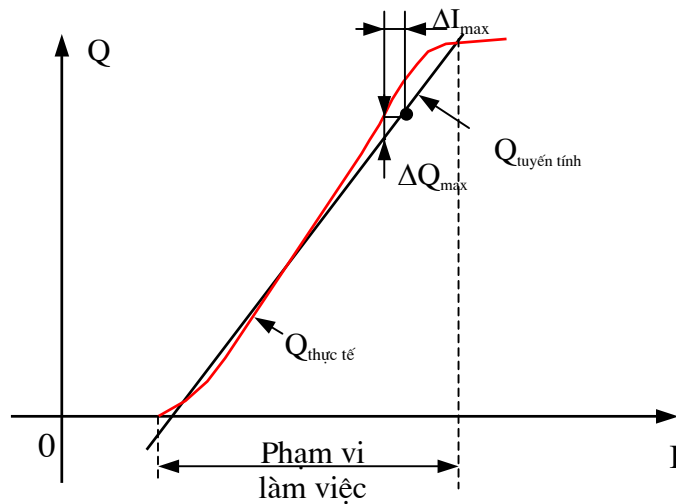
Vùng hoạt động là vùng mà lưu lượng Q thay đổi tỷ lệ với dòng điện điều khiển I , được xác định theo công thức :

$$D_A \approx \frac{(I_A^{(+)} - I_A^{(-)})}{(I_S^{(+)} - I_S^{(-)})} \quad (5.2)$$

Vùng lưu lượng bão hoà Q_S là vùng mà khi tăng dòng điện điều khiển thì lưu lượng không còn thay đổi nữa, vì lúc này con trượt đã mở hoàn toàn. Q_S còn được gọi là lưu lượng tỷ lệ.

Đối với van servo, áp suất cung cấp để xây dựng đặc tính trên là $P_s = 70 \text{ bar}$.

Vùng hoạt động của van (2) thực tế không tuyến tính, nhưng để tiện lợi cho việc sử dụng người ta thực hiện tuyến tính hoá và chịu sai số nhất định. Sai số lớn nhất gọi là sai số tuyến tính (hình 5.15).



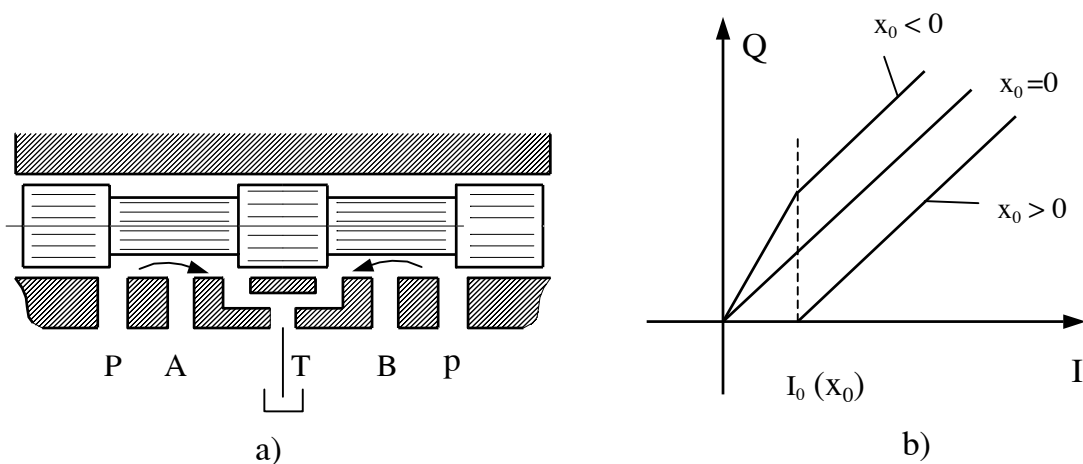
Hình 5.15 Tuyến tính hoá quan hệ $Q - I$.

Các giá trị ΔQ_{\max} và ΔI_{\max} là các sai số tuyến tính. Tùy thuộc vào trình độ chế tạo của từng hãng mà sai số tuyến tính của van của các hãng sẽ khác nhau và được ghi trong catalog.

4. Hệ số khuếch đại lưu lượng và hệ số khuếch đại áp suất

Hệ số khuếch đại lưu lượng là tỷ số giữa độ thay đổi lưu lượng ra và độ thay đổi dòng điện vào :

$$K_Q \approx \left. \frac{dQ}{dI} \right|_{\Delta P_L=0} \quad (5.3)$$



Hình 5.16. Sơ đồ nghiên cứu hệ số khuếch đại lưu lượng của van
 a - Sơ đồ của van khi con trượt ở vị trí trung gian;
 b - Đặc tính $Q - I$ khi $x_0 = 0$, $x_0 > 0$ và $x_0 < 0$.

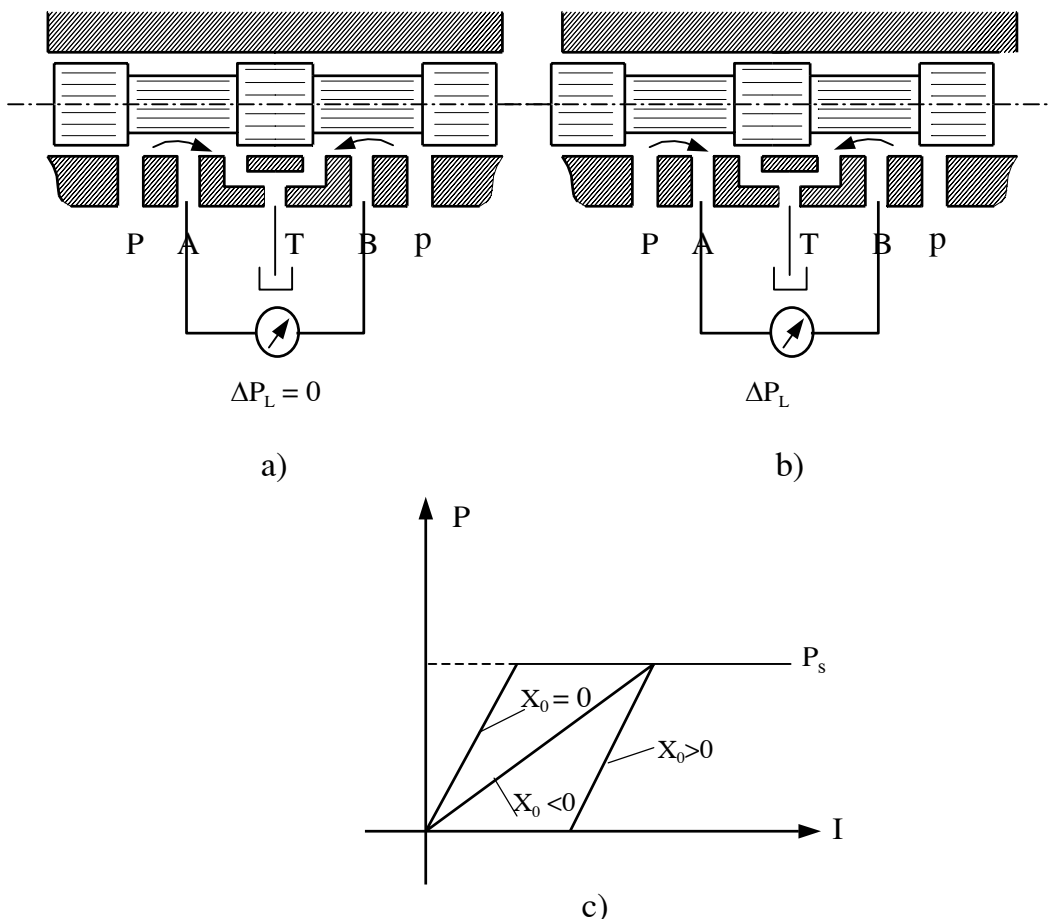
Khi coi đặc tính $Q - I$ là tuyến tính thì hệ số khuếch đại lưu lượng sẽ là :

$$K_Q = \frac{Q}{I} \quad (5.4)$$

K_Q là hệ số góc của đặc tính Q - I của van.

Hệ số khuếch đại áp suất là tỷ số giữa áp suất ra với tín hiệu dòng điện vào của van,

được xác định theo công thức sau : $K_P = \frac{P}{I} \quad (5.5)$



Hình 5.17. Sơ đồ nghiên cứu hệ số khuếch đại áp suất

- a - Sơ đồ của van khí con trượt ở vị trí trung gian;
- b - Sơ đồ của van khí con trượt dịch chuyển sang phải;
- c - Đặc tính P - I khi $x = 0$, $x > 0$ và $x < 0$.

Nếu con trượt ở vị trí trung gian (hình 5.17a) thì áp suất ở cửa A và cửa B bằng nhau (hiệu áp $\Delta P_L = 0$).

Nếu con trượt di chuyển sang trái (hình 5.17 b) thì cửa A sẽ được thông với cửa p và cửa B sẽ thông với cửa T. Cửa A áp suất tăng và cửa B áp suất giảm. Khi mà cửa A áp suất bằng áp suất cung cấp P thì cửa B áp suất giảm đến 0.

Hình 5.17c giới thiệu đặc tính P - I của van trượt có mép điều khiển dương, âm và trung gian.

Đối với van trượt có mép điều khiển âm, hệ số khuếch đại thấp, van trượt có mép điều khiển dương áp suất không tăng trong vùng "chết" của van, còn van trượt có mép điều khiển trung gian, độ dốc của đặc tính lớn và tăng ngay từ đầu nên loại này có hệ số khuếch đại áp suất cao.

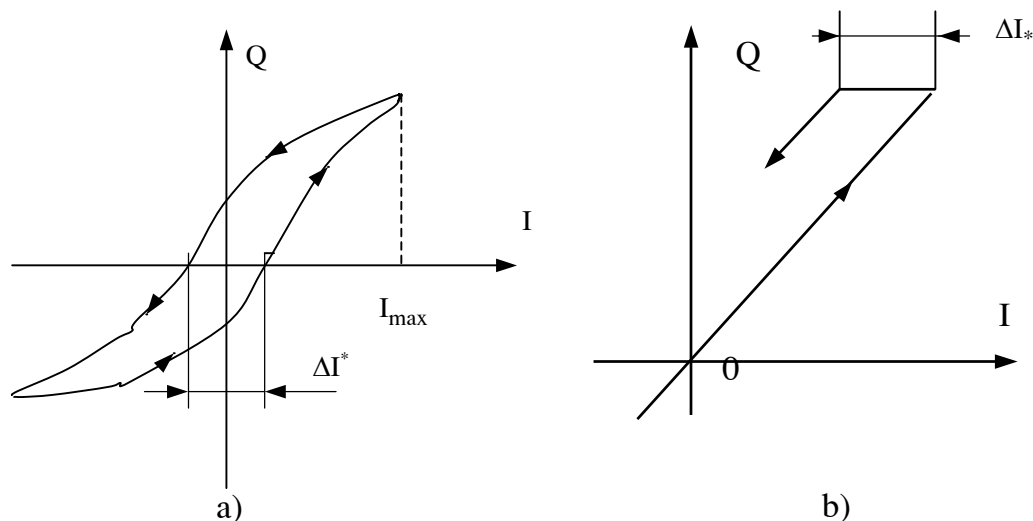
Hệ số khuếch đại áp suất là chỉ tiêu quan trọng đối với mạch điều khiển áp suất hệ kín và cũng rất quan trọng liên quan đến độ chính xác của mạch điều khiển vị trí.

5. Hiện tượng từ trễ và trượt tín hiệu của van

Do ma sát giữa con trượt với thành van và hiện tượng tạo từ trường của cuộn dây mà gây ra hiện tượng từ trễ (hình 5.18a).

Đặc tính lưu lượng khi tăng và giảm dòng điều khiển I là không trùng nhau. Lưu lượng ra của van phụ thuộc vào chiều tăng hay chiều giảm của tín hiệu điều khiển.

Độ từ trễ được tính theo tỷ lệ phần trăm của ΔI^* so với dòng điện điều khiển lớn nhất ($\Delta I^* \% \cdot I_{\max}$).



Hình 5.18. Đồ thị Q - I về hiện tượng từ trễ và trượt tín hiệu của van

a - Đồ thị Q - I về hiện tượng từ trễ;

b - Đồ thị Q - I về hiện tượng trượt tín hiệu.

Tương tự như hiện tượng từ trễ khi đảo chiều làm việc của van, ở thời điểm ban đầu mặc dù đã giảm dòng điều khiển nhưng lưu lượng vẫn chưa giảm và quá trình đó gọi là trượt tín hiệu ΔI_* hay gọi là sai số nghịch đảo (hình 5.18b).

Các hiện tượng trên sẽ ảnh hưởng đến độ chính xác điều khiển nên cần được quan tâm khi nghiên cứu chọn van.

6. Lưu lượng tỷ lệ và công suất truyền động

Lưu lượng của van được điều khiển bằng tiết diện chảy của van và xác định theo công thức gần đúng đối với dòng chảy rối :

$$Q \approx K_0 \sqrt{\Delta P} \quad (5.6)$$

trong đó : K_0 - hệ số phụ thuộc nhiều yếu tố trong đó có liên quan đến tiết diện chảy của van;

ΔP - hiệu áp qua tiết diện chảy.

Tuy nhiên do tiết diện chảy được điều khiển theo dòng điện đầu vào nên lưu lượng tỷ lệ cũng được xác định theo dòng điện đầu vào. Lưu lượng tỷ lệ được tính ứng với dòng điện đầu vào là 100% và độ sụt áp qua van là 70 bar (đối với van servo).

Lưu lượng qua van được xác định theo công thức:

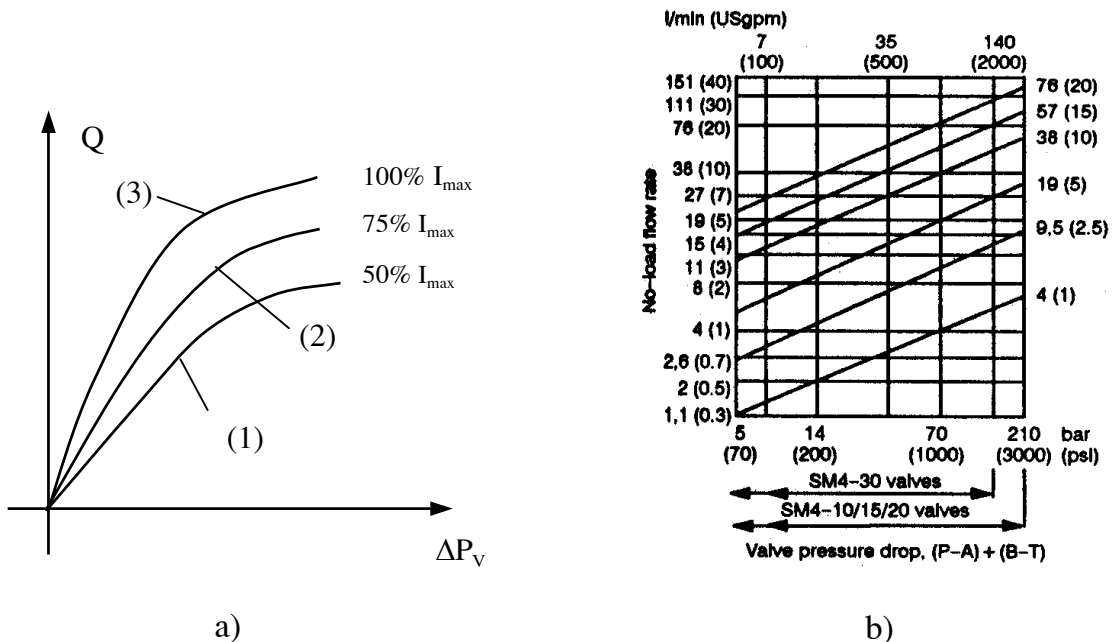
$$Q_L = Q_R \cdot \frac{I_A}{100} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P_V}{70}} \quad (\text{hệ mét}) \quad (5.7)$$

hoặc :

$$Q_L = Q_R \cdot \left(\frac{I_A}{100}\right) \cdot \sqrt{\frac{\Delta P_V}{1000}} \quad (\text{hệ Anh}) \quad (6.8)$$

trong đó : Q_L - lưu lượng ra ứng với dòng điều khiển I_A ;
 Q_R - lưu lượng tỷ lệ (lưu lượng lớn nhất ứng với I_{\max});
 ΔP_V - độ sụt áp qua van và ΔP_V được xác định là : $\Delta P_V = P_S - P_1 - P_T$ (5.9)
 P_S - áp suất cung cấp; P_T - áp suất cửa ra của van;
 P_L - áp suất cần thiết để cơ cấu chấp hành hoạt động.

Quan hệ giữa lưu lượng và độ sụt áp của ΔP_V theo công thức (5.7) thể hiện ở hình 5.19a. Quan hệ này nếu biểu diễn dưới dạng đặc tính logarit thì được vẽ như ở hình 5.19b.



Hình 5.19. Đồ thị đặc tính $Q - \Delta P_V$
a- Đặc tính $Q - \Delta P_V$ với các dòng điều khiển khác nhau;
b - Đặc tính $Q - \Delta P_V$ vẽ trong tọa độ logarit.

Ví dụ : Van servo có lưu lượng tỷ lệ $Q_R = 38$ l/p. Tính lưu lượng Q_L qua van khi $\Delta P_V = 35$ bar (500psi) và dòng điện đầu vào $I_A = 75\% I_{\max}$.

Từ đặc tính trên hình 5.19b ta thấy, tại $\Delta P_V = 35$ bar thì lưu lượng là $Q_R = 27$ l/p với dòng điện đầu vào là 100%.

Như vậy, nếu sai số tuyến tính bằng 0 thì lưu lượng tại 75% tín hiệu đầu vào là :

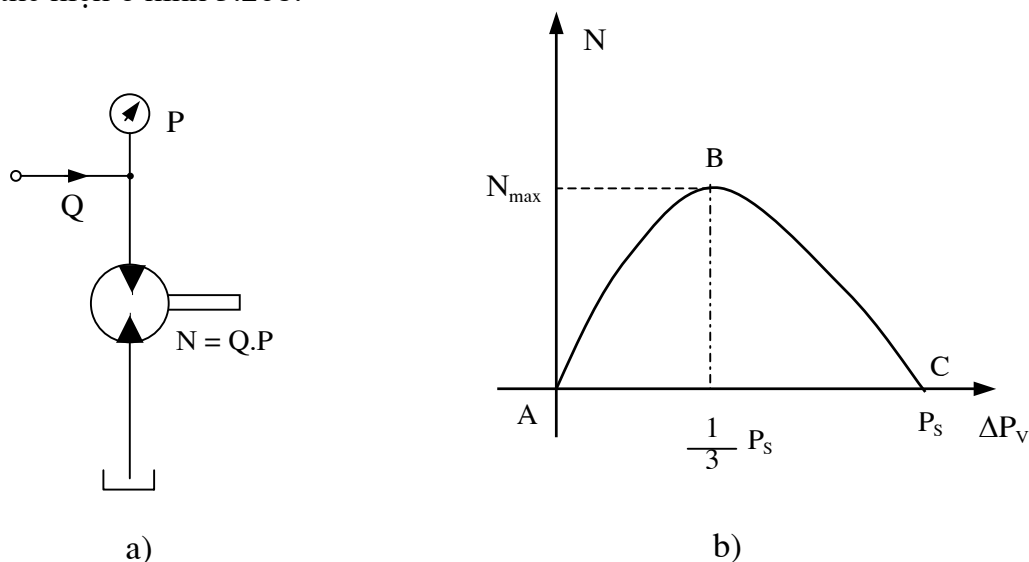
$$Q_L = 27 \times 0,75 = 20,3 \text{ l/p}$$

Công suất thủy lực truyền cho cơ cấu chấp hành (xy lanh hoặc động cơ thủy lực) như đã giới thiệu ở mục 1.1.1, đó là tích của lưu lượng và áp suất cung cấp của van nếu bỏ qua các dạng tổn thất, xác định theo công thức sau :

$$N = Q \cdot P \quad (5.10)$$

Nếu bỏ qua tổn thất lưu lượng thì lưu lượng qua cơ cấu chấp hành bằng lưu lượng qua van.

Khi ΔP_V tăng thì Q_L sẽ tăng, nhưng nếu ΔP_V tăng thì áp suất P_L truyền cho tải có xu hướng giảm. Người ta đã xác định được rằng, khi độ sụt áp bằng $1/3$ áp suất cung cấp thì công suất đạt giá trị cực đại ($\Delta P_V = 1/3 P_S$). Quá trình thay đổi công suất theo áp suất thể hiện ở hình 5.20b.



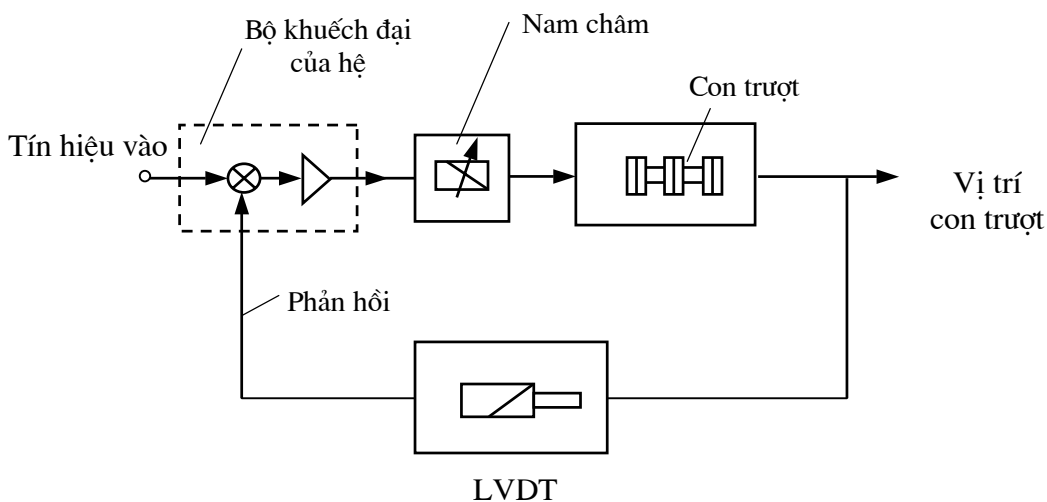
Hình 5.20. Sơ đồ ví dụ tính công suất và đặc tính $N-P$ của cơ cấu chấp hành

a - Sơ đồ ví dụ tính công suất của động cơ dầu;

b - Đặc tính $N-P$ của cơ cấu chấp hành.

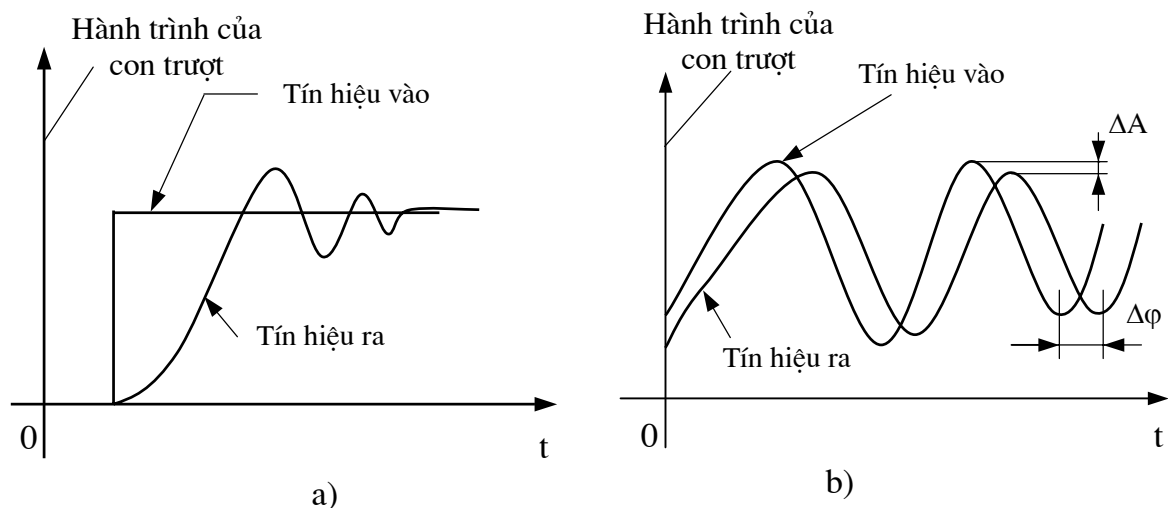
7. Đặc trưng động lực học của van

Đối với van servo và van tỷ lệ hiệu suất cao thì vị trí con trượt của van được điều khiển trực tiếp bằng mạch phản hồi cơ học có ngay trong kết cấu của van. Các loại van khác để có mạch phản hồi cần sử dụng bộ cảm biến vị trí LVDT đo vị trí con trượt, tín hiệu phản hồi từ LVDT đưa về bộ khuếch đại của van để so sánh với tín hiệu điều khiển van (hình 5.21). Sai số vị trí con trượt do ma sát và thay đổi lưu lượng sẽ được hiệu chỉnh một cách tự động.



Hình 5.21. Sơ đồ khối mạch điều khiển vị trí con trượt của van

Con trượt của van được điều khiển theo mạch điều khiển vị trí hệ kín, nên theo lý thuyết điều khiển tự động thì khi nghiên cứu động lực học của van ta cần nghiên cứu đáp ứng step và đáp ứng tần số.



Hình 5.22. Đặc tính động lực học của con trượt của van

- a - Tín hiệu vào là step;
- b - Tín hiệu vào là hình sin,
- (ΔA - Độ lệch biên độ, $\Delta\phi$ - Độ lệch pha).

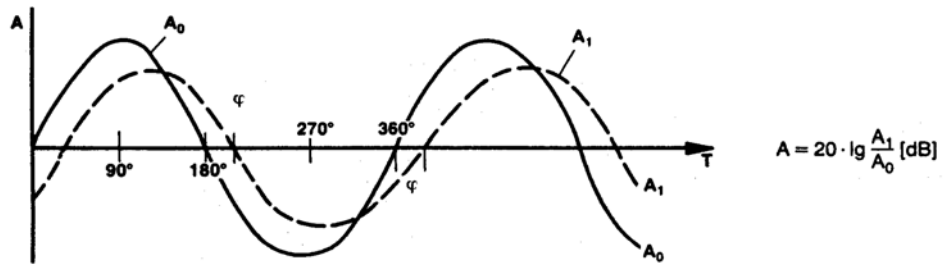
Hình 5.22a là đáp ứng quá độ của con trượt, nghĩa là khi có tín hiệu vào dạng step thì tín hiệu ra có thể sẽ dao động tắt dần trước khi đạt giá trị vị trí ổn định. Quá trình đó được gọi là quá trình quá độ. Các chỉ tiêu đánh giá chất lượng của quá trình quá độ đã được giới thiệu trong lý thuyết điều khiển tự động.

Hình 5.22b là đáp ứng tần số của con trượt của van. Khi tín hiệu vào thay đổi theo quy luật hình sin thì tín hiệu ra cũng là hình sin nhưng pha sẽ trễ và biên độ sẽ giảm. Tín hiệu vào càng thấp thì khả năng trễ pha và lệch biên độ càng ít; tần số vào càng cao thì độ lệch pha và lệch biên độ càng tăng. Hình 5.23 là ví dụ về đặc tính của một loại van servo. Hình 5.23a là đặc tính quan hệ giữa biên độ và pha, trên đó thể hiện sự suy yếu biên độ và sự trễ pha của tín hiệu ra. Hình 5.23b là đặc tính quan hệ giữa lưu lượng Q và hiệu áp Δp qua van, đặc tính quan hệ giữa biên độ A và tần số làm việc f của van.

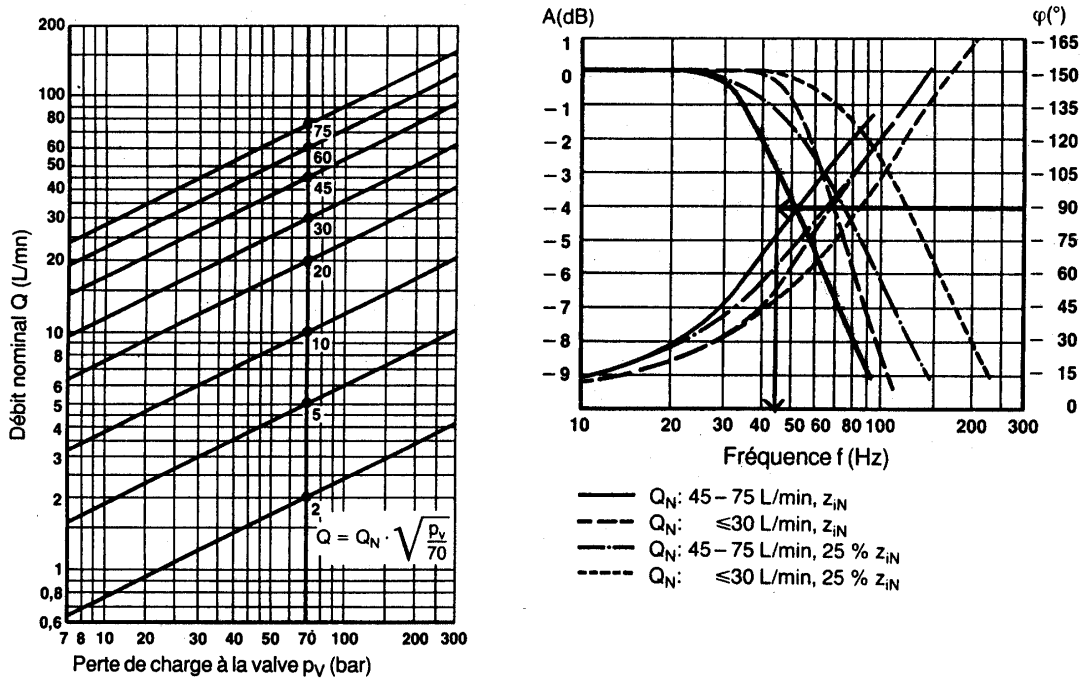
Sự suy yếu của biên độ được tính theo decibel (dB) :

$$dB = 20 \log \left(\frac{R_a}{V_{ao}} \right) \quad (5.11)$$

trong đó : Đầu ra là tỷ lệ % tín hiệu đầu ra cực đại;
Đầu vào là tỷ lệ % tín hiệu đầu vào cực đại.



a)



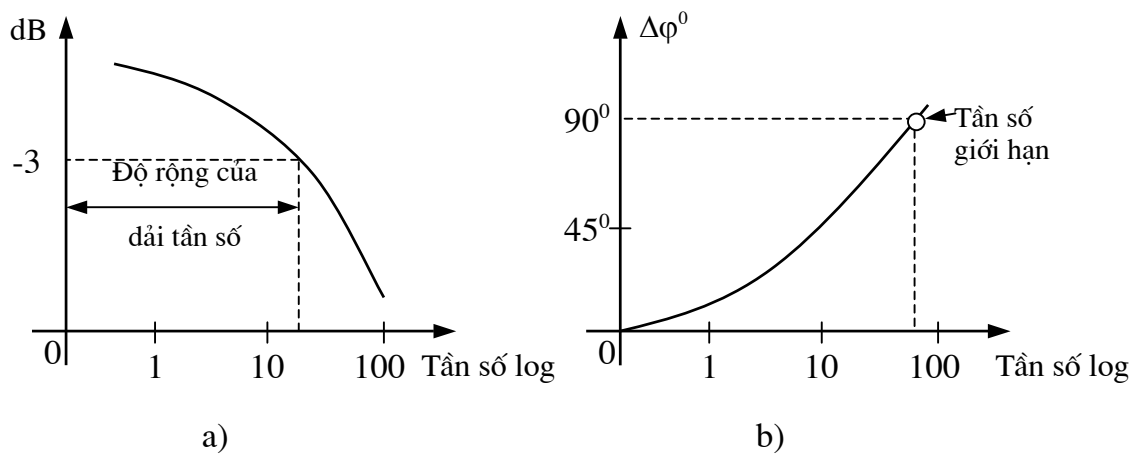
b)

Hình 5.23. Một số đặc tính của van servo

- a- Đặc tính thể hiện sự suy yếu biên độ và sự trễ pha của tín hiệu ra;
- b- Đặc tính thể hiện quan hệ giữa lưu lượng và hiệu áp qua van, giữa biên độ và tần số làm việc của van.

Ở tần số thấp thì đầu ra sẽ bám sát đầu vào và có thể trùng nhau, khi đó :

$$\frac{\text{đầu ra}}{\text{đầu vào}} = 1 \text{ nên } \log = 0 \text{ và độ tắt dần lúc này có } dB = 0.$$



Hình 5.24. Đặc tính tần số - biên độ - pha logarit

a- Đặc tính tần số - biên độ;

b- Đặc tính tần số - pha.

Hình 5.24 là đặc tính tần số - biên độ và pha logarit. Trong đó hình 5.24a là đồ thị xác định độ suy yếu (độ lệch) của biên độ ΔA khi tần số thay đổi và hình 5.24b là đồ thị xác định sự thay đổi của độ lệch pha $\Delta\varphi$ khi tần số thay đổi.

Ví dụ tại tần số có đầu vào là 100% nhưng biên độ đầu ra giảm xuống chỉ còn 70% thì :

$$dB = 20\log\left(\frac{\text{đầu ra}}{\text{đầu vào}}\right) = 20\log\frac{70}{100} = 20 \cdot (-0.155) = -3$$

Sự suy yếu của biên độ là 3dB và dấu (-) thể hiện tín hiệu ra thấp hơn tín hiệu vào.

Đối với van điều khiển, độ rộng của dải tần số hoạt động chỉ cho phép tín hiệu ra giảm xuống tối đa còn khoảng $1/\sqrt{2}$ tín hiệu vào (hay bằng 70,7% tín hiệu vào) và độ suy yếu $\approx 3dB$ chúng được thể hiện ở hình 5.24a.

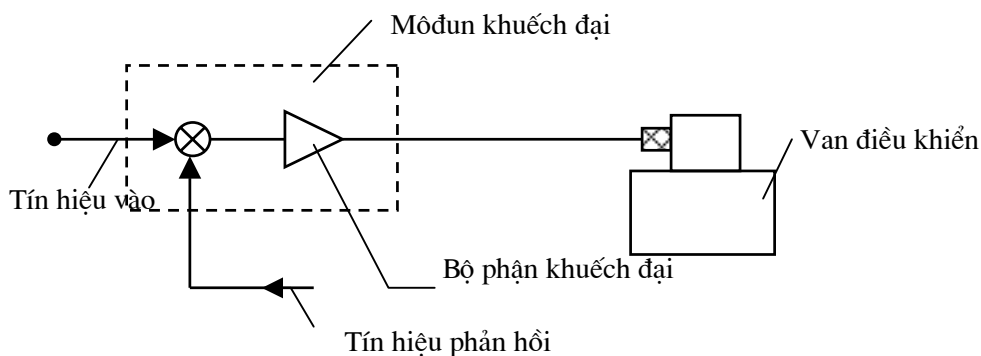
Khi tần số tăng thì độ trễ pha cũng tăng. Độ lệch pha của van điều khiển cũng giới hạn tối đa là lệch $1/4$ chu kỳ (ứng với 90^0) như trên hình 5.24b.

Tần số giới hạn là một chỉ tiêu đánh giá chất lượng van, tuy nhiên tần số giới hạn bị ảnh hưởng bởi áp suất cung cấp và biên độ tín hiệu vào.

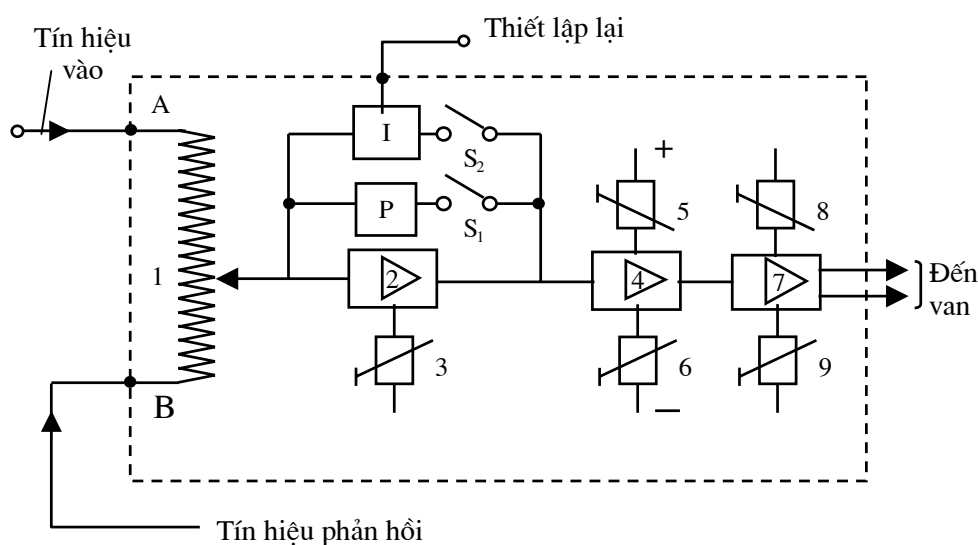
5.2. BỘ KHUẾCH ĐẠI

Bộ khuếch đại hay còn gọi là bộ điều khiển là nơi tổng hợp tín hiệu điều khiển và tín hiệu phản hồi để truyền tín hiệu thích hợp đến van.

5.2.1. Môđun khuếch đại



a)



b)

Hình 5.25. Sơ đồ của môđun khuếch đại

a- Sơ đồ khối ký hiệu;

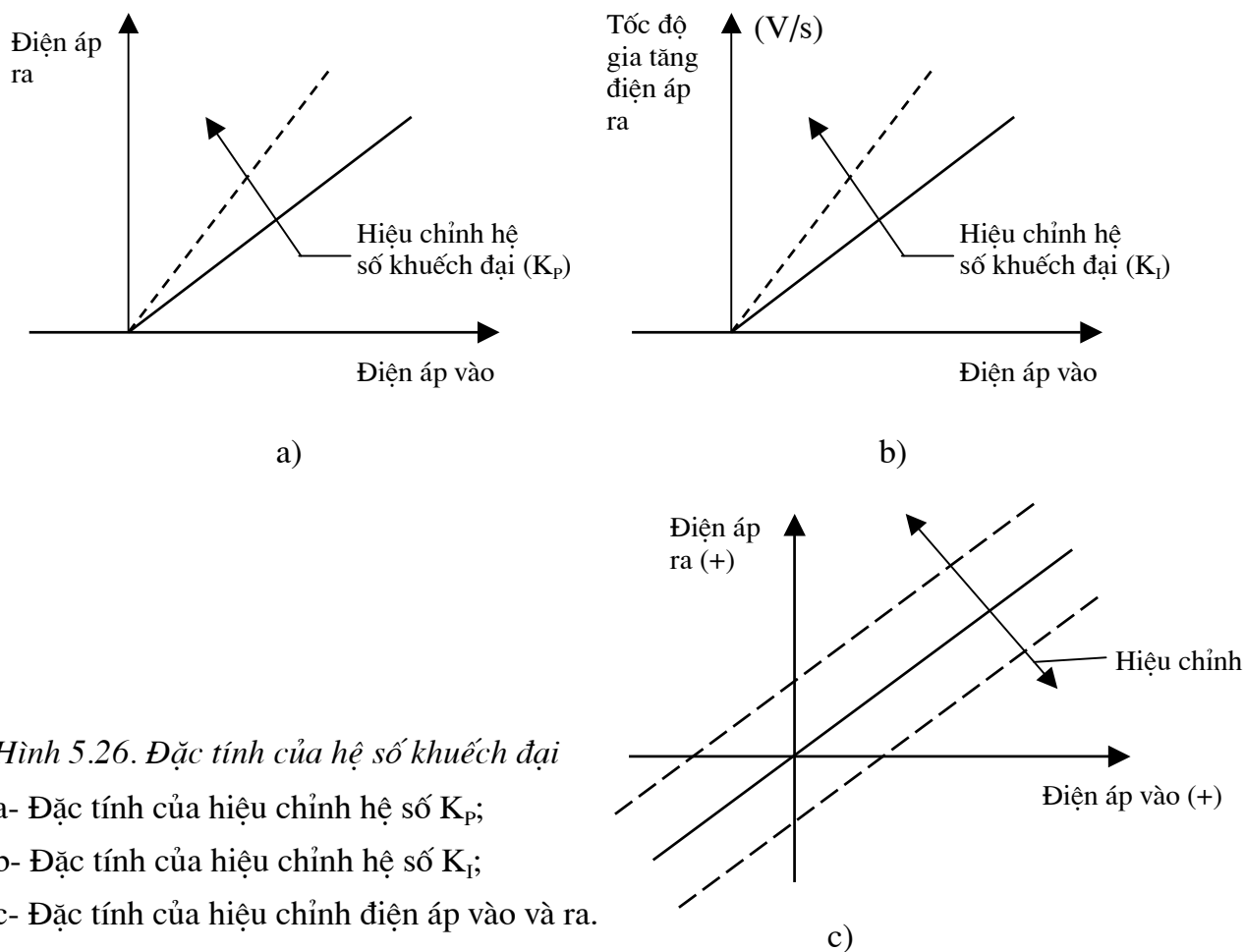
b- Sơ đồ khối thể hiện nguyên lý hoạt động.

Hình 5.25a là sơ đồ ký hiệu của một môđun khuếch đại đơn giản. Hình 5.25b thể hiện một số bộ phận chủ yếu thực hiện chức năng của môđun khuếch đại. Tín hiệu điều khiển và tín hiệu phản hồi đến các cực A và B của bộ đo điện áp 1 thực hiện thuật toán "+" hoặc "-" với chức năng của điểm tụ. Tuy nhiên giới hạn của điện áp vào và phản hồi phải tương thích, nếu không tương thích thì phải hiệu chỉnh bộ đo điện áp để thực hiện bù trừ sự không tương ứng đó.

Ví dụ giới hạn tín hiệu vào là ± 12 V, giới hạn tín hiệu phản hồi là ± 10 V thì cần hiệu chỉnh bộ đo điện áp để tín hiệu vào ± 12 V và tín hiệu phản hồi ± 12 V san bằng nhau, tức là giá trị so sánh phải bằng 0 V.

Bộ khuếch đại điện áp 2 hoạt động theo khâu tỷ lệ (P) nếu S_1 đóng và hoạt động theo khâu tích phân (I) nếu S_2 đóng.

Điều khiển theo tỷ lệ ứng dụng cho mạch điều khiển vị trí còn điều khiển theo tích phân ứng dụng trong mạch điều khiển vận tốc.



Hình 5.26. Đặc tính của hệ số khuếch đại

- a- Đặc tính của hiệu chỉnh hệ số K_p ;
- b- Đặc tính của hiệu chỉnh hệ số K_i ;
- c- Đặc tính của hiệu chỉnh điện áp vào và ra.

Biến trở 3 dùng để hiệu chỉnh hệ số khuếch đại điện áp theo yêu cầu sử dụng, với điều khiển tỷ lệ hệ số khuếch đại là tỷ số giữa điện áp ra và điện áp vào (hình 5.26a) còn với điều khiển tích phân là tỷ số giữa tốc độ gia tăng điện áp ra (V/s) và điện áp vào (hình 5.26b).

Mạch thiết lập lại dùng để phục hồi lại điện áp 0 V khi đầu vào bằng 0 hoặc duy trì tín hiệu điều khiển.

Tín hiệu ra của bộ khuếch đại điện áp truyền đến bộ khuếch đại dòng điện 4, tại 4 có các bộ điều chỉnh giới hạn điện áp dương 5 và điện áp âm 6 để giới hạn dòng cực đại theo yêu cầu của van.

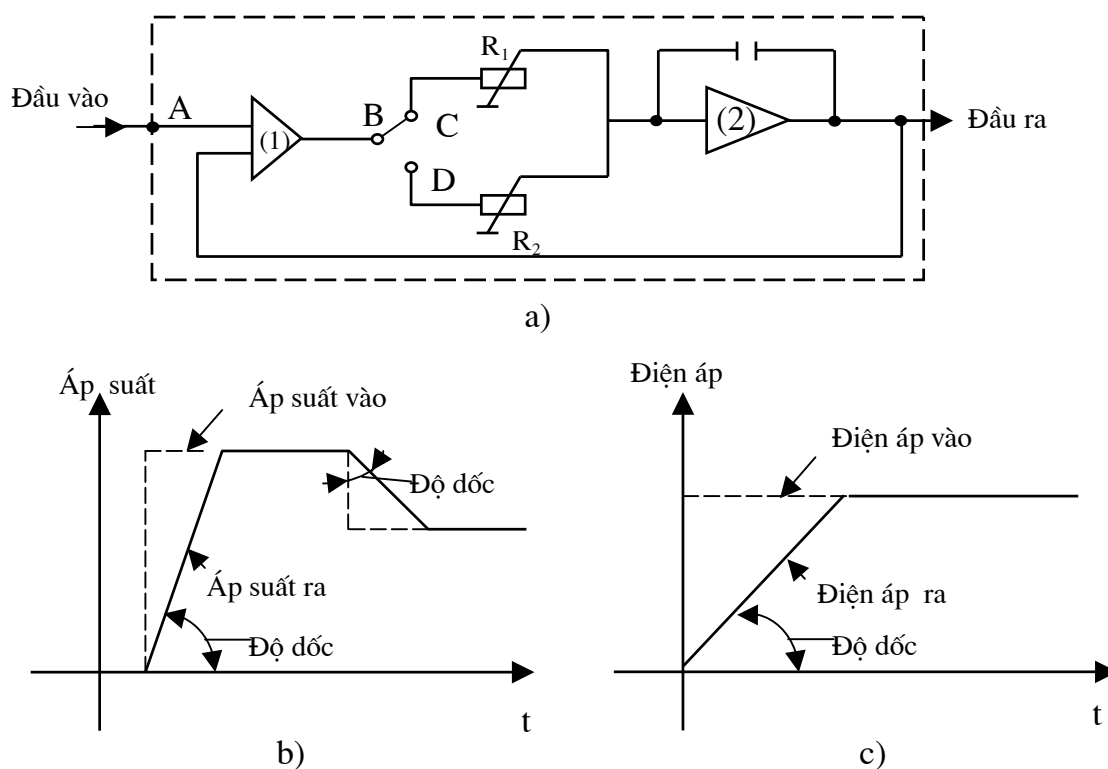
Bộ khuếch đại dòng điện 7 tạo ra dòng điện đến các cuộn dây điều khiển van, trong bộ khuếch đại này có sự phối hợp giữa dòng điều khiển và dòng phản hồi để tự động bù những thay đổi của mất mát năng lượng, đồng thời cải thiện thời gian đáp ứng của van do ảnh hưởng của hiện tượng từ cảm.

Biến trở 8 có thể hiệu chỉnh được hiện tượng từ trễ và nâng cao độ ổn định của con trượt. Biến trở 9 để hiệu chỉnh điện áp ra dương hoặc âm khi điện áp đầu vào bằng 0 (hình 5.26c).

5.2.2. Môđun hiệu chỉnh độ dốc

Môđun hiệu chỉnh độ dốc có thể thay đổi được tín hiệu ra khi tín hiệu vào không đổi. Trong điều khiển vị trí, tốc độ di chuyển từ vị trí thiết lập này đến vị trí thiết lập khác có thể hiệu chỉnh bằng môđun hiệu chỉnh độ dốc. Trong điều khiển vận tốc, có thể thay đổi gia tốc chuyển động khi tăng hoặc giảm vận tốc, còn trong điều khiển áp suất đó là tốc độ thay đổi của áp suất.

Sơ đồ của môđun hiệu chỉnh độ dốc và đặc tính hiệu chỉnh áp suất và điện áp thể hiện ở hình 5.27.

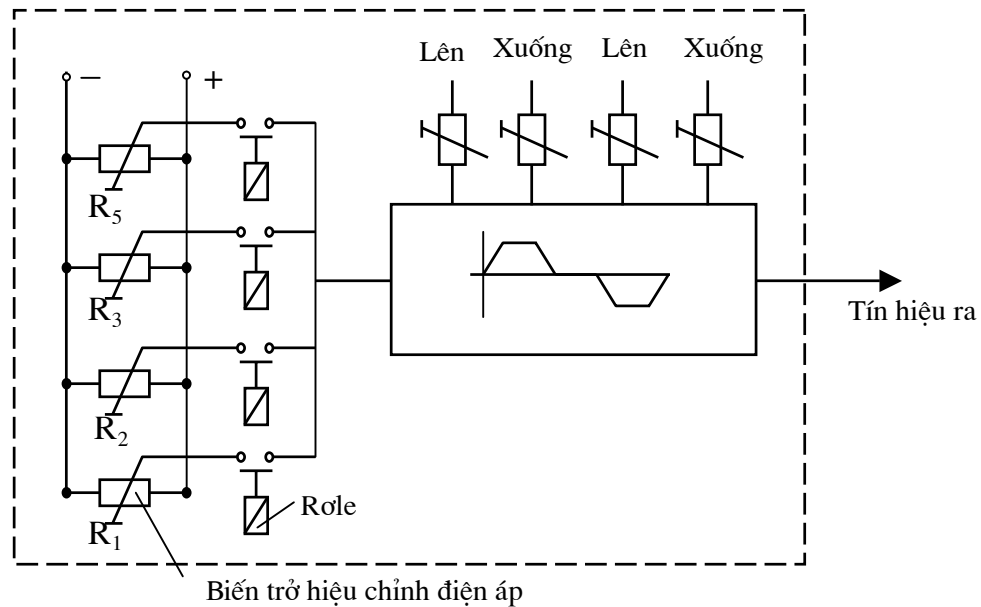


Hình 5.27. Môđun hiệu chỉnh độ dốc.

- a- Sơ đồ hoạt động;
- a- Đặc tính hiệu chỉnh độ dốc áp suất;
- b- Đặc tính hiệu chỉnh độ dốc điện áp.

Tín hiệu đầu vào qua bộ khuếch đại 1 (có hệ số khuếch đại cao) và nếu B nối với C thì tín hiệu sẽ đưa vào biến trở điều chỉnh độ dốc R_1 rồi truyền đến bộ khuếch đại tích

phần 2 để làm ổn định dòng điều khiển trước khi truyền đến van. Tín hiệu ra được phản hồi về 1 để san bằng và ổn định độ dốc (hình 5.27c). Nếu B nối với D thì R_2 sẽ cho độ dốc khác.

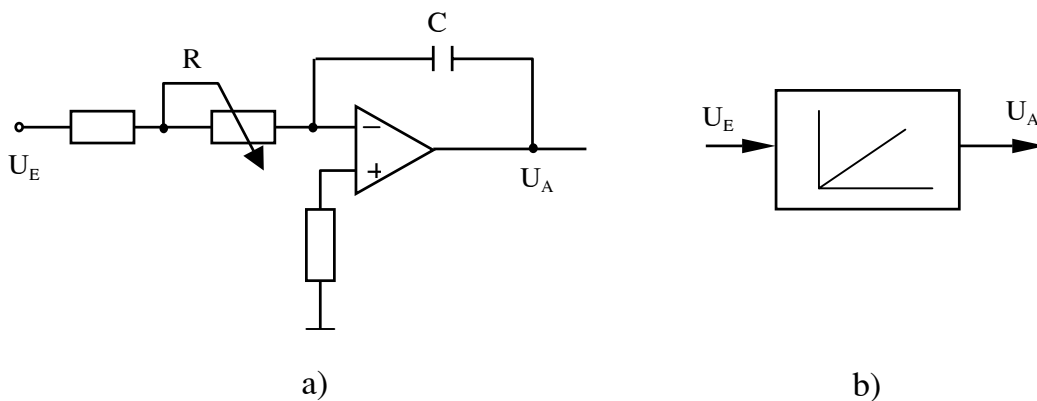


Hình 5.28. Môđun hiệu chỉnh độ dốc 4 cấp

Hiện nay người ta có thể sử dụng nhiều bộ biến trở R nối song song và sử dụng rơle để đóng mở các R nhằm lựa chọn các R nào làm việc. Hình 5.28 là một sơ đồ ví dụ về 4 cấp hiệu chỉnh độ dốc.

5.2.3. Một số chức năng của bộ khuếch đại và ký hiệu của chúng.

1- Bộ phát Rampe (điều chỉnh độ dốc)



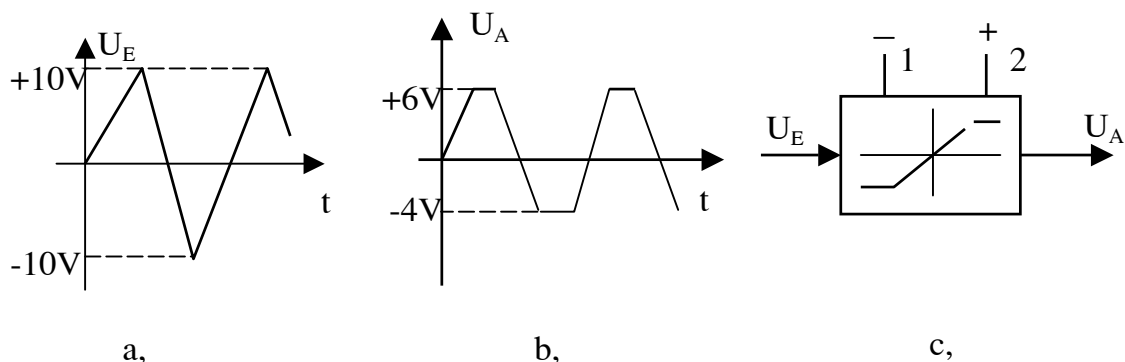
Hình 5.29. Sơ đồ và ký hiệu của bộ phát Rampe.

a- Sơ đồ nguyên lý; b- Ký hiệu.

Bộ phát Rampe đã được giới thiệu ở mục 5.2.2, hình 5.29 là sơ đồ nguyên lý hoạt động và ký hiệu của chúng. Điện áp vào là tín hiệu bậc thang, khi qua bộ phát Rampe

tín hiệu điện áp ra thay đổi theo thời gian. Khi điều chỉnh biến trở R sẽ thay đổi tốc độ nạp tụ điện C.

2. Bộ khống chế

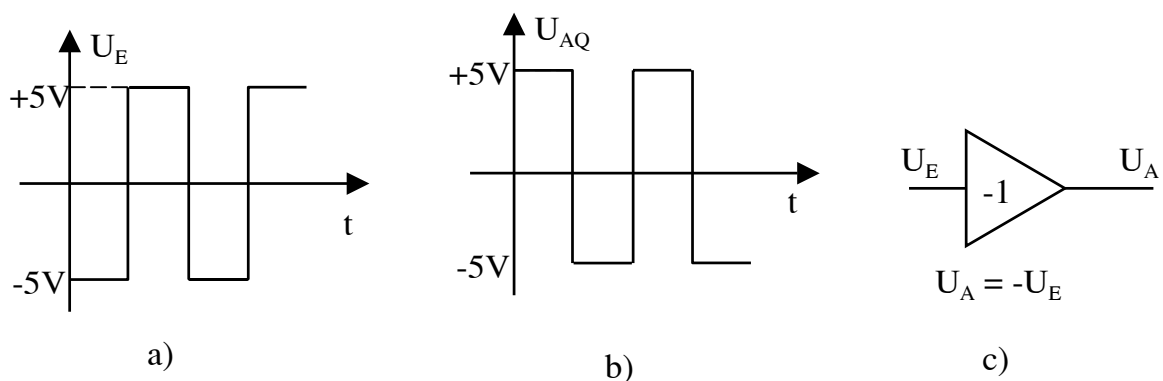


Hình 5.30. Đặc tính và ký hiệu bộ khống chế

a- Tín hiệu vào; b- Tín hiệu ra đã khống chế; c- Ký hiệu.

Hình 5.30 là ví dụ về đặc tính khống chế điện áp ra, giả sử có điện áp vào là $\pm 10V$ qua bộ khống chế có thể điều chỉnh được điện áp ra là $V_A = +6V$ và $-4V$ theo yêu cầu. Trên hình 5.30c nhánh 1 ký hiệu cho điều chỉnh điện áp âm và nhánh 2 ký hiệu cho điều chỉnh điện áp dương.

3. Bộ đảo tín hiệu



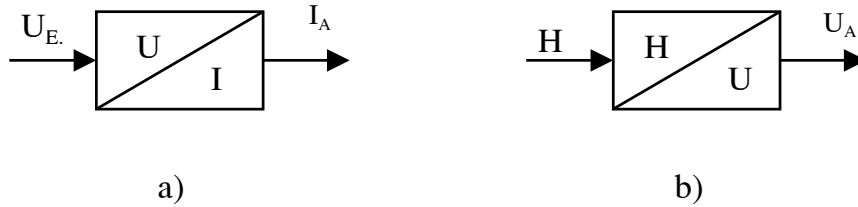
Hình 5.31. Đặc tính và ký hiệu của bộ đảo tín hiệu

a- Tín hiệu vào; b- Tín hiệu ra; c- ký hiệu.

Bộ đảo tín hiệu thực hiện chuyển cực của tín hiệu vào, ví dụ tín hiệu vào là sóng bậc thang $\pm 5V$, khi qua bộ đảo tín hiệu sẽ cho ta tín hiệu ra ngược dấu cùng giá trị tuyệt đối với tín hiệu vào nên hệ số khuếch đại $\frac{U_A}{U_E} = -1$ (hình 5.31).

4. Bộ khuếch đại công suất

Tín hiệu điện thế vào được chuyển thành tín hiệu dòng điện ra và được ký hiệu như hình 5.32a.

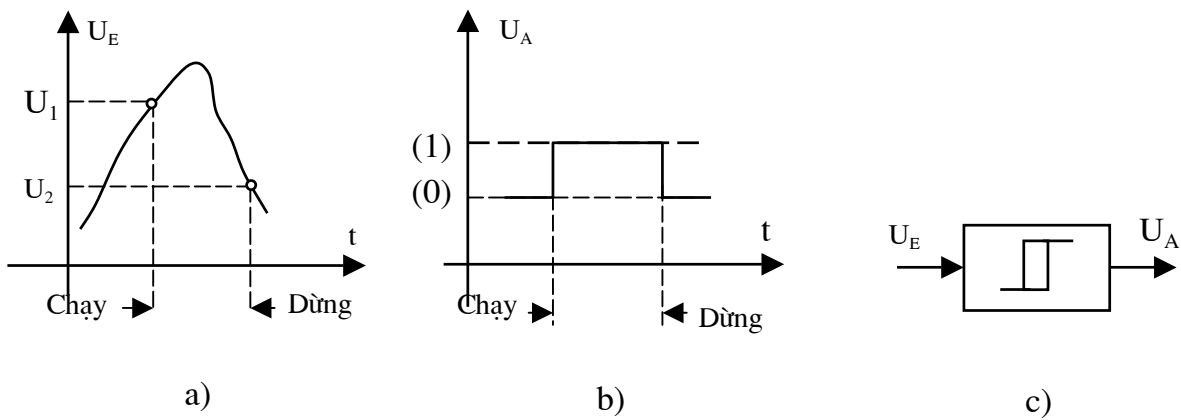


Hình 5.32. Ký hiệu về bộ chuyển đổi tín hiệu

a- Bộ khuếch đại công suất (chuyển đổi U/I); b- Bộ chuyển đổi (H/U).

Khi chuyển từ dạng tín hiệu này sang dạng tín hiệu khác người ta cũng dùng tín hiệu như trên. Ví dụ hình 5.32b là ký hiệu của bộ chuyển đổi của cảm biến vị trí, hành trình đi chuyển H được biến đổi thành tín hiệu điện áp U_A .

5. Bộ ngắt điện



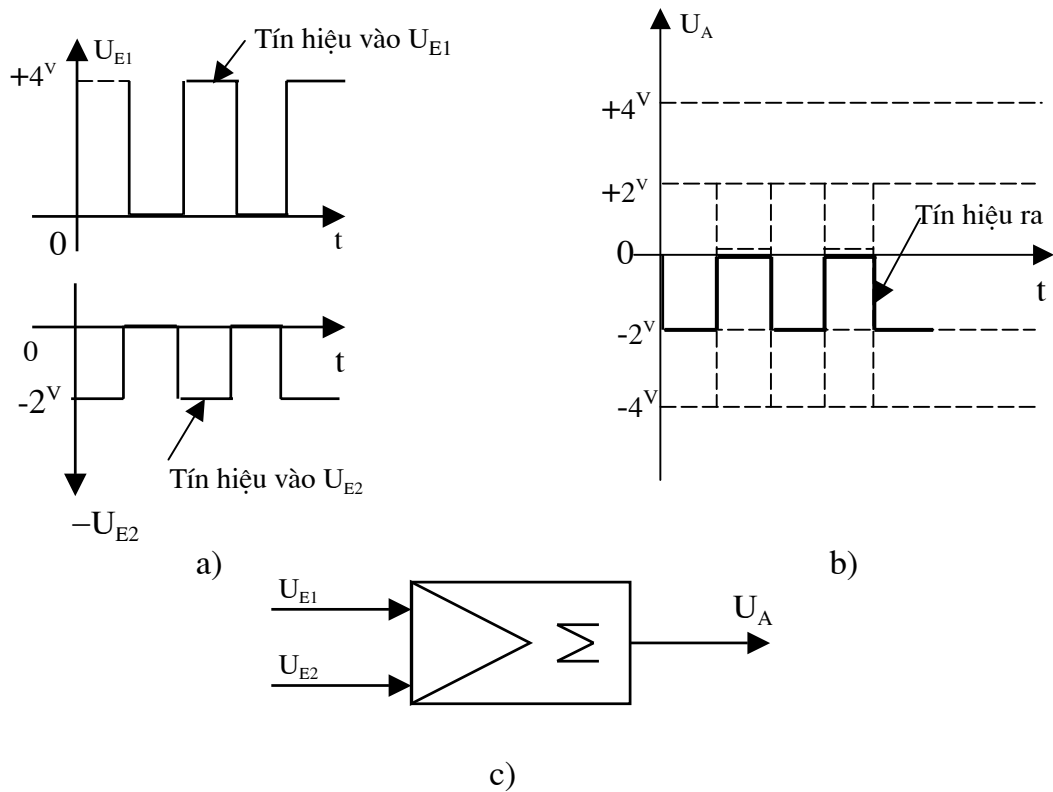
Hình 5.33. Đặc tính ngắt tín hiệu và ký hiệu của bộ ngắt điện.

a- Tín hiệu vào; b- Tín hiệu ra; c- Ký hiệu.

Khi điện áp vào U_E vượt quá U_1 thì điện áp ra vẫn giữ nguyên U_1 tương ứng với trạng thái (1). Khi điện áp vào giảm xuống dưới U_2 thì điện áp ra vẫn giữ nguyên U_2 tương ứng với trạng thái (0).

Như vậy điện áp từ U_1 đến U_2 tương ứng với trạng thái (1) thì thiết bị hoạt động và trạng thái (0) thì thiết bị dừng hoạt động (hình 5.33).

6. Bộ tổng (cộng hoặc trừ)



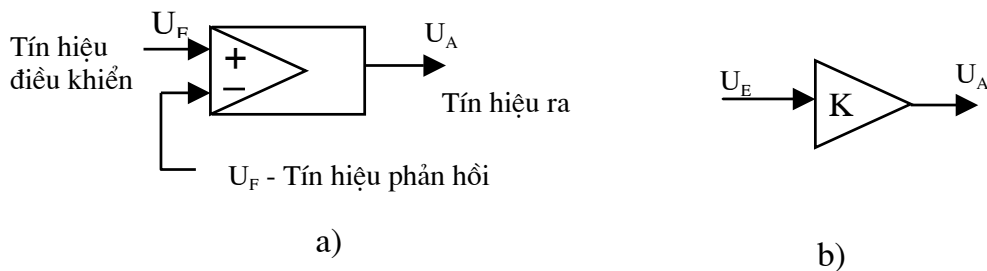
Hình 5.34. Đặc tính về cộng tín hiệu và ký hiệu của bộ tổng

a- Hai tín hiệu vào; b- Tín hiệu ra; c- Ký hiệu.

Có hai tín hiệu vào U_{E1} và U_{E2} qua bộ tổng sẽ cho ta một tín hiệu ra U_A :

$$U_A = -(U_{E1} + U_{E2})$$

7. Bộ so sánh và bộ khuếch đại tương thích.

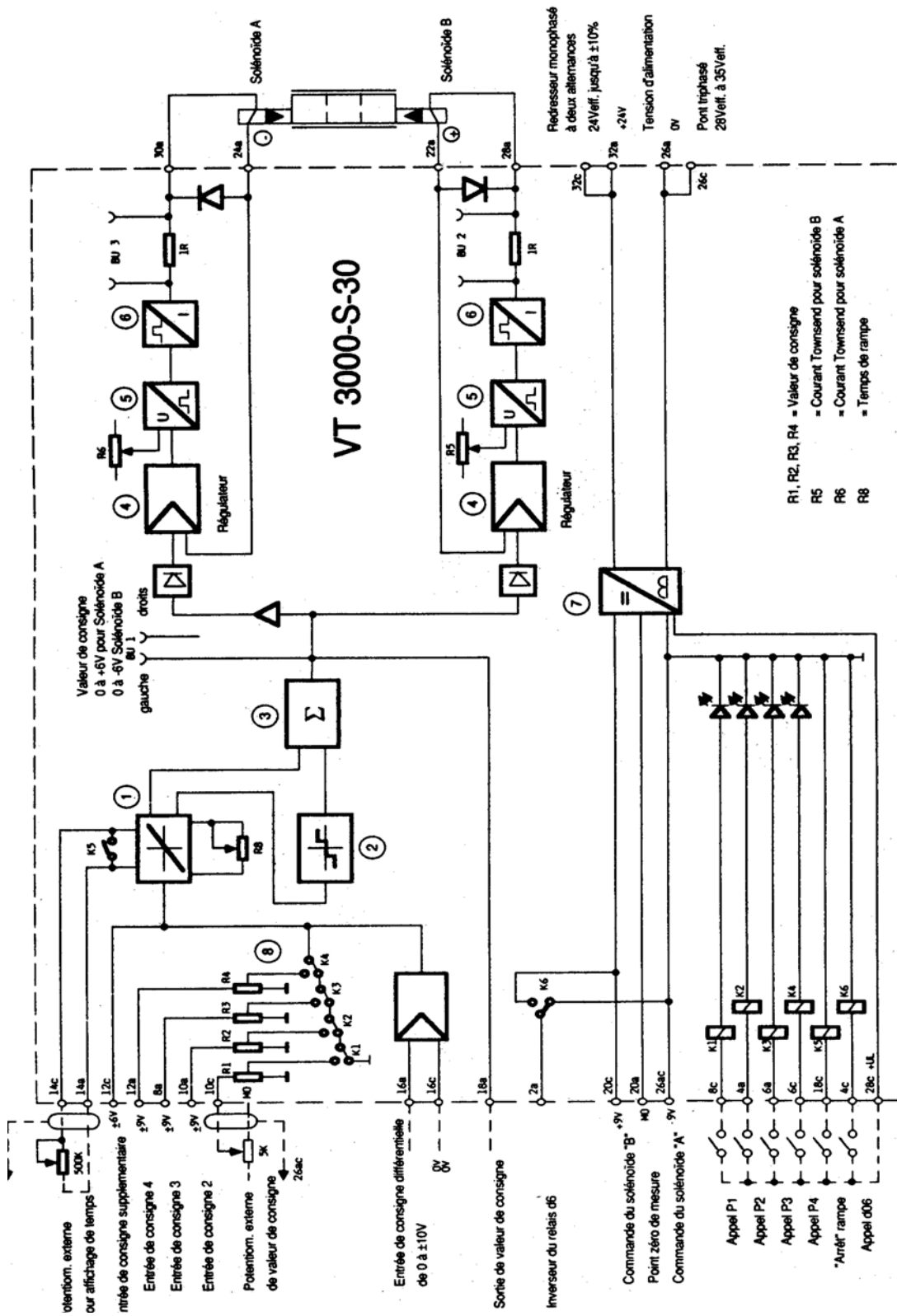


Hình 5.35. Bộ so sánh (a) và bộ khuếch đại tương thích (b)

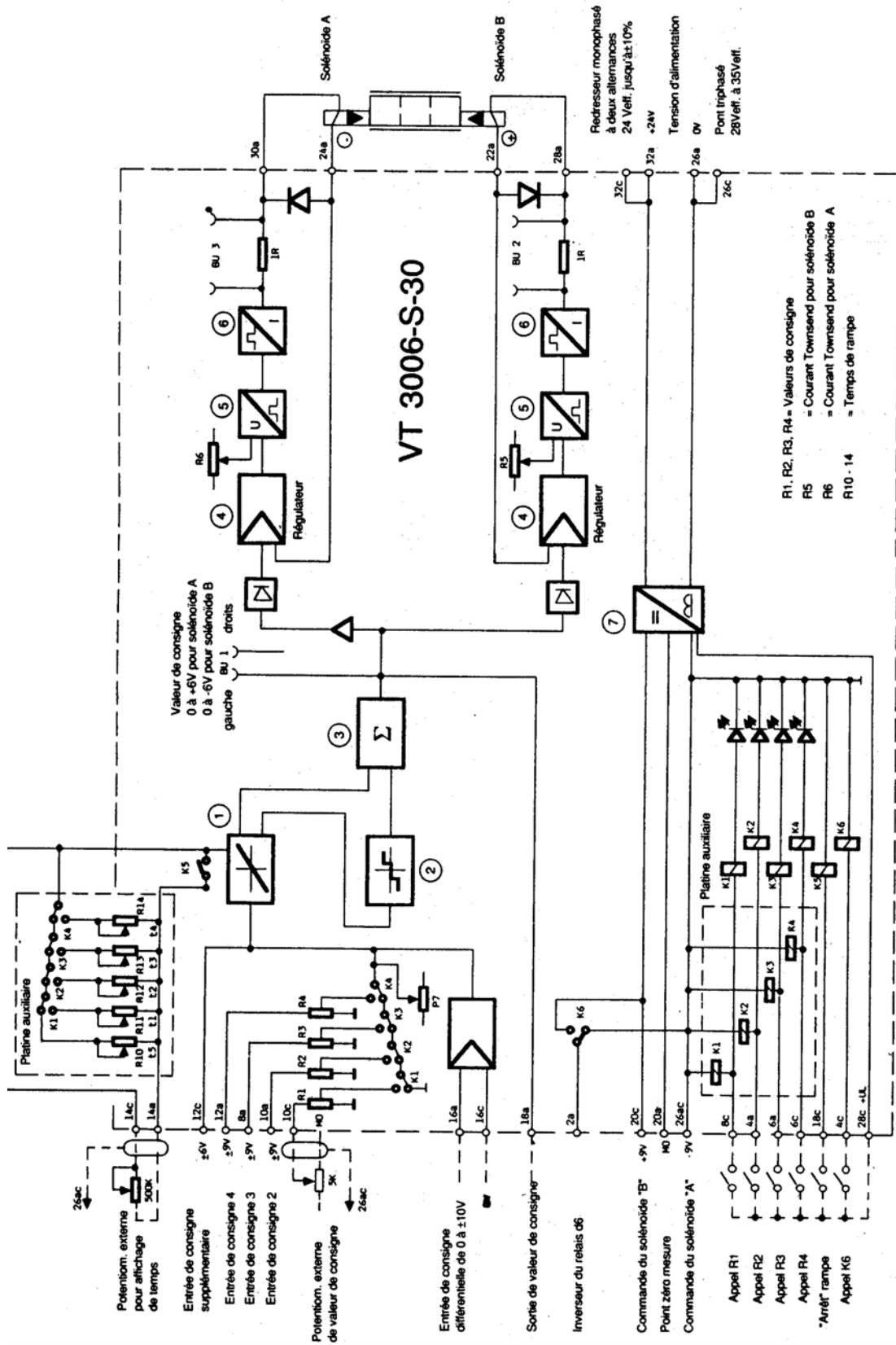
Bộ so sánh được sử dụng trong mạch điều khiển hệ kín.

Bộ khuếch đại tương thích chủ yếu là dùng để điều chỉnh tín hiệu phản hồi cho phù hợp với tín hiệu vào để đưa vào bộ so sánh. Ví dụ cảm biến tạo ra được điện áp tối đa là 20 V trong lúc đó tín hiệu điều khiển tối đa là 10 V lúc này cần điều chỉnh tín hiệu phản hồi tối đa xuống còn 10 V để phù hợp với tín hiệu vào, nghĩa là $K = 1/2$.

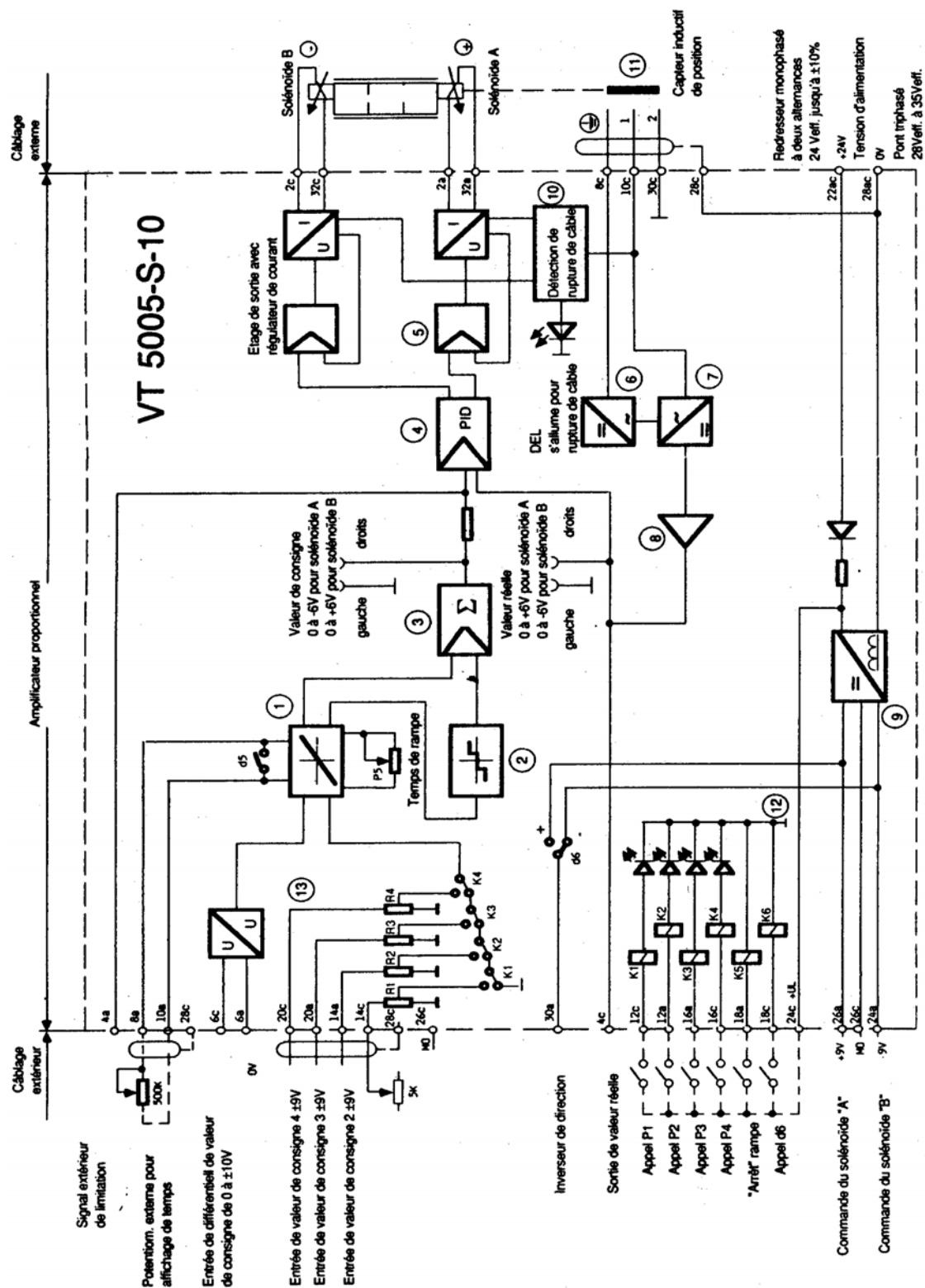
Hình 5.36, hình 5.37, hình 5.38 là các ví dụ về bộ khuếch đại của van tỷ lệ.



Hình 5.36. Sơ đồ bộ khuếch đại của van tỷ lệ loại VT 3000-S-30



Hình 5.37. Sơ đồ bộ khuếch đại của van tỷ lệ loại VT 3006- S -30.

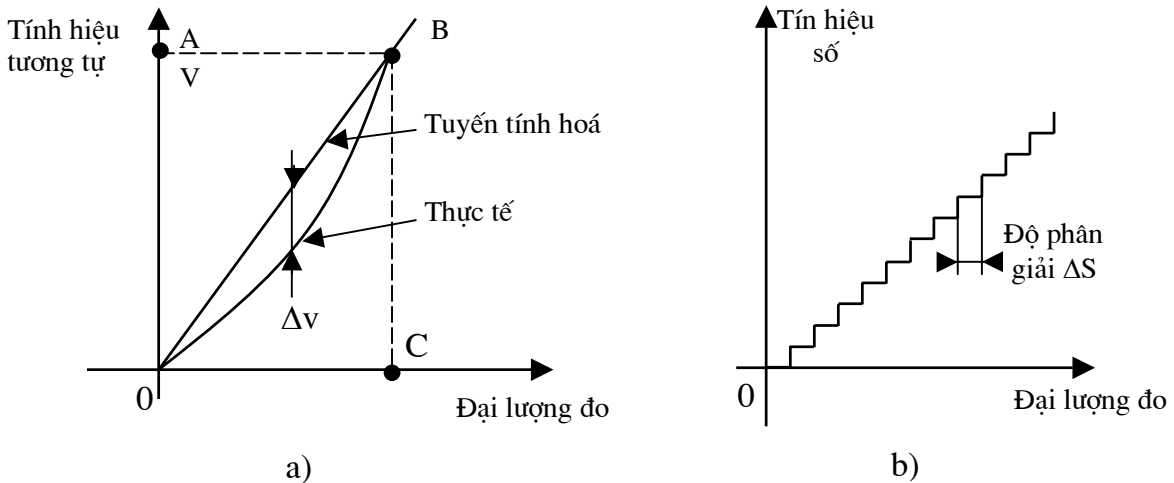


Hình 5.38. Sơ đồ bộ khuếch đại của van tỷ lệ loại VT 5005-S-10

5.3. CÁC LOẠI CẢM BIẾN

Cảm biến là thiết bị đo sử dụng để lấy tín hiệu phản hồi trong mạch điều khiển hệ kín. Hiện nay có hai loại cảm biến là : cảm biến tương tự và cảm biến số.

Cảm biến tương tự (analog) : Đại lượng cần đo được chuyển đổi thành tín hiệu liên tục (hay gọi là tín hiệu tương tự) tương thích. Ví dụ đại lượng đo được chuyển đổi thành tín hiệu điện áp hoặc cường độ dòng điện (hình 5.39a).



Hình 5.39. Đặc tính của cảm biến

a- Cảm biến tương tự (analog); b- Cảm biến số (digital).

Cảm biến số (digital) : Đại lượng cần đo được chuyển đổi thành tín hiệu rời rạc (hay gọi là tín hiệu số) tương thích với khoảng cắt mẫu bằng nhau ($\Delta s = \text{const}$), khoảng cắt mẫu Δs gọi là độ phân giải của cảm biến (hình 5.39b). Các tín hiệu này có thể đưa trực tiếp vào các bộ điều khiển PLC hoặc các bộ vi xử lý.

Thực tế các loại cảm biến nói chung làm việc không hoàn toàn tuyến tính mà tồn tại sai số tuyến tính Δv , sai số này phụ thuộc vào nguyên lý và trình độ chế tạo.

Sai số tuyến tính là tỉ lệ % độ lệch lớn nhất Δv so với tín hiệu ra lớn nhất V :

$$\Delta\% = \frac{\Delta v}{V} \cdot 100$$

Hình 5.39a, A là điểm có giá trị lớn nhất của tín hiệu ra ($A = V$), tương ứng với điểm C là đại lượng đo lớn nhất.

Ví dụ : Giả sử ta có bộ cảm biến áp suất với tín hiệu ra thay đổi từ 0 V đến 10 V tương ứng với phạm vi áp suất thay đổi từ 0 bar đến 400 bar. Nếu sai số tuyến tính $\Delta = 0,5\%$ thì sai số đầu ra lớn nhất Δv sẽ là :

$$\Delta v = \frac{0,5 \cdot 10V}{100} = 0,05V$$

và sai số áp suất lớn nhất tương ứng sẽ là :

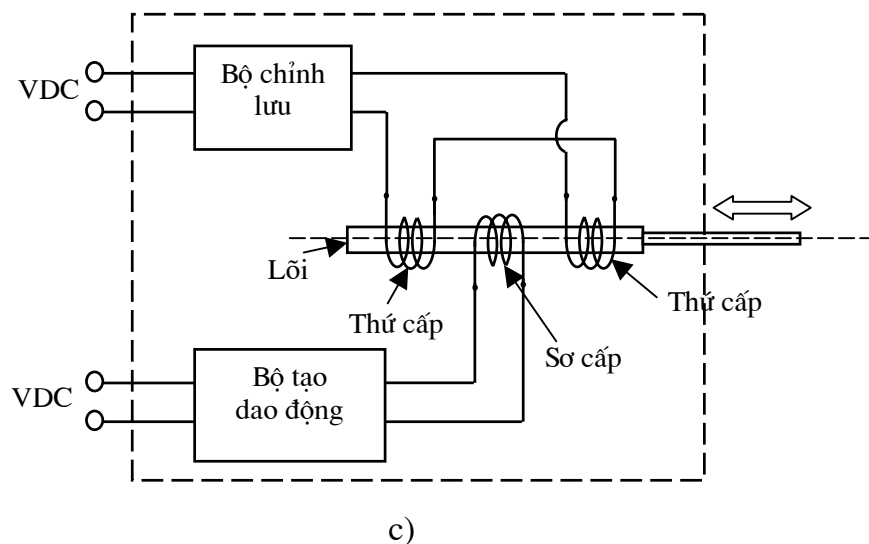
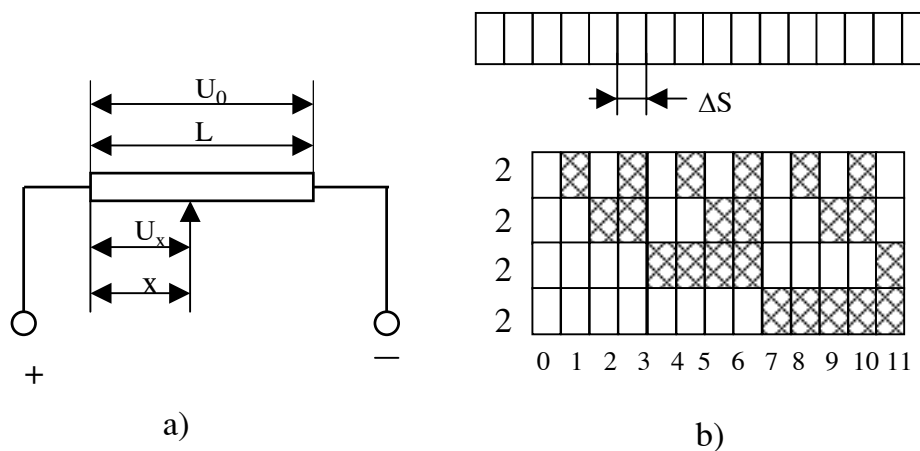
$$0,05V \cdot \left(\frac{400}{10} \right) = 2 \text{ bar}$$

Giống như một số thiết bị điện khác, cảm biến cũng có hiện tượng từ trễ, sai số khả năng lặp lại, ảnh hưởng của nhiệt độ, độ phân giải (nếu là cảm biến số), tốc độ truyền tín hiệu, sự va chạm, tuổi thọ và đáp ứng động lực học đều có liên quan đến chất lượng, độ chính xác của các loại cảm biến.

Trong hệ điều khiển tự động thủy lực chỉ thực hiện ba loại mạch điều khiển là vị trí, tốc độ và tải trọng nên cũng thường sử dụng các cảm biến như sau :

- Cảm biến vị trí (cảm biến đo chiều dài và cảm biến đo góc quay).
- Cảm biến tốc độ (cảm biến đo tốc độ dài và cảm biến đo tốc độ góc).
- Cảm biến tải trọng (cảm biến đo lực, cảm biến đo mômen xoắn hoặc cảm biến áp suất).

5.3.1. Cảm biến vị trí đo chiều dài



Hình 5.40. Sơ đồ nguyên lý của cảm biến vị trí

- a- Cảm biến điện trở (analog) kiểu tiếp xúc;
- b- Cảm biến số (digital);
- c- Cảm biến đo điện (analog) không tiếp xúc.

Cảm biến vị trí tương tự luôn đo theo giá trị tuyệt đối còn đối với cảm biến vị trí số có thể đo theo giá trị tuyệt đối hoặc đo theo số gia (giá trị sau bằng giá trị trước cộng thêm một đơn vị).

Hình 5.40a thực chất là một biến trở (potentiometer), tuy nhiên khác với biến trở thông thường thì cảm biến điện trở có đặc tính tuyến tính cao. Điện áp cung cấp là U_0 có hành trình lớn nhất là L , khi con trượt di chuyển, tùy thuộc vào vị trí của con trượt x mà sẽ cho điện áp ra U_x tương ứng. Ta có quan hệ sau :

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{x}{L} \text{ hay } x = \frac{U_x \cdot L}{U_0} = \frac{L}{U_0} \cdot U_x = \frac{1}{K_c} \cdot U_x$$

viết lại là :

$$\frac{U_x}{x} = K_c$$

K_c là hệ số khuếch đại của cảm biến.

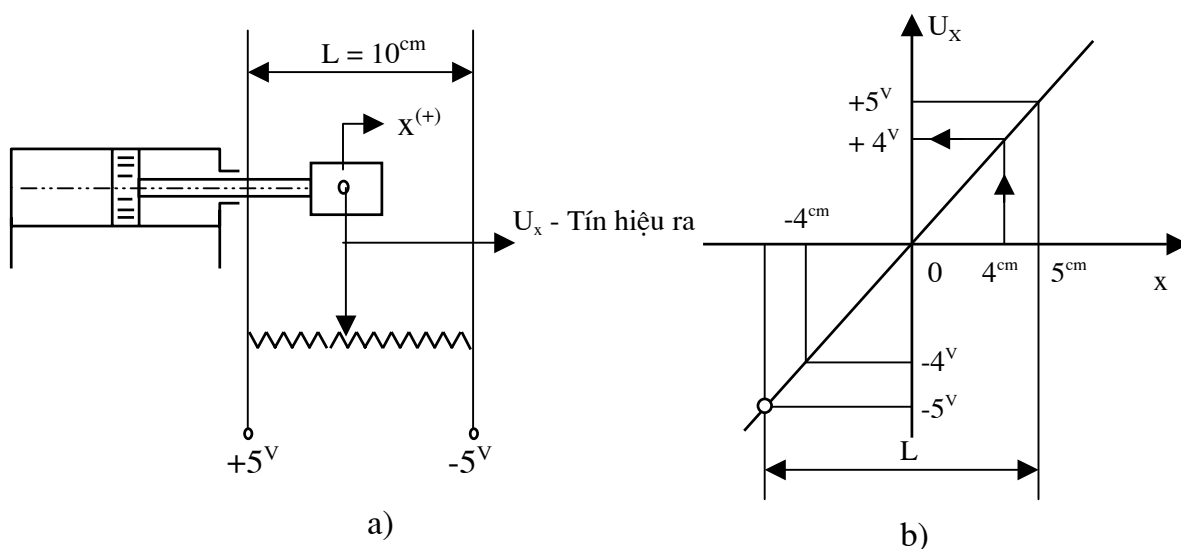
Ví dụ : Nghiên cứu sơ đồ điều khiển vị trí như hình 5.41 ta thấy :

Điện áp cung cấp là $\pm 5 \text{ V}$, tức là khi pittông ở vị trí giữa thì $U_{x=0} = 0$

Hệ số khuếch đại của cảm biến là : $K_c = \frac{U_0}{L} = \frac{10\text{V}}{10\text{cm}} = 1 \text{ V/cm}$

Nếu $x = 5 \text{ cm}$ thì $U_x = K_c \cdot x = 1 \times 5 = 5 \text{ V}$

Nếu $x = -4 \text{ cm}$ thì $U_x = 1 \cdot (-4) = -4 \text{ V}$



Hình 5.41. Sơ đồ ví dụ về tính toán cảm biến vị trí.

a- Sơ đồ nguyên lý;

b- Đặc tính của cảm biến.

Nhược điểm của cảm biến loại này là do tiếp xúc cơ học giữa con trượt và cuộn dây nên trong quá trình làm việc con trượt và cuộn dây sẽ bị mài mòn, tuổi thọ thấp, tần số

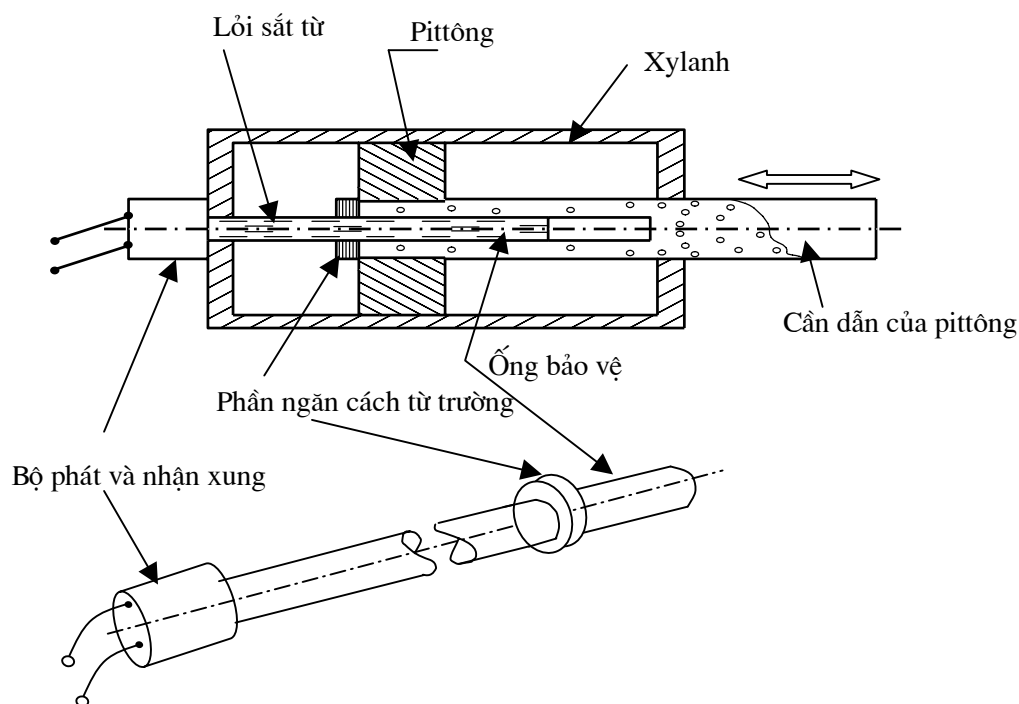
hoạt động không cao, thường chỉ dưới 5 Hz và độ nhấp nhô của đặc tính cao do có khoảng cách giữa các vòng của cuộn dây điện.

Để khắc phục những nhược điểm trên người ta sử dụng loại cảm biến không tiếp xúc ký hiệu là LVDT (Linear Variable Differential Transformer) hình 5.30c.

Bộ LVDT gồm một cuộn dây sơ cấp và hai cuộn dây thứ cấp bao quanh lõi sắt từ, lõi sắt gắn với cần tác động và di chuyển dọc được. Bộ LVDT hoạt động như một máy biến áp. Như vậy, dòng điện DC trước khi vào cuộn sơ cấp phải qua bộ dao động, tạo ra điện áp xoay chiều có tần số phù hợp. Tín hiệu ra xoay chiều từ hai cuộn dây (hai cuộn dây được bố trí đối xứng) thứ cấp được chỉnh lưu thành dòng một chiều DC. Khi lõi sắt ở vị trí trung gian thì điện áp đầu ra sẽ bằng 0. Khi lõi sắt di chuyển thì điện áp trong hai cuộn dây thay đổi ngược chiều nhau và sự thay đổi đó tùy thuộc vào lõi sắt di chuyển theo chiều nào. Tín hiệu ra là điện áp so sánh của hai cuộn dây thứ cấp. Độ lớn của điện áp ra tỷ lệ với hành trình di chuyển của lõi sắt.

Bộ LVDT làm việc theo nguyên lý không tiếp xúc sẽ tránh được mài mòn cơ học, lõi sắt có thể làm việc với tần số dao động cao. Tuy nhiên cảm biến loại này sai số tuyến tính cao hơn so với cảm biến điện trở.

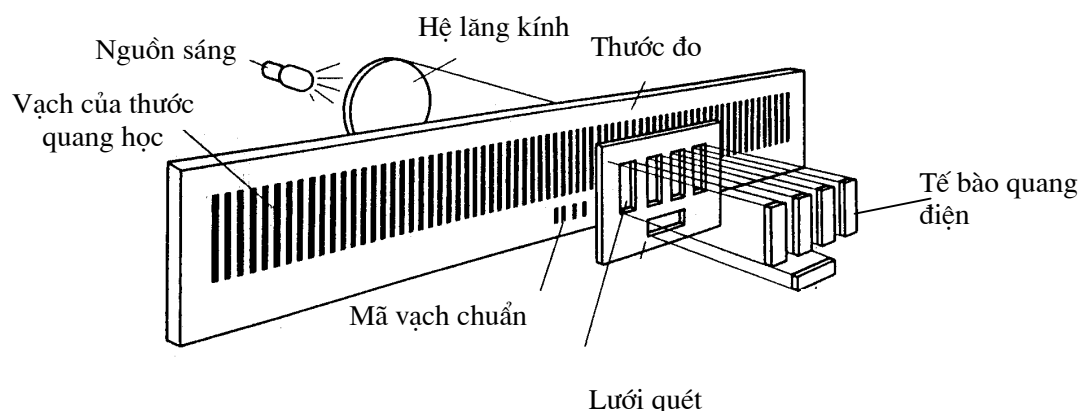
Hiện nay người ta còn sử dụng loại cảm biến xung. Cảm biến xung đặt ngay trong cần dẫn của pittông-xylanh (hình 5.42). Lõi sắt từ là bộ phận nhận và truyền xung.



Hình 5.42. Sơ đồ của bộ cảm biến xung

Từ trường sẽ sinh ra khi pittông di chuyển. Vị trí di chuyển của pittông đo được là do sự sai khác về xung truyền đi và xung phản hồi về. Tín hiệu xung được chuyển thành tín hiệu điện áp cung cấp tín hiệu phản hồi cho mạch điều khiển.

Hình 5.43 giới thiệu cấu trúc một hệ thống đo chiều dài số theo nguyên tắc quang - điện (hay gọi là thước đo quang điện) kiểu gia số.



Hình 5.43. Thước đo số theo nguyên tắc quang điện

Thước đo di chuyển giữa hệ thống thấu kính và lưới quét, khi tia sáng từ nguồn sáng qua thấu kính rơi qua thước đo, trên đó có những vạch phản quang và không phản quang thay đổi kế tiếp và đều nhau. Tia sáng gặp phải vạch phản quang sẽ bị phản hồi lại còn những tia lọt qua được sẽ đến lưới quét và tế bào quang điện phát ra tín hiệu.

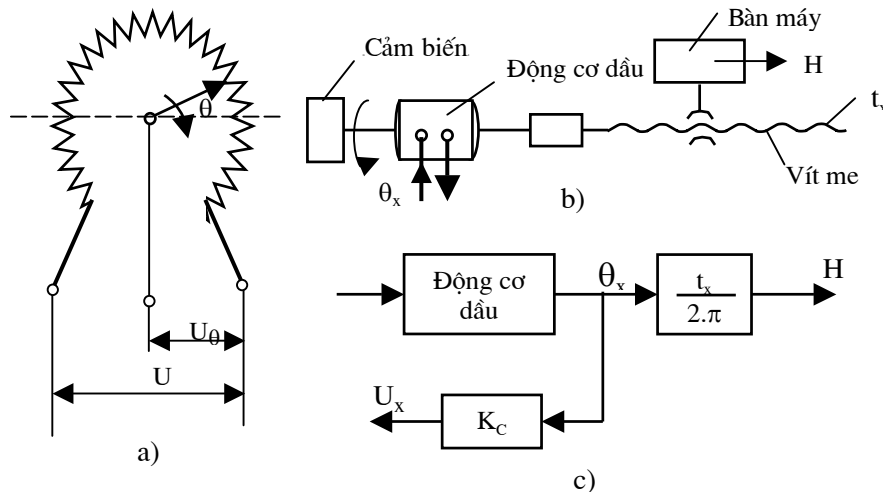
Đây là thiết bị đếm vạch kiểu gia số nên trên thước có trang bị thêm các vạch chuẩn (dấu mã chuẩn) để có thể tính toán được giá trị tuyệt đối.

Hình 5.40b là một kiểu đo giá trị tuyệt đối theo hệ nhị phân. Những vùng soi thấu hoặc không soi thấu (phản quang) trên thước đo tương ứng với giá trị 1 và giá trị 0 của hệ nhị phân.

Ngoài các loại đã giới thiệu ở trên, hiện nay người ta còn sử dụng cảm biến đo theo điện dung, laser, siêu âm... gắn ngay trong xy lanh nên các xy lanh loại này được chế tạo đặc biệt.

5.3.2. Cảm biến vị trí đo góc

Cảm biến điện trở và cảm biến không tiếp xúc RVDT đo góc quay có nguyên lý hoạt động tương tự như cảm biến đo chiều dài, chỉ khác nhau về mặt kết cấu. Đối với biến trở đo góc quay thì có dạng hình tròn, con trượt quay quanh tâm của biến trở (hình 5.44a).



Hình 5.44. Sơ đồ của cảm biến điện trở đo góc và ứng dụng của nó

- a- Cảm biến điện trở đo góc;
 b,c - Sơ đồ nguyên lý và sơ đồ khối của hệ thủy lực biến chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến.

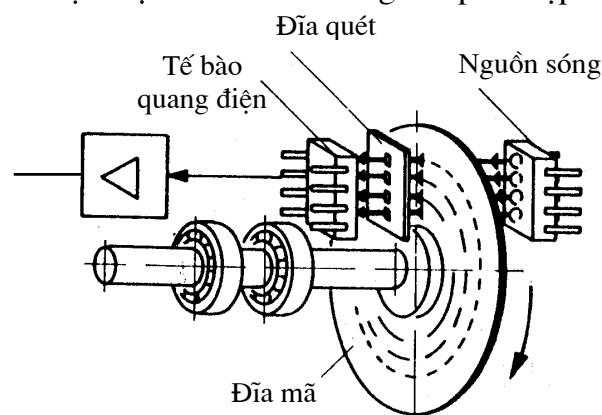
Như sơ đồ ví dụ trên hình 5.44a ta thấy :

$$U_x = \frac{U_0}{\theta_{\max}} \cdot \theta_x = K_C \cdot \theta_x$$

trong đó : K_C - hệ số khuếch đại của cảm biến;
 θ_x - góc quay và U_x - điện áp ra.

Hình 5.44b, c là ví dụ mô hình điều khiển với phương pháp đo gián tiếp hành trình đi chuyển thông qua đo góc quay của trục động cơ dẫu. Phương pháp đo gián tiếp sẽ có độ chính xác điều khiển thấp hơn so với đo trực tiếp.

Đối với cảm biến RVDT (Rotary Variable Difirential Transpormer) lõi sắt được đặt theo một dạng cam đặc biệt có kết cấu tương đối phức tạp.



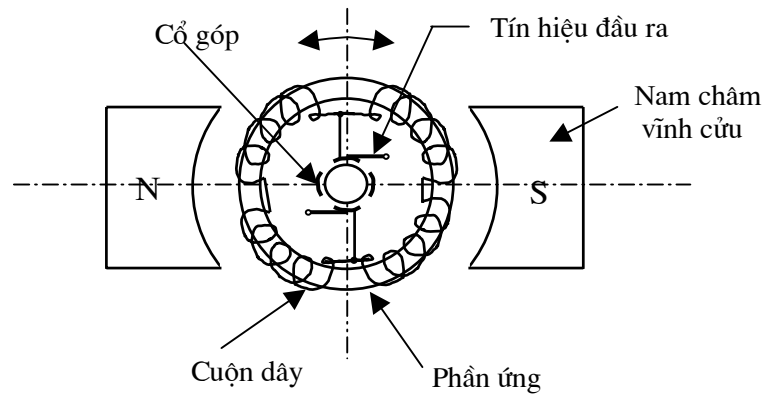
Hình 5.45. Sơ đồ của thiết bị đo góc quang điện

Ngoài loại cảm biến không tiếp xúc RVDT còn có loại đo góc theo nguyên tắc quang điện kiểu gia số (hình 5.45). Nguyên lý hoạt động của cảm biến loại này tương tự như thước đo chiều dài (hình 5.43) chỉ khác là đĩa quay quang học gắn trên trục

quay và quay theo trục cân đo. Phương pháp đo theo kiểu gia số sẽ có sai số tích lũy nên với những thiết bị điều khiển yêu cầu chính xác cao có thể dùng kiểu đo giá trị tuyệt đối.

5.3.3. Cảm biến vận tốc

Để đo vận tốc góc người ta sử dụng máy phát tốc. Máy phát tốc có thể gọi là tachometer-generator viết tắt là tacs-gen. Thiết bị này về cơ bản giống máy phát điện một chiều DC kiểu nam châm vĩnh cửu (hình 5.46).

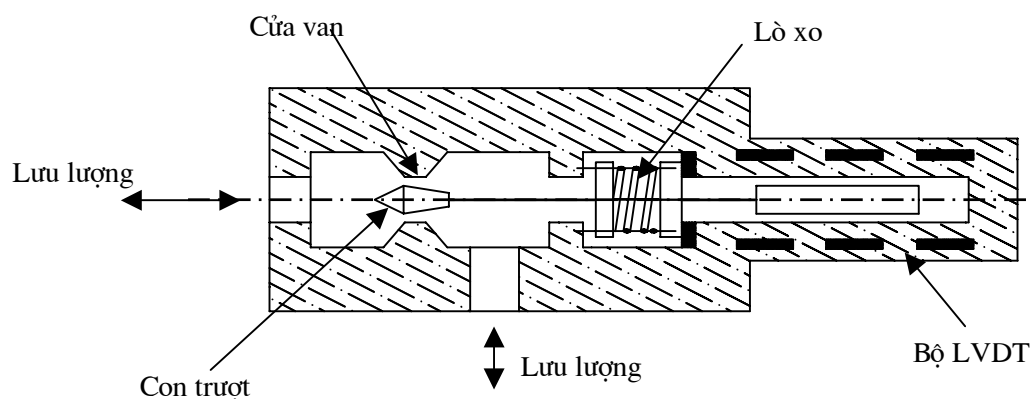


Hình 5.46. Sơ đồ của máy phát tốc (tacs-gen)

Máy phát tốc phát ra dòng một chiều tỷ lệ với tốc độ quay của nó.

Nếu nối máy trên với một bộ truyền bánh răng- thanh răng hoặc vít me (chuyển từ vận tốc dài thành vận tốc góc) thì có thể sử dụng để làm cảm biến đo tốc độ dài.

Bộ phát tốc cũng có thể đo gián tiếp thông qua lưu lượng chảy qua van (hình 5.47).



Hình 5.47. Thiết bị đo lưu lượng

Cửa van và cuộn cảm có kết cấu đặc biệt để tạo ra sự quan hệ tuyến tính giữa lưu lượng cung cấp qua cửa van và dịch chuyển tịnh tiến của cuộn cảm. Bộ LVDT được

gắn đồng trục với cuộn cảm. Khi cuộn cảm di chuyển, bộ LVDT phát ra tín hiệu điện tỷ lệ với lưu lượng qua cảm biến. Qua lưu lượng ta có thể chuyển đổi được thành vận tốc chuyển động thẳng hoặc vận tốc góc của cơ cấu chấp hành (xylanh hoặc động cơ dầu). Nhược điểm của thiết bị đo này là sai số tuyến tính lớn, đặc biệt là ở vùng lưu lượng thấp.

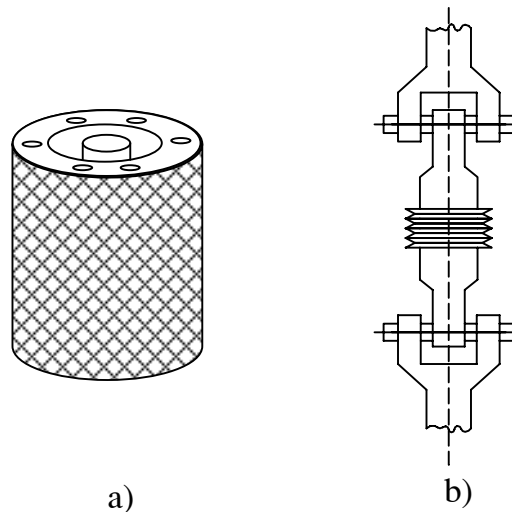
Việc đo tốc độ dài hoặc góc còn có thể dùng thiết bị quang- điện đo từ xa, miếng phản quang được dán trên trục quay hoặc trên vật chuyển động thẳng, tín hiệu thu được có thể là tín hiệu điện hoặc tín hiệu số.

5.3.4. Cảm biến áp suất, lực và mômen xoắn

Trong hệ điều khiển thủy lực để điều khiển lực và mômen xoắn đơn giản nhất là sử dụng cảm biến đo áp suất. Đo theo áp suất là phương pháp đo gián tiếp, có độ chính xác thấp hơn đo trực tiếp lực hoặc mômen xoắn.

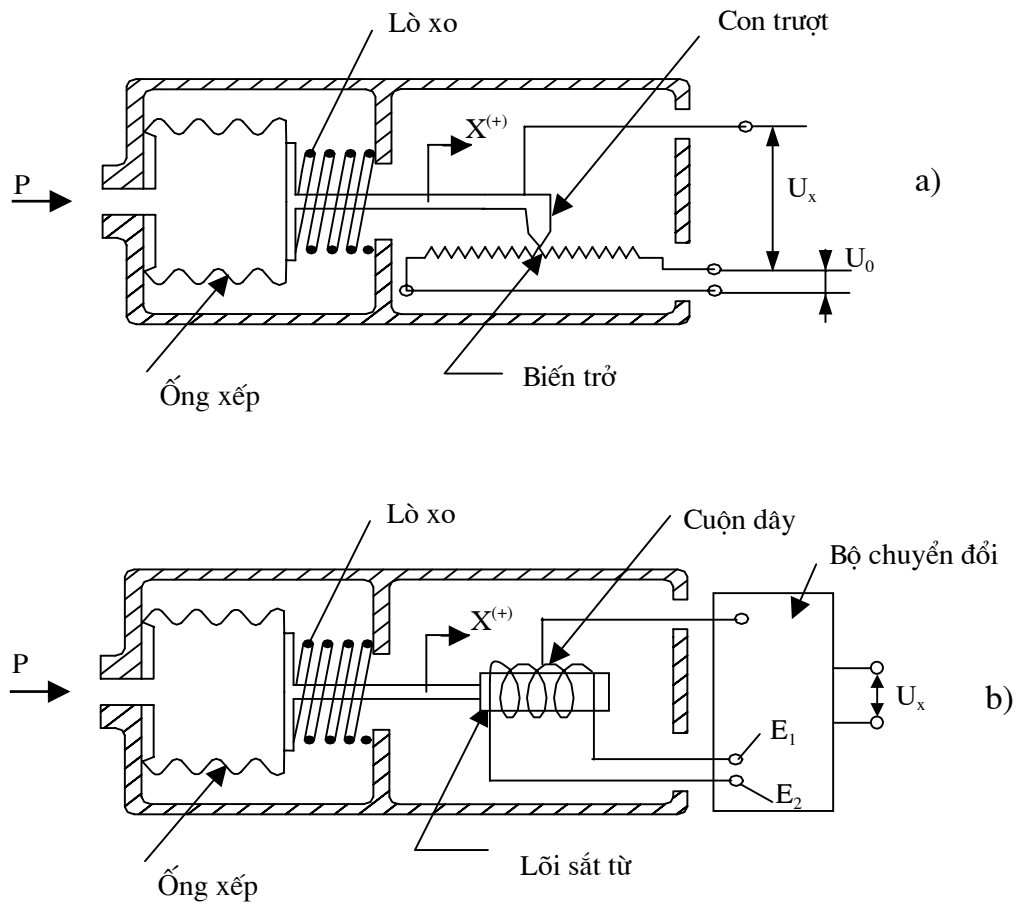
Các loại cảm biến dùng trong mạch điều khiển tải trọng nói chung đều sử dụng nguyên lý đo sức căng như dùng tấm điện trở đo ứng suất thông qua biến dạng, màng đàn hồi khí nén, các khâu đàn hồi tuyến tính như lò xo, cầu chữ U... Tuy nhiên các ứng dụng trên đều liên quan đến bộ tạo điện áp ra. Điện áp ra phải tỷ lệ với áp suất, lực hoặc mômen xoắn.

Hình 5.48 là bộ cảm biến lực và cảm biến mômen xoắn hoạt động theo nguyên lý đo sức căng.



Hình 5.48. Sơ đồ của cảm biến đo lực (a) và cảm biến đo mômen xoắn (b) theo nguyên lý đo sức căng

Hình 5.49a là ví dụ về cảm biến áp suất điện trở. Dưới tác dụng của áp suất P ống xếp đàn hồi di động tỷ lệ với áp suất, sự di động của con trượt sẽ làm thay đổi điện áp ra của biến trở. Như vậy tín hiệu điện áp ra U_x tỷ lệ với áp suất vào P.



Hình 5.49. Sơ đồ ví dụ về cảm biến áp suất

a - Cảm biến áp suất điện trở; b- Cảm biến về áp suất điện cảm.

Hình 5.49b là ví dụ về cảm biến áp suất điện cảm. Độ tự cảm của cuộn dây phụ thuộc vào vị trí của lõi sắt từ di động trong cuộn dây. Dây rẽ nằm ở giữa cuộn dây nên khi lõi sắt ở vị trí trung gian $E_1 = E_2$, khi lõi sắt di chuyển thì E_1 tăng và E_2 giảm, nếu lõi sắt di chuyển ngược lại thì E_1 giảm và E_2 tăng. Qua bộ phận chuyển đổi sẽ cho ta tín hiệu điện áp ra U_x tỷ lệ với áp suất P.

Ngoài ra còn có cảm biến áp suất kiểu điện dung, cảm biến áp suất thạch anh... cũng được ứng dụng trong hệ điều khiển tự động thủy lực.

Chương 6

ĐIỀU KHIỂN VỊ TRÍ, VẬN TỐC VÀ TẢI TRỌNG TRONG HỆ TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC

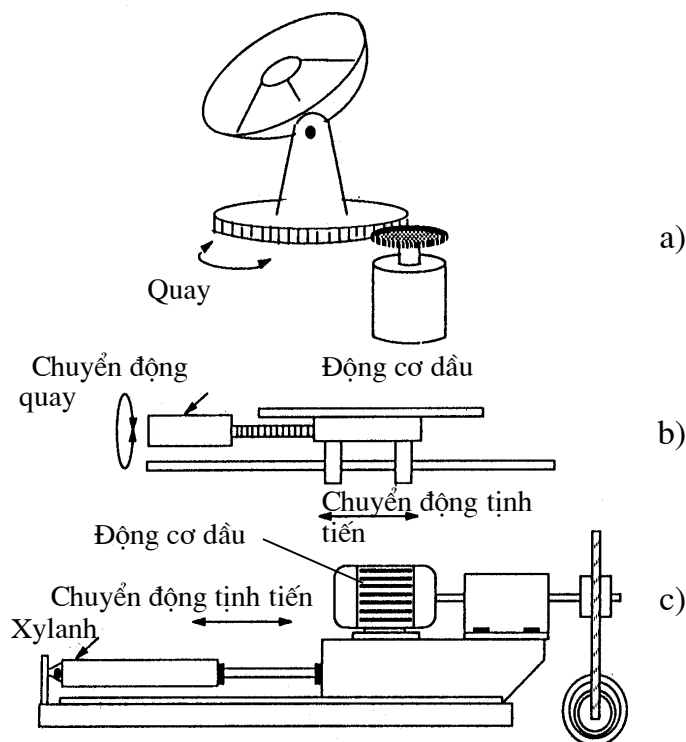
Hệ thống điều khiển tự động thủy lực có thể thực hiện các chức năng điều khiển sau :

1. Điều khiển vị trí (tịnh tiến hoặc quay);
2. Điều khiển vận tốc (tịnh tiến hoặc quay);
3. Điều khiển tải trọng (lực, mômen xoắn hay áp suất).

Tùy thuộc vào yêu cầu sử dụng của thiết bị mà có thể thực hiện một, hai hoặc cả ba chức năng điều khiển trên.

6.1. ĐIỀU KHIỂN VỊ TRÍ

Điều khiển vị trí là di chuyển cơ cấu chấp hành đến một vị trí nào đó theo yêu cầu. Nếu là xylanh thủy lực thì vị trí là hành trình dịch chuyển của pittông, nếu là động cơ dầu thì vị trí là góc quay của trục động cơ dầu. Tuy nhiên tùy theo yêu cầu mà pittông-xylanh hoặc động cơ dầu có thể truyền đến hệ truyền động cơ khí nào đó. Ví dụ như vít me, bánh răng- thanh răng, bộ truyền bánh răng... và cũng có thể biến chuyển động tịnh tiến thành chuyển động quay hoặc ngược lại.



Hình 6.1. Các sơ đồ ví dụ về ứng dụng của xylanh thủy lực và động cơ dầu

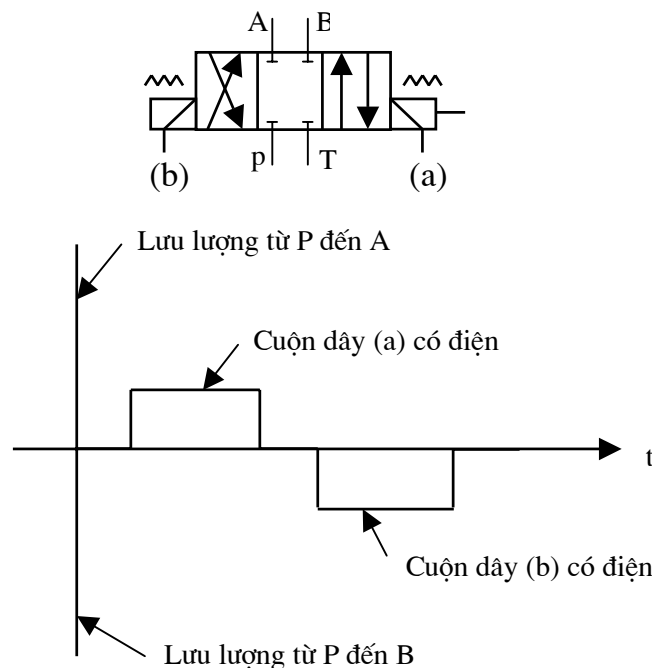
- a- Động cơ dầu điều khiển góc quay; b- Động cơ dầu - vít me bi điều khiển chuyển động thẳng; c- Động cơ dầu và xylanh thủy lực bố trí phối hợp.

Truyền động vít me bi có độ chính xác truyền động cao nên được sử dụng rộng rãi trong hệ thống điều khiển tự động. Sơ đồ hình 6.1b nếu vít me bi có bước 5 mm, động cơ dầu điều khiển được góc quay $\pm 1^0$ thì bàn máy có thể di chuyển với độ chính xác là : $\frac{5}{360^0} = \pm 0,014 \text{ mm}$.

Van trượt điều khiển thường sử dụng loại ba vị trí : trái, phải và trung gian. Ứng với ba vị trí điều khiển của van thì xylanh (hoặc động cơ dầu) chuyển động theo chiều thuận, đảo chiều hoặc dừng. Chúng ta hãy nghiên cứu một số đặc điểm và khả năng ứng dụng của các loại van trong các mạch hệ điều khiển vị trí.

6.1.1. Ứng dụng của van solenoid trong hệ điều khiển vị trí

1. Van solenoid đóng mở : Loại van này chỉ thực hiện nhiệm vụ đóng mở các đường dẫn dầu đến xylanh (hoặc động cơ dầu), mà không có tác dụng điều khiển lưu lượng dầu. Sơ đồ và đặc tính làm việc của van thể hiện ở hình 6.2.



Hình 6.2. Sơ đồ ký hiệu và đặc tính làm việc của van solenoid đóng mở

Dòng điện cung cấp cho van có thể là một chiều (DC) hoặc xoay chiều (AC). Tùy theo kích thước của van mà thời gian đóng mở trong phạm vi 20 ÷ 100 ms.

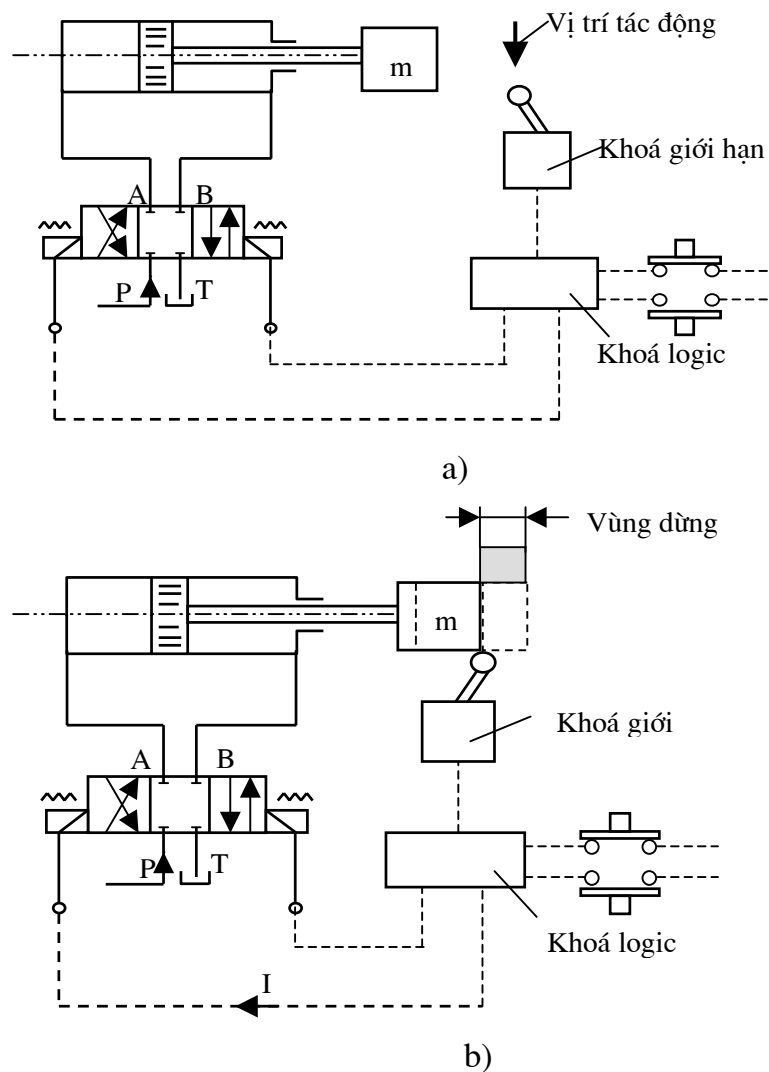
Hình 6.3 là sơ đồ ví dụ về ứng dụng của van loại này để thực hiện điều khiển vị trí.

Vị trí dừng của bàn máy m sẽ được thực hiện bằng mạch điều khiển logic dùng rơle, ngắt trạng thái hoặc PLC, thông qua vị trí của khoá giới hạn như ở hình 6.3a.

Hình thức điều khiển này đơn giản, giá thành thấp và phù hợp với yêu cầu của nhiều thiết bị, dây chuyền tự động. Tuy nhiên khi khoá giới hạn bị tác động thì bàn máy không thể dừng ngay mà phải mất một khoảng thời gian nào đó. Điều này dẫn tới vị trí dừng của bàn máy không chính xác do ảnh hưởng bởi các yếu tố sau đây :

- Thời gian đáp ứng của van.

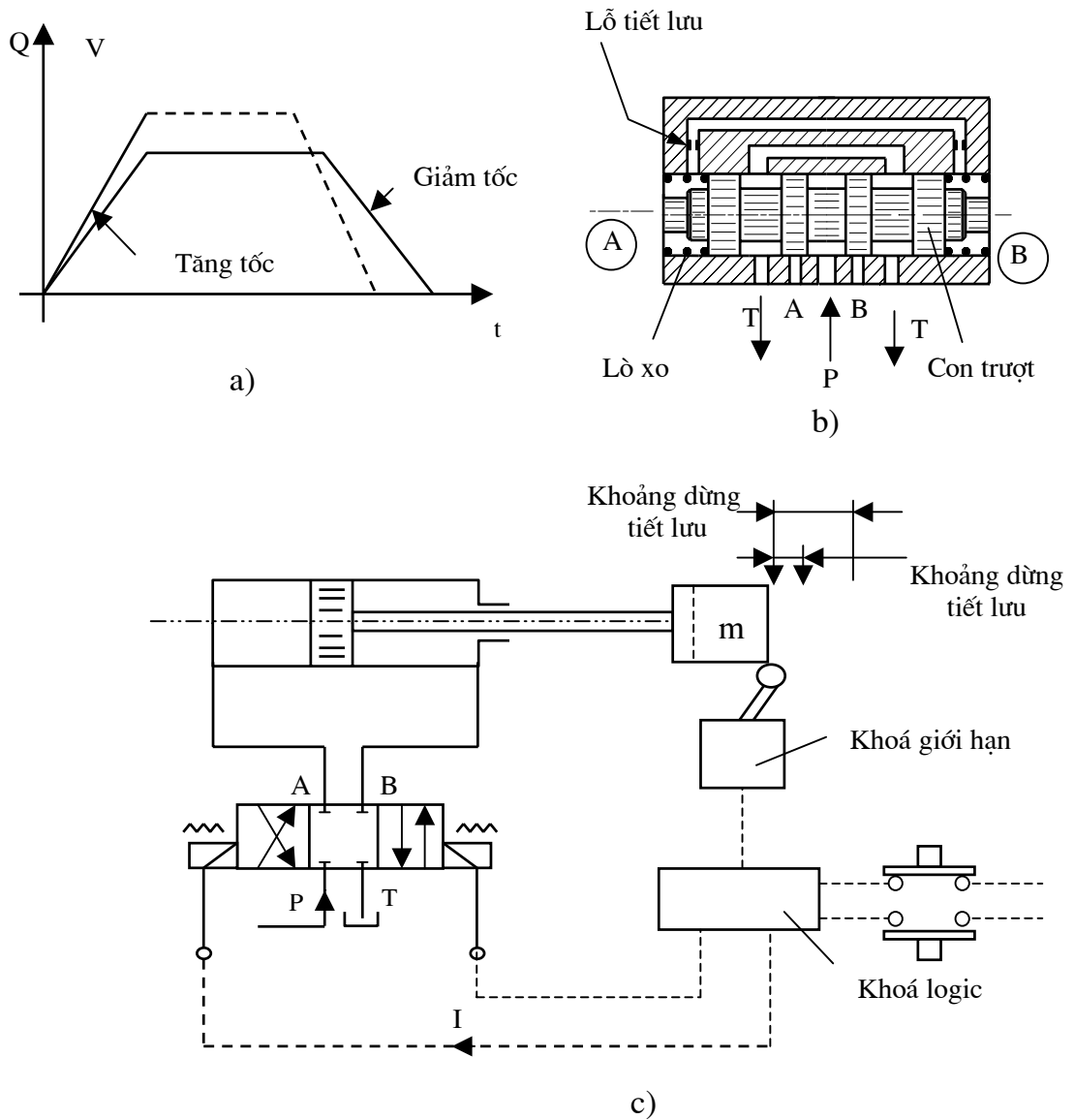
- Khối lượng và vận tốc chuyển động.
- Thể tích chứa dầu trong xy lanh và đường ống dẫn.
- Môđun đàn hồi của dầu.
- Ma sát của các bộ phận chuyển động.
- Sự rò dầu.
- Thời gian tác động của khóa giới hạn và của role.
- Thời gian nhận tín hiệu phản hồi của bộ PLC (nếu điều khiển PLC).



Hình 6.3. Sơ đồ ví dụ về ứng dụng van solenoid trong điều khiển vị trí

Các yếu tố trên khó có thể xác định một cách chính xác và chúng có thể thay đổi trong suốt quá trình hoạt động của máy. Nên vị trí dừng của bàn máy sẽ nằm trong một vùng nhất định (hình 6.3b).

2. Van solenoid điều khiển



Hình 6.4. Sơ đồ nguyên lý và đặc tính lưu lượng về ứng dụng

van solenoid điều khiển trong mạch điều khiển vị trí

a- Đặc tính lưu lượng (vận tốc); b- Sơ đồ kết cấu van;

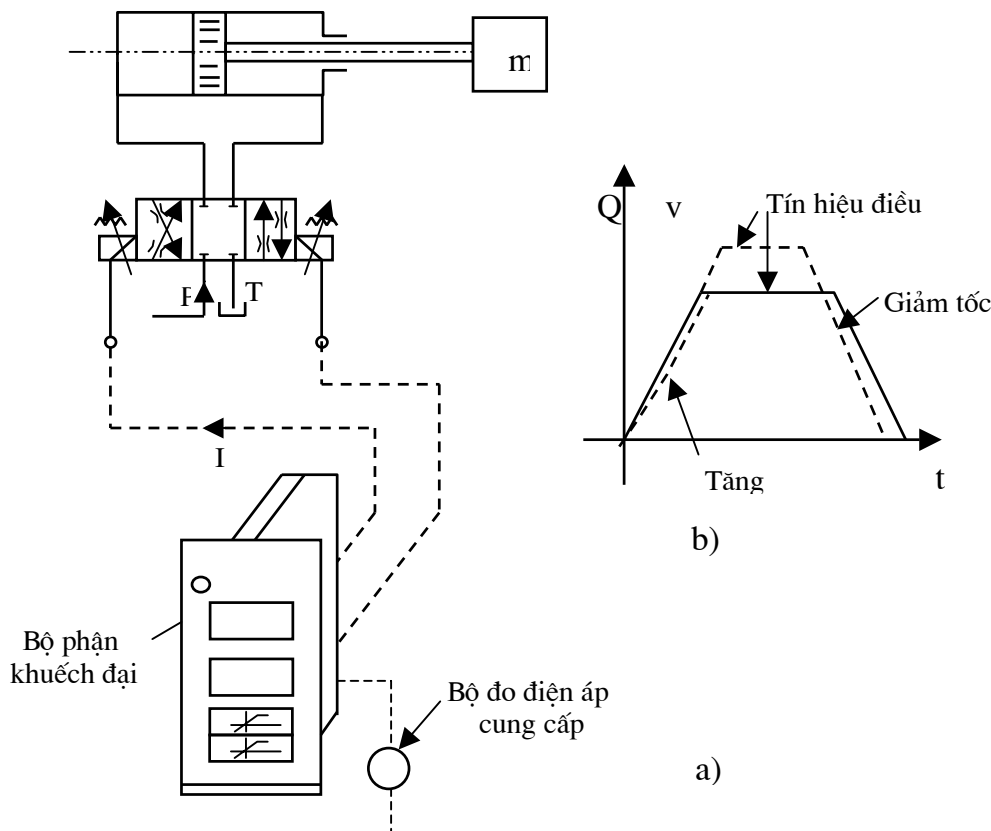
c- Sơ đồ mạch điều khiển vị trí của van.

Van solenoid điều khiển có khả năng điều khiển được một số vị trí của con trượt nhờ kết cấu khống chế hành trình. Ứng với mỗi nấc điều chỉnh sẽ cho một giá trị lưu lượng nào đó. Nhờ các lỗ tiết lưu trong đường dẫn dầu về hai phía của con trượt mà con trượt di chuyển đều, không va đập, tức là có thời gian nhất định để tăng và giảm tốc (hình 6.4a).

Vị trí dừng của pittông bị ảnh hưởng của nhiều yếu tố nên để dừng bàn máy đúng vị trí cũng cần hiệu chỉnh thời gian tác động của khoá giới hạn (hình 6.4c).

6.1.2. Ứng dụng van tỷ lệ trong hệ điều khiển vị trí

1. Van tỷ lệ không có phản hồi



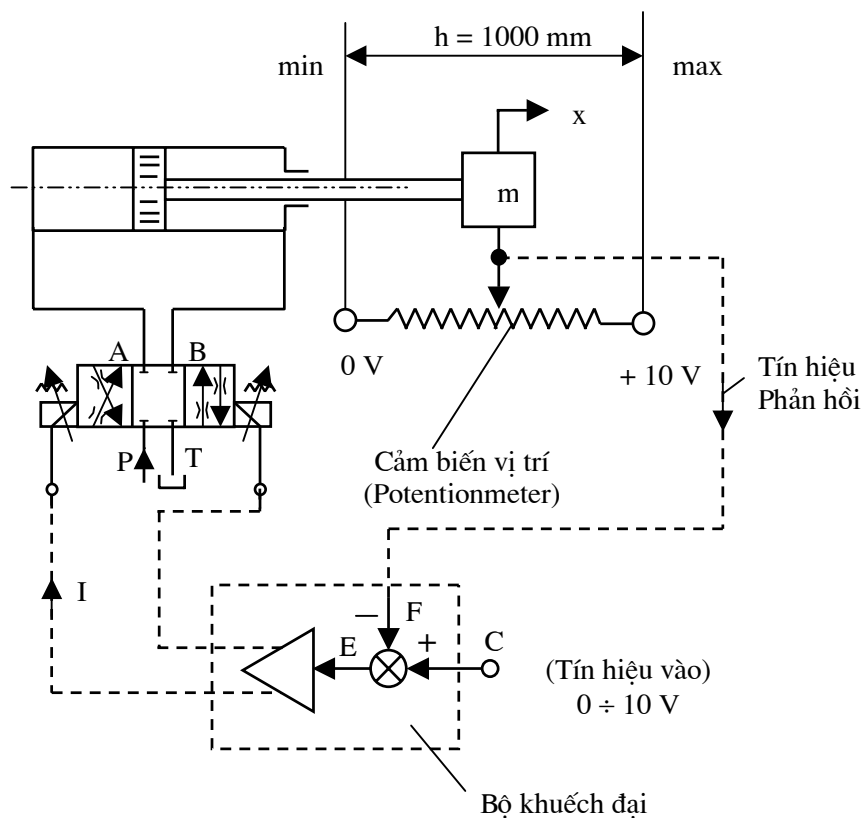
Hình 6.5. Sơ đồ mạch điều khiển vị trí hệ hở ứng dụng van tỷ lệ không có phản hồi trong

a- Sơ đồ nguyên lý; b- Đặc tính lưu lượng (vận tốc).

Khác với van solenoid, van tỷ lệ có khả năng điều khiển được vô cấp lưu lượng qua van. Khi thay đổi dòng điện điều khiển van thì thay đổi được hành trình dịch chuyển của con trượt, làm cho tiết diện chảy của van thay đổi và dẫn đến lưu lượng qua van thay đổi.

Qua bộ khuếch đại, dòng điện điều khiển van được điều khiển bằng tín hiệu điện áp vào (hình 5.6). Độ dốc của đặc tính Q (hoặc v) được hiệu chỉnh trên bộ khuếch đại. Tùy thuộc vào kích thước của van mà thời gian đáp ứng sẽ nằm trong phạm vi 50 ms đến 150 ms.

Van tỷ lệ có thể ứng dụng để điều khiển logic, tuy nhiên nếu có cảm biến vị trí cung cấp tín hiệu phản hồi liên tục thì ta sẽ được mạch điều khiển vị trí liên tục như ở hình 6.6.



Hình 6.6. Sơ đồ mạch điều khiển vị trí hệ kín sử dụng van tỷ lệ không có phản hồi

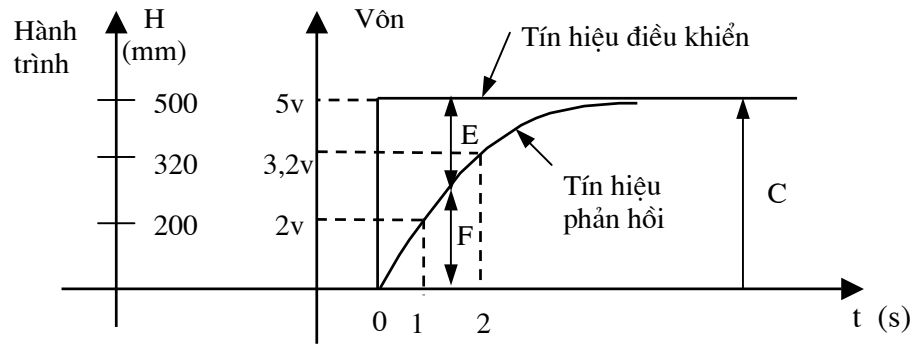
Hoạt động của sơ đồ trên hình 6.6 như sau : Khi cho tín hiệu điện áp vào C, bộ khuếch đại sẽ tạo ra dòng I tương ứng để điều khiển tiết diện chảy của van. Lưu lượng qua van cung cấp cho xylanh làm pittông di chuyển. Cảm biến vị trí dạng biến trở gắn trên đầu của pittông cũng di chuyển, tạo ra điện áp phản hồi (F) truyền về bộ khuếch đại và so sánh với điện áp điều khiển (C) nhằm san bằng sự sai lệch E. Khi điện áp so sánh có sai lệch $E = 0$ thì pittông sẽ dừng ở vị trí tương ứng.

Trong mạch điều khiển trên, hành trình h của pittông, chiều dài và điện áp của cảm biến vị trí và điện áp tín hiệu vào phải có quan hệ tương thích.

Khi pittông ở vị trí 0 thì điện áp phản hồi phải báo giá trị bằng 0 V. Khi pittông ở vị trí max ($h = 1000$ mm) thì cảm biến vị trí có giá trị + 10 V. Tương ứng với mối quan hệ đó tín hiệu điện áp điều khiển thay đổi từ 0 đến +10v. Khi vào bộ so sánh, tín hiệu phản hồi ngược dấu với tín hiệu vào và thực hiện san bằng điện áp.

Ví dụ, cần điều khiển pittông di chuyển đi 500 mm thì tín hiệu vào dạng step sẽ tương đương là +5 vôn.

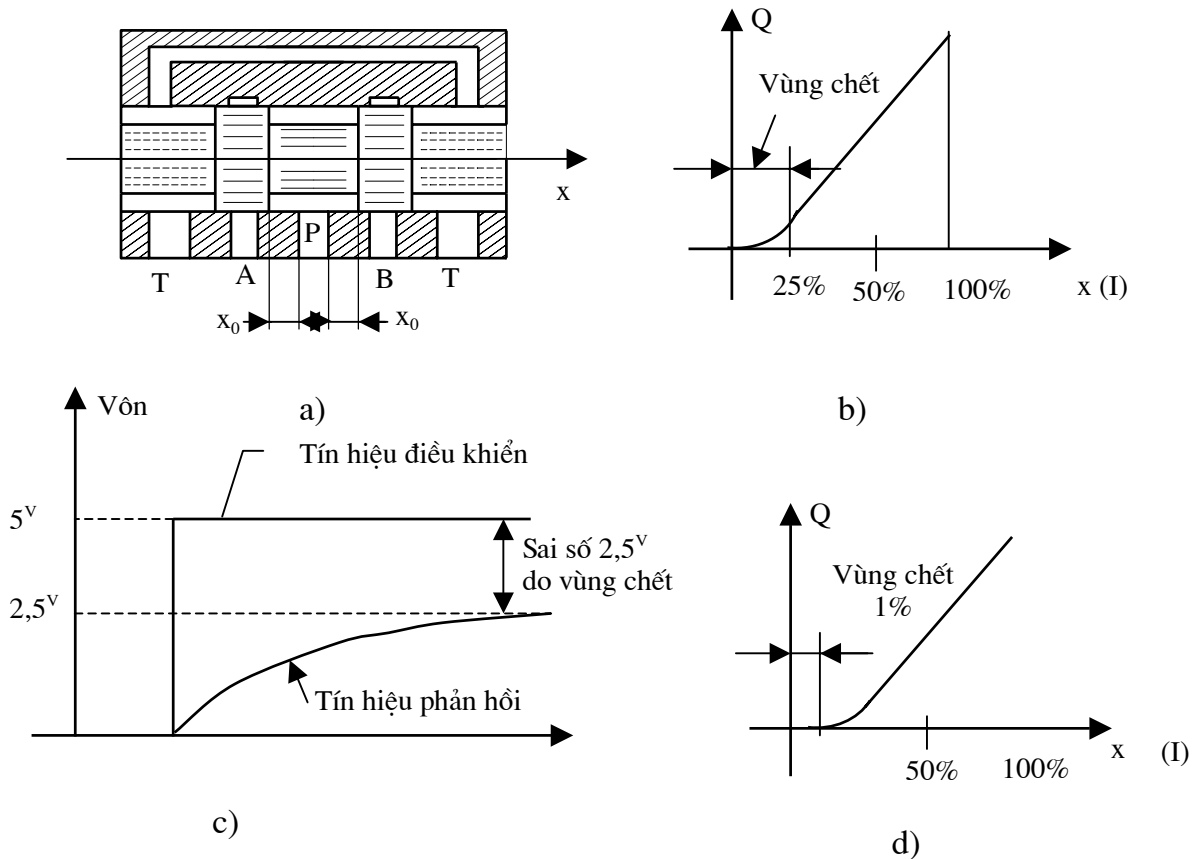
Khi pittông chưa di chuyển (ở thời điểm ban đầu) thì tín hiệu phản hồi $F = 0$ và lúc này tín hiệu so sánh là $E = C - F = 5 \text{ V} - 0 = 5 \text{ V}$. Bộ khuếch đại có tín hiệu vào 5 V sẽ sinh ra dòng điện tương ứng để điều khiển van. Giả sử 5 V tương ứng với vận tốc của pittông là 200 mm/s và di chuyển hết quãng đường là 500 mm với thời gian là 2,5 s. Sau 1s pittông di chuyển được 200 mm/s tương ứng với tín hiệu phản hồi F là 2 V và tín hiệu so sánh sẽ là : $5 \text{ V} - 2 \text{ V} = 3 \text{ V}$. Nếu tín hiệu so sánh giảm từ 5 V xuống còn 3 V thì vận tốc pittông giảm từ 200 mm/s xuống còn 120 mm/s.



Hình 6.7. Đồ thị ví dụ về sự so sánh tín hiệu và tín hiệu phản hồi

Hành trình của pittông di chuyển sau 2 s là : $200 + 120 = 320$ mm. Cứ tiếp tục quá trình này cho đến khi tín hiệu so sánh $E = 0$ thì pittông di chuyển hết hành trình trong khoảng thời gian 2,5 s (hình 6.7). Để thời gian đáp ứng nhanh ta có thể tăng tốc độ chuyển động của pittông bằng cách tăng hệ số khuếch đại.

Một vấn đề nữa cũng cần quan tâm là vùng chết của van trượt điều khiển (hình 6.8).



Hình 6.8. Đồ thị nghiên cứu vùng chết của van trượt điều khiển

- a- Kết cấu van; b- Đặc tính Q - X;
- c- Đặc tính điều khiển thể hiện sai số do vùng chết;
- d- Đặc tính Q - x cải tiến.

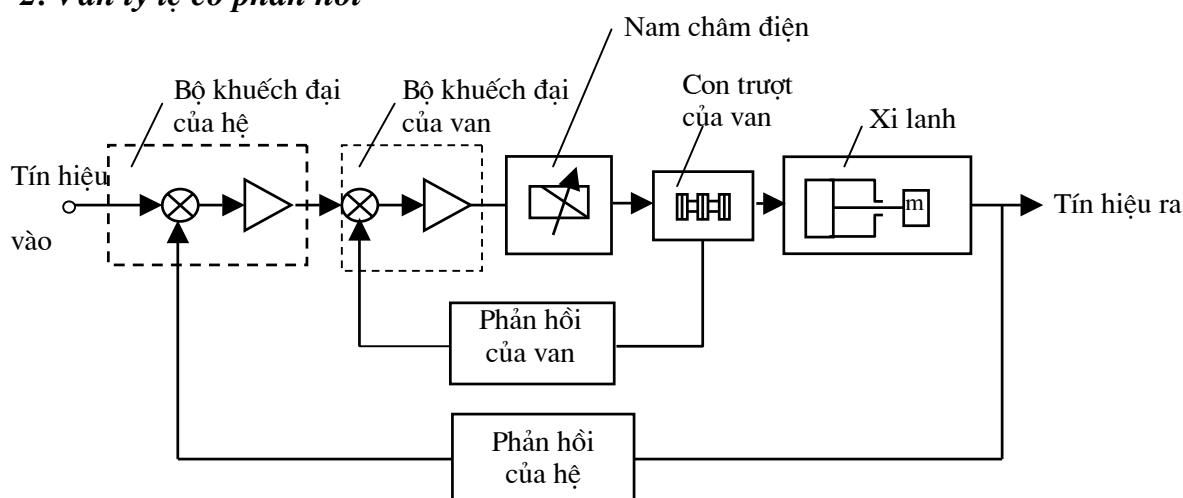
Khi con trượt di chuyển hết hành trình x_0 thì dầu mới bắt đầu qua van. Thông thường $x_0 = 25\%$ giá trị của lượng dịch chuyển cực đại. Điều đó cũng có nghĩa rằng tín hiệu so sánh giảm đi 25% và pittông sẽ dừng sau 250 mm di chuyển (hình 6.8c).

Để khắc phục sai số trên người ta tăng độ nhạy của van bằng cách tăng hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại. Tạo ra hệ số khuếch đại chuẩn để tự động điều khiển con trượt với tín hiệu vào nhỏ và di chuyển con trượt qua vùng "chết". Với phương pháp này vùng "chết" có thể giảm xuống còn 1% giá trị max.

Ngoài ra hiện tượng từ trễ ($2 \div 8\%$) cũng ảnh hưởng đến độ chính xác của vị trí điều khiển. Vấn đề này đã được trình bày ở chương 5.

Như vậy khi sử dụng van tỷ lệ không có phản hồi cho mạch điều khiển vị trí sẽ tồn tại một số nhược điểm, do đó nên đối với những thiết bị có yêu cầu độ chính xác vị trí cao thì loại van này không phù hợp.

2. Van tỷ lệ có phản hồi



Hình 6.9. Sơ đồ khối của mạch điều khiển vị trí sử dụng van tỷ lệ có phản hồi

Van tỷ lệ có phản hồi sẽ có bộ khuếch đại và bộ phận phản hồi riêng như ở hình 6.9. So với van tỷ lệ không có phản hồi thì van tỷ lệ có phản hồi có thời gian đáp ứng nhanh, thông thường là từ 12 ms đến 37 ms và sai số do hiện tượng từ trễ nhỏ, khoảng 1%.

3. Van tỷ lệ hiệu suất cao

Trong van tỷ lệ hiệu suất cao ở hình 5.5, kết cấu của van chỉ có một nam châm điều khiển con trượt và một cảm biến vị trí LVDT (Linear Variable Differential Transformer). Cảm biến có nhiệm vụ cung cấp tín hiệu vị trí của con trượt cho bộ khuếch đại của van. Nhờ phối hợp giữa nam châm điện, cảm biến vị trí và bộ khuếch đại mà con trượt rất nhạy đối với tín hiệu điều khiển, đặc biệt là vùng chết của con trượt. Thời gian đáp ứng nhanh, ví dụ khi điều khiển tín hiệu step với giá trị cực đại chỉ mất ≤ 10 ms.

Nhờ sự hoàn thiện về kết cấu và chất lượng điều khiển mà van tỷ lệ hiệu suất cao được sử dụng trong các thiết bị có yêu cầu chất lượng điều khiển cao. Sơ đồ mạch điều khiển của loại van này tương tự như mạch điều khiển của van tỷ lệ không có phản hồi thể hiện ở hình 6.6.

6.1.3. Ứng dụng van servo trong hệ điều khiển vị trí

1. Van servo

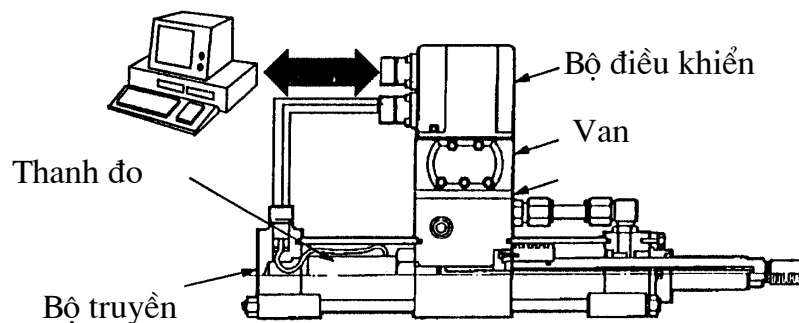
Do hoàn thiện về thiết kế, khả năng chế tạo với độ chính xác cao mà van servo có đặc tính tốt nhất hiện nay, phù hợp với các hệ thống điều khiển tự động thủy lực chất lượng cao.

Mục 5.1.6 giới thiệu sơ đồ nguyên lý làm việc, kết cấu, ký hiệu và đặc tính của van. Nhờ nguyên lý và kết cấu tối ưu mà sự phối hợp giữa lõi quay của nam châm điện, càng đàn hồi và ống phun dầu chuẩn xác nên con trượt di chuyển chính xác ở các vùng hoạt động của nó.

Thời gian đáp ứng nhanh (luôn luôn nhỏ hơn 10 ms), ảnh hưởng của hiện tượng từ trễ thấp. Đặc biệt tính tuyến tính của van cao, tính chất này rất quan trọng đối với độ chính xác điều khiển. Sơ đồ mạch điều khiển của van servo cũng tương tự như mạch điều khiển của van tỷ lệ không có phản hồi thể hiện ở hình 6.6.

2. Van servo kỹ thuật số

Hình 6.10 là mô hình ứng dụng của van servo kỹ thuật số. Loại này được chế tạo đặc biệt, bộ điều khiển luôn đi kèm với van. Nhờ kết hợp chặt chẽ giữa bộ tạo chuyển động của con trượt với cảm biến vị trí mà tín hiệu phản hồi truyền trực tiếp về bộ điều khiển sẽ chính xác.



Hình 6.10. Mô hình ứng dụng của van servo kỹ thuật số

Bộ điều khiển của van servo kỹ thuật số bao gồm các bộ phận là : Bộ phận khuếch đại, nam châm có lõi quay, bộ vi xử lý (microprocessor). Bộ vi xử lý được nối với máy vi tính hoặc bộ điều khiển PLC (Programmable Logic Controller). Mỗi loại van sẽ có phần mềm điều khiển riêng, đó là các thuật toán điều khiển servo. Nhờ vậy mà van servo kỹ thuật số có tính linh hoạt cao.

6.2. ĐIỀU KHIỂN VẬN TỐC

Để điều khiển tốc độ chuyển động tịnh tiến của pittông-xylanh thủy lực hoặc chuyển động quay của động cơ dầu ta thay đổi lưu lượng dầu cung cấp. Hiện nay có các phương pháp thay đổi lưu lượng như sau :

- Thay đổi lưu lượng cung cấp của bơm dầu, tức là sử dụng các loại bơm điều chỉnh;
- Thay đổi lưu lượng bằng tiết lưu (lỗ tiết lưu hoặc van điều khiển).

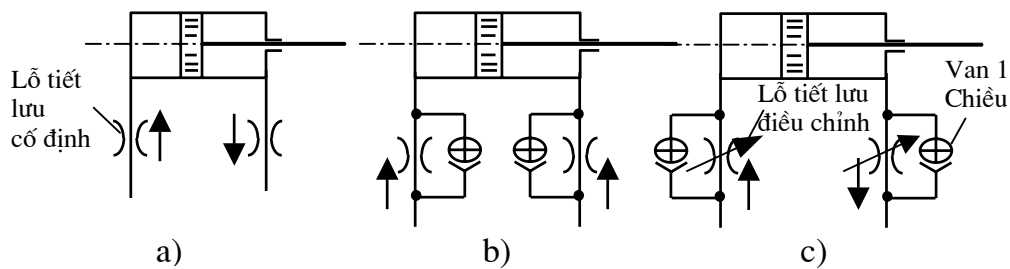
Tuy nhiên thay đổi lưu lượng bằng tiết lưu có năng lượng tiêu tốn thấp, kết cấu gọn, giá thành thấp... nên phù hợp với các mạch điều khiển tốc độ.

6.2.1. Điều khiển tốc độ bằng lỗ tiết lưu

Phương pháp đơn giản nhất là sử dụng các lỗ tiết lưu cố định đặt ngay ở cửa vào, ra của xylanh hoặc động cơ dầu như ở hình 6.11.

Ứng với mỗi tốc độ sẽ có các lỗ tiết lưu khác nhau. Với hình thức điều khiển này tốc độ sẽ bị ảnh hưởng bởi các yếu tố sau :

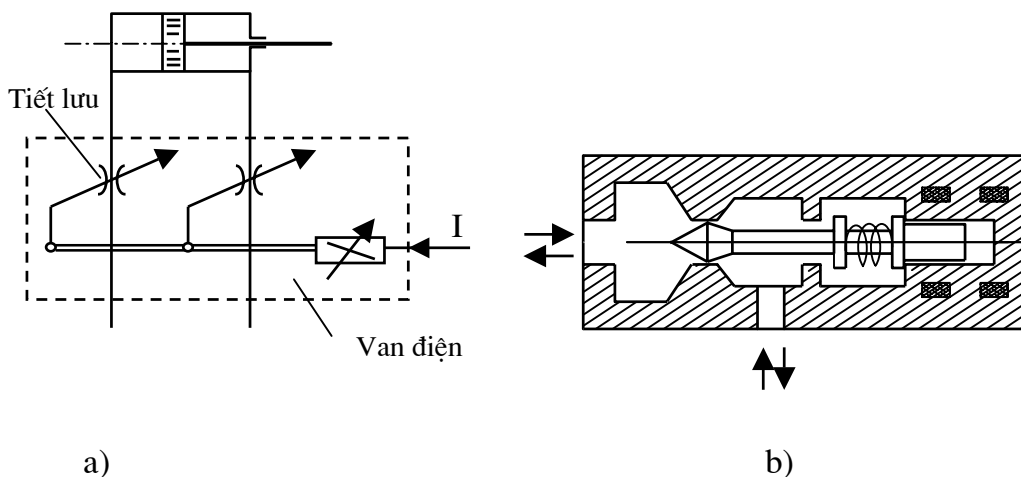
- Hình dáng của lỗ tiết lưu;
- Áp suất của hệ thống và tải tác dụng;
- Độ nhớt và tỷ trọng của chất lỏng.



Hình 6.11. Sơ đồ nguyên lý về điều khiển tốc độ bằng các lỗ tiết lưu

a, b - Với lỗ tiết lưu cố định; c - Với lỗ tiết lưu điều chỉnh

Nếu một trong các yếu tố trên thay đổi trong quá trình chuyển động thì tốc độ của cơ cấu chấp hành sẽ thay đổi, đồng thời phương pháp này khó thực hiện tự động hoá điều khiển.



Hình 6.12. Van tiết lưu điều khiển bằng điện từ

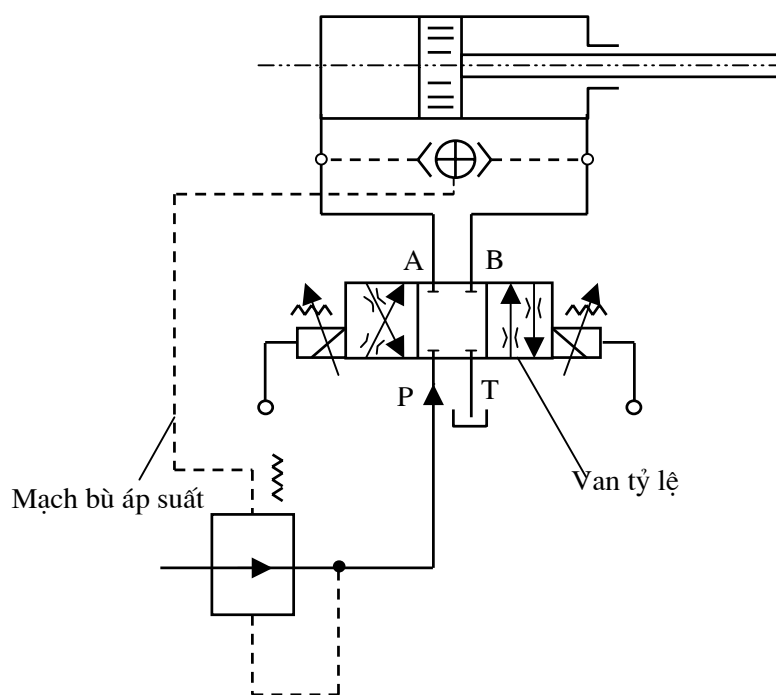
a - Van tiết lưu điều khiển đồng thời hai lỗ tiết lưu;

b - Van tiết lưu có một lỗ tiết lưu.

Hình 6.12 là loại van tiết lưu điều khiển bằng điện từ. Loại này tiết diện chảy được thay đổi nhờ thay đổi dòng điện điều khiển nam châm.

6.2.2. Điều khiển tốc độ bằng van tỷ lệ hoặc van servo

Van tỷ lệ và van servo có thể thay đổi vô cấp lưu lượng qua van thông qua việc thay đổi tiết diện chảy của dầu bằng điện từ. Điều này cho phép thay đổi tốc độ chuyển động của pittông-xylanh hoặc động cơ dầu một cách dễ dàng. Tuy nhiên đối với hệ điều khiển hở, khi áp suất hoặc tải trọng thay đổi thì lưu lượng sẽ thay đổi.



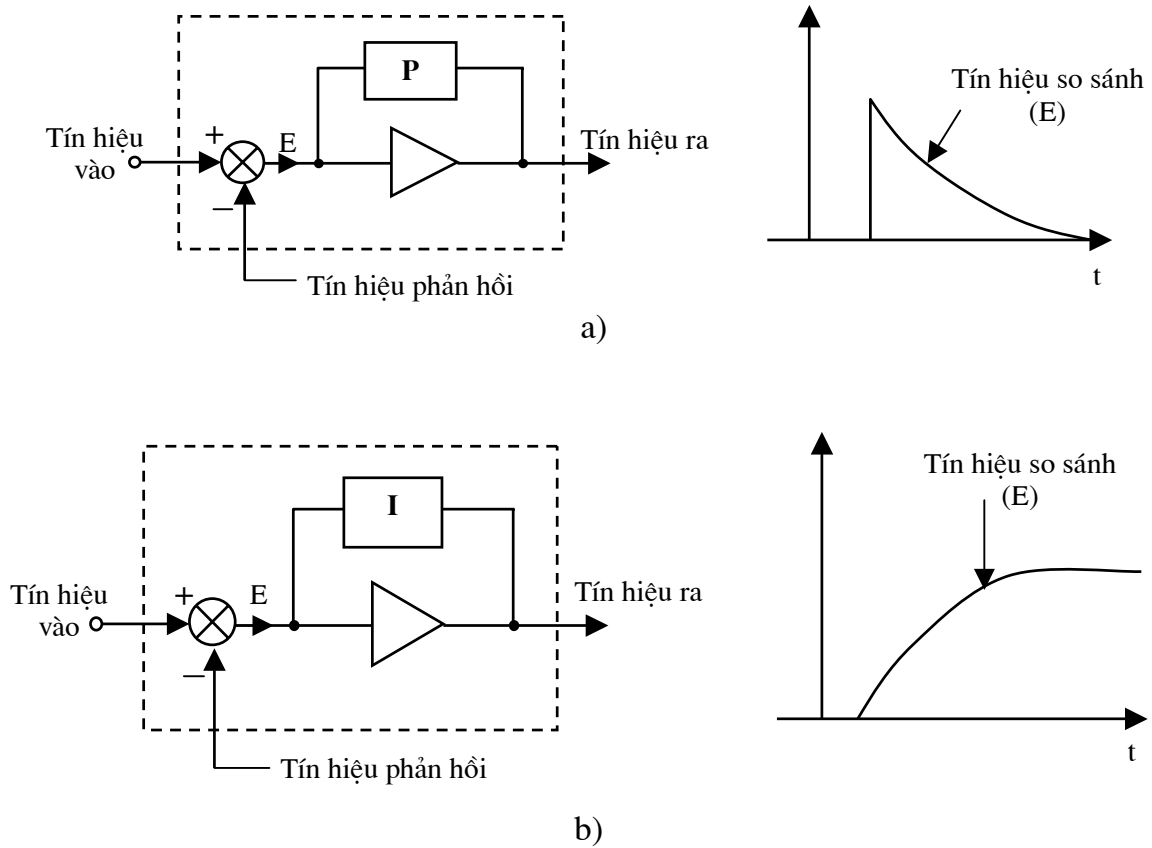
Hình 6.13. Sơ đồ ví dụ ứng dụng van tỷ lệ trong mạch điều khiển tốc độ

Để khắc phục tình trạng này cần sử dụng mạch bù áp suất hình 5.16. Mạch này lấy hiệu áp suất giữa hai buồng của xylanh làm tín hiệu phản hồi để điều chỉnh áp suất vào.

Tương tự như điều khiển vị trí, muốn điều khiển được tốc độ chính xác phải sử dụng mạch điều khiển hệ kín, tức là phải có bộ cảm biến tốc độ để đo và chuyển đổi thành tín hiệu điện cung cấp cho bộ so sánh của bộ khuếch đại. Tín hiệu điều khiển so sánh với tín hiệu phản hồi từ bộ cảm biến chuyển về để hiệu chỉnh những sai số tốc độ do các nguyên nhân từ hệ thống chấp hành gây nên.

Trong mạch điều khiển vị trí hệ kín, vùng chết của van tỷ lệ ảnh hưởng lớn đến độ chính xác điều khiển, còn trong điều khiển vận tốc hệ kín thì vùng chết không ảnh hưởng đến độ chính xác của vận tốc điều khiển, nên người ta nói van tỷ lệ phù hợp với điều khiển vận tốc.

Bộ khuếch đại trong mạch điều khiển vị trí sẽ sử dụng bộ khuếch đại tỷ lệ như trên hình 6.14a, còn trong mạch điều khiển tốc độ là bộ khuếch đại tích phân I như ở hình 6.14b.



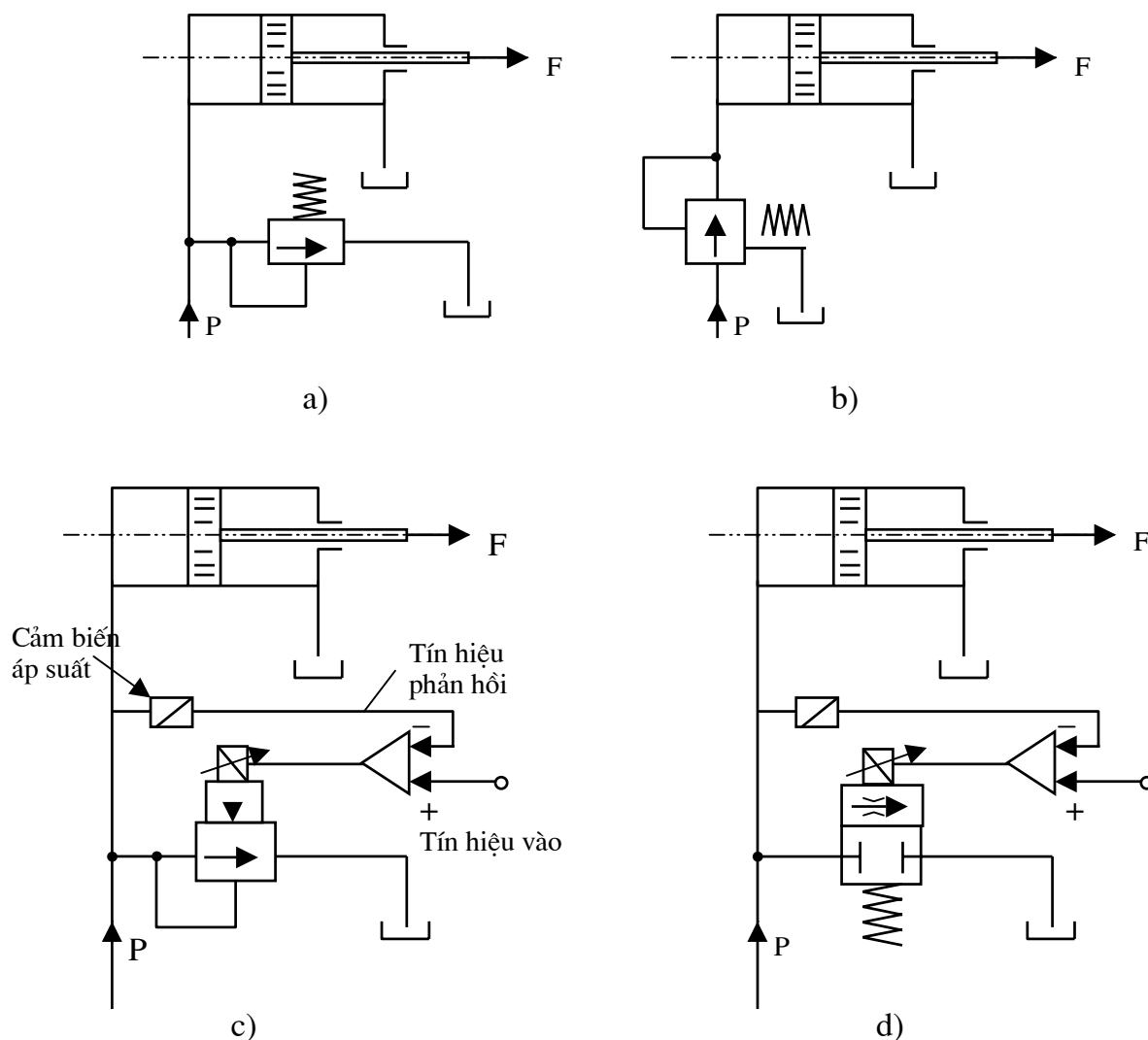
Hình 6.14. Sơ đồ của bộ khuếch đại tỷ lệ và bộ khuếch đại tích phân

a - Bộ khuếch đại tỷ lệ và đồ thị tín hiệu so sánh;

b - Bộ khuếch đại tích phân và đồ thị tín hiệu so sánh.

Trong bộ khuếch đại tích phân, khi tốc độ phản hồi phù hợp với tốc độ điều khiển thì bộ tích phân sẽ duy trì tín hiệu ra. Con trượt của van sẽ duy trì việc cung cấp lưu lượng theo yêu cầu vận tốc chuyển động của pittông xy lanh (hoặc động cơ dầu).

6.3. ĐIỀU KHIỂN TẢI TRỌNG



Hình 6.15. Các sơ đồ điều khiển tải trọng theo áp suất

- a - Hiệu chỉnh áp suất bằng van tràn;
- b - Hiệu chỉnh áp suất bằng van giảm áp;
- c - Điều khiển áp suất theo hệ kín bằng van tràn điện thủy lực;
- d - Điều khiển áp suất theo hệ kín bằng van tỷ lệ.

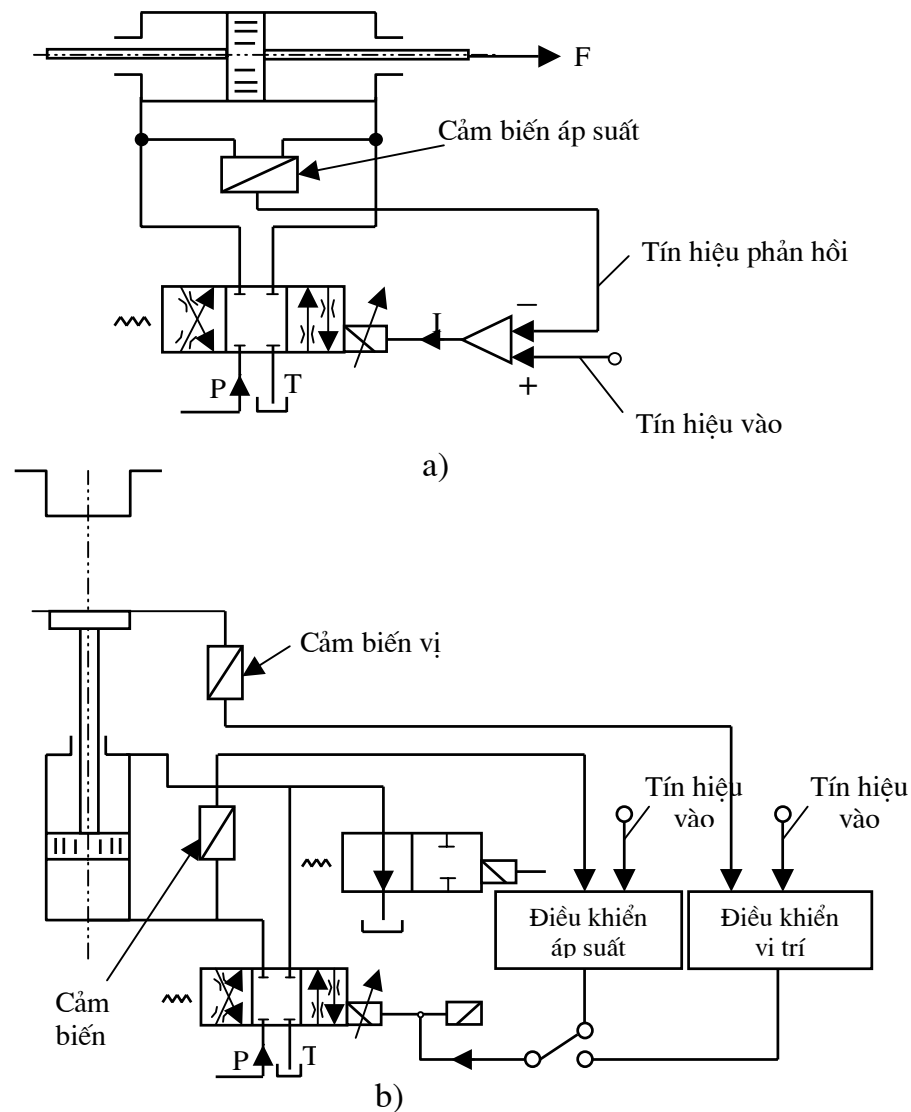
Để điều khiển lực đối với chuyển động tịnh tiến hoặc điều khiển mômen xoắn đối với chuyển động quay người ta thay đổi áp suất làm việc của hệ thống. Trong mạch điều khiển kín, cảm biến sử dụng là cảm biến lực hoặc cảm biến mômen. Tuy nhiên trong đa số các thiết bị hiện nay người ta sử dụng cảm biến áp suất mà vẫn đảm bảo được độ chính xác cần thiết (hình 6.15c, d).

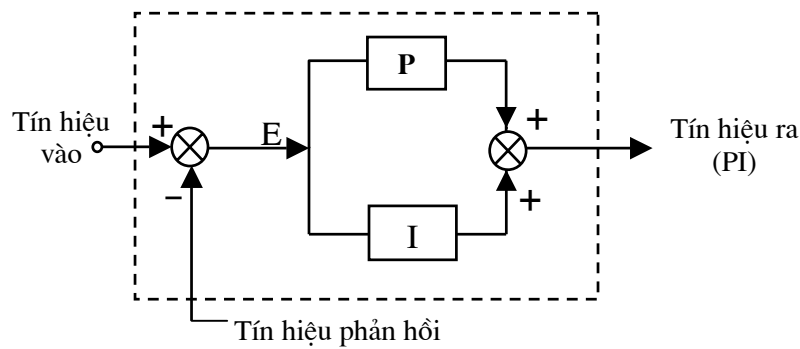
Hình thức điều chỉnh áp suất bằng van tràn hoặc van giảm áp (hình 6.15a, b) là theo hệ hở, độ chính xác thấp do ảnh hưởng bởi các yếu tố liên quan đến điều kiện làm việc như độ nhớt, lưu lượng hay tải trọng thay đổi. Nên nếu yêu cầu độ chính xác cao hơn người ta sử dụng mạch điều khiển kín (hình 6.15c, d). Tín hiệu phản hồi của cảm biến áp suất đưa về bộ khuếch đại của van để so sánh và xử lý nhằm ổn định áp suất theo yêu cầu của tải trọng. Hiện nay van tỷ lệ hiệu suất cao phù hợp với mạch điều khiển áp suất nên nó được sử dụng rộng rãi.

Ngoài ra có một phương pháp điều khiển khác là ứng dụng mạch điều khiển mà cảm biến áp suất là đo hiệu áp giữa hai buồng làm việc của xy lanh (hoặc động cơ dầu) thể hiện ở hình 6.16a.

Tùy thuộc vào yêu cầu sử dụng mà trên một thiết bị có thể phối hợp cả điều khiển vị trí, vận tốc và tải trọng. Hình 6.16 b là ví dụ về mạch điều khiển phối hợp giữa vị trí và tải trọng.

Tương tự như điều khiển vị trí và điều khiển vận tốc, điều khiển áp suất (tải trọng) cũng bị ảnh hưởng các yếu tố như ma sát, rò dầu, độ nhớt thay đổi...làm giảm độ chính xác điều khiển.





c)

Hình 6.16. Các sơ đồ ví dụ về mạch điều khiển tải trọng và bộ điều khiển PI

a - Sơ đồ điều khiển hệ kín bằng bộ đo hiệu áp;

b - Sơ đồ mạch điều khiển áp suất và vị trí; c - Sơ đồ bộ khuếch đại PI.

Tương tự như điều khiển vận tốc, trong mạch điều khiển áp suất, khi tín hiệu phản hồi san bằng với tín hiệu điều khiển thì tín hiệu ra của bộ khuếch đại (bộ điều khiển) phải duy trì tín hiệu đó. Nên trong bộ khuếch đại của điều khiển áp suất có sử dụng mạch điều khiển tích phân I. Tuy nhiên để thời gian đáp ứng nhanh có thể sử dụng thêm mạch điều khiển tỷ lệ P và hình 6.14c gọi là mạch điều khiển theo PI.

6.4. CÁC VÍ DỤ ỨNG DỤNG

Ví dụ 1. Hình 6.17, hình 6.18, hình 6.20, hình 6.22, hình 6.23 và hình 6.25 là các sơ đồ lắp ráp hệ điều khiển thủy lực chuyển động thẳng và hệ thủy lực chuyển động quay, trong đó van servo BD062 là thiết bị trực tiếp nhận tín hiệu dòng điện I từ bộ khuếch đại BD90 và truyền tín hiệu lưu lượng Q cho cơ cấu chấp hành (xy lanh thủy lực hoặc động cơ thủy lực).

Bộ khuếch đại BD90 là một bộ điều khiển. Bộ điều khiển này có thể thực hiện điều khiển tương tự hoặc điều khiển số. Để thực hiện điều khiển số phải có thêm carte acquisition thực hiện chuyển đổi A/D và D/A, carte này được nối ghép tương thích với bộ khuếch đại BD90.

Có thể tham khảo đặc tính kỹ thuật của một số phân tử điều khiển như sau :

* *Đặc tính kỹ thuật của servo-van BD062 - Parker electrohydraulic:*

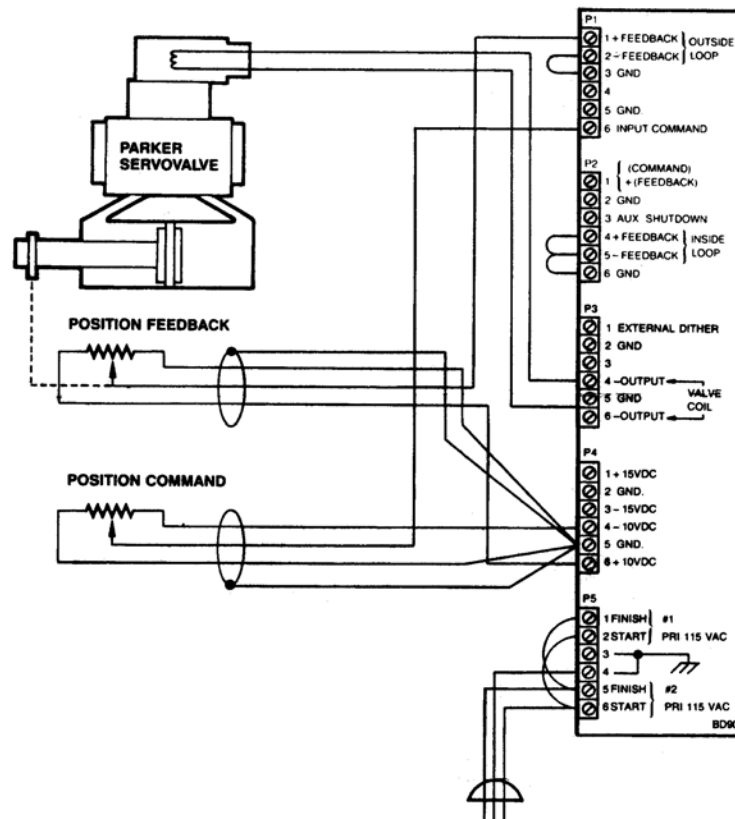
- Lưu lượng (khi áp suất $70,3 \text{ kg/cm}^2$) : $0 \div 76,734 \text{ l/p}$ ($1278,9 \text{ cm}^3/\text{s}$).
- Áp suất làm việc là : $15 \div 315 \text{ Bar}$ ($15,466 \div 316,35 \text{ kg/cm}^2$).
- Dòng điện định mức : 100 mA .
- Điện trở của cuộn dây : 28Ω .
- Nhiệt độ làm việc : $-1^0 \div 106^0 \text{ C}$.
- Tổn thất áp suất ít nhất là : 30% .
- Độ tuyến tính của đặc tính I - Q : $\leq 10\%$.
- Độ sai lệch do từ trễ của đặc tính I - Q : $\leq 5\%$.
- Độ trượt của đặc tính I - Q : $\leq 2\%$.

* *Đặc tính kỹ thuật của cảm biến vị trí đo chiều dài :*

- Số PN 9810903, Waters Lofngellow.
- L_{MAX} : 12 in (30,48 cm).
- Điện trở : 5 k Ω .
- Điện áp MAX : < 100 V DC.
- Nhiệt độ đến : 70 $^{\circ}$ c.
- Sai số tuyến tính : $\leq 0,1\%$.

* *Đặc tính kỹ thuật của bộ khuếch đại BD90 -Parker electrohydraulic:*

- Điện áp nguồn 115 V hoặc 230 V, công suất 30 VA, tần số 50/60 Hz.
- Tín hiệu điều khiển ± 14 V DC và ± 28 mA.
- Hệ số khuếch đại : Mạch điều khiển : K= 5 nếu lắp J5 và K= 10 nếu lắp J6 .
Mạch phản hồi : K= 5 nếu lắp J18 và K=10 nếu lắp J19.



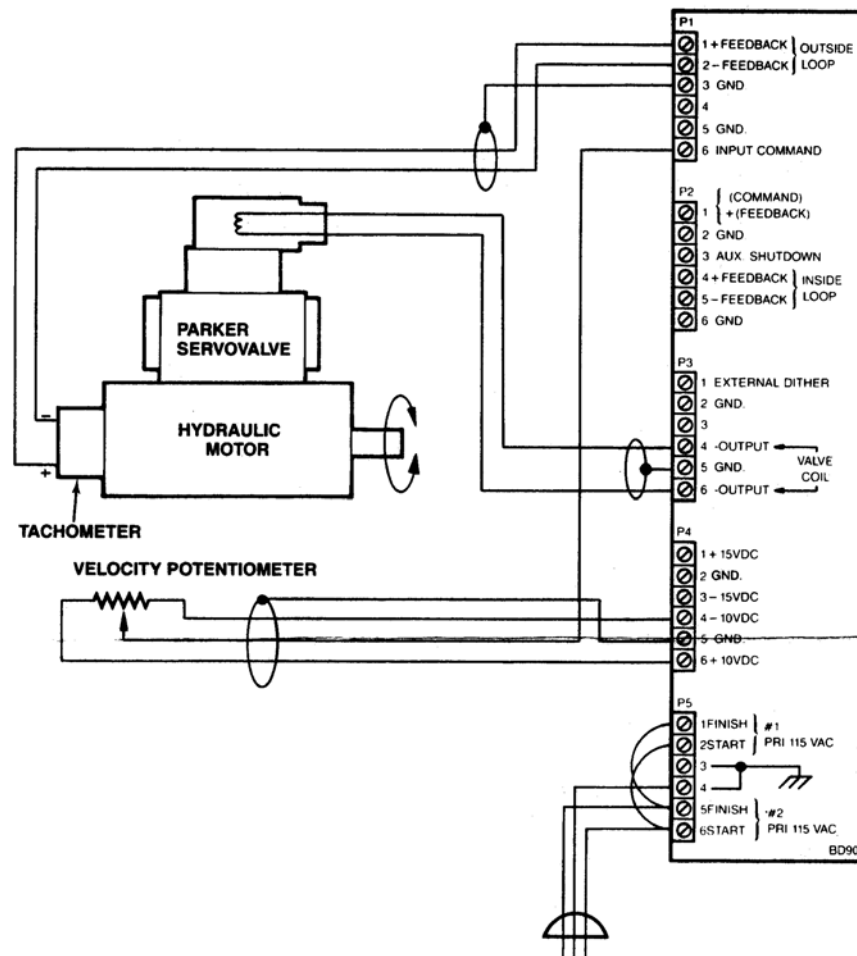
Hình 6.17. Sơ đồ lắp ráp mạch điều khiển vị trí của hệ thủy lực chuyển động thẳng

- Nhiệt độ làm việc : 0 $^{\circ}$ C ÷ 70 $^{\circ}$ C .
- Bộ làm đều PID .
- Điện áp cung cấp cho các loại cảm biến : ± 10 V, ± 15 V .
- Tùy theo yêu cầu sử dụng mà hiệu chỉnh bộ khuếch đại để đạt các thông số kỹ thuật khác nhau.

* *Các đặc tính kỹ thuật của Lab-PC⁺-National instruments corporation*

- Điện áp bảo vệ : ± 45 V.

- Điện áp vào và ra : Unipolar (đơn cực) $0 \div 10 \text{ V}$; Bipolar (2 cực) $\pm 5 \text{ V}$.
- Dòng lớn nhất $\pm 2 \text{ mA}$.
- Hệ số khuếch đại điều khiển : 1; 2; 5; 10; 20; 50 hoặc 100.
- 01 bộ 12 bit ADC để phân tích tín hiệu tương tự có điện áp là 2,44 V ứng với hệ số khuếch đại bằng 1. Khi hệ số khuếch đại >1 thì tín hiệu điều khiển chính xác hơn ($2,44 \mu\text{v}$) và đầu ra ADC từ 12 bit sẽ tự động tăng lên thành 16 bit.
- 02 bộ DAC 16 bit .
- 03 bộ định giờ 16 bit để đếm tần số, đếm sự kiện và tính thời gian .
- Bộ giao diện 8 bit - DMA.



Hình 6.18. Sơ đồ lắp ráp mạch điều khiển vị trí của hệ thủy lực chuyển động quay

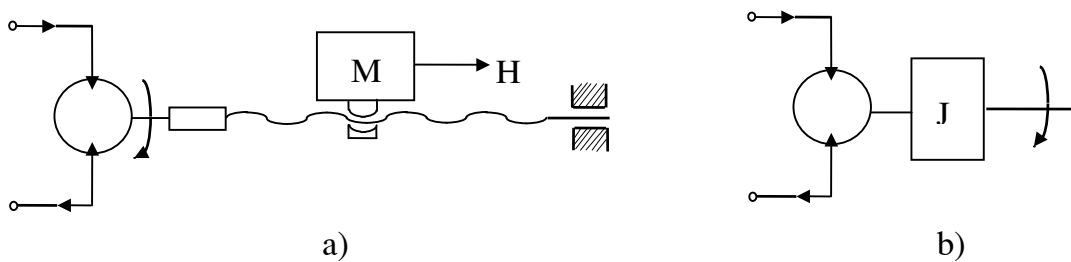
- Sai số điện áp hiệu chỉnh : 0V .
- Bộ ổn định thời gian (chính xác $\pm 0,02\%$) :
 - Hệ số khuếch đại ≤ 10 chính xác đến $14 \mu\text{s}$;
 - Hệ số khuếch đại 20; 50 chính xác đến $20 \mu\text{s}$;
 - Hệ số khuếch đại 100 chính xác đến $33 \mu\text{s}$.
- ACH (0-7) là 8 kênh đầu vào, DAC0 OUT và DAC1 OUT là 2 kênh đầu ra
- Bộ bù nhiệt độ cho phép nhiệt độ hoạt động là $0^{\circ} \div 70^{\circ} \text{C}$.

- Độ ẩm 5% ÷ 90% và không ngưng tụ nước.
- Trạm liên kết SC-2071.
- Cáp nối P/N 180524-10 , 50 sợi.
- Có thể lập trình với Lab View , Lab Windows/cvi và LabWindows.
- Các phần mềm kèm theo : Daqware ; Ni-Daq Dos ; Ni-Daq Windows và Ni-Daq Windows NT. Số phần mềm : 776703-01.

Ví dụ 2: Mô hình điều khiển vị trí của hệ điều khiển khi sử dụng van tỷ lệ. Ví dụ này giới thiệu mô hình toán học và mô hình điều khiển vị trí của hệ điều khiển động cơ thủy lực ứng dụng để thực hiện chuyển động tịnh tiến. Để thực hiện chuyển động tịnh tiến cơ cấu chấp hành, ngoài điều khiển bằng xy lanh thủy lực còn có thể điều khiển bằng động cơ thủy lực kết hợp với bộ truyền động cơ khí để biến chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến.

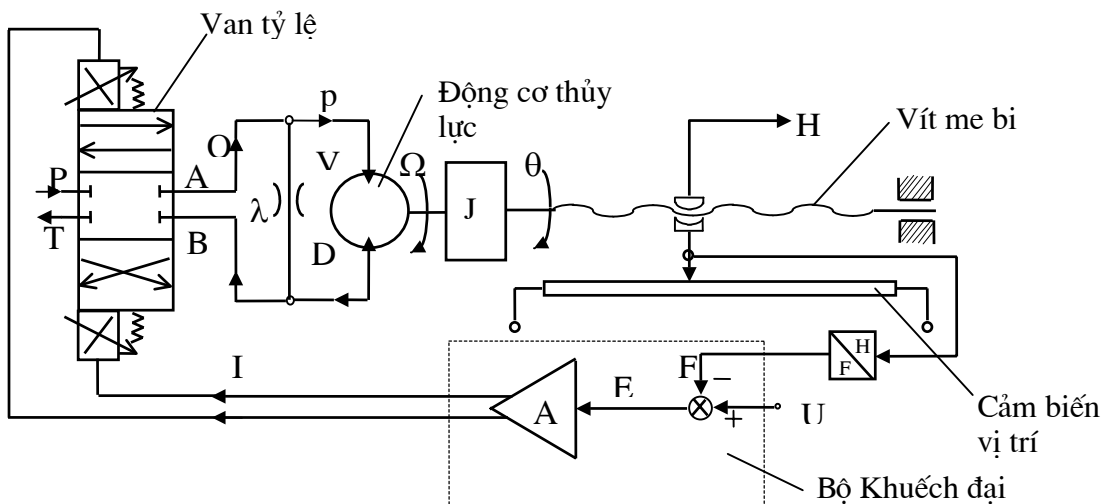
Mô hình nghiên cứu là cụm truyền động điều khiển dịch chuyển của bàn công tác Hình 6.19a, trong đó rôto của động cơ thủy lực được nối với bàn công tác thông qua bộ truyền vít me-đai ốc bi. Trong tính toán, khối lượng quán tính M của bàn công tác được quy về trục của rotor và có mômen quán tính khối lượng là J, thể hiện ở hình 5.19b. Mômen quán tính J xác định theo công thức sau :

$$J = \frac{M}{(2\pi.t_x)^2} \quad (6.1)$$



Hình 6.19. Mô hình quy đổi của bàn công tác

Sơ đồ hệ thống điều khiển được xây dựng như trên hình 6.20.



Hình 6.20. Sơ đồ mạch điều khiển vị trí chuyển động tịnh tiến bằng động cơ thủy lực

U-Tín hiệu điều khiển; E-Tín hiệu so sánh; K_A -Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại A; I-Dòng điện điều khiển; K_V -Hệ số khuếch đại của van; Q-Lưu lượng cung cấp của van; λ -Hệ số tổn thất lưu lượng; p_S -Áp suất cung cấp; p_T -Áp suất ra khỏi van; p-Áp suất làm việc của động cơ thủy lực; D_m -Hệ số kết cấu của động cơ thủy lực; V-Thể tích chứa dầu trong buồng công tác; B-Môđun đàn hồi của dầu; J-Giá trị của mômen quán tính khối lượng quy đổi về trục động cơ thủy lực; Ω -Vận tốc góc của rôto; θ -Góc quay của rôto; K_C -Hệ số khuếch đại của cảm biến vị trí; F-Tín hiệu phản hồi; H-Hành trình dịch chuyển tịnh tiến của bàn công tác; t_x - Bước của vít me bi.

Để xác định hàm truyền, hệ số khuếch đại hệ thống và tìm các thông số khác của hệ cần ứng dụng lý thuyết điều khiển tự động và trên cơ sở các ví dụ ở mục 4.5.

Để thiết lập được mô tả toán học của hệ thống trên ta có một số giả thiết như sau : Hệ thống nghiên cứu là hệ tuyến tính, bộ khuếch đại và van tỷ lệ là các khâu khuếch đại, bỏ qua ma sát trên trục truyền động, không kể đến tải trọng tác động từ bên ngoài, bỏ qua biến dạng đàn hồi của dầu trên đường ống dẫn.

Các phương trình mô tả của hệ gồm :

Phương trình cân bằng lưu lượng :

$$Q = K_V \cdot I = D_m \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{dp}{dt} + \lambda \cdot p \quad (6.2)$$

Phương trình cân bằng mômen trên trục rôto :

$$D_m \cdot p = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (6.3)$$

Quan hệ giữa dòng điện điều khiển van với tín hiệu điều khiển và tín hiệu phản hồi là :

$$I = K_A \cdot (U - H \cdot K_C) \quad (6.4)$$

$$K_C = \frac{F}{H}$$

Quan hệ giữa lượng dịch chuyển của bàn công tác H và góc quay của trục rôto θ là :

$$H = \frac{t_x}{2\pi} \cdot \theta \quad (6.5)$$

Để thiết lập được sơ đồ khối của mạch điều khiển vị trí, trước hết ta nghiên cứu quan hệ giữa lưu lượng cung cấp của van Q và góc quay của trục rôto θ .

Từ phương trình (6.2) và (6.3) ta có :

$$p = \frac{J}{D_m} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad \frac{dp}{dt} = \frac{J}{D_m} \cdot \frac{d^3\theta}{dt^3} \quad (6.6)$$

và

$$Q = D_m \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\lambda \cdot J}{D_m} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m} \cdot \frac{d^3\theta}{dt^3} \quad (6.7)$$

Phương trình Laplace của (6.7) là :

$$Q(s) = (D_m + \frac{\lambda \cdot J}{D_m} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m} \cdot s^2) \cdot s \cdot \theta(s) \quad (6.8)$$

Hàm truyền $\frac{\theta(s)}{Q(s)}$ là :
$$\frac{\theta(s)}{Q(s)} = \frac{1/D_m}{(1 + \frac{\lambda \cdot J}{D_m^2} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m^2} \cdot s^2)} \cdot \frac{1}{s} \quad (6.9)$$

hoặc :
$$\frac{\theta(s)}{Q(s)} = \frac{K_M}{1 + 2 \cdot \zeta \cdot T \cdot s + T^2 \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (6.10)$$

trong đó : $T = \sqrt{\frac{V \cdot J}{2B \cdot D_m^2}}$ - Hằng số thời gian;

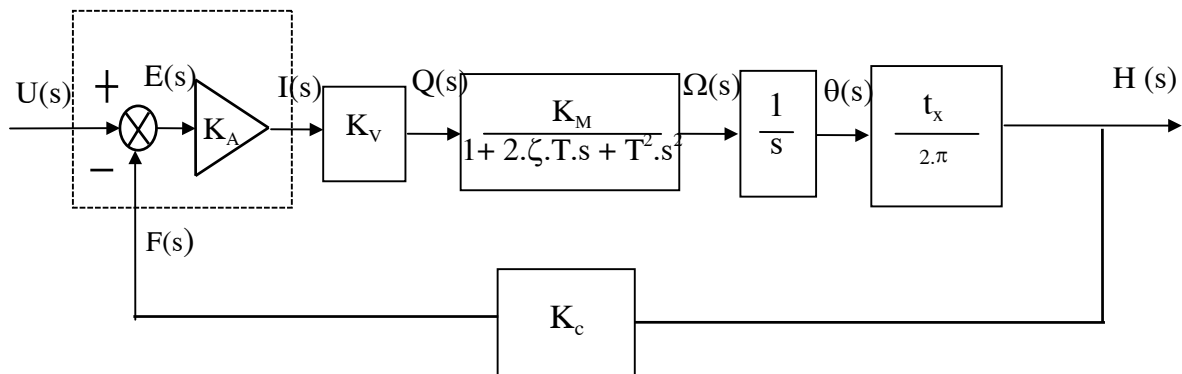
$\zeta = \sqrt{\frac{B \cdot \lambda^2 \cdot J}{2D_m^2 \cdot V}}$ - Hệ số tắt dần;

$\omega_0 = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{2B \cdot D_m^2}{V \cdot J}} = \sqrt{\frac{C_H}{J}}$ - Tần số dao động riêng; (6.11)

$C_H = \frac{2B \cdot D_m^2}{V}$ - Độ cứng thủy lực;

$K_M = 1/D_m$ - Hệ số khuếch đại.

Từ (6.4), (6.5) và (6.10) ta lập được sơ đồ khối của mạch điều khiển như sau :



Hình 6.21. Sơ đồ khối của mạch điều khiển vị trí

Từ sơ đồ khối trên hình 6.21 ta tính được hệ số khuếch đại của hệ thống trên là :

$$K_H = K_A \cdot K_V \cdot \frac{1}{D_m} \cdot \frac{t_x}{2\pi} \cdot K_C \quad , \quad (1/s) \quad (6.12)$$

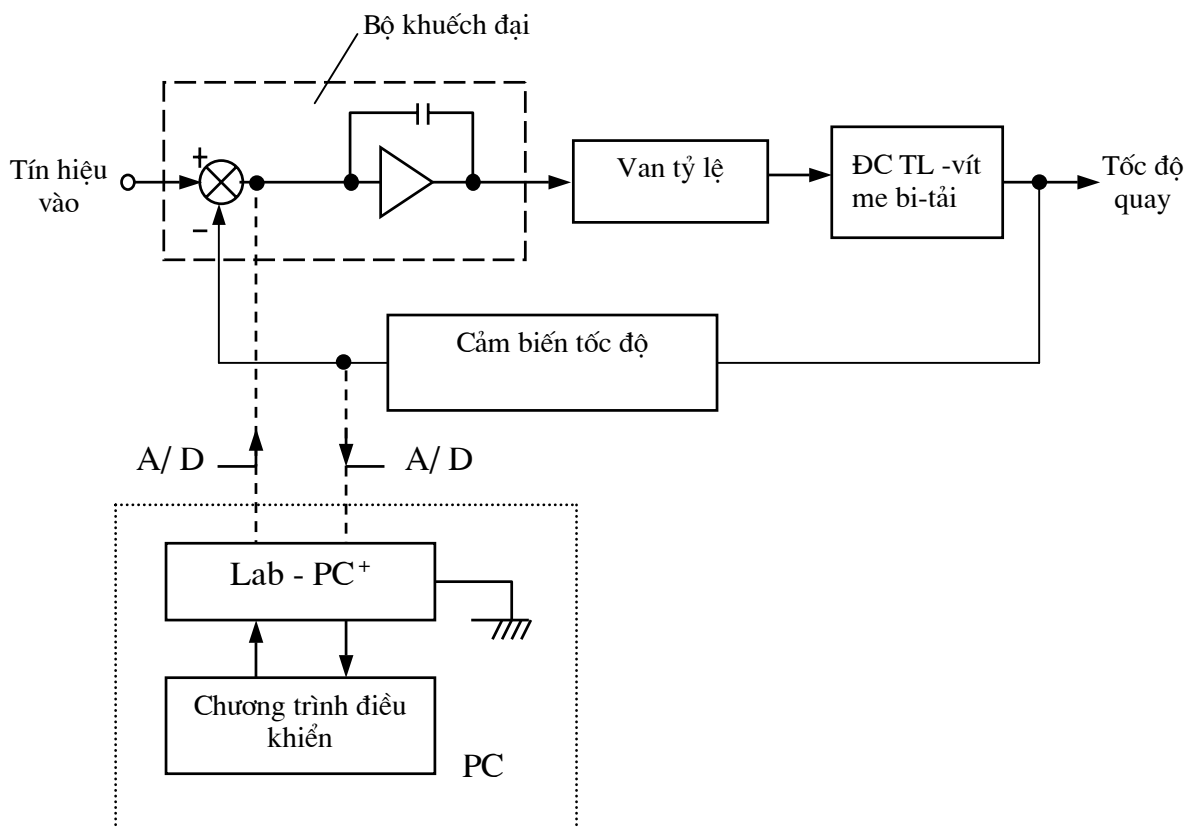
Thời gian không đổi : $\tau = \frac{1}{K_H}$, (s) ; Thời gian đáp ứng $t \approx 5\tau$.

Ví dụ trên được ứng dụng cho thiết bị có các bộ phận và thông số chính như sau :

- Động cơ dầu : Delta power hydraulic Co, Rockford Illinois, Model 16 - Z-3.
- Van tỷ lệ : D.ER-F-WV-4/3-MM, Festo Didactic.
- Bộ khuếch đại (Amplificater) : Festo Didactic.

- Cảm biến vị trí : Longfellow, Data Instruments , Sai số tuyến tính 0,1%.
- Các thông số chính : $p=35 \text{ kg/cm}^2$; $Q=11 \text{ l/p}$; $m=5 \text{ kg}$; $D_m=12 \text{ cm}^3/\text{rad}$;
 $K_C= 0,327 \text{ V/cm}$; $K_V=11,5 \text{ (cm}^3/\text{s)}/\text{mA}$; $\beta=1,4.107 \text{ kg/cm}^2$; $t_x = 4 \text{ mm}$.

Mạch điều khiển trên được nối với máy tính thông qua bộ chuyển đổi A/D và D/A là Lab-PC⁺ , National Instruments Corporation, sơ đồ thể hiện ở hình 6.22. Thiết bị điều khiển theo PI qua thuật toán trong chương trình điều khiển. Các tín hiệu vào và ra được lưu trữ trong các file số liệu.



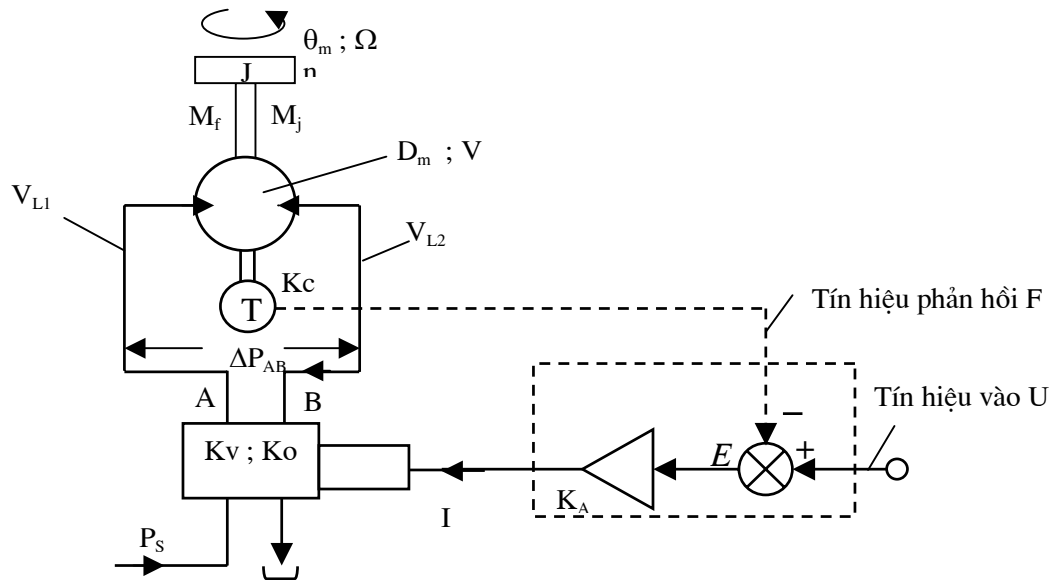
Hình 6.22. Sơ đồ khối nối ghép giữa các phân tử của mạch điều khiển vị trí

Như vậy hệ thống điều khiển này sẽ giải quyết những vấn đề sau :

- Xác định được tần số dao động riêng và hệ số tắt dần của cụm truyền động động cơ thủy lực-vít me đai ốc bi.
- Thiết lập mô tả toán học và sơ đồ khối của mô hình điều khiển.
- Xác định hệ số khuếch đại hệ thống.
- Nghiên cứu các vấn đề liên quan đến đặc tính động lực học, các vấn đề khác như độ ổn định, độ chính xác điều khiển cũng như chọn chế độ làm việc tối ưu.

Ví dụ 3 : Mô hình điều khiển tốc độ của động cơ thủy lực khi sử dụng van servo.

Hình 6.23 là sơ đồ điều khiển tốc độ quay của trục động cơ thủy lực. Phương pháp nghiên cứu mô hình này gần giống với ví dụ 1. Đây là một mạch điều khiển hệ kín và tuyến tính, cơ cấu chấp hành đã được thu gọn về trục động cơ thủy lực qua giá trị của mômen quán tính khối lượng J .



Hình 6.23. Sơ đồ điều khiển tốc độ của động cơ thủy lực bằng van servo

U- Tín hiệu điều khiển ; E- Tín hiệu so sánh; F- Tín hiệu phản hồi; I- Dòng điện điều khiển điều khiển van servo; K_v - Hệ số khuếch đại của van servo; K_o - Hệ số thoát dầu qua van servo; Q- Lưu lượng cung cấp của van; p_s - Áp suất cung cấp; p_T - Áp suất ra khỏi van; p- Áp suất làm việc của động cơ thủy lực; f- Hệ số ma sát nhớt; D_m - Hệ số kết cấu của động cơ thủy lực; V- Thể tích chứa dầu trong buồng công tác động cơ thủy lực; B- Môđun đàn hồi của dầu; J- Giá trị của mômen quán tính quy đổi về trục động cơ thủy lực; Ω - Vận tốc góc của trục động cơ thủy lực; K_c - Hệ số khuếch đại của cảm biến tốc độ; K_A - Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại.

Ngoài các giả thiết như bài toán ở ví dụ 1, bài toán này có tính đến ma sát nhớt trên trục động cơ.

Phương trình mô tả hoạt động của hệ thống như sau :

$$Q = D_m \cdot \Omega + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{dp}{dt} + \lambda \cdot p \quad (6.13)$$

$$D_m \cdot p = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega \quad (6.14)$$

Phương trình Laplace :

$$Q(s) = D_m \cdot \Omega(s) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot s \cdot p(s) + \lambda \cdot p(s)$$

$$D_m \cdot p(s) = J \cdot s \cdot \Omega(s) + f \cdot \Omega(s) \quad (6.15)$$

$$Q(s) = K_V \cdot I(s) - K_0 \cdot p(s)$$

$$I(s) = K_A \cdot E(s) ; E(s) = U(s) - K_C \cdot \Omega(s)$$

Suy ra :

$$Q(s) = D_m \cdot \Omega(s) + \left(\frac{V}{2B} \cdot s + \lambda \right) \left(\frac{J \cdot s + f}{D_m} \right) \cdot \Omega(s)$$

Hàm truyền :

$$\frac{\Omega(s)}{Q(s)} = \frac{(D_m^2 + \lambda \cdot f) / D_m}{1 + \frac{V \cdot f + 2B \cdot J \cdot \lambda}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot s + \frac{V \cdot J}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot s^2} \quad (6.16)$$

Nếu đặt :

$$K_V = \frac{D_m^2 + \lambda \cdot f}{D_m} ;$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{V \cdot J}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)}} ; T_2 = \frac{V \cdot f + 2B \cdot J \cdot \lambda}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} ; \quad (6.17)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{T_1} = \sqrt{\frac{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)}{V \cdot J}} ; \zeta = \frac{T_2}{2 \cdot T_1} = \frac{1}{2} \frac{V \cdot f + 2B \cdot J \cdot \lambda}{\sqrt{2B \cdot V \cdot J \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)}}$$

thì :

$$\frac{\Omega(s)}{Q(s)} = \left(\frac{K}{T_1^2 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + 1} \right) = \left(\frac{K}{T_1^2 \cdot s^2 + 2\zeta \cdot T_1 \cdot s + 1} \right) \quad (6.18)$$

và :

$$\frac{\Omega(s)}{E(s)} = \frac{K_\Omega}{\tau_1^2 \cdot s^2 + \tau_2 \cdot s + 1} \quad (6.19)$$

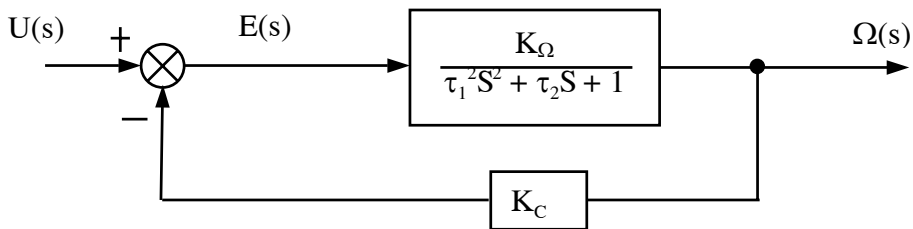
với :

$$K_\Omega = \frac{K_V \cdot K \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f} ;$$

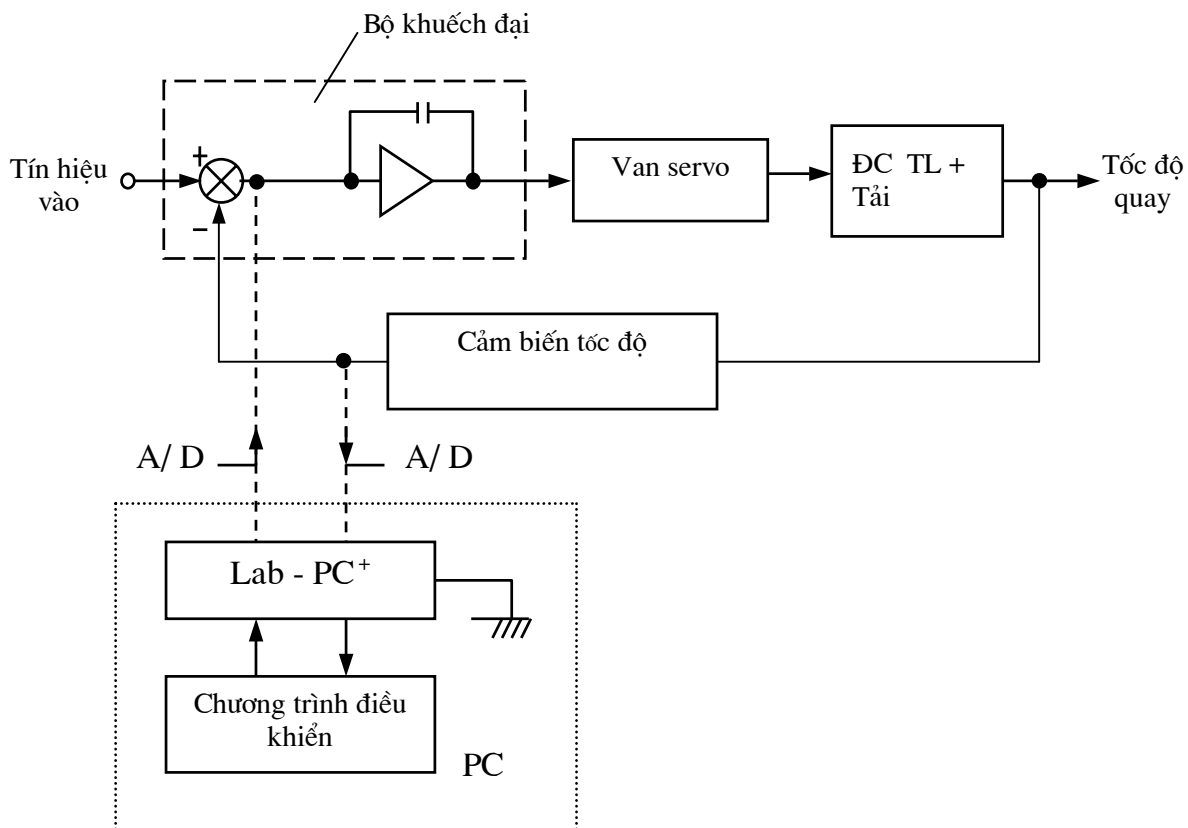
$$\tau_1 = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{V \cdot J}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)} \cdot \frac{D_m}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f}} \quad (6.20)$$

$$\tau_2 = \frac{T_2 \cdot D_m + K \cdot K_0 \cdot J}{D_m + K \cdot K_0 \cdot f} = \frac{V \cdot f \cdot D_m + 2B \cdot J \cdot \lambda \cdot D_m + 2B \cdot K \cdot K_0 \cdot J \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f)}{2B \cdot (D_m^2 + \lambda \cdot f) \cdot (D_m + K \cdot K_0 \cdot f)}$$

Từ quan hệ giữa các bộ phận và hàm truyền của chúng, sơ đồ khối của hệ trên có thể rút gọn như ở hình 6.24.



Hình 6.24. Sơ đồ khối rút gọn của mạch điều khiển tốc độ



Hình 6.25. Sơ đồ khối nối ghép giữa các phần tử của mạch điều khiển tốc độ

Sơ đồ ở hình 6.25 thể hiện quan hệ về tín hiệu giữa các phần tử điều khiển và cơ cấu chấp hành. Bộ khuếch đại servo sử dụng điều khiển theo PI, carte giao tiếp để thực hiện điều khiển số là loại carte vận năng gắn trong máy tính hoặc bằng carte chuyên dùng.

Hệ số khuếch đại của hệ được tính theo công thức sau :

$$K_{v\Omega} = K_A \cdot K_V \cdot K_m \cdot K_C = K_{\Omega} \cdot K_C \quad , \quad (1/s) \quad (6.21)$$

Từ các kết quả trên tiến hành nghiên cứu các chỉ tiêu liên quan đến chất lượng điều khiển như đã giới thiệu trong các phần khác của giáo trình này.

Chương 7

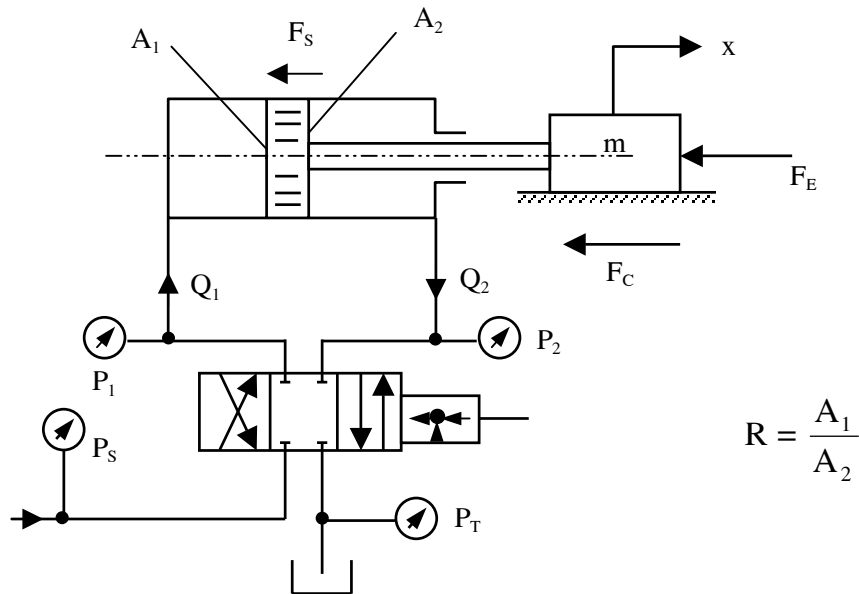
TÍNH TOÁN, THIẾT KẾ CÁC MẠCH ĐIỀU KHIỂN
TỰ ĐỘNG THỦY LỰC

7.1. TÍNH TOÁN ÁP SUẤT VÀ LƯU LƯỢNG

7.1.1. Hệ thủy lực thực hiện chuyển động tịnh tiến

Áp suất và lưu lượng dầu cung cấp cho xylanh thủy lực là hai đại lượng quan trọng đảm bảo cho hệ truyền được tải trọng, vận tốc hoặc vị trí cần thiết.

Để tính toán các đại lượng trên ta hãy phân tích sơ đồ trên hình 7.1.



$$R = \frac{A_1}{A_2}$$

Hình 7.1. Sơ đồ tính toán áp suất và lưu lượng của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến

- Lực quán tính : $F_a = m.a$ (7.1)

$$F_a = \frac{W_L}{g}.a \text{ - theo hệ Anh}$$

- Lực ma sát : $F_c = m.g.f$ (7.2)

$$F_c = W_L.f \text{ - theo hệ Anh}$$

- Lực ma sát trong xylanh F_s thường bằng 10% lực tổng cộng, nghĩa là :

$$F_s = 0,10.F$$
 (7.3)

- Lực do tải trọng ngoài F_E .

- Lực tổng cộng tác dụng lên pittông sẽ là :

$$F = \frac{m.a}{1000} + F_c + F_s + F_E \quad (\text{daN})$$
 (7.4)

hoặc theo hệ Anh :

$$F = \frac{W_L \cdot a}{32,2 \cdot 12} + F_c + F_s + F_E \quad (\text{lbf}) \quad (7.5)$$

Trong các công thức trên :

m - khối lượng chuyển động, kg;

W_L - trọng lực, (lbf);

a - gia tốc chuyển động, cm/s^2 (in/s²);

F_c - lực ma sát của bộ phận chuyển động, daN (lbf);

F_E - ngoại lực, daN (lbf);

F_s - lực ma sát trong pittông-xylanh, daN (lbf).

Phương trình cân bằng pittông :

$$P_1 \cdot A_1 = P_2 \cdot A_2 + F \quad (7.6)$$

Đối với xylanh không đối xứng thì lưu lượng ra và vào không bằng nhau.

$$Q_1 = Q_2 \cdot R \text{ với } R = \frac{A_1}{A_2} \quad (7.7)$$

Độ sụt áp qua van sẽ tỷ lệ với bình phương hệ số diện tích R , nghĩa là :

$$P_s - P_1 = (P_2 - P_T) \cdot R^2 \quad (7.8)$$

trong đó : P_1 và P_2 - áp suất ở 2 buồng của xylanh;

P_s - áp suất dầu cung cấp cho van;

P_T - áp suất dầu ra khỏi van;

A_1 và A_2 - diện tích hai phía của pittông.

Từ công thức (7.6) và (7.8) ta tìm được P_1 và P_2 như sau :

$$P_1 = \frac{P_s \cdot A_2 + R^2 (F + P_T \cdot A_2)}{A_2 \cdot (1 + R^3)} \quad (7.9)$$

$$P_2 = P_T + \frac{P_s - P_1}{R^2} \quad (7.10)$$

Lưu lượng dầu vào xylanh để pittông chuyển động với vận tốc cực đại là :

$$Q_L = v_{\max} \cdot A_1 \text{ , (cm}^3/\text{s)} \quad (7.11)$$

hoặc :

$$Q_L = \frac{v_{\max}}{16,7} \cdot A_1 \text{ , (l/p)} \quad (7.12)$$

Nếu tính theo hệ Anh thì : $Q_L = v_{\max} \cdot A_1 \text{ , (in}^3/\text{s)}$

hoặc : $Q_L = \frac{v_{\max}}{3,85} \cdot A_1 \text{ , (usgpm)}$

Lưu lượng dầu qua van ứng với độ sụt áp 35 bar (500 PSI) là :

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{35}{P_S - P_1}} \quad , \quad (l/b) \quad (7.13)$$

Tính theo hệ Anh :

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{500}{P_S - P_1}} \quad , \quad (usgpm)$$

Với cách phân tích như trên khi pittông làm việc theo chiều ngược lại thì :

$$P_1 = P_T + (P_S - P_2) \cdot R^2 \quad (7.14)$$

$$P_2 = \frac{P_S \cdot A_2 \cdot R^3 + F + P_T \cdot A_2 \cdot R}{A_2 \cdot (1 + R^3)} \quad (7.15)$$

Và Q_R cũng xác định tương tự như công thức (7.13). Lưu lượng lớn nhất của một trong hai trường hợp trên sẽ được dùng để chọn van.

Bài toán trên cũng ứng dụng cho xy lanh có kết cấu đối xứng ($A_1 = A_2$) và tải trọng âm.

Ví dụ 7.1:

Cho hệ thống thủy lực chuyển động tịnh tiến có sơ đồ như trên hình 7.2. Hãy xác định lưu lượng cung cấp của van.

Xét hành trình dương (x^+) ta có :

Lực tổng cộng tác dụng lên pittông là :

$$F = \frac{m \cdot a}{1000} + F_C + F_S + F_E \quad (7.16)$$

Với : $a = 16 \text{ m/s}^2 = 1600 \text{ cm/s}^2$

$$F_C = m \cdot g \cdot f = 1200 \times 9,81 \times 0,32 = 3767 \text{ N} \approx 3767 \text{ daN}$$

$$F_E = 17500 \text{ N} = 1750 \text{ daN}$$

Thay các số liệu vào công thức (7.16) ta được :

$$F = \frac{1200 \times 1600}{1000} + 377 + 1750 + F_S$$

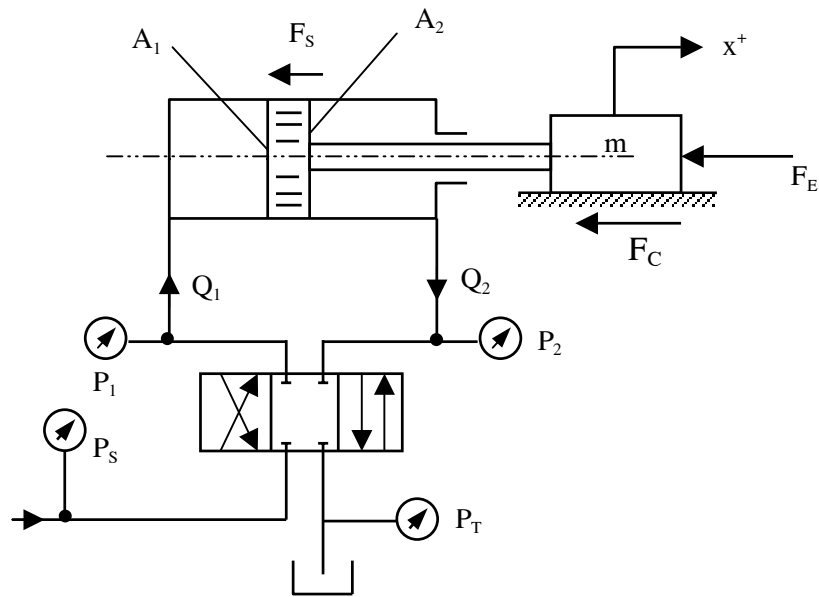
$$A_1 = 53,5 \text{ cm}^2 \quad (8,3 \text{ in}^2) \quad ; \quad A_2 = 38,1 \text{ cm}^2 \quad (5,9 \text{ in}^2) \quad ;$$

$$P_S = 210 \text{ bar} \quad (3000 \text{ PSI}) \quad ; \quad P_T = 5,25 \text{ bar} \quad (75 \text{ PSI}) \quad ;$$

$$F_E = 17500 \text{ N} \quad (3930 \text{ lbf}) \quad ; \quad m = 1200 \text{ kg} \quad (W_L = 2645 \text{ lbf}) \quad ;$$

$$a = 16 \text{ m/s}^2 \quad (52,5 \text{ fl/s}^2) \quad ; \quad V_{\max} = 30 \text{ cm/s} \quad (12 \text{ in/s}) \quad ;$$

$$F = 4045 + F_S \quad (7.17)$$



Hình 7.2. Sơ đồ ví dụ về tính áp suất và lưu lượng của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến

Gần đúng lấy $F_s \approx 10\% \times 4045 = 0,10 \times 4045 = 405 \text{ daN}$ và thay F_s vào công thức (7.17) ta có :

$$F = 4045 + 405 = 4450 \text{ daN}$$

Xác định áp suất P_1 và P_2 như sau :

$$P_1 = \frac{P_s \cdot A_2 + R^2 (F + P_T \cdot A_2)}{A_2 (1 + R^3)} ; \quad R = \frac{A_1}{A_2} = \frac{53,5}{38,1} = 1,4$$

$$P_1 = \frac{210 \times 38,1 + 1,4^2 (4450 + 5,25 \times 38,1)}{38,1 (1 + 1,4^3)} = 120 \text{ bar}$$

$$P_2 = P_T + \frac{P_s - P_1}{R^2} = 5,25 + \frac{210 - 120}{1,4^2} = 51 \text{ bar}$$

Xác định lưu lượng Q_L và Q_R như sau :

$$Q_L = \frac{v_{\max} \cdot A_1}{16,7} = \frac{30 \times 53,5}{16,7} = 96 \text{ l/p}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{35}{P_s - P_1}} = 96 \cdot \sqrt{\frac{35}{210 - 120}} = 60 \text{ l/p}$$

Xét hành trình âm (x), tức là pittông chuyển động theo chiều ngược lại và giả thiết là v_{\max} , a , F_E có giá trị như bài toán trên nhưng có chiều ngược lại. Lực tổng cộng F tính ra cũng sẽ bằng 4450 daN. Áp suất P_1 , P_2 và lưu lượng Q_L , Q_R là :

$$P_2 = \frac{P_S \cdot A_2 \cdot R^3 + F + P_T \cdot A_2 \cdot R}{A_2 \cdot (1 + R^3)}$$

$$= \frac{210 \times 38,1 \times 1,4^3 + 4450 + 5,25 \times 38,1 \times 1,4}{38,1(1 + 1,4^3)} = 187 \text{ bar}$$

$$P_1 = P_T + (P_S - P_2) \cdot R^2 = 5,25 + (210 - 187) \cdot 1,4^2 = 50 \text{ bar}$$

$$Q_L = \frac{v_{\max} \cdot A_1}{16,7} = \frac{30 \cdot 38,1}{16,7} = 68 \text{ l/p}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{35}{P_S - P_2}} = 68 \cdot \sqrt{\frac{35}{210 - 187}} = 84 \text{ l/p}$$

Như vậy khi chọn van cần quan tâm hai yếu tố quan trọng là khả năng chịu áp suất và lưu lượng qua van, nghĩa là phải đảm bảo được $P \geq 187 \text{ bar}$ và $Q_R \geq 84 \text{ l/p}$.

Bài toán trên nếu tính theo hệ Anh sẽ cho các giá trị sau :

$$F = \frac{W_L \cdot a}{386} + F_C + F_E + F_S \quad (\text{lbf})$$

trong đó : $a = 52,5 \text{ ft/s}^2 = 630 \text{ in/s}^2$

$$F_C = W_L \cdot f = 2645 \times 0,32 = 846 \text{ lbf}$$

$$F_E = 3930 \text{ lbf}$$

$$F = \frac{26450 \times 630}{386} + 846 + 3930 + F_S = 9093 + F_S$$

với : $F_S \approx 0,10 \times 9093 \approx 909 \text{ lbf}$ thì $F = 9093 + 909 \approx 10.000 \text{ lbf}$

$$P_1 = \frac{P_S \cdot A_2 + R^2(F + P_T \cdot A_2)}{A_2(1 + R^3)} \quad (\text{PSI})$$

$$= \frac{3000 \cdot 5,9 + 1,4^2(10.000 + 75 \cdot 5,9)}{5,9(1 + 1,4^3)} = 1728 \text{ PSI}$$

$$P_2 = P_T + \left(\frac{P_S - P_1}{R^2} \right) = 75 + \left(\frac{3000 - 1728}{1,4^2} \right) = 724 \text{ PSI}$$

$$Q_L = \frac{v_{\max} \cdot A_1}{3,85} \text{ (usgpm)} = \frac{12 \times 8,3}{3,85} = 26 \text{ usgpm}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{500}{P_S - P_1}} = 26 \cdot \sqrt{\frac{500}{3000 - 1728}} = 16 \text{ usgpm}$$

Trường hợp pittông làm việc theo chiều ngược lại và với các giả thiết như tính theo hệ mét, ta có :

$$P_2 = \frac{P_2 \cdot A_2 \cdot R^3 + F + P_T \cdot A_2 \cdot R}{A_2 \cdot (1 + R^3)} \quad (\text{PSI})$$

$$= \frac{3000 \times 5,9 \cdot 1,4^3 + 10000 + 75 \times 5,9 \times 1,4}{5,9 \cdot (1 + 1,4^3)} = 2678 \text{ PSI}$$

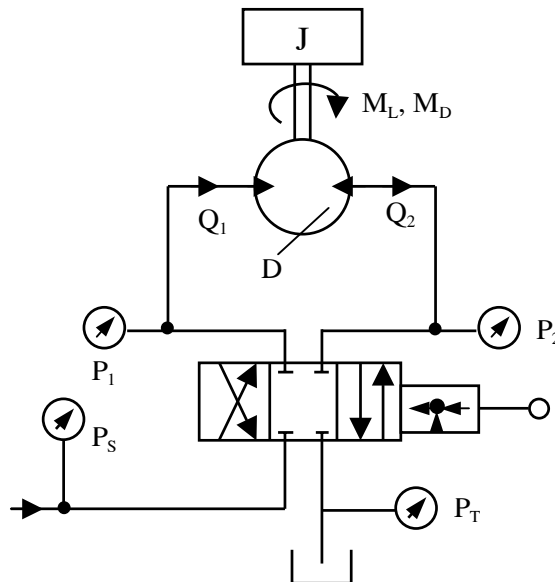
$$P_1 = P_T + (P_S - P_2) \cdot R^2 \quad (\text{PSI})$$

$$= 75 + (3000 - 2678) \cdot 1,4^2 = 706 \text{ PSI}$$

$$Q_L = \frac{V_{\max} \cdot A_2}{3,85} \quad (\text{usgpm}) = \frac{12 \times 5,9}{3,85} = 18 \text{ usgpm}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{500}{P_S - P_2}} \quad (\text{usgpm}) = 18 \cdot \sqrt{\frac{500}{3000 - 2678}} = 22 \text{ usgpm}$$

7.1.2. Hệ thủy lực thực hiện chuyển động quay



Hình 7.3. Sơ đồ tính toán áp suất và lưu lượng của hệ thủy lực chuyển động quay

Hệ thủy lực thực hiện chuyển động quay (hình 7.3) cũng được phân tích như hệ chuyển động thẳng.

Mômen xoắn tác động lên trục động cơ dầu bao gồm :

- Mômen do quán tính : $M_a = j \cdot \alpha$, N.m (lbf.in) (7.17)

J - mômen quán tính khối lượng trên trục động cơ dầu, (Nms²), (inlbs²).

α - gia tốc góc của trục động cơ dầu, (rad/s²).

- Mômen do ma sát nhớt trên trục động cơ dầu M_D , (Nm), (lbf.in).

- Mômen do tải trọng ngoài M_L , (Nm), (lbf.in).

- Mômen xoắn tổng cộng sẽ là :

$$M = J. \alpha + M_D + M_L \quad , \quad \text{Nm (lbf.in)} \quad (7.18)$$

Theo phương pháp tính toán như hệ chuyển động thẳng, áp suất P_1 và P_2 trong hệ chuyển động quay được xác định theo công thức sau :

$$P_1 = \left(\frac{P_S + P_T}{2} \right) + \left(\frac{10.\pi.M}{D} \right) \quad , \quad \text{bar} \quad (7.19)$$

$$P_2 = P_S - P_1 + P_T \quad , \quad \text{bar} \quad (7.20)$$

Nếu tính theo hệ Anh thì :

$$P_1 = \left(\frac{P_S + P_T}{2} \right) + \left(\frac{\pi.M}{D} \right) \quad , \quad (\text{PSI})$$

$$P_2 = P_S - P_1 + P_T \quad , \quad (\text{PSI})$$

Lưu lượng để làm quay trục động cơ dầu với vận tốc n_m là :

$$Q_L = \frac{n_m.D}{1000} \quad , \quad \text{l/p} \quad (7.21)$$

Theo hệ Anh : $Q_L = \frac{n_m.D}{231} \quad , \quad (\text{usgpm})$

trong đó : n_m - số vòng quay lớn nhất của trục động cơ dầu, v/p;

D - thể tích riêng của động cơ dầu, cm^3/vg (in^3/vg).

Lưu lượng cung cấp của van được xác định là :

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{35}{P_S - P_1}} \quad , \quad \text{l/p} \quad (7.22)$$

Theo hệ Anh : $Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{500}{P_S - P_1}} \quad , \quad (\text{usgpm})$

Trường hợp mômen xoắn tác động theo cả hai chiều thì chiều ngược lại cũng được tính tương tự như trên và lấy giá trị lớn nhất Q_R để chọn van.

Ví dụ 7.2:

Xác định lưu lượng cung cấp của van cho hệ thủy lực chuyển động quay có sơ đồ như trên hình 7.4.

Dựa vào các công thức tính toán đối với hệ chuyển động quay như đã trình bày ở trên ta xác định như sau :

$$M_a = J. \alpha = 0,2 \times 100 = 20 \quad \text{Nm}$$

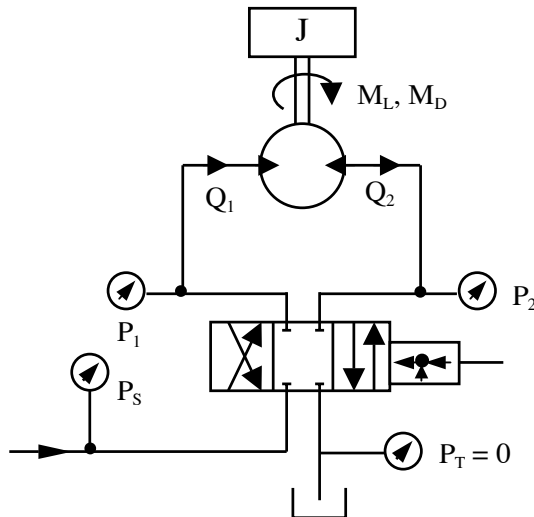
$$M = M_a + M_L + M_D = 20 + 30 + 6,5 = 56,5 \quad \text{Nm}$$

$$P_1 = \left(\frac{P_s + P_T}{2} \right) + \left(\frac{10 \cdot \pi \cdot M}{D} \right) = \frac{210 + 0}{2} + \frac{10 \cdot \pi \cdot 56,5}{82} = 127 \text{ bar}$$

$$P_2 = P_s - P_1 + P_T = 210 - 127 + 0 = 83 \text{ bar}$$

$$Q_L = \frac{n_m \cdot D}{1000} = \frac{95 \cdot 82}{1000} = 7,8 \text{ l/p}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{35}{P_s - P_1}} = 7,8 \cdot \sqrt{\frac{35}{210 - 127}} = 50 \text{ l/p}$$



Hình 7.4. Sơ đồ ví dụ về tính toán áp suất và lưu lượng của hệ thủy lực chuyển động quay

Các số liệu của sơ đồ trên hình 7.4 là :

$$n_m = 95 \text{ v/p} ; \alpha = 100 \text{ rad/s}^2;$$

$$J = 0,2 \text{ N.m.s}^2 \text{ (1,77 lbfins}^2\text{)};$$

$$M_L = 30 \text{ N.m (266 lbfins)} ; M_D = 6,5 \text{ N.m (58 lbfins)};$$

$$D = 82 \text{ cm}^3/\text{vg} \text{ (5 in}^3/\text{vg)} ; P_s = 210 \text{ bar (3000 PSI)};$$

$$P_T = 0.$$

Tính theo hệ Anh : $M_a = J \cdot \alpha = 1,77 \cdot 100 = 177 \text{ lbfins}$

$$M = M_a + M_L + M_D = 177 + 266 + 58 = 501 \text{ lbfins}$$

$$P_1 = \left(\frac{P_s + P_T}{2} \right) + \left(\frac{\pi \cdot M}{D} \right) = \frac{3000 + 0}{2} + \frac{3,14 \cdot 501}{5} = 1815 \text{ PSI}$$

$$P_2 = P_s - P_1 + P_T = 3000 - 1815 + 0 = 1185 \text{ PSI}$$

$$Q_L = \frac{n_m \cdot D}{231} = \frac{95 \cdot 5}{231} = 2,1 \text{ usgpm}$$

$$Q_R = Q_L \cdot \sqrt{\frac{500}{P_S - P_1}} = 2,1 \times \sqrt{\frac{500}{3000 - 1815}} = 1,4 \text{ usgpm}$$

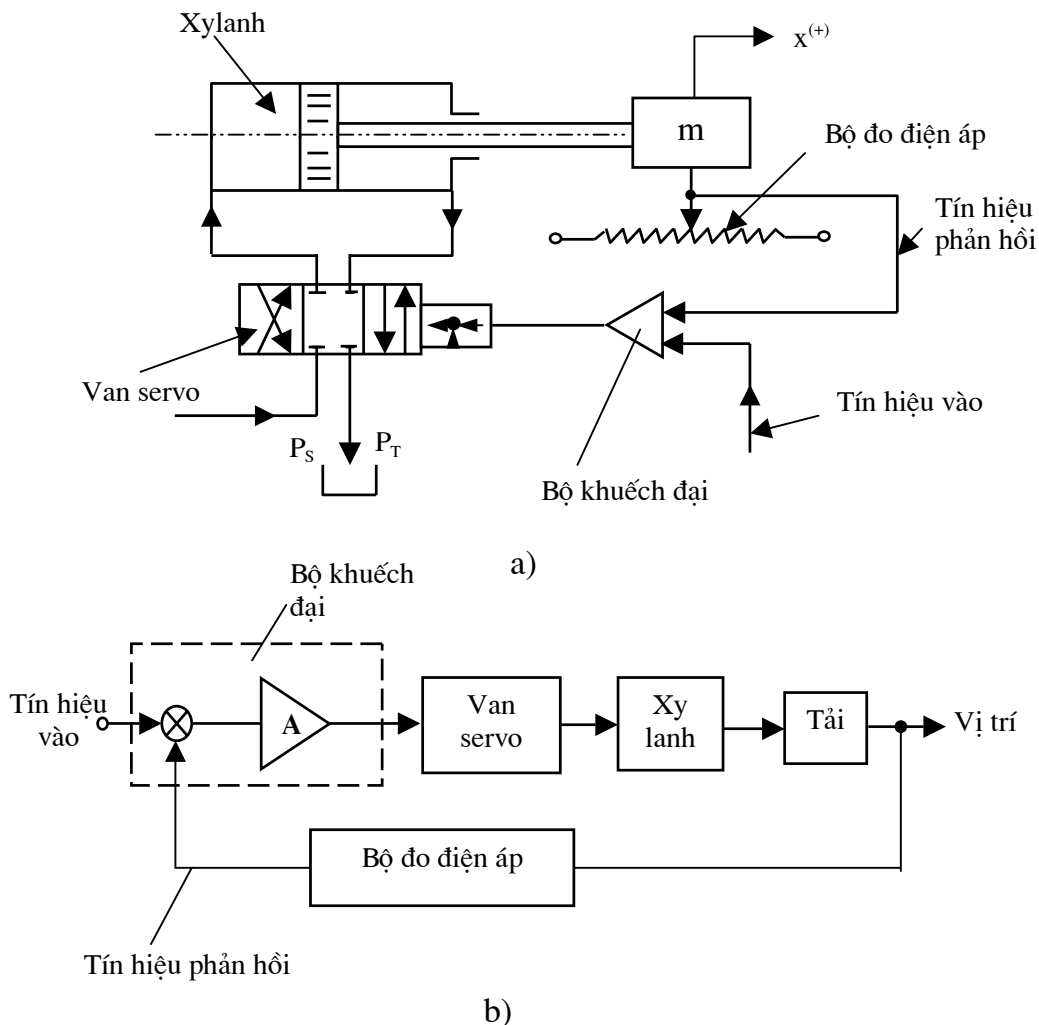
7.2. HỆ SỐ KHUẾCH ĐẠI VÀ ĐÁP ỨNG CỦA HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

THỦY LỰC

Chương 4 đã giới thiệu những vấn đề cơ bản của mạch điều khiển tự động thủy lực. Phần này trình bày các tính toán cần thiết về hệ số khuếch đại, thời gian đáp ứng và quan hệ giữa chúng với tần số riêng.

7.2.1. Hệ số khuếch đại K_V của hệ thống

Một thông số quan trọng của mạch điều khiển hệ kín là hệ số khuếch đại K_V . Thực chất K_V là hàm truyền của hệ ở chế độ xác lập. Nghiên cứu sơ đồ điều khiển vị trí hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến trên hình 7.5 ta có :



Hình 7.5. Sơ đồ mạch điều khiển vị trí hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến

a- Sơ đồ nguyên lý; b- Sơ đồ chức năng.

- Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại G_A là tỷ số giữa tín hiệu dòng điện ra và điện áp vào, mA/V.

- Hệ số khuếch đại của van servo G_{SV} là tỷ số giữa lưu lượng ra và dòng điện vào, $(\text{cm}^3/\text{s})/\text{mA}$. [theo hệ Anh $(\text{in}^3/\text{s})/\text{mA}$].

- Hệ số khuếch đại của xylanh G_X là tỷ số giữa vận tốc của pittông và lưu lượng vào xylanh :

$$(\text{cm/s})/(\text{cm}^3/\text{s}) = \frac{1}{\text{cm}^2} \quad (\text{hoặc} \quad \frac{1}{\text{in}^2})$$

- Hệ số khuếch đại phản hồi H_X của cảm biến vị trí kiểu đo điện áp là tỷ số giữa tín hiệu điện áp phản hồi đo được và độ dịch chuyển của pittông, V/cm (hoặc V/in).

Hệ số khuếch đại K_V là :

$$K_V = G_A \cdot G_{SV} \cdot G_X \cdot H_X \quad (7.23)$$

Thứ nguyên theo hệ mét :

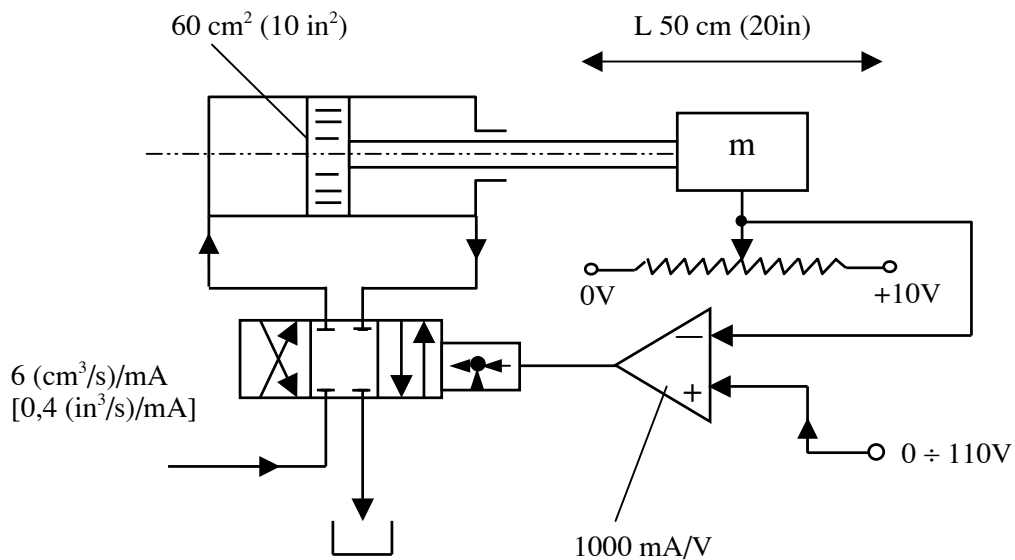
$$K_V = \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot \frac{\text{cm}^3/\text{s}}{\text{mA}} \cdot \frac{1}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{V}}{\text{cm}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} \quad (7.24)$$

Thứ nguyên theo hệ Anh :

$$K_V = \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot \frac{\text{in}^3/\text{s}}{\text{mA}} \cdot \frac{1}{\text{in}^2} \cdot \frac{\text{V}}{\text{in}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$$

Ví dụ 7.3:

Xác định hệ số khuếch đại K_V của mạch điều khiển vị trí hình 7.6.



Hình 7.6. Sơ đồ ví dụ về tính hệ số khuếch đại K_V của hệ thủy lực điều khiển vị trí chuyển động tịnh tiến

Theo công thức : $K_V = G_A \cdot G_{SV} \cdot G_X \cdot H_X$

trong đó : $G_A = 1000 \text{ mA/v}$

$$G_{SV} = 6 \text{ (cm}^3\text{/s)/mA}$$

$$G_X = \frac{1}{A} = \frac{1}{60} = 0,0167 \frac{1}{\text{cm}^2}$$

$$H_X = \frac{10^V}{50^{\text{cm}}} = 0,2 \text{ V/cm}$$

thì : $K_V = 1000 \times 6 \times 0,0167 \times 0,2 = 20 \text{ s}^{-1}$

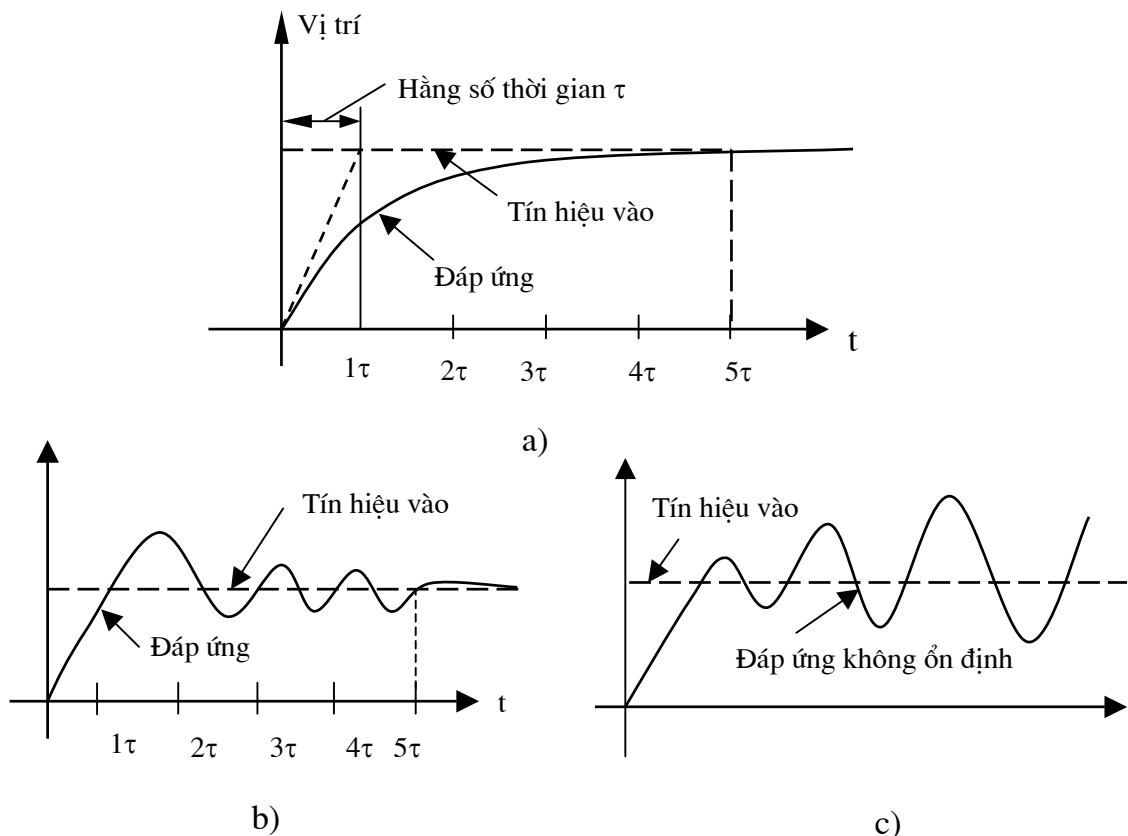
Theo hệ Anh : $G_A = 1000 \text{ mA/V}$; $G_{SV} = 0,4 \text{ (in}^3\text{/s)/mA}$

$$G_X = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ 1/in}^2 \text{ ; } H_X = \frac{10^V}{20 \text{ in}} = 0,5 \text{ V/in}$$

thì : $K_V = 1000 \times 0,4 \times 0,1 \times 0,5 = 20 \text{ s}^{-1}$.

7.2.2. Thời gian đáp ứng của hệ điều khiển

Cũng ví dụ về điều khiển vị trí, khi tín hiệu vào là hàm step thì đáp ứng của hệ có thể thay đổi theo hàm mũ như ở hình 7.7a.



Hình 7.7. Đáp ứng của hệ với các chế độ khác nhau

a- Đáp ứng thay đổi theo hàm mũ; b - Đáp ứng dao động tắt dần;

c - Đáp ứng dao động tăng dần, không ổn định.

Đường tiếp tuyến của đáp ứng tại điểm xuất phát cắt đường tín hiệu điều khiển sẽ cho ta khoảng thời gian τ và τ được gọi là hằng số thời gian.

$$\tau = \frac{\text{Khoảng cách di chuyển} \left(\frac{x_0}{v_0} \right)}{\text{Vận tốc ban đầu}}; \quad \frac{\text{cm}}{\text{cm/s}} = \text{s} \quad (7.25)$$

Đáp ứng sẽ đạt đến giá trị điều khiển sau khoảng thời gian là 5τ .

Ta biết rằng khoảng di chuyển x_0 bằng tín hiệu điện áp phản hồi chia cho hệ số khuếch đại phản hồi, nghĩa là :

$$x_0 = \frac{u}{H_x} \left[\frac{v}{(v/\text{cm})} = \text{cm} \right] \quad (7.26)$$

$$\text{Vận tốc ban đầu} : v_0 = u \cdot G_A \cdot G_{SV} \cdot \frac{1}{A} \quad (7.27)$$

$$\text{Nên} \quad \tau = \frac{u/H_x}{u \cdot G_A \cdot G_{SV} \cdot \frac{1}{A}} = \frac{1}{G_A \cdot G_{SV} \cdot \frac{1}{A} \cdot H_x} = \frac{1}{K_V}, \quad (\text{s}) \quad (7.28)$$

Theo (7.28) thì hằng số thời gian τ bằng nghịch đảo của hệ số khuếch đại K_V , nghĩa là khi tăng hệ số khuếch đại K_V thì thời gian đáp ứng sẽ ngắn. Tuy nhiên nếu K_V tăng quá lớn thì vận tốc chuyển động của pittông sẽ lớn, dẫn đến ảnh hưởng của lực quán tính sẽ đáng kể và có thể làm cho pittông chuyển động vượt quá vị trí yêu cầu. Độ vượt quá sẽ giảm dần đến vị trí yêu cầu nếu hệ ổn định (hình 7.7b). Nếu K_V quá cao và không phù hợp với các điều kiện khác thì hệ có thể không ổn định (hình 7.7c).

Để hệ ổn định và có thời gian đáp ứng nhanh, cần quan tâm các yếu tố sau :

- Khối lượng m ;
- Độ cứng thủy lực C_H ;
- Hệ số tắt dần ξ .

Trong các yếu tố trên, hệ số tắt dần ξ liên quan với ma sát cơ học, sự rò dầu trong buồng làm việc của xy lanh. Các yếu tố này khó xác định được chính xác và nó có thể thay đổi trong quá trình máy hoạt động nên theo kinh nghiệm lấy $\xi \approx 0,05 \div 0,3$.

Khối lượng m và độ cứng thủy lực C_H liên quan đến tần số dao động riêng ω_n của cụm xy lanh - tải trọng và xác định là :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{m}} \quad (7.29)$$

Trong tính toán thiết kế thì tần số riêng của hệ thống ω_s có thể được xác định từ tần số dao động riêng của cụm xy lanh- tải ω_n . Để hệ làm việc ổn định thì $K_V < 2\xi\omega_s$. Tuy nhiên khi $K_V < 2\xi\omega_s$ thì thời gian đáp ứng sẽ lâu nên người ta chọn :

$$K_V^{\max} < \xi\omega_s \quad (7.30)$$

Thực tế, tần số riêng của van ω_v cũng ảnh hưởng đến tần số riêng của hệ ω_s . Tần số của bộ khuếch đại và cảm biến thường có giá trị rất lớn nên ít ảnh hưởng đến tần số riêng của hệ và có thể bỏ qua.

Vì vậy để có hệ số khuếch đại phù hợp ta xét ba trường hợp sau :

- Trường hợp A : Nếu $\omega_v > 3\omega_n$ thì chọn $\omega_s = \omega_n$ và $\xi = 0,2$

$$K_V^{\max} = \xi \omega_s = 0,2 \omega_s \quad , \quad (s^{-1}) \quad (7.31)$$

- Trường hợp B : Nếu $3\omega_n > \omega_v > 0,3\omega_n$ thì chọn :

$$\omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} \quad \text{và} \quad \xi = 0,2$$

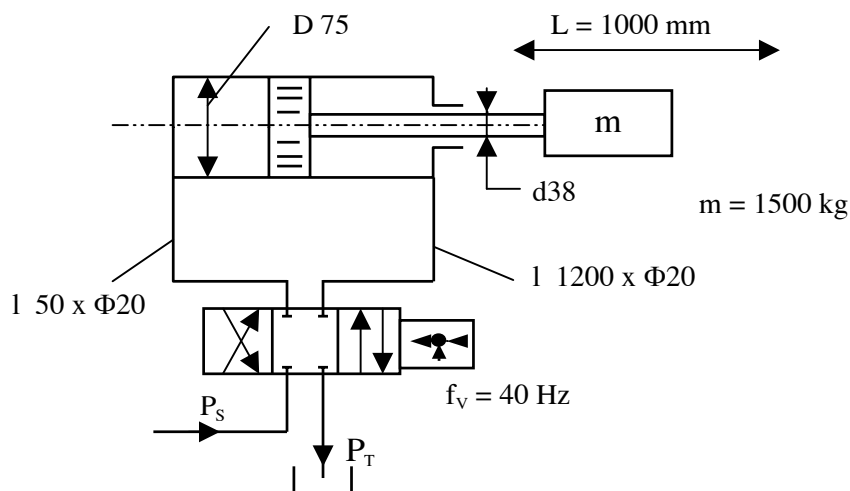
$$K_V^{\max} = 0,2 \cdot \left(\frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} \right) \quad , \quad (s^{-1}) \quad (7.32)$$

- Trường hợp C : Nếu $\omega_n > 3\omega_v$ thì chọn : $\omega_s = \omega_v$ và $\xi = 0,4$

$$K_V^{\max} = 0,4 \cdot \omega_s \quad , \quad (s^{-1}) \quad (7.33)$$

Ví dụ 7.5:

Xác định hệ số khuếch đại lớn nhất (K_V^{\max}) của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến ở hình 7.8. Cho tần số riêng của van $f_v = 40$ Hz.



Hình 7.8. Sơ đồ ví dụ xác định hệ số khuếch đại của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến

Theo ví dụ 2.9.3 ở hình 2.16, tần số riêng $\omega_n = 115$ rad/s. Tần số riêng của van theo hình 7.8 là :

$$\omega_v = 2 \cdot \pi \cdot 40 = 251 \text{ rad/s}$$

So sánh ω_v và ω_n ta thấy $\omega_v < 3\omega_n$ nên tần số riêng của hệ xác định theo công thức :

$$\omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} = \frac{115 \cdot 251}{115 + 251} = 78,9 \text{ rad/s}$$

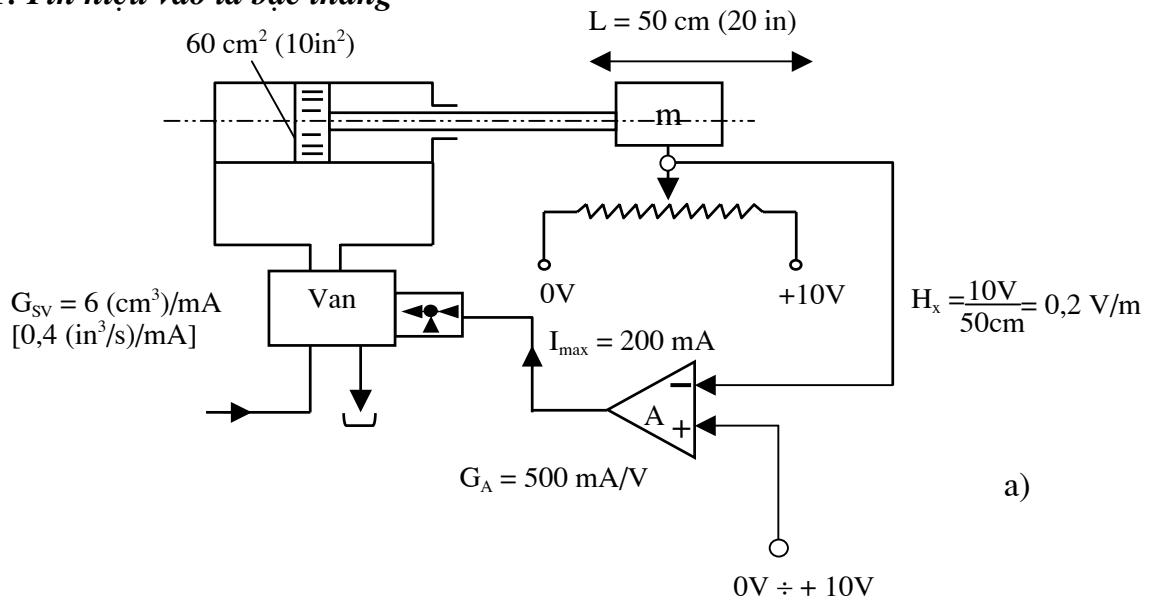
Hệ số khuếch đại sẽ là : $K_V^{\max} = 0,2 \cdot \omega_s = 0,2 \cdot 78,9 = 16 \text{ s}^{-1}$

7.3. TÍNH TOÁN SAI SỐ ĐIỀU KHIỂN CỦA HỆ

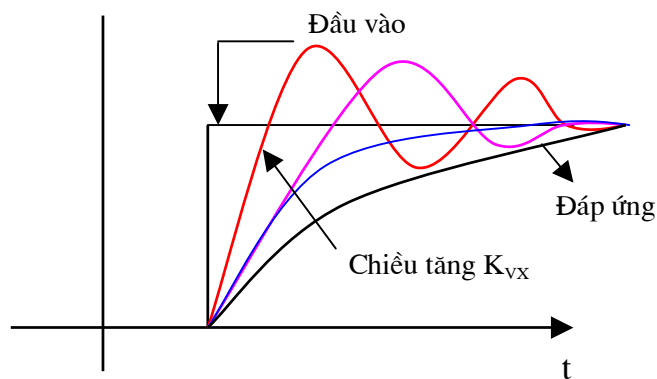
7.3.1. Hệ thủy lực điều khiển vị trí

Chương 6 đã giới thiệu về các phương pháp điều khiển vị trí, vận tốc và tải trọng nên phần này chú trọng đến phương pháp tính toán các thông số cần thiết và sai số của hệ điều khiển.

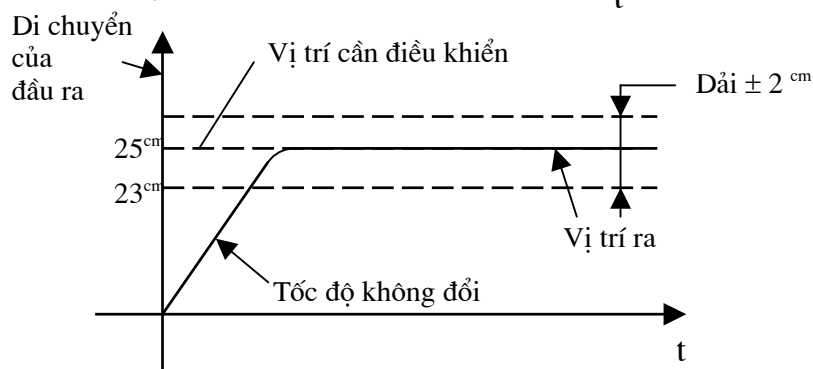
1. Tín hiệu vào là bậc thang



a)



b)



c)

Hình 7.9. Sơ đồ ví dụ và đặc tính của điều khiển vị trí

a- Sơ đồ ví dụ; b- Đáp ứng thể hiện ảnh hưởng của K_{vx} ;

c - Đáp ứng biểu diễn dải sai số điều khiển.

Như đã giới thiệu ở mục 7.3 với tín hiệu vào bậc thang, khi tăng K_{vX} thì đáp ứng của hệ sẽ thay đổi như trên hình 7.9b.

Để hiểu được các tính toán cần thiết đối với hệ điều khiển vị trí chuyển động thẳng, ta nghiên cứu ví dụ sau đây.

Ví dụ 7.6:

Xác định các thông số và thời gian đáp ứng của hệ điều khiển vị trí hình 7.9a khi tín hiệu điều khiển là 5 V.

$$G_A = \frac{\text{Đầu ra của A}}{\text{Đầu vào của A}} \rightarrow \text{Đầu vào của A} = \frac{\text{Đầu ra của A}}{G_A} \quad (7.34)$$

Cụ thể đầu vào của $A = \frac{200 \text{ mA}}{500 \text{ mA/V}} = 0,4 \text{ Vôn}$

Đầu vào 10 vôn tương ứng với hành trình 50 cm thì khi đầu vào 0,4 vôn sẽ tương ứng với hành trình :

$$0,4 \text{ V} \cdot \frac{50 \text{ cm}}{10 \text{ V}} = 2 \text{ cm}$$

Và nếu tín hiệu vào 5 V sẽ tương ứng với hành trình là : $5 \text{ V} \cdot \frac{50 \text{ cm}}{10 \text{ V}} = 25 \text{ cm}$

Trong khoảng di chuyển 25 cm sẽ có $25 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 23 \text{ cm}$ pittông di chuyển với vận tốc cực đại và sau đó giảm tốc để dừng trong khoảng cuối hành trình với 2 cm còn lại.

Khi tính thời gian đáp ứng cần tính hai khoảng thời gian, đó là thời gian chuyển động với vận tốc cực đại để thực hiện hành trình 23 cm và thời gian $\approx 5\tau$ để thực hiện hành trình 2 cm (có thể có dao động tắt dần).

Khoảng $\pm 2 \text{ cm}$ để duy trì chuyển động tắt dần trong thời gian $\approx 5\tau$ gọi là dải tỷ lệ (hình 7.9c).

$$G_{sv} = \frac{Q_L}{I}$$

$$Q_L = 6 \cdot \left(\frac{\text{cm}^3 / \text{s}}{\text{mA}} \right) \cdot 200 \text{ (mA)} = 1200 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$v_{\text{max}} = \frac{Q_L}{A_1} = \frac{1200(\text{cm}^3 / \text{s})}{60(\text{cm}^2)} = 20 \text{ cm/s}$$

Khi hành trình 23 cm chuyển động với vận tốc là 20 cm/s thì mất hết thời gian là :

$$t = \frac{23}{20} = 1,15 \text{ s}$$

Hệ số khuếch đại K_v :

$$K_{VX} = G_A \cdot G_{SV} \cdot G_X \cdot H_X = 500 \left(\frac{\text{mA}}{\text{v}} \right) \cdot 6 \left(\frac{\text{cm}^3/\text{s}}{\text{mA}} \right) \cdot \frac{1}{60} \left(\frac{1}{\text{cm}^2} \right) \cdot 0,2 \left(\frac{\text{v}}{\text{cm}} \right) = 10 \text{ s}^{-1}$$

Hằng số thời gian : $\tau = \frac{1}{K_{VX}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ s}$

Vậy thời gian thực hiện toàn bộ hành trình 25 cm ứng với tín hiệu vào 5 vôn là :

$$T = t + 5\tau = 1,15 + 5 \times 0,1 = 1,65 \text{ s}$$

Đầu vào tính theo hệ Anh :

$$A = \frac{200}{500} = 0,4 \text{ vôn}$$

Cứ 10 V sẽ tương ứng với 20 in di chuyển thì 0,4 V sẽ tương ứng $0,4 \times \frac{20}{10} = 0,8 \text{ in}$ di chuyển và dải tỷ lệ là : $\pm 0,8 \text{ in}$

Khi tín hiệu điều khiển là 5 vôn sẽ tương ứng với hành trình di chuyển là :

$$5 \times \frac{20}{10} = 10 \text{ in}$$

Khoảng hành trình di chuyển với vận tốc cực đại là : $10 - 0,8 = 9,2 \text{ in}$

$$G_{SV} = \frac{Q_L}{I} \rightarrow Q_L = 200 \times 0,4 = 80 \text{ in}^3/\text{s}$$

$$v_{\max} = \frac{Q_L}{A_1} = \frac{80}{10} = 8 \text{ in/s}$$

Thời gian di chuyển 9,2 in với vận tốc cực đại là :

$$t = \frac{9,2}{8} = 1,15 \text{ s}$$

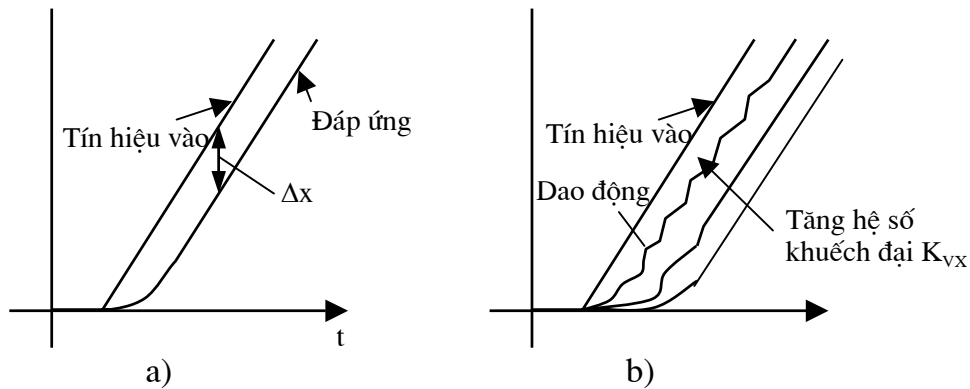
Hệ số khuếch đại : $K_{VX} = 500 \cdot \left(\frac{\text{mA}}{\text{v}} \right) \cdot 0,4 \left(\frac{\text{in}^3/\text{s}}{\text{mA}} \right) \cdot \frac{1}{10} \left(\frac{1}{\text{in}^2} \right) \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{\text{v}}{\text{in}} \right) = 10 \text{ s}^{-1}$

Hằng số thời gian τ : $\tau = \frac{1}{K_{VX}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ s}$

Vậy $T = t + 5\tau = 1,15 + 5 \times 0,1 = 1,65 \text{ s}$

2. Tín hiệu vào là hàm tuyến tính (bậc nhất hay gọi là hàm dốc)

Tín hiệu vào là hàm tuyến tính được ứng dụng để điều khiển hệ thống khi cần giảm sự dao động của quá trình quá độ. Đáp ứng của dạng điều khiển này thể hiện ở hình 7.10a, trên đó ta thấy sau giai đoạn quá độ, đáp ứng của hệ bám sát tín hiệu vào với khoảng cách Δx . Δx gọi là sai số điều khiển của hệ ở trạng thái làm việc ổn định.



Hình 7.10. Đáp ứng của hệ điều khiển vị trí khi tín hiệu vào là hàm tuyến tính
 a- Đồ thị thể hiện sai số; b- Đồ thị thể hiện sự thay đổi của đặc tính khi tăng hệ số khuếch đại K_{vX}

Về cơ bản với tín hiệu vào là tuyến tính thì vận tốc chuyển động của pittông là không đổi.

Độ lớn của sai số Δx được xác định là :

$$\Delta x = \frac{v}{K_{vX}} \quad , \quad \text{cm} \quad (\text{in}) \quad (7.35)$$

trong đó : v - vận tốc di chuyển, cm/s (in/s);

K_{vX} - hệ số khuếch đại của hệ điều khiển theo vị trí, s^{-1} .

Theo (7.35) sai số tăng nếu v tăng và sai số giảm nếu K_{vX} tăng. Tuy nhiên nếu K_{vX} tăng quá lớn hệ sẽ không ổn định (hình 9.10b), để hệ ổn định ta chọn K_{vX}^{\max} là :

$$K_{vX}^{\max} = \xi \cdot \omega_s \quad , \quad (s^{-1}) \quad (7.36)$$

Đặc tính động lực học của hệ rất quan trọng, nó liên quan đến sự ổn định của hệ. Sự dao động của đặc tính động lực học bị ảnh hưởng bởi các yếu tố sau :

- Hiện tượng từ trễ của van.
- Sự thay đổi của nhiệt độ và áp suất dầu.
- Hiện tượng trượt tín hiệu của van khi đảo chiều.
- Độ chính xác và độ phân giải của cảm biến.
- Ngoài ra còn bị ảnh hưởng của một số thông số liên quan đến bộ khuếch đại.
- Các ảnh hưởng của tải trọng ngoài như sự thay đổi của tải trọng ; mất mát do ma sát ; khe hở giữa các bộ phận không đều...

Các yếu tố đó gây ra sai số Δx , các sai số thành phần được xác định như sau :

$$* \text{ Sai số vị trí do van } : \Delta x_u = 0,04 \cdot \frac{Q_{Rp}}{K_{vX} \cdot A} \quad , \quad \text{cm} \quad (\text{in}) \quad (7.37)$$

trong đó : Q_{RP} - lưu lượng của van tại áp suất làm việc, cm^3/s (in^3/s);
 A - diện tích của pittông, cm^2 (in^2);
 K_{VX} - hệ số khuếch đại của hệ điều khiển theo vị trí, s^{-1} .

$$Q_{RP} = Q_R \cdot \sqrt{\frac{P_S}{70}} \quad , \quad \text{l/p} \quad (7.38)$$

hoặc :
$$Q_{RP} = Q_R \cdot \sqrt{\frac{P_S}{1000}} \quad , \quad (\text{usgpm})$$

* Sai số vị trí do tải trọng ngoài :

$$\Delta x_E = 0,02 \left(\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A} \right) \cdot \frac{F_E}{P_S \cdot A} \quad , \quad \text{cm} \quad (\text{in}) \quad (7.39)$$

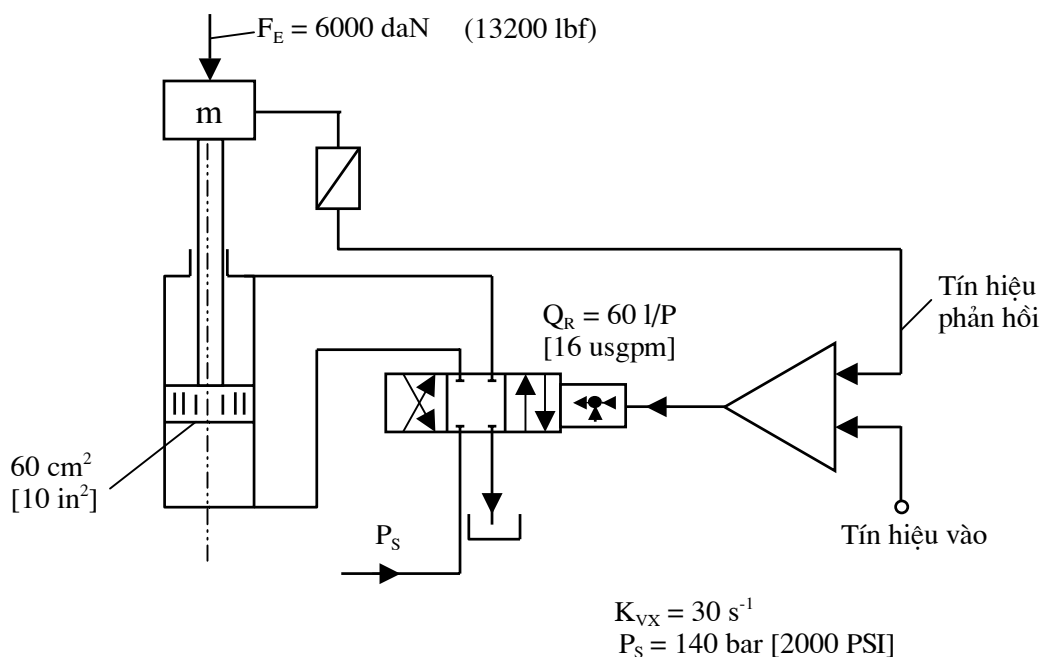
trong đó : F_E - ngoại lực do tải, daN (lbf); P_S - áp suất cung cấp của hệ, bar (PSI).

* Sai số do cảm biến vị trí Δx_H .

Vậy sai số tổng cộng là : $\Delta x = \Delta x_U + \Delta x_E + \Delta x_H \quad , \quad \text{cm} \quad (7.40)$

Ví dụ 7.7:

Xác định sai số vị trí của hệ điều khiển hình 7.11.



Hình 7.11. Sơ đồ ví dụ xác định sai số vị trí của hệ thủy lực chuyển động tĩnh tiến

$$Q_{RP} = Q_R \sqrt{\frac{P_S}{70}} = 60 \cdot \sqrt{\frac{140}{70}} = 85 \text{ l/p} \quad \text{hay} \quad Q_{RP} = 85 \cdot \frac{1000}{60} = 1417 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$\Delta x_u = 0,04 \left(\frac{Q_{RP}}{K_V \cdot A_1} \right) = 0,04 \cdot \frac{1417}{30 \times 60} = 0,03 \text{ cm}$$

$$\Delta x_E = 0,02 \left(\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A_1} \right) \cdot \frac{F_E}{P_S \cdot A_1} = 0,02 \cdot \frac{1417}{30 \times 60} \cdot \frac{6000}{140 \times 60} = 0,011 \text{ cm}$$

Nếu $\Delta x_H = 0$ thì sai số tổng cộng là : $\Delta x = \Delta x_u + \Delta x_E = 0,3 + 0,11 = 0,41 \text{ mm}$

Tính theo hệ Anh :

$$Q_{RP} = Q_R \sqrt{\frac{P_S}{1000}} = 60 \cdot \sqrt{\frac{2000}{1000}} = 22,6 \text{ usgpm} = 22,6 \cdot \frac{231}{60} = 87 \text{ in}^3/\text{s}$$

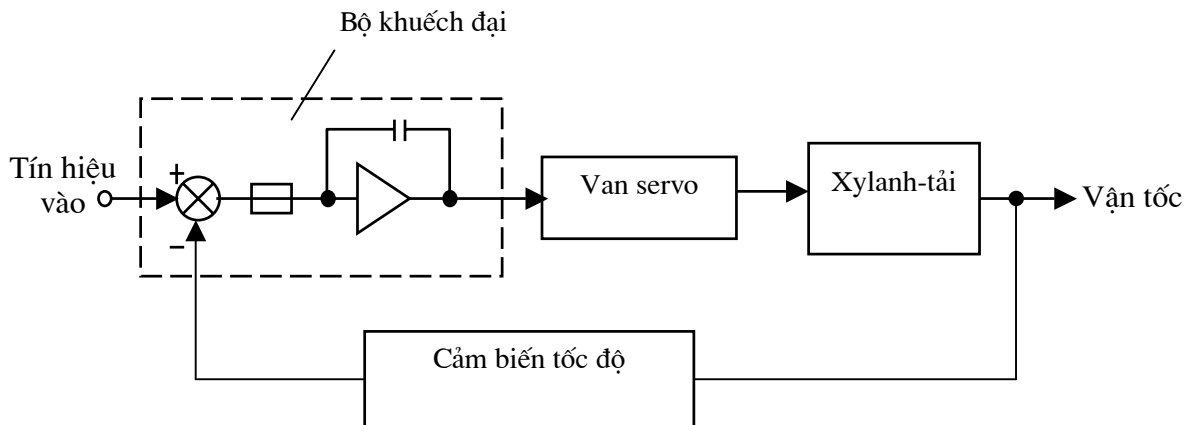
$$\Delta x_u = 0,04 \left(\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A_1} \right) = 0,04 \cdot \frac{87}{30 \times 60} = 0,012 \text{ in}$$

$$\Delta x_E = 0,02 \left(\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A_1} \right) \cdot \frac{F_E}{P_S \cdot A_1} = 0,02 \cdot \frac{87}{30 \times 10} \cdot \frac{13200}{2000 \times 10} = 0,004 \text{ in}$$

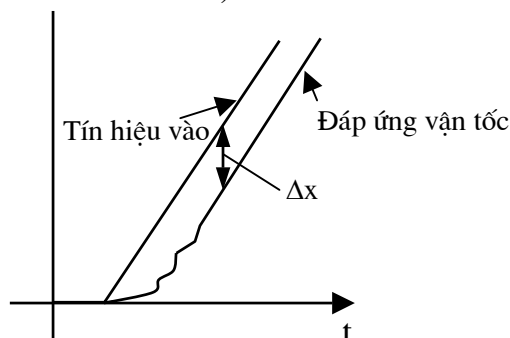
Sai số tổng cộng là : $\Delta x = \Delta x_u + \Delta x_E = 0,012 + 0,004 = 0,016 \text{ in}$

7.3.2. Hệ thủy lực điều khiển vận tốc

Hệ thủy lực điều khiển vận tốc có sơ đồ khối về cơ bản giống hệ điều khiển vị trí, chỉ khác là bộ khuếch đại của điều khiển vận tốc là điều khiển theo tích phân I. Trong đó cảm biến vận tốc biến tốc độ thành tín hiệu điện áp phản hồi (hình 7.12).



a)



b)

Hình 7.12. Sơ đồ khối và đáp ứng của hệ điều khiển vận tốc

a- Sơ đồ khối; b- Đáp ứng vận tốc.

Hệ số khuếch đại :

$$K_{VV} = G_A \cdot G_{SV} \cdot G_X \cdot H_V \quad (7.41)$$

Thứ nguyên theo hệ mét :

$$K_{VV} = \left(\frac{\text{mA/s}}{v} \right) \cdot \left(\frac{\text{cm}^3/\text{s}}{\text{mA}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\text{cm}^2} \right) \cdot \left(\frac{\text{vôn}}{\text{cm/s}} \right) = \text{s}^{-1} \quad (9.42)$$

Thứ nguyên theo hệ Anh :

$$K_{VV} = \left(\frac{\text{mA/s}}{v} \right) \cdot \left(\frac{\text{in}^3/\text{s}}{\text{mA}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\text{in}^2} \right) \cdot \left(\frac{\text{vôn}}{\text{in/s}} \right) = \text{s}^{-1}$$

Khi hệ số khuếch đại K_{VV} tăng thì gia tốc chuyển động sẽ tăng. Các yếu tố như hiện tượng từ trễ, quá trình chuyển đổi của van (đảo chiều) cũng như sự thay đổi của tải trọng ngoài sẽ không ảnh hưởng đến sai số vận tốc ở chế độ xác lập. Độ phân giải và sai số tuyến tính của cảm biến tốc độ là yếu tố trực tiếp gây ra sai số vận tốc điều khiển.

Tương tự như điều khiển vị trí, nếu tín hiệu vào là hàm tuyến tính thì đáp ứng vận tốc sẽ có sai số và sai số đó phụ thuộc vào hệ số khuếch đại và gia tốc của hệ (hình 7.12b).

Độ lớn của sai số vận tốc Δv xác định như sau :

$$\Delta v = \frac{a}{K_{VV}} \quad , \quad \text{cm/s (in/s)} \quad (7.43)$$

trong đó : a- gia tốc chuyển động, cm/s^2 ;

K_{VV} - hệ số khuếch đại của hệ điều khiển theo vận tốc, s^{-1} .

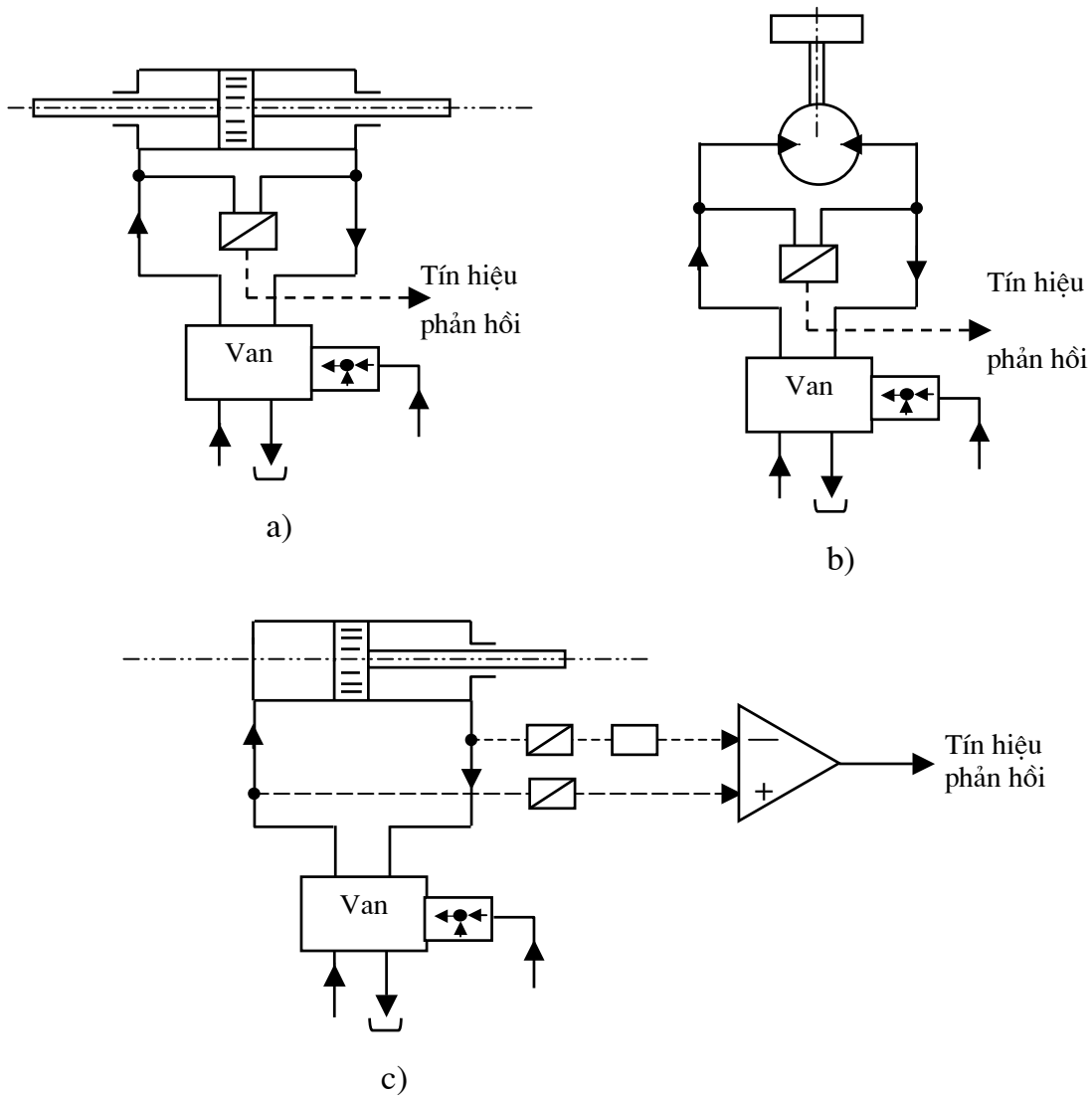
7.3.3. Hệ thủy lực điều khiển tải trọng

Hệ thủy lực điều khiển lực đối với chuyển động thẳng hoặc điều khiển mô men xoắn đối với chuyển động quay ngoài việc dùng các loại cảm biến đo trực tiếp lực hoặc mômen xoắn có thể dùng cảm biến đo gián tiếp qua áp suất làm việc.

Như đã giới thiệu ở mục 4.3, để điều khiển tải trọng theo áp suất có thể thực hiện như sau :

- Với xy lanh có kết cấu đối xứng hoặc động cơ dầu thì ứng dụng sơ đồ điều khiển như ở hình 7.13a, b.

- Với xy lanh có kết cấu không đối xứng thì ứng dụng sơ đồ ở hình 7.13c.



Hình 7.13. Sơ đồ điều khiển theo áp suất

a và b - Sơ đồ dùng một cảm biến áp suất;

c- Sơ đồ dùng hai cảm biến áp suất.

Tương tự như mạch điều khiển vị trí và vận tốc, mạch điều khiển theo tải trọng có hệ số khuếch đại được xác định theo công thức :

$$K_{VP} = G_A \cdot G_{SV} \cdot G_X \cdot H_P \quad (s^{-1}) \quad (7.44)$$

Sai số điều khiển theo tải trọng ở chế độ xác lập bị ảnh hưởng bởi :

- Sự rò dầu từ van đến xylanh (hoặc động cơ dầu).
- Hiện tượng từ trễ, sự chuyển đổi vị trí của con trượt và sự trượt đặc tính khi đảo chiều con trượt.
- Sự di chuyển của xylanh (hoặc quay của động cơ dầu).v.v.

Sai số áp suất do các yếu tố trên gây nên được xác định như sau :

1- Sai số áp suất do van bị rò dầu (ΔP_D)

$$\Delta P_D = 2.10^{-5} \cdot \left(\frac{Q_{RP} \cdot C_H}{A_1^2 \cdot K_{VP}} \right) \cdot \frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \text{ , bar} \quad (7.45)$$

trong đó :

C_H - độ cứng của bộ truyền động thủy lực (xylanh hoặc động cơ dầu), (N/m);

Q_{RP} - lưu lượng của van tại áp suất làm việc, (cm/s);

A_1 - diện tích làm việc của pittông, (cm²);

K_{VP} - hệ số khuếch đại của hệ điều khiển theo tải trọng, (s⁻¹);

ΔP_{AB} - hiệu áp giữa hai buồng làm việc của xylanh, (bar);

P_S - áp suất cung cấp cho van (bar).

Nếu tính theo hệ Anh :

$$\Delta P_D = 2.10^{-2} \cdot \left(\frac{Q_{RP} \cdot C_H}{A_1^2 \cdot K_{VP}} \right) \cdot \frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \text{ , (PSI)}$$

Với thứ nguyên là : Q_{RP} (in³/s); C_H (lbf/in); A_1 (in²); K_{VP} (s⁻¹); ΔP_{AB} (PSI); P_S (PSI).

2. Sai số áp suất do sai số đặc tính của van (hiện tượng từ trễ, vùng chuyển đổi của con trượt...)

$$\Delta P_U = 4.10^{-5} \cdot \left(\frac{Q_{RP} \cdot C_H}{A_1^2 \cdot K_{VP}} \right) \text{ , bar} \quad (7.46)$$

Nếu tính theo hệ Anh :

$$\Delta P_U = 4.10^{-2} \cdot \left(\frac{Q_R \cdot C_H}{A_1^2 \cdot K_{VP}} \right) \text{ , (PSI)}$$

3. Sai số áp suất do hệ truyền động (xylanh hoặc động cơ dầu)

$$\Delta P_E = \frac{1}{1000} \cdot \left(\frac{C_H}{A_1 \cdot K_{VP}} \right) \cdot v \text{ , bar} \quad (7.17)$$

trong đó v là vận tốc di chuyển của xylanh, cm/s.

Nếu tính theo hệ Anh :

$$\Delta P_E = \frac{C_H}{A_1 \cdot K_{VP}} \cdot v \text{ , (PSI)}$$

Vậy sai số áp suất tổng cộng sẽ là :

$$\Delta P = \Delta P_D + \Delta P_U + \Delta P_E \text{ , bar} \quad (7.48)$$

Trên đây là sai số áp suất điều khiển khi tín hiệu vào là hàm bậc thang (step), còn nếu điều khiển áp suất theo tín hiệu vào là tuyến tính (hàm dốc) thì sai số được xác định theo công thức sau :

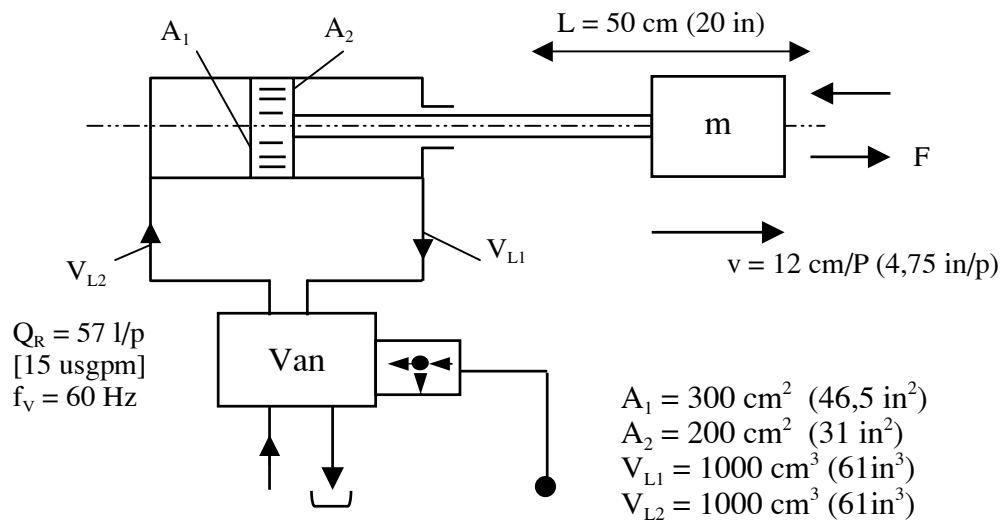
$$\Delta P_R = \frac{\Delta P / \Delta t}{K_{VP}} \quad , \quad \text{bar} \quad (7.49)$$

trong đó : $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ - tốc độ thay đổi áp suất, có thứ nguyên là bar/s (hoặc PSI/s);

K_{VP} - hệ số khuếch đại của hệ điều khiển theo tải trọng (s^{-1}).

Ví dụ 7.8:

Xác định sai số áp suất tổng cộng của hệ thủy lực ở hình 7.14.



Hình 7.14. Sơ đồ ví dụ tính sai số của mạch điều khiển áp suất

Tính theo hệ mét :

Độ cứng thủy lực được xác định là :

$$C_H = B \cdot \left(\frac{A_1^2}{V_{L1} + \frac{L}{2} \cdot A_1} + \frac{A_2^2}{V_{L2} + \frac{L}{2} \cdot A_2} \right)$$

$$= 1,4 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{300^2}{1000 + \frac{50}{2} \cdot 300} + \frac{200^2}{1000 + \frac{50}{2} \cdot 200} \right) = 2,4 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

Tần số dao động riêng của xy lanh :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{m}} = \sqrt{\frac{2,4 \cdot 10^8}{500}} = 690 \text{ rad/s}$$

Tần số riêng của hệ ω_s được xác định như sau :

$$f_v = 60 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_v = 2\pi 60 = 377 \text{ rad/s}$$

Ta thấy $\omega_v < 3\omega_n$ nên ta chọn ω_s là :

$$\omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} = \frac{690 \cdot 377}{690 + 377} = 244 \text{ rad/s}$$

Hệ số khuếch đại của hệ là :

$$K_{VP} = 0,2 \cdot \omega_s = 0,2 \times 244 = 50 \text{ s}^{-1}$$

Lưu lượng của van tại áp suất làm việc là :

$$Q_{RP} = Q_R \cdot \sqrt{\frac{P_S}{70}} = 57 \cdot \frac{1000}{60} \sqrt{\frac{100}{70}} = 1135 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Độ sụt áp do sai số của đặc tính của van là :

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{Q_{RP} \cdot C_H}{A_1^2 \cdot K_{VP}} \right) = 4 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{1135 \cdot 2,5 \cdot 10^8}{300^2 \cdot 50} \right) = 2,4 \text{ bar}$$

Độ sụt áp do di chuyển của pittông- xy lanh là :

$$\Delta P_E = \frac{1}{1000} \left(\frac{C_H}{A_1 \cdot K_{VP}} \right) \cdot v = \frac{1}{1000} \left(\frac{2,4 \cdot 10^8}{300 \cdot 50} \right) \cdot \frac{12}{60} = 3,2 \text{ bar}$$

Sai số áp suất tổng cộng (nếu không tính đến ΔP_D) là :

$$\Delta P = \Delta P_U + \Delta P_E = 2,4 + 3,2 = 5,6 \text{ bar}$$

Tính theo hệ Anh :

$$C_H = 2 \cdot 10^5 \left(\frac{46,5^2}{61 + \frac{20}{2} \cdot 46,5} + \frac{32^2}{61 + \frac{20}{2} \cdot 31} \right) = 1,3 \cdot 10^6 \text{ lbf/in}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1,3 \cdot 10^6}{1100/386}} = 690 \text{ rad/s}$$

$$\omega_v = 2\pi \cdot 60 = 377 \text{ rad/s}$$

Vì $\omega_v < 3\omega_n$ nên tần số dao động riêng của hệ là :

$$\omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} = \frac{690 \times 377}{690 + 377} = 244 \text{ rad/s}$$

$$K_{VP} = 0,2 \omega_s = 0,2 \times 244 = 50 \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{RP} = Q_R \cdot \sqrt{\frac{P_s}{1000}} = 15 \left(\frac{231}{60} \right) \sqrt{\frac{1450}{1000}} = 69,5 \text{ in}^3/\text{s}$$

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-2} \left(\frac{690 \times 1,3 \times 10^6}{46,5^2 \times 50} \right) = 34,5 \text{ PSI}$$

$$\Delta P_E = \frac{1,3 \times 10^6}{46,5 \times 50} \cdot \frac{4,75}{60} = 45,6 \text{ PSI}$$

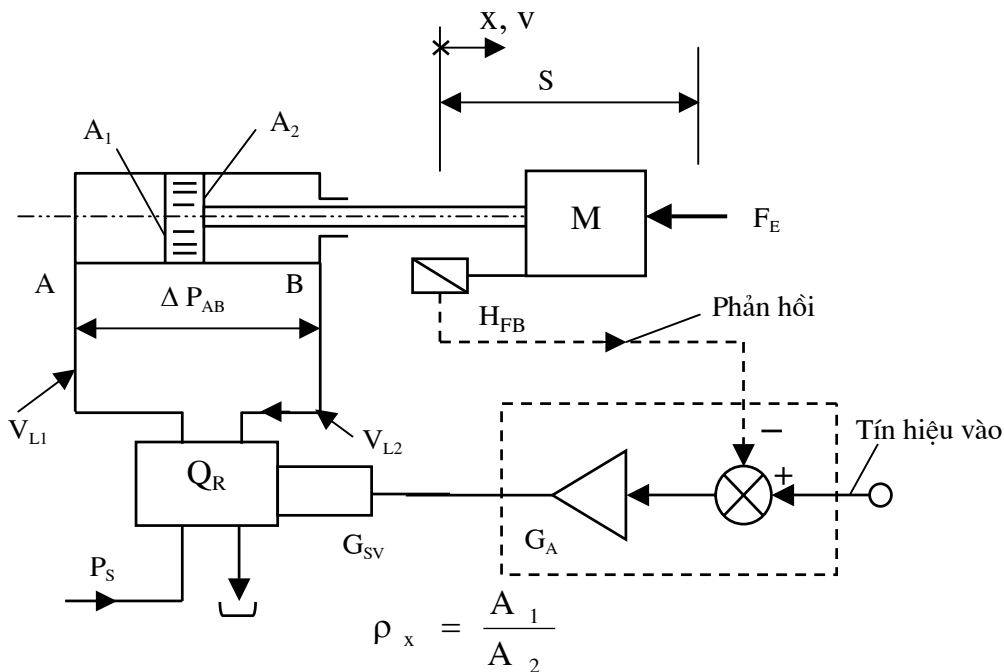
Sai số áp suất tổng cộng là :

$$\Delta P = \Delta P_U + \Delta P_E = 34,5 + 45,6 = 80,1 \text{ PSI}$$

Trên đây là những công thức và ví dụ về tính sai số điều khiển của hệ chuyển động thẳng, đối với hệ thủy lực chuyển động quay thì trong các công thức đó A_1 được thay bằng $D_m = \frac{D}{2 \cdot \pi}$.

7.4. PHẦN TỔNG HỢP TÍNH TOÁN CỦA HỆ THỦY LỰC CHUYỂN ĐỘNG THẲNG VÀ HỆ CHUYỂN ĐỘNG QUAY

7.4.1. Hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến



Hình 7.15. Sơ đồ mạch điều khiển của hệ chuyển động tịnh tiến

Độ cứng thủy lực :

$$C_H = B \cdot \left(\frac{A_1^2}{V_{L1} + A_1 \cdot x_0} + \frac{A_2^2}{V_{L2} + A_2 \cdot (S - x_0)} \right)$$

Tần số dao động riêng của cụm truyền tải :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{m}}$$

Tần số dao động riêng của van :

$\omega_v = (\text{tần số tại điểm chuyển đổi pha } 90^\circ) \times (\text{hệ số hiệu chỉnh áp suất làm việc}).$

1. Điều khiển vị trí

Sai số vị trí do van gây nên :

$$\Delta x_U = 0,04 \left[\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A} \right]$$

Sai số vị trí do ngoại lực :

$$\Delta x_E = 0,02 \cdot \left[\frac{Q_{RP}}{K_{VX} \cdot A} \right] \cdot \left[\frac{F_E}{P_S \cdot A} \right]$$

Sai số tổng cộng nếu không kể đến sai số cảm biến sẽ là :

$$\Delta x = \Delta x_U + \Delta x_E.$$

Sai số lớn nhất ở trạng thái ổn định với tín hiệu tuyến tính :

$$\Delta x_S = \frac{v}{K_V}$$

- Hệ số khuếch đại K_{VX} tính như sau :

$$\text{khi } \omega_v > 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_s = \omega_n \text{ và } K_{VX}^{\max} = 0,2 \omega_s$$

$$\text{khi } 0,3 \omega_n < \omega_v < 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} \text{ và } K_{VX}^{\max} = 0,2 \omega_s$$

$$\text{khi } \omega_v < 0,3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_s = \omega_n \text{ và } K_{VX}^{\max} = 0,4 \omega_s$$

2. Điều khiển vận tốc

- Hệ số khuếch đại K_{VV} tính như sau :

$$\text{khi } \omega_v > 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_s = \omega_n \text{ và } K_{VV}^{\max} = 0,2 \omega_s$$

$$\text{khi } 0,3 \omega_n < \omega_v < 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v} \text{ và } K_{VV}^{\max} = 0,2 \omega_s$$

khi $\omega_V < 0,3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_S = \omega_n$ và $K_{VV}^{\max} = 0,4 \omega_S$

- Sai số vị trí : $\Delta X = \Delta X_U + \Delta X_E + \Delta X_{FB} = 0$

- Sai số vận tốc ở trạng thái ổn định với tín hiệu tuyến tính :

$$\Delta v_F = \frac{a}{K_{VV}} \quad , \quad (a \text{ là gia tốc dài})$$

3. Điều khiển áp suất

- Hệ số khuếch đại K_{VP} tính như sau :

khi $\omega_V > 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_S = \omega_n$ và $K_{VP}^{\max} = 0,2 \omega_S$

khi $0,3 \omega_n < \omega_V < 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_S = \frac{\omega_n \cdot \omega_V}{\omega_n + \omega_V}$ và $K_{VP}^{\max} = 0,2 \omega_S$

khi $\omega_V < 0,3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_S = \omega_n$ và $K_{VP}^{\max} = 0,4 \omega_S$

- Sai số áp suất do đặc tính của van :

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-5} \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot A^2} \right] \quad , \quad (\text{bar})$$

hoặc :

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-2} \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot A^2} \right] \quad , \quad (\text{PSI})$$

- Sai số áp suất do rò dầu :

$$\Delta P_D = 2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot A^2} \right] \cdot \left[\frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \right] \quad , \quad (\text{bar})$$

hoặc :

$$\Delta P_D = 2 \cdot 10^{-2} \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot A^2} \right] \cdot \left[\frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \right] \quad , \quad (\text{PSI})$$

- Sai số áp suất do ngoại lực :

$$\Delta P_E = \frac{1}{1000} \cdot \left(\frac{C_H}{K_{VP} \cdot A} \right) \cdot v \quad , \quad (\text{bar})$$

hoặc :

$$\Delta P_E = \left(\frac{C_H}{K_{VP} \cdot A} \right) \cdot v \quad , \quad (\text{PSI})$$

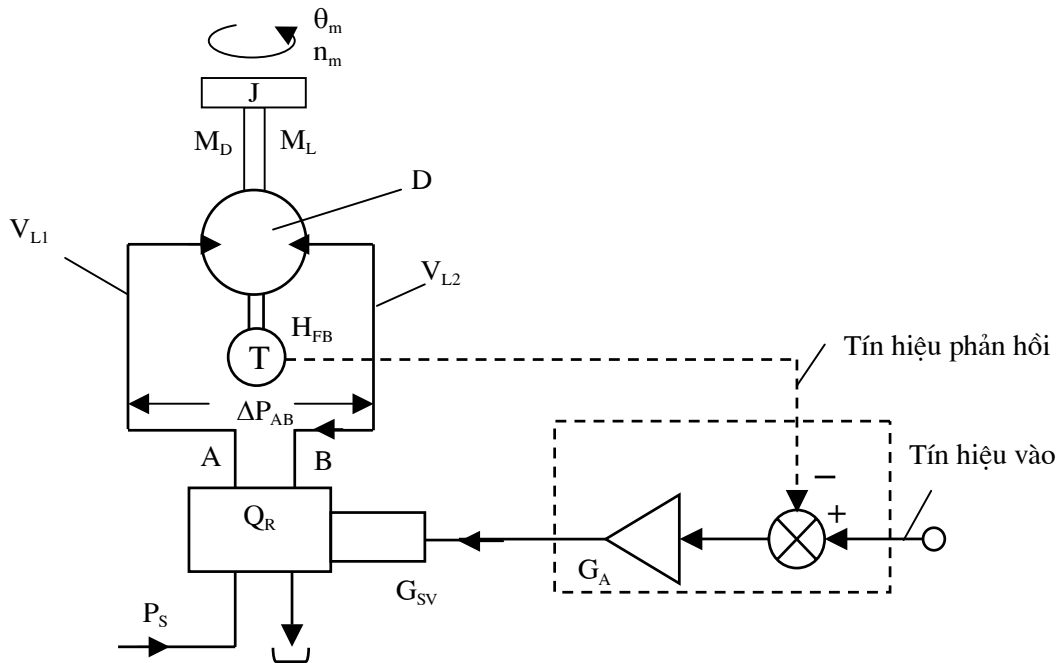
- Sai số áp suất tổng (không tính đến sai số do cảm biến gây nên) :

$$\Delta P = \Delta P_U + \Delta P_D + \Delta P_E$$

- Sai số áp suất ở trạng thái ổn định với tín hiệu vào tuyến tính :

$$\Delta P_F = \frac{\Delta P / \Delta t}{K_{VP}}$$

7.4.2. Hệ thủy lực chuyển động quay



Hình 7.16. Sơ đồ mạch điều khiển của hệ chuyển động quay

Độ cứng thủy lực :

$$C_H = \frac{B}{10000} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{V_{L1} + \frac{D}{2}} + \frac{1}{V_{L2} + \frac{D}{2}} \right) \quad \text{theo hệ mét}$$

$$C_H = B \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{V_{L1} + \frac{D}{2}} + \frac{1}{V_{L2} + \frac{D}{2}} \right) \quad \text{theo hệ Anh}$$

Tần số dao động riêng của cụm truyền tải :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_H}{J}}$$

Tần số dao động riêng của van :

$$\omega_v = (\text{tần số tại điểm đổi pha } 90) \times (\text{hệ số hiệu chỉnh áp suất làm việc})$$

1. Điều khiển vị trí

- Hệ số khuếch đại $K_{v\theta}$ tính như sau :

khi $\omega_v > 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \omega_n$ và $K_{v\theta}^{\max} = 0,2 \omega_s$

khi $0,3 \omega_n < \omega_v < 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v}$ và $K_{v\theta}^{\max} = 0,2 \omega_s$

khi $\omega_v < 0,3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \omega_n$ và $K_{v\theta}^{\max} = 0,4 \omega_s$

- Sai số vị trí do đặc tính của van :

$$\Delta\theta_U = 0,04 \cdot \left[\frac{Q_{RP}}{K_{v\theta} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)} \right]$$

- Sai số vị trí do mômen xoắn bên ngoài gây nên :

$$\Delta\theta_E = 0,2 \cdot \left[\frac{Q_{RP}}{K_{v\theta} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)} \right] \cdot \left[\frac{M_L}{P_s \cdot \frac{D}{2\pi}} \right] \quad \text{theo hệ mét}$$

$$\Delta\theta_E = 0,02 \cdot \left[\frac{Q_{RP}}{K_{v\theta} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)} \right] \cdot \left[\frac{M_L}{P_s \cdot \frac{D}{2\pi}} \right] \quad \text{theo hệ Anh}$$

- Sai số vị trí tổng cộng nếu không kể đến sai số của cảm biến :

$$\Delta\theta = \Delta\theta_U + \Delta\theta_E$$

- Sai số lớn nhất ở trạng thái ổn định với tín hiệu vào tuyến tính :

$$\Delta\theta_F = \frac{\Omega}{K_{v\theta}}$$

2. Điều khiển vận tốc

- Hệ số khuếch đại $K_{v\Omega}$ tính như sau :

khi $\omega_v > 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \omega_n$ và $K_{v\Omega}^{\max} = 0,2 \omega_s$

khi $0,3 \omega_n < \omega_v < 3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \frac{\omega_n \cdot \omega_v}{\omega_n + \omega_v}$ và $K_{v\Omega}^{\max} = 0,2 \omega_s$

khi $\omega_v < 0,3 \omega_n$ $\rightarrow \omega_s = \omega_n$ và $K_{v\Omega}^{\max} = 0,4 \omega_s$

- Sai số vị trí :

$$\Delta\theta = \Delta\theta_U + \Delta\theta_E + \Delta\theta_{FB} = 0$$

- Sai số vận tốc ở trạng thái ổn định với tín hiệu tuyến tính :

$$\Delta\Omega_F = \frac{\alpha}{K_{V\Omega}} \quad \text{với } \alpha \text{ là gia tốc góc}$$

3. Điều khiển áp suất

- Hệ số khuếch đại K_{VP} tính như sau :

$$\text{khi } \omega_V > 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_S = \omega_n \text{ và } K_{VP}^{\max} = 0,2 \omega_S$$

$$\text{khi } 0,3 \omega_n < \omega_V < 3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_S = \frac{\omega_n \cdot \omega_V}{\omega_n + \omega_V} \text{ và } K_{VP}^{\max} = 0,2 \omega_S$$

$$\text{khi } \omega_V < 0,3 \omega_n \quad \rightarrow \omega_S = \omega_n \text{ và } K_{VP}^{\max} = 0,4 \omega_S$$

- Sai số áp suất do đặc tính của van :

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-5} \cdot \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2} \right] \quad \text{theo hệ mét}$$

$$\Delta P_U = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2} \right] \quad \text{theo hệ Anh}$$

- Sai số áp suất do rò dầu :

$$\Delta P_D = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2} \right] \left[\frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \right] \quad \text{theo hệ mét}$$

$$\Delta P_D = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \left[\frac{C_H \cdot Q_{RP}}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2} \right] \left[\frac{\Delta P_{AB}}{P_S} \right] \quad \text{theo hệ Anh}$$

- Sai số áp suất do mômen xoắn bên ngoài gây nên :

$$\Delta P_E = \frac{1}{10000} \left[\frac{C_H}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)^2} \right] \cdot V \quad \text{theo hệ mét}$$

$$\Delta P_E = \left[\frac{C_H}{K_{VP} \cdot \left(\frac{D}{2\pi} \right)} \right] \cdot v \quad \text{theo hệ Anh}$$

- Sai số áp suất tổng cộng :

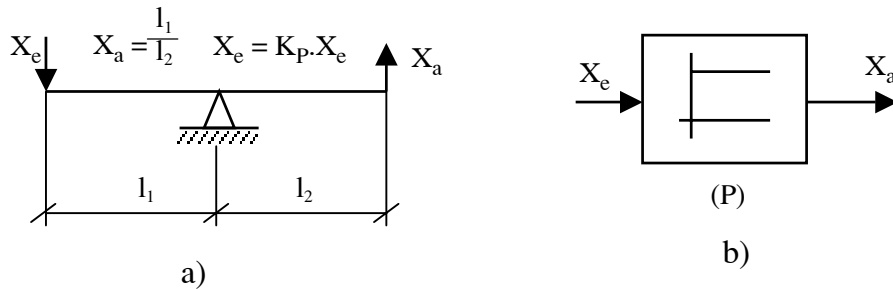
$$\Delta P = \Delta P_U + \Delta P_D + \Delta P_E$$

- Sai số áp suất ở trạng thái ổn định với tín hiệu tuyến tính :

$$\Delta P_F = \frac{\Delta P / \Delta t}{K_{VP}}$$

7.5. MÔ HÌNH VÀ KÝ HIỆU ĐẶC TÍNH CỦA CÁC KHÂU THƯỜNG GẶP

7.5.1. Khâu khuếch đại (P)



Hình 7.17. Sơ đồ ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu khuếch đại

a- Sơ đồ ví dụ; b- Ký hiệu đặc tính của đáp ứng.

Đòn bẩy ở hình 7.17 hoạt động như một bộ khuếch đại (p) với hệ số khuếch đại là K_P .

Hoặc lực quán tính và gia tốc quan hệ là $F = m \cdot a$; điện áp và dòng điện quan hệ là $U = R \cdot I$ đều là các khâu khuếch đại, có thể gọi đó là các phần tử P.

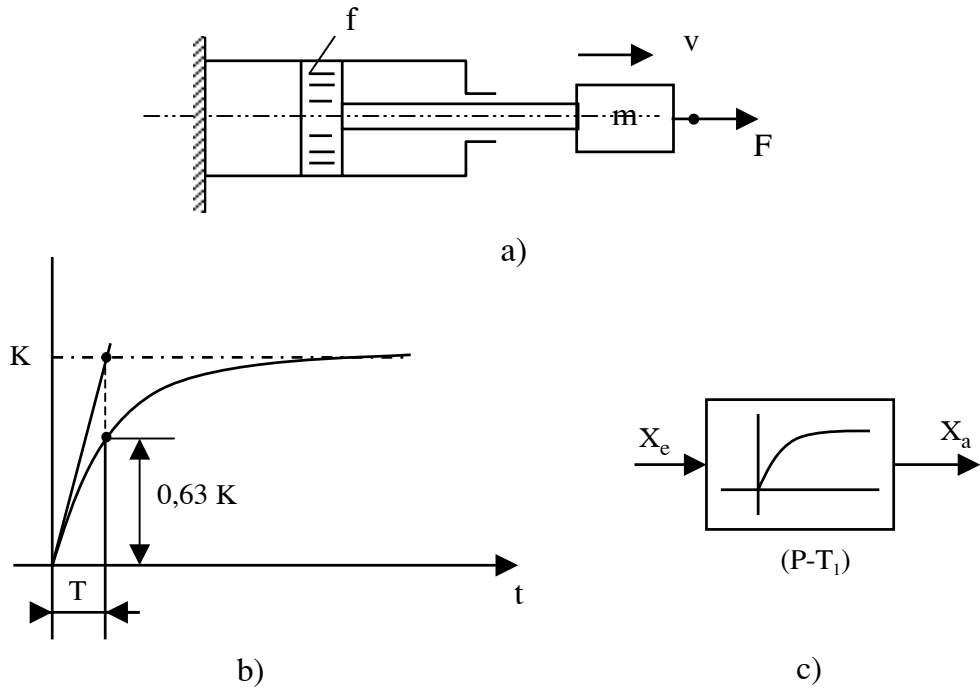
7.5.2. Khâu quán tính (P - T₁)

Mô hình tính toán của khâu quán tính P - T₁ có dạng :

$$T \cdot \frac{dx_a}{dt} + X_a = K \cdot X_e \quad (7.50)$$

Ví dụ xylanh thủy lực có pittông mang khối lượng m chuyển động với vận tốc v thì phương trình cân bằng lực là :

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F - f \cdot v \quad \text{với } f \text{ là hệ số ma sát nhớt} \quad (7.51)$$



Hình 7.18. Sơ đồ ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu quán tính

a- Sơ đồ ví dụ; b - Đặc tính; c - Ký hiệu.

Nếu viết theo toán tử Laplace thì ta được :

$$\frac{m}{f} \cdot s \cdot v(s) + v(s) = \frac{F(s)}{f} \quad (7.52)$$

hay :

$$\frac{v(s)}{F(s)} = \frac{1/f}{\frac{m}{f} \cdot s + 1} = \frac{K}{T \cdot s + 1} \quad (7.53)$$

7.5.3. Khâu dao động (P - T₂)

Mô hình toán có dạng :

$$T^2 \cdot \frac{d^2 x_a}{dt^2} + 2 \cdot D_z \cdot T \cdot \frac{dx_a}{dt} + x_a = K \cdot x_e \quad (7.54)$$

trong đó : T - hằng số thời gian;

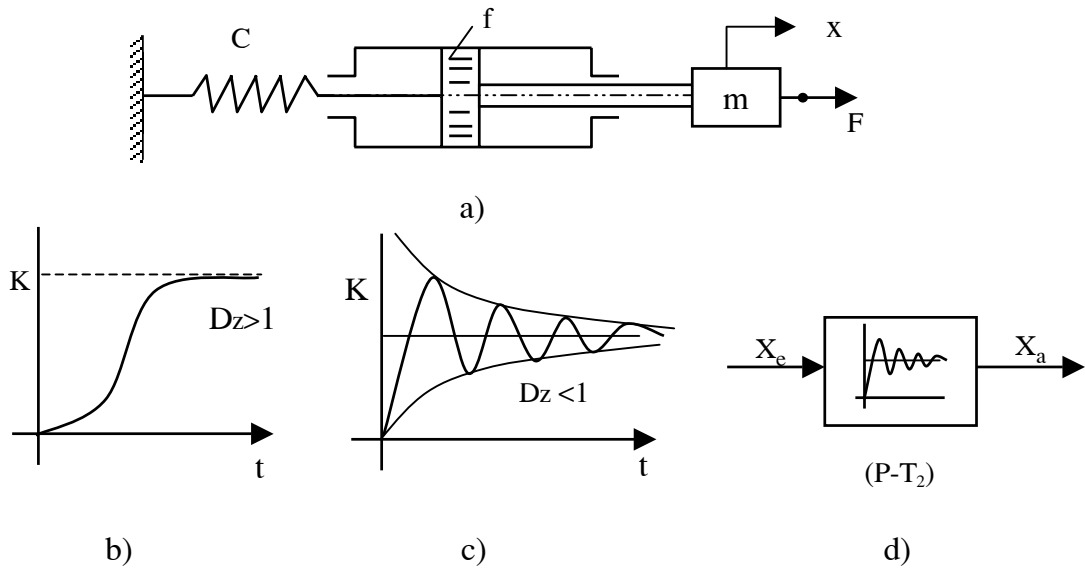
D_z - hệ số tắt dần;

K - hệ số khuếch đại.

Ví dụ mô hình của cụm xylanh thủy lực như trên hình 7.19 có phương trình lực là :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F - f \cdot \frac{dx}{dt} - C \cdot x \quad (7.55)$$

$$\frac{m}{C} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{f}{C} \cdot \frac{dx}{dt} + x = \frac{1}{C} \cdot F \quad (7.56)$$



Hình 7.19. Ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu dao động

a - Sơ đồ ví dụ; b,c - Đặc tính; d - Ký hiệu.

Nếu đặt
$$T = \sqrt{\frac{m}{C}} ; 2D_z T = \frac{f}{C} ; K = \frac{1}{C}. \quad (7.57)$$

$$D_z = \frac{f}{2\sqrt{m.C}} ; \omega_0 = \frac{1}{T}.$$

thì phương trình (7.56) sẽ là :

$$T^2 \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + 2D_z T \cdot \frac{dx}{dt} + x = K.F \quad (7.58)$$

- Khi $D_z > 1$ thì đặc tính thời gian có dạng như ở hình 7.19b, đặc tính này chỉ có ý nghĩa về mặt toán học.

- Khi $D_z < 1$ thì đặc tính thời gian có dạng như ở hình 7.19c, đây là trường hợp gặp trong thực tiễn. Với tần số là :

$$\omega_n = \sqrt{1 - D_z^2} \cdot \omega_0 = \frac{\sqrt{1 - D_z^2}}{T} \quad (7.59)$$

7.5.4. Khâu tích phân (I)

Mô hình toán của khâu tích phân thể hiện là tín hiệu ra bằng tích phân của tín hiệu vào :

$$X_a = K_I \cdot \int x_e(t) dt \quad (7.60)$$

K_I là hệ số khuếch đại của khâu tích phân.

Ví dụ : Hành trình của pittông- xylanh tính theo lưu lượng vào là :

$$S = \frac{1}{A} \cdot \int Q \cdot dt = K_I \cdot \int Q \cdot dt \quad (7.61)$$

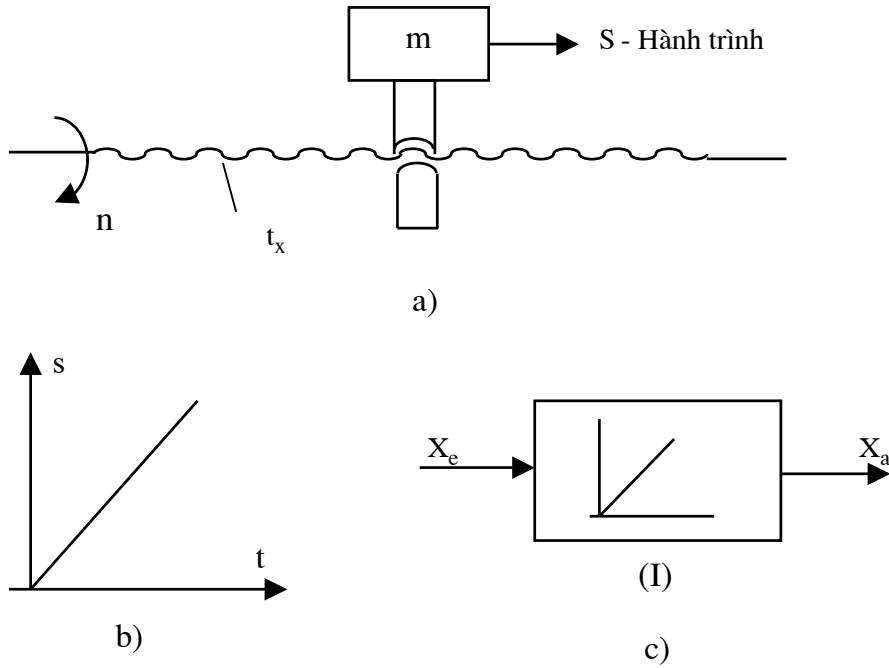
A là diện tích của pittông và K_I là hệ số khuếch đại của khâu tích phân.

Góc quay θ của trục động cơ dầu phụ thuộc vào vận tốc góc của chúng là :

$$\theta = K_0 \cdot \int \Omega \cdot dt \quad (7.62)$$

Bộ truyền vít me đai ốc có quan hệ như sau :

$$S = t_x \cdot \int n \cdot dt \quad (7.63)$$



Hình 7.20. Sơ đồ ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu tích phân

a- Sơ đồ ví dụ; b- Đặc tính; c- Ký hiệu .

Nếu số vòng quay n không đổi thì $S = t_x \cdot n \cdot t$.

7.5.5. Khâu vi phân (D)

Mô hình toán của khâu vi phân thể hiện tín hiệu ra tỷ lệ với vi phân tín hiệu vào :

$$x_a = K_D \cdot \frac{dx_e}{dt} \quad (7.64)$$

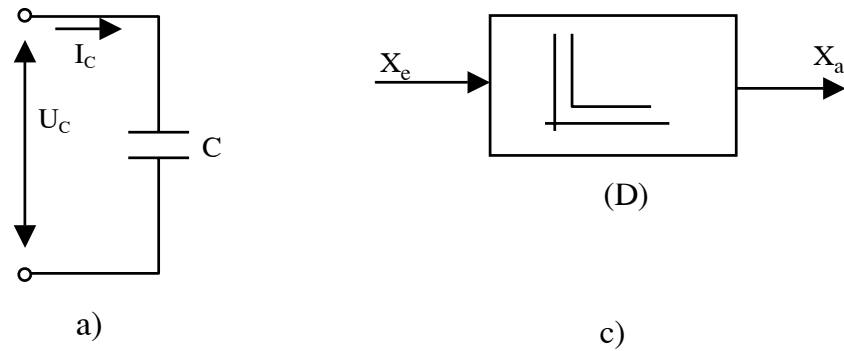
Ví dụ quan hệ giữa dòng điện và điện áp qua tụ điện C thể hiện theo công thức là :

$$I_c = C \cdot \frac{du_c}{dt} = K_D \cdot \frac{du_c}{dt} \quad (7.65)$$

trong đó : $K_D = C$ - hệ số khuếch đại của khâu D;

I_c - dòng điện là tín hiệu ra;

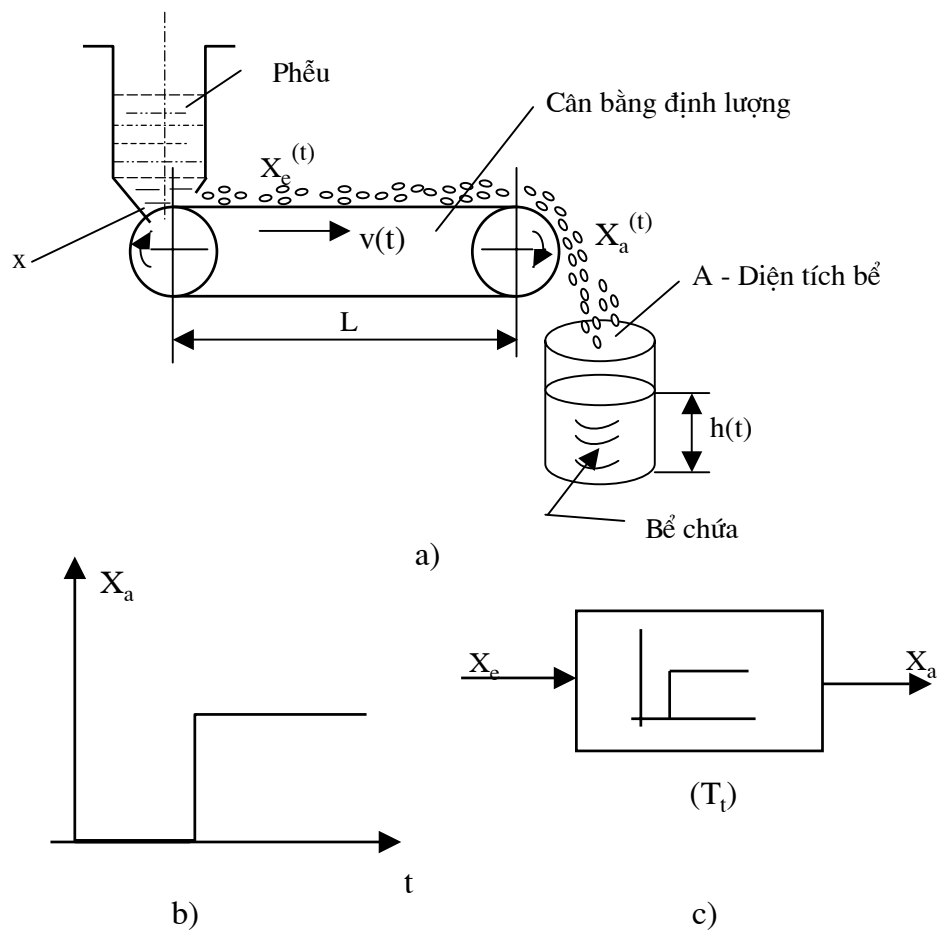
U_c - điện áp là tín hiệu vào.



Hình 7.21. Sơ đồ ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu vi phân
a- Sơ đồ ví dụ; b- Ký hiệu.

7.5.6. Phần tử trễ theo thời gian (T_t)

Ví dụ : Cân bằng định lượng trên hình 7.22a có các phương trình mô tả sau :



Hình 7.22. Sơ đồ ví dụ và ký hiệu đặc tính của khâu T_t
a- Sơ đồ ví dụ; b- Đặc tính; c- Ký hiệu.

Thời gian vật liệu đi hết quãng đường L trên cân bằng là :

$$T_t = \frac{L}{v} , \quad \text{với } L\text{- chiều dài băng ; } v\text{- vận tốc băng} \quad (10.17)$$

Chiều cao vật liệu trong bể chứa :
$$h(t) = \frac{1}{A} \int_0^t X_a dt \quad (7.66)$$

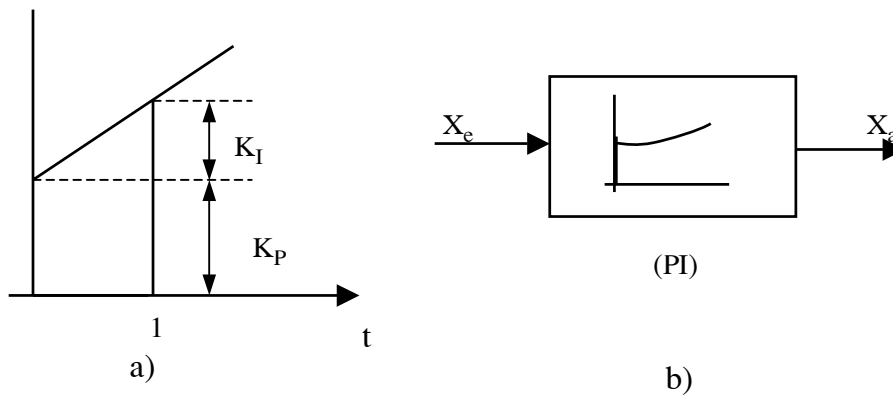
$$X_a(t) = X_e (t - T_I) \quad (7.67)$$

hay :
$$h(s) = L^{-1}[h(t)] = \frac{1}{A.S} \cdot e^{-S.T_I} \quad (7.68)$$

7.5.7. Các khâu phối hợp

Ngoài các khâu trên, trong bộ khuếch đại còn có các khâu sau :

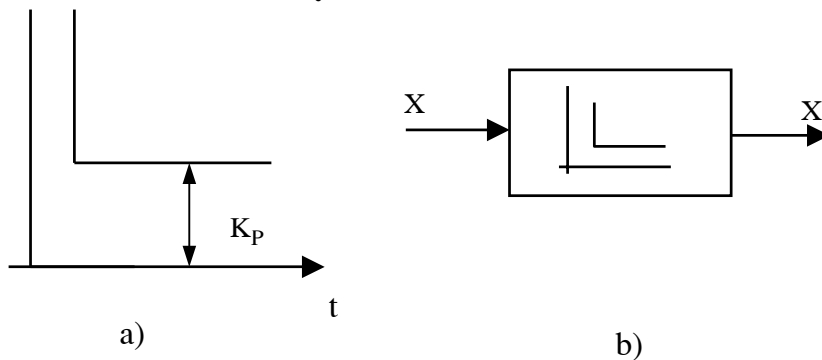
- *Khâu điều chỉnh PI* :
$$\frac{X_a(s)}{X_e(s)} = K_P + \frac{K_I}{S} \quad (7.69)$$



Hình 7.23. Đặc tính và ký hiệu của khâu PI

a- Đặc tính; b- Ký hiệu.

- *Khâu điều chỉnh PD* :
$$\frac{X_a(s)}{X_e(s)} = K_P + K_D.S \quad (7.70)$$

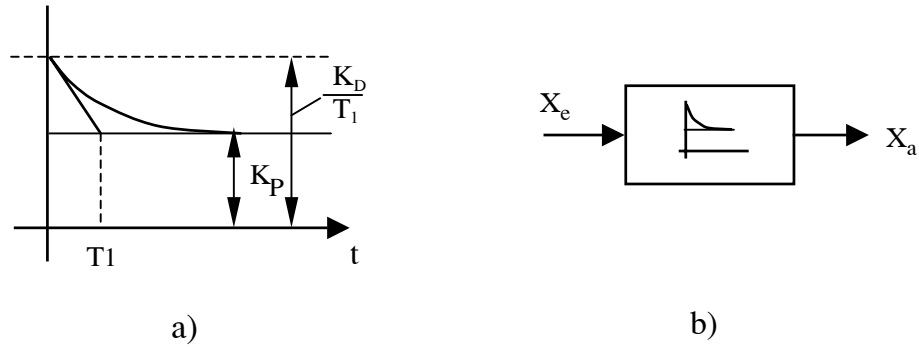


Hình 7.24. Đặc tính và ký hiệu của khâu PD

a - Đặc tính ; b - Ký hiệu.

- *Khâu điều chỉnh PD - T_I* :

$$\frac{X_a(s)}{X_e(s)} = (K_P + K_D.S) \cdot \frac{1}{T_I.S + 1} \quad (7.71)$$

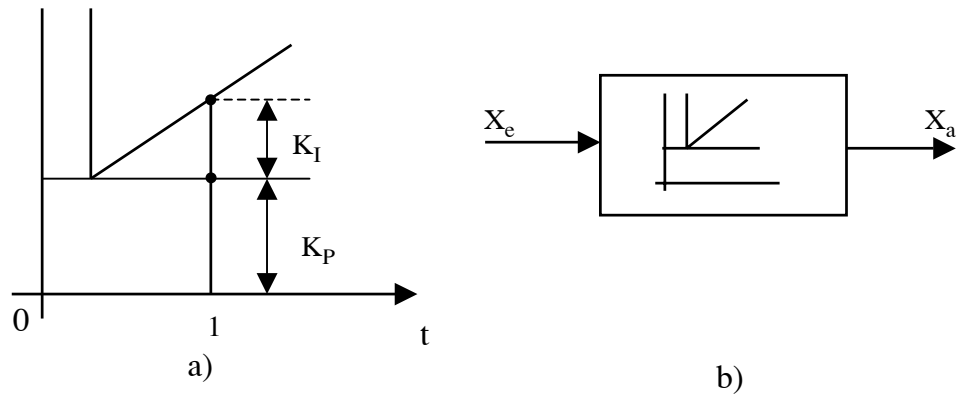


Hình 7.25. Đặc tính và ký hiệu của khâu PD - T_1

a - Đặc tính ; b - Ký hiệu.

- Khâu điều chỉnh PID :

$$\frac{X_a(s)}{X_e(s)} = K_P + \frac{K_I}{S} + K_D S \quad (7.72)$$

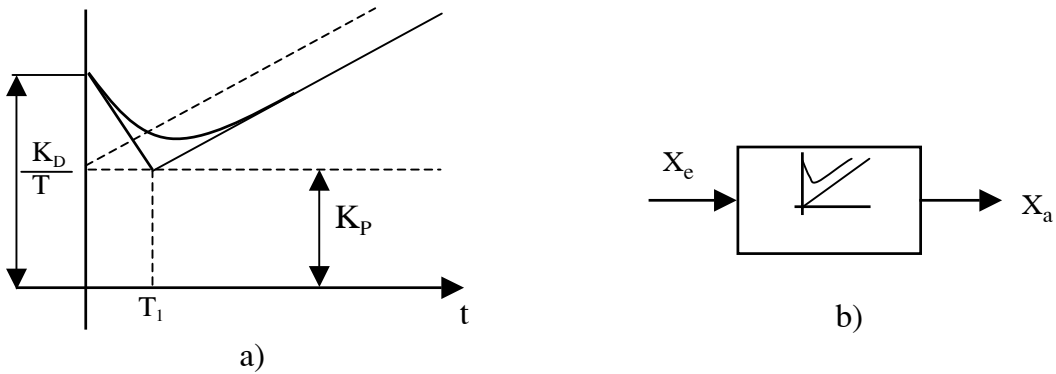


Hình 7.26. Đặc tính và ký hiệu của khâu PID

a - Đặc tính; b - Ký hiệu.

- Khâu điều chỉnh PID - T_1 :

$$\frac{X_a(s)}{X_e(s)} = \left(K_P + \frac{K_I}{S} + K_D S \right) \cdot \frac{1}{T_1 \cdot S + 1} \quad (7.73)$$



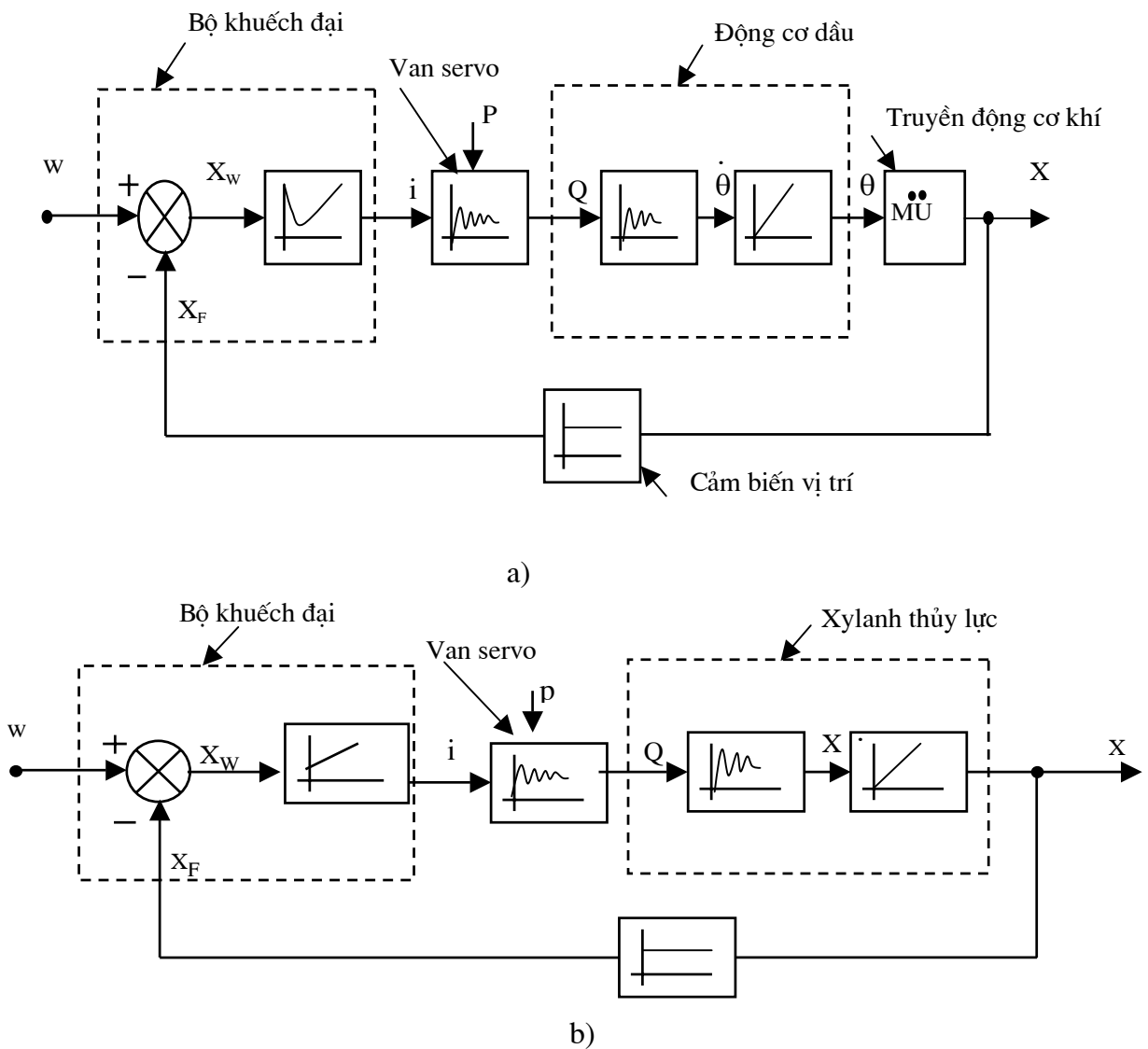
Hình 7.27. Đặc tính và ký hiệu của khâu PID - T_1

a - Đặc tính; b - Ký hiệu.

7.6. MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ SƠ ĐỒ KHỐI MÔ TẢ ĐẶC TÍNH ĐỘNG LỰC HỌC VÀ MÔ TẢ BẰNG TOÁN HỌC CỦA CÁC PHẦN TỬ TRONG MẠCH ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG THỦY LỰC

7.6.1. Sơ đồ khối về đặc tính động lực học

Sơ đồ đặc tính động lực học của hệ thủy lực chuyển động quay điều khiển vị trí thể hiện ở hình 7.28a.



Hình 7.28. Sơ đồ khối thể hiện đặc tính của hệ điều khiển thủy lực

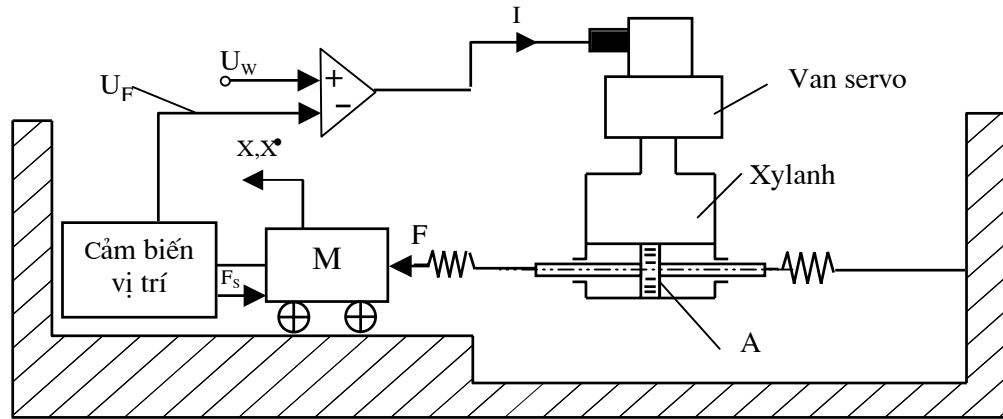
a- Hệ chuyển động quay; b- Hệ chuyển động thẳng.

trong đó : - Bộ khuếch đại là khâu PID - T_1 ;
- Van servo là khâu PT₂;

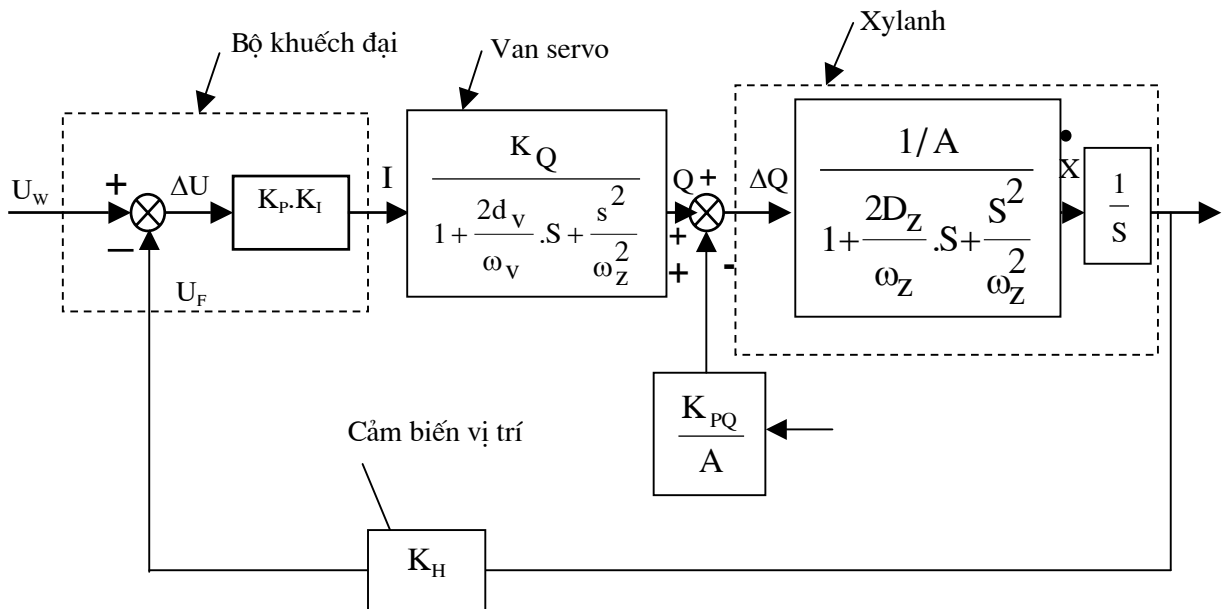
- Động cơ dầu gồm hai khâu là : P - T₂ và khâu I ;
- Cảm biến vị trí là khâu P.

Sơ đồ đặc tính động lực học của hệ thủy lực chuyển động thẳng điều khiển vị trí thể hiện ở hình 7.28b, trong đó bộ khuếch đại là khâu PI còn các khâu khác giống trường hợp hình 7.28a.

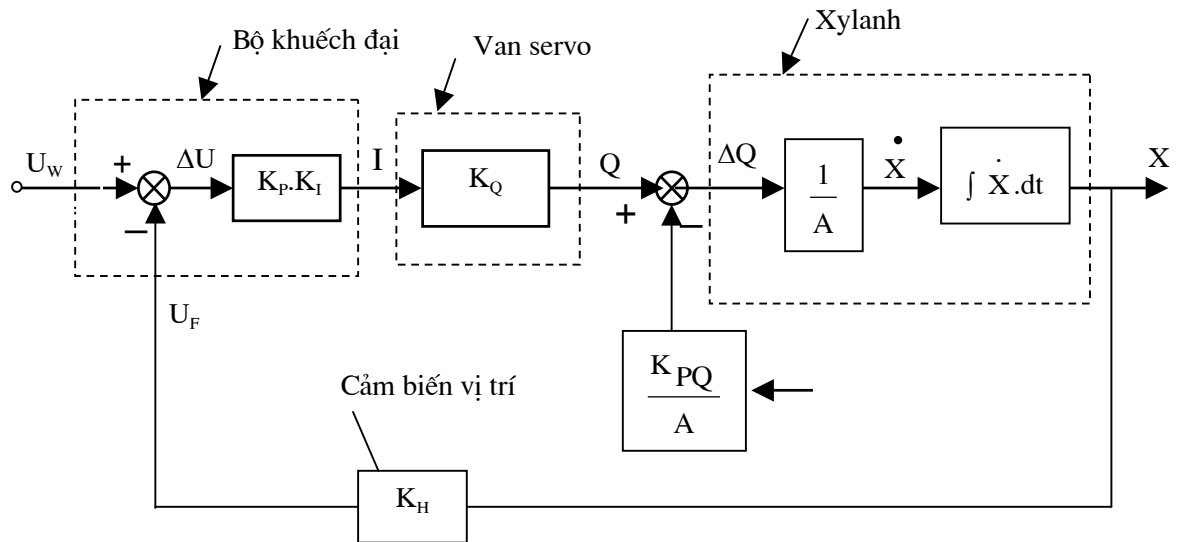
7.6.2. Sơ đồ khối mô tả toán học



a)



b)



c)

Hình 7.29. Sơ đồ khối mô tả toán học của các phần tử điều khiển của mạch điều khiển vị trí

a - Sơ đồ nguyên lý hoạt động; b - Sơ đồ khối mô tả toán học của quá trình động lực học; c - Sơ đồ khối mô tả toán học của quá trình xác lập.

Trong quá trình động lực học, các thông số phụ thuộc thời gian sẽ mất đi chỉ còn lại các thông số không phụ thuộc vào thời gian, tức là chỉ tồn tại các hệ số khuếch đại. Nên hình 7.29b khi ở trạng thái xác lập sẽ là hình 7.29c.

Hệ số khuếch đại của hệ là :

$$K_V = K_p \cdot K_I \cdot K_Q \cdot \frac{1}{A} \cdot K_H \quad , \quad 1/s \quad (7.74)$$

trong đó : K_p - hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại;

K_I - hệ số khuếch đại công suất;

K_Q - hệ số khuếch đại lưu lượng;

A - diện tích của pittông;

K_H - hệ số khuếch đại của cảm biến vị trí ;

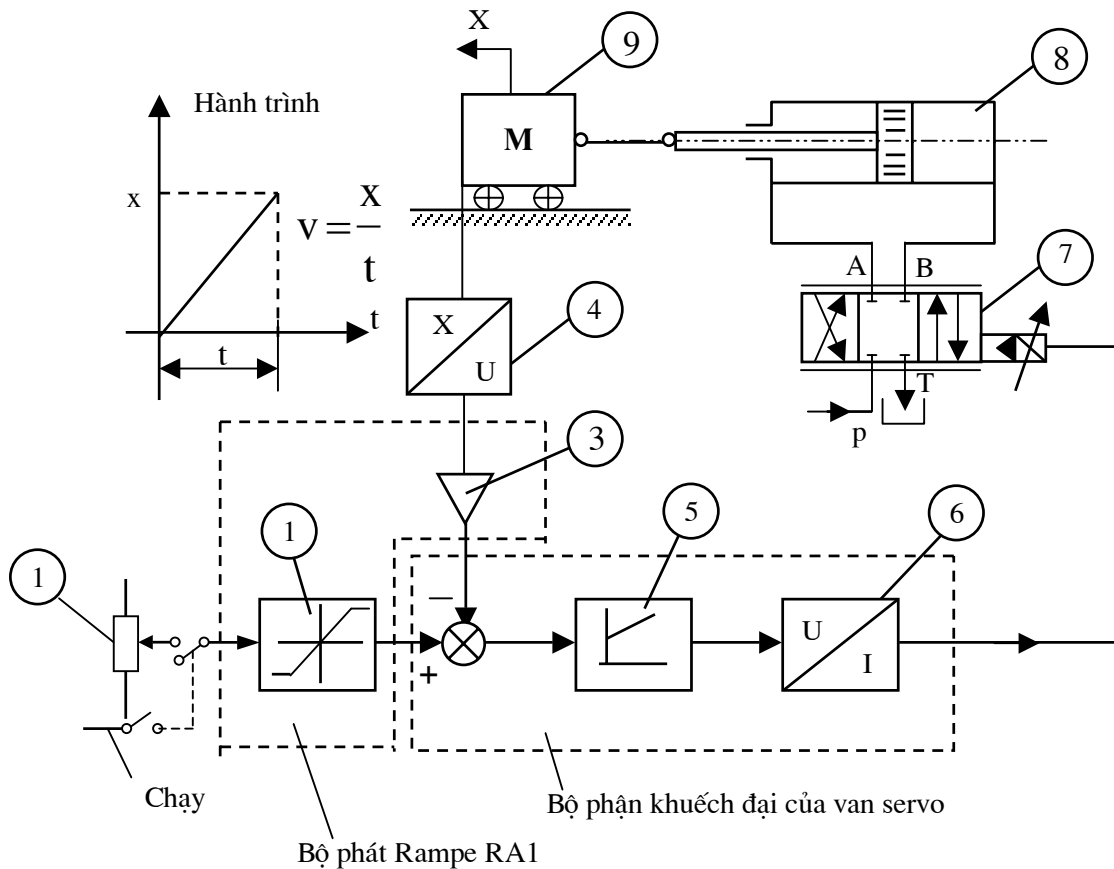
$$K_{PQ} = \frac{K_Q}{K_P} \left[\frac{\text{cm}^3 / \text{s}}{\text{bar}} \right] - \text{hệ số khuếch đại áp suất - lưu lượng};$$

ω_v - tần số riêng của van; ω_z - tần số riêng của xylanh;

d_v - hệ số tắt dần của van; D_z - hệ số tắt dần của xylanh.;

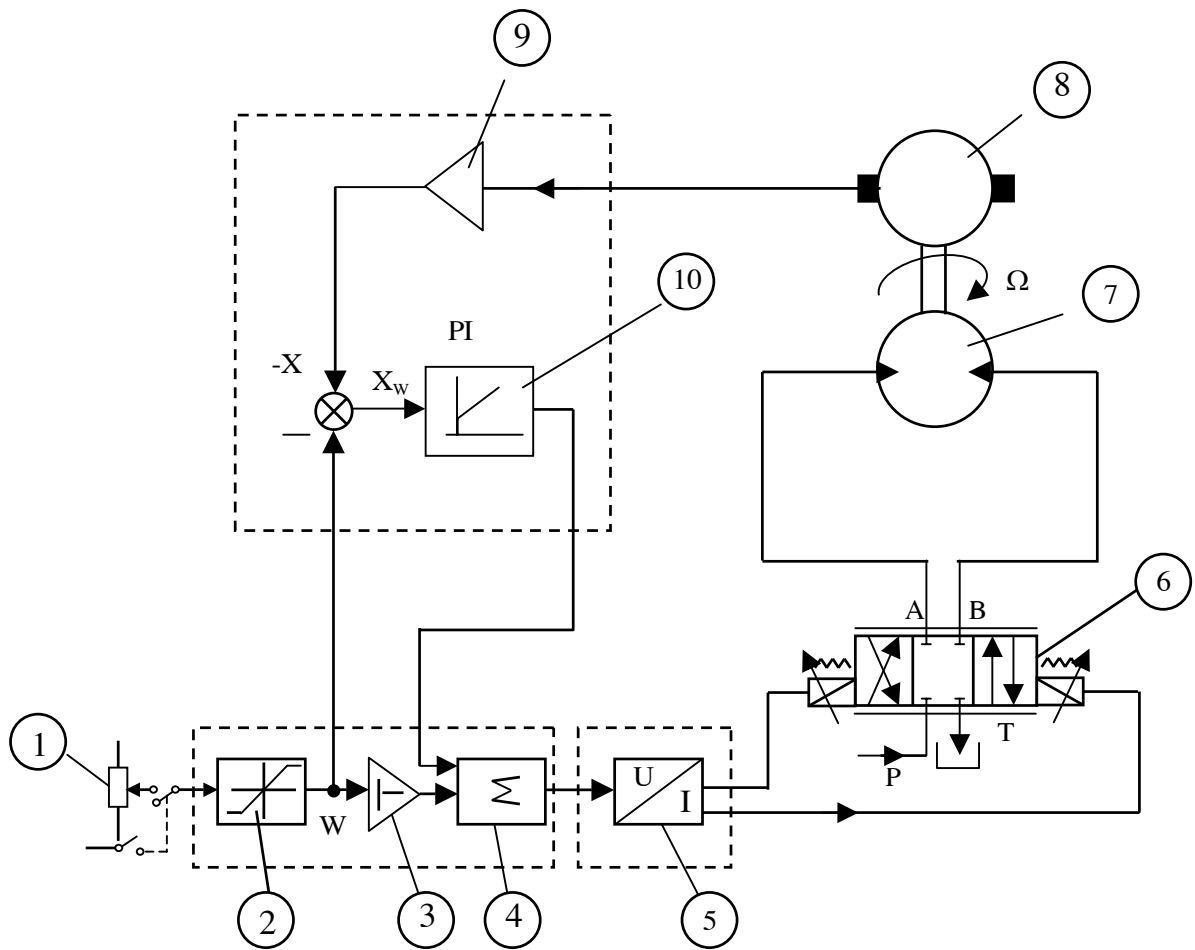
x - hành trình điều khiển.

7.6.3. Một số ví dụ về sơ đồ mô tả chức năng của các phần tử điều khiển trong mạch điều khiển thủy lực



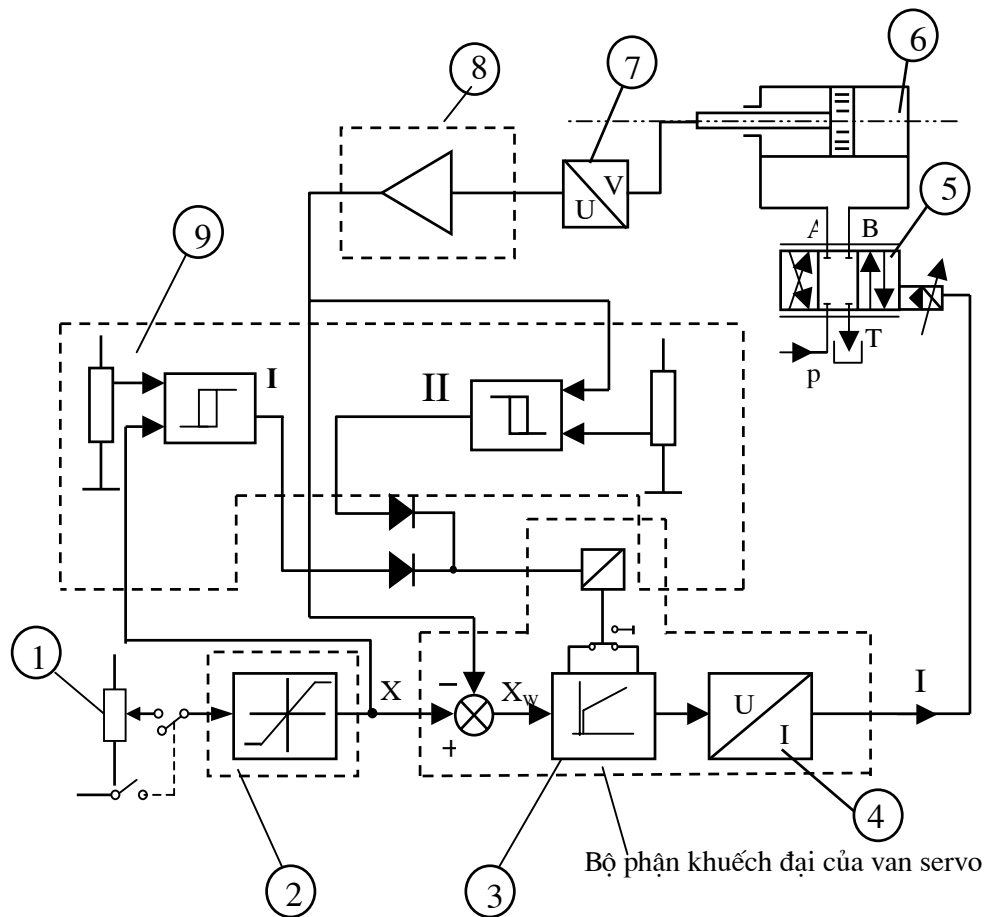
Hình 7.30. Sơ đồ của một mạch điều khiển vị trí bằng xylanh thủy lực

- (1) -Biến trở điều chỉnh điện áp vào (Potentionmetre);
- (2) -Bộ khống chế;
- (3) -Bộ khuếch đại tương thích;
- (4) -Cảm biến vị trí (hành trình- điện áp);
- (5) -Bộ điều chỉnh PI;
- (6) -Bộ khuếch đại công suất (điện áp-dòng);
- (7) -Van servo;
- (8) -Xylanh;
- (9) -Bàn máy.

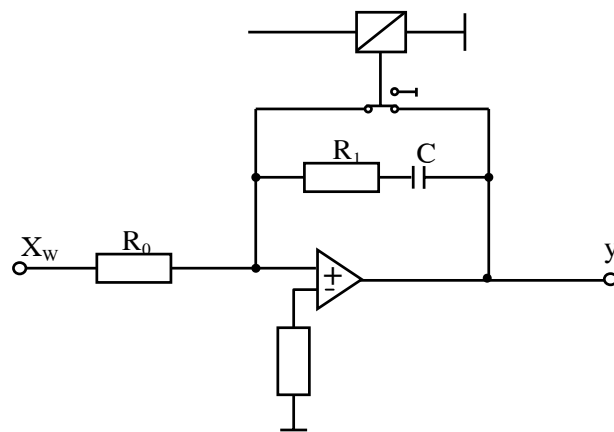


Hình 7.31. Sơ đồ một mạch điều khiển vận tốc của động cơ dầu

- (1) - Biến trở điều chỉnh điện áp vào (Potentionmetre);
- (2) - Bộ phát Rampe (bộ khống chế)- RA1;
- (3) - Bộ đảo tín hiệu;
- (4) - Bộ tổng;
- (5) - Bộ khuếch đại công suất (điện áp- dòng);
- (6) - Van tỷ lệ;
- (7) - Động cơ dầu;
- (8) - Cảm biến tốc độ quay (máy phát tốc hay gọi Dinamo tachymétrique);
- (9) - Bộ khuếch đại tương thích;
- (10)- Bộ điều chỉnh PI.



a)

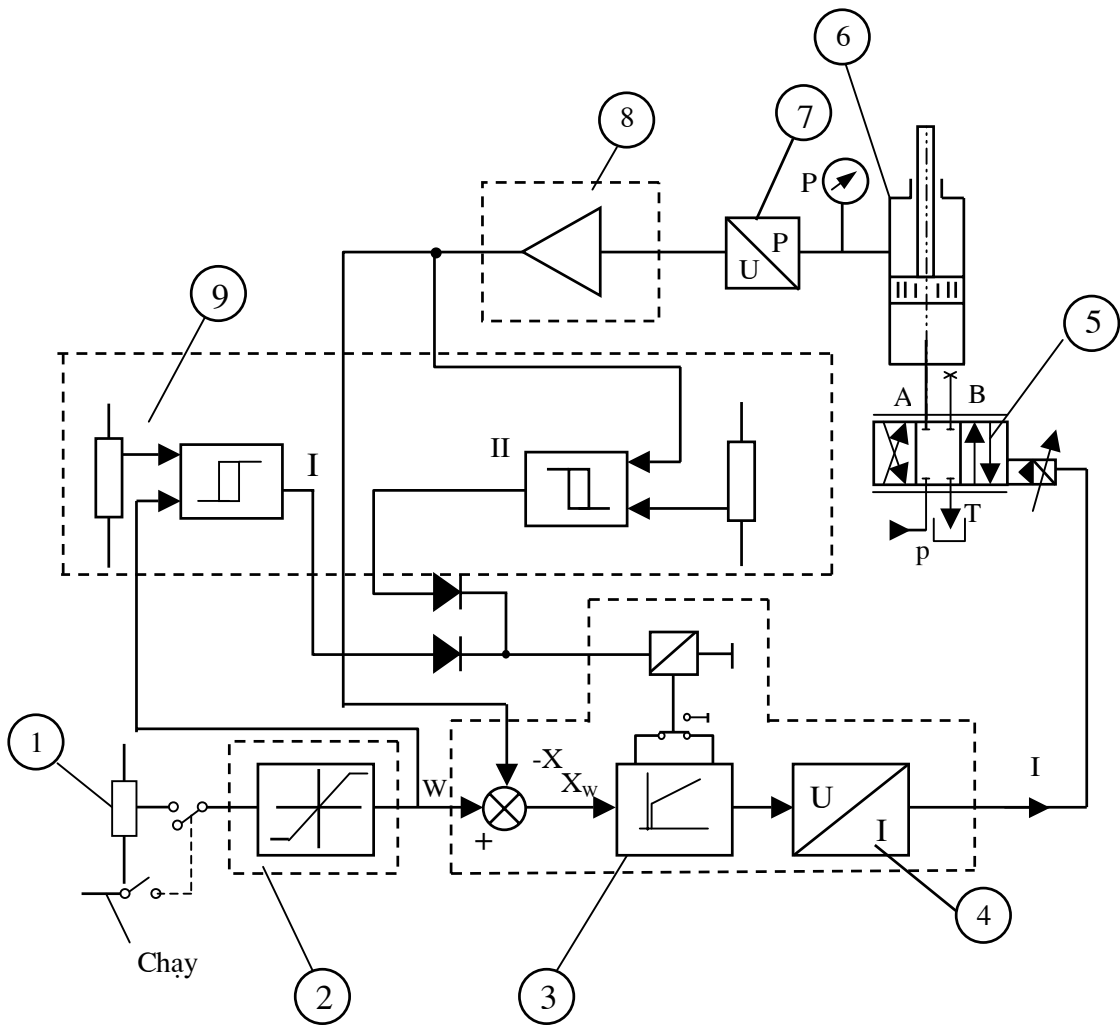


b)

Hình 7.32. Sơ đồ của một mạch điều khiển tốc độ của xylanh thủy lực.

a- Sơ đồ ; b - Sơ đồ bộ khuếch đại và làm đều PI.

(1) - Biến trở điều chỉnh điện áp vào; (2) - Bộ khống chế (phát Rampe RA1); (3) - Bộ điều chỉnh PI (hay gọi là bộ làm đều PI); (4) - Bộ khuếch đại công suất (điện áp U - dòng điện I); (5) - Van servo; (6) - Xylanh thủy lực; (7) - Cảm biến tốc độ (Capteur de vitesse); (8) - Bộ khuếch đại tương thích RA1; (9) - Bộ khuếch đại giao hoán BG1.



Hình 7.33. Sơ đồ của một mạch điều khiển áp suất của hệ thủy lực chuyển động tịnh tiến

(7) là cảm biến áp suất (Capteur de pression) còn các ký hiệu khác giống sơ đồ hình 7.32.

Trong điều khiển áp suất như ở hình 7.33 ta có :

- Hệ số khuếch đại lớn nhất là :

$$G_p = 2 \cdot d_v \cdot \omega_v \cdot T_p \quad (10.27)$$

trong đó : d_v - hệ số tắt dần của van;

ω_v - tần số riêng của van (1/s);

T_p - hằng số thời gian của điều khiển áp suất.

Với T_p xác định như sau :

$$T_p = \frac{V}{B \cdot K_{PQ}}; \quad K_{PQ} = \frac{Q_{\max}}{P_{\max}} \quad (10.28)$$

trong đó : V - thể tích dầu có áp suất, (cm^3);

B - mô đun đàn hồi của dầu $1,4 \cdot 10^5$, (N/cm^2);

K_{PQ} - hệ số khuếch đại áp suất / lưu lượng của van , $\frac{(\text{cm}^3/\text{s})}{\text{bar}}$.

- Hệ số khuếch đại tối ưu thường lấy như sau : $G_p^0 \approx \frac{1}{3}G_p$ (10.29)

- Biên độ A_v của con trượt : $A_v = 20\log\left(\frac{1}{2d_v}\right)$ (10.30)

- Hệ số tắt dần d_v : $d_v = 10^{-\frac{(A_v/20)}{2}}$ (10.31)

Các ký hiệu, đơn vị và ý nghĩa cơ bản trong các công thức

Ký hiệu	Đơn vị	Hệ Anh	Ý nghĩa
	Hệ mét	Hệ Anh	
a	cm/s ²	in/s ²	Gia tốc dài
A _P (A ₁)	cm ²	in ²	Diện tích pittông phía áp suất cao
A _R (A ₂)	cm ²	in ²	Diện tích pittông phía áp suất thấp
α	rad/s ²	rad/s ²	Gia tốc góc
B	kg/cm.s ²	lbf/in ²	Môđun đàn hồi của dầu
C _H	N/m	lbf/in	Độ cứng thủy lực của hệ chuyển động thẳng
(C _H)	N.m/rad	lbf.in/rad	Độ cứng thủy lực của hệ chuyển động quay
D _m	cm ³ /vg	in ³ /vg	Thể tích riêng của động cơ dầu
D	cm ³ /rad	in ³ /rad	Hệ số kết cấu của động cơ dầu
f _V	Hz	Hz	Tần số riêng của van
f _n	Hz	Hz	Tần số riêng của bộ truyền tải (xylanh hoặc động cơ dầu)
F _E	daN	daN	Ngoại lực
F _S	daN	daN	Lực ma sát trong xylanh
F _C	daN	daN	Lực ma sát của bộ phận tải
G _A	mA/v	mA/v	Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại
G _{AI}	(mA/s)/v	(mA/s)/v	Hệ số khuếch đại tích phân
G _V	(cm ³ /s)/mA	(cm ³ /s)/mA	Hệ số khuếch đại của van
H _x (K _C)	V/cm	V/in	Hệ số khuếch đại của cảm biến vị trí chuyển động thẳng
H _θ	V/rad	V/rad	Hệ số khuếch đại của cảm biến đo góc quay
H _V	V/(cm/s)	V/(in/s)	Hệ số khuếch đại của cảm biến đo vận tốc dài
H _Ω	V/(rad/s)	V/(rad/s)	Hệ số khuếch đại của cảm biến đo vận tốc góc
H _p	V/bar	V/PIS	Hệ số khuếch đại của cảm biến áp suất
J	N.ms ²	inlbf.s ²	Mômen quán tính khối lượng

K_V	s^{-1}	s^{-1}	Hệ số khuếch đại hệ thống
W_L	$kg.cm/s^2$	lbf	Trọng lực
m	kg	lbf s^2/in	Khối lượng
M	N.m	Inlbf	Mômen xoắn
ΔP	bar	PSI	Hiệu áp
$\Delta P/\Delta t$	bar/s	PSI/s	Tốc độ biến đổi áp suất
P	bar	PSI	Áp suất
Q	cm^3/s	in^3/s	Lưu lượng
V	cm/s	in/s	Vận tốc chuyển động thẳng
V_{L1}, V_{L2}	cm^3	in^3	Thể tích dầu trong đường ống
V_1, V_2	cm^3	cm^3	Thể tích dầu trong các buồng của xy lanh
Ω	rad/s	rad/s	Vận tốc góc
ω	rad/s	rad/s	Tần số riêng
Δx	cm	In	Sai số vị trí chuyển động thẳng
$\Delta \theta$	rad	rad	Sai số góc quay
n_m	vg/p	vg/p	Số vòng quay của động cơ dầu

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Clarence W.de Silva, *Control sensors and actuators*, Prentice Hall. Inc. Printed in USA, 1989.
- [2] Wayne Anderson, *Controlling eletrohydraulic systems*, Printed in USA, 1988.
- [3] M. Guillon, *Hydraulic servo systems analysis and design*, London, Butterworths, 1969.
- [4] Jack L. Johnson, PE, *Design of electrohydraulic systems for indutrial motion control*. Senior lecturer, Milwaukee School of Engineering, USA , 1991.
- [5] Russell W. Henke, P.E, *Fluid power systems & circuits*, printed in USA, 1983.
- [6] Herbert E.Merritt, *Hydraulic control systems*, Printed in USA, 1967.
- [7] William J.Palm, *Modeling, analysis and control of dynamic systems*, printed in USA, 1983.
- [8] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, *Modern control systems*. Wesley publishing company, Inc, printed in the USA, 1998.
- [9] S. Le Quoc, Professor, University of Quebec (ETS), Montreal, Canada. *Tuning an electrohydraulic servovalave to obtain a high amplitide ratis and a low resonance peak*.
The Journal of fluid control, Volume 20, Number 3, March 1990 (30 - 47)
- [10] *BD90, BD95 servo amplifier installation guide*, Bulletin N_o.IG 1463-000/USA, Parker electrohydraulic.
- [11] *Vickers. Closed loop electrohydraulic systems manual*, Frist edition 1993. Printed in USA.
- [12] *DAQ.Lab-PC+User manual*, National instruments corporation, June, 1996.
- [13] *DAQ. SC-207X Series user manual*, National instruments corporation November 1995.
- [14] *Double A. Closed loop trainng manual proportional & servo-valve*. US -B-AA16-12-1989. Printed in USA.
- [15] *IEEE-488 and VXI bus control, data acquisition, and analysis*. National instruments corporation, 1995.
- [16] *Using industrial hydraulics*. Printed in USA, 1984.
- [17] *Parker series BD062, BD760 servo valve*. Parker electrohydraulic, Printed in USA, 1995.
- [18] *Technical University Munich, Institute for Machine Tools and industrial Management*. Production Engineering, Vol.II/2 1995.
- [19] Claude Ducos. *Oléo - Hydraulique*. Technique et documentation, Lavoisier, Paris 1988.
- [20] Jean-Charles Gill. *Dynamique de la commande linéaire*. Dunod, Paris 1991.
- [21] Michel Gondran. *Informatique et asservissement. Mécanique, électronique, électricité, hydraulique*. Editions Casteilla 25, rue Monge -75005 Paris, Achevé d'imprimer en mars 1989.

- [22] J. Mainguenaud. *Cours d'automatique, Correction d'un système asservi linéaire calcul analogique*. Masson et Cie, Paris 1974.
- [23] Gérard Marie. *L'hydraulique pratique commentée pour l'industrie et le BTP* édition de l'USINE, Paris 1982.
- [24] Maurice Rivoir, Jean-Louis Ferrier. *Cours d'automatique*. édition de l'Eyrolles, Paris 1990.
- [25] Patrick Siarry. *Automatique de base*. Ellipses, Paris 1989.
- [26] *Cours d'oléodynamique*. Tous droits réservés à la société de publications mécaniques, Paris 1966.
- [27] *Technoguide E*. Adepa-agence nationale pour le développement de la productique appliquée à l'industrie, 1989.
- [28] Winfried Oppelt. *Kleines Handbuch Technischer Regebvorgänge*, Verlag Chemie G.m.b.H, Weinheim - Bergstr, 1964.

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐIỆN LỰC
KHOA CÔNG NGHỆ TỰ ĐỘNG**

Giáo Trình:

**LÝ THUYẾT
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG**

HÀ NỘI - 2009

MỤC LỤC

Chương I: **Định nghĩa và khái niệm cơ bản của hệ điều khiển tự động**

- 1.1 Một số định nghĩa và khái niệm thường dùng
- 1.2 Những nguyên tắc điều khiển cơ bản
- 1.3 Phân loại hệ thống điều khiển tự động
- 1.4 Nhiệm vụ môn học

Chương II: **Mô tả toán học hệ điều khiển tự động**

- 2.1 Khái niệm về mô tả toán học hệ điều khiển tự động
- 2.2 Mô hình toán học theo cấu trúc hàm truyền đạt
- 2.3 Tín hiệu tác động vào và phản ứng của khâu hay hệ
- 2.4 Đặc tính động học của các khâu cơ bản
- 2.5 Hàm truyền của hệ thống điều khiển và các đặc tính của hệ thống điều khiển
- 2.6 Mô tả toán học theo phương trình và mô hình trạng thái

Chương III: **Tiêu chuẩn ổn định hệ thống**

- 3.1 Khái niệm và thông số ảnh hưởng
- 3.2 Tiêu chuẩn ổn định Đại số (1,5 tiết)
- 3.3 Tiêu chuẩn ổn định tần số (2,5 tiết)
- 3.4 Lý thuyết phân vùng ổn định (1 tiết)
- 3.5 Độ dự trữ ổn định (1 tiết)
- 3.6 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ điều khiển tuyến tính (1 tiết)

Chương IV: Đánh giá chất lượng hệ điều khiển tự động

- 4.1 Khái niệm và các chỉ tiêu chất lượng (1 tiết)
- 4.2 Đánh giá chất lượng hệ ở chế độ xác lập (1 tiết)
- 4.3 Đánh giá chất lượng hệ ở chế độ quá độ (1,5 tiết)
- 4.4 Đánh giá gián tiếp chất lượng hệ điều khiển ở chế độ quá độ (2,5tiết)

Chương V: Tổng hợp hệ điều khiển tự động tuyến tính

- 5.1 Khái niệm (0,5 tiết)
- 5.2 Ổn định hoá hệ thống (0,5 tiết)
- 5.3 Tổng hợp hệ thống theo đặc tính tần số (2 tiết)
- 5.4 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp tối ưu (2 tiết)
- 5.6 Tổng hợp theo phương pháp gán điểm cực (3 tiết)
- 5.7 Tổng hợp theo phương pháp cân bằng mô hình (1 tiết)
- 5.8 Bộ điều chỉnh PID (1 tiết)

Chương VI: Nâng cao chất lượng hệ ĐKTD tuyến tính

- 6.1 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp bù nhiễu.
- 6.2 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp bù tín hiệu.
- 6.3 Hệ thống điều khiển thích nghi.
- 6.4 Phân ly hệ thống điều khiển tự động.

Chương VI: Ứng dụng phần mềm Matlab.

- 7.1 Giới thiệu phần mềm Matlab.
- 7.2 Malab – Controll systems.

CHƯƠNG I

KHÁI NIỆM VÀ CÁC NGUYÊN TẮC ĐIỀU KHIỂN CƠ BẢN

I. Một số định nghĩa và khái niệm thường dùng:

Lý thuyết điều khiển tự động là cơ sở lý thuyết của một ngành khoa học, nó nghiên cứu những nguyên tắc thành lập hệ tự động và các qui luật của các quá trình xảy ra trong hệ. Từ đó xây dựng được các hệ tối ưu hoặc gần tối ưu bằng những phương pháp kỹ thuật, đồng thời nghiên cứu quá trình tĩnh và động của hệ thống đó.

Với những phương pháp hiện đại của lý thuyết điều khiển tự động, chúng ta có thể lựa chọn được cấu trúc hệ thống hợp lý, xác định trị số tối ưu của các thông số. Đánh giá tính ổn định và các chỉ tiêu chất lượng trong quá trình điều khiển.

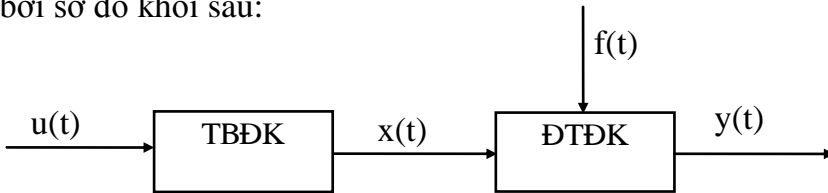
Một vài khái niệm có tính chất chung nhất của kỹ thuật điều khiển trong các ngành khoa học khác nhau. Không kể đến đặc điểm cụ thể, nguyên lý tác động và công dụng của các hệ thống đó, các khái niệm đó là:

- **Đối tượng điều khiển:** Là các thiết bị tạo ra đại lượng vật lý theo yêu cầu của công nghệ.
- **Thiết bị điều khiển:** Là thiết bị gia công tín hiệu điều khiển để tác động vào đối tượng điều khiển (ĐTĐK).
- **Tín hiệu điều khiển:** Là tín hiệu phù hợp để tác động vào ĐTĐK.

- **Điều khiển**: Là tập hợp tất cả các tác động được thực hiện lên đối tượng cần điều khiển theo một nguyên tắc, một quy luật nào đó nhằm thoả mãn các yêu cầu đặt ra.

- Một hệ thống không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là hệ thống điều khiển tự động.

Một cách tổng quát hệ thống điều khiển tự động được mô tả bởi sơ đồ khối sau:



Trong đó:

TBĐK: Thiết bị điều khiển, có nhiệm vụ tác động lên đối tượng điều khiển theo một quy luật nào đó để thoả mãn yêu cầu công nghệ.

ĐTĐK: Đối tượng cần điều khiển (Cơ cấu chấp hành), là tập hợp những phương tiện kỹ thuật như máy móc, thiết bị, khí cụ...chịu những tác động nào đó để đạt được mục đích điều khiển đề ra.

$u(t)$: Tín hiệu vào

$y(t)$: Tín hiệu ra.

$x(t)$: Tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng.

$f(t)$: Tín hiệu nhiễu loạn tác động vào hệ thống.

- **Tín hiệu**: là một hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin về các thông số kỹ thuật và được truyền tải bởi các đại lượng vật lý.

- Hệ đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ không đảo dấu.

- Hệ đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ có đảo dấu.

- **Phản hồi**: Là mối liên hệ ngược trích một phần năng lượng ở đầu ra quay lại không chế đầu vào. Bao gồm các loại phản hồi sau:

- Phản hồi **âm**: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn ngược dấu nếu là một chiều và ngược pha nếu là xoay chiều, có tác dụng giữ ổn định cho hệ.

- Phản hồi **dương**: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn cùng dấu nếu là một chiều và cùng pha nếu là xoay chiều, có tác dụng nâng cao hệ số khuếch đại và tạo nên hệ tự kích.

- Phản hồi **cứng**: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ cả ở chế độ quá độ và chế độ xác lập nhưng hiệu quả cơ bản là ở chế độ xác lập còn ở chế độ quá độ ít hiệu quả (thường bỏ qua), có tác dụng nâng cao chất lượng xác lập. Để tạo phản hồi cứng phải dùng các thiết bị có tính tỷ lệ như máy phát tốc, can nhiệt, mạch điện tử...

- Phản hồi **mềm**: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ ở chế độ quá độ còn chế độ xác lập không tham gia, có tác dụng nâng cao chất lượng quá độ. Để tạo phản

hồi mềm phải dùng các thiết bị có tính vi, tích phân như mạch R-C; R-L, cầu mềm (cầu động), biến áp vi phân...

Tổ hợp của bốn loại phản hồi trên tạo ra: Phản hồi âm cứng, dương mềm, âm mềm, dương cứng tùy theo từng trường hợp thực tế với yêu cầu cụ thể.

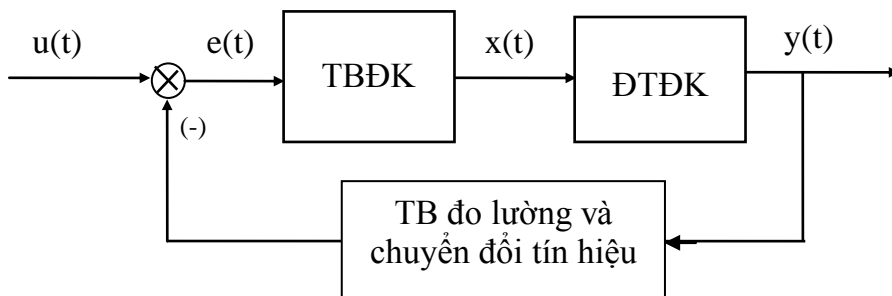
II. Những nguyên tắc điều khiển cơ bản

1. Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch:

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển $x(t)$ được thành lập dựa trên sự sai lệch của lượng ra thực tế so với yêu cầu (đặt ở đầu vào).

$$x(t) = f[y(t) - u(t)] = f[e(t)]$$

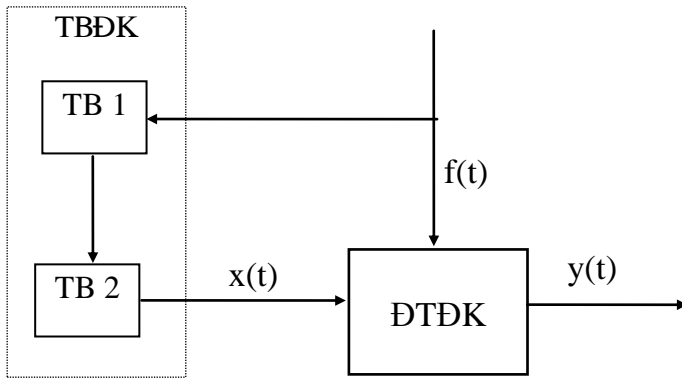
Sơ đồ cấu trúc như sau:



2. Nguyên tắc điều khiển theo nhiễu loạn (bù nhiễu):

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển $x(t)$ được thành lập dựa trên đo tín hiệu nhiễu loạn và tạo hàm điều khiển để khử nhiễu ở đầu ra. $x(t) = f[f(t)]$

Những hệ thống được xây dựng theo nguyên tắc này là những hệ thống hở (không có phản hồi). Sơ đồ cấu trúc như sau:



Trong đó:

TB 1 là thiết bị để đo nhiễu.

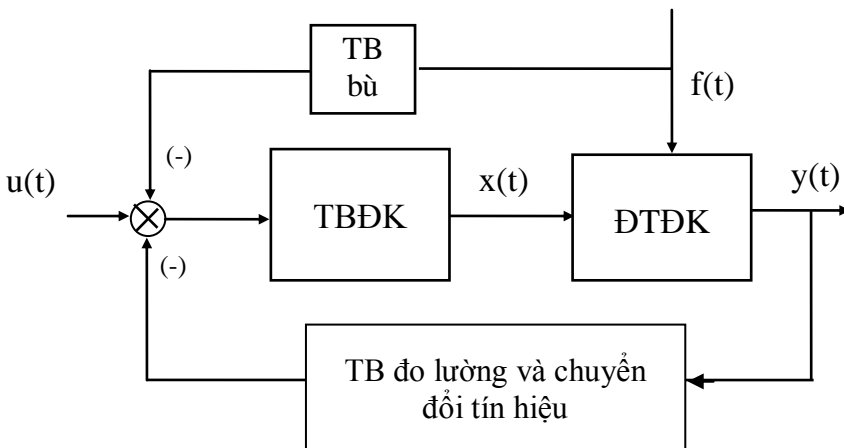
TB 2 là thiết bị để tạo ra tín hiệu điều khiển $x(t)$.

3. Điều khiển hỗn hợp (theo sai lệch và bù nhiễu):

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển $x(t)$ được thành lập dựa vào sự tổng hợp của hai phương pháp trên.

$$x(t) = f[e(t), f(t)]$$

Sơ đồ cấu trúc tổng quát như sau:



III. Phân loại các hệ thống tự động:

Hệ thống điều khiển tự động rất đa dạng, tùy thuộc vào các quan điểm khi phân loại mà ta có các cách phân loại khác nhau.

1. Phân loại theo nhiệm vụ:

- **Hệ điều khiển giữ ổn định**: là hệ khi lượng vào là giá trị đặt trước (chủ đạo) thì lượng ra biến đổi xung quanh giá trị yêu cầu với sai lệch nào đó. Ví dụ hệ điều khiển tự động giữ ổn định điện áp đầu ra máy phát; hệ tự động giữ ổn định nhiệt độ lò; hệ tự động giữ ổn định tốc độ trên trục động cơ... Để tạo ra hệ điều khiển này ta phải dùng phản hồi âm và để giữ ổn định đại lượng vật lý nào ta dùng phản hồi đại lượng đó.

- **Hệ điều khiển theo chương trình**: là hệ thống khi lượng vào biến đổi theo quy luật nào đó thì lượng ra cũng biến đổi theo qui luật ấy. Qui luật vào được gọi là chương trình điều khiển, nó có thể là qui luật theo không gian hoặc thời gian, có thể là liên tục hoặc rời rạc theo thời gian. Hiện nay qui luật được tạo nên do phần mềm điều khiển.

- **Hệ điều khiển tùy động**: là lượng ra biến đổi theo đúng qui luật của lượng vào nhưng lượng vào là hàm bất kỳ của không gian và thời gian hoàn toàn không biết trước, để tạo ra hệ này phải gồm hai phần:

+ **Hệ điều khiển theo chương trình**.

+ Thiết bị đo các đại lượng vật lý thực tế và gia công tạo chương trình điều khiển đầu vào.

Ví dụ: hệ điều khiển theo hướng của radar, các hệ điều khiển xe tự hành...

2. Phân loại theo phương pháp tác động:

- **Hệ điều khiển trực tiếp**: là hệ chỉ có thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển, với ưu điểm là đơn giản nhưng nhược điểm là sai số điều khiển lớn nên nó phù hợp với thiết bị gia đình như bàn là, nồi cơm điện, tủ lạnh...

- **Hệ điều khiển không trực tiếp**: là hệ ngoài thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển còn có khâu khuếch đại trung gian (khuếch đại sai lệch) có ưu điểm là độ chính xác cao nên thường là các hệ điều khiển dùng trong công nghiệp.

3. Phân loại theo nguyên tắc tác động:

- Hệ điều khiển liên tục: là hệ mà tín hiệu được xử lý trong hệ là tín hiệu liên tục theo thời gian, thiết bị sử dụng trong hệ là thiết bị tương tự và tính toán theo hệ thập phân.

- Hệ điều khiển rời rạc (hệ điều khiển xung -số): là hệ chỉ cần có một tín hiệu trong hệ là hàm rời rạc theo thời gian. Thiết bị được sử dụng trong hệ có thiết bị số và tính toán theo hệ nhị phân.

- Hệ điều khiển Role: là hệ mà trong nó tồn tại phần tử làm việc theo đặc tính role.

4. Theo mô tả toán học:

- Hệ tuyến tính: là hệ trong quá trình làm việc thông số của các phần tử không thay đổi hay là hệ thống có các phần tử được mô tả bởi phương trình vi phân tuyến tính. Đặc trưng cơ bản của hệ tuyến tính là chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

- Hệ phi tuyến: là hệ trong quá trình làm việc chỉ cần một thông số nào đó biến đổi hoặc có ít nhất một phần tử trong hệ là phi tuyến. Hệ phi tuyến không chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

5. Phân loại theo mạch vòng:

- Hệ thống hở (không có phản hồi)
- Hệ thống có một mạch vòng.
- Hệ thống có nhiều mạch vòng.

6. Theo khả năng thích nghi:

- Hệ không tự động thích nghi: khi môi trường thay đổi tác động vào hệ thống thì đặc tính của hệ không thay đổi.

- Hệ tự động thích nghi: tự chỉnh định các biến đổi của bên ngoài ảnh hưởng đến hệ thống và nó tự chọn chế độ thích ứng.

7. Theo khả năng nhận tín tức:

- Hệ tiền định: là hệ thống mà các lượng tác động vào hệ đã biết trước.

- Hệ không tiền định (hệ ngẫu nhiên) : những thông tin về các lượng tác động vào hệ thống hoàn toàn ngẫu nhiên.

8. Theo sai lệch:

- Hệ vô sai tĩnh : là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t)=0$.

- Hệ hữu sai: là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t) \neq 0$

9. Theo dạng tiêu thụ năng lượng: hệ điều khiển điện, cơ, khí nén, thủy lực

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

IV. Nhiệm vụ của môn học: Môn học LTĐKTD phải giải hai bài toán kỹ thuật

1. Bài toán phân tích hệ thống:

Áp dụng cho các hệ điều khiển đã có ta phải phân tích, xác định được các chỉ tiêu của hệ như:

- Hệ có làm việc được hay không (có ổn định hay không).
- Chất lượng của hệ ở chế độ quá độ và chế độ xác lập.
- Thông số của các đại lượng điều khiển cho phép trong phạm vi nào.

2. Bài toán tổng hợp hệ thống (thiết kế hệ thống):

Áp dụng cho hệ điều khiển chưa có đi thiết kế mới. Xuất phát từ yêu cầu công nghệ (đơn đặt hàng) ta thành lập hệ thống đáp ứng và được thực hiện qua các bước:

- Khảo sát và tìm hiểu công nghệ, từ đó có các chỉ tiêu điều khiển cần.
- Từ các chỉ tiêu cần xây dựng nên bài toán điều khiển.
- Từ bài toán điều khiển xây dựng sơ đồ khối cho hệ thống.
- Thiết kế sơ đồ nguyên lý cho từng khối trong hệ và cả hệ thống.
- Tính chọn thông số cho các thiết bị trong hệ.
- Quay về bài toán một để kiểm tra, nếu chưa được ta hiệu chỉnh và kiểm tra cho đến khi đảm bảo yêu cầu công nghệ thì bài toán thiết kế kết thúc.
- Lắp thử và kiểm nghiệm thực tế.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

CHƯƠNG II

MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

II-1 Khái niệm

Để khảo sát hệ điều khiển tự động (hệ gia công qui luật biến đổi tín hiệu) bắt buộc phải tìm qui luật biến đổi hàm do đó ta phải sử dụng công cụ toán học. Muốn vậy ta phải **chuyển đổi từ hệ điều khiển thực** cho bởi mô hình nào đó (sơ đồ nguyên lý, sơ đồ lắp giáp,...) **sang mô hình mô tả bằng toán học**, đó gọi là mô tả toán học cho hệ điều khiển. Khi chuyển mô hình phải thoả mãn các yêu cầu sau:

- Phải mô tả hệ là hệ điều khiển (hệ gia công tín hiệu).
- Khá chính xác nhưng dễ áp dụng.
- Có tính tổng quát: áp dụng được cho những hệ điều khiển với mục đích khác nhau và nguyên lý làm việc khác nhau.

Để thoả mãn các yêu cầu trên, trong điều khiển thường dùng các mô hình toán:

- **Phương trình vi phân**: không gian hàm gốc.
- **Sơ đồ cấu trúc** và **hàm truyền đạt**: không gian toán tử Laplace.
- **Đặc tính tần số**: không gian toán tử Fourier.
- Hệ phương trình trạng thái: **không gian trạng thái**.

II-2 Mô tả hệ điều khiển tự động bằng phương trình vi phân

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Để khảo sát một hệ thống tự động, ta phải mô tả được các phần tử trong hệ tự động bằng các biểu thức toán học thông qua phương trình vi phân. Mô hình một phần tử trong hệ tự động như hình vẽ:



Để mô tả quá trình động học xảy ra trong phần tử người ta thường dùng phương trình vi phân tuyến tính với dạng tổng quát như sau:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Hay:

$$a_0 y^{[n]}(t) + \dots + a_{n-1} y^{[1]}(t) + a_n y(t) = b_0 u^{[m]}(t) + \dots + b_{m-1} u^{[1]}(t) + b_m u(t)$$

$$m \leq n$$

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{[n-i]}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{[m-j]}(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm $y(t) = f[u(t)]$ ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t) = y^-(t) + y^*(t)$$

Với:

$y^*(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên

$y^-(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{[n-i]}(t) = 0$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất có dạng:

$$y^-(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}$$

c_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

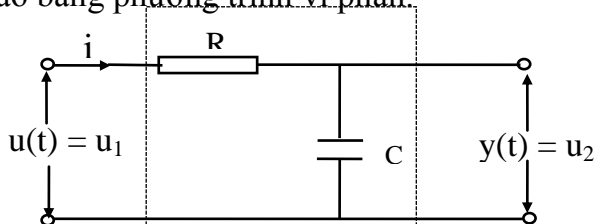
p_i : Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính.

Thay: $y^{[i]}(t) = p^i$ ($i = 1 \div n$) vào phương trình vi phân thuần nhất ta được phương trình đặc tính (phương trình đặc trưng của phương trình vi phân thuần nhất)

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Nhận xét: Với trường hợp phương trình vi phân bậc thấp ta có thể giải nó nhanh chóng. Với trường hợp bậc cao việc giải phương trình vi phân để tìm nghiệm $y(t)$ bằng cách thông thường gặp nhiều khó khăn, nhiều khi **không giải được**. Để khắc phục nhược điểm này người ta chuyển từ giải trực tiếp phương trình vi phân sang giải bằng cách thông qua **toán tử Laplace**.

Ví dụ: Cho mạch điện như hình vẽ hãy mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào bằng phương trình vi phân.



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Từ sơ đồ nguyên lý ta viết phương trình vi phân mô tả phần tử:

$$u(t) = u_1 = R.i + y(t)$$

$$y(t) = u_2 = \frac{1}{C} \int i . dt$$

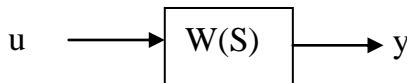
$$\text{Hay: } i(t) = C \frac{dy(t)}{dt}$$

Thay vào phương trình đầu ta được: $RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$

II-3 MÔ HÌNH TOÁN HỌC THEO CẤU TRÚC HÀM TRUYỀN ĐẠT

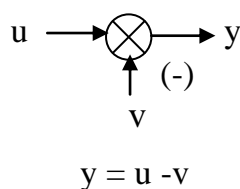
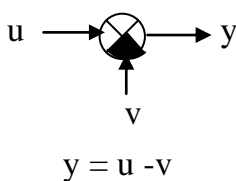
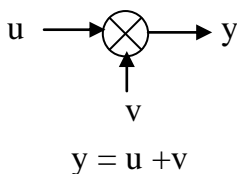
I. Sơ đồ cấu trúc

- Trong sơ đồ cấu trúc mỗi phần tử hay nhóm phần tử được mô tả bởi một ô hình chữ nhật trong đó có ghi hàm truyền đạt (ký hiệu $w(p)$). Các phần tử được nối với nhau bởi mũi tên chỉ hướng tác động hay hướng truyền tín hiệu.



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Tại các điểm có từ hai tín hiệu vào trở lên trong sơ đồ cấu trúc dùng nút cộng tín hiệu là vòng tròn gạch chéo, nếu ô quạt để trắng tín hiệu có dấu +, nếu ô quạt bôi đen hoặc ghi dấu (-) bên ngoài thì tín hiệu có dấu -



II. Hàm truyền đạt

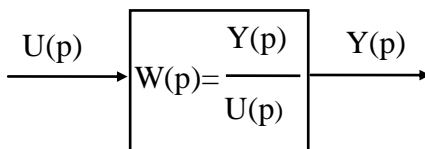
Hàm số truyền của phân tử tự động hay hệ thống (hay còn gọi là hàm truyền đạt) là tỷ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào biểu diễn dưới dạng toán tử Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

$$u(t) \rightarrow U(p) = L[u(t)]$$

$$y(t) \rightarrow Y(p) = L[y(t)]$$

Khi đó: Hàm truyền được ký hiệu $W(p)$

$$W(p) = \left. \frac{Y(p)}{U(p)} \right|_{\text{Điều kiện đầu triệt tiêu}}$$



III. Phép biến đổi Laplace

1. Công thức tìm hàm ảnh khi biết hàm gốc:

Nếu $f(t)$ là hàm gốc, gọi $F(p)$ là hàm ảnh Laplace của nó thì:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

Với $f(t)$ là hàm liên tục và có đạo hàm liên tục trong khoảng khảo sát.

Quan hệ giữa hàm gốc và ảnh còn được viết theo ký hiệu sau: $f(t) \rightarrow F(p) = L[f(t)]$

Các tính chất cơ bản của chuyển đổi Laplace:

- Tính chất 1 (Tính chất đơn ánh): $X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)];$

Nếu $x(t) \neq y(t)$ thì $X(p) \neq Y(p)$.

- Tính chất 2 (Tính chất tuyến tính T): $X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)]$ khi đó:

$$L[a \cdot y(t) + b \cdot x(t)] = L[a \cdot y(t)] + L[b \cdot x(t)] = a \cdot Y(p) + b \cdot X(p)$$

- Tính chất 3 (phép dịch trục):

$X(p) = L[x(t)]$ và $y(t) = x(t-T)$ khi đó:

$$Y(p) = L[y(t)] = X(p)e^{-pT}$$

- Tính chất 4: $X(p) = L[x(t)]$ và $y(t) = x(t)e^{-at}$ khi đó:

$$Y(p) = L[y(t)] = X(p+a)$$

- Tính chất 5 (ảnh của khâu đạo hàm): $X(p) = L[x(t)]$

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = pX(p)$$

.

.

$$y(t) = \frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = p^n X(p)$$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Tính chất 6 (ảnh của khâu tích phân): $X(p) = L[x(t)]$

$$y(t) = \int_0^t x(t)dt \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = \frac{X(p)}{p}$$

·
·

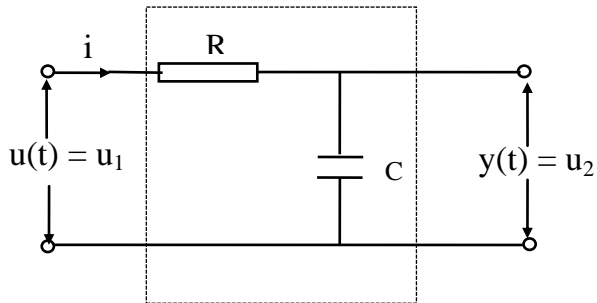
$$y(t) = \iiint_n x(t)dt \rightarrow Y(p) = L[y(t)] = \frac{X(p)}{p^n}$$

- Định lý về giới hạn thứ nhất: $X(p) = L[x(t)]$ và tồn tại $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ thì: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pX(p)$

- Định lý về giới hạn thứ hai: $X(p) = L[x(t)]$ và tồn tại $\lim_{t \rightarrow 0} x(t)$ thì: $\lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pX(p)$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

Ví dụ: Dùng toán tử p tìm mối quan hệ giữa lượng ra và lượng vào của phần tử sau:



Từ sơ đồ nguyên lý ta viết phương trình vi phân mô tả phần tử:

$$u(t) = u_1 = R \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt$$

$$y(t) = u_2 = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Chuyển sang toán tử p ta được:

$$U(p) = U_1(p) = R \cdot I(p) + \frac{I(p)}{C \cdot p} = I(p) \frac{RCp + 1}{Cp}$$

$$Y(p) = U_2(p) = \frac{I(p)}{C \cdot p}$$

(Với điều kiện ban đầu bằng 0)

Như vậy ta đã xác định được quan hệ giữa lượng ra và lượng vào:

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{CRp + 1} = \frac{1}{Tp + 1}; \text{ (Với } T = RC \text{)}$$

2. Công thức tìm hàm gốc khi biết hàm ảnh:

Nếu có hàm ảnh Laplace thì ta có thể xác định hàm gốc của nó.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt} dp$$

Quan hệ giữa hàm ảnh và gốc còn được viết theo ký hiệu sau:

$$F(p) \rightarrow f(t) = L^{-1}[F(p)]$$

Thông thường để đơn giản trong quá trình tính toán, phép biến đổi ngược Laplace thường được sử dụng theo phương pháp sau: (biến đổi ngược hàm hữu tỷ).

Giả sử hàm $f(t)$ có ảnh Laplace $F(p)$:

$$F(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}$$

Để tìm $f(t)$ ta thực hiện theo các bước sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- **Phân tích F(p) thành tổng các phân thức tối giản** (khai triển hệ vi sai)

$$F(p) = A + \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n \frac{A_{ki}}{(p-a_k)^i} + \sum_{k=1}^m \frac{B_k(p-\alpha_k) + C_k\beta_k}{(p-\alpha_k)^2 + \beta_k^2}$$

Trong đó: A, A_{ki}, B_k, C_k là các hằng số. a_k là các nghiệm thực bội n và α_k ± jβ_k là các nghiệm phức liên hợp của phương trình A(p) = 0.

- Xác định hàm gốc cho từng phân tử trong tổng trên như sau:

$$\cdot L^{-1}[A] = A \cdot \delta(t)$$

$$\cdot L^{-1}\left[\frac{A_{ki}}{(p-a_k)^i}\right] = A_{ki} \frac{t^{i-1} e^{a_k t}}{(i-1)!} l(t)$$

$$\cdot L^{-1}\left[\frac{B_k(p-\alpha_k)}{(p-\alpha_k)^2 + \beta_k^2}\right] = B_k e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t) l(t)$$

$$\cdot L^{-1}\left[\frac{C_k\beta_k}{(p-\alpha_k)^2 + \beta_k^2}\right] = C_k e^{\alpha_k t} \sin(\beta_k t) l(t)$$

Ví dụ: Cho hàm ảnh $F(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)}$ hãy tìm hàm gốc f(t)

$$\text{Ta có: } F(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)} = \frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+2}$$

Theo công thức ta có: $f(t) = (e^{-t} - e^{-2t})l(t)$

II.4 TÍN HIỆU TÁC ĐỘNG VÀ PHẢN ỨNG CỦA KHÂU HAY HỆ

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Với mỗi một khâu hay hệ thống tín hiệu tác động vào thường có hai loại. Tín hiệu tiền định và tín hiệu ngẫu nhiên. Trong phạm vi giáo trình này chúng ta chỉ xét tín hiệu vào khâu hay hệ là tín hiệu tiền định.

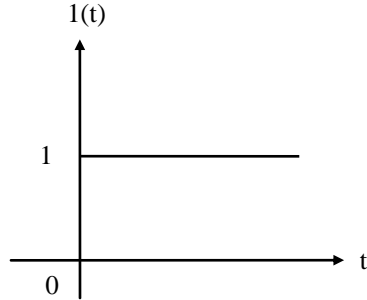
I. Tín hiệu tác động vào hệ:

1. Tín hiệu bậc thang đơn vị: $1(t)$

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < 0 \\ 1 & \text{với } t \geq 0 \end{cases}$$

Và:

$$1(t) \leftrightarrow L[1(t)] = \frac{1}{p}$$



2. Tín hiệu xung đơn vị: $\delta(t)$

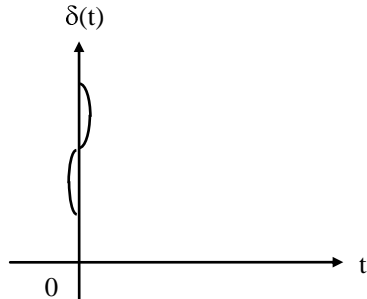
$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} \infty & \text{với } t = 0 \\ 0 & \text{với } t \neq 0 \end{cases}$$

Hay:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Và:

$$\delta(t) \leftrightarrow L[\delta(t)] = 1$$



3. Tín hiệu điều hoà:

Là tín hiệu có dạng:

$$x(t) = X_m \text{Sin}(\omega t + \varphi)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\text{Hay: } x(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\text{Và: } A \cdot \text{Sin}(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A \cdot \text{Sin}(\omega t + \varphi)] = \frac{A \cdot \omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$A \cdot \text{Cos}(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A \cdot \text{Cos}(\omega t + \varphi)] = \frac{A \cdot p}{p^2 + \omega^2}$$

4. Tín hiệu bất kỳ:

Tùy theo từng trường hợp khảo sát mà ta có thể phân tích tín hiệu theo hàm bất kỳ thành tín hiệu theo hàm $1(t)$ hay $\delta(t)$. Khi đó việc khảo sát hệ thực chất theo các tín hiệu trên.

- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ $x(t)$ theo tín hiệu $1(t)$

$$x(t) = x_0 \cdot 1(t) + \int_0^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} 1(t - \tau) d\tau$$

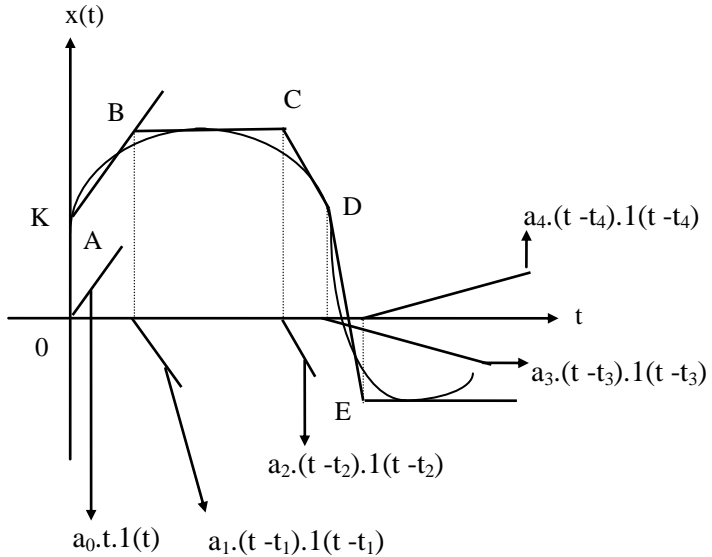
- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ $x(t)$ theo hàm $\delta(t)$. Nếu hàm $x(t)$ xác định và liên tục với mọi giá trị của t thì:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau$$

Trong thực tế người ta thường sử dụng biểu thức gần đúng biểu diễn $x(t)$ theo $1(t)$ sau:

$$x(t) = x_0 \cdot 1(t) + \sum_{i=0}^n a_i (t - t_i) \cdot 1(t - t_i)$$

Ví dụ: Phân tích hàm $x(t)$ bất kỳ như hình vẽ theo hàm $1(t)$.



$$x(t) = K + a_0.t.l(t) - a_1.l(t-t_1) - a_2.(t-t_2).l(t-t_2) - a_3.(t-t_3).l(t-t_3) + a_4.(t-t_4).l(t-t_4)$$

II. Phản ứng của khâu hay hệ:

1. Đặc tính thời gian:

Đặc tính thời gian của phần tử hay hệ thống là sự thay đổi tín hiệu ra theo thời gian khi tín hiệu vào là các hàm $1(t)$, $\delta(t)$ hoặc tín hiệu bất kỳ $x(t)$.

Hàm quá độ $h(t)$: Mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra khi tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị **$1(t)$** .

Ta có:

$$\text{Tín hiệu vào: } u(t) = 1(t) \rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$$

$$\text{Tín hiệu ra: } y(t) = h(t) \rightarrow Y(p) = H(p)$$

Hàm truyền của phần tử:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H(p)}{\frac{1}{p}} = p.H(p) \text{ Hay: } H(p) = \frac{1}{p}.W(p)$$

Hàm trọng lượng k (t): Là phản ứng của phần tử khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị **$\delta(t)$** .

Tín hiệu vào: $u(t) = \delta(t) \rightarrow U(p) = 1$

Tín hiệu ra: $y(t) = k(t) \rightarrow Y(p) = K(p)$

Hàm truyền của phần tử:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K(p)}{1} = K(p)$$

Hay: $K(p) = W(p)$

Từ H (p) và K (p) ta có mối liên hệ giữa h (t) và k (t):

$$h(t) = \int_0^t k(t)dt \text{ hay } k(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

2. Đặc tính tần số:

Đặc tính tần số của phần tử hay hệ thống là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu vào. Với tín hiệu vào biến đổi theo qui luật điều hoà.

Giả sử ở đầu vào phần tử cho tác động $u(t)$ có dạng:

$$u(t) = A_v \sin \omega t$$

thì sau thời gian quá độ, đầu ra của nó nhận được một dao động điều hoà khác có cùng **tần số**, khác **biên độ** và **lệch pha so** với $u(t)$ 1 góc φ .

$$y(t) = A_R \sin (\omega t + \varphi)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Nếu giữ $A_V = \text{Const}$ và thay đổi ω thì A_R và φ sẽ thay đổi theo.

- Sự phụ thuộc của φ vào ω được gọi là đặc tính pha tần số (PT) ký hiệu là $\varphi(\omega)$.

- Sự thay đổi của $A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$ theo ω được gọi là đặc tính biên độ tần số (BT).

- Hàm truyền tần số của phần tử:

Nếu đầu vào phần tử có dạng: $u(t) = A_V \cdot e^{j\omega t}$

Thì ở trạng thái xác lập đầu ra của phần tử là: $y(t) = A_R \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$

Đồng thời:

$$\frac{d^m u}{dt^m} = A_V (j\omega)^m e^{j\omega t}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} = A_R (j\omega)^n e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Mặt khác theo phân tử ta có:

$$a_0 \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \cdot \frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0 \cdot \frac{d^m u}{dt^m} + b_1 \cdot \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \cdot \frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Thay vào biến đổi ta được:

$$[a_0 \cdot (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot (j\omega) + a_n] A_R e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$= b_0 \cdot (j\omega)^m + b_1 \cdot (j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot (j\omega) + b_m] A_V e^{j\omega t}$$

Chuyển đổi biểu thức trên và đặt:

$$W(j\omega) = \frac{A_R}{A_V} e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1} (j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} (j\omega) + a_n}$$

$W(j\omega)$ được gọi là hàm truyền tần số của phần tử với:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$: Là biên độ của $W(j\omega)$.

$\varphi(\omega)$: Là góc pha của $W(j\omega)$.

Mặt khác ta có hàm truyền đạt của phần tử là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

So sánh ta thấy rằng có thể nhận được hàm truyền tần số của phần tử từ hàm truyền đạt của nó bằng cách thay $p = j\omega$.

- Đặc tính tần số phần thực và phần ảo:

Tách phần thực và phần ảo của $W(j\omega)$ ta được

$W(j\omega) =$

$$A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j \frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

Trong đó:

$$R(\omega) = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \quad \text{được gọi là đặt tính tần số phần}$$

thực của phần tử.

$$I(\omega) = \frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \quad \text{được gọi là đặt tính tần số phần}$$

ảo của phần tử.

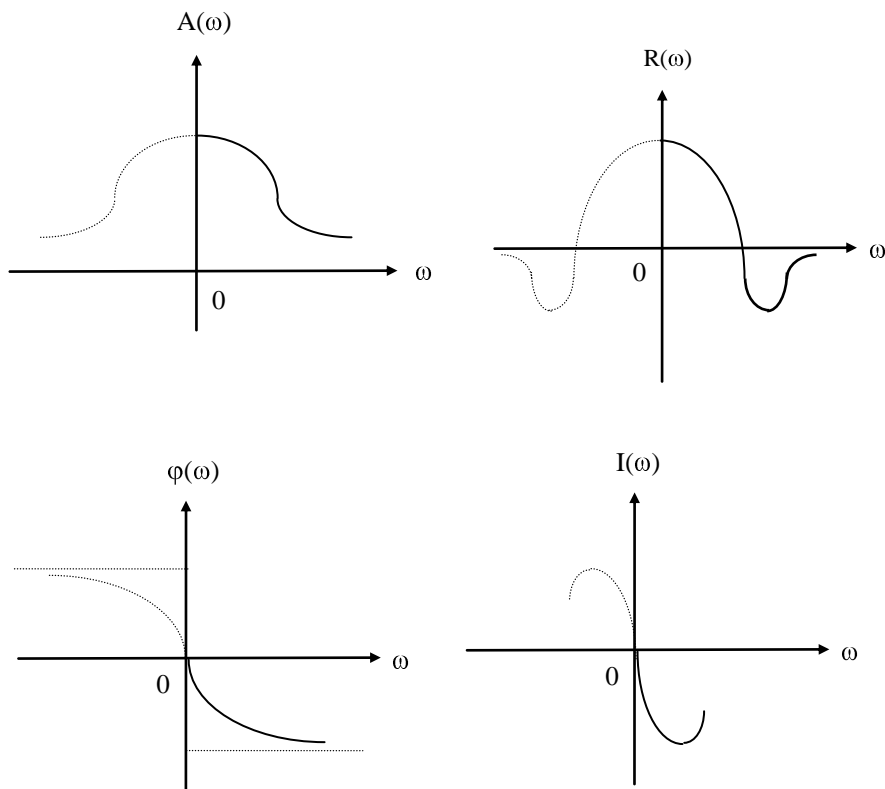
Khi đó đặc tính biên độ tần số và đặc tính pha tần số xác định theo biểu thức:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Đặc tính $A(\omega)$, $R(\omega)$ là các hàm chẵn đối xứng qua trục tung.
 Đặc tính $\varphi(\omega)$, $I(\omega)$ là các hàm lẻ đối xứng qua gốc tọa độ.



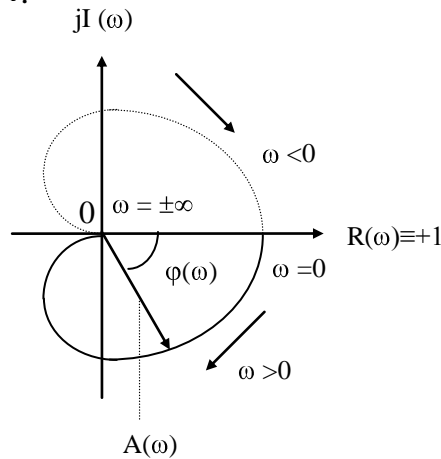
- **Đặc tính tần số biên pha:** (ĐTBP)

Cho ω biến thiên (từ $-\infty \rightarrow +\infty$) biểu diễn hàm truyền đạt tần số

$$W(j\omega) = R(\omega) + j.I(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

trên **mặt phẳng phức ta sẽ được đặc tính tần số biên pha.**

Đặc tính tần số biên pha gồm hai nhánh đối xứng nhau qua trục thực. Nên khi khảo sát và vẽ ĐTBP ta chỉ cần xét trong đoạn $\omega = 0 \rightarrow +\infty$.



- **Đặc tính tần số logarit:**

Lấy **logarit 2** vế hàm truyền tần số **$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$** ta được:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j \varphi(\omega)$$

Người ta gọi:

- **$\ln A(\omega)$** : đặc tính biên độ tần số logarit (BTL). Để đơn giản cho tính toán chuyển từ ln sang **lg**.

- **$\varphi(\omega)$** : đặc tính pha logarit (PTL).

Đặc tính biên độ tần số logarit $L(\omega)$: được vẽ trên hệ trục tọa độ vuông góc, với:

- **Trục tung** biểu diễn biên độ **đơn vị tính là decibel (db)**.

1 Đêxiben bằng $\frac{1}{10}$ bel. Bel là đơn vị đo logarit **thập phân** của

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

hệ số khuếch đại công suất của tín hiệu. 1 bel ứng với khuếch đại công suất lên 10 lần, 2 bel khuếch đại lên 100 lần ...Mà công suất của tín hiệu lại tỷ lệ với bình phương biên độ tín hiệu nên:

$$1 \text{ bel} \rightarrow \lg A^2(\omega) = 2\lg A(\omega)$$

Nếu tính đơn vị là Đêxibel:

$$1 \text{ bel} = 10 \text{ db} \rightarrow 10.2\lg A(\omega) = 20 \lg A(\omega) \text{ (db)}.$$

Đặc tính biên độ tần số Logarit tính theo đơn vị Đêxibel được ký hiệu là $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) \quad (\text{db})$$

- Trục hoành biểu diễn tần số ω và có thể dùng các đơn vị:

. Radiăng (rad): biểu diễn trực tiếp tần số ω (rad/s) đơn giản dễ hiểu nhưng phải chia phi tuyến theo hàm logarit cơ số 10 nên khó áp dụng, chỉ nên dùng khi có tọa độ chia sẵn.

. Decac (dec): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 10 lần:

$$1 \text{ dec} \sim \lg \omega_2 - \lg \omega_1, \text{ nếu } \omega_2 = 10\omega_1$$

Chọn $\omega_1 = 1 \text{ rad}$ làm gốc muốn tìm giá trị dec của ω bất kỳ ta có:

$$\lg \omega - \lg \omega_1 = \lg \frac{\omega}{\omega_1} = \lg \omega \text{ (dec)}$$

Và $\omega_1 = 1 \text{ rad} \Rightarrow \lg \omega_1 = 0 \text{ (dec)}$: gốc tọa độ

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Khi đó trục hoành được chia đều, đây là đơn vị thường dùng

. Octavit (Oct): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 2 lần

$1 \text{ (oct)} = \lg \omega_2 - \lg \omega_1$; Với $\omega_2 = 2\omega_1$; chọn $\omega_1 = 1 \text{ rad}$ làm gốc

$$\Rightarrow 1 \text{ (oct)} = \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} = \lg 2 = 0,3 \text{ (dec)}$$

Đặc tính pha tần số logarit $\varphi(\omega)$: được vẽ trên hệ trục tọa độ vuông góc, với trục tung biểu diễn góc pha φ với đơn vị đo bằng độ hoặc radiăng trục hoành đo theo đơn vị decac (dec).

Để sử dụng thuận lợi thường vẽ $L(\omega)$, $\varphi(\omega)$ cùng chung trục hoành hoặc trục hoành là tịnh tiến của nhau.

III. Phân loại các khâu động học

Dựa vào mô tả toán học người ta phân loại các khâu động học thành 4 nhóm

1. Nhóm khâu nguyên hàm: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra lặp lại quy luật lượng vào

- Khâu tỷ lệ: $W(p) = K$

- Khâu quán tính: $W(p) = \frac{K}{T_p + 1}$

- Khâu dao động: $W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$

- Khâu không ổn định: $W(p) = \frac{K}{T_p - 1}$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

2. Nhóm khâu vi phân: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với vi phân lượng vào.

- Vi phân lý tưởng: $W(p) = Kp$

- Vi phân thực: $W(p) = K(Tp + 1)$

3. Khâu tích phân: là khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với tích phân lượng vào. $W(p) = \frac{K}{p}$

4. Khâu chậm sau: là khâu động học mà lượng ra lặp lại lượng vào sau một khoảng thời gian trễ τ : $W(p) = e^{-\tau p}$

IV CÁC ĐẶC TÍNH CỦA CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

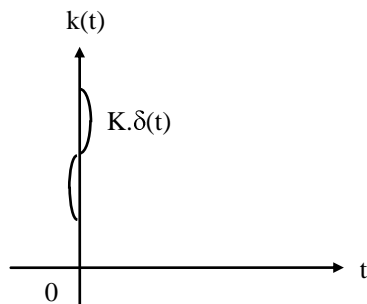
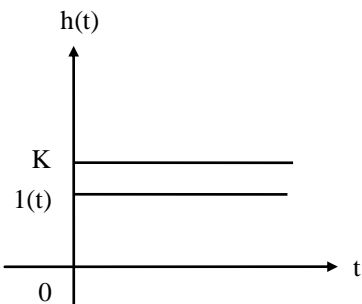
I. Các đặc tính của khâu nguyên hàm:

1. Khâu khuếch đại (tỷ lệ): $W(p) = K$

a. Đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = K \cdot 1(t)$

- Hàm trọng lượng: $k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K \cdot \delta(t)$



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

b. Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K + j 0 = K \cdot e^{j0}$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

$$R(\omega) = K$$

$$I(\omega) = 0$$

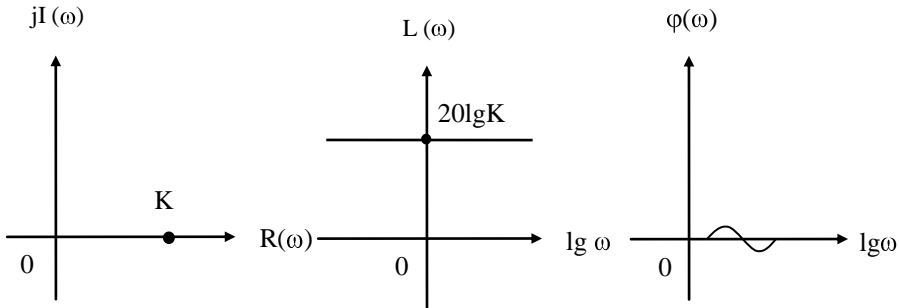
- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K$$

- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = 0$$

đặc tính trùng với trục hoành như hình vẽ.



2. Khâu quán tính bậc 1: $W(p) = \frac{K}{Tp+1}$

a. Đặc tính thời gian:

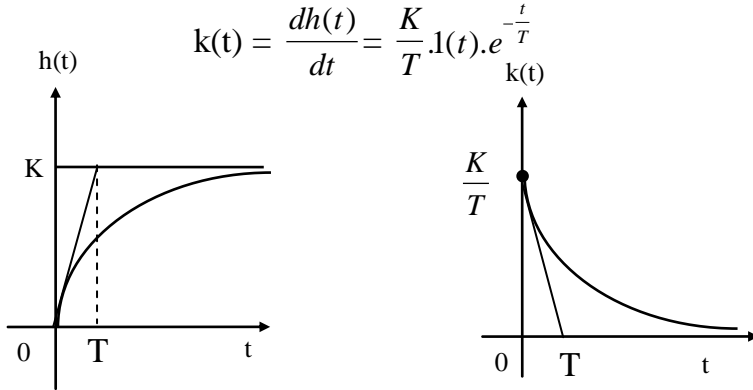
- Hàm quá độ $h(t)$:

$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{1+Tp}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p} \cdot \frac{K}{1+Tp}\right] = K \cdot 1(t) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

- Hàm trọng lượng $k(t)$:



b. Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+jT\omega} = \frac{K}{1+(T\omega)^2} - j \frac{KT\omega}{1+(T\omega)^2} = R(\omega) + j I(\omega)$$

$$= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg(\omega T)$$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và

$$\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\omega T$$

$$\rightarrow R^2(\omega) + I^2(\omega) = \frac{K^2}{1+(\omega T)^2}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

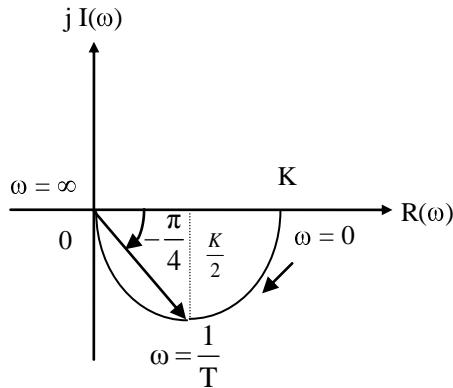
$$\rightarrow [R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2 = K^2 R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega) + I^2(\omega) = KR(\omega)$$

$$\rightarrow R^2(\omega) - KR(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = I^2(\omega) + \frac{K^2}{4}$$

$$\text{Hay } \left[R(\omega) - \frac{K}{2} \right]^2 + I^2(\omega) = \left(\frac{K}{2} \right)^2$$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(\frac{K}{2}, 0)$, bán kính $\frac{K}{2}$.

Theo trên ta chỉ xét $\omega = 0 \rightarrow \infty$ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20 \lg K & \text{khi } \omega \rightarrow 0 \\ L_2(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega T & \text{khi } \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K - 20 \lg T\omega$$

$$\text{Xác định độ nghiêng: } tg \alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$$

$$\text{- } L_1(\omega): tg \alpha = \frac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = 0$$

$$\text{- } L_2(\omega): tg \alpha = \frac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$$

$$tg \alpha = \frac{[20 \lg K - 20 \lg \omega_2 T] - [20 \lg K - 20 \lg \omega_1 T]}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = -20 \text{ (db/dec)}$$

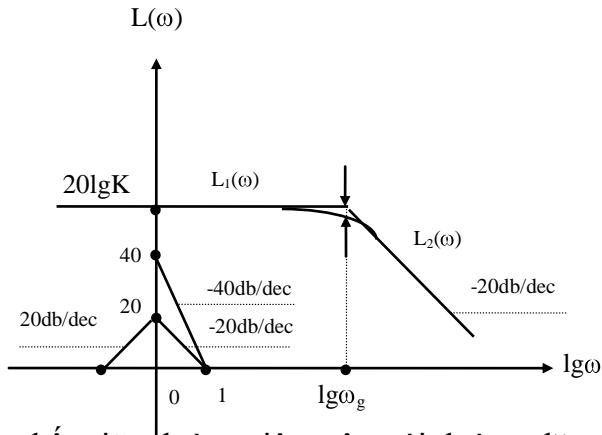
Xác định tần số gãy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$ và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gãy ω_g được xác định

$$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20 \lg K = 20 \lg K - 20 \lg \omega_g T \rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}$$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20 \lg K - [20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}] = 20 \lg \sqrt{2} \text{ (db)} \cong 2,9 \text{ (db)} < [3 \text{ (db)}]$$

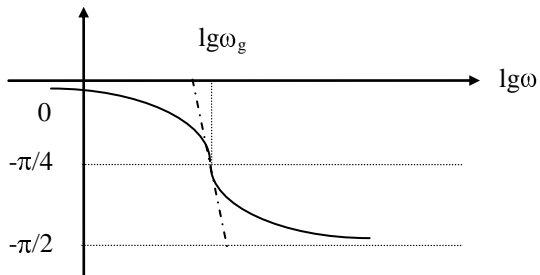
- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg(\omega T)$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{4} \text{ (điểm uốn)}$$

$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

3. Khâu dao động:

Hàm truyền đạt có dạng: $W(p) = \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}$

Từ hàm truyền đạt ta có phương trình đặc tính:

$$T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1 = 0$$

$$\Delta' = (\xi T)^2 - T^2 = T^2(\xi^2 - 1)$$

a. Đặc tính thời gian:

- Trường hợp 1: nếu $\Delta' > 0$ hay $\xi > 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hai khâu quán tính:

$$W(p) = K \cdot \frac{1}{1 + T_1 p} \cdot \frac{1}{1 + T_2 p}$$

$$\text{Với: } T_1 + T_2 = 2 \cdot \xi \cdot T \text{ và } T_1 \cdot T_2 = T^2$$

- Hàm quá độ $h(t)$:

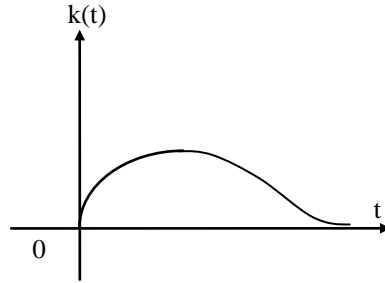
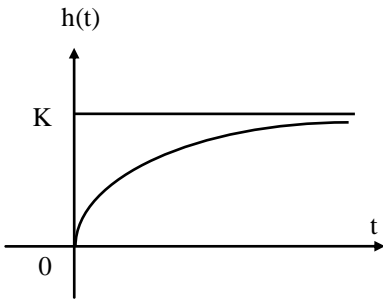
$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot K \cdot \frac{1}{1 + T_1 p} \cdot \frac{1}{1 + T_2 p}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p} \cdot K \cdot \frac{1}{1 + T_1 p} \cdot \frac{1}{1 + T_2 p}\right]$$

Giả sử $T_1 > T_2$ thì hàm quá độ là:

$$h(t) = K \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}\right) \cdot 1(t)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



- Hàm trọng lượng $k(t)$:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K \cdot 1(t)}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$$

- Trường hợp 2: nếu $\Delta' < 0$ hay $\xi < 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm phức:

$$p_{1,2} = \frac{-\xi}{T} \pm \frac{j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$$

Với:

$$\alpha = \frac{\xi}{T}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$$

- Hàm quá độ $h(t)$:

$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1} \left[\frac{1}{p} \cdot \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1} \right]$$

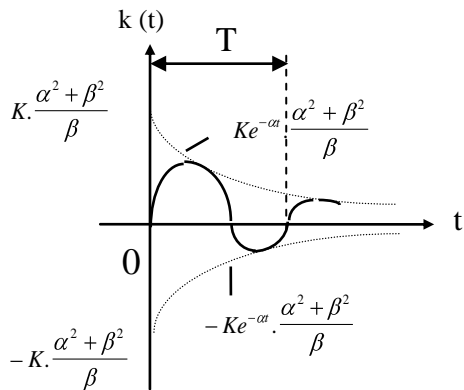
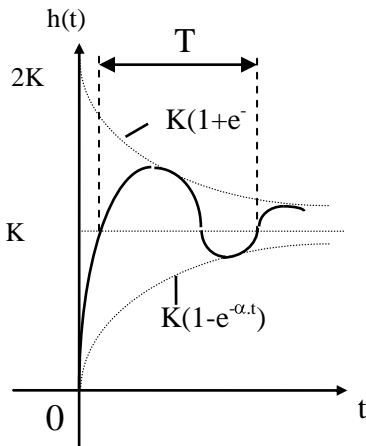
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$= K \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta t) \right] \right\} \cdot 1(t)$$

- Hàm trọng lượng $k(t)$:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K \cdot \omega_0^2}{\beta} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\beta t) \cdot 1(t)$$

$$\begin{aligned} & K \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} [\cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta t)] - K \cdot e^{-\alpha t} [-\beta \cdot \sin(\beta t) + \alpha \cdot \cos(\beta t)] \\ &= K \cdot 1(t) \cdot e^{-\alpha t} \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} \sin(\beta t) \end{aligned}$$



b. Đặc tính tần số:

- Trường hợp 1: nếu $\Delta < 0$ hay $\xi < 1$ khi đó:

$$\text{Hàm truyền tần số: } W(j\omega) = \frac{K}{-T^2 \omega^2 + 2\xi T \cdot j\omega + 1}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$= \frac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2} - j \frac{2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$= R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$$

$$R(\omega) = \frac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{-2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi.T.\omega)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg \frac{2.\xi.T.\omega}{1-T^2\omega^2}$$

Khảo sát $A(\omega)$ ta thấy hàm số có thể có cực trị tại các tần số

$$\omega_1 = 0; \omega_{ch} = \frac{1}{T}\sqrt{1-2\xi^2} ; \omega_2 = \infty$$

Trong đó ω_{ch} chỉ tồn tại khi $\sqrt{1-2\xi^2} > 0 \rightarrow \xi < \sqrt{0.5} = 0,707$ và được gọi là tần số cộng hưởng. Biên độ cực đại ứng với tần số này là:

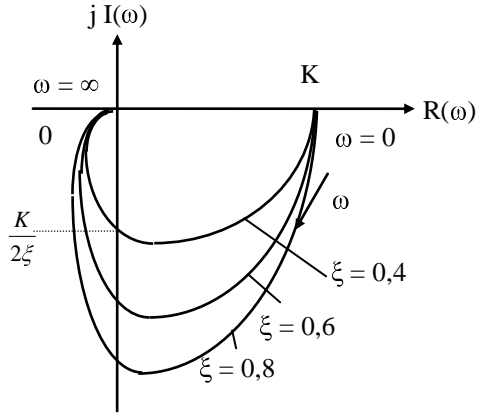
$$A(\omega_{ch}) = \frac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Khi ξ càng nhỏ hiện tượng cộng hưởng xảy ra càng mãnh liệt, khi $\xi = 0$ thì $A(\omega_{ch}) \rightarrow \infty$.

- Đặc tính tần số biên pha: Cho ω biến thiên từ 0 đến $+\infty$ ta được đặc tính tần số biên pha như hình vẽ:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

ω	$R(\omega)$	$I(\omega)$
0	K	0
1/T	0	-K/2\xi
∞	0	0



- Đặc tính biên độ tần số logarit:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega)$$

$$= 20\lg \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}} = 20\lg K - 20\lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg & \text{khi } \omega \rightarrow 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K - 40\lg \omega T & \text{khi } \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (20\lg K - 20\lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2})$$

$$= 20 \lg K - 40 \lg \omega T$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$

$$\rightarrow tg\alpha = \frac{[20 \lg K - 40 \lg \omega_2 T] - [20 \lg K - 40 \lg \omega_1 T]}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = -40 \text{ (db/dec)}$$

Xác định tần số gãy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$ và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gãy ω_g được xác định

$$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20 \lg K = 20 \lg K - 40 \lg \omega_g T \rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}$$

Để có thể tiệm cận hoá được đường cong $L(\omega)$ theo $L_1(\omega)$ và $L_2(\omega)$ thì sai lệch biên độ lớn nhất tại tần số $\omega_g = \frac{1}{T}$ phải thoả

mãn điều kiện: $\Delta L(\omega_g) \leq 3 \text{ (db)}$.

Khi đó:

$$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g)$$

$$= 20 \lg K - (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2})$$

$$= 20 \lg \sqrt{4\xi^2} = \pm 20 \lg 2\xi \leq 3 \text{ (db)}$$

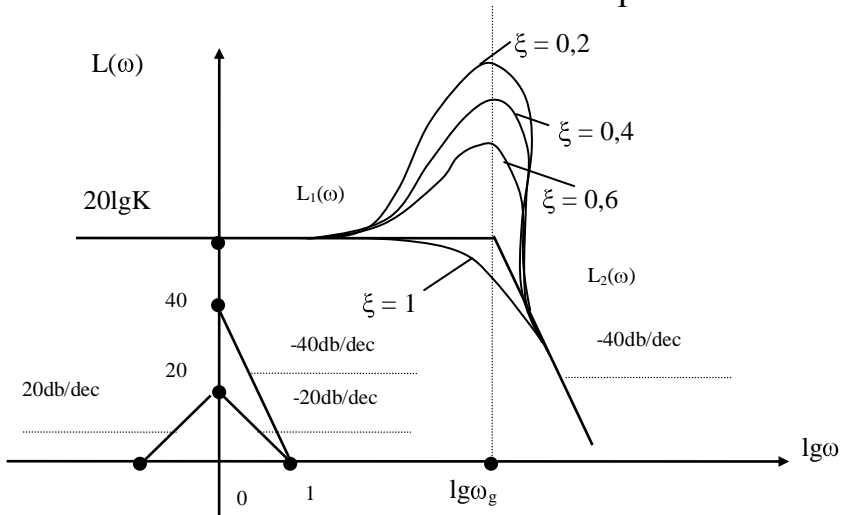
Hay: $0,38 \leq \xi \leq 0,71 \text{ (*)}$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Khi ξ không thoả mãn điều kiện (*) thì ta phải vẽ chính xác $L(\omega)$ theo:

$$L(\omega) = 20\lg K - 20\lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}$$

Khi ξ thoả mãn điều kiện (*) đặc tính có dạng như hình vẽ: khi $\xi < 0,38$ đặc tính xảy ra cộng hưởng tại $\omega = \omega_g = \frac{1}{T}$



- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg \frac{2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega}{1 - T^2 \omega^2}$$

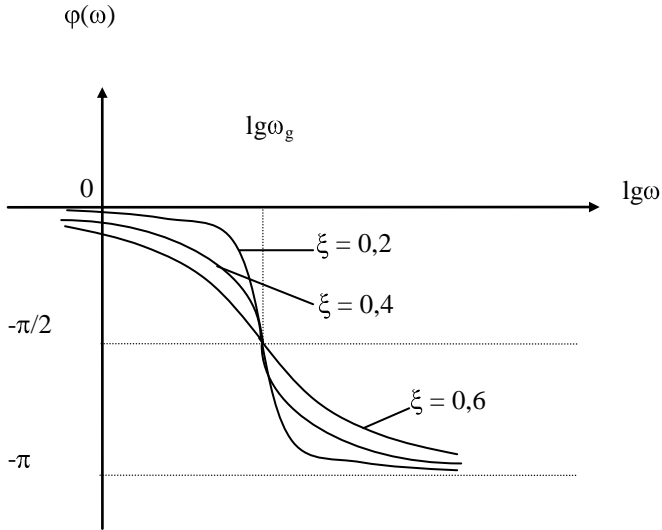
Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ (điểm uốn)

$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\pi$

Khi ξ càng nhỏ hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn càng lớn

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



- Trường hợp **2**: nếu $\Delta' \geq 0$ hay $\xi \geq 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hệ gồm hai khâu quán tính mắc nối tiếp. khi đó các đặc tính tần số của hệ thống sẽ được xét ở phần sau.

4. Khâu không ổn định bậc một: $W(p) = \frac{K}{Tp - 1}$

a. Đặc tính thời gian:

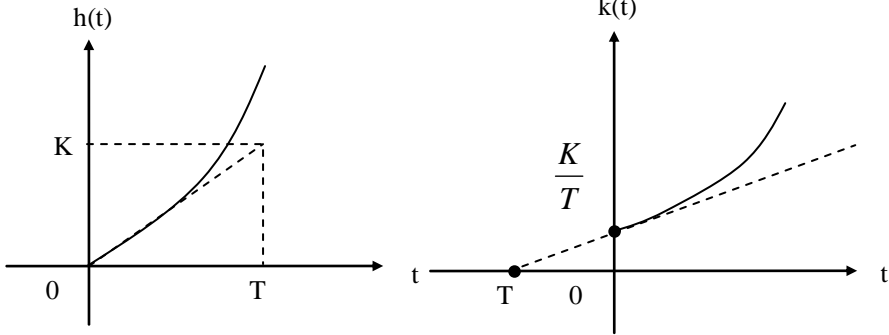
- Hàm quá độ $h(t)$:

Ta có: $H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{Tp - 1}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p} \cdot \frac{K}{Tp - 1}\right] = K \cdot 1(t) \cdot (e^{\frac{t}{T}} - 1)$

- Hàm trọng lượng $k(t)$:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T} \cdot 1(t) \cdot e^{\frac{t}{T}}$$



b. Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \frac{K}{jT\omega - 1}$

$$= -\frac{K}{1 + (T\omega)^2} - j\frac{KT\omega}{1 + (T\omega)^2} = R(\omega) + jI(\omega)$$

$$= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

Ta thấy rằng $R(\omega)$ và $I(\omega)$ đều âm nên:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg \omega T + (-\pi)$$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và

$$\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \omega T$$

$$\rightarrow \left[\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \right]^2 = (\omega T)^2 \quad \text{ta có} \quad R^2(\omega) + I^2(\omega) = \frac{K^2}{1 + (\omega T)^2}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

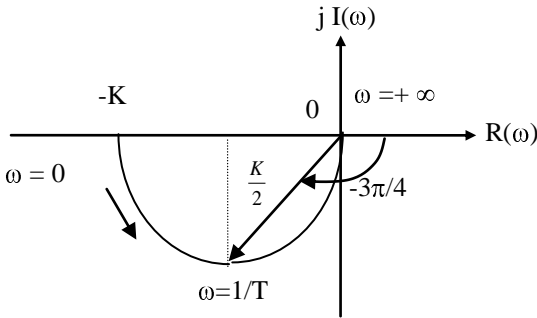
$$\rightarrow [R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2 = K^2 R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega) + I^2(\omega) = -KR(\omega)$$

$$\rightarrow R^2(\omega) + KR(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = \frac{K^2}{4}$$

$$\text{Hay } \left[R(\omega) + \frac{K}{2} \right]^2 + I^2(\omega) = \left(\frac{K}{2} \right)^2$$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(-\frac{K}{2}, 0)$, bán kính $\frac{K}{2}$.

Theo trên ta chỉ xét $\omega = 0 \rightarrow \infty$ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20 \lg K & \text{khi } \omega \rightarrow 0 \\ L_2(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega T & \text{khi } \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K - 20 \lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$

$$\rightarrow tg\alpha = \frac{[20 \lg K - 20 \lg \omega_2 T] - [20 \lg K - 20 \lg \omega_1 T]}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = -20 \text{ (db/dec)}$$

Xác định tần số gãy: ω_g

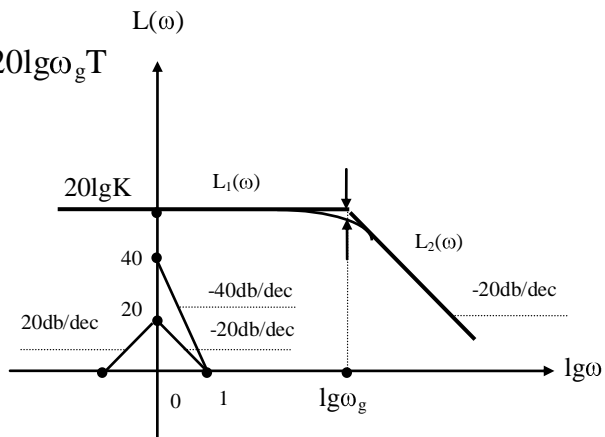
Hai đặc tính $L_1(\omega)$ và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gãy ω_g được xác định

$$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g)$$

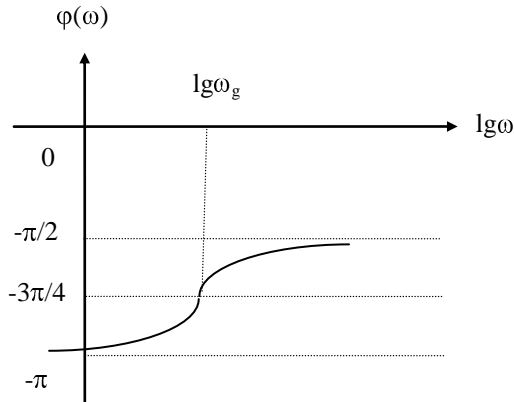
$$\rightarrow 20 \lg K = 20 \lg K - 20 \lg \omega_g T$$

$$\rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}$$

Đặc tính có dạng như hình vẽ.



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20\lg K - [20\lg K - 20\lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}] = 20\lg \sqrt{2} \text{ (db)} \cong 2,9 \text{ (db)}$$

- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg(\omega T) - \pi$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = -\pi$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{3\pi}{4}$$

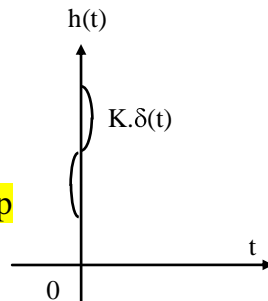
$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

II. Các đặc tính của khâu vi phân:

1. **Khâu vi phân lý tưởng:** $W(p) = Kp$

a. *Đặc tính thời gian:*

- Hàm quá độ:



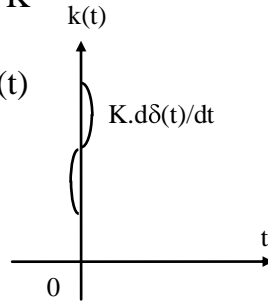
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Ta có: $H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot Kp = K$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[K] = K \cdot \delta(t)$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K \frac{d\delta(t)}{dt}$$



b. *Đặc tính tần số:*

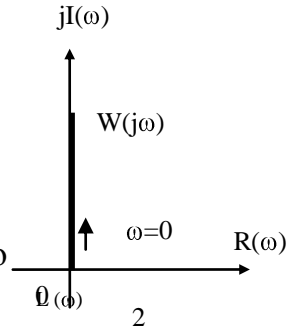
Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = jK\omega = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K\omega$

$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

Cho ω biến thiên từ 0 đến $+\infty$ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ

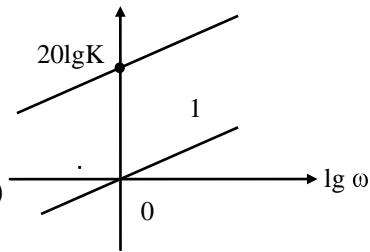


$R(\omega) = 0$

$I(\omega) = K\omega$

- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K\omega \\ &= 20 \lg K + 20 \lg \omega \end{aligned}$$



Khi $K = 1 \rightarrow L(\omega) = 20 \lg \omega$

Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số $\omega = 1$, có độ nghiêng được xác định như sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

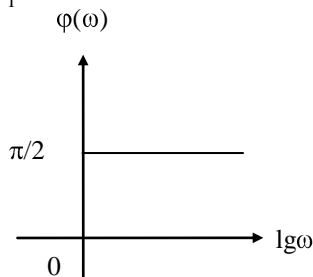
$$tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = \frac{20 \lg \omega_2 - 20 \lg \omega_1}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = +20 \text{ (db/dec)}$$

Khi $K > 1$ đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg \infty = \frac{\pi}{2}$$

đặc tính như hình vẽ.



2. Khâu vi phân bậc một: $W(p) = K(Tp + 1)$

a. *Đặc tính thời gian:*

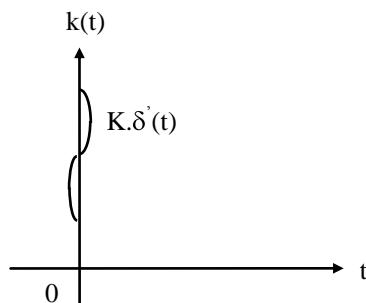
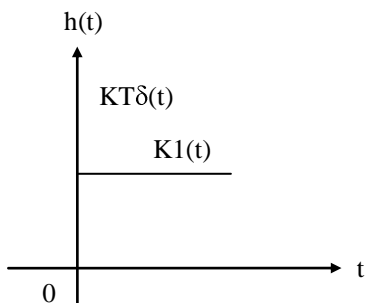
- Hàm quá độ:

$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} K(Tp + 1) = K\left(T + \frac{1}{p}\right)$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[K\left(T + \frac{1}{p}\right)\right] = K[1(t) + T \cdot \delta(t)]$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K[\delta(t) + T \cdot \frac{d\delta(t)}{dt}]$$



b. *Đặc tính tần số:*

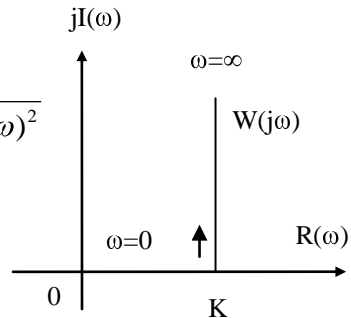
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K(Tj\omega + 1) = K + jKT\omega = R(\omega) + jI(\omega)$

$$= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K\sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg T\omega$$



- Đặc tính tần số biên pha: TBP

Cho ω biến thiên từ 0 đến $+\infty$ ta được đặc tính tần số TBP như hình vẽ

- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20 \lg A(\omega) = 20 \lg (K\sqrt{1 + (T\omega)^2}) \\ &= 20 \lg K + 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2} \end{aligned}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20 \lg K & \text{khi } \omega \rightarrow 0 \\ L_2(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \omega T & \text{khi } \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (20 \lg K + 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}) = 20 \lg K + 20 \lg T\omega$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \frac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

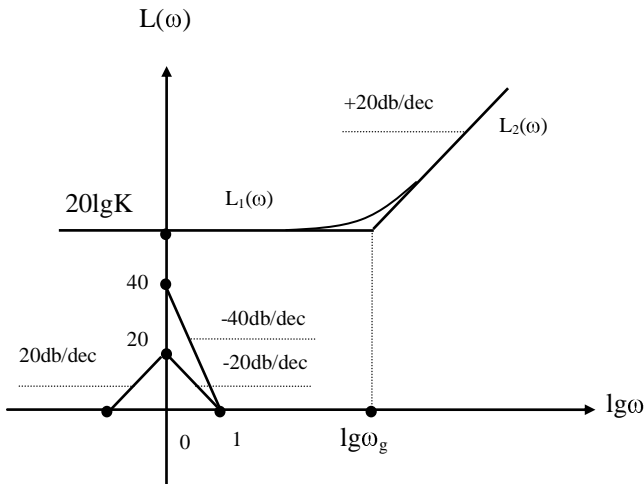
$\rightarrow tg\alpha = \frac{[20\lg K + 20\lg 10\omega_1 T] - [20\lg K + 20\lg\omega_1 T]}{\lg 10\omega_1 - \lg\omega_1} = +20 \text{ (db/dec)}$

Xác định tần số gãy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$ và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gãy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20\lg K = 20\lg K + 20\lg\omega_g T \rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:



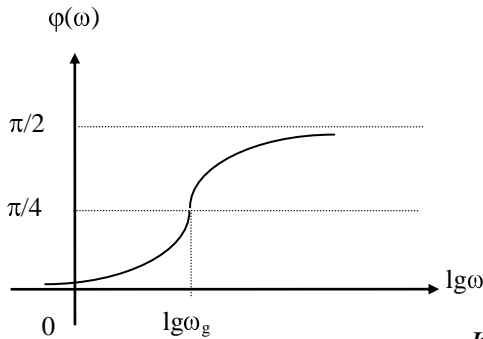
- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg(\omega T)$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{4} \text{ (điểm uốn)}$$

$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$



III. Các đặc tính của khâu tích phân: $W(p) = \frac{K}{p}$

1. Đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ:

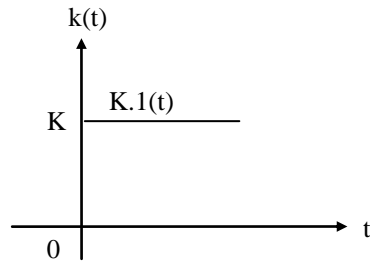
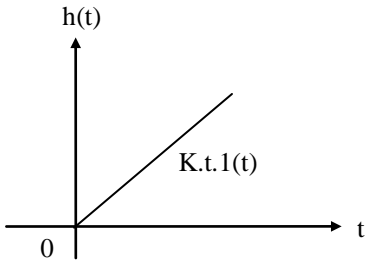
$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{p} = \frac{K}{p^2}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p} \cdot \frac{K}{p}\right] = K \cdot t \cdot 1(t)$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K \cdot 1(t)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



2. Đặc tính tần số:

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -j\frac{K}{\omega} = R(\omega) + jI(\omega) =$

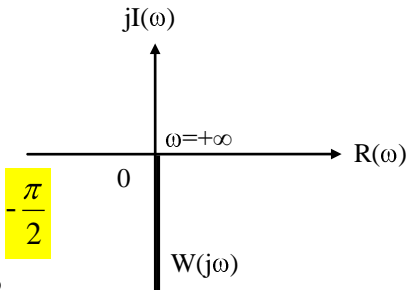
$$A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

Cho ω biến thiên từ 0 đến $+\infty$ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ

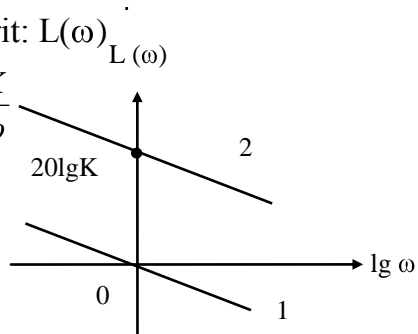


- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega}$$

$$= 20 \lg K - 20 \lg \omega$$

Khi $K = 1 \rightarrow L(\omega) = -20 \lg \omega$



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số $\omega = 1$, có độ nghiêng được xác định như sau:

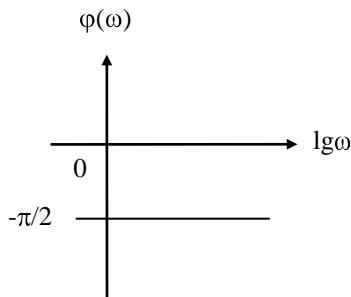
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = \frac{-20 \lg \omega_2 - (-20 \lg \omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1} = -20 \quad 20$$

(db/dec)

Khi $K > 1$ đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \operatorname{arctg}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$



IV. các đặc tính của khâu chậm trễ: $W(p) = e^{-p\tau}$

1. Đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ:

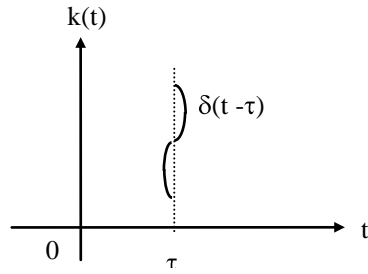
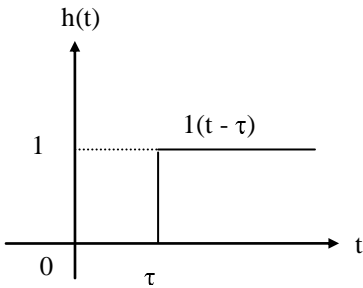
$$\text{Ta có: } H(p) = \frac{1}{p} \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot e^{-p\tau}$$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} \cdot e^{-p\tau} \right] = 1(t - \tau)$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d1(t - \tau)}{dt} = \delta(t - \tau)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



2. Đặc tính tần số:

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

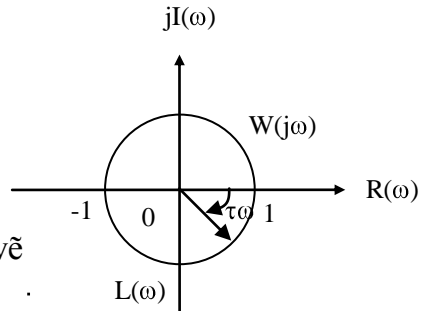
$$A(\omega) = 1 = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

$$R^2(\omega) + I^2(\omega) = 1$$

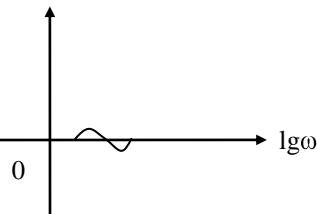
Là vòng tròn đơn vị như hình vẽ



- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg 1 = 0$$

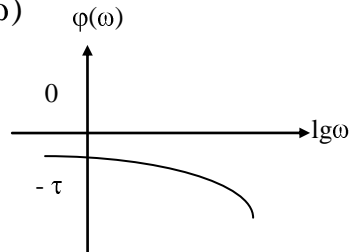
Đặc tính trùng với trục hoành



- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = -\tau\omega$$

đặc tính như hình vẽ.



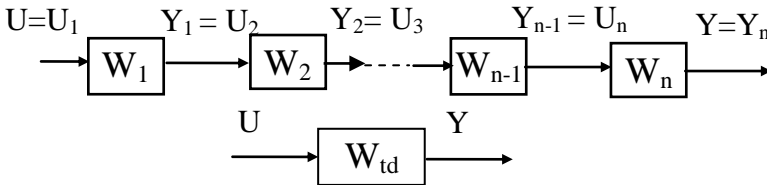
II-5 HÀM TRUYỀN CỦA HỆ THỐNG VÀ CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

I. Hàm truyền của hệ thống điều khiển (dai so so do khoi)

Phân trước chúng ta đã mô tả toán học các phần tử trong hệ điều khiển dưới dạng hàm truyền Nhưng ta thấy rằng một hệ thống điều khiển gồm nhiều các phần tử ghép nối với nhau theo một qui luật nào đó, nhằm đáp ứng được các yêu cầu của hệ. Sau đây ta đi xác định **hàm truyền của hệ thống gồm các khâu mắc nối tiếp, song song, mạch mắc phản hồi và nguyên lý chuyển đổi tín hiệu.**

1. Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp:

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên. Tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng.



Ta

có:

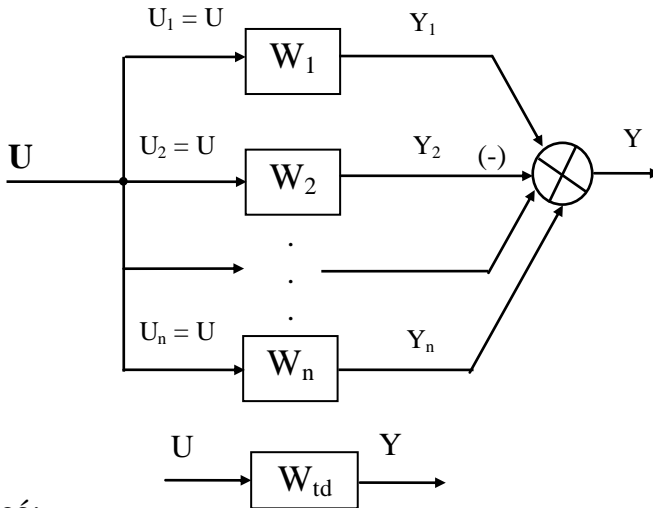
$$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U_1} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} \cdots \frac{Y_n}{Y_{n-1}} = \frac{Y_1}{U_1} \cdot \frac{Y_2}{U_2} \cdots \frac{Y_n}{U_n} = W_1 \cdot W_2 \cdots W_n = \prod_{i=1}^n W_i$$

2. Hệ thống gồm các phần tử mắc song song:

Các phần tử được gọi là mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần. Tín hiệu ra

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

của hệ thống bằng tổng đại số tín hiệu ra của các phần tử thành phần.



Ta có:

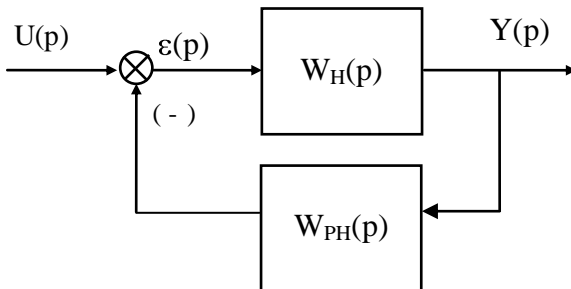
$$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U} + \frac{-Y_2}{U} + \dots + \frac{Y_n}{U} = \frac{Y_1}{U_1} + \frac{-Y_2}{U_2} + \dots + \frac{Y_n}{U_n}$$

$$= W_1 + (-W_2) + \dots + W_n = \sum_{i=1}^n W_i$$

3. Hệ thống có khâu phản hồi:

a. Hàm số truyền hệ kín với phản hồi âm:

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi (-) như hình vẽ.



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Ta có: $W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} ; W_H(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$

Mặt khác: $\varepsilon(p) = U(p) - Y(p)W_{PH}(p)$

Suy ra : $W_H(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{Y(p)}{U(p) - Y(p)W_{PH}(p)}$

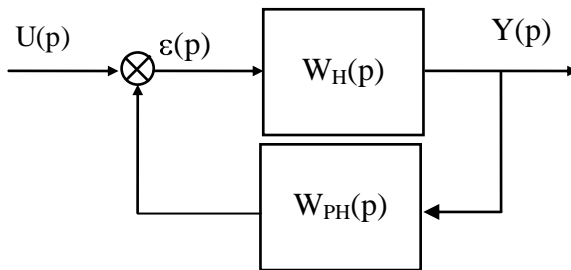
Vậy:

$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)W_{PH}(p)}$$

b. Hàm số truyền hệ kín với phản hồi dương:

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi (+) như hình vẽ.

Làm tương tự ta tìm được

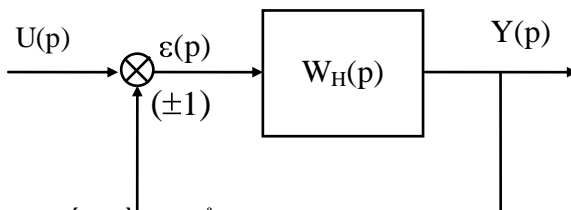


$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 - W_H(p)W_{PH}(p)}$$

Chú ý: với hệ có phản hồi đơn vị (± 1)

Thì hàm truyền hệ kín được tính như sau:

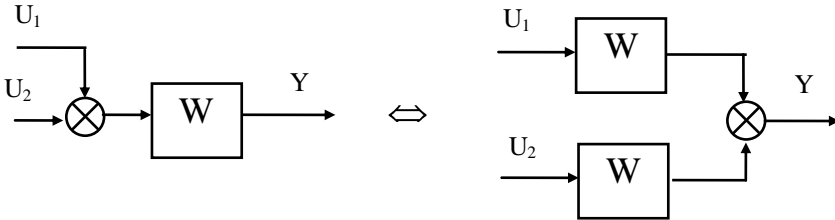
$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 \mp W_H(p)}$$



4. Chuyển đổi tín hiệu:

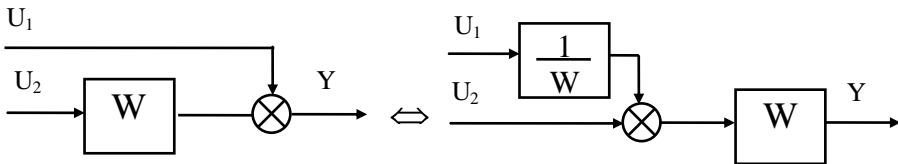
Chuyển đổi bộ cộng tín hiệu:

- Từ trước một khối ra sau khối đó:



$$Y = (U_1 + U_2)W = U_1W + U_2W$$

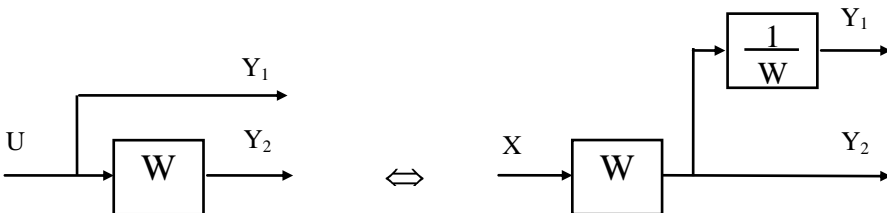
- Từ sau một khối ra trước khối đó:



$$Y = U_1 + U_2W = (U_1 \cdot \frac{1}{W} + U_2)W$$

Chuyển đổi nút rẽ nhánh tín hiệu:

- Từ trước một khối ra sau khối:

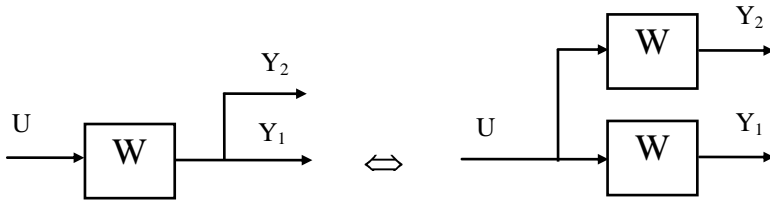


$$Y_1 = U$$

$$Y_2 = W.U$$

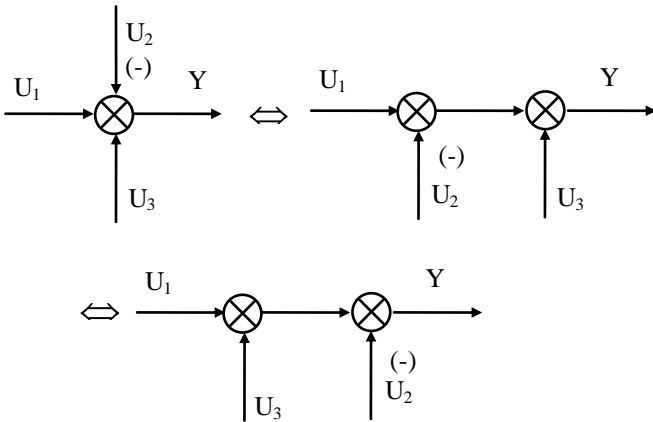
- Từ sau một khối ra trước khối đó:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



$$Y_1 = U \cdot W$$

- Các bộ cộng liên nhau có thể đổi chỗ cho nhau:



II Các đặc tính tần số của hệ thống điều khiển tự động

1. Đặc tính tần số biên pha:

Từ hàm truyền đạt của hệ ta đi xác định hàm truyền tần số bằng cách thay $p = j\omega$.

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$W(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Cho ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ lập bảng biến thiên cho $R(\omega)$, $I(\omega)$ hoặc $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$. Sau đó vẽ chúng lên mặt phẳng phức được đặc tính biên pha của hệ.

2. Đặc tính tần số biên độ logarit:

Với đặc tính này người ta thường vẽ đặc tính hệ hở trong hệ kín với phản hồi (-1).

Hệ thống hở gồm nhiều phần tử mắc nối tiếp nhau và được mô tả bởi:

$$W_H(p) = \frac{\prod_{i=1}^{n_0} K_i \prod_{i=1}^{n_1} (T_{i1}P + 1) \cdot e^{-P \sum_{i=1}^{n_2} \tau_i}}{P^\gamma \prod_{i=1}^{n_3} (T_{i2}P + 1) \prod_{i=1}^{n_4} (T_{i3}P^2 + 2\xi_i T_{i3}P + 1)}$$

$$W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \dots W_n(p)$$

Thay $p = j\omega$ ta được hàm truyền tần số của hệ thống hở:

$$W_H(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot W_3(j\omega) \dots W_n(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega)$$

Nếu hàm truyền tần số được viết dưới dạng

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi_i(\omega)}$$

Khi đó:

$$W_H(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) e^{j \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)} = A_H(\omega) e^{j\varphi_H(\omega)}$$

$$L_H(\omega) = 20 \lg A_H(\omega) = 20 \lg \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$L_H(\omega) = 20 \lg A_H(\omega) = 20 \lg \prod_{i=1}^n A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n 20 \lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega)$$

Ta thấy rằng để vẽ đặc tính biên độ tần số logarit của hệ hở $L_H(\omega)$ ta chỉ việc cộng đại số các đặc tính $L_i(\omega)$ của các khâu có trong hệ. Phép cộng này có thể thực hiện như sau:

- Vẽ tất cả các đặc tính $L_i(\omega)$ của các phần tử trong hệ lên cùng một hệ trục tọa độ sau đó cộng đồ thị.

- Để đơn giản ta có thể thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định các tần số gãy $\omega_{gi} = \frac{1}{T_i}$

Tính $\lg \omega_{gi}$ và đặt chúng lên trục hoành.

- Bước 2: Xác định giá trị $20 \lg K$ hệ hở:

$$20 \lg K_h = 20 \lg \prod_{i=1}^n K_i$$

Sau đó đặt chúng lên trục tung.

- Qua điểm $20 \lg K_H$ vừa tìm được kẻ từ trái qua phải đường thẳng có độ nghiêng -20γ db/dec (γ là số khâu tích phân có trong hệ) và dừng lại ở tần số gãy nhỏ nhất.

- Tại các tần số gãy đặc tính thay đổi độ nghiêng. Độ nghiêng của hệ thống bằng độ nghiêng của hệ trước đó cộng với độ nghiêng của khâu ứng với tần số gãy.

- Hiệu chỉnh lại đặc tính nếu cần thiết khi trong hệ thống có khâu dao động với ξ không thỏa mãn điều kiện: $\xi < 0,38$

3. Đặc tính tần số pha logarit: $\varphi_H(\omega)$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\varphi_H(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

Ta thấy rằng đặc tính đều là các hàm arctg. Vì vậy để vẽ đặc tính tần số pha logarit của hệ ta có thể thực hiện bằng phương pháp cộng đồ thị.

II-6 MÔ TẢ HỆ BẰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ MÔ HÌNH TRẠNG THÁI

Để mô tả quá trình động học xảy ra trong hệ điều khiển người ta dùng phương trình vi phân tổng quát có dạng:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) \\ = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t) \end{aligned}$$

Như trên ta đã biết để tìm mối liên hệ giữa lượng ra và lượng vào ta phải giải phương trình vi phân trên. Có thể giải trực tiếp với phương trình vi phân đơn giản hoặc chuyển sang giải phương trình đại số bằng chuyển đổi laplace sau đó biến đổi Laplace ngược. Ngoài ra từ phương trình vi phân bậc cao trên ta có thể đưa về hệ các phương trình vi phân bậc một hay hệ phương trình mô tả các trạng thái của hệ và từ đó ta đưa ra được mô hình trạng thái.

I. Thành lập phương trình trạng thái và mô hình trạng thái từ phương trình vi phân:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

1. Vế phải của phương trình không chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_m u(t)$$

Ta đặt:

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$x_3 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

.....

$$x_n = \frac{dx_{n-1}}{dt} = \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}$$

$$\frac{dx_n}{dt} = \frac{d^n y}{dt^n}$$

Như vậy phương trình vi phân trên có thể viết về dạng hệ các phương trình như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \dots\dots\dots \\ a_0 \frac{d^n y}{dt^n} = b_m u - a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \dots - a_n y \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} = -a'_n x_1 - \dots - a'_1 x_n + b'_m u \end{array} \right.$$

Hay:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + \dots + 0x_n + 0u \\ \dot{x}_2 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + \dots + 0x_n + 0u \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_n = -a'_n x_1 - \dots - a'_1 x_n + b'_m u \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái.
 Các biến $x_1 \dots x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -a'_n & -a'_{n-1} & \cdot & -a'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ b'_m \end{bmatrix} u$$

Tín hiệu ra của hệ:

$$y = x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Ta có thể viết gọn như sau:

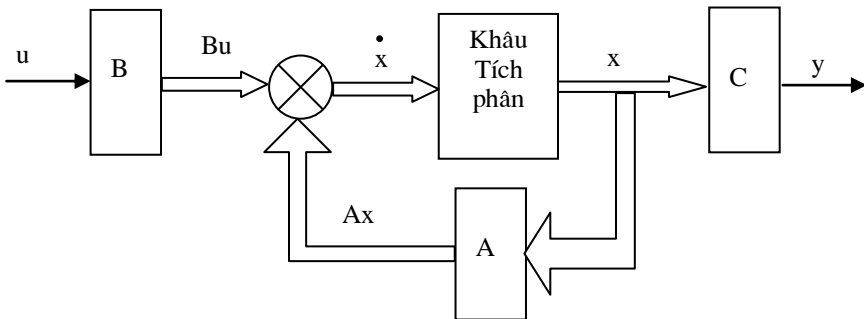
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases}$$

Với:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a'_n & -a'_{n-1} & \dots & -a'_1 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b'_m \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Từ hệ phương trình trạng thái rút gọn ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như sau:



2. *Vế phải của phương trình chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống:*

$$\begin{aligned} & a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) \\ & = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t) \end{aligned}$$

Xét trường hợp tổng quát $n = m$. Ta đặt

$$y = x_1 + B_0 u$$

$$\dot{x}_1 = x_2 + B_1 u$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + B_2 u$$

...

$$\dot{x}_{n-1} = x_n + B_{m-1} u$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Khi đó:

$$\frac{dy}{dt} = \dot{x}_1 + B_0 \frac{du}{dt} = x_2 + B_1 u + B_0 \frac{du}{dt}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \dot{x}_2 + B_1 \frac{du}{dt} + B_0 \frac{d^2 u}{dt^2} = x_3 + B_2 u + B_1 \frac{du}{dt} + B_0 \frac{d^2 u}{dt^2}$$

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = \dot{x}_3 + B_2 \frac{du}{dt} + B_1 \frac{d^2 u}{dt^2} + B_0 \frac{d^3 u}{dt^3} = x_4 + B_3 u + B_2 \frac{du}{dt} + B_1 \frac{d^2 u}{dt^2} + B_0 \frac{d^3 u}{dt^3}$$

.....

$$\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} = x_n + B_{n-1} u + B_{n-2} \frac{du}{dt} + \dots + B_1 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + B_0 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} = \dot{x}_n + B_{n-1} \frac{du}{dt} + B_{n-2} \frac{d^2 u}{dt^2} + \dots + B_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + B_0 \frac{d^n u}{dt^n}$$

Thay vào phương trình trên ta được:

$$\begin{aligned} & a_0 \left(\dot{x}_n + B_{n-1} \frac{du}{dt} + B_{n-2} \frac{d^2 u}{dt^2} + \dots + B_2 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + B_1 \frac{d^n u}{dt^n} \right) + \\ & + a_1 \left(x_n + B_{n-1} u + B_{n-2} \frac{du}{dt} + \dots + B_2 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + B_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} \right) + \dots + \\ & + a_{n-1} x_2 + B_1 u + a_n x_1 = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u \end{aligned}$$

Chọn các hệ số $B_1 \dots B_n$ theo các hệ số $a_0 \dots a_n$, $b_0 \dots b_n$ sao cho đạo hàm của tín hiệu vào triệt tiêu khi đó ta có:

$$\dot{x}_n = -\frac{a_1}{a_0} x_n - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_0} x_2 - \frac{a_n}{a_0} x_1 + \frac{1}{a_0} (-a_1 B_{n-1} - a_2 B_{n-2} - \dots - a_{n-1} B_1 - a_n B_0 + b_m) u$$

$$\dot{x}_n = -a'_1 x_n - \dots - a'_{n-1} x_2 - a'_n x_1 + B'_m u$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Với:

$$a'_1 = \frac{a_1}{a_0}; a'_2 = \frac{a_2}{a_0}; \dots; a'_n = \frac{a_n}{a_0};$$

$$B'_m = \frac{1}{a_0} (-a_1 B_{n-1} - a_2 B_{n-2} - \dots - a_{n-1} B_1 - a_n B_0 + b_m)$$

Như vậy đạo hàm của các biến trạng thái có thể được viết lại:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = x_3 + B_2 u \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + B_{n-1} u \\ \dot{x}_n = -a'_n x_1 - \dots - a'_2 x_{n-1} - a'_1 x_n + B'_m u \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái. Các biến $x_1 \dots x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trạng thái có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -a'_n & -a'_{n-1} & \cdot & -a'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ B'_m \end{bmatrix} u$$

Tín hiệu ra của hệ

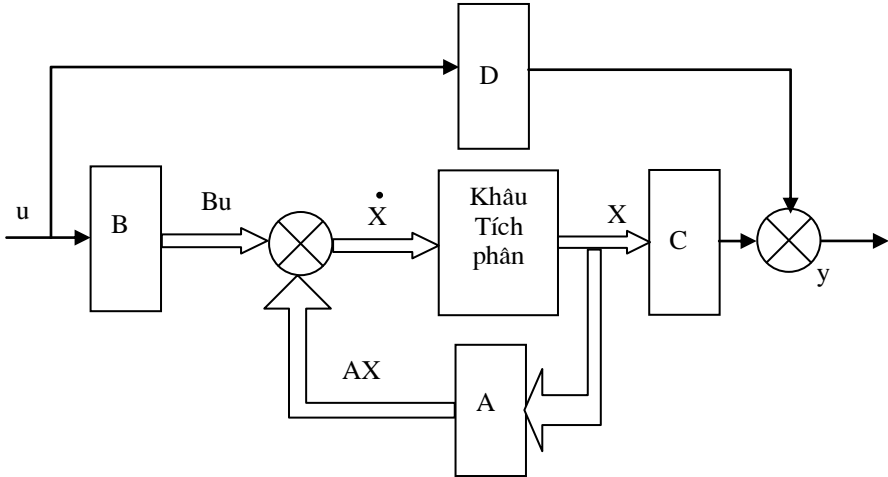
$$y = x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + B_0 u$$

Ta có thể viết gọn như sau:

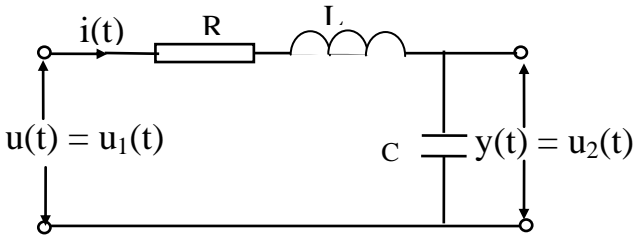
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y = \underline{C}\underline{x} + \underline{D}u \end{cases}$$

Từ hệ phương trình trạng thái ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như sau:



Ví dụ: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái cho mạch điện sau:



Ta có:

$$\begin{cases} u = u_1 = R.i + L \frac{di}{dt} + u_2 \\ y = u_2 = \frac{1}{C} \int i dt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L \frac{di}{dt} = u_1 - R.i - u_2 \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C}.i \end{cases}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\text{hay: } \begin{cases} \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} u_1 - \frac{R}{L} i - \frac{1}{L} u_2 \end{cases}$$

Đặt: $u_2 = x_1$ là biến trạng thái thứ nhất.

$i = x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

Khi đó:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{C} x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{L} u_1 - \frac{R}{L} x_2 - \frac{1}{L} x_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \cdot x_1 + \frac{1}{C} \cdot x_2 + 0 \cdot u_1 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{L} x_1 - \frac{R}{L} x_2 + \frac{1}{L} u_1 \end{cases}$$

Hệ trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

$$y = 1 \quad 0 \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Hay :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases}$$

Ví dụ: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái cho động cơ 1 chiều kích từ độc lập với tín hiệu vào là điện áp mạch phần ứng, tín hiệu ra là tốc độ quay:

Ta có:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\begin{cases} u = u_u = R.i + L \frac{di}{dt} + E \\ y = \omega = \frac{1}{K_M} E \\ M_d - M_c = j \frac{d\omega}{dt} \\ M = K_M i \end{cases}$$

Để đơn giản xét động cơ ở chế độ không tải: $i_c = 0$

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}.i - \frac{K_M}{L}\omega + \frac{1}{L}u_u \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_M}{j}i \end{cases}$$

Đặt: $\omega = x_1$ là biến trạng thái thứ nhất.

$i = x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

Khi đó:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + \frac{K_M}{j}.x_2 + 0.u_u \\ \dot{x}_2 = -\frac{K_M}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_u \end{cases}$$

Hệ trên có thể viết dưới dạng ma trận vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_M}{j} \\ -\frac{K_M}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

$$y = 1 \quad 0 \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

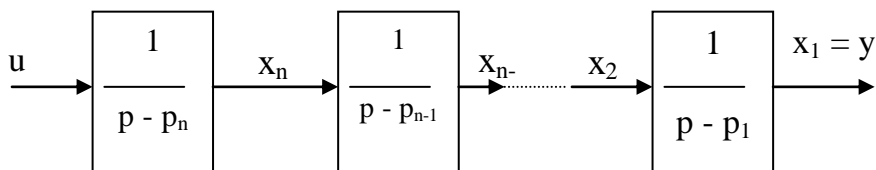
$$\text{Hay : } \begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

II. Thành lập phương trình và mô hình trạng thái từ hàm truyền đạt:

1. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_0 p^n + \dots + a_n} = \frac{1}{(p - p_1)(p - p_2)\dots(p - p_n)}$$



Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:

Từ sơ đồ cấu trúc với việc đặt các biến trạng thái là x_1, \dots, x_n

ta có:

$$\begin{array}{ll} x_1 = y & \dot{x}_1 = x_2 + x_1 p_1 \\ x_2 = \dot{x}_1 - x_1 p_1 & \dot{x}_2 = x_3 + x_2 p_2 \\ \dots & \dots \\ x_n = \dot{x}_{n-1} - x_{n-1} p_{n-1} & \dot{x}_n = x_n p_n \\ u = \dot{x}_n - x_n p_n & \end{array} \quad \text{Hay}$$

Ta có hệ phương trình trạng thái:
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases}$$

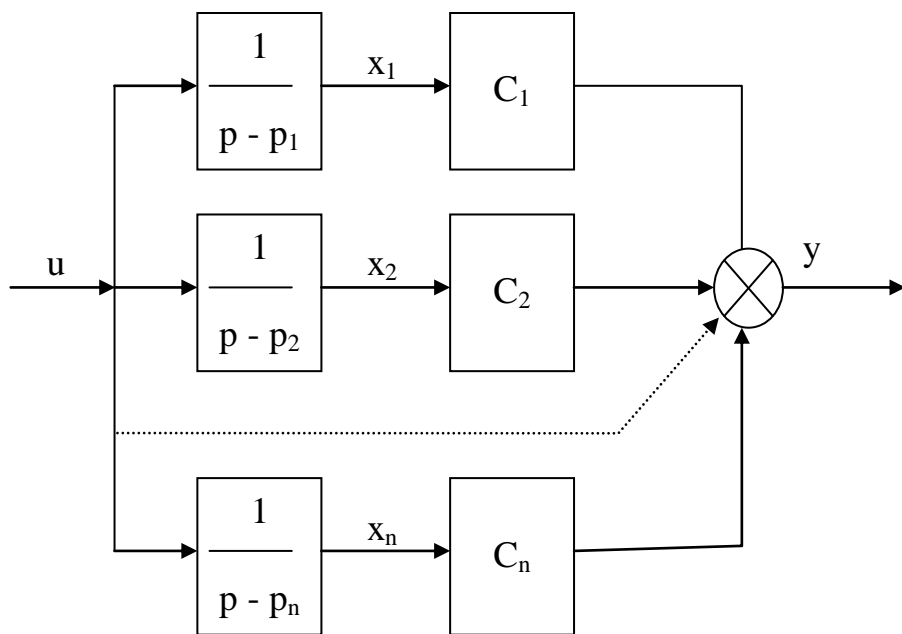
Với:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} p_1 & 1 & \cdot & 0 \\ 0 & p_2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & p_n \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

2. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_0 p^n + \dots + a_n} = \frac{C_1}{P - P_1} + \frac{C_2}{P - P_2} + \dots + \frac{C_n}{P - P_n}$$

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:



Từ sơ đồ cấu trúc với việc đặt các biến trạng thái là x_1, \dots, x_n ta có:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u} &= \dot{x}_1 - x_1 p_1 \\
 &\dots\dots\dots \\
 \mathbf{u} &= \dot{x}_n - x_n p_n \\
 \mathbf{y} &= C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n \\
 \dot{x}_1 &= x_1 p_1 + \mathbf{u} \\
 \dot{x}_2 &= x_2 p_2 + \mathbf{u} \\
 &\dots\dots\dots \\
 \dot{x}_n &= x_n p_n + \mathbf{u} \\
 \mathbf{y} &= C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n
 \end{aligned}$$

Hay

Ta có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\underline{x} \end{cases}$$

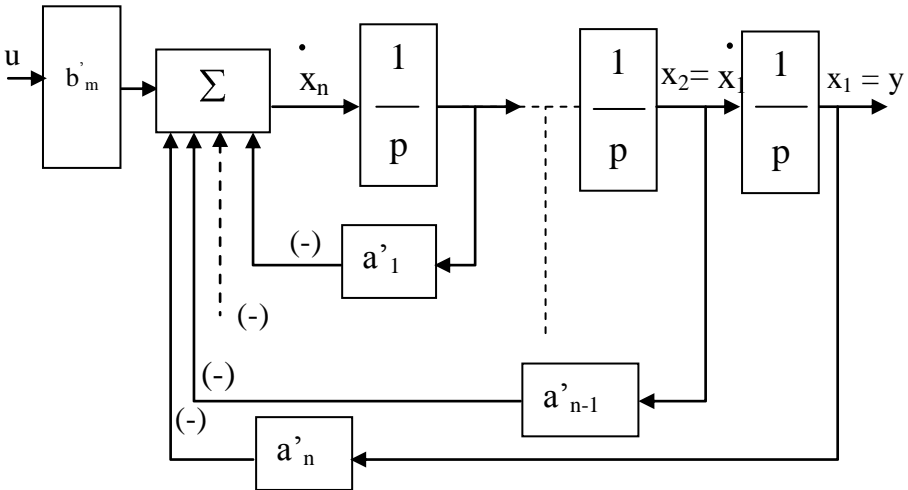
Với:

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; & \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} p_1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}; \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_n
 \end{aligned}$$

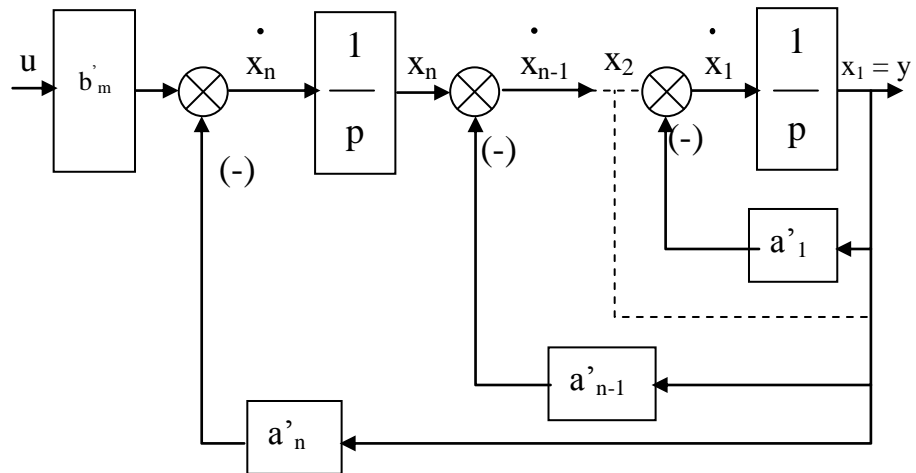
3. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{b'_m}{p^n + a'_1 p^{n-1} + \dots + a'_n}$$

a. Cách 1:



b. Cách 2:

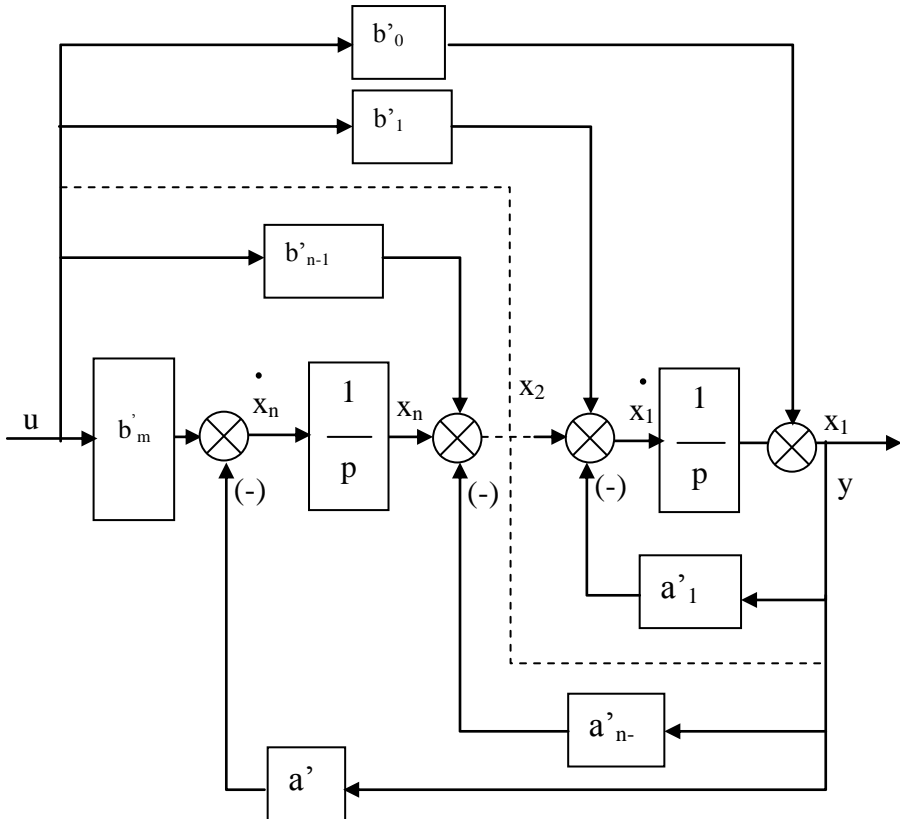


4. Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{b'_0 p^m + b'_1 p^{m-1} + \dots + b'_m}{p^n + a'_1 p^{n-1} + \dots + a'_n}$$

Xét trường hợp tổng quát $n = m$.

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình vẽ:



Chú ý: trong trường hợp $m < n$ thì nếu bậc của tử khuyết hệ số b'_i nào thì trong mạch vòng trạng thái ta cho hệ số đó bằng 0 (bỏ mạch vòng trạng thái đó)

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

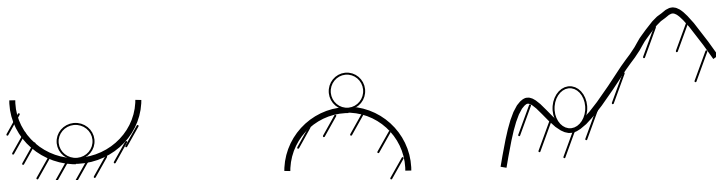
CHƯƠNG III ỔN ĐỊNH

III-1 Khái niệm và thông số ảnh hưởng

1. Khái niệm:

Ổn định là tính chất của hệ tự trở về trạng thái ban đầu khi kết thúc tác động của nhiễu loạn hay khả năng của hệ chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác.

Ví dụ ta xét vị trí của quả cầu trong các trường hợp sau:



Trạng thái ổn định

Trạng thái không ổn định

Biên giới ổn định

2. Thông số ảnh hưởng

Như ta đã biết 1 hệ điều khiển thực chất làm nhiệm vụ biến đổi qui luật lượng vào thành qui luật lượng ra theo yêu cầu. Về mặt toán học quá trình biến đổi đó được mô tả bằng phương trình vi phân tổng quát sau:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm $y(t) = f[u(t)]$ ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy rằng đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t) = \bar{y}(t) + y^*(t)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Với:

$y^*(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên ứng với một kích $u(t)$ nào đó. Nó đặc trưng cho quá trình xác lập, là trị số của đại lượng cần điều khiển và luôn ổn định.

$\bar{y}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất nó đặc trưng cho quá trình quá độ. Như vậy tính ổn định của hệ chỉ còn phụ thuộc vào thành phần tự do $\bar{y}(t)$. Và dạng tổng quát của nó là:

$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}$$

C_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu và cấu trúc, tham số của hệ

p_i : Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

$$\text{Hay: } y(t) = y^*(t) + \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t}$$

Như vậy ta có thể nhận xét tính ổn định của hệ như sau:

- Nếu: $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t} = 0$ thì $y(t) = y^*(t) \rightarrow$ hệ ổn định.

- Nếu: $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t} = \infty$ thì $y(t) \rightarrow \infty$ hệ không ổn định

- Nếu: $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t} = c = \text{const}$ thì $y(t) = y^*(t) + c \neq y^*(t)$

\rightarrow hệ ở biên giới ổn định.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Như vậy tính ổn định của hệ phụ thuộc vào thành phần tự

do:
$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}$$

Hay chính là phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc tính. Mà nghiệm của phương trình đại số trên có hai dạng cơ bản là nghiệm thực và nghiệm phức.

◆ Khi p_i là nghiệm thực:

- Nếu $p_i < 0$ (đặt $p_i = -\alpha_i$)

$$\rightarrow \bar{y}(t) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = 0 \rightarrow \text{Hệ ổn định}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p_i^* = 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = c_i^* \rightarrow \text{hệ ở biên giới ổn định.}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p_i^* > 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i, p_i^* = \alpha_i^*$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* e^{\alpha_i^* t} + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot e^{-\alpha_i t} \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = \infty \rightarrow \text{hệ không ổn định.}$$

◆ Khi p_i là nghiệm phức: $p_{i, i+1} = \alpha_i \pm j \beta_i$

Ta có:

$$\begin{aligned} & c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = \\ & (a + jb)e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + (a - jb)e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} \\ & = 2A_i e^{\alpha_i t} \cdot \cos(\beta_i t + \varphi_i) \end{aligned}$$

Với:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$A_i = \sqrt{a^2 + b^2}; \varphi_i = \arctg \frac{b}{a}$$

Như vậy:
$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 2A_i e^{\alpha_i t} \cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Qua biểu thức trên ta thấy rằng ở chế độ xác lập $\bar{y}(t) = 0, \infty, c_i^*$ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực α_i của nghiệm phức.

- Nếu $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = 0 \rightarrow$ hệ ổn định

- Nếu $\alpha_i^* = 0$ còn $(n/2 - 1)$ cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = c_i^* \rightarrow$ hệ ở biên giới ổn định.

- Nếu $\alpha_i^* > 0$ còn $(n/2 - 1)$ cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = \infty \rightarrow$ hệ không ổn định.

3. Kết luận: Như vậy tính ổn định của hệ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực nghiệm của phương trình đặc tính.

- Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính hệ thống đều có phần thực âm \rightarrow hệ thống ổn định.

- Chỉ cần có nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực $= 0$ còn các nghiệm khác có phần thực âm \rightarrow hệ ở biên giới ổn định.

- Chỉ cần 1 nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương \rightarrow hệ thống không ổn định.

Theo kết luận ở trên ta thấy rằng để xét ổn định cho hệ ta phải đi tìm nghiệm của phương trình đặc tính. Với các phương

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

trình bậc cao việc giải phương trình gặp nhiều **khó khăn**, vì vậy để khắc phục nhược điểm trên người ta đưa ra các tiêu chuẩn để xét ổn định đó là:

- Tiêu chuẩn **ổn định đại số**.
- Tiêu chuẩn **ổn định tần số**.

III-2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

I. Điều kiện cần để hệ ĐKTD ổn định:

Điều kiện cần để hệ ĐKTD ổn định là tất cả các hệ số a_i của phương trình đặc tính phải dương (hay cùng dấu).

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

II. Điều kiện cần và đủ để hệ ĐKTD tuyến tính hoá ổn định:

- Định lý 1: Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính hệ tuyến tính hoá có phần thực âm thì hệ sẽ ổn định không phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính hoá.

- Định lý 2: Nếu 1 nghiệm của phương trình đặc tính của hệ tuyến tính hoá có phần thực dương thì hệ sẽ không ổn định không phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính hoá.

- Định lý 3: Nếu phương trình đặc tính của hệ tuyến tính hoá có nghiệm có phần thực bằng 0 còn các nghiệm khác có phần thực âm thì tính ổn định của hệ có thể phụ thuộc vào các thành phần bậc cao bỏ đi khi tuyến tính. Khi đó bắt buộc phải xét hệ là hệ phi tuyến theo lý thuyết phi tuyến.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

III. Tiêu chuẩn ổn định RAOX:

1. Phát biểu:

Điều kiện cần và đủ để hệ ĐKTD tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột đầu tiên của bảng RAOX phải dương.

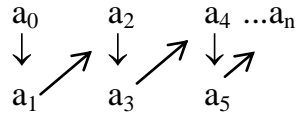
2. Cách lập bảng RAOX:

Bảng RAOX được thành lập dựa vào các hệ số a_i của phương trình đặc tính. $A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n = 0$

Và được thành lập qua các bước sau:

Bước 1: Hai hàng đầu tiên trong bảng RAOX được sắp xếp bởi các hệ số a_i theo qui luật sau:

Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

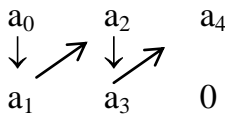


Khi xuất hiện cột $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ thì từ cột này trở

đi không thuộc bảng Raoux.

VD: cho phương trình đặc tính:

$$A(p) = a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0$$



Bước 2: Các số hạng còn lại trong bảng Raoux được tính theo qui luật sau: Mỗi số hạng trong một hàng của bảng Raoux là một thương số có:

- Tử số là định thức bậc hai mang dấu âm với cột thứ nhất là cột đầu tiên của 2 hàng trên số hạng đang tính, cột thứ 2 là cột sát bên phải của 2 hàng trên số hạng đang tính.

- Mẫu số: tất cả các số hạng trong cùng một hàng đều có chung mẫu số là số hạng đầu tiên của hàng trên số hạng đang tính.

Dạng tổng quát của bảng Raoux:

$$\begin{array}{cccccccc}
 a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & . & . & . \\
 a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . & . & . & . \\
 b_0 & b_2 & b_4 & . & . & . & . & . \\
 b_1 & b_3 & . & . & . & . & . & . \\
 c_0 & c_2 & . & . & . & . & . & . \\
 c_1 & . & . & . & . & . & . & .
 \end{array}$$

$$b_0 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1}; \quad b_2 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1}; \quad b_4 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0}; \quad b_6 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & b_4 \end{vmatrix}}{b_0};$$

$$c_0 = \frac{-\begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1}; \dots\dots\dots$$

3. Các tính chất của bảng Raoux:

- Có thể nhân hoặc chia tất cả các số hạng trong cùng 1 hàng của bảng Raoux với 1 số dương thì kết quả của bảng Raoux không thay đổi.

- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột 1 của bảng Raoux bằng số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Trong cột thứ nhất của bảng Raoux có 1 số hạng bằng 0 thì hệ không ổn định.

- Có thể dùng tiêu chuẩn Raoux để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình các số hạng cột thứ nhất >0 .

Chú ý:

- Tiêu chuẩn này áp dụng xét ổn định cho cả hệ hở và hệ kín với phương trình đặc tính bậc bất kỳ.

- Nếu trong hệ có khâu trậm sau với hàm truyền $e^{-p\tau}$ thì khi đó phương trình đặc tính $A(p)$ không phải là phương trình đại số tuyến tính. Muốn áp dụng tiêu chuẩn Raoux ta phải khai triển $e^{-p\tau}$ theo chuỗi Taylor và lấy biểu thức gần đúng.

$$e^{-p\tau} = \frac{(-p\tau)^0}{0!} + \frac{(-p\tau)^1}{1!} + \frac{(-p\tau)^2}{2!} + \dots \approx 1 - p\tau$$

IV. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz:

1. Phát biểu:

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là các hệ số a_i của phương trình đặc tính dương và các giá trị định thức Hurwitz dương.

2. Cách lập định thức Hurwitz:

Định thức Hurwitz được thành lập từ các hệ số a_i của phương trình đặc tính $A(p)$ và được thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Định thức cao nhất Δ_n gồm n hàng n cột được thành lập như sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Trên đường chéo chính được sắp xếp bởi các hệ số từ a_1
 $\rightarrow a_n$ với chỉ số tăng dần từ trên xuống.

- Bổ xung các số hạng trong cột bởi các hệ số a_i với chỉ số giảm dần theo chiều từ trên xuống dưới. Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

Bước 2: Tính các định thức Hurwitz còn lại. Xuất phát từ định thức cao nhất ta bỏ dần từng hàng và cột cụ thể như sau:

- Định thức Δ_{n-1} : Từ định thức Δ_n ta bỏ đi hàng thứ n , cột thứ n .

- Định thức Δ_{n-2} : Từ định thức Δ_{n-1} ta bỏ đi hàng thứ $n-1$, cột thứ $n-1$

-

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdot & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdot & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdot & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix}$$

3. Chú ý:

- Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và hệ kín.

- Có thể dùng tiêu chuẩn Hurwitz để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\begin{cases} a_i > 0 \\ \Delta_i > 0 \end{cases}$$

- Nếu trong hệ có khâu chậm sau muốn áp dụng tiêu chuẩn này ta cũng phải khai triển Taylo.

III-3 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

I. Tiêu chuẩn ổn định Nyquist:

Tiêu chuẩn này áp dụng để xét ổn định cho hệ thống kín với phản hồi (-1) dựa vào đặc điểm của đặc tính tần số hệ thống hở.

1. Sử dụng đặc tính tần số biên pha: $W_H(j\omega)$

a. *phát biểu:* Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là:

- Khi hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ không được bao điểm (-1, j0) khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$.

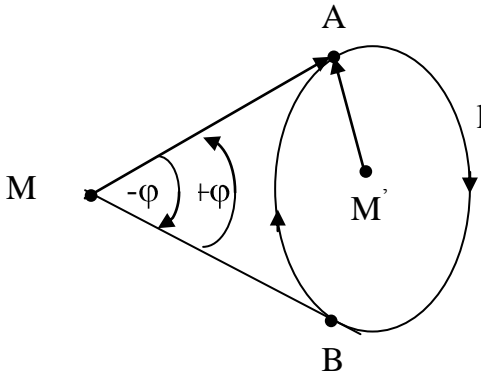
- Khi hệ hở không ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ phải bao điểm (-1, j0) $m/2$ vòng khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$. Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.

b. Nguyên lý bao:

- Cho đường cong kín l và 1 điểm M nằm ngoài đường cong từ M kẻ vector MA tiếp xúc với đường cong l cho vector MA

trượt trên đường cong từ A \rightarrow B theo chiều mũi tên vector này quay đi được góc $-\varphi$ như hình vẽ.

- Tiếp tục cho MB trượt trên l từ B \rightarrow A theo chiều mũi tên vector này quay đi 1 góc $+\varphi$. Như vậy khi vector này trượt trên toàn đường cong l, tổng góc quay mà nó đạt được là: $\Delta\varphi = -\varphi + \varphi = 0$



- Cho điểm M' nằm trong đường cong kín l. Từ M' kẻ vector $M'A$ và cho nó trượt trên toàn đường cong kín l. Tổng góc quay mà nó đạt được là:

$$\Delta\varphi = 2\pi$$

Như vậy khi điểm M' được bao 1 vòng thì vector $M'A$ quay đi góc 2π . Nếu M' được bao k vòng thì vector $M'A$ quay đi góc $2k\pi$.

Kết luận: Muốn tìm số vòng bao của đường cong $W_H(j\omega)$ với điểm $(-1, j0)$ thì từ điểm $(-1, j0)$ kẻ vector tới đầu đường cong (ứng với $\omega = 0$) và cho trượt trên toàn đường cong nếu tổng góc

quay = 0 thì kết luận là không bao. Nếu tổng góc quay là $2k\pi$ thì kết luận là bao k vòng.

C. Nguyên lý điểm chuyển đổi:

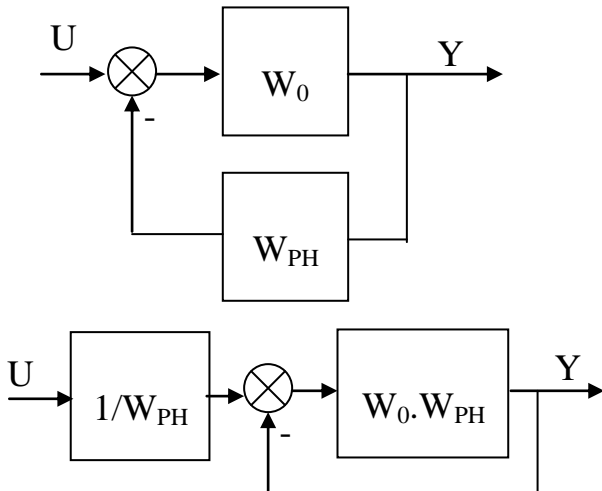
- Điểm chuyển đổi: Là các điểm mà đường cong $W_H(j\omega)$ cắt trục hoành trong khoảng từ $(-\infty \rightarrow -1)$.

- Nguyên lý điểm chuyển đổi: Đi theo chiều tăng của ω (từ $0 \rightarrow \infty$) nếu tại các điểm chuyển đổi đặc tính $W_H(j\omega)$ chuyển từ góc thứ 3 sang góc thứ 2 ta có điểm chuyển đổi dương (ký hiệu là c^+). Còn chuyển từ góc thứ 2 sang góc thứ 3 ta có điểm chuyển đổi âm (ký hiệu c^-). Khi đó số vòng bao được tính:

$$k = |c^+ - c^-|$$

d. Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.



Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

- Xét ổn định cho hệ hở. Nếu hệ hở không ổn định ta phải xét xem phương trình đặc tính có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raux hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Vẽ đặc tính $W_H(j\omega)$ xác định số vòng bao của nó với $(-1, j0)$ theo nguyên lý bao. Dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

- Với đường cong $W_H(j\omega)$ phức tạp ta xác định số vòng bao theo nguyên lý điểm chuyển đổi.

2. Sử dụng đặc tính tần số Logarit: $L_H(\omega)$ và $\phi_H(\omega)$.

a. phát biểu:

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là: hiệu số giữa điểm chuyển đổi dương và điểm chuyển đổi âm trên đặc tính tần số loga hệ hở phải bằng $m/2$ khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow +\infty$ (Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương).

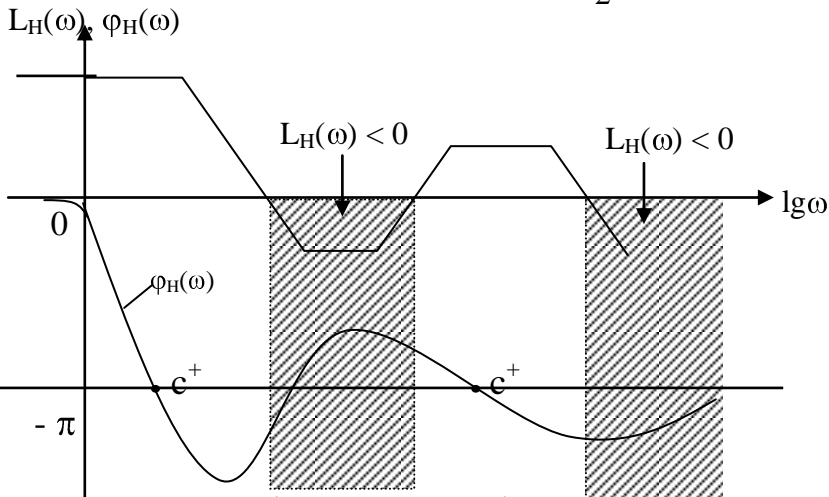
b. Điểm chuyển đổi:

Theo chiều tăng của ω từ $0 \rightarrow +\infty$ nếu đường đặc tính $\phi_H(\omega)$ cắt đường $(-\pi)$ trong khoảng $L_H(\omega) > 0$ thì điểm đó gọi là điểm chuyển đổi.

Nếu tại điểm chuyển đổi $\phi_H(\omega)$ chuyển từ trên đường $(-\pi)$ xuống dưới đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi dương c^+ , chuyển từ dưới đường $(-\pi)$ lên trên đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi âm c^-

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Điều kiện để hệ kín ổn định là: $|c^+ - c^-| = \frac{m}{2}$



Theo hình trên ta có $c^+ = 2, c^- = 0 \rightarrow c^+ - c^- = 2$

Ta có $\frac{m}{2} = 2 \rightarrow m = 4$ như vậy nếu phương trình đặc tính hệ hở có 4 nghiệm có phần thực dương thì hệ kín ổn định.

c. *Chú ý:*

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.

Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

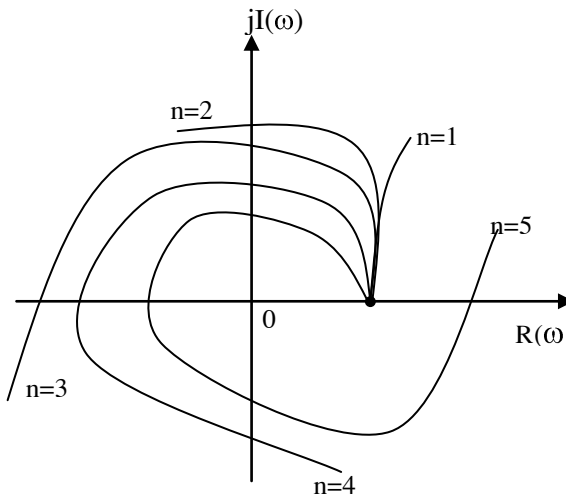
- Tìm xem phương trình đặc tính hệ hở có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raux hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Vẽ đặc tính $L_h(\omega)$ và $\varphi_h(\omega)$. Xác định điểm chuyển đổi, dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

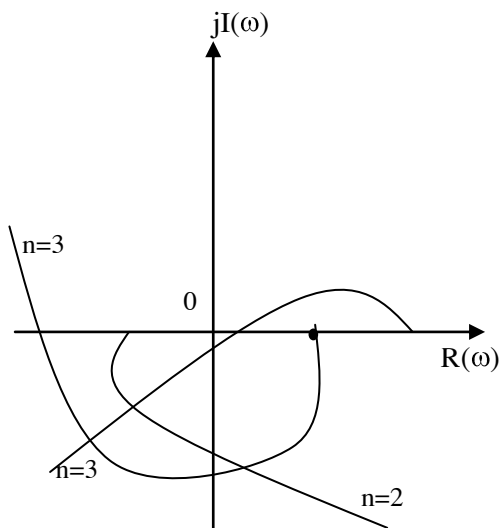
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

II. Tiêu chuẩn ổn định Mikhailop:

1. **Phát biểu:** Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là véc tơ đa thức đặc tính $A(j\omega)$ phải xuất phát từ 1 điểm trên trục thực dương quay lần lượt n góc phần tư ngược chiều kim đồng hồ khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$. Với n là số bậc của phương trình đặc tính hệ thống.



Hệ ổn định



Hệ không ổn định

2. Cách vẽ $A(j\omega)$:

Để vẽ vector $A(j\omega)$ ta xuất phát từ phương trình đặc tính hệ thống $A(p) = 0$. Thay $p = j\omega$ sau đó tách thành phần thực và phần ảo: $A(j\omega) = R(\omega) + j I(\omega)$. Cho ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ lập bảng biến thiên từ đó vẽ $A(j\omega)$.

3. Chú ý:

Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và kín với phương trình đặc tính có bậc bất kỳ. Trong trường hợp không cần vẽ $A(j\omega)$ mà vẫn có thể áp dụng tiêu chuẩn này bằng cách: giải 2 phương trình $R(\omega) = 0$ và $I(\omega) = 0$ được các nghiệm ω_{Ri} và ω_{Ii} và đặt các nghiệm này nên trục tần số, nếu:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Các tần số làm $R(\omega) = 0$ hoặc $I(\omega) = 0$ lần lượt xen kẽ nhau

- Khi $\omega = 0$ thì $R(\omega) > 0$.

- Số nghiệm số = số bậc của phương trình đặc tính

Thì kết luận hệ ổn định. Nếu không kết luận hệ không ổn định.

III-4 PHÂN VÙNG ỔN ĐỊNH

I. Khái niệm:

Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + 1 = 0$$

Theo phần trước ta đã biết tính ổn định của hệ điều khiển chỉ phụ thuộc vào nghiệm p_i của phương trình đặc tính. Mà các nghiệm p_i lại phụ thuộc vào các hệ số a_i của phương trình $A(p)$.

Mặt khác hệ số a_i của phương trình đặc tính được cấu tạo nên bởi các thông số của các phần tử trong hệ thống.

Vì vậy khi 1 hoặc vài thông số nào đó trong hệ thay đổi dẫn đến các hệ số a_i thay đổi \rightarrow các nghiệm p_i của phương trình $A(p)$ thay đổi \rightarrow tính ổn định của hệ cũng thay đổi theo.

Giả sử hệ đang làm việc ổn định thì sẽ có 1 tập hợp các thông số làm cho tập hợp nghiệm đều có phần thực âm. Nếu thông số biến đổi làm hệ mất ổn định nghĩa là trong tập hợp nghiệm xuất hiện 1 nghiệm có phần thực dương. Như vậy thông số biến đổi làm hệ chuyển từ ổn định sang không ổn định.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Ngược lại cũng có thể khi thông số biến đổi làm cho hệ chuyển từ không ổn định sang ổn định.

Do quá trình thông số biến đổi là liên tục vì vậy 1 nghiệm đang có phần thực âm mà chuyển sang phần thực dương thì quỹ đạo di chuyển của nó cũng phải liên tục \rightarrow phải đi qua điểm có phần thực = 0 (cắt trục ảo) tại đây hệ ở biên giới ổn định. Tại điểm cắt trục ảo nghiệm của ta $p_i = j\omega$ khi $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ ta được vô số các nghiệm có phần thực = 0 hay nói cách khác biên giới ổn định là 1 mặt ngăn cách giữa 2 vùng ổn định và không ổn định.

Khi đó phương trình biên giới có dạng: ($p_i = j\omega$)

$$A(p) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = 0$$

Nếu hệ có 2 thông số biến đổi thì phương trình trên sẽ là phương trình biểu diễn mặt phẳng đêcac. Còn có 3 thông số biến đổi trở lên thì đó là phương trình mặt trong không gian.

II. Phân vùng ổn định khi 1 thông số biến đổi tuyến tính:

Giả sử thông số biến đổi trong hệ là λ . Khi đó phương trình đặc tính của hệ hoàn toàn có thể viết được ở dạng:

$$A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$$

$$\text{Thay } p = j\omega \rightarrow \lambda = -\frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R(\omega) + jI(\omega).$$

Biểu diễn λ trong mặt phẳng phức ta sẽ được đường cong giới hạn của thông số biến đổi λ .

III. Các bước thực hiện

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Gọi thông số biến đổi trong hệ cần khảo sát là λ hoặc λ là biểu thức chứa thông số biến đổi.

- Viết phương trình đặc tính về dạng: $A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0$

- Rút λ từ phương trình đặc tính trên: $\lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$

Thay $p = j\omega$ và tách $\lambda = R(\omega) + j I(\omega)$.

- Cho ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ lập bảng biến thiên

ω	$0 \rightarrow \infty$
$R(\omega)$	
$I(\omega)$	

Và vẽ được 1/2 đường cong giới hạn λ . Lấy đối xứng qua trục hoành được 1/2 đường cong còn lại ứng với $\omega = 0 \rightarrow -\infty$.

- Theo chiều tăng của $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ gạch dọc bên trái đường cong vùng gạch toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.

- Lấy 1 điểm trong vùng ổn định xác định thông số λ thay vào phương trình đặc tính để thử lại tính ổn định của hệ.

- Thông số trong thực tế là số thực nên ta chỉ cần quan tâm đến các trị số trong vùng ổn định nằm trên trục thực và khoảng đó là khoảng cho phép thông số thay đổi mà hệ ổn định.

VD: Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = (1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) + K = 0$$

Hãy phân vùng ổn định theo thông số K. (T_1, T_2, T_3 biết trước và cố định)

- Phương trình đã cho ở dạng cân viết:

- Rút K = $-(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)$

Thay $p = j\omega$ tách phần thực, phần ảo.

$$K = -(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)(1+T_3j\omega)$$

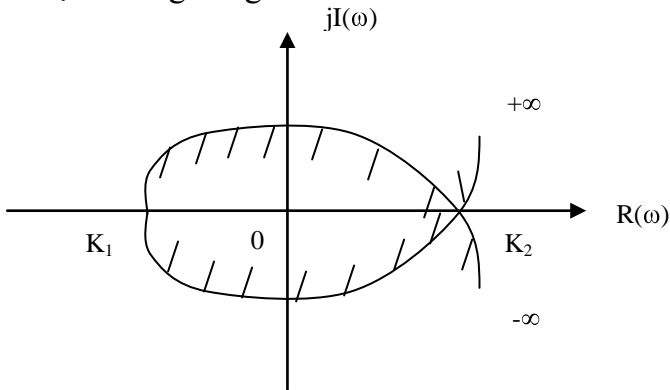
$$= jT_1T_2T_3\omega^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - j(T_1 + T_2 + T_3)\omega - 1$$

$$R(\omega) = (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - 1$$

$$I(\omega) = T_1T_2T_3\omega^3 - (T_1 + T_2 + T_3)\omega$$

- Lập bảng biến thiên khi $\omega = 0 \rightarrow +\infty$.

Và vẽ được đường cong



Lấy đối xứng được toàn bộ đường cong.

- Cho $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ gạch sọc bên trái đường cong vùng được gạch sọc toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.

- Thử lại: cho $K = 0$.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) = 0 \rightarrow$$

$$p_1 = -\frac{1}{T_1}, p_2 = -\frac{1}{T_2}, p_3 = -\frac{1}{T_3}$$

Tất cả các nghiệm có phần thực âm hệ ổn định. Vùng đã xét ổn định, vậy khoảng biến đổi của thông số K mà hệ ổn định là: $K_1 < K < K_2$

III-5 ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH

I. Khái niệm

Độ dự trữ ổn định là việc đánh giá một cách định lượng trị số của một thông số nào đó hoặc khoảng cách của đường đặc tính tới trị số giới hạn hoặc vùng giới hạn.

Với một hệ thống bình thường bao giờ cũng phải có độ dự trữ ổn định nào đó. Lúc này mới thoả mãn được chất lượng theo yêu cầu công nghệ và khi thông số biến đổi hệ không bị mất ổn định.

II. Độ dự trữ ổn định theo các tiêu chuẩn:

1. Tiêu chuẩn Raoux:

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là số hạng gần 0 nhất của các số hạng trong cột 1 của bảng Raoux.

Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các số hạng trong cột 1 của bảng Raoux tổng quát là A_i khi đó:

$$\min(A_i) \geq \lambda$$

2. Tiêu chuẩn Hurwitz:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là giá trị định thức Hurwitz gần 0 nhất.

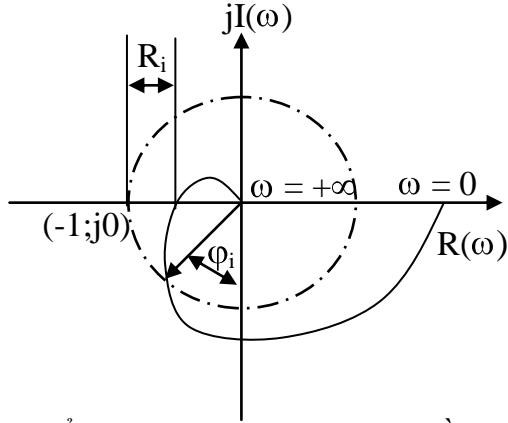
Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các giá trị định thức Hurwitz là Δ_i khi đó:

$$\min(\Delta_i) \geq \lambda$$

3. Tiêu chuẩn Nyquits:

a. Theo đặc tính $W_h(j\omega)$:



Điểm giới hạn ở đây là điểm $(-1;j0)$ nên độ dự trữ về biên độ ở đây là khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $(-1;j0)$ đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành trong khoảng từ $(-1;+\infty)$ nếu hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định, trong khoảng từ $(-\infty;-1)$ nếu hệ hở không ổn định và độ dự trữ về pha là góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị.

Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔA và $\Delta\varphi$

Gọi khoảng cách từ điểm $(-1;j0)$ đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành là R_i và góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị là φ_i khi đó:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$R_i \geq \Delta A$$

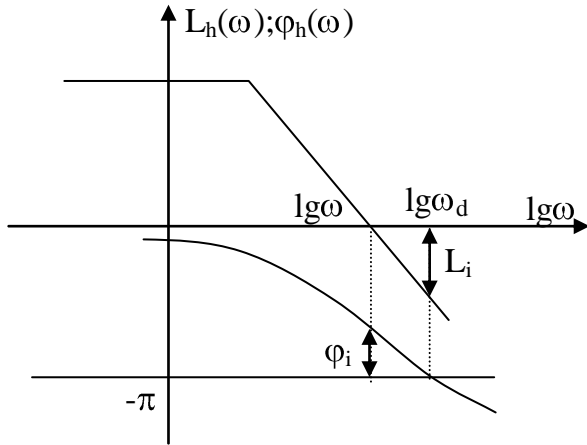
$$\varphi_i \geq \Delta\varphi$$

b. Theo đặc tính $L_h(\omega)$ và $\varphi_h(\omega)$:

Độ dự trữ ổn định về biên độ là trị số của đường $L_h(\omega)$ tại tần số ω_d làm đặc tính $\varphi_h(\omega_d) = -\pi$

Độ dự trữ ổn định về pha là trị số từ đường $-\pi$ đến đặc tính $\varphi_h(\omega)$ tại tần số

ω_c làm đặc tính $L_h(\omega_c) = 0$



Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔL và $\Delta\varphi$

Các hệ phải thoả mãn điều kiện:

$$L_i \geq \Delta L$$

$$\varphi_i \geq \Delta\varphi$$

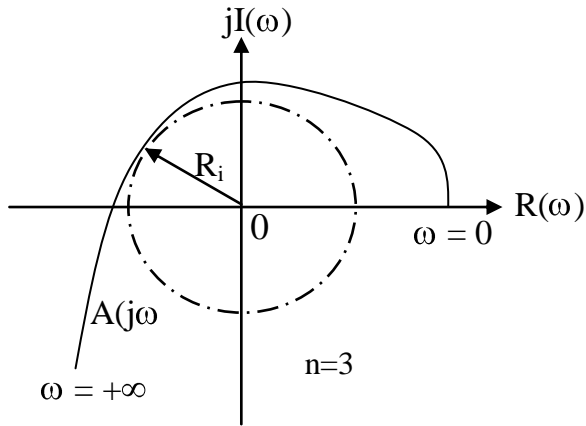
4. Tiêu chuẩn Mikhailop:

Điểm giới hạn là gốc tọa độ, độ dự trữ ổn định là bán kính vòng tròn lấy tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với vector đa thức $A(j\omega)$

Gọi trị số giới hạn cho phép là R . Khi đó

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$R_i \geq R$$



III-6 TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH

1. Tính điều khiển được

Một hệ điều khiển tự động tuyến tính liên tục (ĐKTTLT) được gọi là ĐK được nếu tồn tại ít nhất 1 tín hiệu ĐK đưa hệ từ trạng thái đầu x_0 đến trạng thái cuối x_T trong khoảng thời gian hữu hạn

Cho hệ được mô tả bởi hệ phương trình trạng thái cấp n :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \\ \underline{y} = \underline{C}\underline{x} + \underline{D}\underline{u} \end{cases}$$

Điều kiện để hệ điều khiển được là ma trận:

$$P = [\underline{B} \quad \underline{A}\underline{B} \quad \underline{A}^2\underline{B} \quad \dots \quad \underline{A}^{n-1}\underline{B}]$$

Có hạng bằng n : $\text{Rank}(P) = n$

Hay: $\det(P) \neq 0$.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

2. Tính quan sát được

Một hệ ĐKTTLT được gọi là QS được tại t_0 nếu tồn tại ít nhất 1 giá trị hữu hạn $T > t_0$ để điểm trạng thái $x(t_0)$ được xác định một cách chính xác thông qua tín hiệu vào ra của hệ. Cho hệ được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \\ \underline{y} = \underline{C}\underline{x} + \underline{D}\underline{u} \end{cases}$$

Điều kiện để hệ quan sát được là ma trận

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{C}\underline{A} \\ \underline{C}\underline{A}^2 \\ \dots \\ \underline{C}\underline{A}^{n-1} \end{bmatrix}$$

Có hạng bằng n : $\text{Rank}(\mathbf{L}) = n$

Hay: $\det(\mathbf{L}) \neq 0$.

CHƯƠNG IV. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG

ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

IV-1 Các chỉ tiêu chất lượng của hệ điều khiển tự động

Sau khi xét ổn định cho hệ theo các phương pháp đã học như giải trực tiếp tìm nghiệm sau đó xét dấu hoặc sử dụng các tiêu chuẩn đại số (Raux, Huwits), tiêu chuẩn tần số (Naiquyt, Mikhailop) chúng ta đã biết được hệ thống đã cho có ổn định hay không. Điều đó cho chúng ta biết hệ thống có thể làm việc được hay không.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Còn hệ thống có được mang ra sử dụng hay không còn phụ thuộc vào chất lượng của hệ thống. Như vậy ổn định chỉ là điều kiện cần và chất lượng của quá trình điều khiển mới là điều kiện đủ để chứng tỏ khả năng làm việc của hệ. Hay nói một cách khác ổn định và chất lượng là 2 chỉ tiêu của hệ thống điều khiển, ta chỉ khảo sát chất lượng khi hệ thống đã ổn định.

Nếu hệ thống không ổn định ta phải tìm cách đưa hệ thống về ổn định (hiệu chỉnh thô). Khi hệ thống đã ổn định rồi nhưng không đảm bảo chất lượng thì ta phải tìm cách nâng cao chất lượng hệ thống (hiệu chỉnh tinh).

Yêu cầu chất lượng hệ thống chính là yêu cầu chất lượng của quá trình công nghệ. Nó được đánh giá bằng chất lượng tĩnh và chất lượng động (chất lượng của quá trình quá độ).

Với mỗi hệ thống cụ thể thì người ta cho trước các chỉ tiêu chất lượng tĩnh và động, hệ thống của ta phải thoả mãn những yêu cầu chất lượng cụ thể đó.

1. Chất lượng tĩnh: là sai lệch tĩnh của hệ thống ở chế độ xác lập St

$$St = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

$e(t)$ sai lệch điều khiển

2. Chất lượng động:

a. Độ quá điều chỉnh: ($\delta_{\max} \%$)

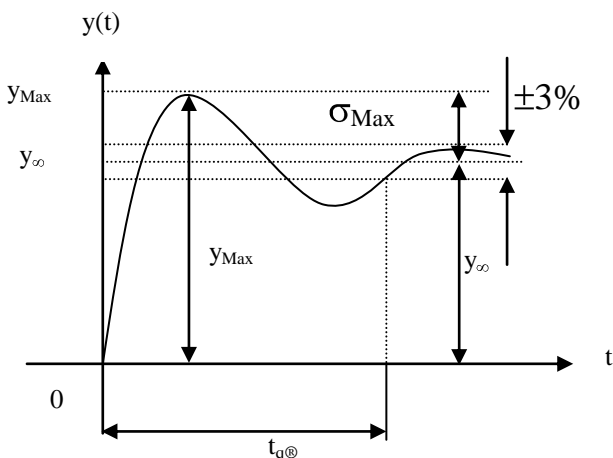
Là biên độ cực đại của đại lượng cần điều chỉnh so với trị số xác lập

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\delta_{\max} \% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100\%$$

b. *Thời gian quá độ*: t_{qd} là thời gian kể từ khi bắt đầu khởi động hệ thống cho đến khi đặc tính quá độ của hệ thống đi vào và nằm trong vùng giới hạn cho phép ($\pm 3\% y_{\infty}$).

c. *Số lần dao động n*: Là số đỉnh nhọn hay số điểm cực trị của đặc tính lượng ra trong khoảng thời gian t_{qd} .



IV-2. Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập

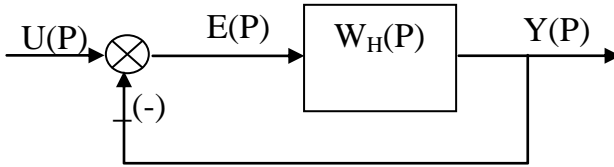
Ta biết chất lượng tĩnh của hệ thống được xác định:

$$St = \lim_{t \rightarrow \infty} [u(t) - y(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

Chất lượng hệ thống càng tốt khi St càng bé.

Giả sử cho hệ thống kín có sơ đồ cấu trúc như hình vẽ.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Một cách tổng quát chọn: $W_H(p) = \frac{KW_0(p)}{p^\gamma}$

$$\text{Với } W_0(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n};$$

K là hệ số khuếch đại của hệ thống

a_i, b_j là các hệ số và được xác định từ các thông số của các phần tử trong mạch.

$$\text{Từ sơ đồ cấu trúc ta có: } w_k(p) = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)} = \frac{Y(p)}{U(p)}$$

$$\rightarrow Y(p) = U(p) \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } W_H(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}$$

$$\text{Từ đó ta có: } E(p) = \frac{U(p)}{1 + W_H(p)}$$

Theo định lý về giới hạn thứ nhất ta có:

$$St = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pU(p)}{1 + W_H(p)}$$

Như vậy sai lệch tĩnh của hệ thống phụ thuộc vào

- Tín hiệu vào của hệ thống $U(p)$
- Cấu trúc của hệ thống $W_H(p)$

Nếu thay $W_H(p)$ bằng dạng tổng quát thì ta có:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$St = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pX(p)}{1 + \frac{KW_0(p)}{p^\gamma}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{\gamma+1}X(p)}{p^\gamma + KW_0(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{\gamma+1}U(p)}{p^\gamma + K \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}}$$

1. Khi tín hiệu vào là hàm 1(t): $u(t) = U_0 \cdot 1(t) \rightarrow U(p) = U_0/p$

- Xét trường hợp $\gamma = 0$ (Trong hệ không có khâu tích phân T). Ta có

$$St = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + K \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}} \cdot \frac{U_0}{p} = \frac{U_0}{1 + K \frac{b_m}{a_n}}$$

Như vậy St tỷ lệ nghịch với hệ số khuếch đại K. Khi K càng lớn sai lệch tĩnh càng giảm nhưng hệ càng dễ mất ổn định.

- Xét trường hợp $\gamma = 1, 2, 3, \dots$

$$St = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)} \cdot \frac{U_0}{p} = 0$$

Như vậy để hệ không còn tồn tại sai lệch tĩnh (hệ vô sai tĩnh) trong hệ phải có ít nhất một khâu tích phân.

2. Khi tín hiệu vào là hàm: $u(t) = U_0 \cdot t \rightarrow U(p) = \frac{U_0}{p^2}$

$$St = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)} \cdot \frac{U_0}{p^2}$$

- Khi $\gamma = 0 \rightarrow St = \infty \rightarrow$ hệ thống không sử dụng được.

- Khi $\gamma = 1 \rightarrow St = \frac{U_0 a_n}{K b_m} \rightarrow$ Sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với hệ

số khuếch đại.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- Khi $\gamma = 2,3,4,\dots \rightarrow St = 0 \rightarrow$ Để hệ vô sai trong hệ ít nhất phải có 2 khâu tích phân.

3. Khi tín hiệu vào là hàm: $u(t) = U_0 t^2 \rightarrow U(p) = \frac{2U_0}{p^3}$

$$St = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)} \cdot \frac{2U_0}{p^3}$$

- Khi $\gamma = 0,1 \rightarrow St = \infty \rightarrow$ hệ thống không sử dụng được.

- Khi $\gamma = 2 \rightarrow St = \frac{2U_0 a_n}{Kb_m} \rightarrow$ Sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với

hệ số khuếch đại.

- Khi $\gamma = 3,4,\dots \rightarrow St = 0 \rightarrow$ Để hệ vô sai trong hệ ít nhất phải có 3 khâu tích phân.

Chú ý: Khi đánh giá chất lượng ở chế độ xác lập người ta còn cho chỉ tiêu chất lượng tĩnh cho phép dưới dạng [St%]. St% của hệ lúc này được xác định như sau:

$$St\% = \frac{St}{y_\infty} 100\%$$

$$y_\infty = y_{XL} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pY(p)$$

$Y(p)$ được xác định từ đầu vào và cấu trúc của hệ thống.

IV-3 Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ

Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ là ta phải xác định được 3 chỉ tiêu là độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, số lần dao động ta có thể thực hiện theo nhiều cách. Tuy nhiên Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

nếu có được đặc tính quá độ $h(t)$ của hệ thì việc xác định các chỉ tiêu trên rất đơn giản.

I. Phương pháp đại số: Biến đổi Laplace ngược để tìm hàm $h(t)$ khi biết hàm $H(p)$.

1. Dùng phương pháp biến đổi ngược hàm hữu tỷ.

Giả sử hệ có hàm truyền: $W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}$

Khi đó hàm ảnh $H(p)$ có dạng:

$$H(p) = \frac{1}{p} W(p)$$

Để tìm $h(t)$ ta thực hiện theo các bước sau:

Phân tích $H(p)$ thành tổng các phân thức tối giản.

$$H(p) = A + \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n \frac{A_{ki}}{(p - a_k)^i} + \sum_{k=1}^m \frac{B_k(p - \alpha_k) + C_k \beta_k}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k^2}$$

Trong đó: A, A_{ki}, B_k, C_k là các hằng số. a_k là các nghiệm thực bội n và $\alpha_k \pm j\beta_k$ là các nghiệm phức liên hợp của phương trình $A(p) = 0$

Xác định hàm gốc cho từng phần tử trong tổng trên như sau:

$$- L^{-1}[A] = A \cdot \delta(t) = h_1(t)$$

$$- L^{-1}\left[\frac{A_{ki}}{(p - a_k)^i}\right] = A_{ki} \frac{t^{i-1} e^{a_k t}}{(i-1)!} l(t) = h_2(t)$$

$$- L^{-1}\left[\frac{B_k(p - \alpha_k)}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k^2}\right] = B_k e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t) l(t) = h_3(t)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$-L^{-1}\left[\frac{C_k \beta_k}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k^2}\right] = C_k e^{\alpha_k t} \sin(\beta_k t) \mathbf{1}(t) = h_4(t)$$

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t) + h_4(t)$$

2. Dùng phương pháp phương trình đặc trưng:

Giả sử hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}$$

Khi đó:

$$h(t) = c_0 \mathbf{1}(t) + \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} \mathbf{1}(t)$$

Trong đó:

c_0 là hằng số được xác định theo điều kiện đầu $p = 0$

$$c_0 = W(0) = \frac{B(0)}{A(0)}$$

p_i là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính $A(p) = 0$

c_i là các hằng số được xác định như sau:

$$c_i = \frac{B(p)}{p A'(p)} \Big|_{p=p_i}$$

Nếu p_i là các nghiệm phức thì ta phải dùng công thức

$$\begin{aligned} & c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} \\ &= (\mathbf{a} + j\mathbf{b}) e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + (\mathbf{a} - j\mathbf{b}) e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} \end{aligned}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$= 2A_i e^{\alpha_i t} \cdot \cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Với:

$$A_i = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi_i = \arctg \frac{b}{a} \text{ (rad)}$$

Ví dụ: cho hệ có hàm truyền $W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{Tp + 1}$ hãy tìm

$h(t)$ sử dụng phương pháp phương trình đặc trưng:

$$h(t) = c_0 1(t) + \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} 1(t)$$

$$c_0 = W(0) = K; \quad c_1 = \left. \frac{B(p)}{pA'(p)} \right|_{p = -1/T} = -K$$

$$h(t) = K1(t) - Ke^{-\frac{t}{T}} 1(t) = k1(t)[1 - e^{-\frac{t}{T}}]$$

II. Phương pháp máy tính số: Sử dụng ngôn ngữ MATLAB

1. Sử dụng sơ đồ cấu trúc của hệ:

Lấy các khối trong thư viện Simulink của ngôn ngữ MATLAB sau đó nối chúng lại theo đúng sơ đồ cấu trúc của hệ đã cho. Vì cần đặc tính quá độ nên ở đầu vào ta phải dùng hàm bước nhảy step và ở đầu ra ta dùng khối scope để hiển thị và quan sát đặc tính.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

2. Sử dụng câu lệnh:

Giả sử hệ đã cho dưới dạng hàm truyền đạt. Ta phải dùng câu lệnh để khai báo hàm truyền và dùng câu lệnh để vẽ đặc tính quá độ.

IV-4 Đánh giá gián tiếp chất lượng quá độ hệ thống

1. Sử dụng phương pháp phân bố nghiệm:

Đây là phương pháp đánh giá chất lượng của QTQĐ không cần xác định đặc tính quá độ $h(t)$. Nó dựa trên sự phân bố nghiệm trên mặt phẳng phức để cho chúng ta biết khả năng tác động nhanh cũng như đặc điểm dao động trong QTQĐ của hệ thống.

Như ta đã biết 1 hệ điều khiển thực chất làm nhiệm vụ biến đổi lượng vào thành lượng ra theo yêu cầu. Về mặt toán học quá trình biến đổi đó được mô tả bằng phương trình vi phân tổng quát sau:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Nhận thấy rằng đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t) = y^-(t) + y^*(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} + \frac{B(0)}{A(0)}$$

Với:

$y^*(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$y^-(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất nó đặc trưng cho quá trình quá độ:

$$y^-(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}$$

C_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

p_i : Là nghiệm thứ i của PT đặc tính:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

Nếu p_i là các nghiệm thực âm (các nghiệm phân bố trên trục thực) thì

$$y^-(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} \text{ hệ không dao động}$$

Nếu p_i là các nghiệm phức liên hợp $p_{i, i+1} = \alpha_i \pm j \beta_i$; $\alpha_i < 0$ (Có nghiệm nằm ngoài trục thực) thì

$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 2A_i e^{\alpha_i t} \cdot \cos(\beta_i t + \varphi_i) \text{ hệ sẽ dao động}$$

Ta đã biết tính ổn định của hệ phụ thuộc vào dấu phần thực nghiệm α_i , nếu giá trị tuyệt đối phần thực càng lớn thì vị trí của p_i càng xa trục ảo thì tính chất ổn định của hệ càng tốt. Mặt khác α_i (mang dấu âm) là số mũ của hàm lũy thừa, nếu $|\alpha_i|$ càng lớn thì hàm mũ tắt càng nhanh, thời gian quá độ của hệ thống càng nhỏ. Vì vậy chất lượng QTQĐ của hệ được đánh giá gián tiếp qua phần thực α_i . Thành phần quá độ ứng với $|\alpha_i|$ bé nhất sẽ nằm gần trục ảo nhất về phía trái sẽ suy giảm chậm hơn các thành phần quá độ có $|\alpha_i|$ lớn hơn. Ký hiệu

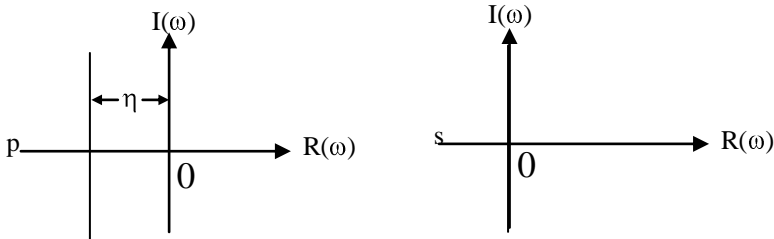
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\eta = \min_{i=1 \rightarrow n} |\alpha_i|$$

Do đó khi đánh giá thời gian QTQĐ có thể một cách gần đúng thay thế thời gian thực của hệ thống bằng thời gian của thành phần tắt chậm nhất $e^{-\eta t}$

Như vậy ta phải xác định η để thời gian QTQĐ của hệ thống là t_0 khi lượng ra của nó đạt giá trị $a = St$ (sai lệch tĩnh cho phép):

$$\bar{y}(t_0) = a = e^{-\eta t_0} \rightarrow \eta = \frac{\ln \frac{1}{a}}{t_0}$$



Như vậy để hệ thống thảo mãn thời gian QTQĐ yêu cầu thì phương trình đặc tính hệ thống với các nghiệm p_i có phần thực thoả mãn điều kiện $|\alpha_i| \geq \eta$.

Ta dời trục tung sang trái một đoạn đúng bằng η và thực hiện bằng cách đổi biến số: $s = p - \eta \rightarrow p = s + \eta$ lúc này hình thành bài toán để hệ thống thảo mãn thời gian QTQĐ yêu cầu thì phương trình đặc tính hệ thống với các nghiệm s_i có phần thực thoả mãn điều kiện $\alpha_i \leq 0$. Đây chính là điều kiện để hệ thống ổn định ứng với phương trình đặc tính mới.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

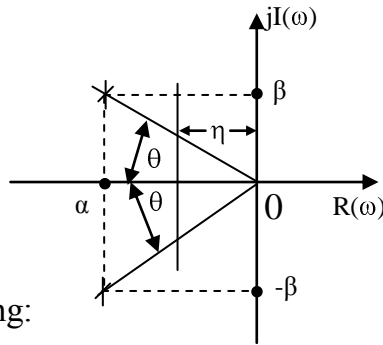
$$A(s) = a_0(s + \eta)^n + a_1(s + \eta)^{n-1} \dots + a_n = 0$$

Nếu chỉ xét đến η thì mới chỉ đánh giá được độ tác động nhanh chậm của hệ thống. Trong thực tế người ta còn đánh giá tần số dao động của hệ thống thông qua phần ảo β_i của các nghiệm p_i . Nếu xét cùng một thời gian quá độ nếu nghiệm nào có phần ảo β_i lớn thì số lần giao động nhiều hơn, tuy nhiên nếu các nghiệm có cùng β_i nhưng nghiệm nào có $|\alpha_i|$ lớn hơn sẽ giao động ít hơn. Như vậy để đánh giá mức độ dao động của hệ ta sử dụng hệ số dao động m .

Nhưng để đánh giá ta phải tìm hệ số mức độ dao động lớn nhất bằng cách kẻ từ gốc tọa độ đến cặp nghiệm liên hợp sao cho tất cả các nghiệm còn lại nằm trọn trong 2 tia đó.

Khi đó:

$$m = \operatorname{tg}\theta = \frac{|\beta_i|}{|\alpha_i|}$$



Người ta đã khảo sát và thấy rằng:

Nếu $m \leq 0.275$ hệ dao động ít $n = 1, 2$.

$m > 0.275$ hệ dao động nhiều $n \geq 3$

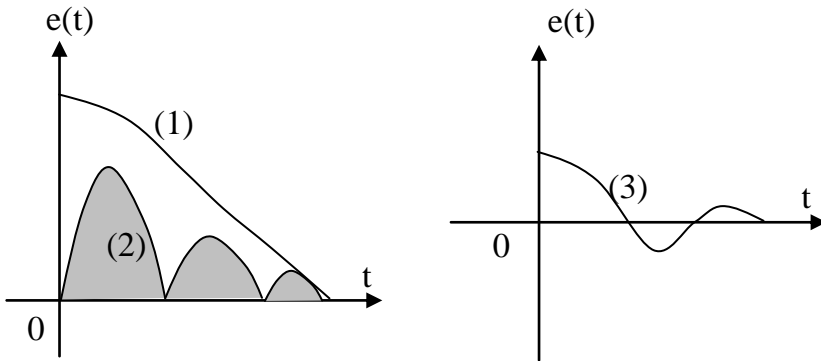
2. Sử dụng phương pháp tích phân:

Phương pháp này người ta sử dụng giá trị tích phân của sai lệch $e(t)$ để đánh giá chất lượng QTQĐ của hệ.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch $e(t)$ có dạng như hình (1) thì kết luận là hệ không dao động.

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch $e(t)$ có dạng như hình (2) thì kết luận là hệ dao động nhưng không có quá điều chỉnh.



Trong hai trường hợp này diện tích của vùng $e(t)$ có thể được xác định như sau.

$$I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

Nếu diện tích này càng nhỏ thì quá trình quá độ xảy ra càng nhanh và ngược lại.

Đối với những hệ thống điều khiển sai lệch $e(t)$ có dạng như hình (3) thì kết luận là hệ dao động và có quá điều chỉnh.

Trong trường hợp này ta không thể sử dụng công thức $I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt$ được bởi vì $e(t)$ đổi dấu nên I_1 bây giờ bằng tổng đại số của 2 phần (+) và (-) dẫn đến không phản ánh chính xác

tổng diện tích dẫn đến đánh giá sai chất lượng. Trong trường hợp này ta dùng công thức:

$$I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

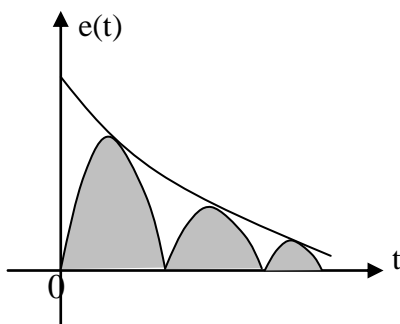
Công thức này có thể dùng để đánh giá chất lượng chung cho hệ dao động hay đơn điệu. Nhưng trong thực tế không được sử dụng vì tính tích phân trên gặp rất nhiều khó khăn. Lúc này người ta sử dụng công thức:

$$I_3 = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$$

I_3 không phụ thuộc vào dấu $e(t)$ nghĩa là không phụ thuộc vào đặc điểm của đường cong quá độ.

Tuy nhiên nếu xét 2 hệ: đơn điệu và dao động có cùng thời gian quá độ như hình vẽ

Diện tích trong trường hợp đơn điệu lớn hơn trường hợp dao động nhưng trên thực tế QTQĐ của đường đơn điệu tốt hơn đường dao động vì ở hệ đơn điệu $\sigma_{\max} \% = 0$; $n = 0$.



Đồng thời các tiêu chuẩn tích phân trên không nêu lên được độ bằng phẳng, không nói đến tốc độ biến thiên của $e(t)$. Vì vậy để khắc phục người ta đưa ra dạng tổng quát sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$I_4 = \int_0^{\infty} V dt$$

với
$$V = e(t)^2 + [v_1 \frac{de}{dt}]^2 + \dots + [v_n \frac{d^n e}{dt^n}]^2$$

$v_1 \dots v_n$ là các hệ số

Trong thực tế người ta thường chọn:

$$V = e(t)^2 + [v_1 \frac{de}{dt}]^2$$

Khi đó:
$$I_4 = \int_0^{\infty} [e(t)^2 + (v_1 \frac{de}{dt})^2] dt$$

$\int_0^{\infty} e(t)^2 dt$: Đặc trưng cho tốc độ nhanh chậm của QTQĐ

$\int_0^{\infty} [v_1 \frac{de}{dt}]^2 dt$: Đặc trưng cho độ bằng phẳng của QTQĐ

3. Sử dụng đặc tính tần số:

Giả sử cho hệ thống điều khiển có tín hiệu ra tại mọi thời điểm lặp lại chính xác tín hiệu vào của hệ. Mà tín hiệu vào là $1(t)$ dẫn đến hệ thống sẽ không dao động và không có quá điều chỉnh. Khi đó

$$W(p) = 1; W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = 1 \quad A(\omega) = 1; \varphi(\omega) = 0$$

Điều này chỉ thực hiện được trong trường hợp lý tưởng, hệ không có quán tính. Trong thực tế hệ của ta là có quán tính cho nên đặc tính $A(\omega)$ có dạng như hình vẽ.

$$A(\omega) = 1; \varphi(\omega) = 0 \text{ có thể đạt được ở tần số thấp: } 0 < \omega < \omega_1$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Ở tần số cộng hưởng ω_{ch} đặc tính biên độ có giá trị cực đại A_{max} . Khi tần số tiếp tục tăng do hệ thống có quán tính lên hệ thống không kịp phản ứng với các dao động cao tần nên $A(\omega)$ giảm nhanh chóng. Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào.

Người ta đã xác định được A_{max} càng lớn thì hệ càng dao động và người ta đưa ra hệ số đánh giá mức độ dao động của hệ:

$$M = \frac{A_{max}}{A_0}$$

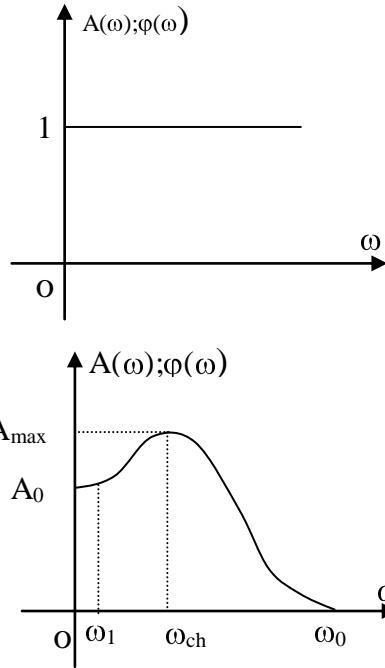
Thông thường

- $M = 1$: hệ đơn điệu $\sigma_{max} \% = 0$; $n = 0$
- $M = 1,2 - 1,5$ thì kết luận hệ có độ quá điều chỉnh $\leq 30\%$, $n \leq 2$
- Nếu M càng lớn thì hệ càng dao động và lượng quá điều chỉnh càng lớn

Dựa vào đặc tính $A(\omega)$ có thể tính được gần đúng thời gian quá độ và thời gian này tỷ lệ nghịch với tần số:

$$t_{max} = \frac{\pi}{\omega_{ch}}; t_{qd} = (2 \rightarrow 4) \frac{\pi}{\omega_0}$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



CHƯƠNG V TỔNG HỢP HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG TUYẾN TÍNH

V-1 Khái niệm

Sau khi xét ổn định tồn tại hệ không ổn định, nếu hệ thống đã ổn định, sau khi khảo sát chất lượng lại tồn tại hệ chưa đảm bảo chất lượng yêu cầu.

Vấn đề đặt ra là nếu hệ thống không ổn định thì làm thế nào đưa hệ thống về ổn định. Nếu hệ thống đã ổn định nhưng chất lượng không thoả mãn yêu cầu thì làm thế nào nâng cao chất lượng của hệ.

Để giải quyết các vấn đề đó ta tiến hành ổn định hoá và tổng hợp hiệu chỉnh hệ thống.

V-2 Ổn định hoá hệ thống

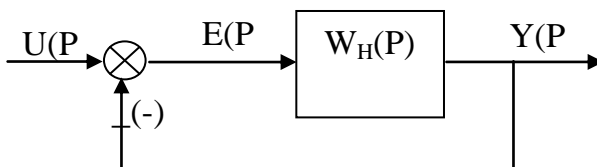
I. Với hệ có cấu trúc ổn định:

Hệ có cấu trúc ổn định là hệ thống khi thay đổi thông số của các phần tử trong hệ thì tính ổn định của hệ thay đổi theo nhưng cấu trúc của hệ không đổi.

1. Giả sử hệ có cấu

trúc như hình vẽ:

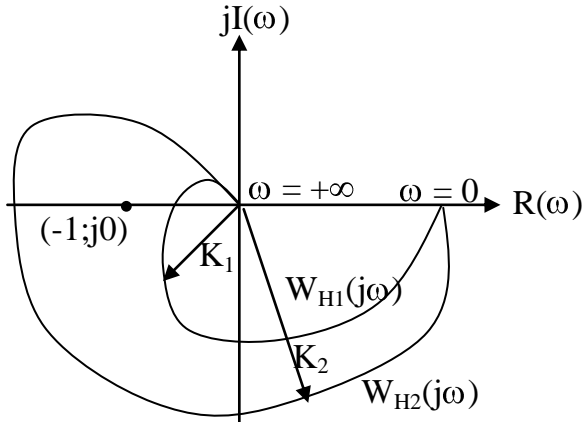
Giả sử hệ hở đã cho có hàm truyền dạng:



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$W_h(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{A(p)}$$

Ổn định và có đặc tính $W_H(j\omega)$ như hình vẽ.



Nếu hệ số khuếch đại là K_1 thì hệ kín ổn định, nếu là K_2 thì hệ kín không ổn định.

2. Giả sử hệ thống điều khiển có hàm truyền:

$$A(p) = p^3 + (T+1)p^2 + (T+2)p + 4 = 0$$

Hãy xác định T để hệ ổn định $\rightarrow T > 1$

Kết luận: Như vậy để ổn định hoá hệ thống có cấu trúc ổn định thì ta chỉ việc thay đổi sự tương quan của các thông số trong mạch. Để xác định trị số giới hạn của các thông số đó ta sử dụng các phương pháp Raux, Huwitzs, lý thuyết phân vùng

II. Với hệ có cấu trúc không ổn định

Hệ có cấu trúc không ổn định là hệ thống khi đổi tất cả các thông số với mọi giá trị hệ vẫn không ổn định. Muốn ổn định

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

hoá hệ thống này ta phải thay đổi cấu trúc của hệ bằng các cách sau:

- Thay đổi lại cách ghép nối các phần tử trong hệ.
- Thêm các mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ.
- Thêm một số thiết bị bên ngoài vào trong hệ (thiết bị hiệu chỉnh).

Một hệ có cấu trúc không ổn định thường là hệ có khâu tích phân và không có khâu vi phân mắc nối tiếp nghĩa là hệ thống không thoả mãn điều kiện cần để hệ ổn định.

1. Thêm mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ:

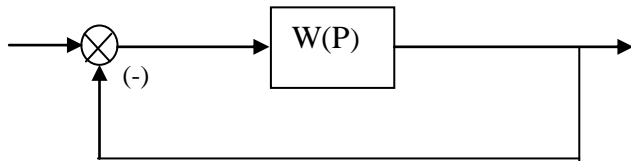
Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ với:

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \longrightarrow \quad \boxed{W(P)} \quad \longrightarrow$$

$$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + 0 = 0$$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm
mối
liên hệ
phản
hồi:



$$W_K(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

$$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K = 0$$

Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

2. Thêm thiết bị hiệu chỉnh vào trong hệ:

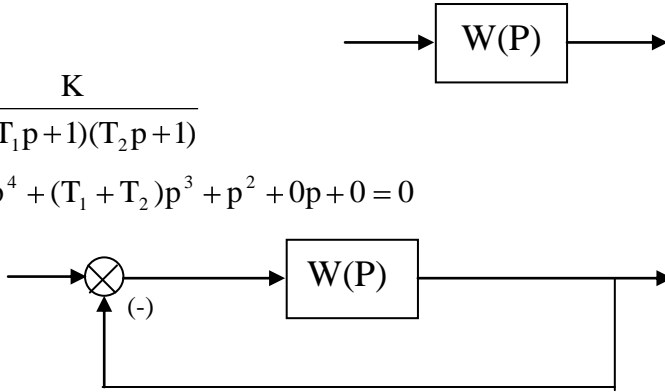
Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ

với:

$$W(p) = \frac{K}{p^2(T_1p+1)(T_2p+1)}$$

$$A(p) = T_1T_2p^4 + (T_1 + T_2)p^3 + p^2 + 0p + 0 = 0$$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không

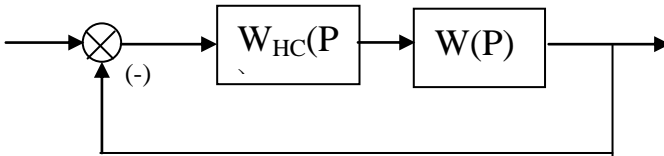


thỏa mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm một liên hệ phản hồi:

$$W_K(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

$A(p) = T_1T_2p^4 + (T_1 + T_2)p^3 + p^2 + 0p + K = 0$ hệ vẫn có cấu trúc không ổn định. Ta đưa thêm thiết bị hiệu chỉnh mắc nối tiếp có hàm truyền:



$$W_{HC}(p) = \frac{T_3p+1}{T_4p+1}$$

$$W_K(p) = \frac{W_{HC}(p)W(p)}{1 + W_{HC}(p)W(p)}$$

$$A(p) = T_1 T_2 T_4 p^5 + (T_1 T_2 + T_1 T_4 + T_1 T_2) p^4 + (T_1 + T_2 + T_4) p^3 + p^2 + K T_3 p + K = 0$$

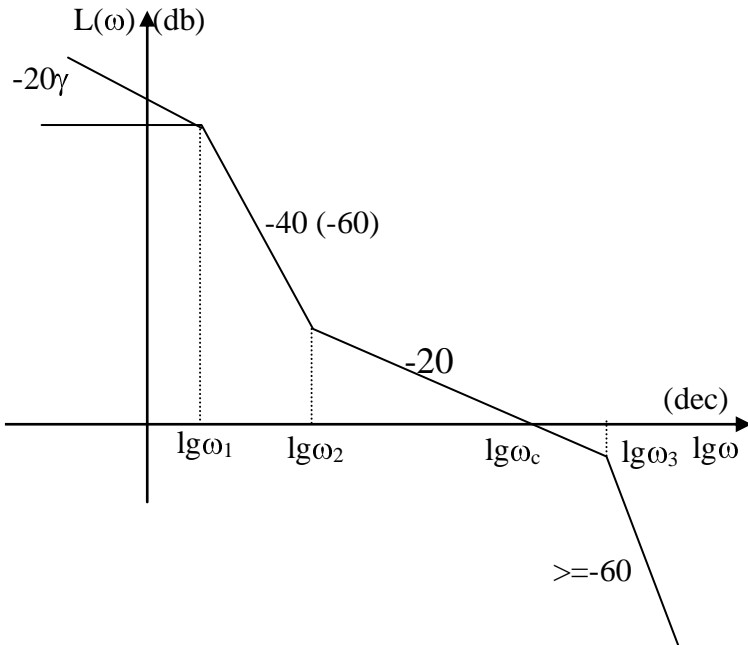
Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

Sau khi đã đưa hệ về có cấu trúc ổn định thì việc ổn định hoá hệ thống được thực hiện như ở mục 1.

V-3 Tổng hợp hệ thống theo đặc tính tần số

I. Đặc tính $L(\omega)$ mẫu:

Như ta đã biết nếu cho trước một hệ thống ĐK ta sẽ vẽ được đặc tính $L(\omega)$ và từ đặc tính này ta sẽ xác định được một bộ thông số chất lượng của hệ.



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Ngược lại nếu công nghệ yêu cầu một bộ thông số chất lượng ta sẽ đi thiết kế được một hệ điều khiển đáp ứng và từ hệ điều khiển này ta cũng sẽ vẽ được đặc tính $L(\omega)$ của nó.

Như vậy nếu trong kỹ thuật xuất phát từ một bộ thông số chất lượng gọi là tối ưu ta sẽ vẽ được đặc tính $L(\omega)$ gọi là đặc tính mẫu. Nó có dạng như hình vẽ và được chia ra làm 4 vùng theo 4 dải tần số khác nhau:

1. Dải tần số cực thấp $\omega \leq \omega_1$:

Vùng tần số cực thấp độ nghiêng đoạn đặc tính vùng này quyết định sai lệch tĩnh của hệ. Nếu muốn sai lệch tĩnh nhỏ thì độ nghiêng tăng.

2. Dải tần số thấp $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$:

Vùng tần số thấp độ nghiêng của vùng này quyết định độ quá điều chỉnh của hệ nếu độ nghiêng càng tăng thì độ quá điều chỉnh tăng theo. Độ rộng của vùng này quyết định thời gian quá độ của hệ. Muốn thời gian quá độ ngắn thì độ rộng vùng này tăng.

3. Dải tần trung bình $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$:

Vùng trung tần, độ rộng vùng này quyết định độ dự trữ ổn định của hệ. Và trong kỹ thuật yêu cầu để hệ thống làm việc được thì độ nghiêng của vùng này phải cố định bằng -20db/dec và $\lg \omega_3 - \lg \omega_2 \geq 0.9\text{dec}$

4. Dải tần số cao $\omega \geq \omega_3$:

Vùng cao tần, trong vùng này tập trung chủ yếu năng lượng của tín hiệu nhiễu cao tần. Để hệ thống chống nhiễu tốt thì độ nghiêng của vùng này càng lớn càng tốt. Để hệ không bị ảnh hưởng nhiều của nhiễu thì độ nghiêng tối thiểu của vùng này là -60db/dec .

I. Đặc tính $L_m(\omega)$ mong muốn:

Từ yêu cầu công nghệ, ta phải xây dựng được hệ thống đáp ứng được các yêu cầu kỹ thuật đề ra hệ thống đó là hệ thống mong muốn. Hệ này có cấu trúc hoàn toàn mới so với hệ đã có.

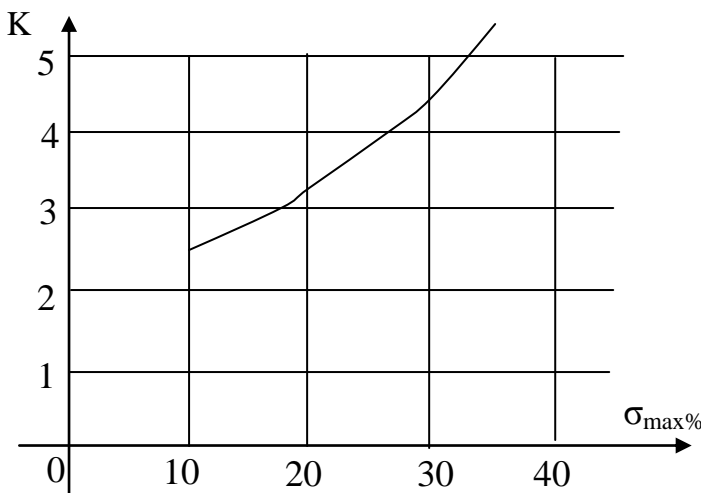
Đặc tính biên độ tần số loga của hệ này được gọi là đặc tính mong muốn $L_m(\omega)$. Nó được xây dựng dựa trên đặc tính mẫu và đặc tính $L_0(\omega)$ của hệ đã có (hệ cũ) và được thực hiện qua các bước sau:

1. Xác định tần số cắt ω_c

Xuất phát từ các yêu cầu công nghệ: $\delta_{\max} \%$, t_p , n ta xác định tần số cắt ω_c từ biểu thức tính thời gian quá độ:

$$t_{qd} \geq \frac{K\pi}{\omega_c} \rightarrow \omega_c \geq \frac{K\pi}{t_{qd}}$$

Trong đó K là hệ số được xác định từ $\delta_{\max} \%$ tra theo đồ thị $K = f(\sigma_{\max} \%)$



Trong trường hợp không có đường cong đề tra có thể lấy gần đúng

$$\omega_c = (2 \rightarrow 4) \frac{\pi}{t_{qd}}$$

Sau đó tính $\lg \omega_c$ và đặt lên trục hoành

2. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ ở phần trung tần.

Qua tần số cắt $\lg \omega_c$ ta kẻ 1 đường thẳng có độ nghiêng - 20db/dec đường thẳng này được giới hạn bởi 2 tần số ω_2 và ω_3 .

Hai tần số này được chọn như sau:

$$\omega_3 = (2 - 4)\omega_c ; \omega_2 = \frac{\omega_c^2}{\omega_3}$$

$$\lg \omega_3 - \lg \omega_c \approx \lg \omega_c - \lg \omega_2 \approx 0,9(\text{dec})$$

Thông thường để thuận lợi cho việc tính toán cũng như thiết bị hiệu chỉnh đơn giản người ta thường chọn

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

- ω_2 : trùng với tần số gãy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn ở phần trung tần với đặc tính $L_0(\omega)$ ở phần tần số thấp

- ω_3 : trùng với tần số gãy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn ở phần trung tần với đặc tính $L_0(\omega)$ ở phần cao tần

Sau đó kiểm tra lại điều kiện: $\lg \omega_3 - \lg \omega_2 \geq 0.9$ dec

3. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ ở phần tần số thấp.

Từ điểm tương ứng với ω_2 kẻ đường thẳng có độ nghiêng (-40db/dec);(-60db/dec), hoặc trùng với độ nghiêng của đặc tính hệ cũ. Giới hạn vùng này quyết định bởi ω_1 . Thông thường ω_1 được chọn trùng với tần số gãy của hệ cũ hoặc là giao điểm của đặc tính mong muốn với đặc tính $L_0(\omega)$. Nếu không có thể tùy chọn ω_1 với nguyên tắc càng mở rộng vùng tần số thấp thì thời gian quá độ càng ngắn.

4. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ ở phần cao tần.

Từ điểm tương ứng với ω_3 kẻ đường thẳng có độ nghiêng càng lớn càng tốt. Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản nên kẻ càng gần hệ cũ càng tốt nhưng độ nghiêng không được $< -60\text{db/dec}$.

5. Xây dựng đặc tính $L_m(\omega)$ ở phần tần số cực thấp.

Nếu hệ sau hiệu chỉnh yêu cầu trở thành hệ vô sai tĩnh bậc γ thì qua điểm ứng với ω_1 kẻ đường có độ nghiêng -20γ (γ số khâu tích phân có trong hệ)

Nếu không thì từ điểm ω_1 kẻ song song với đặc tính cũ hoặc chọn trùng với đặc tính cũ.

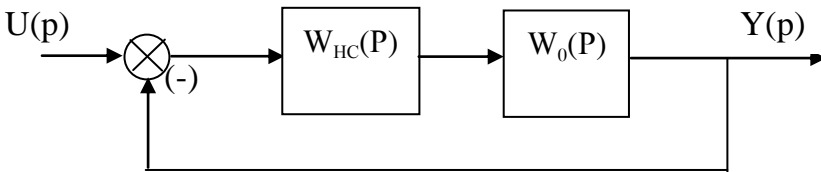
II. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh:

Sau khi xây dựng được $L_m(\omega)$ nghĩa là ta xây dựng được đặc tính biên độ tần số loga của hệ mới.

Vấn đề đặt ra là: nếu có một hệ cũ nó chưa thoả mãn các chỉ tiêu về ổn định và chất lượng thì ta phải đưa vào hệ thống một khâu gọi là thiết bị hiệu chỉnh để hệ thống đạt được các chỉ tiêu đề ra. Mục đích của ta là từ $L_m(\omega)$ và $L_0(\omega)$ ta phải đi xác định được $L_{HC}(\omega)$ và từ đó tính toán được thiết bị hiệu chỉnh.

1. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh nối tiếp:

Cấu trúc như hình vẽ



$W_0(p)$ hàm truyền đạt của hệ thống trước khi hiệu chỉnh.

$W_{HC}(p)$ hàm truyền đạt của thiết bị hiệu chỉnh.

Từ sơ đồ ta có: $W_m(p) = W_{HC}(p) \cdot W_0(p)$

Hay:

$$W_m(j\omega) = W_{HC}(j\omega) \cdot W_0(j\omega) \rightarrow A_m(\omega) = A_{HC}(\omega) \cdot A_0(\omega)$$

$$20\lg A_m(\omega) = 20\lg[A_{HC}(\omega) \cdot A_0(\omega)]$$

$$= 20\lg A_{HC}(\omega) + 20\lg A_0(\omega)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$\rightarrow L_m(\omega) = L_{HC}(\omega) + L_0(\omega) \rightarrow L_{HC}(\omega) = L_m(\omega) - L_0(\omega)$$

Như vậy để tính toán thiết bị hiệu chỉnh ta thực hiện qua các bước sau:

- Xây dựng đặc tính biên độ tần số logarit của hệ thống cũ $L_0(\omega)$.

- Xây dựng đặc tính biên độ tần số logarit của hệ thống mong muốn $L_m(\omega)$ theo $\delta_{\max}\%$ và t_{qd} sau đó kiểm tra tính ổn định của hệ mong muốn.

- Xác định đặc tính hiệu chỉnh theo:

$L_{HC}(\omega) = L_m(\omega) - L_0(\omega)$. Từ đặc tính ta tìm được $W_{HC}(p) \rightarrow$ Thiết kế được khâu hiệu chỉnh và từ đó tính toán thông số của mạch hiệu chỉnh

2. Tính toán thiết bị hiệu chỉnh bằng cách ghép phản hồi:

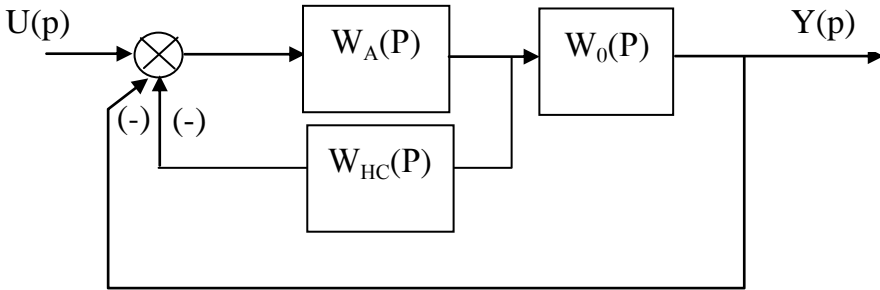
Để thực hiện theo phương pháp này ta phải phân tích và chia hệ thống cũ thành 2 nhóm:

- Nhóm thiết bị có công suất lớn nằm ở phía cuối của hệ (thiết bị động lực) có hàm truyền $W_0(p)$ và không bị bao bởi khâu hiệu chỉnh

- Nhóm thiết bị có công suất nhỏ nằm ở đầu vào của hệ (thiết bị tổng hợp và khuếch đại trung gian), ảnh hưởng nhiều đến chất lượng cũng như tính ổn định có hàm truyền $W_A(p)$ và được bao bởi khâu hiệu chỉnh. Ta có cấu trúc hiệu chỉnh như hình vẽ.

$$W_m(p) = \frac{W_A(p)}{1 + W_A(p)W_{HC}(p)} W_0(p)$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Thay $P = j\omega$ ta được
$$W_m(j\omega) = \frac{W_A(j\omega)}{1 + W_A(j\omega)W_{HC}(j\omega)} W_0(j\omega)$$

Trong phạm vi tần số khảo sát do tín hiệu chủ đạo biến đổi chậm nên

$$W_A(j\omega)W_{HC}(j\omega) \gg 1$$

Khi đó:
$$W_m(j\omega) = \frac{W_0(j\omega)}{W_{HC}(j\omega)}$$

Tương tự như trên ta tìm được $L_{HC}(\omega) = L_0(\omega) - L_m(\omega)$

Để thiết kế sơ đồ nguyên lý mạch hiệu chỉnh và tính toán thông số mạch hiệu chỉnh ta làm tương tự chỉ khác là khi vẽ đặc tính biên độ tần số loga ta không vẽ cho cả hệ mà chỉ vẽ cho nhóm thiết bị không bị bao bởi khâu hiệu chỉnh $W_0(p)$

V-4 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp tối ưu (Modul tối ưu và Tối ưu đối xứng)

I. Khái niệm:

Xuất phát từ bài toán mong muốn là ở chế độ xác lập lượng ra đúng bằng lượng vào hoặc ít ra ở chế độ quá độ lượng ra bám được lượng đặt với thời gian ngắn nhất.

Người ta khảo sát và thấy rằng hàm truyền của hệ có dạng phân thức. Tử và mẫu số là một đa thức với:

- **Bậc của đa thức tử nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu 2 bậc.**

- Đa thức tử chính là đa thức mẫu sau khi bỏ hai số hạng bậc cao hơn

- Các hệ số của đa thức phải thoả mãn hệ phương trình: lấy một hệ số a_i bất kỳ bình phương trừ 2 lần tích của 2 hệ số a_i lân cận phải bằng 0.

$$W(p) = \frac{a_2 p^{n-2} + \dots + a_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n}$$

$$\begin{cases} a_1^2 - 2a_0 a_2 = 0 \\ \dots \\ a_{n-1}^2 - 2a_{n-2} a_n = 0 \end{cases}$$

Để đơn giản người ta chọn:

$$W_1(p) = \frac{a_n}{a_{n-2} p^2 + a_{n-1} p + a_n}, \text{ đặt } a_{n-2} = 2\tau^2; a_{n-1} = 2\tau; a_n = 1$$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Nên $W_1(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}$: modul tối ưu

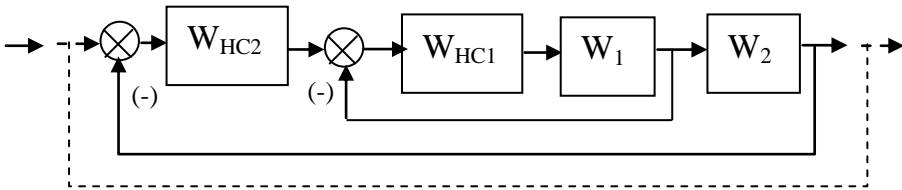
$$W_2(p) = \frac{a_{n-1}p + a_n}{a^{n-3}p^3 + a_{n-2}p^2 + a_{n-1}p + a_n},$$

đặt $a_{n-3} = 8\tau^3; a_{n-2} = 8\tau^2; a_{n-1} = 4\tau; a_n = 1$

Nên $W_2(p) = \frac{4\tau p + 1}{8\tau^3 p^3 + 8\tau^2 p^2 + 4\tau p + 1}$: tối ưu đối xứng

với $\tau \leq \frac{1}{6} t_{qd}$

Trong hệ thống nếu dùng một thiết bị hiệu chỉnh mạch có thể phức tạp, khó tính toán. Để đơn giản ta dùng nghiều thiết bị và chuyển hệ về sơ đồ cấu trúc nối cấp chuẩn, tổng quát.



Mặt khác trong hệ thống cũ có thể có các khâu có hằng số thời gian khác nhau và trong kỹ thuật người ta quy định:

- Có thể bỏ qua các hằng số thời gian nhỏ hơn 1 miligiây (< 0.001 s)

- Các khâu có hằng số thời gian $\geq 0,1$ giây trở lên coi là lớn ta phải để nguyên.

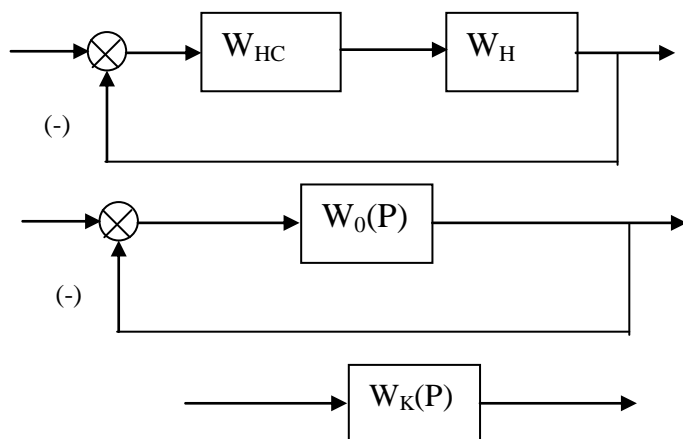
- Các khâu có hằng số thời gian $0.001(s) < T < 0.1$ (s) gọi là hằng số thời gian nhỏ. Khi đó ta có thể thay thế các khâu có

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

hằng số thời gian nhỏ thành một khâu tương đương cùng loại với hằng số thời gian bằng tổng hằng số thời gian của các khâu nhỏ thành phần. $T_{td} = \sum_{i=1}^n T_i$

II. Hiệu chỉnh bằng phương pháp Modul tối ưu:

Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là $W_H(p)$. Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_{HC}(p)$ sao cho hàm truyền hệ thống kín $W_K(p)$ với phản hồi (-1)



Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}$$

Trong đó: $W_K(p) = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}$

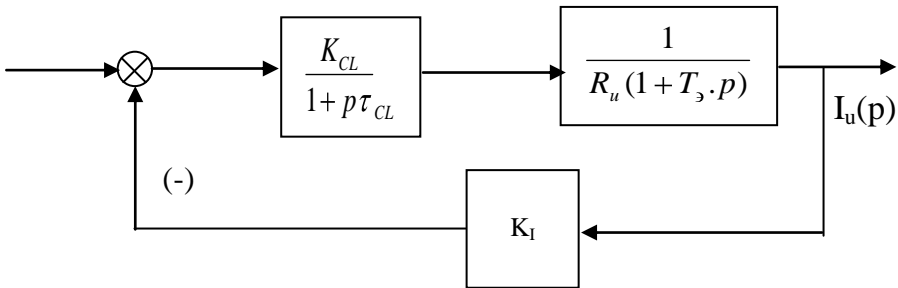
$$W_0(p) = W_H(p) \cdot W_{HC}(p)$$

Thay vào ta tìm được

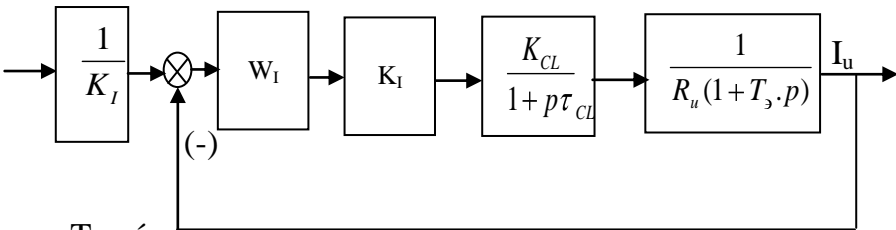
$$W_{HC} = \frac{1}{W_H 2\tau p(1 + \tau p)}$$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_H để có thể giảm ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn)

VD. Cho hệ có cấu trúc như hình vẽ hãy tìm khâu hiệu chỉnh theo phương pháp Modul tối ưu.



Biến đổi về phản hồi (-1) và đưa thêm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ vào hệ thống



Ta có:

$$\frac{\frac{K_I \cdot K_{CL}}{R_u}}{(1 + T_s P)(1 + \tau_{CL} P)} = \frac{K_{WI}}{(1 + T_s P)(1 + \tau_{CL} P)} \quad (\tau_{CL} \ll T_s)$$

Với:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$K_{WI} = \frac{K_I \cdot K_{CL}}{R_u}$$

Như trên đã biết, theo tiêu chuẩn Môdul tối ưu ta phải tổng hợp hệ thống sao cho bù được các khâu có hằng số thời gian lớn. Trong hệ chỉ còn lại khâu có hằng số thời gian nhỏ và hàm truyền hệ kín phải thoả mãn điều kiện:

$$W_K(p) = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)} = \frac{1}{1 + 2\tau_\sigma \cdot p + 2\tau_\sigma^2 \cdot p^2}$$

Hay:

$$1 + \frac{1}{W_H(p)} = 1 + 2\tau_\sigma \cdot p + 2\tau_\sigma^2 \cdot p^2$$

$$\Rightarrow W_H(p) = \frac{1}{2\tau_\sigma \cdot p + 2\tau_\sigma^2 \cdot p^2} = \frac{1}{2\tau_\sigma \cdot p(1 + \tau_\sigma \cdot p)}$$

Như vậy ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ sao cho:

$$\frac{K_{WI}}{(1 + T_3 P)(1 + \tau_{CL} P)} \cdot W_I(p) = \frac{1}{2\tau_\sigma \cdot p(1 + \tau_\sigma \cdot p)} = \frac{1}{2\tau_{CL} \cdot p(1 + \tau_{CL} \cdot p)}$$

(Bù khâu có hằng số thời gian lớn T_3)

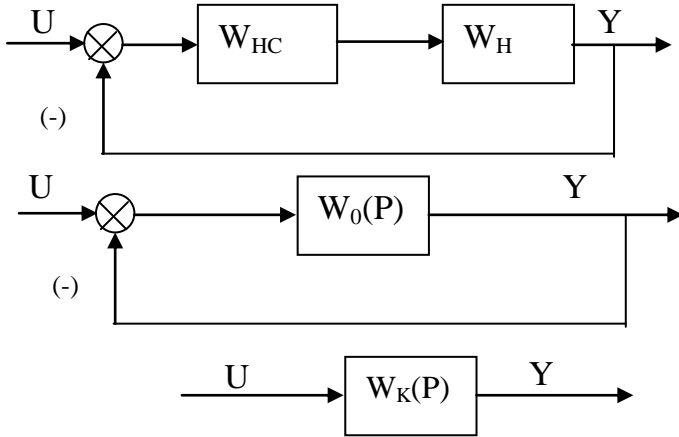
Hay:

$$\begin{aligned} \Rightarrow W_I(P) &= \frac{(1 + T_3 P)(1 + \tau_{CL} P)}{K_{WI} \cdot 2\tau_{CL} \cdot p(1 + \tau_{CL} \cdot P)} = \frac{1 + T_3 P}{P} \cdot \frac{1}{2K_{WI} \cdot \tau_{CL}} \\ &= \frac{T_3}{2K_{WI} \cdot \tau_{CL}} \left(1 + \frac{1}{T_3 \cdot p}\right) \end{aligned}$$

Ta thấy rằng khâu hiệu chỉnh dòng điện là khâu **PI**

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

III. Hiệu chỉnh bằng phương pháp tối ưu đối xứng:



Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là $W_H(p)$. Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_{HC}(p)$ sao cho hàm truyền hệ thống kín $W_K(p)$ với phản hồi đơn vị (-1)

Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{4\tau p + 1}{8\tau^3 p^3 + 8\tau^2 p^2 + 4\tau p + 1}$$

Trong đó:

$$W_K(p) = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}$$

$$W_0(p) = W_H(p) \cdot W_{HC}(p)$$

Thay vào ta tìm được:
$$W_{HC} = \frac{4\tau p + 1}{W_H 8\tau^2 p^2 (1 + \tau p)}$$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_{HC} để có thể giản ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn)

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Phương pháp này dùng hiệu chỉnh cho hệ thống có khâu tích phân. Nếu trong hệ không có khâu tích phân ta phải làm gần đúng về khâu tích phân bằng cách chọn hằng số thời gian có trong hệ là lớn nhất và làm gần đúng:

$$\frac{1}{T_{Lp+1}} \approx \frac{1}{T_{Lp}}$$

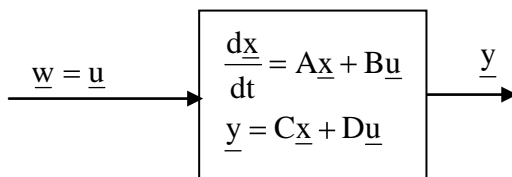
Sau khi hiệu chỉnh được hàm truyền của hệ kín có tử số là khâu vi phân làm tăng lượng quá điều chỉnh và số lần dao động (gây rung rật). Để khắc phục hiện tượng trên (hệ thống khởi động êm) ta đưa thêm khâu tiền xử lý mắc nối tiếp vào hệ có hàm truyền

$$W_{HCP} = \frac{1}{4\tau p + 1}$$

V-6 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp gán điểm cực

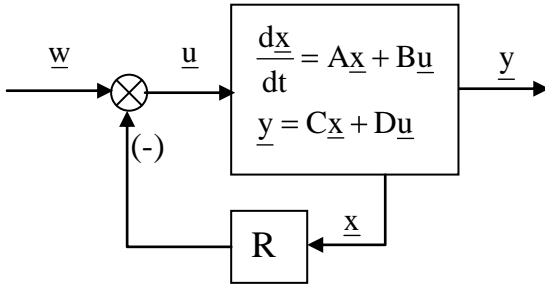
1. Theo nguyên tắc phản hồi trạng thái:

Cho hệ có cấu trúc:



Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi trạng thái tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi trạng thái R sẽ có:

$$\frac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{x}) = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w}$$

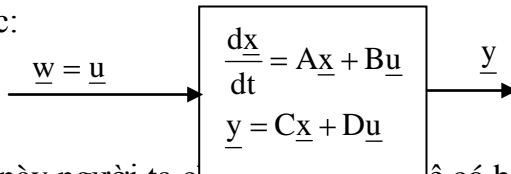
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận $A - BR$ nhận n giá trị p_i cho trước làm các trị riêng hay:

$$\det(pI - (A - BR)) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị

2. Theo nguyên tắc phản hồi đầu ra

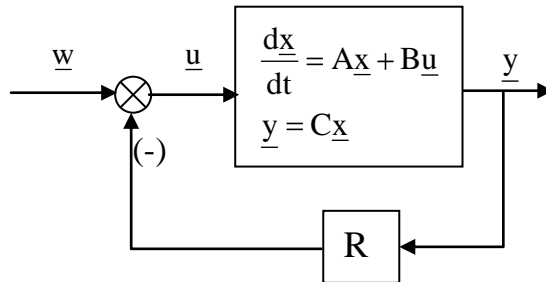
Cho hệ có cấu trúc:



Phương pháp này người ta chỉ áp dụng cho hệ có bậc $m < n$.

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}$$

Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi đầu ra tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi đầu ra R sẽ có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{y}) = (A - BRC)\underline{x} + B\underline{w}$$

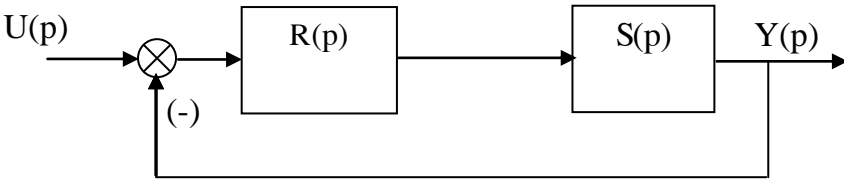
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận $A - BRC$ nhận n giá trị p_i cho trước làm các trị riêng hay:

$$\det(pI - (A - BRC)) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị

V-7 Tổng hợp hệ thống theo phương pháp cân bằng mô hình

Phương pháp cân bằng mô hình là phương pháp xác định bộ điều khiển R khi biết trước đối tượng S và hàm truyền cần có G của hệ thống kín. Việc xác định G xuất phát từ các chỉ tiêu chất lượng cần phải đạt được của hệ thống điều khiển.

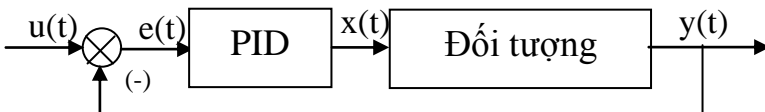


$$W_k(p) = \frac{R(p)S(p)}{1 + R(p)S(p)} = G(p) \rightarrow R(p) = \frac{G(p)}{S(p)[1 - G(p)]}$$

V-8 Bộ điều khiển PID

PID là bộ điều khiển tỷ lệ - tích - vi phân (Proportional-Integral-Derivative)

Bộ điều khiển PID được sử dụng rộng rãi để điều khiển đối tượng SISO theo nguyên tắc sai lệch:



Nếu $e(t)$ càng lớn thì thông qua thành phần tỷ lệ làm cho $x(t)$ càng lớn (vai trò của khâu P).

Nếu $e(t)$ chưa bằng không thì thông qua thành phần tích phân, PID vẫn tạo tín hiệu điều chỉnh (vai trò của khâu I).

Nếu $e(t)$ thay đổi lớn thì thông qua thành phần vi phân, phản ứng thích hợp $x(t)$ càng nhanh (vai trò của khâu D).

Bộ điều khiển PID được mô tả bởi hàm truyền đạt sau:

$$W_{PID}(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_D p \right)$$

k_p là hệ số khuếch đại

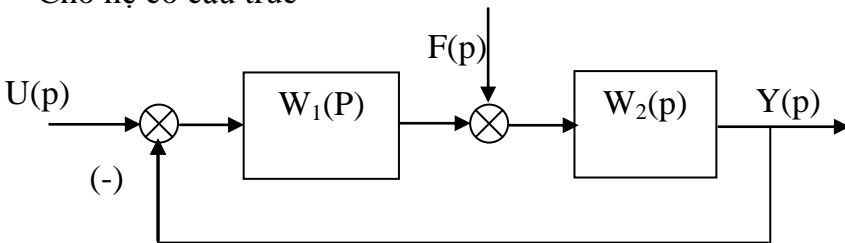
T_i hằng số tích phân

T_D hằng số vi phân

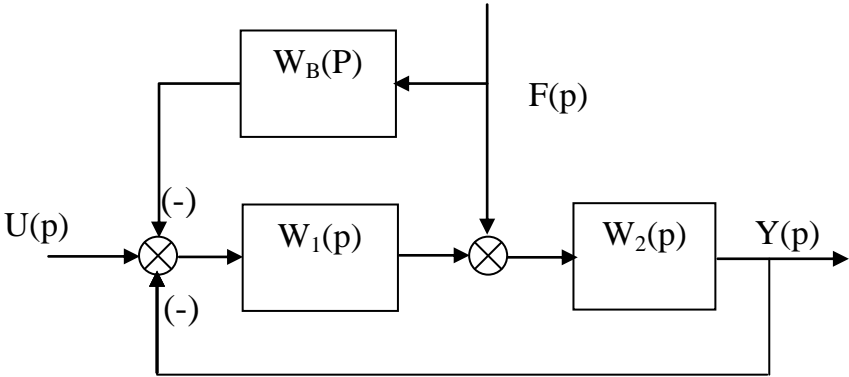
Chương VI: Nâng cao chất lượng hệ ĐKTD tuyến tính

6.1. Tổng hợp theo phương pháp bù nhiễu:

Cho hệ có cấu trúc



Đầu ra của hệ chịu ảnh hưởng của nhiễu $F(p)$. Để hệ bất biến với nhiễu ta đưa thêm vào hệ khâu bù, với cấu trúc như hình vẽ.



Hệ tuyến tính với hai đầu vào $U(p)$ và $F(p)$ sử dụng nguyên lý xếp chồng, khi đầu vào là $F(p)$, $U(p) = 0$

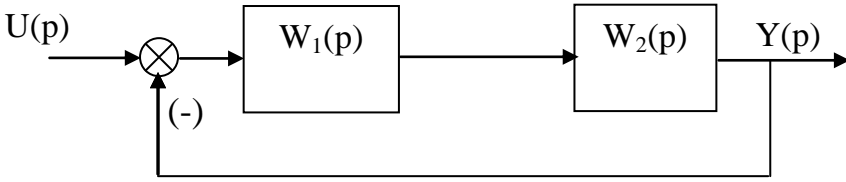
$$\begin{aligned} [F(p) - F(p)W_B(p) - Y(p)W_1(p)]W_2(p) &= Y(p) \\ Y(p) &= \frac{W_2(p) - W_1(p)W_2(p)W_B(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} F(p) \end{aligned}$$

Để hệ bất biến với nhiễu thì tín hiệu ra $Y(p)$ với tín hiệu vào $F(p)$ phải bằng 0, nên: $W_B(p) = \frac{1}{W_1(p)}$

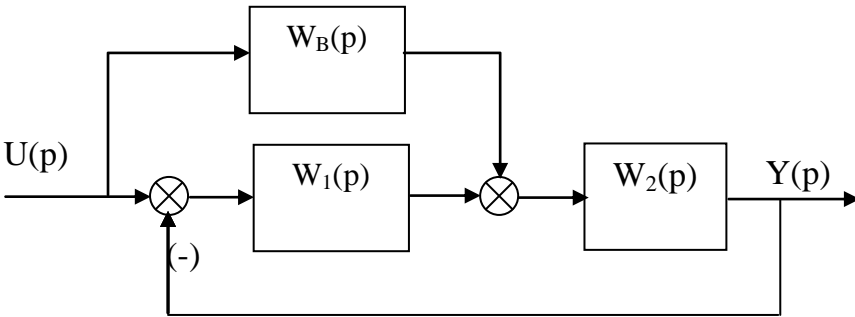
6.2 Tổng hợp theo phương pháp bù tín hiệu vào:

Cho hệ có cấu trúc:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Mong muốn tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào của hệ ta đưa thêm vào khâu bù với cấu trúc như sau:



$$U(p) - Y(p) W_1(p) + U(p)W_B(p) W_2(p) = Y(p)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p) + W_B(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}$$

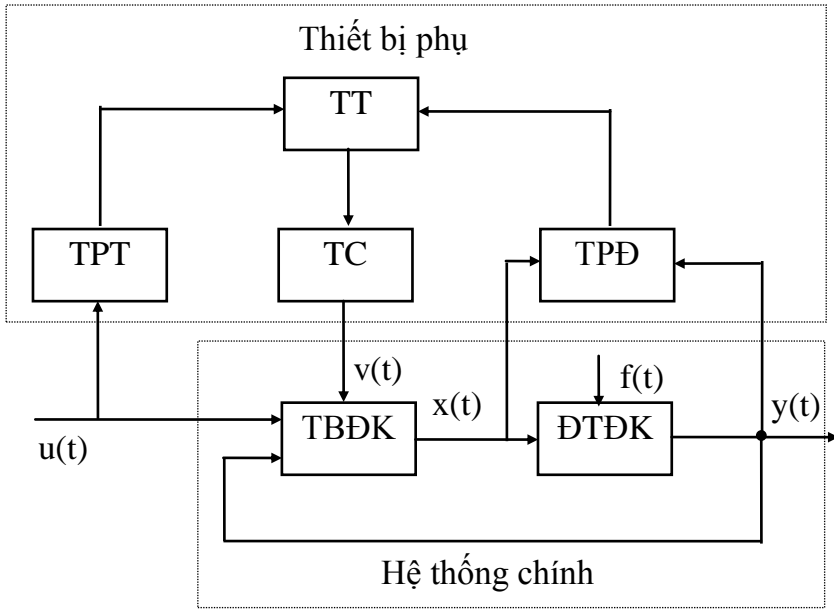
Để tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào thì $W(p)=1$ hay $W_B(p) = \frac{1}{W_2(p)}$

6.3 Hệ thống điều khiển thích nghi:

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển $x(t)$ được thành lập dựa vào tất cả các yếu tố ảnh hưởng đến đại lượng cần điều khiển.

Sơ đồ tổng quát của hệ điều khiển thích nghi như sau:

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động



Trong đó:

TPT : Thiết bị phân tích tín hiệu vào (xác định tính chất của tín hiệu vào VD tốc độ, gia tốc của tín hiệu vào...).

TPĐ: Thiết bị phân tích đối tượng (xác định đặc tính động học của đối tượng cần điều khiển).

TT : Thiết bị tính toán (xác định phương pháp biến đổi đặc tính của thiết bị điều khiển chính).

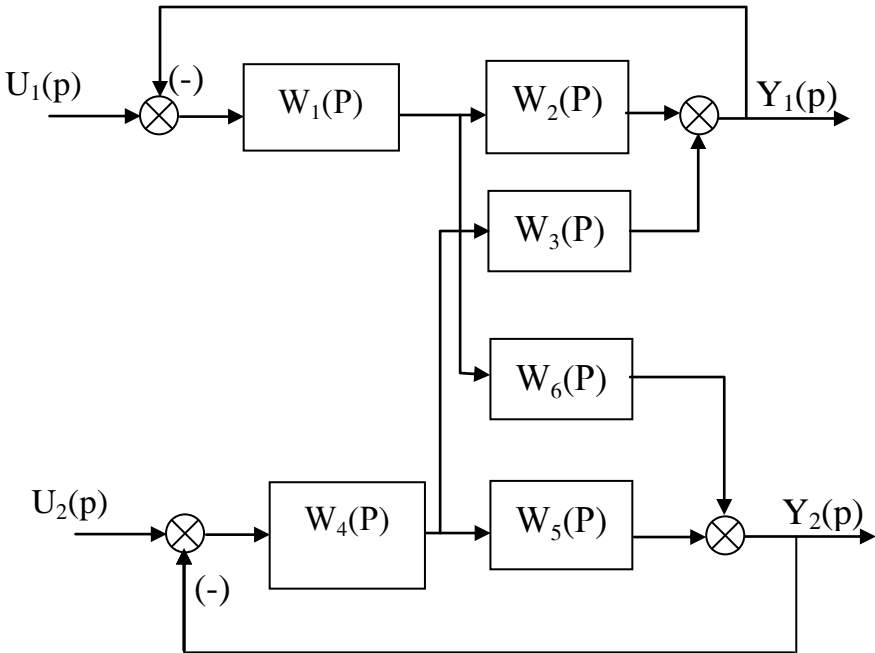
TC : Thiết bị chấp hành (có nhiệm vụ chỉnh định thiết bị điều khiển theo các tín hiệu nhận được từ thiết bị tính toán).

$v(t)$: Là hàm tự chỉnh, nó là hàm đa tham số.

$$v(t)=f [x(t), n(t), u(t), y(t)....]$$

6.4 Phân ly hệ thống điều khiển :

Trong thực tế có những đối tượng nhiều tín hiệu vào và nhiều tín hiệu ra, các tín hiệu ra này chịu ảnh hưởng của tất cả các tín hiệu vào. Không mất tính tổng quát xét hệ MIMO (Multiple Input Multiple Output) gồm 2 tín hiệu vào và tín hiệu ra như hình vẽ:



Đầu ra $Y_1(p)$, $Y_2(p)$ chịu ảnh hưởng của cả $U_1(p)$ và $U_2(p)$. Để đầu ra $Y_1(p)$ không chịu ảnh hưởng của $U_2(p)$ (bất biến với $U_2(p)$); đầu ra $Y_2(p)$ không chịu ảnh hưởng của $U_1(p)$ (bất biến

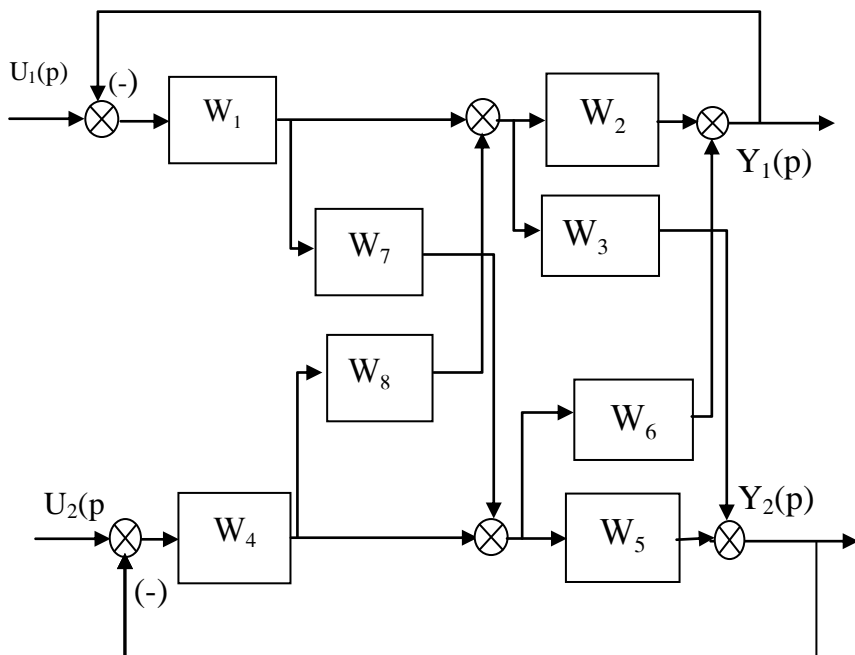
Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

với $U_1(p)$), ta đưa thêm hai khâu hiệu chỉnh $W_7(p); W_8(p)$ như hình vẽ:

1. Xác định điều kiện bất biến của Y_1 với U_2 : Xét $U_1(p) = 0$;
 Tính đầu ra $Y_1(p)$

$$U_2 - Y_2 \quad W_4 W_8 - Y_1 W_1 \quad W_2 + \quad U_2 - Y_2 \quad W_4 - Y_1 W_1 W_7 \quad W_6 = Y_1$$

Tín hiệu ra Y_1 trong trường hợp này phải bằng 0. Từ đó ta tìm được: $W_8 = -\frac{W_6}{W_2}$



2. Xác định điều kiện bất biến của Y_2 với U_1 : Xét $U_2(p) = 0$;
 Tính đầu ra $Y_2(p)$

Bài giảng lý thuyết điều khiển tự động

$$U_1 - Y_1 W_1 W_7 - Y_2 W_4 W_5 + U_1 - Y_1 W_1 - Y_2 W_4 W_8 W_3 = Y_2$$

Tín hiệu ra Y_2 trong trường hợp này phải bằng 0. Từ đó ta tìm được: $W_8 = -\frac{W_3}{W_5}$

- Sách tham khảo:

[1] Nguyễn Doãn Phước; Lý thuyết điều khiển tuyến tính; NXB khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 2002.

[2] Nguyễn Thương Ngô; Lý thuyết tự động thông thường và hiện đại - Quyển 1 hệ tuyến tính; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 2005.

[3] Nguyễn Văn Hoà; Cơ sở lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1998.

[4] Phạm Công Ngô; Lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1996.

[5] Nguyễn Thị Phương Hà; Lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1999.

Bài giảng môn học

Lý thuyết
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG



Liên hệ : tdkquoc@dng.vnn.vn

MỤC LỤC

Phần mở đầu	
1	Khái niệm.....5
2	Các nguyên tắc điều khiển tự động.....6
2.1	Nguyên tắc giữ ổn định.....6
2.2	Nguyên tắc điều khiển theo chương trình.....6
3	Phân loại hệ thống ĐKTD.....6
3.1	Phân loại theo đặc điểm của tín hiệu ra.....6
3.2	Phân loại theo số vòng kín.....6
3.3	Phân loại theo khả năng quan sát tín hiệu.....7
3.4	Phân loại theo mô tả toán học.....7
4	Biểu đồ điều khiển tự động trong một nhà máy.....8
5	Phép biến đổi Laplace.....8
Chương 1: MÔ TẢ TOÁN HỌC CÁC PHẦN TỬ VÀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG	
1	Khái niệm chung.....10
2	Hàm truyền đạt.....10
2.1	Định nghĩa :.....10
2.2	Phương pháp tìm hàm truyền đạt.....10
2.3	Một số ví dụ về cách tìm hàm truyền đạt.....11
2.4	Hàm truyền đạt của một số thiết bị điển hình.....13
2.5	Đại số sơ đồ khối.....13
3	Phương trình trạng thái.....16
3.1	Phương trình trạng thái tổng quát.....16
3.2	Xây dựng phương trình trạng thái từ hàm truyền đạt.....18
3.3	Chuyển đổi từ phương trình trạng thái sang hàm truyền.....20
Chương 2: ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC CỦA CÁC KHÂU VÀ CỦA HỆ THỐNG TRONG MIỀN TẦN SỐ	
1	Khái niệm chung.....24
2	Phản ứng của một khâu.....24
2.1	Tín hiệu tác động vào một khâu (các tín hiệu tiền định).....24
2.2	Phản ứng của một khâu.....24
3	Đặc tính tần số của một khâu.....25
3.1	Hàm truyền đạt tần số.....25
3.2	Đặc tính tần số.....26
4	Đặc tính động học của một số khâu cơ bản.....27
4.1	Khâu tỉ lệ.....27
4.2	Khâu quán tính bậc 1.....27
4.3	Khâu dao động bậc 2.....29
4.4	Khâu không ổn định bậc 1.....31
4.5	Khâu vi phân lý tưởng.....32
4.6	Khâu vi phân bậc 1.....32
4.7	Khâu tích phân lý tưởng.....33
4.8	Khâu chậm trễ.....33
Chương 3: TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG	
1	Khái niệm chung.....35
2	Tiêu chuẩn ổn định đại số.....36
2.1	Điều kiện cần để hệ thống ổn định.....36
2.2	Tiêu chuẩn Routh.....36
2.3	Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz.....37
3	Tiêu chuẩn ổn định tần số.....37
3.1	Tiêu chuẩn Nyquist theo đặc tính tần số biên pha.....37

3.2	Tiêu chuẩn Nyquist theo đặc tính tần số logarit	37
3.3	Tiêu chuẩn ổn định Mikhailov	38
4	Phương pháp quỹ đạo nghiệm số	38
4.1	Phương pháp xây dựng QĐNS	38
Chương 4: CHẤT LƯỢNG CỦA QUÁ TRÌNH ĐIỀU KHIỂN		
1	Khái niệm chung.....	41
1.1	Chế độ xác lập	41
1.2	Quá trình quá độ	41
2	Đánh giá chất lượng ở chế độ xác lập.....	41
2.1	Khi $u(t) = U_0.1(t)$	42
2.2	Khi $u(t) = U_0.t$	42
3	Đánh giá chất lượng ở quá trình quá độ.....	42
3.1	Phân tích thành các biểu thức đơn giản.....	42
3.2	Phương pháp số Tustin.....	42
3.3	Giải phương trình trạng thái	44
3.4	Sử dụng các hàm của MATAB.....	44
4	Đánh giá thông qua độ dự trữ ổn định	45
4.1	Độ dự trữ biên độ.....	45
4.2	Độ dự trữ về pha	45
4.3	Mối liên hệ giữa các độ dự trữ và chất lượng điều khiển.....	45
5	Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống	46
5.1	Điều khiển được.....	46
5.2	Tính quan sát được.....	46
Chương 5: NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG		
1	Khái niệm chung.....	48
2	Các bộ điều khiển – Hiệu chỉnh hệ thống	48
2.1	Khái niệm	48
2.2	Bộ điều khiển tỉ lệ P.....	48
2.3	Bộ bù sớm pha Lead	48
2.4	Bộ bù trễ pha Leg.....	49
2.5	Bộ bù trễ-sớm pha Leg -Lead.....	50
2.6	Bộ điều khiển PI (Proportional Integral Controller)	51
2.7	Bộ điều khiển PD (Proportional Derivative Controller)	51
2.8	Bộ điều khiển PID (Proportional Integral Derivative Controller)	52
3	Tổng hợp hệ thống theo các tiêu chuẩn tối ưu	53
3.1	Phương pháp tối ưu modun	53
3.2	Phương pháp tối ưu đối xứng	54
Chương 6: HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN GIÁN ĐOẠN		
1	Khái niệm chung.....	56
2	Phép biến đổi Z.....	56
2.1	Định nghĩa	56
2.2	Một số tính chất của biến đổi Z	57
2.3	Biến đổi Z ngược	57
3	Lấy mẫu và giữ mẫu	58
3.1	Khái niệm	58
3.2	Lấy mẫu.....	58
3.3	Giữ mẫu.....	59
4	Hàm truyền đạt hệ gián đoạn.....	60
4.1	Xác định hàm truyền đạt $W(z)$ từ hàm truyền đạt hệ liên tục	60
4.2	Xác định hàm truyền đạt từ phương trình sai phân.....	65
5	Tính ổn định của hệ gián đoạn	65
5.1	Mối liên hệ giữa mặt phẳng p và mặt phẳng z.....	65
5.2	Phép biến đổi tương đương	65

1	Control System Toolbox	66
1.1	Định nghĩa một hệ thống tuyến tính	66
1.2	Biên đổi sơ đồ tương đương	68
1.3	Phân tích hệ thống.....	69
1.4	Ví dụ tổng hợp	71
2	SIMULINK	73
2.1	Khởi động Simulink.....	73
2.2	Tạo một sơ đồ đơn giản.....	74
2.3	Một số khối thường dùng	75
2.4	Ví dụ.....	76
2.5	LTI Viewer	77

Phân mở đầu

Điều khiển học là khoa học nghiên cứu những quá trình điều khiển và thông tin trong các máy móc sinh vật. Trong điều khiển học, đối tượng điều khiển là các thiết bị, các hệ thống kỹ thuật, các cơ thể sinh vật...

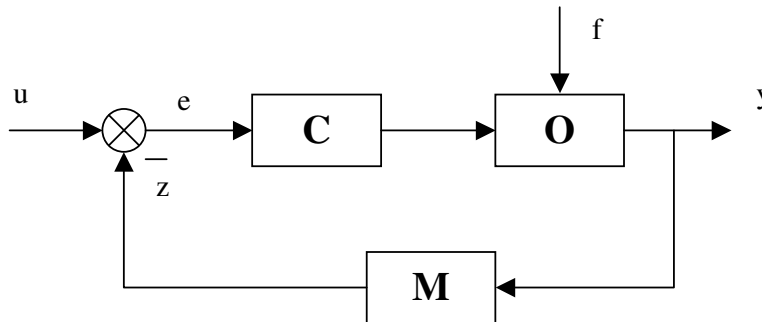
Điều khiển học nghiên cứu quá trình điều khiển các đối tượng kỹ thuật được gọi là điều khiển học kỹ thuật. Trong đó « Điều khiển tự động » là cơ sở lý thuyết của điều khiển học kỹ thuật.

Khi nghiên cứu các qui luật điều khiển của các hệ thống kỹ thuật khác nhau, người ta sử dụng các mô hình toán thay thế cho các đối tượng khảo sát. Cách làm này cho phép chúng ta mở rộng phạm vi nghiên cứu và tổng quát bài toán điều khiển trên nhiều đối tượng có mô tả toán học giống nhau.

Môn học **Điều khiển tự động** cung cấp cho sinh viên các kiến thức cơ bản về xây dựng mô hình toán học của một đối tượng và của cả hệ thống. Trên cơ sở đó, sinh viên có khả năng phân tích, đánh giá chất lượng của hệ thống điều khiển. Ngoài ra, bằng các phương pháp toán học, sinh viên có thể tổng hợp các bộ điều khiển thích hợp để hệ thống đạt được các chỉ tiêu chất lượng đề ra.

1 Khái niệm

Một hệ thống ĐKTD được xây dựng từ 3 bộ phận chủ yếu theo sơ đồ sau :



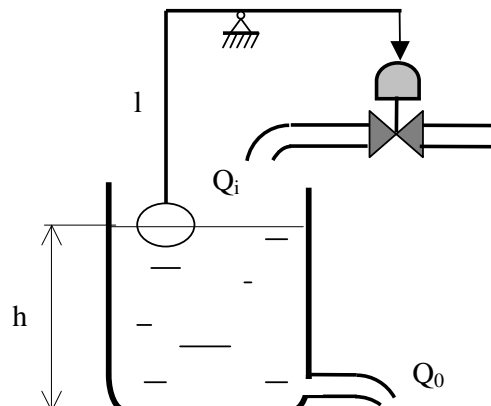
Trong đó :

- O : đối tượng điều khiển
- C : bộ điều khiển, hiệu chỉnh
- M : cơ cấu đo lường

Các loại tín hiệu có trong hệ thống gồm :

- u : tín hiệu chủ đạo (còn gọi là tín hiệu vào, tín hiệu điều khiển)
- y : tín hiệu ra
- f : các tác động từ bên ngoài
- z : tín hiệu phản hồi
- e : sai lệch điều khiển

Ví dụ về một hệ thống điều khiển đơn giản

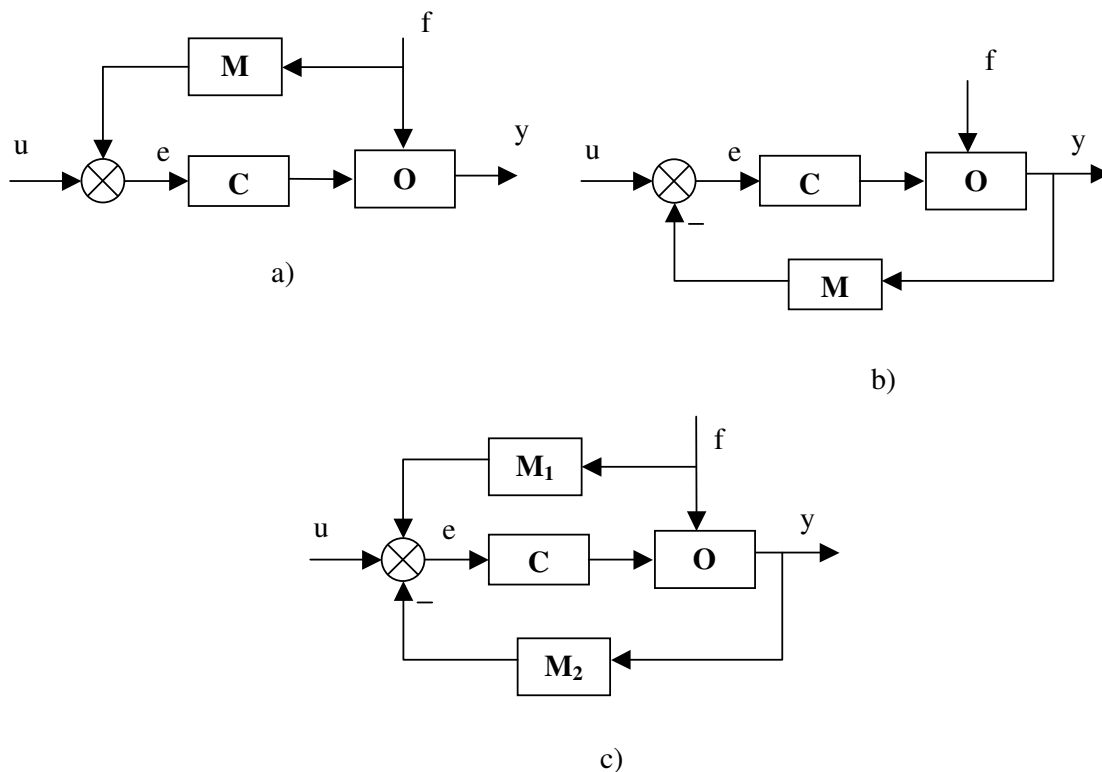


2 Các nguyên tắc điều khiển tự động

2.1 Nguyên tắc giữ ổn định

Nguyên tắc này giữ tín hiệu ra bằng một hằng số trong quá trình điều khiển, $y = \text{const}$. Có 3 phương pháp để thực hiện nguyên tắc giữ ổn định gồm :

- Phương pháp bù tác động bên ngoài (a)
- Phương pháp điều khiển theo sai lệch (b)
- Phương pháp hỗn hợp (c)



2.2 Nguyên tắc điều khiển theo chương trình

Nguyên tắc này giữ tín hiệu ra $y = y(t)$ theo một chương trình đã được định sẵn. Để một tín hiệu ra nào đó thực hiện theo chương trình, cần phải sử dụng máy tính hay các thiết bị có lưu trữ chương trình. 2 thiết bị thông dụng chứa chương trình điều khiển là :

- PLC (Programmable Logic Controller)
- CLC (Computerized Numerical Control)

3 Phân loại hệ thống ĐKTD

3.1 Phân loại theo đặc điểm của tín hiệu ra

- Tín hiệu ra ổn định
- Tín hiệu ra theo chương trình

3.2 Phân loại theo số vòng kín

- Hệ hở: là hệ không có vòng kín nào.
- Hệ kín: có nhiều loại như hệ 1 vòng kín, hệ nhiều vòng kín,...

3.3 Phân loại theo khả năng quan sát tín hiệu

3.3.1 Hệ thống liên tục

Quan sát được tất cả các trạng thái của hệ thống theo thời gian.

Mô tả toán học : phương trình đại số, phương trình vi phân, hàm truyền

3.3.2 Hệ thống không liên tục

Quan sát được một phần các trạng thái của hệ thống. Nguyên nhân:

- Do không thể đặt được tất cả các cảm biến.
- Do không cần thiết phải đặt đủ các cảm biến.

Trong hệ thống không liên tục, người ta chia làm 2 loại:

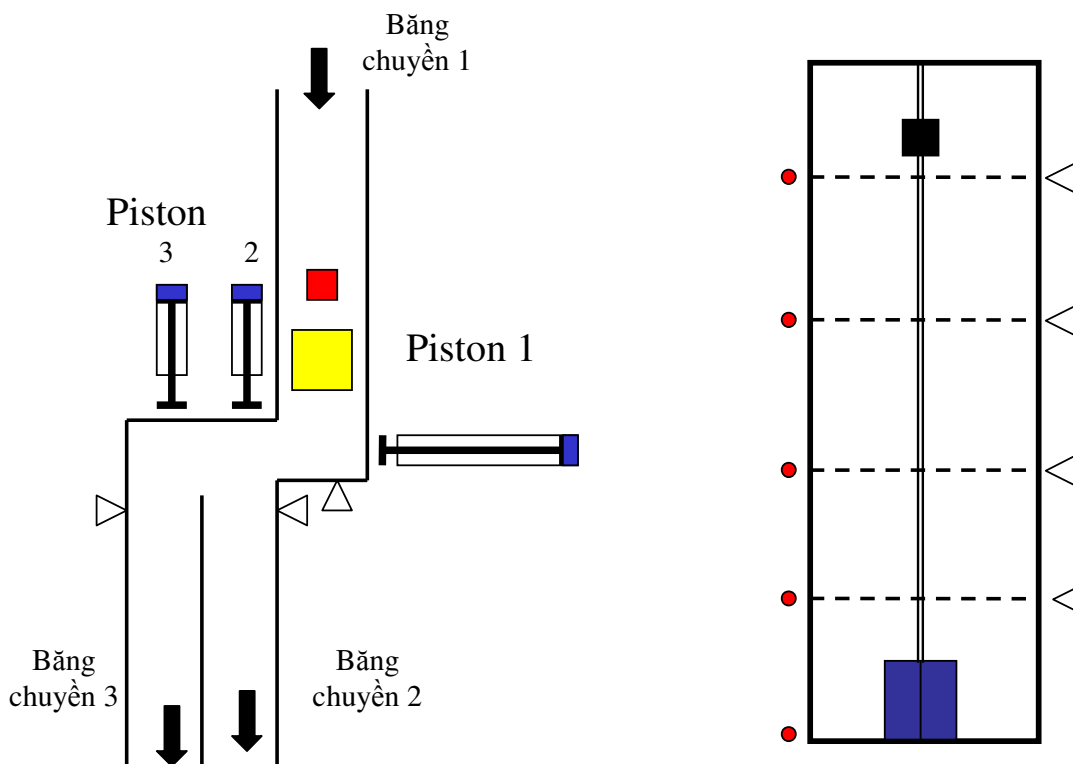
a) Hệ thống gián đoạn (*S. discret*)

Là hệ thống mà ta có thể quan sát các trạng thái của hệ thống theo chu kỳ (T). Về bản chất, hệ thống này là một dạng của hệ thống liên tục.

b) Hệ thống với các sự kiện gián đoạn (*S à événement discret*)

- Đặc trưng bởi các sự kiện không chu kỳ
- Quan tâm đến các sự kiện/ tác động

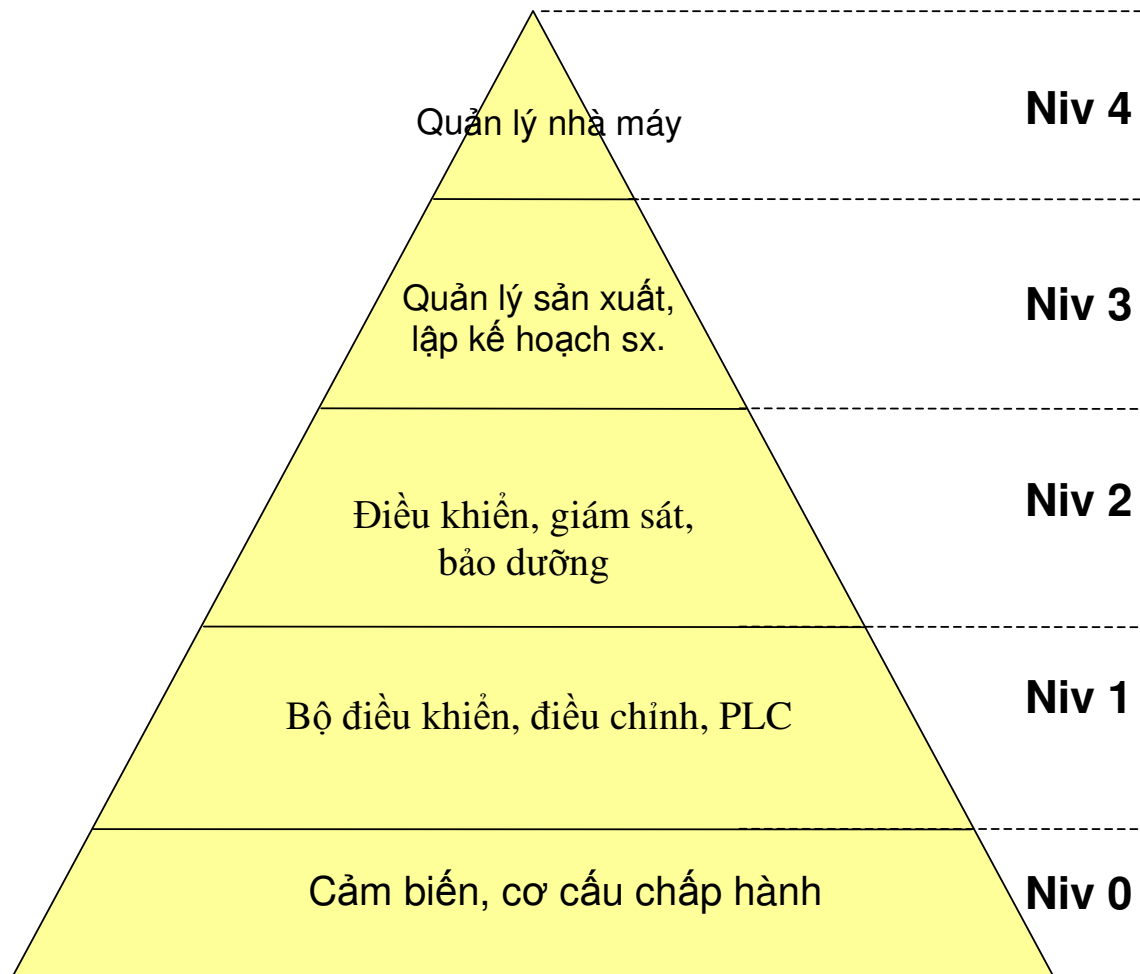
Ví dụ về hệ thống liên tục, gián đoạn, hệ thống với các sự kiện gián đoạn



3.4 Phân loại theo mô tả toán học

- Hệ tuyến tính: đặc tính tính của tất cả các phân tử có trong hệ thống là tuyến tính. Đặc điểm cơ bản: xếp chồng.
- Hệ phi tuyến: có ít nhất một đặc tính tính của một phân tử là một hàm phi tuyến.
- Hệ thống tuyến tính hóa: tuyến tính hóa từng phần của hệ phi tuyến với một số điều kiện cho trước để được hệ tuyến tính gần đúng.

4 Biểu đồ điều khiển tự động trong một nhà máy



5 Phép biến đổi Laplace

Giả sử có hàm $f(t)$ liên tục, khả tích. Ảnh Laplace của $f(t)$ qua phép biến đổi laplace, ký hiệu là $F(p)$ được tính theo định nghĩa:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$$

- p : biến laplace
- $f(t)$: hàm gốc
- $F(p)$: hàm ảnh

Một số tính chất của phép biến đổi laplace

1. Tính tuyến tính

$$L\{af_1(t) + bf_2(t)\} = aF_1(p) + bF_2(p)$$

2. Ảnh laplace của đạo hàm hàm gốc

$$L\{f'(t)\} = pF(p) - f(0)$$

Nếu các điều kiện đầu bằng 0 thì:

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p)$$

3. Ảnh laplace của tích phân hàm gốc

$$L\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(p)}{p}$$

4. Ảnh laplace của hàm gốc có trễ

$$L\{f(t-\tau)\} = e^{-p\tau}F(p)$$

5. Hàm ảnh có trễ

$$L\{e^{-at}f(t)\} = F(p+a)$$

6. Giá trị đầu của hàm gốc

$$f(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$$

7. Giá trị cuối của hàm gốc

$$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$$

ẢNH LAPLACE VÀ ẢNH Z CỦA MỘT SỐ HÀM THÔNG DỤNG

f(t)	F(p)	F(z)
$\delta(t)$	1	1
1	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{2t^2}$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T^2z(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$	$\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
sinat	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{z \sin aT}{z^2 - 2z \cos aT + 1}$
cosat	$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\frac{z^2 - z \cos aT}{z^2 - 2z \cos aT + 1}$

Chương 1

MÔ TẢ TOÁN HỌC CÁC PHẦN TỬ VÀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

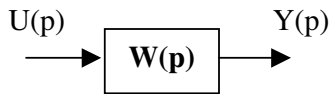
1 Khái niệm chung

- Để phân tích một hệ thống, ta phải biết nguyên tắc làm việc của các phần tử trong sơ đồ, bản chất vật lý, các quan hệ vật lý, ...
- Các tính chất của các phần tử/hệ thống được biểu diễn qua các phương trình động học, thường là phương trình vi phân.
- Để thuận lợi hơn trong việc phân tích, giải quyết các bài toán điều khiển, người ta mô tả toán học các phần tử và hệ thống bằng **hàm truyền đạt** (transfer function), **phương trình trạng thái** (state space), v.v

2 Hàm truyền đạt

2.1 Định nghĩa :

Hàm truyền đạt của một khâu (hay hệ thống) là tỉ số giữa tín hiệu ra với tín hiệu vào biểu diễn theo toán tử laplace, ký hiệu là $W(p)$, với các điều kiện ban đầu triệt tiêu.



trong đó $W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$

với

$$\begin{aligned} y(0) = y'(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) &= 0 \\ u(0) = u'(0) = \dots = u^{(m-1)}(0) &= 0 \end{aligned}$$

2.2 Phương pháp tìm hàm truyền đạt

Từ phương trình vi phân tổng quát của một khâu (hệ thống) có dạng

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t) \quad (1.1)$$

biến đổi laplace với các điều kiện ban đầu bằng 0 và theo định nghĩa, ta có dạng tổng quát của hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{M(p)}{N(p)} \quad (1.2)$$

$N(p)$: đa thức đặc tính

Ý nghĩa

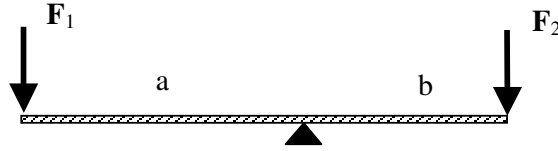
- Quan sát hàm truyền đạt, nhận biết cấu trúc hệ thống
- Xác định tín hiệu ra theo thời gian (biến đổi laplace ngược)
- Xác định các giá trị đầu, giá trị xác lập của hệ thống
- Xác định được hệ số khuếch đại tĩnh của hệ thống
- ...

2.3 Một số ví dụ về cách tìm hàm truyền đạt

Nguyên tắc chung :

- Thành lập phương trình vi phân ;
- Sử dụng phép biến đổi laplace để đưa về dạng hàm truyền đạt theo định nghĩa.

Ví dụ 1 : Khuếch đại lực bằng cánh tay đòn

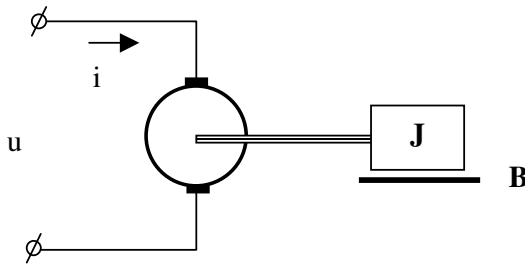


Xét phương trình cân bằng về mômen :

$$F_1(t) \cdot a = F_2(t) \cdot b \quad \Rightarrow \quad F_1(p) \cdot a = F_2(p) \cdot b$$

$$W(p) = \frac{F_2(p)}{F_1(p)} = \frac{a}{b}$$

Ví dụ 2 : Động cơ điện một chiều kích từ độc lập



Giả sử từ thông $\Phi = \text{const}$, J là mômen quán tính quy về trục động cơ, B là hệ số ma sát ở trục.

Thành lập hàm truyền đạt của động cơ với:

u : tín hiệu vào là điện áp phần ứng

ω : tín hiệu ra là góc quay của trục động cơ.

Giải:

Phương trình quan hệ về điện áp phần ứng:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + e_u$$

$$e_u = K_e \Phi \omega$$

Suy ra

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + K_e \Phi \omega \tag{1.3}$$

Phương trình quan hệ về momen trên trục động cơ:

$$K_i \Phi i = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \tag{1.4}$$

Thay (1.4) vào (1.3), ta được:

$$u = \frac{R}{K_i \Phi} \left(J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \right) + \frac{L}{K_i \Phi} \left(J \frac{d^2\omega}{dt^2} + B \frac{d\omega}{dt} \right) + K_e \Phi \omega$$

$$\Rightarrow u = \frac{LJ}{K_i \Phi} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \frac{RJ + LB}{K_i \Phi} \frac{d\omega}{dt} + \left(\frac{RB}{K_i \Phi} + K_e \Phi \right) \omega$$

Vậy

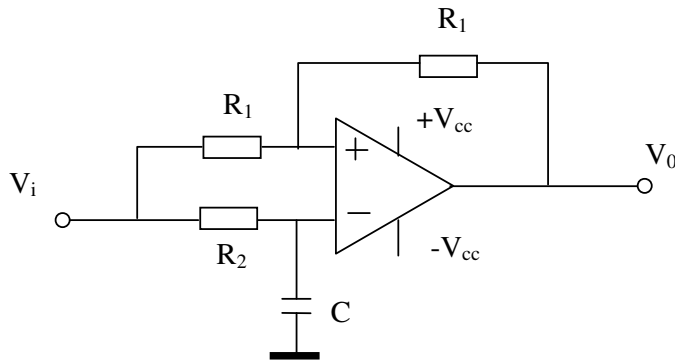
$$U(p) = (a_2 p^2 + a_1 p + a_0) \omega(p)$$

với $a_2 = \frac{LJ}{K_i \Phi}; a_1 = \frac{RJ + LB}{K_i \Phi}; a_0 = \left(\frac{RB}{K_i \Phi} + K_e \Phi \right)$

Hàm truyền đạt của động cơ điện một chiều là:

$$W(p) = \frac{\omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

Ví dụ 3: Tìm hàm truyền đạt của mạch điện tử dùng KĐT, giả thiết khuếch đại thuật toán là lý tưởng.



Ta có:

$$\frac{V_i - V^-}{R_2} = C \frac{dV^-}{dt} \Rightarrow V_i = V^- + R_2 C \frac{dV^-}{dt} \tag{1.5}$$

Xét dòng điện qua V^+

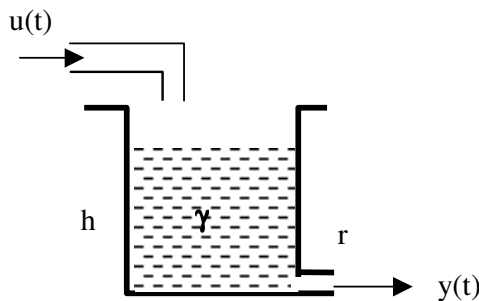
$$\frac{V_i - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V_0}{R_1} \Rightarrow V_i = 2V^+ + V_0 \tag{1.6}$$

Mặt khác, do giả thiết KĐT là lý tưởng nên $V^- = V^+$.

Từ (1.5) và (1.6)

$$R_2 C \frac{dV_0}{dt} + V_0 = R_2 C \frac{dV_i}{dt} - V_i \Rightarrow W(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = \frac{R_2 C p - 1}{R_2 C p + 1}$$

Ví dụ 4:



Trong đó: $u(t)$: lưu lượng chất lỏng vào; $y(t)$ là lưu lượng chất lỏng ra; A là diện tích đáy của bể chất lỏng.

Gọi $p(t)$ là áp suất của chất lỏng tại đáy bể, biết các quan hệ sau:

$$y(t) = \frac{p(t)}{r} \quad (r \text{ là hệ số})$$

$$p(t) = \gamma h(t)$$

Tìm hàm truyền đạt của bể chất lỏng.

Giải

Theo các quan hệ trong giả thiết, ta có:

$$y(t) = \frac{p(t)}{r} = \frac{\gamma}{r} h \tag{1.7}$$

Độ gia tăng chiều cao cột chất lỏng là:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{u(t) - y(t)}{A} \tag{1.8}$$

Từ (1.7) và (1.8), suy ra:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\gamma u(t) - y(t)}{rA} \Rightarrow rA \frac{dy}{dt} + y(t) = \gamma u(t)$$

Hàm truyền đạt của bể chất lỏng trên là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\gamma}{rAp + 1} = \frac{K}{Tp + 1}$$

2.4 Hàm truyền đạt của một số thiết bị điển hình

- Các thiết bị đo lường và biến đổi tín hiệu: $W(p) = K$

- Động cơ điện một chiều: $W(p) = \frac{K}{T_1 T_2 p^2 + T_2 p + 1}$

- Động cơ không đồng bộ 3 pha $W(p) = \frac{K}{Tp + 1}$

- Lò nhiệt $W(p) = \frac{K}{Tp + 1}$

- Băng tải $W(p) = Ke^{-p\tau}$

2.5 Đại số sơ đồ khối

Đại số sơ đồ khối là biến đổi một sơ đồ phức tạp về dạng đơn giản hơn để thuận tiện cho việc tính toán.

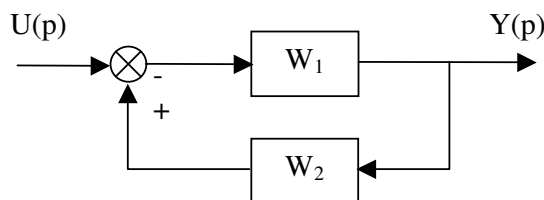
2.5.1 Mắc nối tiếp

$$W(p) = W_1 \cdot W_2 \dots W_n$$

2.5.2 Mắc song song

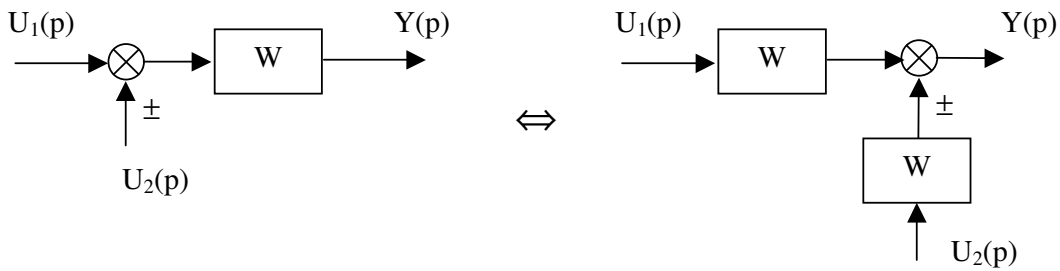
$$W(p) = W_1 \pm W_2 \pm \dots \pm W_n$$

2.5.3 Mắc phản hồi

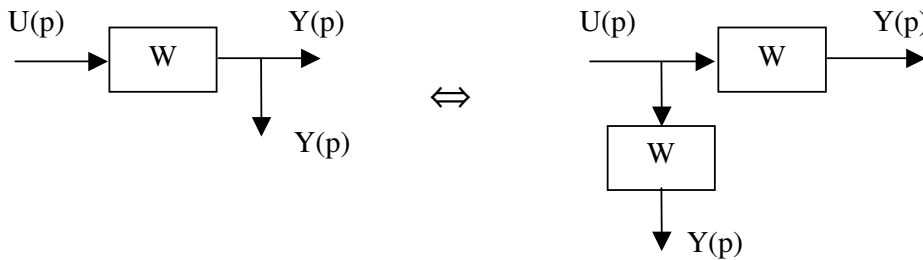


$$W(p) = \frac{W_1}{1 \pm W_1 W_2}$$

2.5.4 Chuyển tín hiệu vào từ trước ra sau một khối

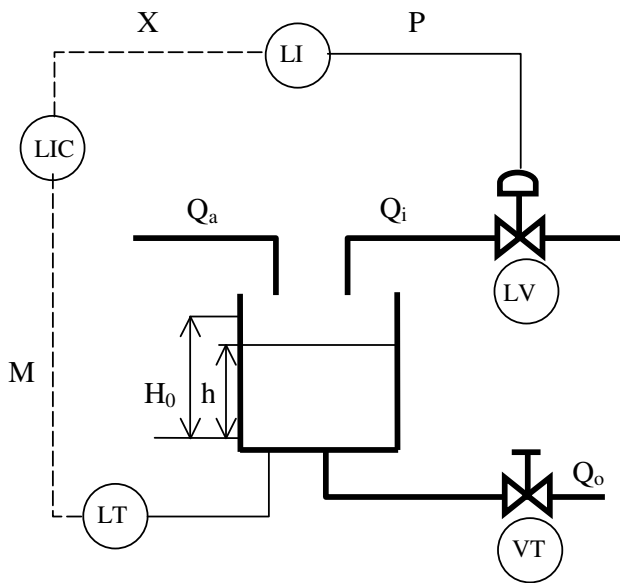


2.5.5 Chuyển tín hiệu ra từ sau ra trước một khối



Ví dụ 1: ĐIỀU KHIỂN MỨC CHẤT LỎNG TRONG BỂ CHỨA

Cho một hệ thống điều khiển tự động mức chất lỏng trong bể chứa như hình vẽ, biết rằng:



- LT : chuyển đổi mức chất lỏng
- LIC : Bộ hiệu chỉnh
- LV : van điều chỉnh tự động
- VT : van điều khiển bằng tay

- Hàm truyền của bộ chuyển đổi mức chất lỏng/dòng điện

$$G_{LT}(p) = \frac{1}{T_c p + 1} \text{ với } T_c = 1$$

- Phương trình vi phân biểu diễn quan hệ giữa lưu lượng và độ cao cột chất lỏng là:

$$\theta \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = Q_i(t) + Q_a(t) \text{ với } \theta = 25$$

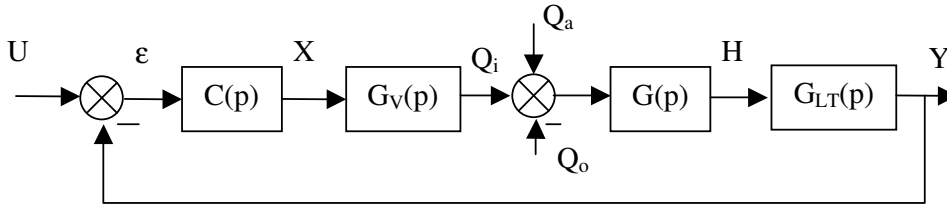
- Hàm truyền của cả bộ chuyển đổi dòng điện sang áp suất và van tự động là:

$$G_v(p) = \frac{Q_e(p)}{N(p)} = \frac{1}{T_v p + 1} = \text{với } T_v = 4$$

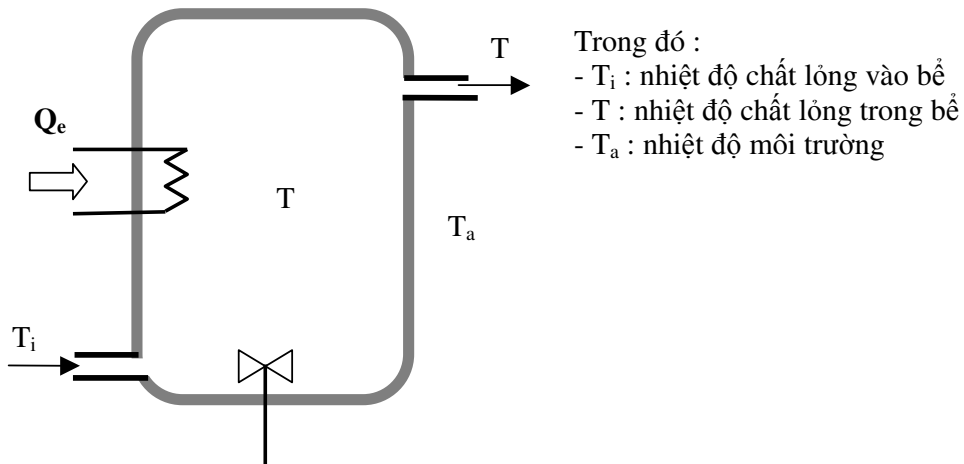
Yêu cầu :

1. Thành lập sơ đồ điều khiển của hệ thống.
2. Tìm các hàm truyền đạt $W_{HU}(p), W_{HQ_a}(p), W_{HQ_0}(p)$
3. Giả sử chưa có bộ điều khiển $C(p) = 1$. Tìm giá trị xác lập của cột nước ở ngõ ra nếu $u(t) = 5.1(t)$ và $Q_a = 2.1(t)$.

ĐS



Ví dụ 2 : Cho mô hình của một bể điều hòa nhiệt độ chất lỏng như hình vẽ



Biết rằng :

- Nhiệt lượng chất lỏng mang vào bể : $Q_i = VHT_i$

với H là hệ số nhiệt ; V là lưu lượng chất lỏng vào bể.

- Nhiệt lượng điện trở cung cấp cho bể $Q_e(t)$

- Nhiệt lượng chất lỏng mang ra khỏi bể $Q_0 = VHT$

- Nhiệt lượng tổn thất qua thành bể do chênh lệch với môi trường $Q_s = \frac{1}{R}(T - T_a)$

Biết nhiệt lượng chất lỏng nhận được sẽ làm tăng nhiệt độ chất lỏng theo biểu thức $Q_l = C \frac{dT}{dt}$

Hãy thành lập mô hình điều khiển của bể trao đổi nhiệt ở trên.

Giải

Phương trình cân bằng nhiệt của bể chất lỏng

$$Q_l = Q_i + Q_e - Q_0 - Q_a$$

Hay

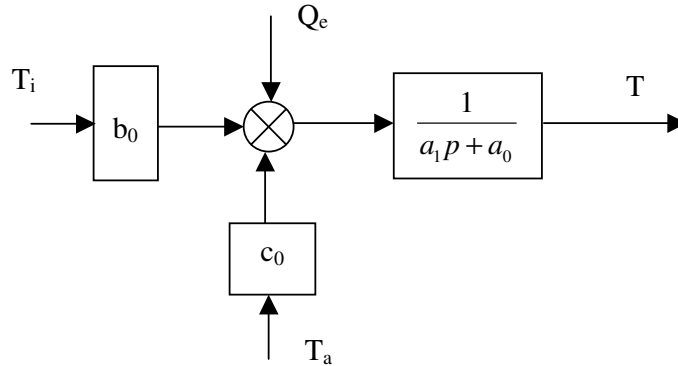
$$C \frac{dT}{dt} = VHT_i + Q_e - VHT - \frac{T - T_a}{R}$$

$$\Leftrightarrow C \frac{dT}{dt} + \left(\frac{1}{R} + VH \right) T = VHT_i + Q_e + \frac{1}{R} T_a$$

$$\Leftrightarrow (a_1 p + a_0) T(p) = b_0 T_i(p) + Q_e(p) + c_0 T_a(p)$$

$$\Leftrightarrow T(p) = \frac{1}{a_1 p + a_0} [b_0 T_i(p) + Q_e(p) + c_0 T_a(p)]$$

Mô hình điều khiển là :



Ngoài phương pháp đại số sơ đồ khối, chúng ta còn có thể dùng phương pháp Graph tín hiệu để tìm hàm truyền đạt tương đương của một hệ thống phức tạp.

3 Phương trình trạng thái

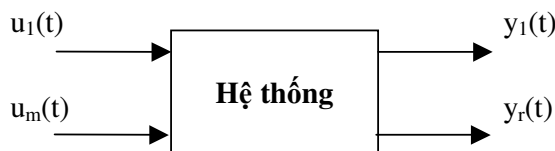
3.1 Phương trình trạng thái tổng quát

3.1.1 Khái niệm

- Đối với một hệ thống, ngoài tín hiệu vào và tín hiệu ra cần phải xác định, đôi khi ta cần quan sát các trạng thái khác. Ví dụ đối với động cơ điện là dòng điện, gia tốc động cơ, tổn hao, v.v...
- Khác với tín hiệu ra phải đo lường được bằng các bộ cảm biến, các biến trạng thái hoặc đo được, hoặc xác định được thông qua các đại lượng khác.
- Từ đó người ta xây dựng một mô hình toán cho phép ta có thể xác định được các biến trạng thái.

3.1.2 Dạng tổng quát của phương trình trạng thái

Xét hệ thống có m tín hiệu vào và r tín hiệu ra.



Hệ thống có :

- m tín hiệu vào: $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$, viết $U = \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix}, U \in \mathbb{R}^m$
- r tín hiệu ra: $y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)$, viết $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \end{pmatrix}, Y \in \mathbb{R}^r$
- n biến trạng thái: $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, viết $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, X \in \mathbb{R}^n$

Phương trình trạng thái dạng tổng quát của hệ thống được biểu diễn dưới dạng :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases}$$

Với $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{r \times n}, D \in \mathbb{R}^{r \times m}$

A, B, C, D gọi là các ma trận trạng thái, nếu không phụ thuộc vào thời gian gọi là hệ thống dừng.

Nhận xét :

- Phương trình trạng thái mô tả toán học của hệ thống về mặt thời gian dưới dạng các phương trình vi phân.
- Hệ thống được biểu diễn dưới dạng các phương trình vi phân bậc nhất.

3.1.3 Ví dụ thành lập phương trình trạng thái

Ví dụ 1

Xây dựng phương trình trạng thái của một hệ thống cho dưới dạng phương trình vi phân như sau :

$$2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 5y = u$$

Giải

Hệ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra.

$$x_1 = y$$

Đặt $x_2 = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$

Từ phương trình trên, ta có :

$$2\dot{x}_2 + x_2 + 5x_1 = u$$

Như vậy :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{y} = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{5}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}u \end{cases}$$

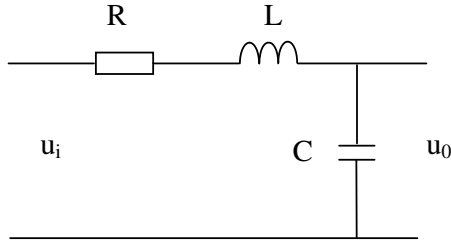
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Đặt A, B, C, D là các ma trận tương ứng, suy ra
$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases}$$

Ví dụ 2

Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ sau, hãy thành lập phương trình trạng thái cho mạch điện này với u_1 là tín hiệu vào, u_2 là tín hiệu ra.



Giải

Giả sử mạch hở tải và các điều kiện đầu bằng 0. Gọi i là dòng điện chạy trong mạch, ta có :

$$\begin{cases} u_i = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt \\ u_0 = \frac{1}{C} \int_0^t i dt \end{cases}$$

Đặt các biến trạng thái là : $x_1 = i, x_2 = u_0$, ta có :

$$\begin{cases} u_i = Rx_1 + L\dot{x}_1 + x_2 \\ C\dot{x}_2 = x_1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_i \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 \end{cases} \quad \text{và } x_2 = u_0$$

Vậy :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u_i$$

$$u_0 = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Hỏi : Trường hợp đặt $x_1 = u_0, x_2 = i$, phương trình trạng thái của mạch điện sẽ có dạng như thế nào ?

Nhận xét

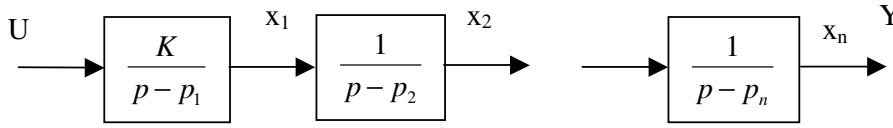
- Với cùng hệ thống sẽ có nhiều phương trình trạng thái khác nhau.
- Hàm truyền đạt của hệ thống là duy nhất.

3.2 Xây dựng phương trình trạng thái từ hàm truyền đạt

3.2.1 Khai triển thành các thừa số đơn giản

Nếu hàm truyền đạt được biểu diễn dưới dạng tích các thừa số như sau :

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = K \prod_{i=1}^n \frac{1}{(p - p_i)}$$



Đặt các biến trung gian như hình vẽ, ta có :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = p_1 x_1 + Ku \\ \dot{x}_2 = p_2 x_2 + x_1 \\ \dots \\ \dot{x}_n = p_n x_n + x_{n-1} \end{cases} \quad \text{và } y = x_n$$

Suy ra phương trình trạng thái là :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & & & \\ & 1 & & \\ & & p_2 & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & 1 & & \\ & & & & & & p_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u$$

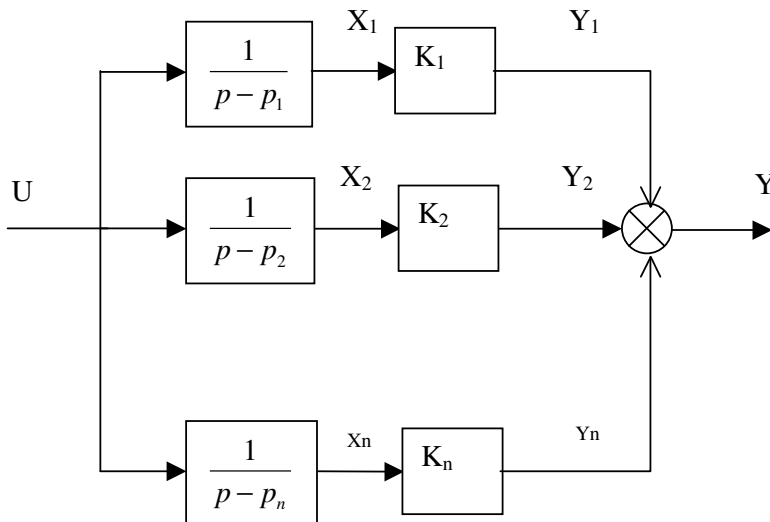
$$y = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^T$$

3.2.2 Khai triển thành tổng các phân thức đơn giản

Nếu hàm truyền đạt được khai triển dưới dạng :

$$W(p) = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{p - p_i} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad \Rightarrow \quad Y(p) = \left[\sum_{i=1}^n \frac{K_i}{p - p_i} \right] U(p)$$

Sơ đồ cấu trúc như sau :



Như vậy : $pX_i = p_i X_i + U \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_i = p_i x_i + u$

Hay
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & & & \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$$

3.2.3 Sử dụng mô hình tích phân cơ bản

Trường hợp hàm truyền đạt có dạng

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}$$

Đặt $x_1 = y, x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}, x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{y}, \dots, x_n = \dot{y}^{(n-1)}, \dot{x}_n = \dot{y}^{(n)}$

Suy ra :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

...

$$\dot{x}_n = -\frac{a_1}{a_n} x_1 - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} x_n + \frac{K}{a_n} u$$

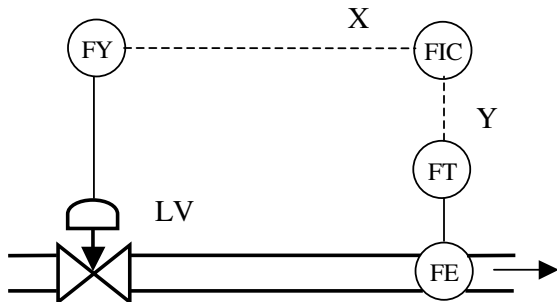
3.3 Chuyển đổi từ phương trình trạng thái sang hàm truyền

$$W(p) = C(pI - A)^{-1} B + D$$

MỘT SỐ BÀI TẬP CHƯƠNG 1

Bài tập 1 ĐIỀU KHIỂN LƯU LƯỢNG CHẤT LỎNG TRONG ỐNG DẪN

Cho sơ đồ điều khiển mực lưu lượng của một đường ống dẫn chất lỏng như hình vẽ



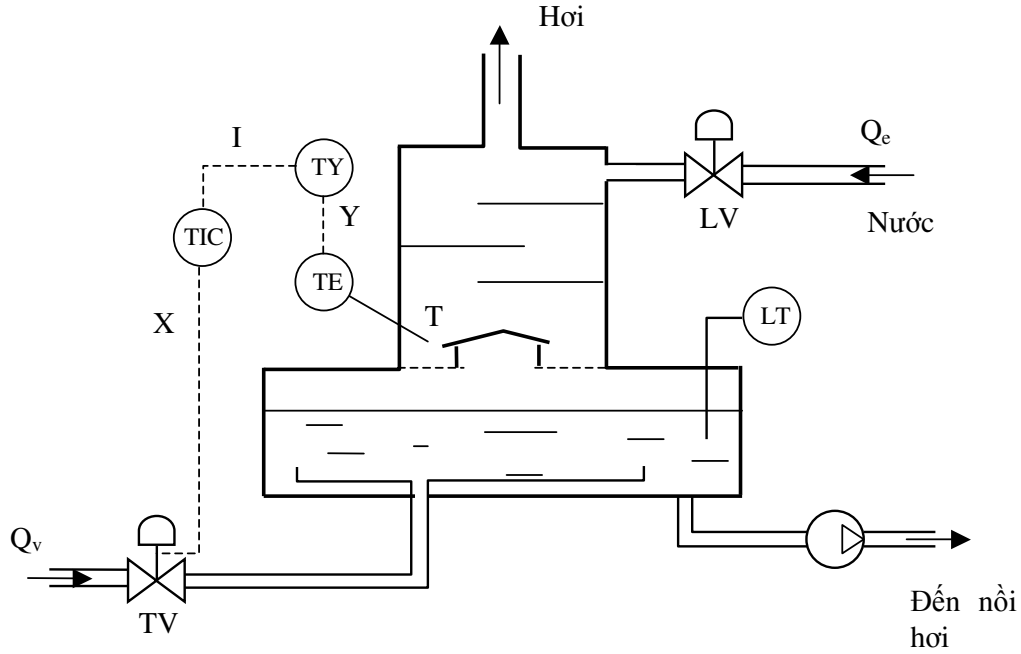
- FE : đo lưu lượng
- FT : chuyển đổi lưu lượng/ dòng điện
- FIC : bộ điều khiển lưu lượng
- FY : chuyển đổi dòng điện/áp suất

Biết hàm truyền của cơ cấu chuyển đổi từ dòng điện sang áp suất + van LV + đường ống + bộ chuyển đổi từ lưu lượng sang dòng điện là $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{e^{-p}}{2.2p+1}$

Hãy thành lập mô hình điều khiển của hệ thống.

Bài tập 2 ĐIỀU CHỈNH NHIỆT ĐỘ CỦA MÁY LOẠI KHÍ CHO NỒI HƠI

Nước trước khi được đưa vào lò hơi cần phải qua máy loại khí nhằm loại bớt khí CO₂ và O₂ trong nước. Các loại khí này kém tan, chính vì vậy sẽ làm áp suất hơi thấp, nhiệt độ cao. Nước trong máy loại khí này có áp suất thấp và nhiệt độ bão hòa khoảng 104°C. Sơ đồ điều chỉnh nhiệt độ của máy loại khí như sau :



- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| TE : đầu dò nhiệt độ | TV : van tự động điều chỉnh nhiệt độ |
| TY : chuyển đổi điện áp/dòng điện | LT : bộ chuyển đổi mức |
| TIC : bộ điều chỉnh nhiệt độ | LV : van điều chỉnh mức |

Hàm truyền của van điều chỉnh TV + nồi hơi + bộ đo TE là

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{2e^{-4p}}{8p+1}$$

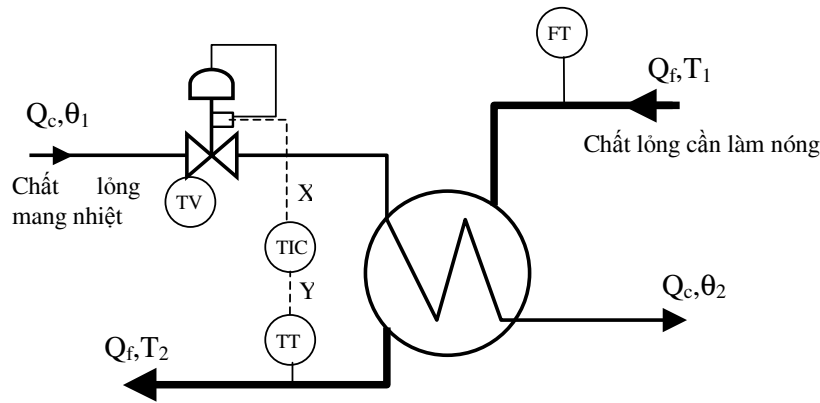
Bộ chuyển đổi điện áp/dòng điện TY có nhiệm vụ chuyển đổi tín hiệu điện áp (vài micro volt) tỉ lệ với nhiệt độ thành tín hiệu dòng điện I (4-20mA) để đưa đến bộ điều chỉnh TIC. Hàm truyền của bộ chuyển đổi TY là :

$$C(p) = \frac{I(p)}{Y(p)} = \frac{1}{0.3p+1}$$

Hãy thành lập mô hình điều khiển của hệ thống.

Bài tập 3 ĐIỀU CHỈNH NHIỆT ĐỘ CỦA BỘ TRAO ĐỔI NHIỆT

Sơ đồ của một bộ trao đổi nhiệt như hình vẽ, trong đó $\theta_1 > T_1$.



TT : bộ chuyển đổi nhiệt độ
TIC : bộ điều chỉnh nhiệt độ

TV : van điều chỉnh nhiệt độ
FT : bộ chuyển đổi lưu lượng

Yêu cầu điều khiển là giữ cho nhiệt độ ra T_2 của chất lỏng cần làm nóng không đổi với mọi lưu lượng Q_f .

Một tín hiệu điều khiển X đưa đến van sẽ khống chế nhiệt độ T_2 của chất lỏng, nhiệt độ này được thể hiện qua tín hiệu đo lường Y . Hàm truyền của van TV + bộ trao đổi nhiệt + bộ đo

TT là $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1.4}{(2p+1)^3}$. Mặt khác, nếu giữ tín hiệu điều khiển X không đổi nhưng

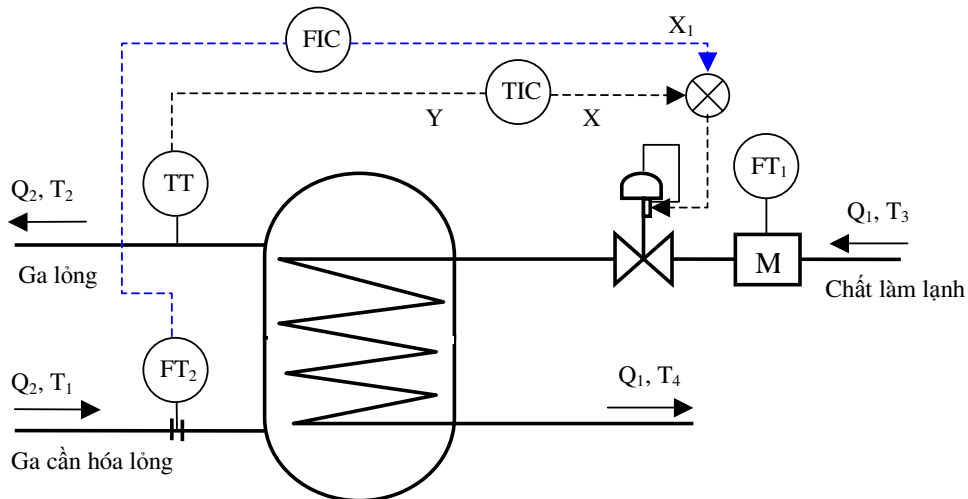
lưu lượng Q_f của chất lỏng cần làm nóng thay đổi cũng làm ảnh hưởng đến nhiệt độ ra T_2 .

Ảnh hưởng của Q_f đến T_2 được cho bởi hàm truyền $D(p) = \frac{Y(p)}{Q_f(p)} = -\frac{2}{(0.5p+1)^2}$

Hãy thành lập mô hình điều khiển của hệ thống.

Bài tập 4 ĐIỀU KHIỂN NHIỆT ĐỘ CỦA MỘT MÁY HÓA LỎNG GA (liquefacteur)

Sơ đồ khối của một máy hóa lỏng ga được cho trong hình sau :



Trong đó :

TT : bộ chuyển đổi nhiệt độ

TIC : bộ điều chỉnh nhiệt độ

FT1 : bộ chuyển đổi lưu lượng (điện từ)

FT2 : bộ chuyển đổi lưu lượng với đo lường tuyến tính

Để điều khiển nhiệt độ của ga đã được hóa lỏng, người ta đổi lưu lượng Q_1 của chất làm lạnh bởi bộ điều khiển TIC. Ga trước khi hóa lỏng có nhiệt độ T_1 , sau khi được hóa lỏng sẽ có nhiệt độ T_2 . Hàm truyền của các khâu trong sơ đồ được định nghĩa như sau :

	$H_1(p) = \frac{T_2(p)}{Q_1(p)} = \frac{K_1 e^{-\tau_1 p}}{1 + \theta_1 p}$	$H_2(p) = \frac{T_2(p)}{Q_2(p)}$	$H_3(p) = \frac{T_2(p)}{T_3(p)}$
$H_4(p) = \frac{T_2(p)}{T_1(p)}$	$H_5(p) = \frac{Y(p)}{T_2(p)} = 1$	$H_6(p) = \frac{Q_1(p)}{X(p)} = 1$	

Với $K_1=2$, $\tau_1=1$ min, $\theta_1=4$ min.

Hãy thành lập mô hình điều khiển của hệ thống.

Chương 2

ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC CỦA CÁC KHÂU VÀ CỦA HỆ THỐNG TRONG MIỀN TẦN SỐ

1 Khái niệm chung

- Nhiệm vụ của chương : xây dựng đặc tính động học của khâu/hệ thống trong miền tần số. Mục đích :

- + Khảo sát tính ổn định
- + Phân tích tính chất
- + Tổng hợp bộ điều khiển

- Khâu động học : những đối tượng khác nhau có mô tả toán học như nhau được gọi là khâu động học. Có một số khâu động học không có phần tử vật lý nào tương ứng, ví dụ $W(p) = Tp + 1$ hay $W(p) = Tp - 1$.

2 Phản ứng của một khâu

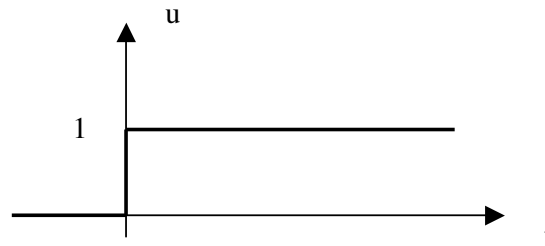
2.1 Tín hiệu tác động vào một khâu (các tín hiệu tiên định)

2.1.1 Tín hiệu bậc thang đơn vị

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Dạng tổng quát

$$u(t) = U_0 1(t - t_0) = \begin{cases} U_0 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

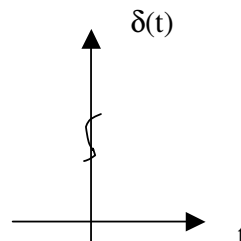


2.1.2 Tín hiệu xung đơn vị

$$u(t) = \delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

Tính chất :

$$\int_0^{\infty} \delta(t) dt = 1$$



2.1.3 Tín hiệu điều hòa

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

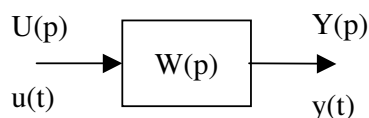
Biểu diễn dưới dạng số phức $u(t) \rightarrow U_m e^{j(\omega t + \varphi)}$

2.1.4 Tín hiệu bất kỳ

Đối với một tín hiệu vào bất kỳ, ta luôn có thể phân tích thành tổng của các tín hiệu đơn giản ở trên.

2.2 Phản ứng của một khâu

Cho một khâu được mô tả toán học như hình vẽ :



Định nghĩa: *Phản ứng của một khâu (hệ thống) đối với một tín hiệu vào xác định chính là đặc tính quá độ hay đặc tính thời gian của khâu đó.*

2.2.1 Hàm quá độ của một khâu

Hàm quá độ của một khâu là phản ứng của khâu đối với tín hiệu vào $1(t)$.

Ký hiệu : $h(t)$

Biểu thức :
$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}$$

2.2.2 Hàm trọng lượng của một khâu

Hàm trọng lượng của một khâu là phản ứng của khâu đối với tín hiệu vào $\delta(t)$.

Ký hiệu : $\omega(t)$

Biểu thức :
$$\omega(t) = L^{-1} \{W(p)\} \quad \text{hay} \quad \omega(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

Ví dụ : Cho một khâu có hàm truyền đạt là

$$W(p) = \frac{5}{2p+1}$$

Tìm phản ứng của khâu đối với tín hiệu $u(t) = 2.1(t-2)-2.1(t-7)$.

3 Đặc tính tần số của một khâu

3.1 Hàm truyền đạt tần số

3.1.1 Định nghĩa:

Hàm truyền đạt tần số của một khâu, ký hiệu là $W(j\omega)$, là tỉ số giữa tín hiệu ra với tín hiệu vào ở trạng thái xác lập khi tín hiệu vào biến thiên theo qui luật điều hòa $u(t) = U_m \sin \omega t$.

- Ở trạng thái xác lập (nếu hệ thống ổn định): $y_{xl}(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$
- Biểu diễn dưới dạng số phức :

$$u(t) \rightarrow e^{j(\omega t)}$$

$$y_{\infty}(t) \rightarrow Y_m e^{j(\omega t + \varphi)}$$

- Theo định nghĩa :
$$W(j\omega) = \frac{y_{xl}(t)}{u(t)} = \frac{Y_m e^{j(\omega t + \varphi)}}{U_m e^{j(\omega t)}} = \frac{Y_m}{U_m} e^{j\varphi}$$

Nhận xét: Hàm truyền đạt tần số

- Là một số phức
- Phụ thuộc vào tần số tín hiệu.

Do $W(j\omega)$ là số phức nên có thể biểu diễn nó như sau :

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

3.1.2 Cách tìm hàm truyền đạt tần số từ hàm truyền đạt của một khâu

Có thể chứng minh được hàm truyền đạt tần số được tìm được từ hàm truyền đạt của một khâu (hệ thống) theo quan hệ sau :

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega}$$

Ví dụ : Tìm hàm truyền đạt tần số của khâu có hàm truyền $W(p) = \frac{5}{2p+1}$.

Ý nghĩa của $W(j\omega)$

- Xác định được hệ số khuếch đại / góc lệch pha đối với tín hiệu xoay chiều
- Xác định được phương trình của tín hiệu ra ở trạng thái xác lập.

3.2 Đặc tính tần số

3.2.1 Đặc tính tần số biên pha (Nyquist)

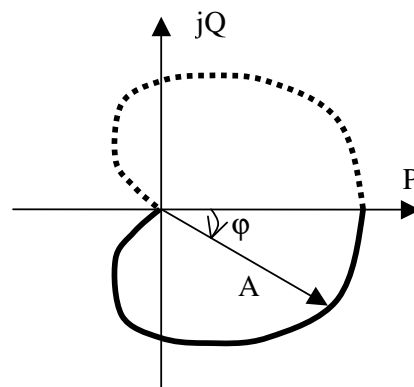
Xuất phát từ cách biểu diễn hàm truyền đạt tần số $W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$

- Xây dựng hệ trục với trục hoành P, trục tung Q.
- Khi ω biến thiên, vẽ nên đặc tính tần số biên pha.

Định nghĩa: *Đặc tính tần số biên pha (ĐTBP) là quỹ đạo của hàm truyền đạt tần số $W(j\omega)$ trên mặt phẳng phức khi ω biến thiên từ $-\infty$ đến ∞*

Đặc điểm:

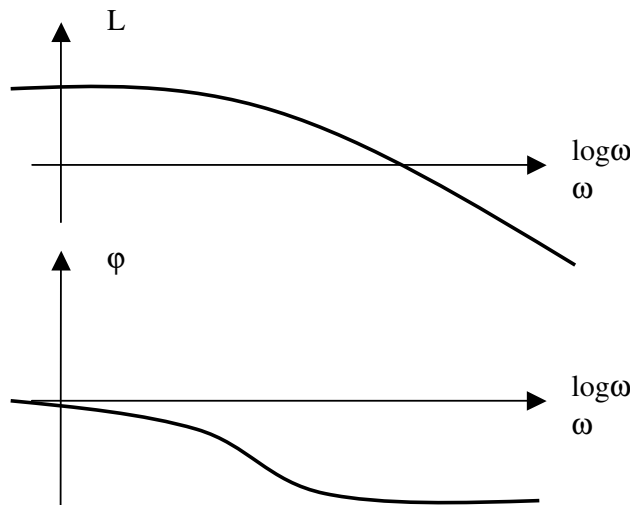
- ĐTBP đối xứng qua trục hoành nên chỉ cần xây dựng $\frac{1}{2}$ đặc tính khi ω biến thiên từ 0 đến ∞ và lấy đối xứng qua trục hoành để được toàn bộ đặc tính.
- Có thể xác định được môđun A, góc pha φ từ ĐTBP



3.2.2 Đặc tính tần số logarit (Bode)

Quan sát sự biến thiên của biên độ và góc pha theo tần số

Xây dựng hệ gồm 2 đặc tính:



* Đặc tính tần số biên độ logarit ĐTBĐ

- Hoành độ là ω hay $\log \omega$ [dec]
- Tung độ L [dB]. Hàm L được xác định
 $L = 20 \log A(\omega)$

ĐTBĐ biểu diễn biến thiên của hệ số khuếch đại tín hiệu theo tần số tín hiệu vào.

* Đặc tính tần số pha logarit ĐTPL

- Hoành độ là ω hay $\log \omega$ [dec]
- Tung độ φ [rad], được xác định trong $W(j\omega)$.

ĐTPL biểu diễn biến thiên của góc pha theo tần số tín hiệu vào.

* Đặc điểm của đặc tính logarit

Khi hệ thống có n khâu nối tiếp:

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$$

4 Đặc tính động học của một số khâu cơ bản

4.1 Khâu tỉ lệ

$$W(p) = K$$

4.1.1 Hàm truyền đạt tần số

4.1.2 Đặc tính Nyquist

$$P = K$$

$$Q = 0$$

4.1.3 Đặc tính Bode

$$L = 20 \lg K$$

$$\varphi = 0$$

4.1.4 Hàm quá độ

$$h(t) = K \cdot 1(t)$$

4.2 Khâu quán tính bậc 1

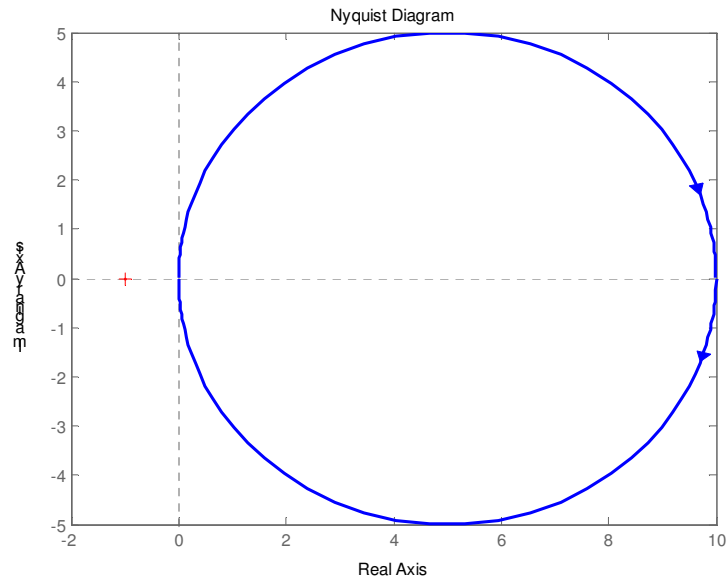
$$W(p) = \frac{K}{Tp+1}$$

4.2.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = \frac{K}{T^2\omega^2 + 1}, \quad Q = -\frac{KT\omega}{T^2\omega^2 + 1}$$

$$A = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}, \quad \varphi = -\arctg \omega T$$

4.2.2 Đặc tính Nyquist

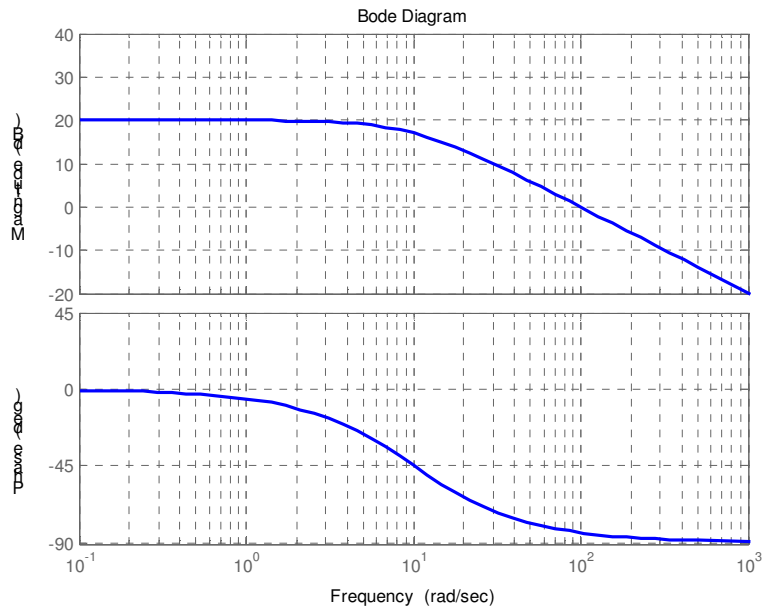


Đặc tính Nyquist của khâu quán tính bậc 1 ($K = 10, T = 0.1$)

4.2.3 Đặc tính Bode

$$L = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1}$$

$$\varphi = -\arctg \omega T$$



Đặc tính Bode của khâu quán tính bậc 1 ($K = 10, T = 0.1$)

Trên hệ trục logarit, có thể vẽ đặc tính biên pha gần đúng của khâu quán tính bậc nhất như sau :

* Đặc tính biên độ logarit

- $\omega \rightarrow 0 : L \rightarrow L_1 = 20 \lg K;$

- $\omega \rightarrow \infty : L \rightarrow L_2 = 20 \lg K - 20 \lg \omega;$

- $\omega = \omega_g = 1/T : L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g)$

* Đặc tính pha logarit

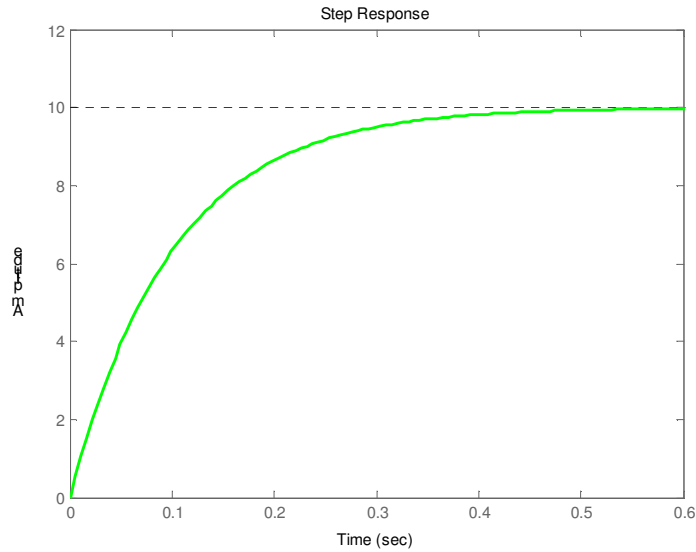
- $\omega \rightarrow 0 : \varphi \rightarrow 0;$

- $\omega \rightarrow \infty : \varphi \rightarrow -\pi/2;$
- $\omega = \omega_g = 1/T : \varphi(\omega_g) = -\pi/4$

Chú ý: sai lệch giữa đặc tính gần đúng và đặc tính chính xác không được lớn hơn 3dB.

4.2.4 Hàm quá độ

$$h(t) = K(1 - e^{-t/T})$$



Đặc tính quá độ của khâu quán tính bậc 1 (K = 10, T = 0.1)

4.3 Khâu dao động bậc 2

$$W(p) = K \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

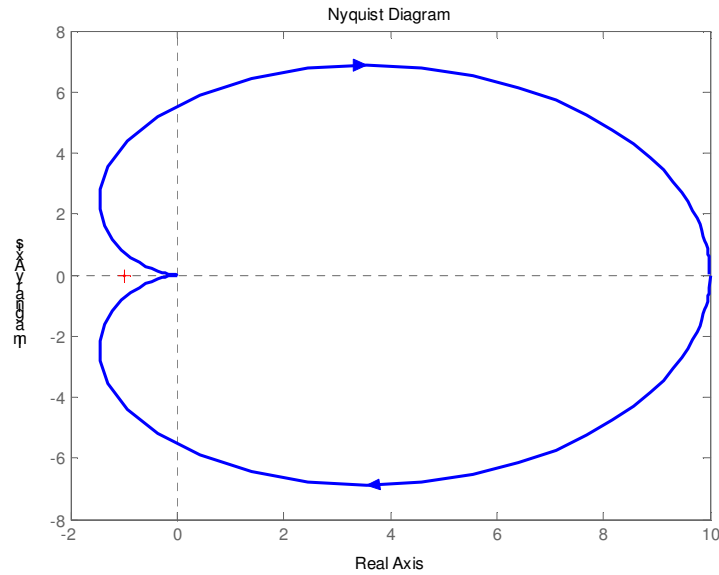
với $\xi < 1$

4.3.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = \frac{K\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}, \quad Q = -\frac{2K\xi\omega_0^3\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi\omega_0^2\omega^2}$$

$$A = \frac{K\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}}, \quad \varphi = -\text{arctg} \frac{2\xi\omega_0\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

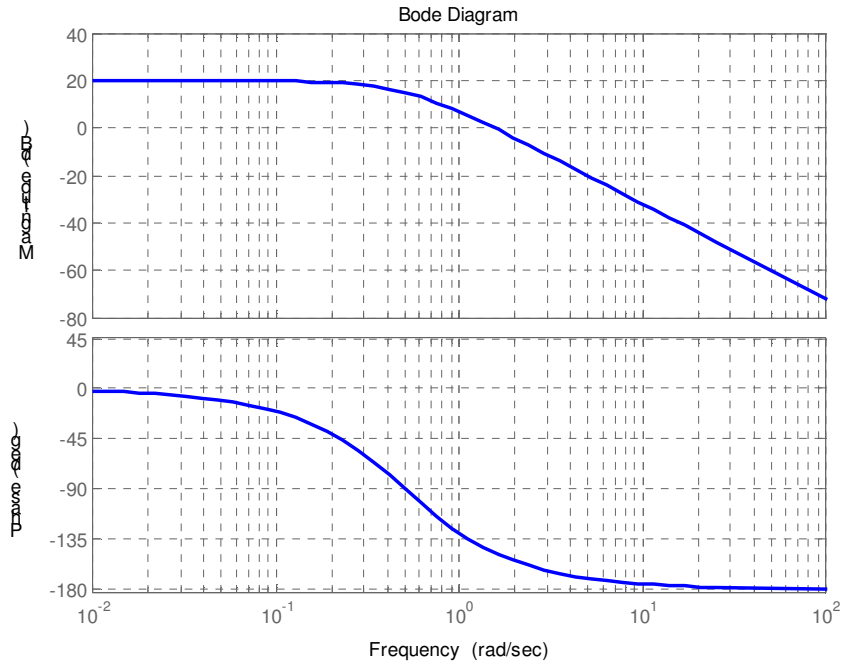
4.3.2 Đặc tính Nyquist



Đặc tính Nyquist của khâu dao động bậc 2 ($K = 10, \omega_0 = 0.5, \xi = 0.9$)

4.3.3 Đặc tính Bode

$$L = 20\lg K\omega_0^2 - 20\lg \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}$$



Đặc tính Bode của khâu dao động bậc 2 ($K = 10, \omega_0 = 0.5, \xi = 0.9$)

Cách vẽ đặc tính biên pha gần đúng :

* Đặc tính biên độ logarit

- $\omega \rightarrow 0 : L \rightarrow L_1 = 20\lg K;$

- $\omega \rightarrow \infty : L \rightarrow L_2 = 20\lg K\omega_0^2 - 40\lg \omega;$

- $\omega = \omega_g = \omega_0: L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g).$

ω_0 được gọi là tần số dao động tự nhiên

* Đặc tính pha logarit

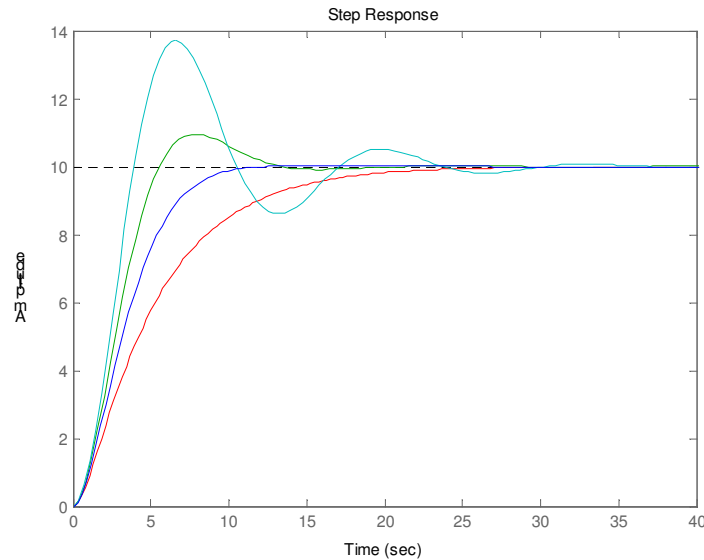
- $\omega \rightarrow 0 : \varphi \rightarrow 0$;

- $\omega \rightarrow \infty : \varphi \rightarrow -\pi$;

- $\omega = \omega_g = \omega_0 : \varphi(\omega_g) = -\pi/2$

4.3.4 Hàm quá độ

$$h(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0 t} \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t + \arccos \xi\right) \right]$$



Đặc tính quá độ của khâu dao động bậc 2 với các hệ số ξ khác nhau

4.4 Khâu không ổn định bậc 1

$$W(p) = \frac{K}{Tp-1}$$

4.4.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = -\frac{K}{T^2\omega^2+1}, \quad Q = -\frac{KT\omega}{T^2\omega^2+1}$$

$$A = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}, \quad \varphi = \arctg \omega T - \pi$$

4.4.2 Đặc tính Nyquist

4.4.3 Đặc tính Bode

$$L = 20\lg K - 20\lg\sqrt{T^2\omega^2+1}$$

$$\varphi = \arctg \omega T - \pi$$

4.4.4 Hàm quá độ

$$h(t) = K(e^{t/T} - 1)$$

4.5 Khâu vi phân lý tưởng

$$W(p) = Kp$$

4.5.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = 0, \quad Q = K\omega$$

$$A = K\omega, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

4.5.2 Đặc tính Nyquist

4.5.3 Đặc tính Bode

$$L = 20\lg K + 20\lg \omega$$

4.6 Khâu vi phân bậc 1

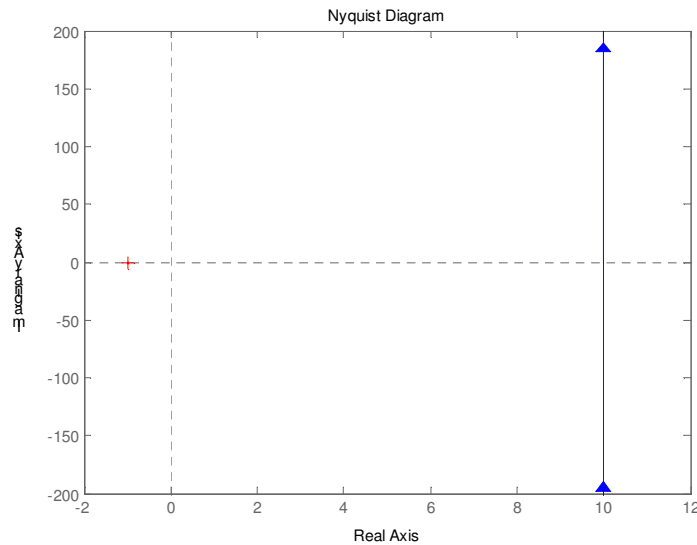
$$W(p) = K(Tp+1)$$

4.6.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = K, \quad Q = KT\omega$$

$$A = K\sqrt{T^2\omega^2 + 1}, \quad \varphi = \arctg T\omega$$

4.6.2 Đặc tính Nyquist

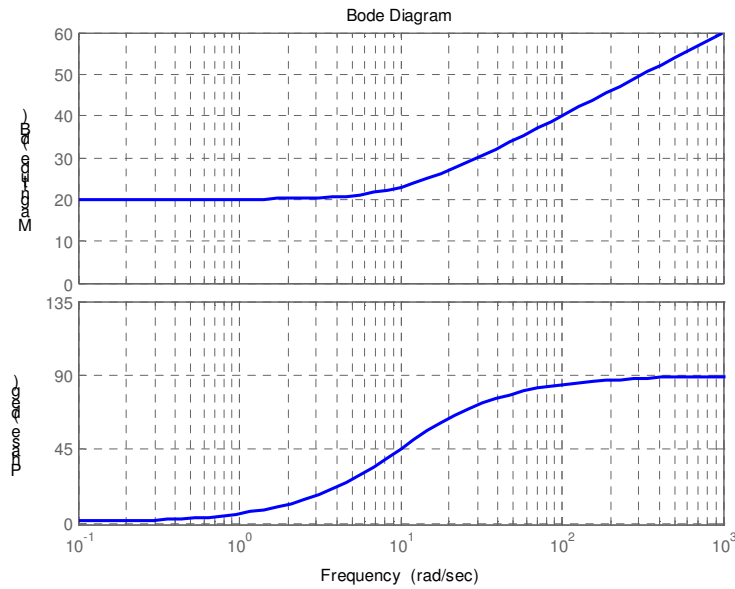


Đặc tính Nyquist của khâu vi phân bậc nhất

4.6.3 Đặc tính Bode

$$L = 20\log K + 20\log \sqrt{T^2\omega^2 + 1}$$

$$\omega_s = \frac{1}{T}$$



Đặc tính Bode của khâu vi phân bậc 1 (K = 10, T = 0.1)

4.7 Khâu tích phân lý tưởng

$$W(p) = \frac{K}{p}$$

4.7.1 Hàm truyền đạt tần số

$$P = 0, \quad Q = -\frac{K}{\omega}$$

$$A = \frac{K}{\omega}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

4.7.2 Đặc tính Nyquist

4.7.3 Đặc tính Bode

$$L = 20 \lg K - 20 \lg \omega$$

4.8 Khâu chậm trễ

$$W(p) = e^{-p\tau}$$

4.8.1 Hàm truyền đạt tần số

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$$

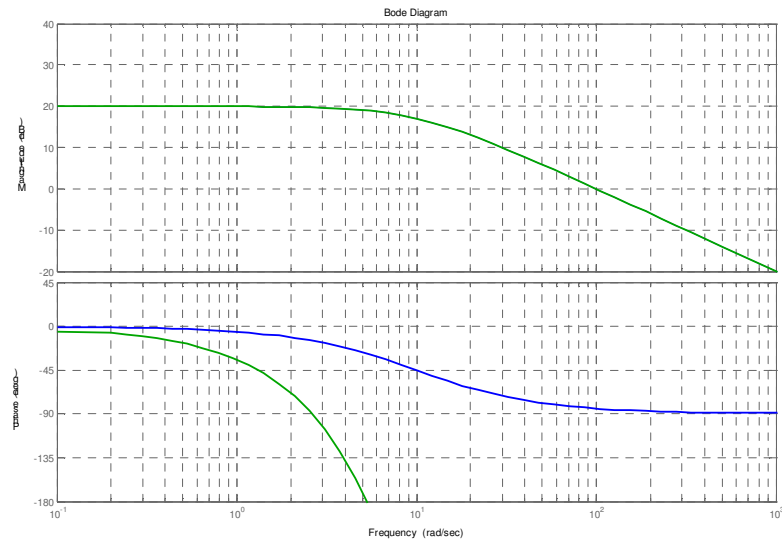
$$A = 1, \quad \varphi = -\omega\tau$$

4.8.2 Đặc tính Nyquist

4.8.3 Đặc tính Bode

$$L = 0$$

$$\varphi = -\omega\tau$$



Đặc tính Bode của khâu quán tính bậc 1 (xanh blue) và khâu quán tính bậc nhất có trễ 0.5s (xanh verte)

Các lệnh thực hiện vẽ đặc tính trên trong MATLAB :

```
num=10
den=[0.1 1]
W1=tf(num,den)
W2=W1;
set(W2,'IODelay,0.5);
W2
bode(W1);
hold on
bode(W2);
```

Chương 3

TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1 Khái niệm chung

Khảo sát một hệ thống điều khiển tự động được mô tả toán học dưới dạng hàm truyền đạt :

$$W(p) = \frac{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (3.1)$$

Phương trình vi phân tương ứng của hệ thống là :

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \quad (3.2)$$

Nghiệm của phương trình vi phân (3.2) có dạng như sau :

$$y(t) = y_0(t) + y_{qd}(t) \quad (3.3)$$

Trong đó :

- $y_0(t)$ là nghiệm riêng của phương trình (3.2) có về phải, đặc trưng cho quá trình xác lập.
- $y_{qd}(t)$ là nghiệm tổng quát của (3.2), đặc trưng cho quá trình quá độ.

Tính ổn định của một hệ thống chỉ phụ thuộc vào quá trình quá độ, còn quá trình xác lập là một quá trình ổn định.

Định nghĩa :

a) Một hệ thống ĐKTD ổn định nếu quá trình quá độ tắt dần theo thời gian.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = 0$$

b) Một hệ thống ĐKTD không ổn định nếu quá trình quá độ tăng dần theo thời gian.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = \infty$$

c) Một hệ thống ĐKTD ở biên giới ổn định nếu quá trình quá độ không đổi hay dao động không tắt dần.

Xét nghiệm $y_{qd}(t)$ trong (3.3), dạng tổng quát của nghiệm quá độ như sau :

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t} = \sum_{i=1}^n y_{qd,i} \quad (3.4)$$

với n là bậc và p_i là nghiệm của phương trình đặc tính

$$N(p) = a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (3.5)$$

C_i là các hằng số (tính theo các điều kiện đầu).

*** Khảo sát các trường hợp nghiệm p_i :**

i) p_i là nghiệm thực

$$p_i = \alpha_i \quad \Rightarrow \quad y_{qd,i} = C_i e^{\alpha_i t}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd,i} = \lim_{t \rightarrow \infty} C_i e^{\alpha_i t} = \begin{cases} 0, & \alpha_i < 0 \\ C_i, & \alpha_i = 0 \\ \infty, & \alpha_i > 0 \end{cases}$$

ii) p_i là cặp nghiệm phức liên hợp:

$$p_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i \quad \Rightarrow \quad y_{qd,i} + y_{qd,i+1} = 2A_i e^{\alpha_i t} \cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_{qd,i} + y_{qd,i+1}) = \begin{cases} 0, & \alpha_i < 0 \\ \text{dao dong}, & \alpha_i = 0 \\ \infty, & \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Kết luận :

- 1) Hệ thống điều khiển tự động ổn định nếu *tất cả* các nghiệm của phương trình đặc tính có *phần thực âm*.
- 2) Hệ thống điều khiển tự động không ổn định nếu có *ít nhất* một nghiệm của phương trình đặc tính có *phần thực dương*.
- 3) Hệ thống điều khiển tự động ở biên giới ổn định nếu có *ít nhất* một nghiệm của phương trình đặc tính có *phần thực bằng 0*, các nghiệm còn lại có *phần thực âm*.

2 Tiêu chuẩn ổn định đại số

2.1 Điều kiện cần để hệ thống ổn định

Xét một hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính tổng quát như sau :

$$N(p) = a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

Phát biểu :

« **Điều kiện cần để một hệ thống ĐKTD tuyến tính ổn định là tất cả các hệ số của phương trình đặc tính dương** »

2.2 Tiêu chuẩn Routh

2.2.1 Cách thành lập bảng Routh

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...	a_0
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...	(a_0)
p^{n-2}	$c_{n-2,1}$	$c_{n-2,2}$...		
...					
p^2	$c_{2,1}$	$c_{2,2}$			
p^1	$c_{1,1}$	$c_{1,2}$			
p^0	$c_{0,1}$				

Với :

$$c_{n-2,1} = - \frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}}{a_{n-1}}; c_{n-2,2} = - \frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}}{a_{n-1}}; \dots$$

$$c_{0,1} = - \frac{\begin{vmatrix} c_{2,1} & c_{2,2} \\ c_{1,1} & c_{1,2} \end{vmatrix}}{c_{1,1}}$$

Quy tắc :

- Mỗi số hạng trong bảng Routh là một tỉ số, trong đó :
- Tử số là định thức bậc 2, mang dấu âm. Cột thứ nhất của định thức là cột thứ nhất của 2 hàng đứng sát trên hàng có số hạng đang tính ; cột thứ hai của định thức là cột đứng sát bên phải số hạng đang tính cũng của 2 hàng trên.
 - Mẫu số : Tất cả các số hạng trên cùng một hàng có cùng mẫu số là số hạng ở cột thứ nhất của hàng sát trên hàng có số hạng đang tính.

2.2.2 Phát biểu tiêu chuẩn Routh

Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh phải dương.

2.2.3 Các tính chất của bảng Routh

- Có thể nhân hoặc chia tất cả các số hạng trên cùng một hàng của bảng Routh với một số dương.
- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh bằng số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.

- Nếu trong cột thứ nhất của bảng Routh có một số hạng bằng 0 thì hệ thống cũng không ổn định. Để xác định số nghiệm âm, có thể thay số 0 bằng số $\epsilon > 0$ rất bé để tiếp tục xác định các số hạng còn lại.
- Nếu tất cả các số hạng trên cùng 1 hàng của bảng Routh bằng 0 thì hệ thống ở biên giới ổn định.
- Trường hợp hệ thống có khâu chậm trễ, có thể khai triển Fourier hàm mũ như sau :

$$e^{-p\tau} = 1 + \frac{(-p\tau)}{1!} + \frac{(-p\tau)^2}{2!} + \dots$$

2.3 Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz

2.3.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là các hệ số a_n và các định thức Hurwitz dương.

2.3.2 Cách thành lập định thức Hurwitz

Định thức Δ_n có :

- n cột và n hàng
- Đường chéo chính của Δ_n bắt đầu từ a_1 liên tiếp đến a_n .
- Các số hạng trong cùng một cột có chỉ số tăng dần từ dưới lên trên.
- Các số hạng có chỉ số lớn hơn n hay nhỏ hơn 0 ghi 0.

3 Tiêu chuẩn ổn định tần số

3.1 Tiêu chuẩn Nyquist theo đặc tính tần số biên pha

3.1.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để một hệ thống kín phản hồi -1 ổn định là :

- Khi hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định, đặc tính tần số biên pha của hệ hở không bao điểm $M(-1, j0)$.
- Khi hệ hở không ổn định, đặc tính tần số biên pha của hệ hở bao điểm $M(-1, j0)$ $m/2$ vòng kín khi ω biến thiên từ 0 đến ∞ với m là số nghiệm của phương trình đặc tính của hệ hở có phần thực dương.

3.1.2 Áp dụng tiêu chuẩn

- Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng cho hệ kín. Trường hợp không phải hệ phản hồi -1 thì chuyển về dạng phản hồi -1 tương đương.
- Có thể xác định số lần bao N của đặc tính tần số (ω biến thiên từ 0 đến ∞) với điểm M như sau :

$$N = \frac{\sum C_{(-\infty, 0)}^+ - \sum C_{(-\infty, 0)}^-}{2}$$

Với :

- + C^+ giao điểm dương : là giao của $W(j\omega)$ với trục thực, có chiều \uparrow theo chiều tăng của ω .
- + C^- giao điểm âm : là giao của $W(j\omega)$ với trục thực, có chiều \downarrow theo chiều tăng của ω .

3.2 Tiêu chuẩn Nyquist theo đặc tính tần số logarit

3.2.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ kín phản hồi -1 ổn định khi hệ hở ổn định (hay ở biên giới ổn định) là số giao điểm dương bằng số giao điểm âm trong phạm vi tần số ω để $L(\omega) > 0$.

3.2.2 Áp dụng tiêu chuẩn

- Trong đặc tính logarit

- + C^+ giao điểm dương : là giao của $\varphi(\omega)$ với đường thẳng $-\pi$, có chiều \downarrow theo chiều tăng của ω .
- + C^- giao điểm âm : là giao của $\varphi(\omega)$ với đường thẳng $-\pi$, có chiều \uparrow theo chiều tăng của ω .
- Tiêu chuẩn chỉ áp dụng cho hệ kín phản hồi -1, hệ hở đã ổn định.

3.3 Tiêu chuẩn ổn định Mikhailov

3.3.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là biểu đồ vector đa thức đặc tính $A(j\omega)$ xuất phát từ trục thực dương quay n góc phần tư ngược chiều kim đồng hồ khi ω tăng từ 0 đến ∞ .

3.3.2 Áp dụng tiêu chuẩn

- Tiêu chuẩn này được áp dụng để xét ổn định cho hệ bất kỳ (hở/kín)
- Đa thức đặc tính là đa thức ở tử số của hàm truyền đạt.

4 Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Phương pháp quỹ đạo nghiệm số (QĐNS) thường dùng cho hệ thống có một thông số biến đổi tuyến tính. Với mỗi giá trị của thông số, phương trình đặc tính của hệ thống sẽ có một tập nghiệm, mỗi nghiệm được biểu diễn bằng một điểm trên mặt phẳng phức. Khi thông số biến đổi, nghiệm của phương trình đặc tính cũng biến đổi theo. *Quỹ đạo tạo ra từ các nghiệm của phương trình đặc tính trên mặt phẳng phức khi thông số biến đổi gọi là quỹ đạo nghiệm số.*

4.1 Phương pháp xây dựng QĐNS

Xét một hệ thống tuyến tính, trong đó phương trình đặc tính chứa một thông số K biến đổi dưới dạng:

$$N(p) = N_0(p) + KM_0(p) = 0 \tag{3.6}$$

với $N(p)$, $M(p)$ là hai đa thức bậc n , m tương ứng.

Gọi p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) là nghiệm của phương trình $N(p) = 0$

p_i^* ($i = 1, 2, \dots, n$) là nghiệm của phương trình $N_0(p) = 0$

p_j^* ($j = 1, 2, \dots, m$) là nghiệm của phương trình $M_0(p) = 0$

Có thể viết

$$N_0(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i^*) ; M_0(p) = \prod_{j=1}^m (p - p_j^*)$$

và
$$N(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i) + K \prod_{j=1}^m (p - p_j^*)$$

4.1.1 Xác định điểm xuất phát của QĐNS

Điểm xuất phát của QĐNS là vị trí nghiệm khi $K = 0$. Từ phương trình (3.6), điểm xuất phát của QĐNS chính là n nghiệm p_i^* của phương trình $N_0(p) = 0$.

4.1.2 Xác định điểm kết thúc của QĐNS

Điểm kết thúc của QĐNS là vị trí nghiệm khi $K \rightarrow \infty$. Từ phương trình (3.6), có thể viết :

$$N(p) = \frac{1}{K} \prod_{i=1}^n (p - p_i) + \prod_{j=1}^m (p - p_j^*) = 0 \tag{3.7}$$

Rõ ràng, khi $K \rightarrow \infty$, nghiệm của $N(p)$ cũng chính là m nghiệm p_j^* của phương trình $M_0(p) = 0$.

4.1.3 Xác định số lượng quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm

Phương trình $N(p) = 0$ có n nghiệm xuất phát, do vậy khi K biến thiên sẽ vạch nên n quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm. Do có m điểm kết thúc của quỹ đạo nên nếu $m < n$ thì :

- m quỹ đạo xuất phát từ p_i' và kết thúc ở p_j'' ;
- $(n - m)$ quỹ đạo xuất phát từ p_i' và tiến ra vô cùng.

Khi phương trình $N_0(p) = 0$ có nghiệm phức liên hợp thì cặp quỹ đạo tương xứng của nó sẽ đối xứng qua trục thực.

4.1.4 Xác định các đường tiệm cận

Có $(n-m)$ đường thẳng tiệm cận cho các quỹ đạo tiến ra vô cùng.

- Tâm tiệm cận : $R_0 = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^n p_i' - \sum_{j=1}^m p_j''$
- Góc tạo bởi các đường tiệm cận và trục hoành : $\alpha_k = \frac{2k+1}{n-m} \pi, k = 0, 1, \dots, n-m-1$

4.1.5 Xác định điểm tách khỏi trục thực và hướng dịch chuyển của quỹ đạo

- Khảo sát hàm số $f(p) = \frac{N_0(p)}{M_0(p)}$ để xác định hướng di chuyển của quỹ đạo
- Các nghiệm của phương trình $\frac{df(p)}{dp} = 0$ chính là các điểm tách khỏi trục thực của QĐNS.

4.1.6 Xác định giao điểm của trục ảo với QĐNS

Gọi $\pm j\omega_c$ là điểm của QĐNS với trục ảo. Thay $p = j\omega_c$ vào phương trình đặc tính $N(p) = 0$, ω_c được xác định từ hệ phương trình :

$$\begin{aligned} \text{Real}(N(j\omega_c)) &= 0 \\ \text{Im}(N(j\omega_c)) &= 0 \end{aligned}$$

Ví dụ : Vẽ QĐNS của một hệ thống có phương trình đặc tính có thông số K biến thiên như sau :

$$N(p) = p^3 + 3p^2 + (K+2)p + 10K = 0$$

Giải :

Trước tiên, ta biến đổi phương trình ở trên về dạng 3.6 như sau :

$$N(p) = (p^3 + 3p^2 + 2p) + K(p+10) = 0$$

Như vậy : $N_0(p) = (p^3 + 3p^2 + 2p)$ và $M_0(p) = (p+10)$

- Các điểm xuất phát của QĐNS :

$$N_0(p) = 0 \quad p_1' = 0; p_2' = -1; p_3' = -2;$$

- Các điểm kết thúc của QĐNS :

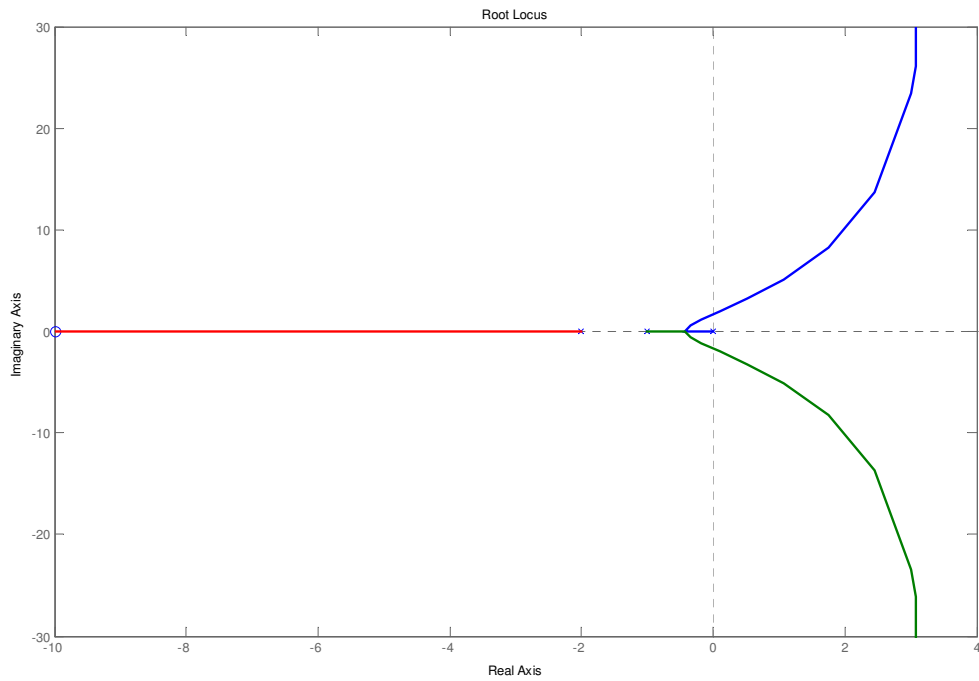
$$M_0(p) = 0 \quad p_1'' = -10$$

- Vậy có 3 điểm xuất phát, 1 điểm kết thúc nên sẽ có 2 quỹ đạo tiến ra vô cùng (tương ứng với 2 tiệm cận)

- Tâm tiệm cận : $R_0 = 7$

- Góc các tiệm cận so với trục hoành : $\alpha_k = (2k+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$

- Giao điểm với trục ảo : $\omega_c = \sqrt{\frac{20}{7}}$ tại $K = 6/7$.



Hình vẽ trên biểu diễn Quỹ đạo nghiệm số của hệ thống trong ví dụ trên (được vẽ bằng MATLAB).

Chương 4 CHẤT LƯỢNG CỦA QUÁ TRÌNH ĐIỀU KHIỂN

1 Khái niệm chung

Chất lượng của một hệ thống điều khiển tự động được đánh giá qua 2 chế độ : chế độ xác lập và quá trình quá độ.

1.1 Chế độ xác lập

Chất lượng điều khiển được đánh giá qua sai lệch tĩnh (hay còn gọi là sai số xác lập)
Sai lệch tĩnh (S_t) là sai lệch không đổi sau khi quá trình quá độ kết thúc.

1.2 Quá trình quá độ

Chất lượng của hệ thống được đánh giá qua 2 chỉ tiêu chính :

a) **Độ quá điều chỉnh lớn nhất σ_{max}** : là sai lệch cực đại trong quá trình quá độ so với giá trị xác lập, tính theo đơn vị phần trăm.

$$\sigma_{max} = \frac{y_{max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} * 100\% \tag{4.1}$$

b) **Thời gian quá độ lớn nhất T_{max}** :

Về mặt lý thuyết, quá trình quá độ kết thúc khi $t \rightarrow \infty$. Trong điều khiển tự động, ta có thể xem quá trình quá độ kết thúc khi sai lệch của tín hiệu được điều khiển với giá trị xác lập của nó không vượt quá 5% (một số tài liệu chọn biên độ là $\pm 2\%$). Khoảng thời gian đó gọi là **T_{max}** .

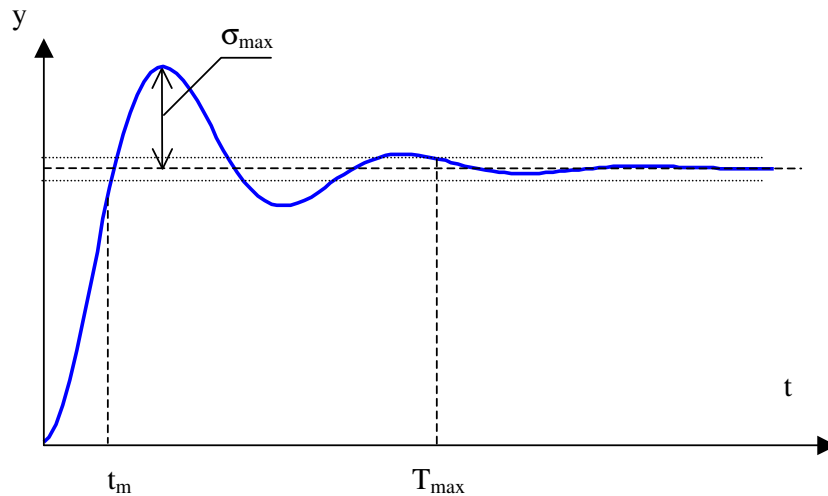
Thực tế điều khiển cho thấy : khi giảm σ_{max} thì T_{max} tăng và ngược lại.

Thông thường, qui định cho một hệ thống điều khiển :

$$\sigma_{max} = (20 \div 30)\%$$

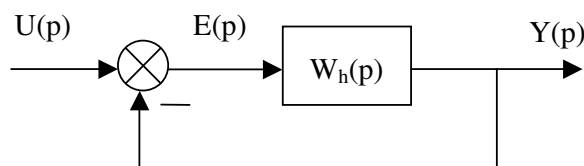
$$T_{max} = 2 \text{ đến } 3 \text{ chu kỳ dao động quanh giá trị xác lập}$$

c) **Thời gian tăng t_m** : là thời gian từ 0 đến lúc tín hiệu điều khiển đạt được 90% giá trị xác lập lần đầu tiên.



2 Đánh giá chất lượng ở chế độ xác lập

Xét một hệ thống kín phản hồi -1.



Theo định nghĩa, ta có :

$$S_t = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p)$$

Theo sơ đồ khối ở trên, ta có : $E(p) = \frac{U(p)}{1+W_h(p)}$

$$\text{Vậy } S_t = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{U(p)}{1+W_h(p)} \quad (4.2)$$

Trường hợp hệ thống kín bất kỳ, ta chuyển về hệ thống kín phản hồi -1 tương đương và áp dụng công thức tính sai lệch tĩnh cho hệ tương đương này.

Nhận xét : sai lệch tĩnh S_t phụ thuộc

- Hàm truyền đạt của hệ hở
- Tín hiệu kích thích.

Hàm truyền đạt của hệ hở có dạng tổng quát như sau :

$$W_h(p) = \frac{K \frac{b_m p^m + \dots + b_1 p + 1}{a_n p^{n-v} + \dots + 1}}{p^v} = \frac{K}{p^v} W_0(p)$$

v là bậc tích phân

2.1 Khi $u(t) = U_0 \cdot 1(t)$

$$U(p) = \frac{1}{p} \quad \Rightarrow \quad S_t = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{p^v} W_0(p)}$$

- Với $v = 0$: $S_t = \frac{U_0}{1+K}$
- Với $v = 1, 2, \dots$ $S_t = 0$

2.2 Khi $u(t) = U_0 \cdot t$

$$U(p) = \frac{U_0}{p^2} \quad \Rightarrow \quad S_t = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{U_0}{p \left[1 + \frac{K}{p^v} W_0(p) \right]}$$

- Với $v = 0$: $S_t = \infty$
- Với $v = 1$: $S_t = \frac{U_0}{K}$
- Với $v = 2, 3, \dots$ $S_t = 0$

3 Đánh giá chất lượng ở quá trình quá độ

Phải vẽ được đáp ứng quá độ $y(t)$ của hệ thống

3.1 Phân tích thành các biểu thức đơn giản

Trong phương pháp này, tín hiệu ra $Y(p)$ được phân tích thành tổng của các thành phần đơn giản. Sử dụng bảng tra Laplace hay hàm *ilaplace* trong MATLAB để tìm hàm gốc $y(t)$.

3.2 Phương pháp số Tustin

3.2.1 Nội dung phương pháp

Số hóa tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn để tìm đáp ứng thời gian, nghĩa là : chuyển hàm truyền đạt từ hệ liên tục sang hệ gián đoạn.

- Trong hệ gián đoạn, quan tâm đến $y(kT)$
- Biến đổi toán học trong hệ gián đoạn là $Y(z)$

- Đặc điểm : $y(kT) \rightarrow Y(z)$
 $y(k+m)T \rightarrow z^m Y(z)$

Xác định mối liên hệ giữa hệ liên tục và hệ gián đoạn

Xét một quan hệ giữa $Y(p)$ và $U(p)$ dưới dạng hàm truyền đạt :

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \tag{4.3}$$

Phương trình vi phân tương ứng là :

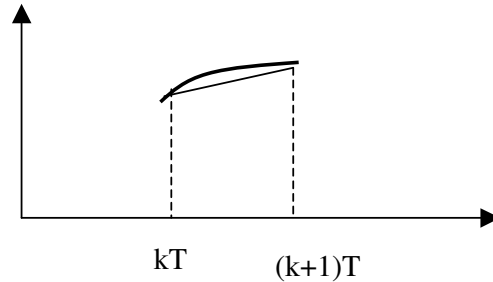
$$y(t) = \int_0^t u(t) dt \quad (\text{giả thiết các điều kiện}$$

đầu bằng 0)

Trên đường cong $u(t)$, $y(t)$ chính là diện tích xác định bởi đường cong $u(t)$ với trục hoành.

Ta có :

$$y[(k+1)T] - y(kT) = \frac{T}{2} [u(k+1)T + u(kT)]$$



Chuyển phương trình sai phân ở trên sang toán tử Z, ta có :

$$(z-1)Y(z) = \frac{T}{2}(z+1)U(z)$$

$$\Rightarrow W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} \tag{4.4}$$

Từ (4.3) và (4.4), ta có mối liên hệ :

$$\frac{1}{p} \leftrightarrow \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} \quad \text{hay} \quad p \leftrightarrow \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \tag{4.5}$$

3.2.2 Các bước tiến hành

- Xác định tín hiệu $Y(p)$ từ hàm truyền đạt $W(p)$ và tín hiệu vào $U(p)$
- Tìm $Y(z)$ tương đương nhờ thay $p = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ vào biểu thức của $Y(p)$
- Biến đổi Z ngược để tìm $y(kT)$

Ví dụ : Vẽ đặc tính thời gian của hệ thống có hàm truyền đạt :

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{10}{p^3 + 2p^2 + p + 1}$$

với $u(t) = 1t$.

Giải :

Chọn $T = 1s$, ta có :

$$p(p^3 + 2p^2 + p + 1)Y(p) = 10$$

$$\Rightarrow \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \left[\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right)^3 + 2 \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right)^2 + \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right) + 1 \right] Y(z) = U(z)$$

Thay $T = 1$, ta có :

$$2(z-1) \left[8(z-1)^3 + 8(z-1)^2(z+1) + 2(z-1)(z+1)^2 + (z+1)^3 \right] Y(z) = (z+1)^4 U(z)$$

$$\Rightarrow (a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0) Y(z) = (b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) U(z)$$

$$\Rightarrow a_4 y(k+4) = -a_3 y(k+3) - a_2 y(k+2) - a_1 y(k+1) - a_0 y(k) + (b_4 + b_3 + b_2 + b_1 + b_0)$$

Các hệ số a_i, b_j được xác định từ phương trình trên. Giả thiết biết trước các giá trị đầu $y(0), y(1), y(2), y(3)$, ta có thể tính lần lượt các giá trị còn lại của tín hiệu ra $y(kT)$.

3.3 Giải phương trình trạng thái

Nghiệm của phương trình trạng thái :

$$\dot{X} = AX + BU \tag{4.6}$$

$$Y = CX + DU$$

có dạng sau :

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau \tag{4.7}$$

$$Y(t) = C e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau + DU \tag{4.8}$$

Trong đó :

$$e^{At} = L^{-1} \{ (pI - A)^{-1} \}$$

Ghi chú :

$$A^{-1} = \frac{A_{adj}}{\det(A)} \text{ với } A_{adj} \text{ là ma trận có các phần tử } \tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A_{ji}) \text{ trong đó } A_{ji} \text{ là ma}$$

trận có được bằng cách bỏ đi hàng thứ j , cột thứ i .

Ví dụ : Cho hệ thống được biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái :

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = x_1$$

Tìm đáp ứng thời gian của hệ thống với $u(t) = 1(t)$ với trạng thái ban đầu $X = [0 \ 0]^T$.

Giải

Tính e^{At}

Ta có :

$$(pI - A)^{-1} = \begin{pmatrix} p+2 & -1 \\ 0 & p+1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{(p+1)(p+2)} \begin{pmatrix} p+1 & 1 \\ 0 & p+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p+2} & \frac{1}{(p+1)(p+2)} \\ 0 & \frac{1}{p+1} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow e^{At} = L^{-1} \{ (pI - A)^{-1} \} = \begin{pmatrix} e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ 0 & e^{-t} \end{pmatrix}$$

Theo công thức ở trên, ta có :

$$X(t) = \int_0^t \begin{pmatrix} e^{-2(t-\tau)} & e^{-(t-\tau)} - e^{-2(t-\tau)} \\ 0 & e^{-(t-\tau)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} 1(\tau) d\tau = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{e^{-2t}}{2} \\ 1 - e^{-t} \end{pmatrix}$$

$$y(t) = x_1 = \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{e^{-2t}}{2}$$

3.4 Sử dụng các hàm của MATLAB

- Hàm **step**: tìm hàm quá độ của một khâu
- Hàm **impulse**: tìm hàm trọng lượng của một khâu

Hàm **lsim**: phản ứng của khâu đối với tín hiệu vào bất kỳ.

Câu lệnh: **LSIM(sys,u,t)**

Với:

+ sys là tên của hàm truyền đạt đã được định nghĩa trước

+ u là vectơ tín hiệu vào

+ t là vectơ thời gian.

Ví dụ:

$t = 0:0.01:2*pi;$

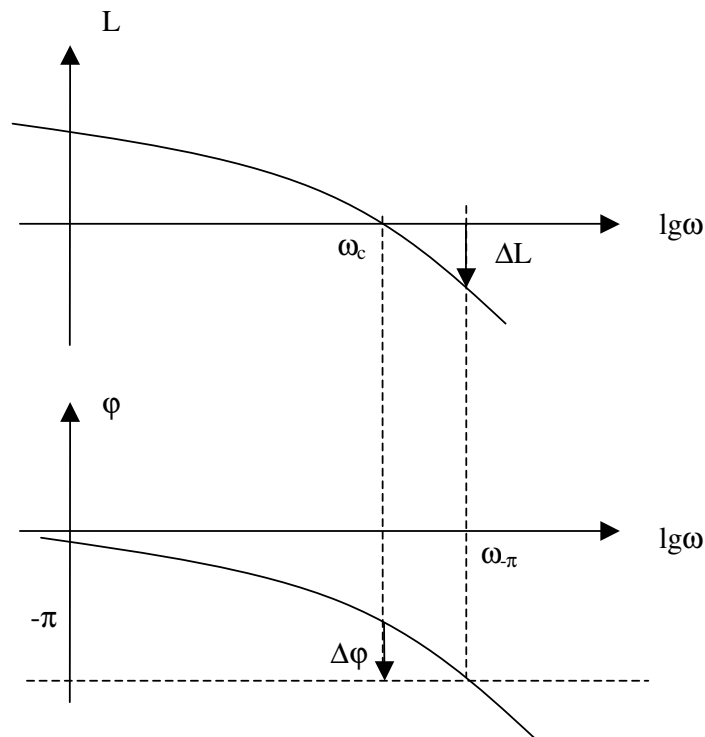
$u = \sin(t);$

$lsim(W1,u,t);$

4 Đánh giá thông qua độ dự trữ ổn định

4.1 Độ dự trữ biên độ

$$\Delta L = -L(\omega_{-\pi})$$



4.2 Độ dự trữ về pha

$$\Delta \varphi = 180 + \varphi(\omega_c)$$

Có thể xác định các độ dự trữ về biên độ, về pha bằng MATLAB

- MARGIN(SYS) : vẽ đặc tính tần số biên pha logarit + ghi các giá trị về độ dự trữ ổn định trên đặc tính
- [Gm,Pm]=MARGIN(SYS) : ghi các giá trị $G_m = \Delta L$; $P_m = \Delta \varphi$

* Tính chất : Yêu cầu của quá trình điều khiển (tham khảo)

$$\Delta L = 6 \div 12 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi \approx 45^\circ$$

4.3 Mối liên hệ giữa các độ dự trữ và chất lượng điều khiển

- Khi tần số cắt ω_c tăng : T_{max} giảm, t_m giảm.
- Khi tăng $\Delta \varphi$, độ quá điều lớn nhất σ_{max} giảm.

5 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống

5.1 Điều khiển được

5.1.1 Định nghĩa

Xét một hệ thống được mô tả toán học dưới dạng phương trình trạng thái :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases}$$

Với $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{r \times n}, D \in \mathbb{R}^{r \times m}$

Một hệ thống được gọi là **điều khiển được** nếu từ một vector ban đầu X_0 bất kỳ, ta luôn có thể tìm được vector tín hiệu U_d để chuyển hệ thống từ trạng thái X_0 đến trạng thái X_d mong muốn.

5.1.2 Điều kiện

Xây dựng ma trận điều khiển

$$P = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$$

Điều kiện cần và đủ để một hệ thống mô tả toán học dưới dạng phương trình trạng thái điều khiển được là $\text{rank}(P) = n$.

Nhận xét :

- Tính điều khiển được chỉ phụ thuộc vào các ma trận trạng thái A, B.
- Liên quan đến việc chọn các biến trạng thái

Ví dụ :

Cho hệ thống có mô tả toán học dưới dạng hàm truyền đạt như sau :

$$W(p) = \frac{20}{2p^2 + p + 4}$$

Giả sử đặt các biến trạng thái là :

$$x_1 = y$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

Xác định tính điều khiển được của hệ thống.

Giải

Ta có :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.5x_2 + 10u \end{cases} \text{ hay } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

Ma trận P

$$P = [B, AB] = \begin{bmatrix} 0 & \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \\ 10 & \begin{pmatrix} -2 & -0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\det(P) = -100 \neq 0 \text{ nên } \text{rank}(P) = 2.$$

Vậy hệ thống với cách đặt biến trạng thái như trên là điều khiển được.

5.2 Tính quan sát được

5.2.1 Định nghĩa

Một hệ thống được gọi là **quan sát được** nếu từ các vector U và Y đã có, ta có thể xác định được các biến trạng thái X của hệ thống.

5.2.2 Điều kiện

Xây dựng ma trận quan sát

$$L = [C', A'C', (A')^2C', \dots, (A')^{n-1}C']$$

Điều kiện cần và đủ để một hệ thống mô tả toán học dưới dạng phương trình trạng thái quan sát được là $\text{rank}(L) = n$.

Nhận xét :

- Tính điều khiển được chỉ phụ thuộc vào các ma trận trạng thái A, C.

Ví dụ :

Xét trong ví dụ ở trên, ma trận trạng thái C sẽ là :

$$C = [1 \ 0]$$

Ma trận quan sát

$$L = [C' \ A'C'] = \begin{bmatrix} 1 & \begin{pmatrix} 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Do $\text{rank}(L) = 2$ nên hệ ở trên quan sát được.

Chương 5

NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG

1 Khái niệm chung

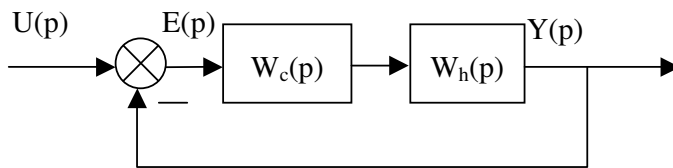
Trong một hệ thống điều khiển tự động, vai trò của bộ điều khiển C là :

- Ổn định hóa hệ thống
- Nâng cao chất lượng điều khiển.

2 Các bộ điều khiển – Hiệu chỉnh hệ thống

2.1 Khái niệm

- Có nhiều loại bộ điều khiển (khác nhau về cấu tạo, mô tả toán học, tác dụng điều khiển,...)
- Mục đích là nhằm thay đổi các giá trị về ΔL , $\Delta \varphi$, tần số cắt \rightarrow thay đổi chất lượng hệ thống



- Sau khi mắc bộ điều khiển, ta sẽ có :
 $L' = L_c + L_h$
 $\varphi' = \varphi_c + \varphi_h$

2.2 Bộ điều khiển tỉ lệ P

2.2.1 Hàm truyền đạt

$$W(p) = K$$

2.2.2 Đặc tính tần số logarit

$$L = 20 \lg K$$

$$\varphi = 0$$

Nhận xét :

- Tăng (giảm) biên độ trên toàn đặc tính
- Không làm thay đổi về pha.

2.2.3 Tác dụng điều khiển

2.3 Bộ bù sớm pha Lead

2.3.1 Hàm truyền đạt

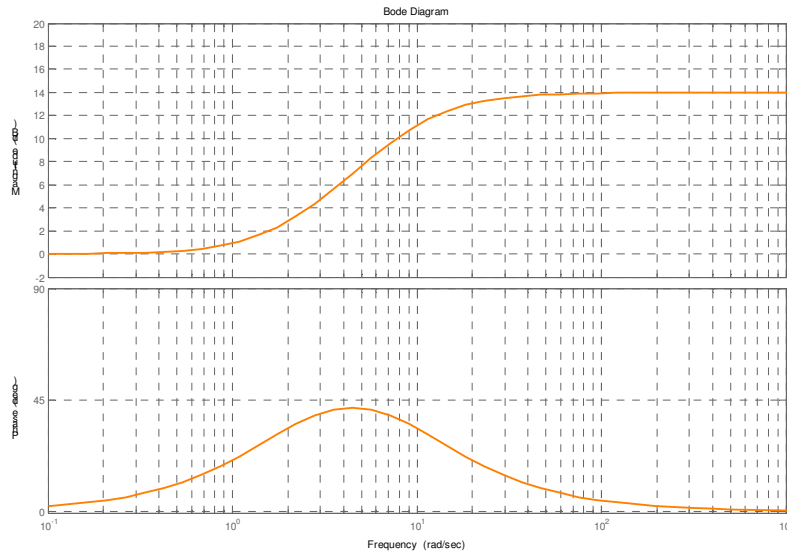
$$W(p) = K \frac{aTp + 1}{Tp + 1}, a > 1$$

2.3.2 Đặc tính tần số logarit

$$\varphi = \arctg(aT\omega) - \arctg(T\omega)$$

$$\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\sin \varphi_{max} = \frac{a-1}{a+1} > 0$$



Đặc tính logarit của bộ bù sớm pha (K=1, T=0.1, a = 5)

Nhận xét :

- Đặc tính biên độ làm tăng hệ số khuếch đại ở vùng tần số cao
- Gây ra sự vượt pha ở vùng tần số trung bình.

2.3.3 Tác dụng hiệu chỉnh

Tùy thuộc vào cách chọn hệ số khuếch đại K, các thông số a, T mà tác dụng hiệu chỉnh rất khác nhau. Nên tận dụng sự vượt pha ở tần số trung bình để làm tăng độ dự trữ về pha của hệ thống.

2.4 Bộ bù trễ pha Leg

2.4.1 Hàm truyền đạt

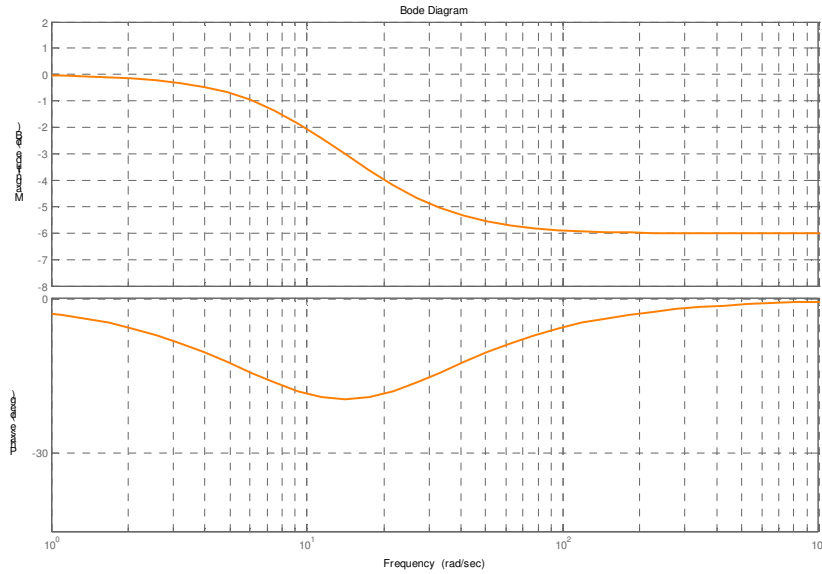
$$W(p) = K \frac{aTp + 1}{Tp + 1}, a < 1$$

2.4.2 Đặc tính tần số logarit

$$\varphi = \text{arctg}(aT\omega) - \text{arctg}(T\omega)$$

$$\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\sin \varphi_{max} = \frac{a-1}{a+1} < 0$$



Đặc tính logarit của bộ bù trễ pha ($K=1, T=0.1, a = 0.5$)

Nhận xét :

- Đặc tính biên độ làm giảm hệ số khuếch đại ở vùng tần số cao
- Gây ra sự chậm pha ở vùng tần số trung bình.

2.4.3 Tác dụng hiệu chỉnh

- Có thể tăng hệ số khuếch đại của hệ thống mà không ảnh hưởng đến tần số cắt.
- Tránh sự chậm pha do bộ điều khiển gây ra làm ảnh hưởng đến độ dự trữ về pha.

2.5 Bộ bù trễ-sớm pha Leg -Lead

2.5.1 Hàm truyền đạt

$$W(p) = K \left(\frac{a_1 T_1 p + 1}{T_1 p + 1} \right) \left(\frac{a_2 T_2 p + 1}{T_2 p + 1} \right)$$

$$a_1 < 1, a_2 > 1$$

2.5.2 Đặc tính tần số logarit

$$\omega_{max1} = \frac{1}{T_1 \sqrt{a_1}}; \sin \varphi_{max1} = \frac{a_1 - 1}{a_1 + 1} < 0$$

$$\omega_{max2} = \frac{1}{T_2 \sqrt{a_2}}; \sin \varphi_{max2} = \frac{a_2 - 1}{a_2 + 1} < 0$$

Nhận xét :

- Bộ bù leg-lead gồm 2 bộ bù nối tiếp.
- Để phát huy ưu điểm của bộ bù, phần trễ pha nên ở tần số thấp, phần sớm pha ở tần số trung bình hay tần số cao. Do đó điều kiện các thông số là :

$$\frac{1}{T_1 \sqrt{a_1}} < \frac{1}{T_2 \sqrt{a_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} > \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2$$

2.5.3 Tác dụng hiệu chỉnh

- Chọn các thông số thích hợp sẽ làm tăng $\Delta\varphi$
- Tăng hệ số khuếch đại của hệ thống.

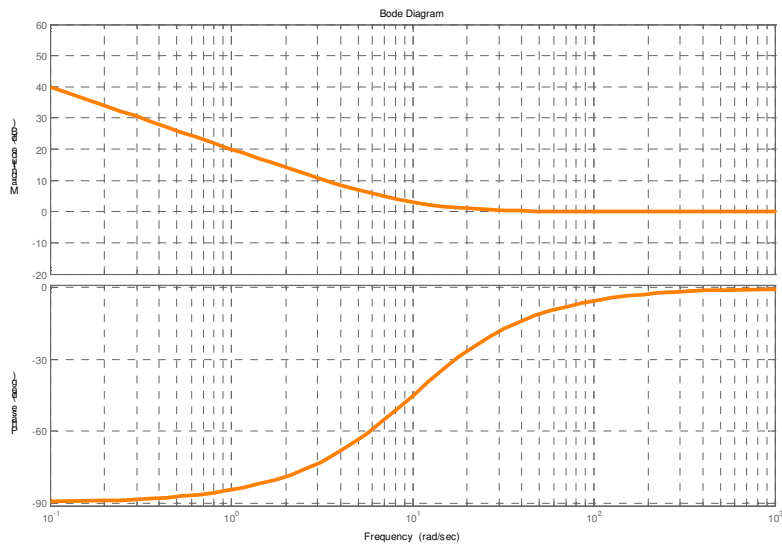
2.6 Bộ điều khiển PI (Proportional Integral Controller)

2.6.1 Hàm truyền đạt

$$W(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

2.6.2 Đặc tính tần số logarit

$$\varphi = \text{arctg}(T_i \omega) - \pi/2$$



Đặc tính logarit của bộ điều khiển PI ($K=1$, $T_i=0.1$)

Nhận xét :

- Tăng 1 bậc tích phân
- Gây ra sự chậm pha ở vùng tần số thấp.

2.6.3 Tác dụng hiệu chỉnh

- Giảm bậc sai lệch tĩnh.
- Tác dụng hiệu chỉnh phụ thuộc rất lớn vào việc chọn thông số bộ điều khiển.

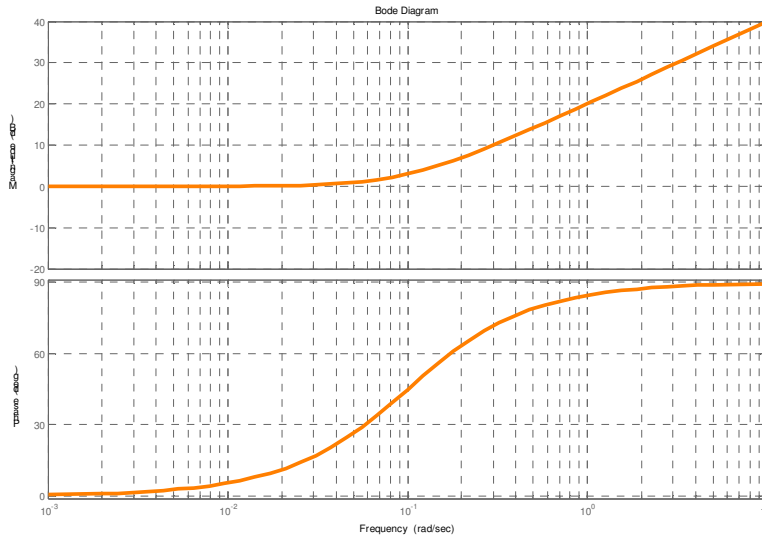
2.7 Bộ điều khiển PD (Proportional Derivative Controller)

2.7.1 Hàm truyền đạt

$$W(p) = K (1 + T_D p)$$

2.7.2 Đặc tính tần số logarit

$$\varphi = \text{arctg}(T_D \omega)$$



Đặc tính logarit của bộ điều khiển PD (K=1, Td=10)

Nhận xét :

- Gây ra sự vượt pha ở vùng tần số cao.
- Tăng hệ số khuếch ở tần số cao

2.7.3 Tác dụng hiệu chỉnh

- Góp phần cải thiện $\Delta\phi$.
- Tăng mạnh hệ số khuếch đại tín hiệu ở tần số cao -> dễ bị ảnh hưởng của nhiễu.

2.8 Bộ điều khiển PID (Proportional Integral Derivative Controller)

2.8.1 Hàm truyền đạt

$$W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K_p + \frac{K_I}{p} + K_D p$$

Ta có :

$$W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = \frac{K_p}{T_i p} (1 + T_i p + T_d T_i p^2) = \frac{K_I}{p} (1 + T_1 p)(1 + T_2 p)$$

với $\begin{cases} T_1 T_2 = T_d T_i \\ T_1 + T_2 = T_i \end{cases} \quad K_I = K/T_i$

Giải hệ phương trình ở trên, ta được

$$\begin{cases} T_1 = \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_d}{T_i}} \right) \\ T_2 = \frac{T_i}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{T_d}{T_i}} \right) \end{cases} \quad \text{nếu } T_i \geq 4T_d \text{ (giả thiết } T_1 > T_2)$$

Hay

$$W(p) = K T_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p} \right) (1 + T_2 p) = W_{PI}(p) * W_{PD}(p)$$

2.8.2 Đặc tính tần số logarit

Nhận xét :

- Là sự kết hợp của bộ điều khiển PI và PD

2.8.3 Tác dụng hiệu chỉnh

- PI : giảm bậc sai lệch tĩnh
- PD : tăng $\Delta\varphi$

3 Tổng hợp hệ thống theo các tiêu chuẩn tối ưu

3.1 Phương pháp tối ưu modun

- Khảo sát hệ kín phản hồi -1. Hàm truyền hệ kín là $W_k(p) = \frac{W_c(p) * W_h(p)}{1 + W_c(p) * W_h(p)}$

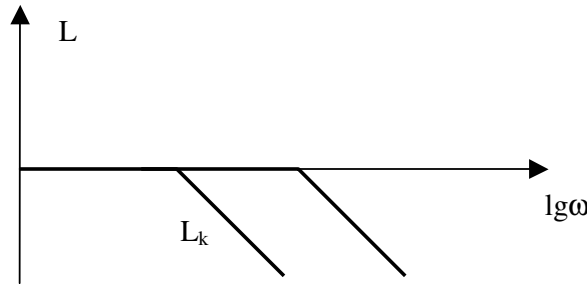
- Một trong những tiêu chuẩn để chọn bộ điều khiển $W_c(p)$ là tín hiệu ra luôn bám theo tín hiệu vào, nghĩa là $Y(p) = X(p)$ hay $|W_k(p)| = 1, \forall \omega$.

- Thực tế, việc đạt được tiêu chuẩn này là vô cùng khó khăn do : bản thân hệ thống có quán tính, dao động, trễ,... Tuy nhiên những hệ thống thực tế lại có một đặc điểm tự nhiên hợp lý là suy giảm mạnh ở tần số cao, nhờ vậy mà nó tồn tại với nhiều.

- Để thỏa thuận giữa yêu cầu lý tưởng và điều kiện thực tế, yêu cầu là tổng hợp hệ thống sao cho

$$|W'_k(j\omega)| \approx 1 \tag{*}$$

trong một dải tần số càng rộng càng tốt.



hay nói cách khác $L_k = 20 \lg A_k \approx 0$. Dải tần số làm $L_k = 0$ càng lớn thì chất lượng hệ thống kín càng cao.

Phương pháp này hiện nay chỉ mới được áp dụng cho một số hệ hờ đặc biệt dưới đây. Trường hợp các hệ tổng quát, ta đưa về các hệ đặc biệt nhờ phương pháp gần đúng.

3.1.1 Hệ hờ là khâu quán tính bậc nhất

- Hệ hờ : $W_h(p) = \frac{K}{Tp + 1}$

- Bộ điều khiển $W_c(p) = \frac{K_p}{T_i p}$

- Hệ hờ với bộ điều khiển : $W'_h(p) = \frac{K}{T_R(Tp + 1)}$ với $T_R(p) = \frac{T_i}{K_p}$

- Hàm truyền hệ kín với bộ điều khiển

$$W'_k(p) = \frac{K}{T_R p(Tp + 1) + K}$$

$$\Rightarrow |W'_k(p)| = \frac{K}{\sqrt{(K - T_R T \omega^2)^2 + (\omega T_R)^2}}$$

Do đó $|W'_k(p)|^2 = \frac{K^2}{K^2 + (T_R^2 - 2KT_R T)\omega^2 + T_R^2 T^2 \omega^4}$

Để điều kiện (*) thỏa mãn trong dải tần số càng rộng càng tốt, ta có thể chọn T_R sao cho :

$$T_R^2 - 2KT_R T = 0 \Leftrightarrow T_R = \frac{T_i}{K_p} = 2KT$$

3.1.2 Hệ hở là khâu quán tính bậc 2

- Hệ hở :
$$W_h(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

- Bộ điều khiển
$$W_c(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

- Trước tiên chọn $T_1 = T_1$ để bù mẫu số $(T_1p + 1)$. Thực hiện tương tự phần còn lại, ta sẽ được :

$$T_R = \frac{T_i}{K_p} = 2KT_2 \Rightarrow K_p = \frac{T_1}{2KT_2}$$

3.1.3 Hệ hở là khâu quán tính bậc 3

- Hệ hở :
$$W_h(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$$

- Bộ điều khiển
$$W_c(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = \frac{(1+T_1'p)(1+T_2'p)}{T_R p}$$
 với $T_R(p) = \frac{T_i}{K_p}$

trong đó :
$$T_1' + T_2' = T_i$$

$$T_1' T_2' = T_i T_d$$

- Đầu tiên, ta chọn $T_1' = T_1; T_2' = T_2$

Sau đó đơn giản các biểu thức và thực hiện như trên, ta được $K_p = \frac{T_1 + T_2}{2KT_3}$.

3.2 Phương pháp tối ưu đối xứng

- Nhược điểm của tổng hợp tối ưu modul ở trên là hệ hở phải ổn định, hàm quá độ h(t) có dạng tiếp xúc với trục hoành tại gốc 0.

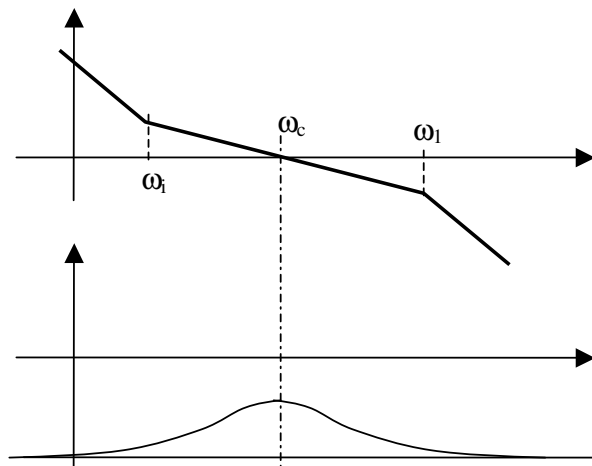
- Xét hệ kín phân hồi -1, ta có :

$$W_k' = \frac{W_h'}{1+W_h'} \Rightarrow W_h' = \frac{W_k'}{1-W_k'}$$

- Từ phương pháp tối ưu modul, thay vì để $|W_k'(j\omega)| \approx 1$, ta phải xác định bộ điều khiển sao cho

$$|W_h'(j\omega)| \gg 1 \tag{**}$$

- Đặc tính tần số logarit mong muốn là :



Đặc tính xây dựng có 3 phần

+ Tần số thấp : L cực lớn để sai lệch tĩnh bằng 0

+ Vùng tần số trung bình : liên quan trực tiếp đến chất lượng của hệ kín. Vùng này mang tính chất đối xứng

+ Vùng tần số cao : L cực bé để giảm ảnh hưởng của nhiễu.

- Để có được đặc tính mong muốn như trên, hệ hở với bộ điều khiển có đặc tính là :

$$W_h'(p) = \frac{K_h(1+T_i p)}{p^2(1+T_1 p)}$$

3.2.1 Đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc nhất

$$W_h(p) = \frac{K}{p(1+T_1 p)}$$

$$\Rightarrow W_c(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

3.2.2 Đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc hai

$$W_h(p) = \frac{K}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

$$\Rightarrow W_c(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

Chương 6

HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN GIÁN ĐOẠN (Hệ xung số)

1 Khái niệm chung

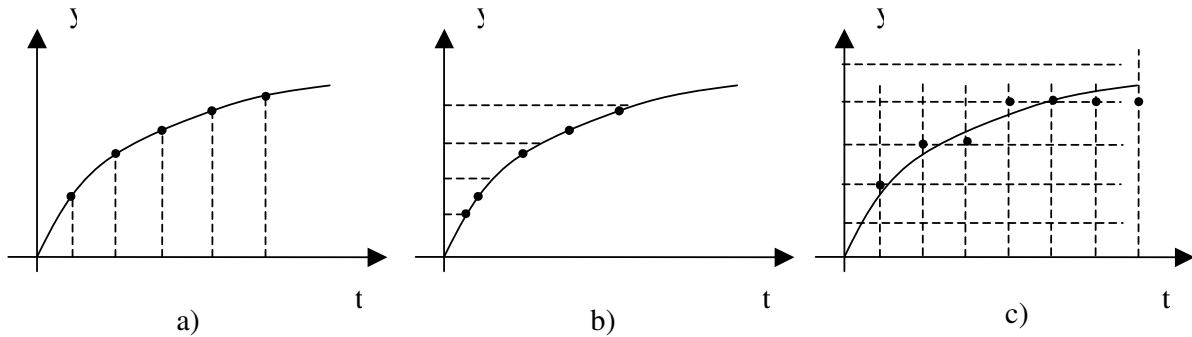
- Trong điều khiển, người ta phân thành 2 loại hệ thống : hệ liên tục và hệ không liên tục. Trong hệ không liên tục lại có 2 loại chính là : hệ gián đoạn (hệ xung số) và hệ thống với các sự kiện gián đoạn. Và đặc điểm của hệ gián đoạn là ta chỉ có thể quan sát các trạng thái của hệ thống một cách gián đoạn nhưng có chu kỳ (T).

- Nguyên nhân hình thành các hệ thống gián đoạn là :

- Sự hình thành của các bộ điều khiển số : linh hoạt, dễ dàng thay đổi và khống chế các thông số.
- Giám sát các tín hiệu bằng các thiết bị điện tử số.

- Quá trình biến đổi tín hiệu liên tục thành gián đoạn gọi là lượng tử hóa (trong kỹ thuật gọi là lấy mẫu). Có 3 hình thức lấy mẫu :

- Theo thời gian (a)
- Theo mức (b)
- Hỗn hợp (c)



2 Phép biến đổi Z

Để thuận tiện cho việc giải quyết các bài toán liên quan đến tín hiệu gián đoạn, người ta dùng phép biến đổi Z.

2.1 Định nghĩa

Giả sử $f(t)$ là hàm liên tục được lượng tử hóa bằng phương pháp thời gian với chu kỳ lấy mẫu T. Trong giải tích, hàm $f(t)$ được viết như sau :

$$f^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)\delta(t-iT) \tag{6.1}$$

Trong đó :

- $f^*(t)$: là hàm liên tục đã được lấy mẫu (hàm được lượng tử hóa)
- $\delta(t-iT)$ là xung dirac tại thời điểm $t - iT$

Biến đổi laplace của hàm $f^*(t)$ như sau :

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} f^*(t)e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} \left[\sum_{i=0}^{\infty} f(iT)\delta(t-iT) \right] e^{-pt} dt = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} f(iT)\delta(t-iT)e^{-pt} dt$$

$$\Rightarrow F^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)e^{-ipT} \tag{6.2}$$

Đặt $z = e^{pT}$ (6.3)

Từ (6.2) và (6.3), ta có :

$$F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)z^{-i} \tag{6.4}$$

$F(z)$ được gọi là biến đổi Z của hàm gián đoạn $f(iT)$. Ký hiệu là :

$$F(z) = \mathbf{Z}\{f(iT)\}$$

Hay $f(iT) = \mathbf{Z}^{-1}\{F(z)\}$

Nhận xét :

- Biến đổi Z là dạng biến đổi laplace.
- Chỉ có biến đổi Z của hàm gián đoạn chứ không có biến đổi Z của hàm liên tục.

Ví dụ : Cho hàm $f(t) = e^{-at}$. Tìm biến đổi Z của hàm $f(iT)$.

Giải

Ta có $f(t) = e^{-at}$ nên $f(iT) = e^{-aiT}$.

Theo định nghĩa

$$F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)z^{-i} = 1 + e^{-aT}z^{-1} + e^{-2aT}z^{-2} + \dots$$

$$F(z) = \frac{1}{1 - e^{-aT}z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

với điều kiện $e^{-aT}z^{-1} < 1$.

Một số sách để đơn giản trong cách viết, người ta bỏ thời gian lấy mẫu T, nghĩa là:

$$F(z) = \mathbf{Z}\{f(i)\} = \frac{z}{z - e^{-a}}$$

2.2 Một số tính chất của biến đổi Z

- Tính tuyến tính

$$\mathbf{Z}\{af_1(iT) + bf_2(iT)\} = aF_1(z) + bF_2(z)$$

- Tính dịch chuyển hàm gốc

$$\mathbf{Z}\{f(i+1)T\} = zF(z) - zf(0)$$

$$\mathbf{Z}\{f(i+m)T\} = z^m F(z) - \sum_{j=0}^{m-1} f(j)z^{m-j}$$

Nếu tất cả các điều kiện đầu bằng 0 thì

$$\mathbf{Z}\{f(i+m)T\} = z^m F(z)$$

- Giá trị đầu của hàm gốc

$$f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

- Giá trị cuối của hàm gốc

$$f_{\infty} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z)$$

2.3 Biến đổi Z ngược

2.3.1 Tra bảng

Phân tích hàm $F(z)$ thành các thành phần đơn giản và thực hiện tra bảng.

2.3.2 Phương pháp chuỗi lũy thừa

Theo định nghĩa, ta có:

$$F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)z^{-i} = f(0) + f(T)z^{-1} + f(2T)z^{-2} + \dots$$

Do đó nếu có thể phân tích hàm $F(z)$ thành chuỗi lũy thừa có chứa các thành phần z^{-i} , ta có thể biết được $f(iT)$.

Ví dụ :

$$F(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$$

Phân tích hàm $F(z)$ ở trên ta được :

$$F(z) = z^{-1} + 3z^{-2} + 7z^{-3} + 15z^{-4} + \dots$$

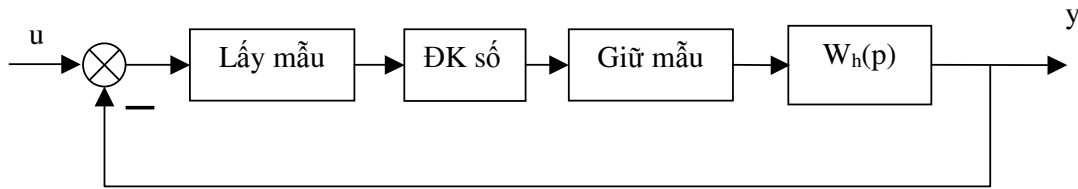
Vậy $f(iT) = 2^i - 1$.

3 Lấy mẫu và giữ mẫu

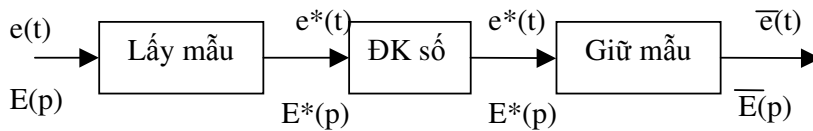
3.1 Khái niệm

Để có thể đưa bộ điều khiển số vào hệ thống, cần có quá trình lấy mẫu và giữ mẫu.

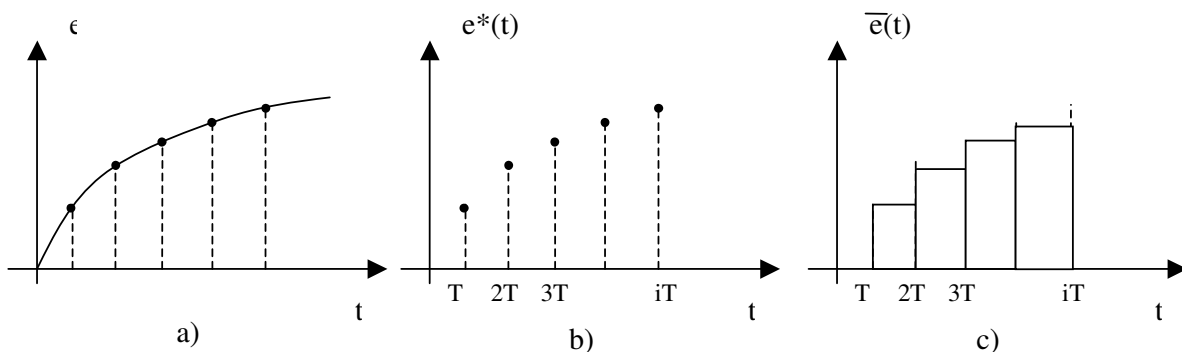
- Lấy mẫu là chuyển tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn.
- Giữ mẫu là quá trình chuyển tín hiệu gián đoạn thành tín hiệu liên tục.



Khảo sát một quá trình lấy mẫu và giữ mẫu đơn giản như hình vẽ sau, trong đó tín hiệu gián đoạn không qua bất kỳ một khâu biến đổi nào.



Đặc điểm thời gian của các tín hiệu trên như sau :



Nhận xét :

$\bar{e}(t)$ là tín hiệu liên tục từng đoạn. Sau quá trình biến đổi (lấy mẫu và giữ mẫu), $\bar{e}(t)$ khác với $e(t)$ ban đầu. Khi tần số lấy mẫu lớn càng lớn (T bé) thì $\bar{e}(t)$ càng gần giống dạng của $e(t)$.

3.2 Lấy mẫu

Phương trình của tín hiệu $e^*(t)$ sau khi được lấy mẫu là :

$$e^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} e(iT)\delta(t-iT) \tag{6.5}$$

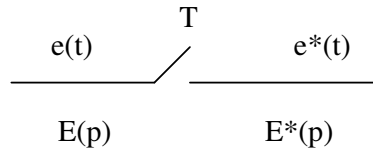
Do đó :

$$E^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} e(iT)e^{-ipT} \tag{6.6}$$

3.2.1 Định nghĩa

Một bộ lấy mẫu được gọi là lý tưởng nếu sau khi lấy mẫu, ảnh laplace của tín hiệu lấy mẫu có biểu thức như trong 6.6.

Sơ đồ thay thế của bộ lấy mẫu lý tưởng như sau :



Nếu biết ảnh laplace của tín hiệu cần lấy mẫu E(p), ta có thể tìm được ảnh laplace của tín hiệu đã được lấy mẫu lý tưởng theo biểu thức sau :

$$E^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E\left(p + jn \frac{2\pi}{T}\right) + \frac{e(0)}{2} \tag{6.7}$$

Ghi chú : có khả năng nhiều tín hiệu khác nhau sau khi được lấy mẫu sẽ có phương trình toán học như nhau.

3.2.2 Định lý lấy mẫu (định lý Shannon)

Một tín hiệu liên tục theo thời gian e(t) chỉ có thể phục hồi sau quá trình lấy mẫu nếu thỏa mãn điều kiện :

$$f \geq 2f_{max} \tag{6.8}$$

Trong đó :

- f là tần số lấy mẫu (f = 1/T)
- f_{max} là tần số cực đại của tín hiệu cần lấy mẫu

3.2.3 Tính chất của tín hiệu E*(p)

Tính chất 1

Hàm E*(p) tuần hoàn trong mặt phẳng p với chu kỳ jω_p trong đó ω_p = $\frac{2\pi}{T}$ (T là chu kỳ lấy mẫu)

Tính chất 2

Nếu E(p) có một cực tại p = p₁ thì E*(p) phải có cực tại p = p₁ + jω_p với m = 0, ±1, ±2,...

3.3 Giữ mẫu

3.3.1 Bộ giữ mẫu bậc 0

Đặc điểm của bộ giữ mẫu bậc 0 là tín hiệu được giữ mẫu không đổi giữa 2 lần lấy mẫu và bằng giá trị của lần giữ mẫu trước đó (xem hình vẽ trên)

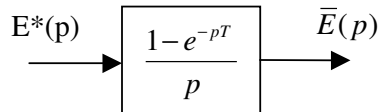
$$\bar{e}(t) = e(0)[1(t) - 1(t-T)] + e(T)[1(t-T) - 1(t-2T)] + \dots$$

$$\begin{aligned} \bar{E}(p) &= e(0) \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-pT} \right] + e(T) \left[\frac{1}{p} e^{-pT} - \frac{1}{p} e^{-2pT} \right] + \dots \\ \Rightarrow &= \left[\frac{1 - e^{-pT}}{p} \right] \left[e(0) + e(T)e^{-pT} + e(2T)e^{-2pT} + \dots \right] \\ &= \left[\frac{1 - e^{-pT}}{p} \right] \sum_{i=0}^{\infty} e(iT)e^{-ipT} \end{aligned}$$

Kết hợp với 6.6, ta được

$$\bar{E}(p) = \left[\frac{1 - e^{-pT}}{p} \right] E^*(p) \tag{6.8}$$

Như vậy, mô tả toán học của bộ giữ mẫu bậc 0 (Zero Order Hold) là :



Hàm truyền đạt của bộ giữ mẫu bậc 0 là :

$$W_{ZOH}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p} \tag{6.9}$$

3.3.2 Bộ giữ mẫu bậc 1

Tín hiệu giữ mẫu giữa 2 lần lấy mẫu liên tiếp nT và (n+1)T là

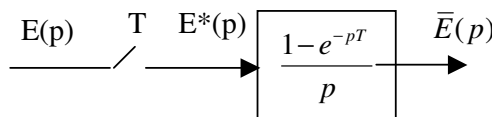
$$e_n(t) = e(nT) + e'(nT)(t - nT), \quad nT \leq t < (n+1)T$$

với
$$e'(nT) = \frac{e(nT) - e[(n-1)T]}{T}$$

Chứng minh tương tự, ta tìm được hàm truyền đạt của bộ giữ mẫu bậc nhất (First Order Hold) là :

$$W_{FOH}(p) = \left(\frac{1 + pT}{T} \right) \left(\frac{1 - e^{-pT}}{p} \right)^2$$

Như vậy, sơ đồ thay thế của bộ lấy mẫu và giữ mẫu là :



Chú ý : Bộ lấy mẫu và giữ mẫu trong sơ đồ trên không thể là mô hình toán học cho một thiết bị cụ thể nào trong thực tế. Tuy nhiên, sự kết hợp giữa bộ lấy mẫu và giữ mẫu lại là mô hình chính xác của bộ chuyển đổi ADC và DAC.

4 Hàm truyền đạt hệ gián đoạn

Định nghĩa

Hàm truyền đạt hệ gián đoạn, ký hiệu là W(z), là tỉ số giữa tín hiệu ra với tín hiệu vào dưới dạng toán tử z.

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} \tag{6.10}$$

4.1 Xác định hàm truyền đạt W(z) từ hàm truyền đạt hệ liên tục

4.1.1 Mối liên hệ giữa E*(p) và E(z)

Theo công thức (6.6), ta có ảnh laplace của tín hiệu liên tục e(t) sau khi được lượng tử hóa là :

$$E^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} e(iT)e^{-ipT}$$

Cũng tín hiệu liên tục e(t), sau khi được lượng tử hóa và thực hiện biến đổi Z, theo công thức (6.4), ta có :

$$E(z) = \sum_{i=0}^{\infty} e(iT)z^{-i}$$

Từ 2 công thức ở trên, có thể thấy rằng :

$$E(z) = E^*(p) \Big|_{e^{pT}=z} \tag{6.11}$$

$$E^*(p) = E(z) \Big|_{z=e^{pT}} \tag{6.12}$$

Ví dụ : Cho một tín hiệu liên tục có ảnh laplace là :

$$E(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)}$$

Tìm ảnh E*(p) và E(z).

Giải

Ta có:

$$E(p) = \frac{1}{(p+1)} - \frac{1}{(p+2)}$$

Tra bảng có sẵn, ta có :

$$E(z) = \frac{z}{(z-e^{-T})} - \frac{z}{(z-e^{-2T})} = \frac{z(e^{-T} - e^{-2T})}{(z-e^{-T})(z-e^{-2T})}$$

$$\Rightarrow E^*(p) = \frac{e^{pT}(e^{-T} - e^{-2T})}{(e^{pT} - e^{-T})(e^{pT} - e^{-2T})}$$

Chú ý : chúng ta sẽ dùng ký hiệu sau để biểu diễn ảnh laplace của tín hiệu được lượng tử hóa

$$E^*(p) = \{E(p)\}^* \tag{6.13}$$

Tính chất của phép biến đổi *(p)

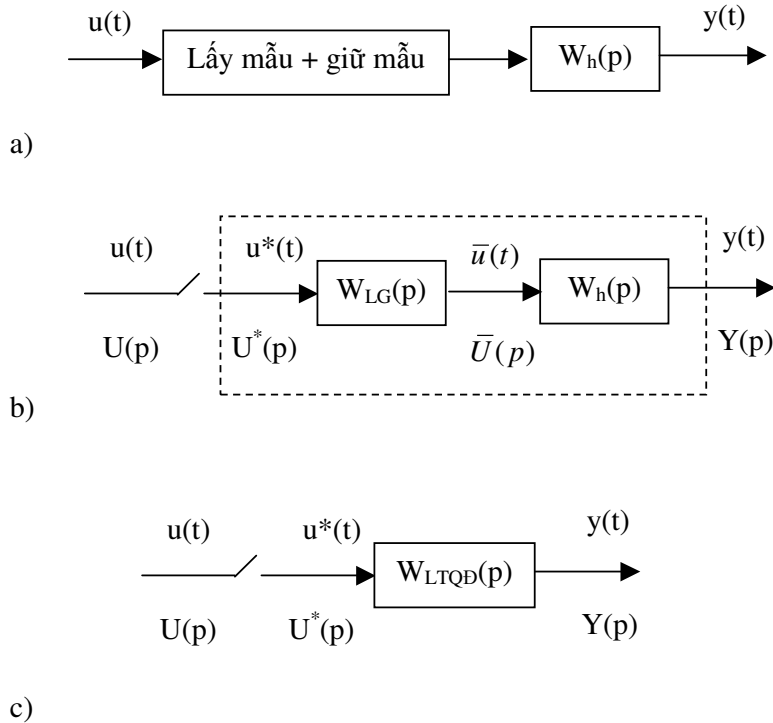
Nếu ta có quan hệ

$$F(p) = H(p).E^*(p) \tag{6.14}$$

thì $F^*(p) = H^*(p).E^*(p) \tag{6.15}$

4.1.2 Hàm truyền đạt hệ hở

Xét một hệ hở gián đoạn có sơ đồ khối như hình vẽ



Hàm truyền đạt phân liên tục quy đổi là :

$$W_{LTQD}(p) = W_{LG}(p)W_h(p)$$

Tín hiệu ra là :

$$Y(p) = W_{LTQD}(p)U^*(p) = W_{LG}(p)W_h(p)U^*(p)$$

Thực hiện biến đổi *(p) 2 vế phương trình trên, ta được

$$Y^*(p) = \{W_{LG}(p)W_h(p)\}^* U^*(p)$$

Biết rằng biến đổi *(p) và biến đổi Z là tương đương, do đó :

$$Y(z) = Z\{W_{LG}(p)W_h(p)\}U(z)$$

Hàm truyền đạt hệ gián đoạn hờ vì vậy được tính :

$$W_h(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\{W_{LG}(p)W_h(p)\} \tag{6.16}$$

Trường hợp bộ giữ mẫu là bậc 0, $W_{LG}(p) = \frac{1-e^{-pT}}{p}$, ta có :

$$W_h(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p}W_h(p)\right\} = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{W_h(p)}{p}\right\} \tag{6.17}$$

Ví dụ : Tìm hàm truyền đạt hệ gián đoạn hờ biết $W_h(p) = \frac{1}{p+1}$ và bộ giữ mẫu là bậc 0. Giả sử tín

hiệu vào là $u(t) = 1(t)$. Tìm phương trình của tín hiệu ra.

Giải

Áp dụng công thức trên, ta có :

$$W_h(z) = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{1}{p(p+1)}\right\} = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}$$

$$u(t) = 1(t) \Rightarrow U(z) = \frac{z}{z-1}$$

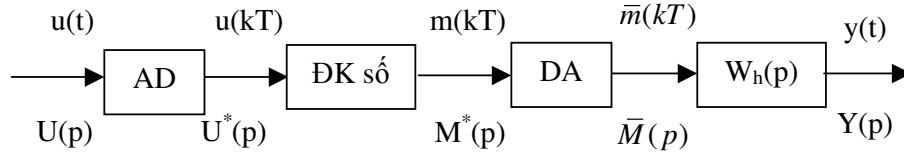
$$Y(z) = W_h(z)U(z) = \frac{z(1-e^{-T})}{(z-1)(z-e^{-T})} = \frac{z}{z-1} - \frac{e^{-T}}{(z-e^{-T})}$$

Biến đổi Z^{-1} , ta được
 $y(iT) = 1 - e^{-iT}$

Chú ý : Với hệ thống gián đoạn, ta chỉ có thể biết được giá trị của tín hiệu ở ngõ ra tại những thời điểm lấy mẫu. Ở giữa các khoảng lấy mẫu, ta không thể biết được giá trị chính xác của tín hiệu.

4.1.3 Hệ hở có bộ điều khiển số

Xét hệ hở có bộ điều khiển số như sau :



Trong đó bộ điều khiển số có hàm truyền là :

$$W_c(z) = \frac{M(z)}{U(z)} \text{ hay } M(z) = W_c(z)U(z)$$

Ta có :

$$Y(p) = W_h(p) \cdot \bar{M}(p) = W_h(p) \cdot W_{LG}(p) M^*(p)$$

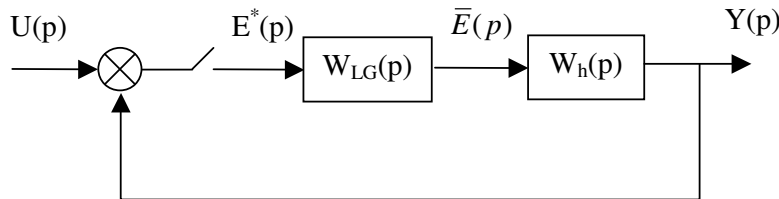
$$\Rightarrow Y^*(p) = \{W_h(p) \cdot W_{LG}(p)\}^* \cdot M^*(p) = \{W_h(p) \cdot W_{LG}(p)\}^* \cdot W_c^*(p) \cdot U^*(p)$$

$$\Rightarrow Y(z) = Z\{W_h(p) \cdot W_{LG}(p)\} \cdot W_c(z) \cdot U(z)$$

$$\Rightarrow W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\{W_h(p) \cdot W_{LG}(p)\} \cdot W_c(z)$$

4.1.4 Hệ kín

Xét hệ kín gián đoạn có sơ đồ khối như sau :



Ta có :

$$Y(p) = W_h(p) \cdot \bar{E}(p) = W_h(p) \cdot W_{LG}(p) \cdot E^*(p) = W_{LTQD}(p) \cdot E^*(p)$$

$$\Rightarrow Y^*(p) = \{W_{LTQD}(p)\}^* \cdot E^*(p)$$

Mặt khác :

$$E(p) = U(p) - Y(p) \Rightarrow E^*(p) = U^*(p) - Y^*(p)$$

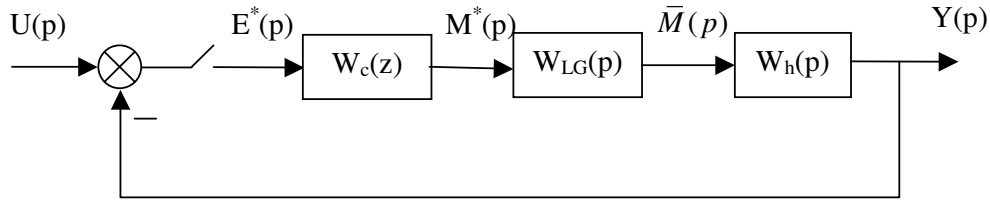
$$\Rightarrow Y^*(p) = \{W_{LTQD}(p)\}^* [U^*(p) - Y^*(p)]$$

$$\Rightarrow Y^*(p) = \frac{\{W_{LTQD}(p)\}^*}{1 + \{W_{LTQD}(p)\}^*} U^*(p)$$

hay
$$Y(z) = \frac{Z\{W_{LTQD}(p)\}}{1 + Z\{W_{LTQD}(p)\}} U(z)$$

$$\Rightarrow W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)}$$

4.1.5 Hệ kín có bộ điều khiển số

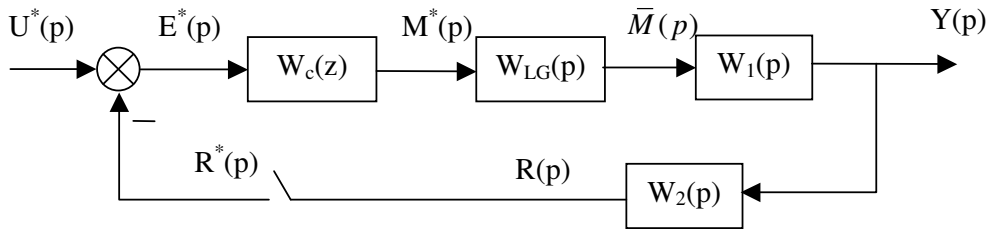
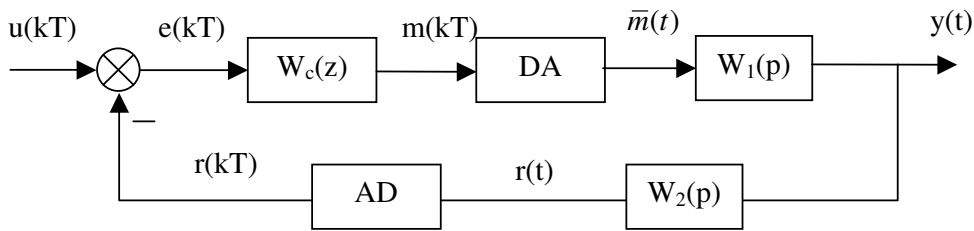


Chứng minh tương tự, ta được :

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)W_c(z)}{1 + W_h(z).W_c(z)} \quad \text{với} \quad W_h(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\{W_{LG}(p)W_h(p)\}$$

4.1.6 Hệ gián đoạn điều khiển từ máy tính

Sơ đồ khối của hệ thống như sau :



Ta có :

$$Y(p) = W_1(p)\bar{M}(p) = W_{LG}(p).W_1(p).M^*(p)$$

$$\Rightarrow Y^*(p) = \{W_{LG}(p).W_1(p)\}^* .M^*(p) \text{ hay } Y(z) = Z\{W_{LG}(p).W_1(p)\}.M(z)$$

Theo sơ đồ thì :

$$M^*(p) = W_c^*(p)E^*(p) = W_c^*(p)[U^*(p) - R^*(p)]$$

hay $M(z) = W_c(z)[U(z) - R(z)]$

Ngoài ra do :

$$R(p) = W_2(p).Y(p) = W_{LG}(p).W_1(p).W_2(p).M^*(p)$$

nên $R(z) = Z\{W_{LG}(p).W_1(p).W_2(p)\}M(z)$

Suy ra $M(z) = W_c(z)[U(z) - Z\{W_{LG}(p).W_1(p).W_2(p)\}M(z)]$

Hay $M(z) = \frac{W_c(z).U(z)}{1 + W_c(z).Z\{W_{LG}(p).W_1(p).W_2(p)\}}$

Thay vào công thức của Y(z), ta được :

$$Y(z) = \frac{W_c(z) \cdot Z\{W_{LG}(p) \cdot W_1(p)\}}{1 + W_c(z) \cdot Z\{W_{LG}(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p)\}} U(z)$$

Hay
$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{W_c(z) \cdot Z\{W_{LG}(p) \cdot W_1(p)\}}{1 + W_c(z) \cdot Z\{W_{LG}(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p)\}}$$

Ví dụ :

Cho hệ điều khiển gián đoạn kín phản hồi -1 trong đó $W_c(z) = \frac{2z-1}{z}$ và $W_p(z) = \frac{1}{p+1}$. Tìm hàm truyền đạt của hệ thống.

4.2 Xác định hàm truyền đạt từ phương trình sai phân

Một hệ thống gián đoạn có thể được cho dưới dạng phương trình sai phân tổng quát như sau :

$$a_n y[(i+n)T] + \dots + a_1 y[(i+1)T] + a_0 y(iT) = b_m u[(i+m)T] + \dots + b_1 u[(i+1)T] + b_0 u(iT)$$

Giả sử các điều kiện đầu bằng 0. Thực hiện biến đổi Z cho cả 2 vế phương trình trên, ta được :

$$(a_n z^n + \dots + a_1 z + a_0) Y(z) = (b_m z^m + \dots + b_1 z + b_0) U(z)$$

Vậy hàm truyền đạt là :

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_m z^m + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + \dots + a_1 z + a_0}$$

5 Tính ổn định của hệ gián đoạn

5.1 Mối liên hệ giữa mặt phẳng p và mặt phẳng z

- Nhắc lại : $z = e^{pT}$

- Ứng với một điểm $p = \alpha + j\beta$ trong mặt phẳng p sẽ có điểm $z = e^{(\alpha + j\beta)T} = e^{\alpha T} (\cos \beta T + j \sin \beta T)$ trong mặt phẳng z.

- Do $|z| = e^{\alpha T}$ nên khi $\alpha < 0$ thì $|z| < 1$

Kết luận : Một hệ thống gián đoạn ổn định khi và chỉ khi tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính có môđun nhỏ hơn 1.

5.2 Phép biến đổi tương đương

Để có thể sử dụng các tiêu chuẩn ổn định trong mặt phẳng p, người ta sử dụng phép biến đổi tương đương như sau :

$$z = \frac{v+1}{v-1}$$

- Với $|z| < 1 \Rightarrow \text{real}(v) < 0$

- Với $|z| = 1 \Rightarrow \text{real}(v) = 0$

- Với $|z| > 1 \Rightarrow \text{real}(v) > 0$

Sau khi chuyển sang mặt phẳng v, ta có thể sử dụng các tiêu chuẩn ổn định của hệ tuyến tính để xét tính ổn định của hệ liên tục tương đương.

Phụ lục

CONTROL SYSTEM TOOLBOX & SIMULINK TRONG MATLAB*Ứng dụng để phân tích, thiết kế và mô phỏng các hệ thống tuyến tính***GIỚI THIỆU**

MATLAB, tên viết tắt của từ tiếng Anh **MAT**rix **LAB**oratory, là một môi trường mạnh dành cho các tính toán khoa học. Nó tích hợp các phép tính ma trận và phân tích số dựa trên các hàm cơ bản. Hơn nữa, cấu trúc đồ họa hướng đối tượng của Matlab cho phép tạo ra các hình vẽ chất lượng cao. Ngày nay, Matlab trở thành một ngôn ngữ « chuẩn » được sử dụng rộng rãi trong nhiều ngành và nhiều quốc gia trên thế giới.

Về mặt cấu trúc, Matlab gồm một cửa sổ chính và rất nhiều hàm viết sẵn khác nhau. Các hàm trên cùng lĩnh vực ứng dụng được xếp chung vào một thư viện, điều này giúp người sử dụng dễ dàng tìm được hàm cần quan tâm. Có thể kể ra một số thư viện trong Matlab như sau :

- Control System (dành cho điều khiển tự động)
- Financial Toolbox (lĩnh vực kinh tế)
- Fuzzy Logic (điều khiển mờ)
- Signal Processing (xử lý tín hiệu)
- Statistics (toán học và thống kê)
- Symbolic (tính toán theo biểu thức)
- System Identification (nhận dạng)
- ...

Một tính chất rất mạnh của Matlab là nó có thể liên kết với các ngôn ngữ khác. Matlab có thể gọi các hàm viết bằng ngôn ngữ Fortran, C hay C++, và ngược lại các hàm viết trong Matlab có thể được gọi từ các ngôn ngữ này...

Các bạn có thể xem phần Help trong Matlab để tham khảo cách sử dụng và ví dụ của từng lệnh, hoặc download (miễn phí) các file help dạng *.pdf tại trang Web của Matlab ở địa chỉ <http://www.mathworks.com>

1 Control System Toolbox

Control System Toolbox là một thư viện của Matlab dùng trong lĩnh vực điều khiển tự động. Cùng với các lệnh của Matlab, tập lệnh của Control System Toolbox sẽ giúp ta thiết kế, phân tích và đánh giá các chỉ tiêu chất lượng của một hệ thống tuyến tính.

1.1 Định nghĩa một hệ thống tuyến tính**1.1.1 Định nghĩa bằng hàm truyền****Hệ thống một tín hiệu vào/ra**

Câu lệnh: `sys=tf(num,den,T)`

- *num*: vectơ chứa các hệ số của đa thức ở tử số, bậc từ cao đến thấp theo toán tử Laplace (hệ liên tục) hoặc theo toán tử *z* (hệ gián đoạn)
- *den*: vectơ chứa các hệ số của đa thức ở mẫu số, bậc từ cao đến thấp
- *T*: chu kỳ lấy mẫu, chỉ dùng cho hệ gián đoạn (tính bằng *s*)

Ví dụ:

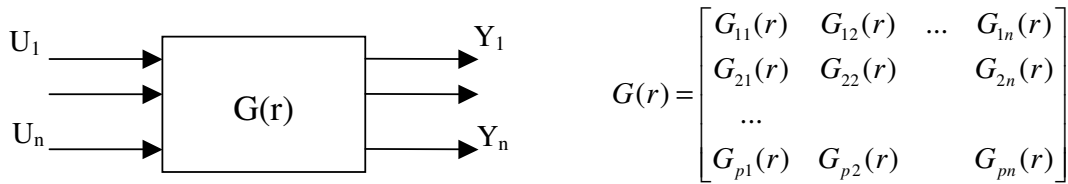
Định nghĩa một hàm truyền trong Matlab

$$F(p) = 3 \frac{p+2}{p^2+2p+4} \quad \text{num}=3*[1 \ 2]; \text{den}=[1 \ 2 \ 4]; \text{sys1}=\text{tf}(\text{num}, \text{den});$$

$$F(z) = 2,1 * \frac{z-0,6}{z^2-0,56z+0,4} \quad \text{num}=2.1*[1 \ -0.6]; \text{den}=[1 \ -0.56];$$

$$T=0.5; \text{sys2}=\text{tf}(\text{num}, \text{den}, T)$$

Hệ thống nhiều tín hiệu vào/ra



Câu lệnh :

$$G11=\text{tf}(\text{num11}, \text{den11}, T); G12=\text{tf}(\text{num12}, \text{den12}, T); \dots; G1n=\text{tf}(\text{num1n}, \text{den1n}, T); \\ G21=\text{tf}(\text{num21}, \text{den21}, T); G22=\text{tf}(\text{num22}, \text{den22}, T); \dots; G2n=\text{tf}(\text{num2n}, \text{den2n}, T);$$

$$Gp1=\text{tf}(\text{nump1}, \text{denp1}, T); G12=\text{tf}(\text{nump2}, \text{denp2}, T); \dots; Gpn=\text{tf}(\text{numpn}, \text{denpn}, T); \\ \text{sys}=[G11, G12, \dots, G1n; G21; G22; \dots; G2n; \dots; Gp1, Gp2, \dots, Gpn];$$

1.1.2 Định nghĩa bằng zero và cực

Hệ thống một tín hiệu vào/ra

Câu lệnh: $\text{sys}=\text{zpk}(Z, P, K, T)$

- Z, P là các vectơ hàng chứa danh sách các điểm zero và cực của hệ thống.
- K là hệ số khuếch đại

Chú ý: nếu hệ thống không có điểm zero (cực) thì ta đặt là []

Ví dụ:

$$F(p) = \frac{p+2}{p(p+5)} \quad Z=-2; P=[0 \ -5]; K=1; \text{sys}=\text{zpk}(Z, P, K);$$

Hệ thống nhiều tín hiệu vào/ra

Câu lệnh :

$$G11=\text{zpk}(Z11, P11, T); G12=\text{zpk}(Z12, P12, T); \dots; G1n=\text{zpk}(Z1n, P1n, T); \\ G21=\text{zpk}(Z21, P21, T); G22=\text{zpk}(Z22, P22, T); \dots; G2n=\text{zpk}(Z2n, P2n, T);$$

$$Gp1=\text{zpk}(Zp1, Pp1, T); G12=\text{zpk}(Zp2, Pp2, T); \dots; Gpn=\text{zpk}(Zpn, Ppn, T); \\ \text{sys}=[G11, G12, \dots, G1n; G21; G22; \dots; G2n; \dots; Gp1, Gp2, \dots, Gpn];$$

1.1.3 Phương trình trạng thái

Câu lệnh: $\text{sys}=\text{ss}(A, B, C, D, T)$

- A, B, C, D là các ma trận trạng thái định nghĩa hệ thống
- T là chu kỳ lấy mẫu.

Chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn

- Chuyển từ phương trình trạng thái sang hàm truyền
 $[\text{num}, \text{den}] = \text{ss2tf}(A, B, C, D)$
- Chuyển từ dạng zero/cực sang hàm truyền
 $[\text{num}, \text{den}] = \text{zp2tf}(Z, P, K)$
- Chuyển từ hàm truyền sang phương trình trạng thái
 $[A, B, C, D] = \text{tf2ss}(\text{num}, \text{den})$

1.1.4 Chuyển đổi giữa hệ liên tục và gián đoạn

Số hóa một hệ thống liên tục

Câu lệnh: `sys_dis=c2d(sys,T,method)`

- `sys, sys_dis` hệ thống liên tục và hệ thống gián đoạn tương ứng
- `Ts` thời gian lấy mẫu
- `method` phương pháp lấy mẫu: 'zoh' lấy mẫu bậc 0, 'foh' lấy mẫu bậc 1, 'tustin' phương pháp Tustin...

Ví dụ: chuyển một khâu liên tục có hàm truyền $G(p) = \frac{2}{0.5p+1}$ sang khâu gián đoạn bằng phương

pháp giữ mẫu bậc 0, chu kỳ lấy mẫu $T=0.01s$

`num=2`

`den=[0.5 1]`

`sysc=tf(num,den)`

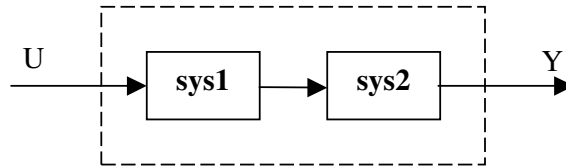
`sysd=c2d(sysc,0.01,'zoh')`

Hệ liên tục tương đương của một hệ thống gián đoạn

Câu lệnh: `sys=d2c(sys_dis,method)`

1.2 Biến đổi sơ đồ tương đương

1.2.1 Mắc nối tiếp



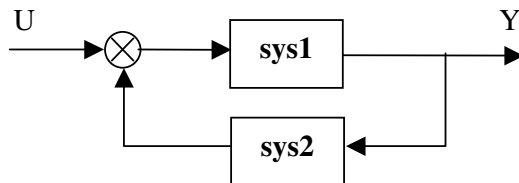
Câu lệnh: `sys=series(sys1,sys2)`

1.2.2 Mắc song song

Câu lệnh: `sys=parallel(sys1,sys2)`

1.2.3 Mắc phản hồi

Câu lệnh: `sys=feedback(sys1,sys2,sign)`



$sign = +1$ nếu phản hồi dương và $sign=-1$ (hoặc không có $sign$) nếu phản hồi âm.

1.3 Phân tích hệ thống

1.3.1 Trong miền thời gian

Hàm quá độ $h(t)$

Câu lệnh: `step(sys)`

Vẽ hàm quá độ của hệ thống tuyến tính sys . Khoảng thời gian vẽ và bước thời gian do Matlab tự chọn.

Một số trường hợp khác

- `step(sys, t_end)`: vẽ hàm quá độ từ thời điểm $t=0$ đến thời điểm t_{end} .
- `step(sys, T)`: vẽ hàm quá độ trong khoảng thời gian T . T được định nghĩa như sau $T=Ti:dt:Tf$. Đối với hệ liên tục, dt là bước vẽ, đối với hệ gián đoạn, $dt=Ts$ là chu kỳ lấy mẫu.
- `step(sys1, sys2, sys3, ...)`: vẽ hàm $h(t)$ cho nhiều hệ thống đồng thời.
- `[y, t]=step(sys)`: tính đáp ứng $h(t)$ và lưu vào các biến y và t tương ứng

Hàm trọng lượng $\omega(t)$

Câu lệnh: `impulse(sys)`

1.3.2 Trong miền tần số

Đặc tính bode

Câu lệnh: `bode(sys)`

Vẽ đặc tính tần số Bode của hệ thống tuyến tính sys . Dải tần số vẽ do Matlab tự chọn.

Một số trường hợp khác

- `bode(sys, {w_start, w_end})`: vẽ đặc tính bode từ tần số w_{start} đến tần số w_{end} .
- `bode(sys, w)` vẽ đặc tính bode theo vectơ tần số w . Vectơ tần số w được định nghĩa bằng hàm `logspace`. Ví dụ: `w=logspace(-2, 2, 100)` định nghĩa vectơ w gồm 100 điểm, từ tần số 10^{-2} đến 10^2 .
- `bode(sys1, sys2, sys3, ...)` vẽ đặc tính bode của nhiều hệ thống đồng thời.
- `[mag, phi, w]=bode(sys, ...)` lưu tất cả các điểm tính toán của đặc tính bode vào vectơ mag , phi ứng với tần số w tương ứng.

Chú ý: Đối với hệ thống gián đoạn, dải tần số để vẽ phải thỏa mãn định lý Shannon.

Đặc tính Nyquist

Câu lệnh: `nyquist(sys)`
`nyquist(sys, {w_start, w_end})`
`nyquist(sys, w)`
`nyquist(sys1, sys2, sys3, ..., w)`
`[real, ima, w]=nyquist(sys, ...)`

Đặc tính Nichols

Câu lệnh: `nichols(sys)`
`nichols(sys, {w_start, w_end})`
`nichols(sys, w)`
`nichols(sys1, sys2, sys3, ..., w)`
`[mag, phi, w]=nichols(sys, ...)`

Tính toán $|G(\omega)|$, $\arg[G(\omega)]$ và vẽ trong mặt phẳng Black.

Ví dụ: Vẽ các đặc tính tần số của hệ thống sau

$$G(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} \quad \text{với } \omega_0=1\text{rad/s và } \xi=0,5$$

```
w0=1 ;xi=0.5 ;num=w0^2 ;den=[1 2*xi*w0 w0^2] ;G=tf(num,den);
w=logspace(-2,2,100) ;
bode(G,w) ; % vẽ đặc tính bode trong dải tần số w
nichols(G) ; % vẽ đặc tính nichols trong dải tần số tự chọn của Matlab
nyquist(G) ; % vẽ đặc tính nyquist
```

1.3.3 Một số hàm để phân tích

Hàm *margin*

- *margin(sys)* vẽ đặc tính *Bode* của hệ thống SISO và chỉ ra độ dự trữ biên độ, độ dự trữ pha tại các tần số tương ứng.
- *[delta_L,delta_phi,w_L,w_phi]=margin(sys)* tính và lưu độ dự trữ biên độ vào biến *delta_L* tại tần số *w_L*, lưu độ dự trữ về pha vào biến *delta_phi* tại tần số *w_phi*.

Hàm *pole*

vec_pol=pole(sys) tính các điểm cực của hệ thống và lưu vào biến *vec_pol*.

Hàm *tzero*

vec_zer=tzero(sys) tính các điểm zero của hệ thống và lưu vào biến *vec_zer*.

Hàm *pzmap*

- *[vec_pol,vec_zer]=pzmap(sys)* tính các điểm cực và zero của hệ thống và lưu vào các biến tương ứng.
- *pzmap(sys)* tính các điểm cực, zero và biểu diễn trên mặt phẳng phức.

Hàm *dcgain*

G0=dcgain(sys) tính hệ số khuếch đại tĩnh của hệ thống và lưu vào biến *G0*.

1.3.4 Một số hàm đặc biệt trong không gian trạng thái

Hàm *ctrl*

Câu lệnh: $C_com=ctrl(A,B)$
 $C_com=ctrl(sys)$

Tính ma trận “điều khiển được” **C** của một hệ thống. Ma trận **C** được định nghĩa như sau:

$$C=[B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad \text{với } A \in \mathcal{R}^{n \times n}$$

Hàm *obsv*

Câu lệnh: $O_obs=obsv(A,C)$
 $O_obs=obsv(sys)$

Tính ma trận “quan sát được” **O** của một hệ thống. Ma trận **O** được định nghĩa như sau: $O=[C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}]$

Hàm *ctrbf*

Câu lệnh: $[Ab,Bb,Cb,T,k]=ctrbf(A,B,C)$

Chuyển về dạng chuẩn (canonique) “điều khiển được” của một hệ thống biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái.

Trong đó: $A_b=TAT^{-1}$, $B_b=TB$, $C_b=CT^{-1}$, **T** là ma trận chuyển đổi.

Hàm *obsvf*

Câu lệnh: $[Ab,Bb,Cb,T,k]=obsvf(A,B,C)$

Chuyển về dạng chuẩn “quan sát được“ của một hệ thống biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái.

Trong đó: $A_b = TAT^{-1}$, $B_b = TB$, $C_b = CT^{-1}$, T là ma trận chuyển đổi.

1.4 Ví dụ tổng hợp

Cho một hệ thống kín phản hồi -1, trong đó hàm truyền của hệ hở là

$$G(p) = \frac{K}{p(1+\tau p)} * \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} \quad \text{với } K=1, \tau=10s, \omega_0=1\text{rad/s và } \xi=0.5$$

1. Vẽ đặc tính tần số Nyquist. Chứng tỏ rằng hệ kín không ổn định.
2. Vẽ đáp ứng quá độ của hệ kín.
3. Để hệ thống ổn định, người ta hiệu chỉnh hệ số khuếch đại $K=0.111$. Xác định tần số cắt, độ dự trữ biên độ và độ dự trữ về pha của hệ thống trong trường hợp này.
4. Xác định các thông số quá độ (thời gian quá độ lớn nhất T_{\max} , độ quá điều chỉnh lớn nhất σ_{\max}) của hệ thống đã hiệu chỉnh.

Giải

Câu 1

```
>>K=1;to=10;w0=1;xi=0.5;
>>num1=K;den1=[to 1 0];
>>num2=w0^2;den2=[1 2*xi*w0 w0^2];
>>G=tf(num1,den1)*tf(num2,den2)
```

Transfer function:

1

10 s^4 + 11 s^3 + 11 s^2 + s

```
>>w=logspace(-3,2,100); % tạo vector tần số để vẽ các đặc tính tần số
```

```
>>nyquist(G,w);
```

Đặc tính được biểu diễn trên hình 6.1

Để xét tính ổn định của hệ kín dùng tiêu chuẩn Nyquist, trước tiên ta xét tính ổn định của hệ hở. Nghiệm của phương trình đặc tính của hệ hở được xác định :

```
>>pole(G)
```

ans =

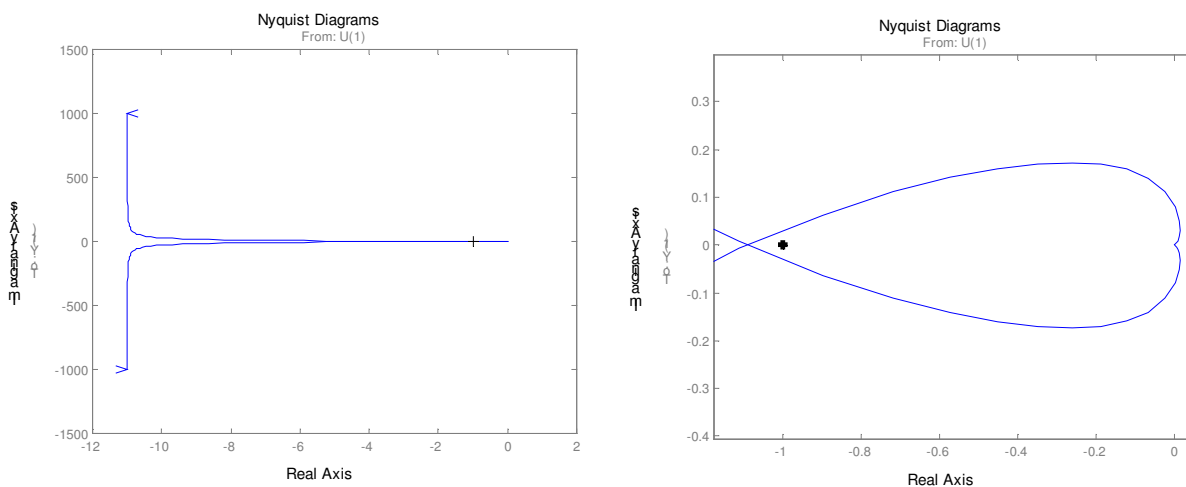
0

-0.5000 + 0.8660i

-0.5000 - 0.8660i

-0.1000

Hệ hở có 1 nghiệm bằng 0 nên ở biên giới ổn định.

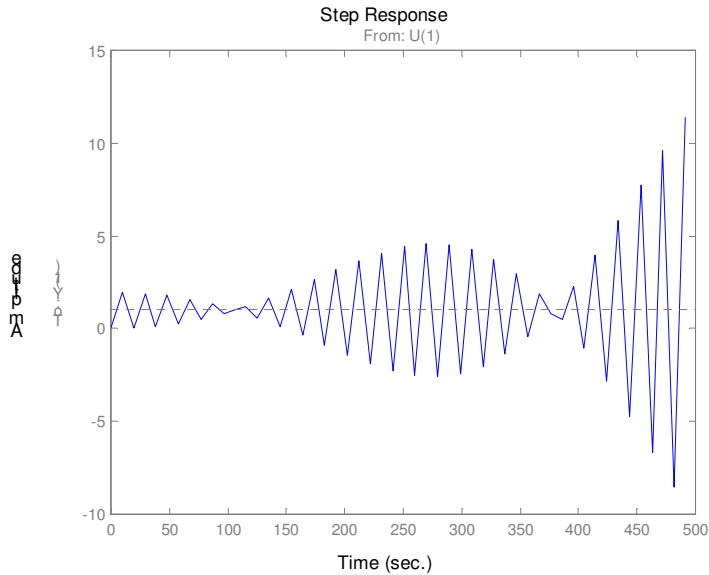


Hình 6.1 : Đặc tính tần số Nyquist của hệ hở

Quan sát đặc tính tần số Nyquist của hệ hở trên hình 6.1 (phần zoom bên phải), ta thấy đặc tính Nyquist bao điểm $(-1, j0)$, và do hệ hở ở biên giới ổn định nên theo tiêu chuẩn Nyquist, **hệ thống kín sẽ không ổn định.**

Câu 2

```
>>G_loop=feedback(G,1,-1);           % hàm truyền hệ kín
>>step(G_loop);
```



Hình 6.2 :
Đáp ứng quá độ hệ kín

Câu 3

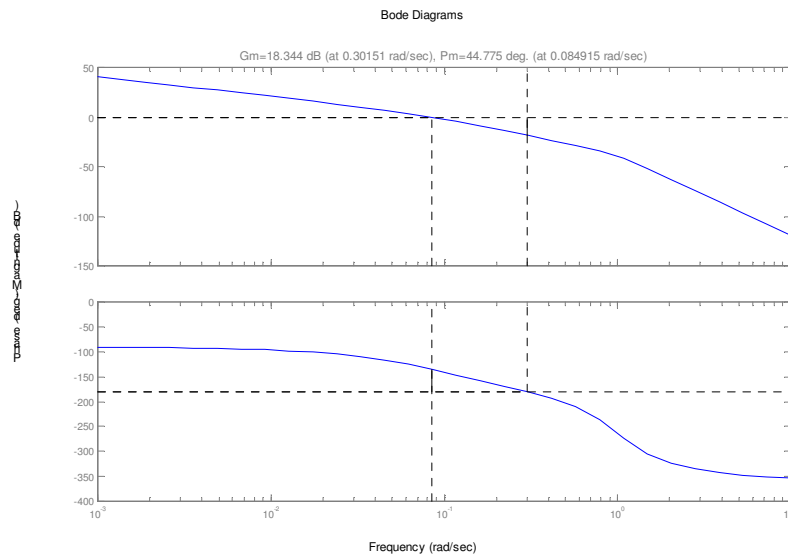
```
>>K=0.111 ;num1=K ;                 % thay đổi hệ số khuếch đại K
>>GK=tf(num1,den1)*tf(num2,den2)
Transfer function:
0.111
```

 $10 s^4 + 11 s^3 + 11 s^2 + s$

```
>>margin(GK)
```

Đặc tính tần số Bode của hệ hở đã hiệu chỉnh được biểu diễn trên hình 6.3. Từ đặc tính này, ta có thể xác định được

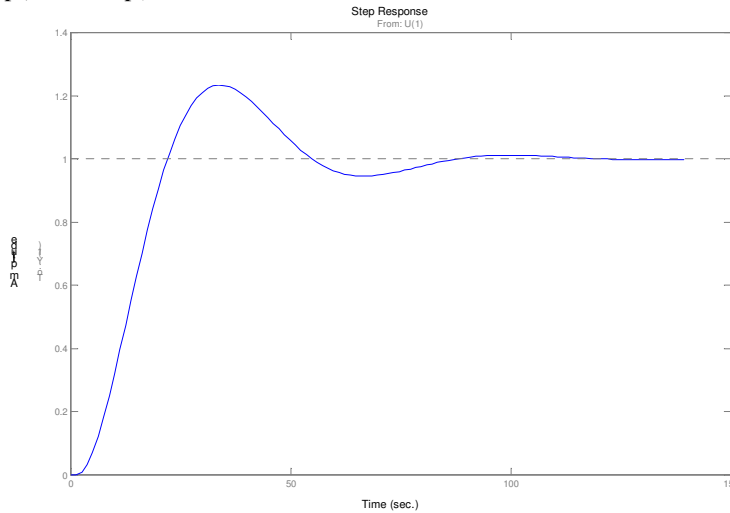
$$\Delta L=18.34\text{dB} ; \Delta\varphi = 44.78^\circ ; \omega_c=0.085\text{rad/s}$$



Hình 6.3 : Đặc tính tần số Bode của hệ hở đã hiệu chỉnh

Câu 4

```
>>GK_loop=feedback(GK,1,-1);
>>step(GK_loop);
```



Hình 6.4
áp ứng quá độ hệ
tín đã hiệu chỉnh

Sử dụng con trỏ chuột và kích vào các điểm cần tìm trên đặc tính, ta xác định được

$$\sigma_{\max}=23\%; T_{\max}= 70.7s$$

2 SIMULINK

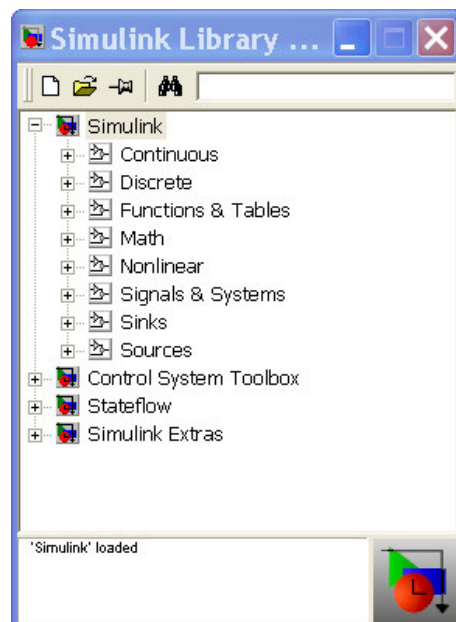
Simulink được tích hợp vào Matlab (vào khoảng đầu những năm 1990) như một công cụ để mô phỏng hệ thống, giúp người sử dụng phân tích và tổng hợp hệ thống một cách trực quan. Trong Simulink, hệ thống không được mô tả dưới dạng dòng lệnh theo kiểu truyền thống mà ở dưới dạng sơ đồ khối. Với dạng sơ đồ khối này, ta có thể quan sát các đáp ứng thời gian của hệ thống với nhiều tín hiệu vào khác nhau như : tín hiệu bậc thang, tín hiệu sinus, xung chữ nhật, tín hiệu ngẫu nhiên... bằng cách thực hiện mô phỏng. Kết quả mô phỏng có thể được xem theo thời gian thực trên các Oscilloscope trong môi trường Simulink, hay trong môi trường Matlab.

Simulink hoàn toàn tương thích với Matlab, nhưng nó là một dao diện đồ họa. Vì vậy tất cả các hàm trong Matlab đều có thể truy cập được từ Simulink, ngay cả các hàm do người sử dụng tạo ra. Ngược lại, các kết quả tìm được trong Simulink đều có thể được sử dụng và khai thác trong môi trường Matlab.

Cuối cùng, Simulink cho phép người sử dụng khả năng tạo ra một thư viện khối riêng. Ví dụ, nếu bạn muốn làm việc trong lĩnh vực điều khiển các máy điện, bạn có thể tạo ra một thư viện riêng chứa các mô hình máy điện... Như vậy, với công cụ Simulink, ta có thể tự tiến hành mô phỏng thí nghiệm, quan sát kết quả, kiểm chứng với lý thuyết trước khi tiến hành thí nghiệm trên mô hình thật.

2.1 Khởi động Simulink

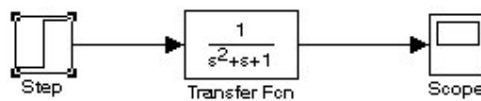
Để khởi động Simulink từ môi trường Matlab, ta gõ dòng lệnh *simulink*. Lúc này một cửa sổ như trên hình 6.5 sẽ xuất hiện, trên đó có các thư mục chính và các thư viện con của Simulink. Để bắt đầu làm việc, ta tạo cửa sổ mới bằng cách kích vào biểu tượng « New ». Có 8 thư viện chính của Simulink được phân loại như sau :



- *Continuous* : hệ thống tuyến tính và liên tục
- *Discrete* : hệ thống tuyến tính gián đoạn
- *Nonlinear* : mô hình hóa những phần tử phi tuyến như role, phần tử bão hòa...
- *Source* : các khối nguồn tín hiệu
- *Sinks* : các khối thu nhận tín hiệu
- *Function & Table* : các hàm bậc cao của Matlab
- *Math* : các khối của simulink với các hàm toán học tương ứng của Matlab
- *Signals & System* : các khối liên hệ tín hiệu, hệ thống con...

2.2 Tạo một sơ đồ đơn giản

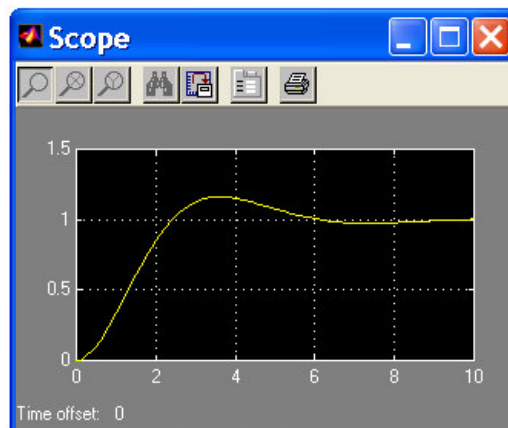
Để làm quen với Simulink, ta bắt đầu bằng một ví dụ đơn giản : phân tích hàm quá độ của một khâu bậc hai có hàm truyền $G(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$ với $\omega_0=1\text{rad/s}$ và $\xi=0,5$. Các bước thực hiện để được sơ đồ mô phỏng như hình 6.6 như sau :



Hình 6.6 : Một sơ đồ Simulink đơn giản

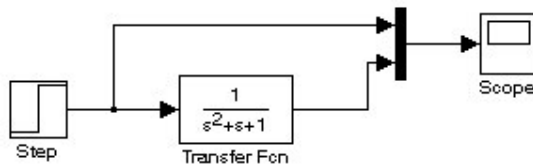
- Khởi động Simulink từ Matlab bằng dòng lệnh *simulink*
- Trong cửa sổ chính của Simulink, chọn biểu tượng « New » để tạo cửa sổ ứng dụng.
- Muốn tạo một khối trong cửa sổ ứng dụng, ta tìm khối đó trong các thư viện của Simulink, kích chọn và kéo nó vào cửa sổ ứng dụng. Ví dụ, để tạo khối *Step*, ta vào thư viện *Simulink* -> *Continuous* -> *Sources* -> *Step*, khối *Transfer Fcn* trong *Simulink* -> *Continuous* -> *Transfer Fcn*...
- Để đặt thông số cho từng khối, ta mở khối đó ra bằng cách double-click chuột vào nó. Lúc này đặt các thông số theo hướng dẫn trên màn hình.
- Đường nối giữa các khối được thực hiện bằng cách dùng chuột kéo các mũi tên ở đầu (cuối) mỗi khối đến vị trí cần nối.

Sau khi tạo được sơ đồ khối như hình 6.6, ta có thể bắt đầu tiến hành mô phỏng (với các tham số mặc định) bằng cách chọn **Simulation -> Start**. Xem kết quả mô phỏng bằng cách mở khối *Scope* như hình 6.7.

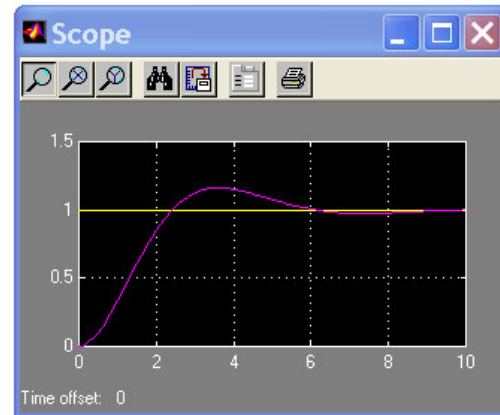


Hình 6.7 : Kết quả mô phỏng

Để xem đồng thời tín hiệu vào và ra trên cùng một *Scope*, ta tạo sơ đồ mô phỏng như hình 6.8. Kết quả mô phỏng biểu diễn trên hình 6.9.



Hình 6.8



Hình 6.9

2.3 Một số khối thường dùng

Thư viện « Sources »

- Step** Tạo ra tín hiệu bậc thang liên tục hay gián đoạn.
Ramp Tạo tín hiệu dốc tuyến tính (rampe) liên tục.
Sine Wave Tạo tín hiệu sinus liên tục hay gián đoạn.
Constant Tạo tín hiệu không đổi theo thời gian.
Clock Cung cấp đồng hồ chỉ thời gian mô phỏng. Có thể xem được « đồng hồ » này khi đang thực hiện mô phỏng.

Chú ý : Muốn khối clock chỉ đúng thời điểm đang mô phỏng, tham số **Sample time** được đặt như sau

→ 0 : hệ liên tục

→ >0 : hệ gián đoạn, *clock* lúc này sẽ chỉ số chu kỳ lấy mẫu đặt trong **Sample time**.

Thư viện « Sinks »

- Scope** Hiển thị các tín hiệu được tạo ra trong mô phỏng.
XY Graph Vẽ quan hệ giữa 2 tín hiệu theo dạng XY. Khối này cần phải có 2 tín hiệu vào, tín hiệu thứ nhất tương ứng với trục X, tín hiệu vào thứ hai tương ứng với trục Y.
To Workspace Tất cả các tín hiệu nối vào khối này sẽ được chuyển sang không gian tham số của Matlab khi thực hiện mô phỏng. Tên của biến chuyển vào Matlab do người sử dụng chọn.

2.3.1 Thư viện « Continuous »

Transfer Fcn Mô tả hàm truyền của một hệ thống liên tục dưới dạng *Đa thức tử số/Đa thức mẫu số*. Các hệ số của đa thức tử số và mẫu số do người sử dụng nhập vào, theo bậc giảm dần của toán tử *Laplace*. Ví dụ để nhập vào hàm truyền có dạng $\frac{2s+1}{s^2+s+1}$, ta nhập vào như sau : *Numerator* [2 1], *Denominator* [1 1 1].

State Space Mô tả hàm truyền của một hệ thống liên tục dưới dạng *phương trình trạng thái*. Các ma trận trạng thái A, B, C, D được nhập vào theo qui ước ma trận của Matlab.

- Integrator** Khâu tích phân.
sDerivative Khâu đạo hàm
Transport Delay Khâu tạo trễ

Thư viện « Discrete »

Discrete Transfer Fcn

Mô tả hàm truyền của một hệ thống gián đoạn dưới dạng *Đa thức tử số/Đa thức mẫu số*. Các hệ số của đa thức tử số và mẫu số do người sử dụng nhập vào, theo bậc giảm dần của toán tử z .

Discrete State Space

Mô tả hàm truyền của một hệ thống gián đoạn dưới dạng *phương trình trạng thái*. Người sử dụng phải nhập vào các ma trận trạng thái A,B,C,D và chu kỳ lấy mẫu.

Discrete-Time Integrator

Khâu tích phân của hệ thống gián đoạn.

First-Order Hold

Khâu giữ mẫu bậc 1. Người sử dụng phải nhập vào chu kỳ lấy mẫu.

Zero-Order Hold

Khâu giữ mẫu bậc 0. Người sử dụng phải nhập vào chu kỳ lấy mẫu.

Thư viện « Signal&Systems »

Mux

Chuyển nhiều tín hiệu vào (vô hướng hay vectơ) thành một tín hiệu ra duy nhất dạng vectơ. Vectơ ngõ ra có kích thước bằng tổng kích thước của các vectơ vào. Số các tín hiệu vào được định nghĩa khi mở khối *Mux*. Ví dụ, nếu đặt tham số *number of inputs* là 3, nghĩa là có 3 tín hiệu vào phân biệt, vô hướng. Nếu đặt *number of inputs* là [1 2] thì có 2 tín hiệu vào phân biệt : tín hiệu thứ nhất vô hướng, tín hiệu thứ hai là vectơ 2 thành phần.

Demux

Chuyển 1 tín hiệu vào thành nhiều tín hiệu ra, ngược với khối *Mux*.

In1

Chèn một cổng vào. Khối này cho phép giao tiếp giữa sơ đồ chính và sơ đồ con.

Out1

Chèn một cổng ra.

Thư viện « Math »

Abs

Tín hiệu ra là giá trị tuyệt đối của tín hiệu vào.

Gain

Tín hiệu ra bằng tín hiệu vào nhân hệ số *Gain* (do người sử dụng định nghĩa).

Sign

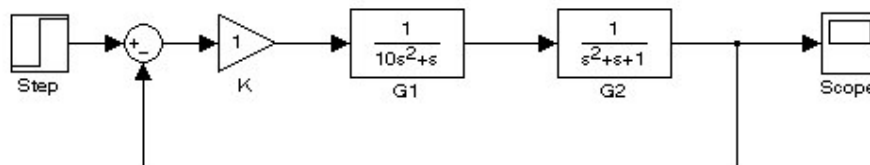
Tính dấu của tín hiệu vào, bằng 1 nếu tín hiệu vào > 0
 bằng 0 nếu tín hiệu vào = 0
 bằng -1 nếu tín hiệu vào < 0

Sum

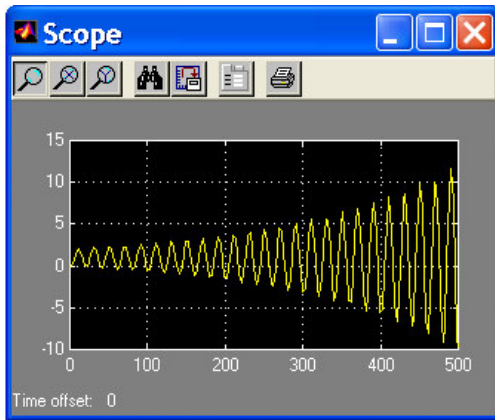
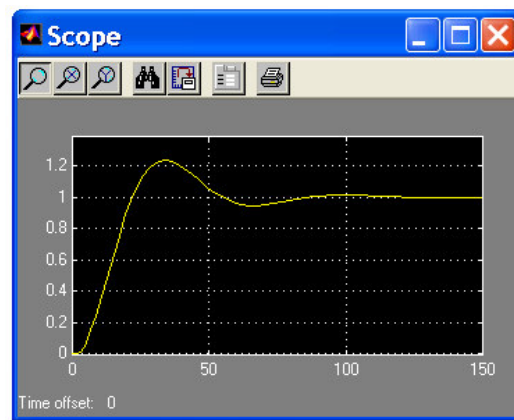
Tín hiệu ra là tổng của các tín hiệu vào.

2.4 Ví dụ

Để mô phỏng hệ thống trong ví dụ ở mục 1.4, ta tạo sơ đồ khối trong Simulink như hình 6.10. Thay đổi hệ số khuếch đại K ($K=1$ và $K=0.111$), ta được các đáp ứng quá độ của hệ kín trên hình 6.11 và 6.12.



Hình 6.10 : Sơ đồ mô phỏng trong Simulink

Hình 6.11 : Đáp ứng quá độ ($K=1$)Hình 6.12 : Đáp ứng quá độ ($K=0.111$)

2.5 LTI Viewer

Như ta đã biết, khi thực hiện mô phỏng trên Simulink, ta chỉ có thể quan sát được các đặc tính thời gian của hệ thống. Để có thể phân tích toàn diện một hệ thống, ta cần các đặc tính tần số như đặc tính Bode, đặc tính Nyquist, quỹ đạo nghiệm số v.v...

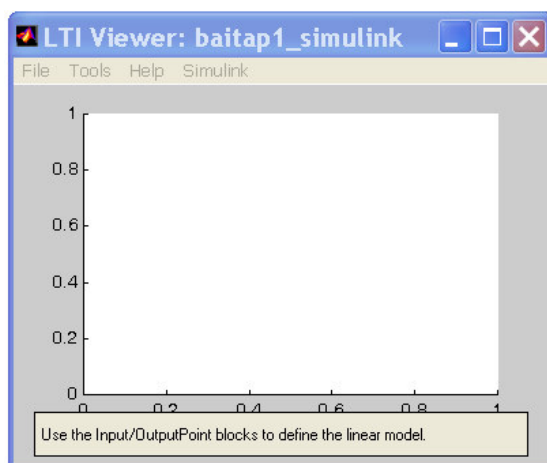
« **LTI Viewer** » là một giao diện đồ họa cho phép quan sát đáp ứng của một hệ thống tuyến tính, trong lĩnh vực tần số cũng như thời gian, mà không cần gõ lại lệnh hay lập trình theo từng dòng lệnh như trong Control System Toolbox. Nó sử dụng trực tiếp sơ đồ khối trong Simulink.

2.5.1 Khởi động LTI Viewer

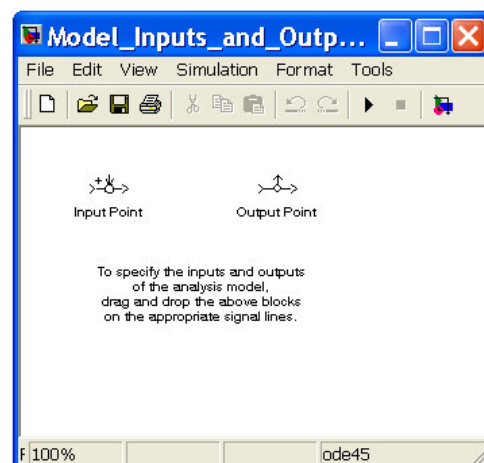
Để khởi động LTI Viewer từ Simulink, ta chọn menu **Tool -> Linear Analysis**.

Lúc này, Matlab sẽ mở 2 cửa sổ mới:

- Cửa sổ LTI Viewer (hình 6.13) có 2 phần chính:
 - o Phần cửa sổ đồ họa dùng để biểu diễn các đường đặc tính.
 - o Thanh công cụ phía dưới chỉ dẫn cách sử dụng LTI Viewer
- Cửa sổ chứa các điểm input và output (hình 6.14). Các điểm này được dùng để xác định điểm vào/ra trên sơ đồ Simulink cần phân tích.



Hình 6.13



Hình 6.14

2.5.2 Thiết lập các điểm vào/ra cho LTI Viewer

Dùng chuột kéo rê các điểm “input point”, “output point” trên cửa sổ hình 6.14 và đặt lên các vị trí tương ứng trên sơ đồ Simulink.

Chú ý: Việc chọn các điểm đặt “input”, “output” phải phù hợp yêu cầu phân tích. LTI Viewer tính hàm truyền bằng cách tuyến tính hóa hệ thống với 2 điểm input/output đã được định nghĩa. Khi vẽ các đặc tính tần số cũng như thời gian, LTI sử dụng các hệ thống đã được tuyến tính hóa này.

2.5.3 Tuyến tính hóa một mô hình

Để tìm mô hình giữa 2 điểm input/output đã định nghĩa, ta thực hiện như sau:

Chọn cửa sổ LTI Viewer (hình 6.13) → Chọn menu **Simulink → Get linearized model**

Lúc này, trong phần đồ họa của cửa sổ LTI Viewer sẽ xuất hiện đặc tính quá độ của mô hình tuyến tính hóa tìm được.

Để xem các đặc tính khác trên LTI Viewer, ta chỉ việc kích chuột phải vào phần đồ họa, chọn menu **Plot Type** → chọn loại đặc tính cần quan sát.

Ghi chú:

- Cứ mỗi lần thực hiện tuyến tính hóa một mô hình (**Simulink → Get linearized model**) thì LTI Viewer sẽ nạp mô hình hiện hành tại cửa sổ Simulink vào không gian của nó. Nếu giữa 2 lần thực hiện tuyến tính hóa, mô hình không có sự thay đổi (cấu trúc hay thông số) thì 2 mô hình tìm được tương ứng sẽ giống nhau.
- Có thể bật/tắt đặc tính của một hay nhiều mô hình đã tìm được trong LTI Viewer bằng cách: kích chuột phải vào cửa sổ đồ họa → chọn *Systems* → chọn mô hình cần bật/tắt. Tiện ích này rất cần thiết khi ta muốn so sánh tác động do sự biến đổi một thông số nào đó đến hệ thống.

2.5.4 Lưu và sử dụng các thông số của mô hình tuyến tính hóa

- Để lưu mô hình tuyến tính hóa vừa tìm được, chọn menu **File → Export...**
- Để sử dụng các thông số của mô hình :
 - o Dạng hàm truyền $[num,den]=tfdata(\ll \text{bien file} \gg, 'v')$
 - o Dạng phương trình trạng thái $[A,B,C,D]=ssdata(\ll \text{bien file} \gg)$

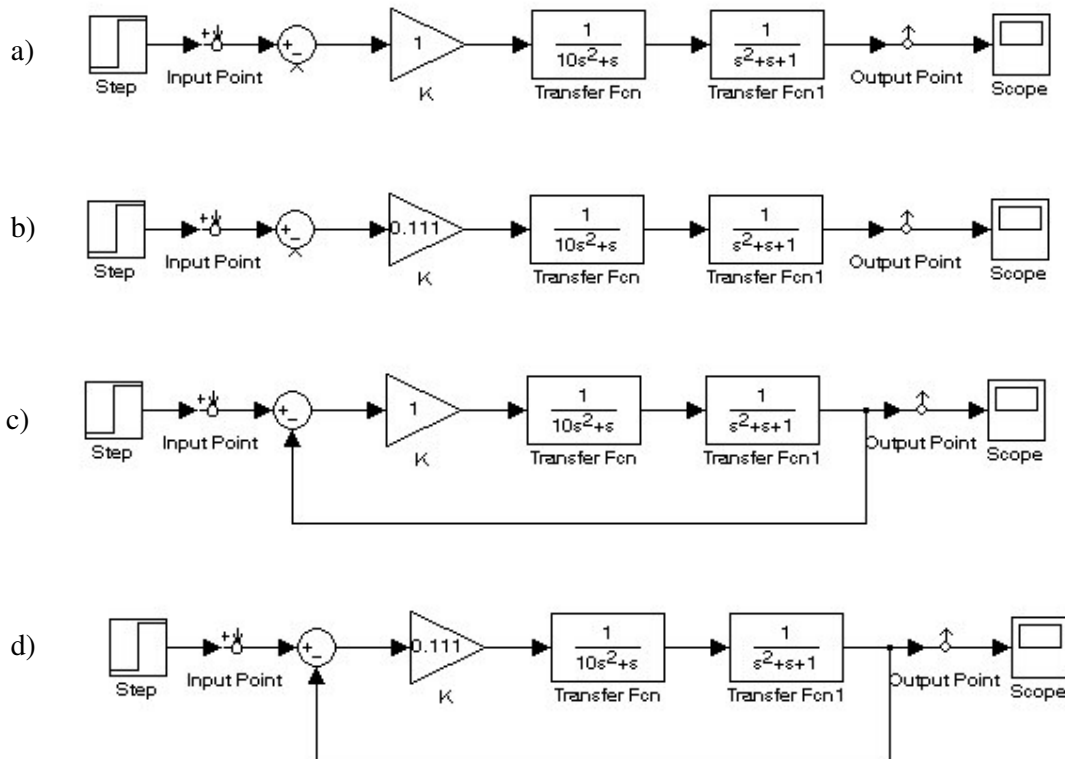
2.5.5 Ví dụ sử dụng LTI Viewer

Giả sử đã có hàm mô hình mô phỏng trên cửa sổ Simulink như hình 2.6. Sử dụng LTI Viewer để quan sát các đặc tính sau:

- Đặc tính tần số Nyquist của hệ hở khi chưa hiệu chỉnh ($K=1$) và đã hiệu chỉnh ($K=0.111$).
- Đặc tính tần số Bode của hệ hở đã hiệu chỉnh .
- Đặc tính quá độ của hệ kín chưa hiệu chỉnh và đã hiệu chỉnh.

THỰC HIỆN

Theo yêu cầu đặt ra, ta cần phải có 4 hệ thống có thông số và cấu trúc khác nhau: hệ hở với $K=1$, hệ hở với $K=0.111$, hệ kín $K=1$ và hệ kín $K=0.111$. Do vậy, ta cần thực hiện 4 lần tuyến tính hóa để có được 4 mô hình khác nhau trong LTI Viewer. Các bước thực hiện tuần tự như trong hình 6.15.



Hình 6.15 : Sơ đồ và cấu trúc để tuyến tính hóa

Sau 4 lần tuyến tính hóa trong LTI Viewer, ta được 4 hệ thống lần lượt là *baitap1_simulink_1* đến *baitap1_simulink_4* (sơ đồ trong Simulink có tên là *baitap1_simulink*).

Trên cửa sổ đồ họa lúc này sẽ hiển thị đồng thời đặc tính quá độ của cả 4 mô hình ở trên.

- Để xem đặc tính Nyquist của hệ hở trước và sau hiệu chỉnh:
 - o Kích chuột phải vào phần đồ họa, chọn *Systems*, chọn 2 mô hình 1 và 2.
 - o Tiếp tục kích chuột phải vào phần đồ họa, chọn *Plot Type* → *Nyquist*.
 Trên cửa sổ đồ họa sẽ xuất hiện 2 đặc tính Nyquist với 2 màu phân biệt.
- Để xem đặc tính quá độ của hệ kín trước và sau hiệu chỉnh:
 - o Kích chuột phải vào phần đồ họa, chọn *Systems*, chọn 2 mô hình 3 và 4.
 - o Tiếp tục kích chuột phải vào phần đồ họa, chọn *Plot Type* → *Step*.

Các đặc tính khác được tiến hành một cách tương tự.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Phụ lục

<i>Nội dung</i>	<i>Trang</i>
Phụ lục	1
Bài 1 Giới thiệu chung	3
1 Định nghĩa	3
2 Điều kiện hạn chế	3
3 Bài toán điều khiển tối ưu	4
3.1 Điều khiển tối ưu tĩnh	4
3.2 Điều khiển tối ưu động	5
Bài 2 Điều khiển tối ưu tĩnh	6
1 Mô tả toán học.	6
2 Biểu diễn hình học.	6
3 Giả thiết cho lời giải.	7
3.1 Bài toán tối ưu không có giới hạn.	7
3.2 Bài toán tối ưu có giới hạn.	8
Bài 3 Phương pháp không dùng đạo hàm riêng	10
1. Đặt vấn đề.	10
2. Phương pháp Gauss/Seidel.	10
3. Các phương pháp khác.	13
3.1 Phương pháp Rosenbrock.	13
3.2 Phương pháp đơn hình.	13
3.3 Phương pháp hướng tìm ngẫu nhiên.	14
Bài 4 Phương pháp đạo hàm riêng	15
1. Đặt vấn đề	15
2. Đạo hàm riêng theo nghĩa hẹp.	16
3. Phương pháp hạ nhanh nhất.	16
Bài 5 Phương pháp hướng liên hợp	17
1. Đặt vấn đề.	17

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

2. Thuật toán hướng liên hợp.	19
Bài 6 Phương pháp Newton/Raphson	21
1. Nội dung của phương pháp.	21
2. Thuật toán Newton-Raphson.	21
Bài 7 Cực tiểu hoá hàm một biến	24
1. Đặt vấn đề.	24
2. Phương pháp nhát cắt vàng.	25
3. Phương pháp Fibonacci.	26
Bài 8 Bài toán tối ưu có giới hạn	28
1. Bài toán tối ưu có giới hạn	28
2. Phương pháp đổi biến độc lập	28
3. Phương pháp sử dụng hàm phạt và hàm chặn.	29
3.1 Hàm phạt.	29
3.2 Hàm chặn.	29
Tài liệu tham khảo	31

Bài 1 Giới thiệu chung

1. Định nghĩa.

Điều khiển tối ưu là một chuyên ngành cơ bản trong điều khiển tự động, nó có vai trò xác định và tạo lập những luật điều khiển cho hệ thống để hệ thống đạt được chỉ tiêu về tính hiệu quả đã được định trước dưới dạng hàm mục tiêu Q .

Trong thực tế tồn tại các bài toán điều khiển tối ưu như sau:

- Bài toán tối ưu cực tiểu:

+ Xác định tham số của mô hình sao cho bình phương sai lệch trung bình giữa mô hình và đối tượng đạt giá trị nhỏ nhất, ví dụ như huấn luyện mạng nơ-ron, nhận dạng đối tượng, ...

+ Điều khiển một quá trình đạt chỉ tiêu chất lượng, kỹ thuật cho trước sao cho tổn hao năng lượng là nhỏ nhất.

+ Tạo ra một sản phẩm đạt chỉ tiêu chất lượng cho trước nhưng chi phí là nhỏ nhất.

+ Bài toán tìm đường đi ngắn nhất giữa hai điểm bất kỳ, ví dụ như xác định quỹ đạo chuyển động của cánh tay rô bốt, đường đi thu rác, thu tiền điện, thu tiền nước, đi chào hàng ...

- Bài toán tối ưu cực đại.

+ Tạo ra sản phẩm với chi phí cho trước, nhưng có chất lượng cao nhất.

+ Bài toán tìm đường căng.

- Bài toán tối ưu tác động nhanh: Thời gian xảy ra quá trình là ngắn nhất, ví dụ như điều khiển tên lửa.

2. Điều kiện hạn chế.

Cho hệ thống nhiều đầu vào và nhiều đầu ra, được mô tả bởi hệ các phương trình như sau:

$y = f(\underline{x}, \underline{u})$ được gọi là mô hình toán học

$\underline{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T$ là các đầu vào

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

$\underline{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ là các trạng thái

$\underline{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m)^T$ là các đầu ra

Do bài toán tối ưu được thực hiện trên mô hình hệ thống, cho nên lời giải của bài toán tối ưu phụ thuộc vào độ chính xác của mô hình hệ thống.

Những tín hiệu không thể mô tả được trong các phương trình trên sẽ được coi là nhiễu tác động.

3. Bài toán điều khiển tối ưu.

Bài toán tối ưu được xây dựng dựa trên các giả thiết sau:

- + Có một mô hình toán học.
- + Không có nhiễu tác động.
- + Biết các điều kiện biên của mô hình như điểm làm việc, thời gian làm việc của hệ thống.
- + Biết miền giá trị cho phép của các đầu vào \underline{u} .
- + Biết hàm mục tiêu Q mô tả tính hiệu quả mà hệ thống cần đạt được.

Mục đích của điều khiển tối ưu là tìm tín hiệu tối ưu \underline{u}^* để hàm mục tiêu Q đạt giá trị cực đại hoặc cực tiểu.

Với những giả thiết này có rất nhiều phương pháp giải bài toán điều khiển tối ưu khác nhau. Trong chương trình của môn học này, chúng ta sẽ nghiên cứu các phương pháp cơ bản nhất của lĩnh vực điều khiển tối ưu, được chia thành hai nhóm chính như sau:

- + Điều khiển tối ưu tĩnh.
- + Điều khiển tối ưu động.

3.1. Điều khiển tối ưu tĩnh.

Bài toán điều khiển tối ưu tĩnh là bài toán trong đó quan hệ vào, ra và biến trạng thái của mô hình không phụ thuộc vào thời gian. Giá trị đầu ra tại một thời điểm chỉ phụ thuộc vào các đầu đầu vào và trạng thái tại thời điểm đó.

Mô hình hệ thống được cho như sau:

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

$y_k = f_k(u_1, u_2, \dots, u_r)$, với $k = 1, 2, \dots, m$, viết gọn lại thành $\underline{y} = \underline{f}(\underline{u})$. Hàm mục tiêu như sau: $Q = Q(\underline{u}, \underline{y})$.

Thay $\underline{y} = \underline{f}(\underline{u})$ vào hàm mục tiêu được: $Q = Q(\underline{u}, \underline{y}) = Q(\underline{u}, \underline{f}(\underline{u})) = Q(\underline{u})$, như vậy Q chỉ phụ thuộc vào các đầu vào và đầu ra.

3.2. Điều khiển tối ưu động.

Bài toán điều khiển tối ưu động là bài toán trong đó mô hình toán học có ít nhất một phương trình vi phân.

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, u)$$

Cho mô hình hệ thống như sau: $\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r)$ với $i = 1 \div n$, viết gọn lại thành: $\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$.

Các đầu ra của hệ thống là $\underline{y} = \underline{g}(\underline{x}, \underline{u})$ với $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$.

Hàm mục tiêu được định nghĩa như sau: $Q = \int_0^T f_0(\underline{x}, \underline{u}) dt$, trong đó T là thời gian xảy ra quá trình tối ưu.

Với bài toán điều khiển tối ưu tĩnh, đây chính là bài toán cực trị với những điều kiện ràng buộc. Có nhiều phương pháp giải bài toán cực trị, ở đây chúng ta chỉ nghiên cứu các phương pháp phi tuyến:

- + Các phương pháp không dùng đạo hàm riêng.
- + Các phương pháp đạo hàm riêng.
- + Phương pháp hướng liên hợp.
- + Phương pháp Newton-Raphson.

Với bài toán điều khiển tối ưu động, chỉ nghiên cứu các phương pháp sau:

- + Phương pháp biến phân kinh điển.
- + Phương pháp cực đại của Pontrjagin
- + Phương pháp qui hoạch động của Bellman

Bài 2 Điều khiển tối ưu tĩnh

1. Mô tả toán học.

Mô hình hệ thống có dạng như sau: $\underline{y} = \underline{f}(\underline{u})$ với $\underline{u} \in U$

$\underline{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T$ các đầu vào

$\underline{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m)^T$ các đầu ra

U là miền thích hợp của các biến đầu vào, được định nghĩa như sau:

$$U = \{ \underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T \mid u_{k \min} \leq u_k \leq u_{k \max}; k = 1 \div r \}$$

Hàm mục tiêu có dạng như sau: $Q = Q(\underline{u}, \underline{y}) = Q(\underline{u}, \underline{f}(\underline{u})) = Q(\underline{u})$

Không mất tính tổng quát nếu giả thiết tiêu chuẩn tối ưu là: $Q(\underline{u}) \rightarrow \min$

Bài toán điều khiển tối ưu tĩnh được phát biểu như sau: Tìm tín hiệu tối ưu $\underline{u}^* \in U$, sao cho $Q(\underline{u}^*)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, ta có $Q(\underline{u}^*) \leq Q(\underline{u}) \quad \forall \underline{u} \in U$ (1)

Nếu \underline{u}^* thoả mãn (1) với mọi \underline{u} thuộc U , thì \underline{u}^* được gọi là véc tơ tối ưu toàn cục.

Nếu \underline{u}^* thoả mãn (1) với mọi \underline{u} thuộc lân cận \underline{u}^* , thì \underline{u}^* được gọi là véc tơ tối ưu cục bộ.

2. Biểu diễn hình học.

Xét hệ thống có hai tín hiệu đầu vào u_1 và u_2 . Hàm mục tiêu Q chỉ phụ thuộc vào u_1 và u_2 , $Q = Q(u_1, u_2)$.

Giả thiết hàm mục tiêu Q có đồ thị như hình 1.

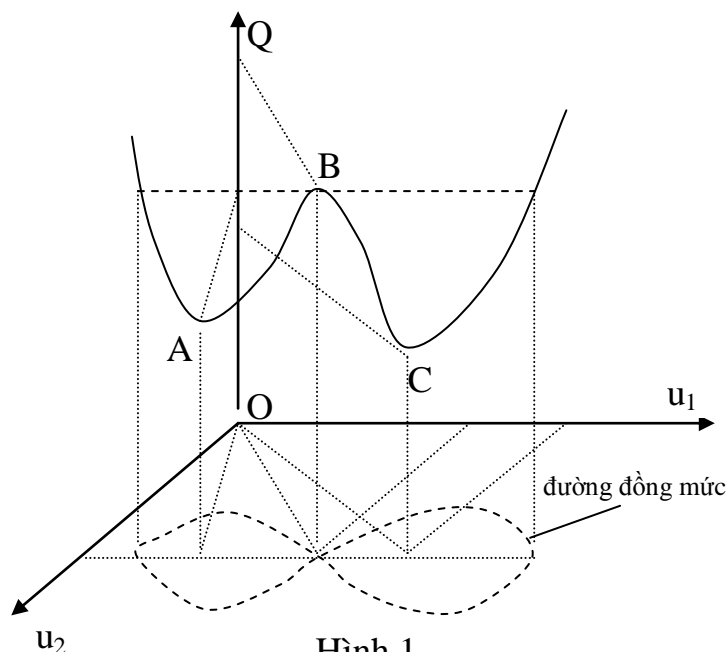
Vậy điểm tối ưu $\underline{u}^* = \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}$ là điểm thuộc mặt phẳng (u_1, u_2) , tại đó mặt cong Q ở điểm thấp nhất.

Điểm A là điểm tối ưu cục bộ, điểm B là điểm yên ngựa và điểm C là điểm tối ưu toàn cục.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng (u_1, u_2) , tại các điểm đó hàm mục tiêu Q có cùng giá trị được gọi là đường đồng mức.



3. Giả thiết cho lời giải.

3.1. Bài toán tối ưu không có giới hạn.

- Nghiệm \underline{u}^* của bài toán tối ưu không có giới hạn là một điểm cực trị. Các điểm cực trị thỏa mãn hệ phương trình vi phân $\frac{\partial Q}{\partial u_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, r$ hay

$$\frac{\partial Q}{\partial \underline{u}} = \left(\frac{\partial Q}{\partial u_1}, \frac{\partial Q}{\partial u_2}, \dots, \frac{\partial Q}{\partial u_r} \right)^T = \underline{0}$$

- Tại mỗi điểm \underline{u} của mặt cong Q tồn tại véc tơ đạo hàm riêng $\frac{\partial Q}{\partial \underline{u}}$, ký hiệu là

$gradQ = \frac{\partial Q}{\partial \underline{u}}$, véc tơ đạo hàm riêng $gradQ$ có các tính chất sau:

- + Có phương vuông góc với mặt cong Q .
- + Có hướng chỉ chiều tăng giá trị của các đường đồng mức.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

+ Có độ lớn thể hiện tốc độ tăng hay giảm giá trị của Q . Do đó tại điểm cực trị của mặt cong Q phải có $\text{grad}Q = \underline{0}$ (*). Hệ phương trình này chỉ là điều kiện cần để tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* .

Để giải hệ phương trình (*) sẽ gặp những vấn đề sau:

+ Hệ phương trình (*) là hệ phi tuyến, dẫn đến việc giải trực tiếp khó thực hiện được.

+ Có nhiều điểm \underline{u}^* thoả mãn hệ phương trình (*) nhưng không phải là nghiệm tối ưu.

Thực tế, các phương pháp gần đúng được sử dụng nhiều hơn, theo thuật toán tìm nghiệm từng bước.

Thuật toán tìm nghiệm từng bước.

+ Bước 1:

Cho $\varepsilon > 0$ bé tùy ý, chọn \underline{u}_0 bất kỳ.

Thực hiện các bước sau với $k = 1, 2 \dots$

+ Bước 2:

Xác định hướng tìm và khoảng cách bước tìm.

+ Bước 3:

Tìm \underline{u}_k theo hướng tìm và khoảng cách bước tìm.

+ Bước 4:

Kiểm tra điều kiện.

Nếu $\|\underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}\| \leq \varepsilon$ chuyển sang bước 5.

Nếu $\|\underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}\| > \varepsilon$ quay về bước 2.

+ Bước 5:

Nghiệm tối ưu gần đúng là $\underline{u}^* = \underline{u}_k$ với độ chính xác là ε .

3.2. Bài toán tối ưu có giới hạn.

Bản chất là tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* gần đúng cho bài toán mà \underline{u} bị giới hạn bởi miền thích hợp U . Thuật toán tìm nghiệm từng bước về cơ bản cũng giống như trên, nhưng cần phải chú ý các trường hợp sau:

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

+ Nếu nghiệm tối ưu \underline{u}^* không nằm trên biên của U thì $\text{grad}Q = \underline{0}$ vẫn là điều kiện cần để tìm \underline{u}^* .

+ Nếu trong miền thích hợp U không tồn tại nghiệm \underline{u}^* thoả mãn điều kiện $\text{grad}Q = \underline{0}$, khi đó nghiệm tối ưu \underline{u}^* nằm trên biên của U và tại điểm \underline{u}^* véc tơ đạo hàm riêng $\text{grad}Q$ phải có hướng vào trong miền U .

Thuật toán tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* cho bài toán tối ưu có giới hạn.

+ Bước 1:

Cho $\varepsilon > 0$ bé tùy ý, chọn \underline{u}_0 bất kỳ.

Thực hiện các bước sau với $k = 1, 2 \dots$

+ Bước 2:

Xác định hướng tìm và khoảng cách bước tìm thích hợp để cho $\underline{u}_k \in U$.

+ Bước 3:

Tìm \underline{u}_k theo hướng tìm và khoảng cách bước tìm.

+ Bước 4:

Kiểm tra điều kiện.

Nếu $\|\underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}\| \leq \varepsilon$ chuyển sang bước 5.

Nếu $\|\underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}\| > \varepsilon$ quay về bước 2.

+ Bước 5:

Nghiệm tối ưu gần đúng là $\underline{u}^* = \underline{u}_k$ với độ chính xác là ε .

Bài 3 Phương pháp không dùng đạo hàm riêng

1. Đặt vấn đề.

Việc tìm \underline{u}^* thông qua hệ phương trình vi phân $\text{grad}Q = \underline{0}$ (*) không phải là tốt nhất cho mọi trường hợp vì những lý do sau:

- + Hệ phương trình (*) có thể rất phức tạp.
- + Hàm mục tiêu Q có thể tồn tại nhiều điểm cực trị tại điểm đó luôn thoả mãn hệ phương trình (*).
- + Không phải hàm mục tiêu nào cũng khả vi.

Chính vì những lý do này, mà cần phải có các phương pháp tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* mà không dùng véc tơ đạo hàm riêng (gradient).

2. Phương pháp Gauss/ Seidel.

Cho mô hình hệ thống $\underline{y} = \underline{f}(\underline{u})$.

Hàm mục tiêu được định nghĩa là $Q = Q(\underline{u})$.

Tìm \underline{u}^* để cho Q đạt giá trị nhỏ nhất, tức là $Q \rightarrow \min$.

Giả sử \underline{u}^* nghiệm tối ưu thoả mãn $Q \rightarrow \min$, ký hiệu $\underline{u}^* = \text{argmin}Q$.

Nội dung của phương pháp Gauss/Seidel.

+ Hướng tìm được chọn song song với các trục tọa độ u_i với $i = 1, 2, \dots, r$. Ký hiệu hướng tìm ở bước thứ k là \underline{h}_k .

+ Khoảng cách bước tìm ở bước thứ k được ký hiệu là s_k . s_k được xác định như sau: $s_k^* = \text{argmin} Q(\underline{u}_k + s_k \underline{h}_k)$

Thuật toán tìm nghiệm của Gauss/Seidel.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

+ Bước 1:

Cho $\varepsilon > 0$ bé tùy ý, chọn \underline{u}_0 bất kỳ.

Thực hiện các bước sau với $k = 0, 1, 2 \dots$

+ Bước 2:

- Xác định hướng tìm \underline{h}_k : $\underline{h}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$, \underline{h}_k là véc tơ có r hàng, chỉ có hàng thứ $k + 1$

có giá trị bằng 1, các hàng khác đều bằng không.

- Xác định khoảng cách bước tìm s_k : s_k được xác định sao cho hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất trên hướng tìm \underline{h}_k . $s_k^* = \operatorname{argmin} Q(\underline{u}_k + s_k \underline{h}_k)$

+ Bước 3:

$$\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k + s_k^* \underline{h}_k$$

+ Bước 4: Kiểm tra điều kiện.

Nếu $\| \underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k \| \leq \varepsilon$ chuyển sang bước 5.

Nếu $\| \underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k \| > \varepsilon$ quay về bước 2.

+ Bước 5:

Nghiệm tối ưu gần đúng là $\underline{u}^* = \underline{u}_{k+1}$

Ví dụ: Cho hàm mục tiêu $Q = u_1^2 + 2u_2^2 - 3$, tìm \underline{u}^* để cho $Q \rightarrow \min$

Bước 1: Cho $\varepsilon = 10^{-3}$, chọn $\underline{u}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$k = 0$.

Bước 2: Chọn $\underline{h}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_0 + s_0 \underline{h}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + s_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$Q(\underline{u}_1) = (1 + s_0)^2 + 2 - 3$, ta có $\frac{\partial Q(\underline{u}_1)}{\partial s_0} = 2(1 + s_0) = 0$, suy ra $s_0 = -1$

Vậy $s_0^* = \operatorname{argmin} Q(\underline{u}_1) = -1$

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Bước 3:

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_0 + s_0 \underline{h}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+s_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bước 4:

$$\|\underline{u}_1 - \underline{u}_0\| = 1 > \varepsilon \text{ quay về bước 2}$$

k=1.

Bước 2: Chọn $\underline{h}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_1 + s_1 \underline{h}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + s_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1+s_1 \end{bmatrix}$$

$$Q(\underline{u}_2) = 0 + 2(1+s_1)^2 - 3, \text{ ta có } \frac{\partial Q(\underline{u}_2)}{\partial s_1} = 4(1+s_1) = 0, \text{ suy ra } s_1 = -1$$

$$\text{Vậy } s_1^* = \operatorname{argmin} Q(\underline{u}_2) = -1$$

Bước 3:

$$\underline{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1+s_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bước 4:

$$\|\underline{u}_2 - \underline{u}_1\| = 1 > \varepsilon \text{ quay về bước 2}$$

k=2.

Bước 2:

Chọn $\underline{h}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\underline{u}_3 = \underline{u}_2 + s_2 \underline{h}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + s_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q(\underline{u}_3) = s_2^2 + 2 \cdot 0 - 3, \text{ ta có } \frac{\partial Q(\underline{u}_3)}{\partial s_2} = 2s_2 = 0, \text{ suy ra } s_2 = 0$$

$$\text{Vậy } s_2^* = \operatorname{argmin} Q(\underline{u}_3) = 0$$

Bước 3:

$$\underline{u}_2 = \begin{bmatrix} s_2^* \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bước 4:

$$\|\underline{u}_3 - \underline{u}_2\| = 0 < \varepsilon \text{ chuyển sang bước 5}$$

Bước 5:

$$\underline{u}^* = \underline{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sau hai vòng tính ta đã tìm được nghiệm tối ưu $\underline{u}^* = \underline{u}_2$.

ưu điểm của phương pháp là: nếu hệ thống có r đầu vào, hàm mục tiêu có dạng chính phương thì nghiệm tối ưu \underline{u}^* sẽ được tìm thấy sau đúng r vòng.

3. Các phương pháp khác.

3.1 Phương pháp Rosenbrock.

Hệ trục tọa độ được xoay sau mỗi lần tìm được nghiệm \underline{u}_k từ \underline{u}_{k-1} sao cho một trục tọa độ của hệ mới trùng với hướng của véc tơ $\underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}$.

Ưu điểm của phương pháp là tốc độ hội tụ cao hơn phương pháp Gauss/Seidel khi hàm mục tiêu phức tạp (các đường đồng mức không đối xứng, hàm mục tiêu không có dạng chính phương).

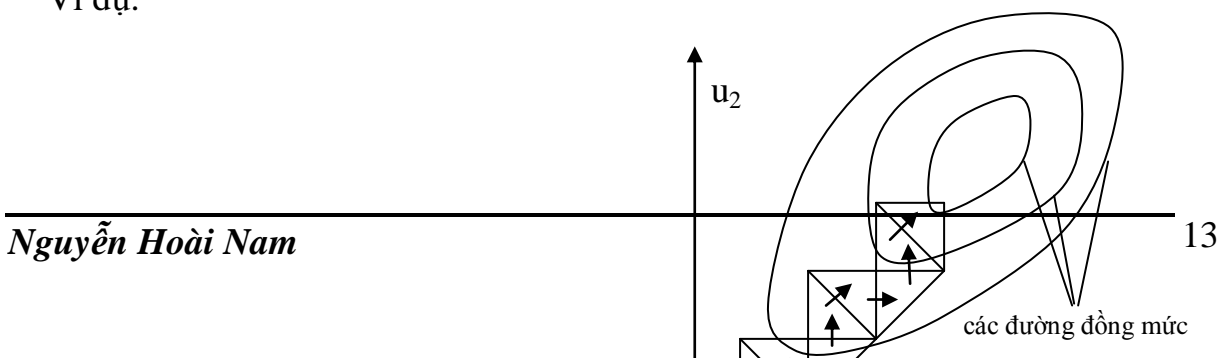
3.2 Phương pháp đơn hình.

Tính giá trị hàm mục tiêu tại $r+1$ đỉnh của một hình đa diện Δ . Trong đó r là số biến đầu vào của hệ thống.

Sau đó đa diện Δ được lấy đối xứng với một cạnh (hoặc mặt) của nó, sao cho đa diện mới Δ' thu được có giá trị hàm mục tiêu tại các đỉnh không lớn hơn các giá trị của hàm mục tiêu tại các đỉnh của Δ tương ứng.

Phép lấy đối xứng và tính giá trị hàm mục tiêu Q sẽ được tiếp tục nếu đa diện mới Δ' vẫn nằm trong miền thích hợp U và giá trị hàm mục tiêu Q tại các đỉnh của Δ' không lớn hơn so với giá trị hàm mục tiêu Q tại các đỉnh của Δ .

Ví dụ:



Với hệ thống có hai đầu vào $r = 2$, đa diện Δ là một tam giác. Quá trình tìm nghiệm tối ưu được minh họa như hình 2.

ở đây để đơn giản ta chọn tam giác Δ là một tam giác vuông cân. Chiều mũi tên là chiều tìm nghiệm tối ưu.

3.3 Phương pháp hướng tìm ngẫu nhiên.

Hướng tìm ngẫu nhiên được lấy từ tập ngẫu nhiên có phân bố chuẩn, đều các hướng trong không gian.

\underline{u}_k được tìm theo hướng đã được chọn ngẫu nhiên ở bước k .

Nếu $Q(\underline{u}_k) < Q(\underline{u}_{k-1})$ thì hướng tìm đó vẫn được dùng để tìm \underline{u}_{k+1} tiếp theo, nếu không thì chọn theo hướng ngược lại.

Bài 4 Phương pháp đạo hàm riêng

1. Đặt vấn đề.

Theo phương pháp này, hướng tìm được xác định theo véc tơ đạo hàm riêng của hàm mục tiêu Q theo các biến đầu vào $\text{grad}Q$.

Vấn đề đặt ra là tính véc tơ đạo hàm riêng $\text{grad}Q$ như thế nào? Tùy thuộc vào hàm mục tiêu Q được cho dưới dạng công thức, bảng tra hay thuật toán mà ta có phương pháp tính $\text{grad}Q$ khác nhau.

Khi hàm $\text{grad}Q$ cho dưới dạng công thức, tính $\text{grad}Q$ theo phương pháp giải tích.

$$\text{grad}Q(\underline{u}_k) = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial Q}{\partial u_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial u_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q}{\partial u_r} \end{array} \right]_{\underline{u} = \underline{u}_k} \quad \text{lấy đạo hàm riêng theo từng biến đầu vào } u_i, \text{ sau đó}$$

thay giá trị $\underline{u} = \underline{u}_k$ vào.

Nếu hàm mục tiêu Q cho dưới dạng bảng tra hoặc thuật toán thì có các phương pháp tính $\text{grad}Q$ như sau:

+ Phương pháp thứ nhất:

$$\left. \frac{\partial Q}{\partial u_i} \right|_{\underline{u} = \underline{u}_k} = \frac{1}{\Delta u_i} \left[Q({}^k u_1, {}^k u_2, \dots, {}^k u_i + \Delta u_i, \dots, {}^k u_r) - Q({}^k u_1, {}^k u_2, \dots, {}^k u_i, \dots, {}^k u_r) \right]$$

với $i = 1, 2, \dots, r$.

+ Phương pháp thứ hai:

$$\left. \frac{\partial Q}{\partial u_i} \right|_{\underline{u} = \underline{u}_k} = \frac{1}{2\Delta u_i} \left[Q({}^k u_1, {}^k u_2, \dots, {}^k u_i + \Delta u_i, \dots, {}^k u_r) - Q({}^k u_1, {}^k u_2, \dots, {}^k u_i - \Delta u_i, \dots, {}^k u_r) \right]$$

với $i = 1, 2, \dots, r$.

2. Phương pháp đạo hàm riêng theo nghĩa hẹp.

Hướng tìm có hướng ngược lại so với hướng của véc tơ đạo hàm riêng $\text{grad}Q$
 $\underline{h}_k = - \text{grad}Q(\underline{u}_k)$.

Khoảng cách bước tìm tỉ lệ với độ lớn của $\text{grad}Q(\underline{u}_k)$. Giá trị \underline{u}_{k+1} được tính theo công thức sau: $\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k - s \cdot \text{grad}Q(\underline{u}_k)$

Khoảng cách bước tìm s có ảnh hưởng rất lớn đến tốc độ hội tụ của phương pháp.

+ Nếu s nhỏ, số bước tính lớn, số lần tính $\text{grad}Q$ nhiều.

+ Nếu s lớn, chuỗi giá trị $\{\underline{u}_k\}$ phân kỳ.

Vì tại điểm cực trị $\text{grad}Q(\underline{u}) = \underline{0}$ nên phương pháp sẽ cho một dãy $\{\underline{u}_k\}$ hội tụ đến một điểm cực trị. Khi Q không có điểm yên ngựa, điểm cực trị đó có thể là cực bộ hoặc toàn cực.

Muốn tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* toàn cực, nên áp dụng phương pháp cho nhiều điểm ban đầu \underline{u}_0 khác nhau.

3. Phương pháp hạ nhanh nhất.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Bản chất của phương pháp là phương pháp dùng véc tơ đạo hàm riêng có hướng tìm không cố định theo $\text{grad}Q$ từ đầu đến cuối. Hướng tìm được xác định như sau: $\underline{h}_0 = -\text{grad}Q(\underline{u}_0)$.

Khoảng cách bước tìm được xác định như sau: $s_0^* = \arg \min Q(\underline{u}_0 + s_0 \underline{h}_0)$

suy ra $\underline{u}_1 = \underline{u}_0 + s_0^* \underline{h}_0$.

Với $k = 1, 2, \dots$

Chọn \underline{h}_k sao cho $\underline{h}_k^T \underline{h}_{k-1} = 0$.

Chuỗi giá trị $\{\underline{u}_k^*\}$ có tốc độ hội tụ lớn khi cách xa \underline{u}^* , càng gần \underline{u}^* thì độ hội tụ càng giảm.

Thuật toán hạ nhanh nhất.

Bước 1:

Cho $\varepsilon > 0$ đủ bé, chọn \underline{u}_0 bất kỳ.

$\underline{h}_0 = -\text{grad}Q(\underline{u}_0)$

$s_0^* = \arg \min Q(\underline{u}_0 + s_0 \underline{h}_0)$

$\underline{u}_1 = \underline{u}_0 + s_0^* \underline{h}_0$

Thực hiện các bước sau với $k = 1, 2, 3, \dots$

Bước 2:

Tìm hướng \underline{h}_k sao cho: $\underline{h}_k^T \underline{h}_{k-1} = 0$

Tìm s_k^* như sau: $s_k^* = \arg \min Q(\underline{u}_k + s_k \underline{h}_k)$

Bước 3:

Tính $\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k + s_k^* \underline{h}_k$.

Bước 4: Kiểm tra điều kiện.

Nếu $\|\underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k\| \leq \varepsilon$ chuyển sang bước 5.

Nếu $\|\underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k\| > \varepsilon$ quay về bước 2.

Bước 5: Kết thúc

Nghiệm tối ưu gần đúng $\underline{u}^* = \underline{u}_{k+1}$ với độ chính xác là ε .

Bài 5 Phương pháp hướng liên hợp

1. Đặt vấn đề.

Xét hàm mục tiêu có dạng chính phương: $Q = \frac{1}{2} \underline{u}^T A \underline{u} + \underline{b}^T \underline{u}$

A là ma trận đơn vị.

$$\underline{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T$$

$$\underline{b} = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_r)^T$$

Theo phương pháp Gauss/Seidel, \underline{u}^* được tìm thấy sau đúng r bước. \underline{u}^* thoả mãn điều kiện $\frac{\partial Q}{\partial \underline{u}} = \underline{0} \Leftrightarrow A \underline{u} + \underline{b} = \underline{0} \Rightarrow \underline{u}^* = -A \underline{b}$.

Theo phương pháp Gauss/Seidel, các hướng tìm song song với các trục tọa độ, xuất phát từ đây để đi tới phương pháp hướng liên hợp.

ý tưởng của phương pháp là: hướng tìm ở vòng thứ k được tìm theo hướng tìm ở vòng thứ k - 1, sao cho: $\underline{h}_{k-1}^T \underline{h}_k = 0$.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Xét hàm mục tiêu bất kỳ, trong đó ma trận A không phải là ma trận đơn vị. Như vậy ta phải chuyển hệ trục tọa độ để đưa A về dạng ma trận đơn vị. Khi đó hướng tìm \underline{h}_k sẽ chuyển thành \underline{p}_k . Coi A là một toán tử tuyến tính biến đổi hệ trục tọa độ, qua phép biến đổi này \underline{h}_k chuyển thành \underline{p}_k . Khi đó \underline{p}_k phải có tính chất sau:

$$\underline{p}_{k-1}^T A \underline{p}_k = 0$$

Các hướng tìm \underline{p}_k với $k = 1, 2, \dots, r$ được xác định nhờ công thức sau:

$$\underline{p}_k = \underline{v}_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\underline{p}_i^T A \underline{v}_k}{\underline{p}_i^T A \underline{p}_i} \underline{p}_i$$

\underline{v}_i với $i = 1, 2, \dots, r$ là một cơ sở của không gian \mathbb{R}^r , có nghĩa là các véc tơ $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_r$ độc lập tuyến tính với nhau.

Hướng tìm ban đầu \underline{p}_0 có thể được xác định nhờ véc tơ $\text{grad}Q$ hoặc được xác định ngẫu nhiên. Dọc theo hướng tìm \underline{p}_k , \underline{u}_k được tìm sao cho $Q(\underline{u}_k)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$s_k^* = \text{argmin} Q(\underline{u}_{k-1} + s_k \underline{p}_k)$$

$$\underline{u}_k = \underline{u}_{k-1} + s_k^* \underline{p}_k$$

2. Thuật toán hướng liên hợp.

Chọn các véc tơ cơ sở \underline{v}_i như sau: $\underline{v}_k = -\underline{g}_{k-1}$ với $k = 1, 2, \dots, r$. Trong đó $\underline{g}_k = \text{grad}Q(\underline{u}_k) = A\underline{u}_k + \underline{b}$.

$\underline{p}_{k+1} = -\underline{g}_k + e_k \underline{p}_k$ với $k = 0, 1, \dots, r-1$. Trong đó $\underline{p}_0 = -\underline{g}_0$, hệ số đổi hướng

$$e_k = \frac{\underline{p}_k^T A \underline{g}_k}{\underline{p}_k^T A \underline{p}_k}$$

Dọc theo hướng tìm \underline{p}_{k+1} , \underline{u}_{k+1} được tìm theo từ \underline{u}_k theo nguyên tắc hàm Q đạt giá trị nhỏ nhất.

$$s_{k+1}^* = \text{argmin} Q(\underline{u}_k + s_{k+1} \underline{p}_{k+1})$$

$$\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k + s_{k+1}^* \underline{p}_{k+1}$$

Thuật toán.

Bước 1:

Chọn \underline{u}_0 , $e_0 = 0$.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

$$\underline{p}_0 = -\underline{g}_0 = -(A\underline{u}_0 + \underline{b})$$

Thực hiện các bước sau với $k = 1, 2, \dots, r-1$.

Bước 2:

$$\underline{g}_k = \text{grad}Q(\underline{u}_k) = A\underline{u}_k + \underline{b}$$

$$e_k = \frac{\underline{p}_k^T A \underline{g}_k}{\underline{p}_k^T A \underline{p}_k}$$

$$\underline{p}_{k+1} = -\underline{g}_k + e_k \underline{p}_k$$

$$s_{k+1}^* = \text{argmin}Q(\underline{u}_k + s_{k+1} \underline{p}_{k+1})$$

Bước 3:

$$\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k + s_{k+1}^* \underline{p}_{k+1}$$

Bước 4:

$$\underline{u}^* = \underline{u}_r$$

Phương pháp hướng liên hợp có những tính chất sau:

$$+ \underline{g}_i^T \underline{g}_j = 0 \text{ với } \forall i \neq j$$

$$+ \underline{p}_i^T \underline{g}_k = 0 \text{ với } \forall i \leq k$$

$$+ \text{Nghiệm tối ưu } \underline{u}^* \text{ thoả mãn hệ phương trình } A\underline{u}^* + \underline{b} = 0.$$

Phương pháp này thích hợp cho hàm mục tiêu có dạng: $Q = \frac{1}{2} \underline{u}^T A \underline{u} + \underline{b}^T \underline{u}$ với

A là ma trận xác định dương.

Khi hàm mục tiêu có dạng bất kỳ, không giống với dạng ở trên ta có thể dùng phương pháp này để tìm \underline{u}^* , tuy nhiên cần phải thay đổi.

$$\text{Hệ số đổi hướng được tính từ } Q \text{ có dạng tổng quát: } e_k = \frac{|\underline{g}_k|^2}{|\underline{g}_{k-1}|^2}$$

Nghiệm tối ưu tìm được không phải là nghiệm đúng.

Bài 6 Phương pháp Newton-Raphson

1. Nội dung của phương pháp.

Phương pháp tìm nghiệm tối ưu sử dụng đạo hàm bậc nhất và bậc hai của hàm mục tiêu nên phải giả thiết hàm mục tiêu $Q(\underline{u})$ khả vi hai lần. Để giải hệ phương trình $\frac{\partial Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}} = \underline{0}$ (*) bằng phương pháp giải tích, trước tiên hệ (*) được khai triển thành chuỗi Taylor tại \underline{u}_k thuộc lân cận nghiệm tối ưu \underline{u}^* và là nghiệm của (*) như sau:

$$\left. \frac{\partial Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}} \right|_{\underline{u}^*} = \left. \frac{\partial Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}} \right|_{\underline{u}_k} + \left. \frac{\partial^2 Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}^2} (\underline{u}^* - \underline{u}_k) \right|_{\underline{u}_k} + \dots + \underline{0}$$

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

tiếp theo, bỏ qua các đạo hàm bậc cao. Khi đó \underline{u}^* sẽ không phải là nghiệm đúng nữa mà chỉ là nghiệm gần đúng. Gọi nghiệm gần đúng này là $\underline{u}_{k+1} \approx \underline{u}^*$, thay vào hệ phương trình trên ta có:

$$\left. \frac{\partial Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}} \right|_{\underline{u}_k} + (\underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k) \left. \frac{\partial^2 Q(\underline{u})}{\partial \underline{u}^2} \right|_{\underline{u}_k} = 0$$

$$\text{Đặt } H(\underline{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q}{\partial \underline{u}_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 Q}{\partial \underline{u}_1 \partial \underline{u}_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial \underline{u}_r \partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial^2 Q}{\partial \underline{u}_r^2} \end{bmatrix}, \quad \underline{g}_k = \text{grad}Q(\underline{u}_k).$$

Suy ra $\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k - H^{-1}(\underline{u}_k)\underline{g}_k$

2. Thuật toán Newton-Raphson.

Bước 1:

Cho $\varepsilon > 0$ đủ bé, chọn \underline{u}_0 bất kỳ.

Thực hiện các bước sau với $k = 0, 1, 2, \dots$

Bước 2:

Tính $\underline{g}_k = \text{grad}Q(\underline{u}_k)$.

Tính $H(\underline{u}_k)$

Bước 3:

Tính $\underline{u}_{k+1} = \underline{u}_k - H^{-1}(\underline{u}_k)\underline{g}_k$

Bước 4: Kiểm tra điều kiện.

Nếu $\|\underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k\| \leq \varepsilon$ chuyển sang bước 5.

Nếu $\|\underline{u}_{k+1} - \underline{u}_k\| > \varepsilon$ quay về bước 2.

Bước 5: Kết thúc

Nghiệm tối ưu gần đúng $\underline{u}^* = \underline{u}_{k+1}$.

Ưu điểm:

Nếu hàm mục tiêu có dạng $Q = \frac{1}{2}\underline{u}^T A \underline{u} + \underline{b}^T \underline{u}$, phương pháp này sẽ cho đúng giá trị \underline{u}^* chỉ sau đúng một vòng tính.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Ví dụ:

Cho hàm mục tiêu $Q = 3u_1^2 + 4u_2^2 + u_1u_2$ với $\varepsilon = 10^{-3}$

$$\underline{g} = \text{grad}Q(\underline{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial u_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6u_1 + u_2 \\ 8u_2 + u_1 \end{bmatrix}$$

$$H(\underline{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q}{\partial u_1^2} & \frac{\partial^2 Q}{\partial u_1 \partial u_2} \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial u_2 \partial u_1} & \frac{\partial^2 Q}{\partial u_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$H^{-1}(\underline{u}) = \frac{1}{47} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Bước 1:

$$\underline{u}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bước 2:

$$\underline{g}_0 = \begin{bmatrix} 6u_1 + u_2 \\ 8u_2 + u_1 \end{bmatrix} \Big|_{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad H^{-1}(\underline{u}_0) = H^{-1}(\underline{u}) = \frac{1}{47} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Bước 3:

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_0 - H^{-1}(\underline{u}_0)\underline{g}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{47} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bước 4:

$\|\underline{u}_1 - \underline{u}_0\| = 1 > \varepsilon$ quay về bước 2

$k = 1$.

Bước 2:

$$\underline{g}_1 = \begin{bmatrix} 6u_1 + u_2 \\ 8u_2 + u_1 \end{bmatrix} \Big|_{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H^{-1}(\underline{u}_1) = H^{-1}(\underline{u}) = \frac{1}{47} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Bước 3:

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_1 - H^{-1}(\underline{u}_1)\underline{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{47} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bước 4:

$\|\underline{u}_2 - \underline{u}_1\| = 0 < \varepsilon$ chuyển sang bước 5

Bước 5:

Nghiệm tối ưu là $\underline{u}^* = \underline{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Bài 7 Cực tiểu hoá hàm một biến

1. Đặt vấn đề.

Trong các phương pháp đã học, để tìm \underline{u}^* ta phải tìm s_k^* bằng cách giải bài toán tối ưu hàm mục tiêu theo một hướng đã chọn.

$$s_k^* = \operatorname{argmin} Q(\underline{u}_k + s_k \underline{h}_k)$$

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Để tìm s_k^* , ta đã sử dụng phương pháp đạo hàm, tức là phải giải phương trình:

$$\frac{\partial Q}{\partial s_k} = 0.$$

Để có thể cài đặt thành thuật toán, chúng ta sẽ sử dụng một số phương pháp cơ bản để tìm s_k^* mà không dùng đạo hàm.

Ta đã biết $Q(\underline{u}_k + s_k \underline{h}_k)$ là hàm số một biến, chỉ phụ thuộc vào s_k , cho nên ta chỉ xét bài toán cực tiểu hoá hàm một biến.

- Xét hàm số một biến $Q(s)$, giả thiết hàm số $Q(s)$ thoả mãn các điều kiện sau:

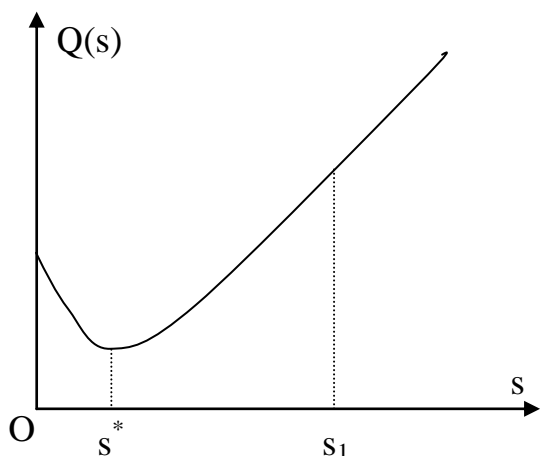
+ $Q(s)$ đơn điệu giảm khi $0 < s < s^*$

+ $Q(s)$ đơn điệu tăng khi $s^* < s$

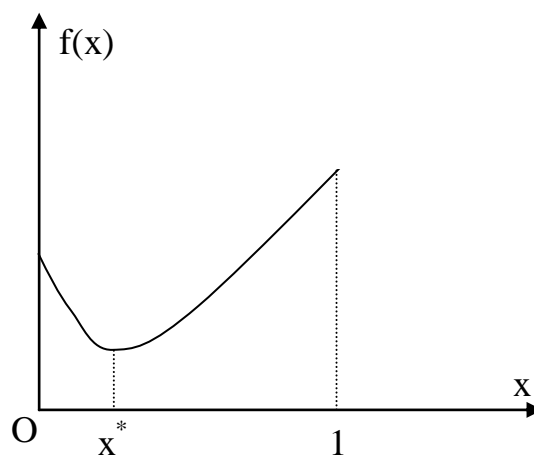
+ s^* là nghiệm tối ưu.

+ Biết một điểm $s = s_1$.

Đồ thị của hàm mục tiêu $Q(s)$ có dạng như hình 1.



Hình 1



Hình 2

Chuẩn hoá hàm $Q(s)$ với $s = xs_1$, suy ra $x = \frac{s}{s_1}$, như vậy $0 \leq x \leq 1$. Khi đó hàm

$Q(s) = Q(xs_1) = f(x)$, $f(x)$ có đồ thị như hình 2.

$f(x)$ có một điểm cực tiểu duy nhất x^* trong khoảng $(0, 1)$, $f(1) > f(0)$. $[0, 1]$ được gọi là khoảng nghiệm.

Nguyên tắc tìm nghiệm x^* là thu nhỏ khoảng nghiệm qua từng bước.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Trong khoảng $[0, 1]$ chọn 2 giá trị bất kỳ x_1 và x_2 sao cho: $0 < x_1 < x_2 < 1$. Xét các trường hợp sau:

+ Nếu $f(x_1) < f(x_2)$, khoảng nghiệm mới được chọn là $[0, x_2]$.

+ Nếu $f(x_1) \geq f(x_2)$, khoảng nghiệm mới được chọn là $[x_1, 1]$.

Vấn đề còn lại là chọn x_1 và x_2 như thế nào để tốc độ hội tụ là cao nhất, tức là tốc độ tìm thấy x^* nhanh nhất.

2. Phương pháp nhất cắt vàng.

Xác định x_1, x_2 sao cho sau mỗi lần chia cả hai phía đều có tỉ lệ giữa khoảng lớn và toàn bộ khoảng nghiệm bằng tỉ lệ khoảng nhỏ chia cho khoảng lớn.

Xét khoảng nghiệm bất kỳ $[x_{\min}, x_{\max}]$. Gọi d là độ dài của khoảng nghiệm $d = x_{\max} - x_{\min}$. Lấy hai điểm $x_1 < x_2$ đối xứng nhau qua điểm giữa của khoảng nghiệm $[x_{\min}, x_{\max}]$.

Độ dài khoảng lớn là: $x_2 - x_{\min}$ và $x_{\max} - x_1$

Độ dài khoảng nhỏ là: $x_{\max} - x_2$ và $x_1 - x_{\min}$

Ta có biểu thức sau: $\frac{x_2 - x_{\min}}{d} = \frac{x_{\max} - x_2}{x_2 - x_{\min}}$, suy ra $(x_2 - x_{\min})^2 = d(x_{\max} - x_2)$

Giải phương trình trên được: $x_2 - x_{\min} = d \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, đặt $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618$

Sau mỗi lần chia, khoảng nghiệm mới sẽ là $[x_{\min}, x_2]$ hoặc $[x_1, x_{\max}]$, vì x_1 và x_2 được lấy đối xứng cho nên: $x_2 - x_{\min} = x_{\max} - x_1$, do đó khoảng nghiệm mới thu được bao giờ cũng là $ad = 0,618d$. Sau n lần thu nhỏ khoảng nghiệm mới sẽ có độ rộng là $a^n d = (0,618)^n d$.

Thuật toán tìm x^* gần đúng theo phương pháp nhất cắt vàng.

Bước 1:

Gán $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = 1$; $\varepsilon > 0$ đủ bé. Tính $f(x_{\min})$ và $f(x_{\max})$.

Chọn $x_2 = 0,618$, tính $f(x_2)$.

Bước 2:

Xác định x_1 sao cho x_1 đối xứng qua trung điểm của đoạn $[x_{\min}, x_{\max}]$.

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Bước 3:

Tính $f(x_1), f(x_2)$

+ Nếu $f(x_1) < f(x_2)$, gán $x_{\max} = x_2$

+ Nếu $f(x_1) \geq f(x_2)$, gán $x_{\min} = x_1$

Bước 4: Kiểm tra

Nếu $|x_{\max} - x_{\min}| < \varepsilon$ chuyển sang bước 5

Nếu $|x_{\max} - x_{\min}| > \varepsilon$ quay về bước 2

Bước 5:

Nghiệm tối ưu gần đúng x^* có thể được chọn là một điểm bất kỳ thuộc khoảng $[x_{\min} \ x_{\max}]$

3. Phương pháp Fibonacci.

Xét dãy Fibonacci $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots\}$.

Gọi F_i là phân tử thứ i của dãy Fibonacci. F_i được xác định theo công thức sau:

$F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$. Trong đó, hai phân tử đầu tiên của dãy F_1 và F_2 được xác định như sau: $F_1 = F_2 = 1$.

Nội dung của phương pháp Fibonacci.

ở bước thu nhỏ khoảng nghiệm thứ k , tỉ lệ giữa khoảng nhỏ với khoảng lớn là

$\varepsilon_k = \frac{F_{n-k+2}}{F_{n-k+3}}$, với n là số bước thu nhỏ khoảng nghiệm được chọn từ trước.

Ta có:

Hệ số thu nhỏ khoảng nghiệm thứ nhất là: $\varepsilon_1 = \frac{F_{n+1}}{F_{n+2}}$

Hệ số thu nhỏ khoảng nghiệm thứ hai là: $\varepsilon_2 = \frac{F_n}{F_{n+1}}$

Hệ số thu nhỏ khoảng nghiệm thứ k là: $\varepsilon_k = \frac{F_{n-k+2}}{F_{n-k+3}}$

Hệ số thu nhỏ khoảng nghiệm thứ n là: $\varepsilon_n = \frac{F_2}{F_3}$

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

Sau n lần thu nhỏ khoảng nghiệm, khoảng nghiệm mới có hệ số thu nhỏ khoảng nghiệm so khoảng nghiệm ban đầu là: $\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n = \frac{1}{F_{n+2}}$.

Thuật toán tìm nghiệm x^* gần đúng theo phương pháp Fibonacci.

Bước 1:

Gán $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = 1$; $\varepsilon > 0$ đủ bé. Tính $f(x_{\min})$ và $f(x_{\max})$.

Tìm n thoả mãn điều kiện: $\frac{1}{F_{n+2}} < \varepsilon$

Thực hiện các bước sau với $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Bước 2:

Tính $\varepsilon_k = \frac{F_{n-k+2}}{F_{n-k+3}}$

Xác định x_1, x_2 thoả mãn điều kiện:

+ $x_1 < x_2$ đối xứng qua trung điểm của đoạn $[x_{\min} \ x_{\max}]$.

+ $\frac{x_1 - x_{\min}}{x_{\max} - x_1} = \varepsilon_k$

Bước 3:

Tính $f(x_1), f(x_2)$.

+ Nếu $f(x_1) < f(x_2)$, gán $x_{\max} = x_2$

+ Nếu $f(x_1) \geq f(x_2)$, gán $x_{\min} = x_1$

Gán $k = k + 1$

Kiểm tra: $k > n$ chuyển sang bước 4, ngược lại quay về bước 2.

Bước 4:

Nghiệm tối ưu gần đúng x^* có thể được chọn là một điểm bất kỳ thuộc khoảng $[x_{\min} \ x_{\max}]$

Bài 8 Bài toán tối ưu có giới hạn

1. Bài toán tối ưu có giới hạn.

Cho mô hình hệ thống có dạng như sau: $\underline{y} = \underline{f}(\underline{u})$ với $\underline{u} \in U$

$\underline{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T$ các đầu vào

$\underline{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m)^T$ các đầu ra

U là miền thích hợp của các biến đầu vào, được định nghĩa như sau:

$$U = \underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T \mid u_{k \min} \leq u_k \leq u_{k \max}; k = 1 \div r$$

Thực chất của bài toán tối ưu có giới hạn là tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* trong điều kiện \underline{u} bị giới hạn bởi miền thích hợp U .

2. Phương pháp đổi biến độc lập.

Sử dụng các phương pháp tìm nghiệm tối ưu \underline{u}^* của bài toán không có giới hạn U bằng cách dùng phép chuyển vị $\underline{u} = \underline{\varphi}(\underline{v})$. Phép chuyển vị $\underline{\varphi}$ có thể là phi tuyến, thoả mãn điều kiện: $\forall \underline{v} \in R^r$ thì $\underline{u} \in U$

Khi đó bài toán tìm:

$$\underline{u}^* = \arg \min_{\underline{u} \in U} Q(\underline{u}) \rightarrow \min$$

thành bài toán tìm:

$$\underline{v}^* = \arg \min_{\forall \underline{v} \in R^r} Q(\underline{v}) \rightarrow \min$$

Sau khi tìm được \underline{v}^* , ta sẽ tìm được $\underline{u}^* = \underline{\varphi}(\underline{v}^*)$.

Tùy theo miền giới hạn U mà ta có thể chọn một trong các phương pháp chuyển vị sau:

$$+ u_k \geq 0: \text{Thay } u_k = v_k^2$$

$$+ |u_k| \leq a: \text{Thay } u_k = \frac{2v_k}{1+v_k^2} a$$

$$+ u_{k \min} \leq u_k \leq u_{k \max} : \text{Thay } u_k = \frac{1}{2}(u_{k \max} + u_{k \min}) + \frac{v_k}{1 + v_k^2}(u_{k \max} - u_{k \min})$$

$$+ u_{k \min} < u_k < u_{k \max} : \text{Thay } v_k = \ln \frac{u_k - u_{k \min}}{u_{k \max} - u_k}$$

3. Phương pháp sử dụng hàm phạt và hàm chặn.

3.1 Hàm phạt.

Trong quá trình tìm từng bước nghiệm tối ưu, hàm phạt có được sử dụng để thông báo rằng tại thời điểm hiện tại, giá trị \underline{u}_k đã ra ngoài miền U .

Việc thông báo của hàm phạt thường là bằng những giá trị rất lớn (một cách không bình thường) tại những điểm gần biên, bên trong hoặc bên ngoài.

Cho hàm mục tiêu $Q(\underline{u})$. Tìm $\underline{u}^* = \arg \min_{\underline{u} \in U} Q(\underline{u}) \rightarrow \min$.

Thay $Q(\underline{u}) = Q(\underline{u}) + \lambda S(\underline{u})$, với điều kiện:

$$S(\underline{u}) = 0 \text{ nếu } \underline{u} \in U$$

$$S(\underline{u}) > 0 \text{ nếu } \underline{u} \notin U$$

λ là một số dương đủ lớn.

áp dụng các phương pháp giải bài toán tối ưu không ràng buộc để tìm nghiệm $\underline{u}^*(\lambda) = \arg \min Q(\underline{u}, \lambda) \rightarrow \min$, nghiệm tối ưu \underline{u}^* được tìm theo công thức sau:

$$\underline{u}^* = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \underline{u}^*(\lambda)$$

3.2 Hàm chặn.

Trong quá trình tìm từng bước nghiệm tối ưu, hàm chặn được sử dụng để ngăn cản việc giá trị \underline{u}_k hiện tại có thể sẽ vượt ra ngoài miền U . Việc ngăn cản của hàm chặn thường là bằng những giá trị rất lớn (một cách không bình thường) tại những điểm gần biên, bên trong hoặc bên ngoài

Thay $Q(\underline{u}) = Q(\underline{u}) + \lambda S(\underline{u})$, với điều kiện:

Lý thuyết điều khiển nâng cao

30 June 2014

$S(\underline{u}) = 0$ nếu \underline{u} cách xa biên.

$S(\underline{u}) = +\infty$ nếu \underline{u} ở gần biên.

λ là một số dương đủ lớn.

áp dụng các phương pháp giải bài toán tối ưu không ràng buộc để tìm nghiệm

$\underline{u}^*(\lambda) = \arg \min Q(\underline{u}, \lambda) \rightarrow \min$, nghiệm tối ưu \underline{u}^* được tìm theo công thức sau:

$$\underline{u}^* = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \underline{u}^*(\lambda)$$

Tài liệu tham khảo

1. Điều khiển tối ưu và bền vững, Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, KH&KT, 2000.
2. Lý thuyết điều khiển tự động hiện đại, Nguyễn Thương Ngô, KH&KT, 1999
3. Hệ mờ- Mạng nơron và ứng dụng, Bùi Công Cường, Nguyễn Doãn Phước, KH&KT, 2001.
4. Lý thuyết điều khiển mờ, Phan Xuân Minh, Nguyễn Doãn Phước, KH&KT, 1999.
5. Nhận dạng hệ thống điều khiển, Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, KH&KT, 2001.
6. Qui hoạch toán học, Bùi Minh Trí, KH&KT, 1999.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

**KHOA ĐIỆN - ĐIỆN TỬ
BỘ MÔN ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG**



**TÀI LIỆU HƯỚNG DẪN THÍ NGHIỆM
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG**

Tp.Hồ Chí Minh, tháng 4 - 2010

NỘI QUY PHÒNG THÍ NGHIỆM ĐIỆN-ĐIỆN TỬ

ĐIỀU I. TRƯỚC KHI ĐẾN PHÒNG THÍ NGHIỆM SINH VIÊN PHẢI:

1. Nắm vững quy định an toàn của phòng thí nghiệm.
2. Nắm vững lý thuyết và đọc kỹ tài liệu hướng dẫn bài thực nghiệm.
3. Làm bài chuẩn bị trước mỗi buổi thí nghiệm. Sinh viên không làm bài chuẩn bị theo đúng yêu cầu sẽ không được vào làm thí nghiệm và xem như vắng buổi thí nghiệm đó.
4. Đến phòng thí nghiệm đúng giờ quy định và giữ trật tự chung. Trễ 15 phút không được vào thí nghiệm và xem như vắng buổi thí nghiệm đó.
5. Mang theo thẻ sinh viên và gắn bảng tên trên áo.
6. Tắt điện thoại di động trước khi vào phòng thí nghiệm.

ĐIỀU II. VÀO PHÒNG THÍ NGHIỆM SINH VIÊN PHẢI:

1. Cất cặp, túi xách vào nơi quy định, không mang đồ dùng cá nhân vào phòng thí nghiệm.
2. Không mang thức ăn, đồ uống vào phòng thí nghiệm.
3. Ngồi đúng chỗ quy định của nhóm mình, không đi lại lộn xộn.
4. Không hút thuốc lá, không khạc nhổ và vứt rác bừa bãi.
5. Không thảo luận lớn tiếng trong nhóm.
6. Không tự ý di chuyển các thiết bị thí nghiệm

ĐIỀU III. KHI TIẾN HÀNH THÍ NGHIỆM SINH VIÊN PHẢI:

1. Nghiêm túc tuân theo sự hướng dẫn của cán bộ phụ trách.
2. Ký nhận thiết bị, dụng cụ và tài liệu kèm theo để làm bài thí nghiệm.
3. Đọc kỹ nội dung, yêu cầu của thí nghiệm trước khi thao tác.
4. Khi máy có sự cố phải báo ngay cho cán bộ phụ trách, không tự tiện sửa chữa.
5. Thận trọng, chu đáo trong mọi thao tác, có ý thức trách nhiệm giữ gìn tốt thiết bị.
6. Sinh viên làm hư hỏng máy móc, dụng cụ thí nghiệm thì phải bồi thường cho Nhà trường và sẽ bị trừ điểm thí nghiệm.
7. Sau khi hoàn thành bài thí nghiệm phải tắt máy, cắt điện và lau sạch bàn máy, sắp xếp thiết bị trở về vị trí ban đầu và bàn giao cho cán bộ phụ trách.

ĐIỀU IV.

1. Mỗi sinh viên phải làm báo cáo thí nghiệm bằng chính số liệu của mình thu thập được và nộp cho cán bộ hướng dẫn đúng hạn định, chưa nộp báo cáo bài trước thì không được làm bài kế tiếp.
2. Sinh viên vắng quá 01 buổi thí nghiệm hoặc vắng không xin phép sẽ bị cấm thi.
3. Sinh viên chưa hoàn thành môn thí nghiệm thì phải học lại theo quy định của phòng đào tạo.
4. Sinh viên hoàn thành toàn bộ các bài thí nghiệm theo quy định sẽ được thi để nhận điểm kết thúc môn học.

ĐIỀU V.

1. Các sinh viên có trách nhiệm nghiêm chỉnh chấp hành bản nội quy này.

Tài liệu hướng dẫn thí nghiệm Điều khiển tự động

2. Sinh viên nào vi phạm, cán bộ phụ trách thí nghiệm được quyền cảnh báo, trừ điểm thi. Trường hợp vi phạm lặp lại hoặc phạm lỗi nghiêm trọng, sinh viên sẽ bị đình chỉ làm thí nghiệm và sẽ bị đưa ra hội đồng kỷ luật nhà trường.

Tp.HCM, Ngày 20 tháng 09 năm 2009
KHOA ĐIỆN-ĐIỆN TỬ
(Đã ký)

PGS TS. PHẠM HỒNG LIÊN

BÀI THÍ NGHIỆM 1

ỨNG DỤNG MATLAB PHÂN TÍCH CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1. MỤC ĐÍCH :

Matlab là một trong những phần mềm thông dụng nhất dùng để phân tích, thiết kế và mô phỏng các hệ thống điều khiển tự động. Trong bài thí nghiệm này, sinh viên sử dụng các lệnh của Matlab để phân tích hệ thống như xét tính ổn định của hệ thống, đặc tính quá độ, sai số xác lập...

2. CHUẨN BỊ.

Để thực hiện các yêu cầu trong bài thí nghiệm này, sinh viên cần phải chuẩn bị kỹ trước các lệnh cơ bản của Matlab. Khi khởi động chương trình Matlab 7.0, cửa sổ Command Window xuất hiện với dấu nhắc lệnh “>>”. Để thực hiện các lệnh, sinh viên sẽ gõ lệnh từ bàn phím theo sau dấu nhắc này. Sinh viên cần tham khảo phần phụ lục ở chương 2 (trang 85) trong sách Lý thuyết điều khiển tự động (tác giả Nguyễn Thị Phương Hà – Huỳnh Thái Hoàng) để hiểu rõ các lệnh cơ bản về nhân chia đa thức, biểu diễn hàm truyền hệ thống và kết nối các khối trong hệ thống. Ngoài ra, để phân tích đặc tính của hệ thống, sinh viên cần phải hiểu kỹ các lệnh sau:

- **conv**: hàm nhân hai đa thức.
- **tf (TS, MS)**: xác định hàm truyền mô tả đối tượng từ đa thức tử số TS và đa thức mẫu số MS.
- **parallel (G1,G2)**: xác định hàm truyền tương đương của hai khối mắc song song nhau.
- **series (G1,G2)**: xác định hàm truyền tương đương của hai khối mắc nối tiếp nhau.
- **feedback (G, H)**: xác định hàm truyền vòng kín của hệ hồi tiếp.
- **bode (G)**: vẽ biểu đồ Bode biên độ và pha của hệ thống có hàm truyền G.
- **nyquist(G)**: vẽ biểu đồ Nyquist hệ thống có hàm truyền G.
- **rlocus(G)**: vẽ QĐNS hệ thống hồi tiếp âm đơn vị có hàm truyền vòng hở G.
- **step(G)**: vẽ đáp ứng nấc của hệ thống có hàm truyền G.
- **hold on**: giữ hình vẽ hiện tại trong cửa sổ Figure. Lệnh này hữu ích khi ta cần vẽ nhiều biểu đồ trong cùng một cửa sổ Figure. Sau khi vẽ xong biểu đồ thứ nhất, ta gõ lệnh hold on để giữ lại hình vẽ sau đó vẽ tiếp các biểu đồ khác. Các biểu đồ lúc sau sẽ vẽ đè lên biểu đồ thứ nhất trong cùng một cửa sổ Figure này. Nếu không muốn giữ hình nữa, ta gõ lệnh hold off.
- **grid on**: kẻ lưới trên cửa sổ Figure. Nếu không muốn kẻ lưới, ta gõ lệnh grid off.
- **plot(X,Y)**: vẽ đồ thị vector Y theo vector X.

Ví dụ: Vẽ đồ thị $y = x^2$ với $x = -10 \div 10$

```
>> X = -10:0.1:10;      % tạo vector X từ -10 ÷ 10 với khoảng cách 0.1
>> Y = X.*X;           % tính y = x*x
>> plot(X,Y);          % vẽ đồ thị y = x*x
```

- **subplot(m,n,p)**: chia Figure thành (m×n) cửa sổ con và thao tác trên cửa sổ con

thứ p.

Ví dụ: Chia Figure thành 2 cửa sổ con, sau đó vẽ Y lên cửa sổ thứ 1 và Z lên cửa sổ thứ 2

```
>> subplot(2,1,1), subplot(Y); % vẽ Y lên cửa sổ thứ 1  
>> subplot(2,1,2), subplot(Z); % vẽ Z lên cửa sổ thứ 2
```

Chú ý : sinh viên nên tham khảo phần Help của Matlab để nắm rõ chức năng và cú pháp của một <lệnh> bằng cách gõ vào dòng lệnh : help <lệnh>

3. THÍ NGHIỆM.

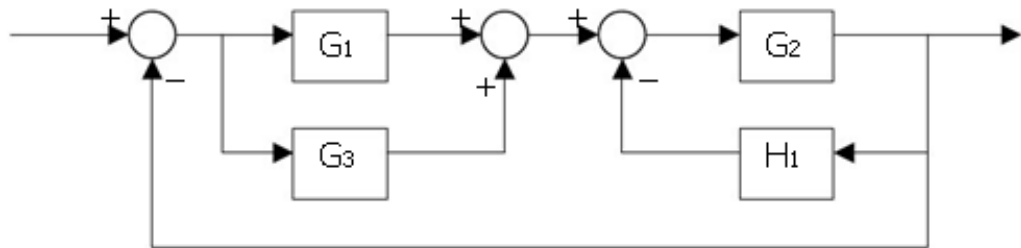
3.1. Tìm hàm truyền tương đương của hệ thống.

3.1.1. Mục đích.

Giúp sinh viên làm quen với các lệnh cơ bản để kết nối các khối trong một hệ thống.

3.1.2. Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1.** Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau.



$$G_1 = \frac{S+1}{(S+3)(S+5)}, \quad G_2 = \frac{S}{S^2+2S+8}, \quad G_3 = \frac{1}{S}, \quad H_1 = S+2$$

- **Bước 2.** Nhập hàm truyền của các khối bằng cách khai báo đa thức tử, đa thức mẫu cho từng khối. Sau đó dùng lệnh tf.
- **Bước 3.** Sau đó, tùy theo cấu trúc các khối mắc nối tiếp, song song hay hồi tiếp mà ta gõ các lệnh series, parallel hay feedback tương ứng để thực hiện việc kết nối các khối với nhau.
- **Bước 4.** Viết báo cáo. Trong báo cáo, chỉ rõ trình tự việc thực hiện các lệnh này.

3.2. Khảo sát tính ổn định của hệ thống dùng tiêu chuẩn Bode.

3.2.1. Mục đích.

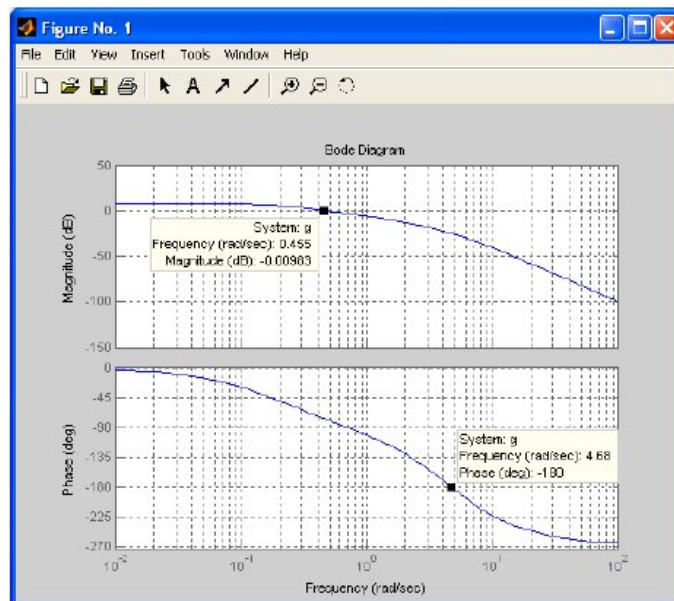
Từ biểu đồ Bode của hệ hở $G(s)$, ta tìm được tần số cắt biên, độ dự trữ pha, tần số cắt pha, độ dự trữ biên của hệ thống hở. Dựa vào kết quả tìm được để xét tính ổn định của hệ thống hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền vòng hở là $G(s)$.

3.2.2. Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1.** Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau.

$$G_s = \frac{K}{(S+0.2)(S^2+8S+0.2)}$$

- **Bước 2.** Với $K = 10$, vẽ biểu đồ Bode biên độ và pha của hệ vòng hở trên bằng cách dùng lệnh bode.
- **Bước 3.** Trên biểu đồ Bode vừa vẽ, xác định tần số cắt biên, tần số cắt pha, độ dự trữ biên, độ dự trữ pha. Khi cần xác định điểm nào trên biểu đồ Bode ta chỉ việc nhấp chuột vào vị trí đó. Lúc đó, giá trị biên độ hay góc pha sẽ hiển thị ra như hình vẽ:



- **Bước 4.** Lưu lại biểu đồ để báo cáo. Trên báo cáo chỉ rõ vị trí và giá trị các thông số vừa tìm được. Để chèn chú thích lên hình vẽ ta vào menu Insert/ Text. Để lưu hình vẽ ta vào menu File/ Export, chọn lưu dưới dạng file *.bmp hay *.jpg
- **Bước 5.** Xác định lại tần số cắt biên, tần số cắt pha, độ dự trữ biên, độ dự trữ pha bằng cách dùng lệnh margin. Nhận xét kết quả tìm được ở bước 3 và bước 4.
- **Bước 6.** Hệ thống có ổn định không? Giải thích.
- **Bước 7.** Tìm hàm truyền vòng kín của hệ thống trên. Vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống vòng kín trên với đầu vào hàm nấc đơn vị trong khoảng thời gian $t = 0 \div 10s$. Lưu hình vẽ đáp ứng này để viết báo cáo. Nhận xét.
- **Bước 8.** Với $K = 400$, thực hiện lại các bước từ 1 – 6. Nhận xét.

3.3. Khảo sát hệ thống dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

3.3.1. Mục đích.

Khảo sát đặc tính của hệ thống tuyến tính có hệ số khuếch đại K thay đổi, tìm giá trị giới hạn K_{gh} của K để hệ thống ổn định. Dựa vào quỹ đạo nghiệm số, đánh giá chất lượng của hệ thống.

3.3.2. Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1.** Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau.

$$G = \frac{K}{(S+3)(S^2+8S+20)}$$

- **Bước 2.** Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống dùng lệnh rlocus.
- **Bước 3.** Dựa vào QĐNS, tìm Kgh của hệ thống, chỉ rõ giá trị này trên QĐNS.
- **Bước 4.** Lưu lại hình vẽ để báo cáo. Trên báo cáo chỉ rõ vị trí và giá trị Kgh.
- **Bước 5.** Tìm K để hệ thống có tần số dao động tự nhiên $W_n=4$.
- **Bước 6.** Tìm K để hệ thống có hệ số tắt $\xi = 0.7$
- **Bước 7.** Tìm K để hệ thống có độ vọt lố POT = 25%
- **Bước 8.** Tìm K để hệ thống có thời gian xác lập (tiêu chuẩn 2%) $t_{xl} = 4s$

3.4. Đánh giá chất lượng của hệ thống.

3.4.1. Mục đích.

Khảo sát đặc tính quá độ của hệ thống với đầu vào hàm nấc để tìm độ vọt lố và sai số xác lập của hệ thống.

3.4.2. Trình tự thí nghiệm.

Với hệ thống tương tự như ở phần 3.3.

- **Bước 1.** Với giá trị $K = K_{gh}$ tìm được ở trên, vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống vòng kín với đầu vào hàm nấc đơn vị. Kiểm chứng lại đáp ứng ngõ ra có dao động không?
- **Bước 2.** Với giá trị K tìm được ở bước 7 phần 3.3, vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống vòng kín với đầu vào hàm nấc đơn vị trong khoảng thời gian $t = 0 \div 5s$. Từ hình vẽ, tìm độ vọt lố và sai số xác lập của hệ thống. Kiểm chứng lại hệ thống có POT = 25% không? Lưu hình vẽ này để viết báo cáo.
- **Bước 3.** Với giá trị K tìm được ở bước 8 phần 3.3, vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống vòng kín với đầu vào hàm nấc đơn vị trong khoảng thời gian $t = 0 \div 5s$. Từ hình vẽ, tìm độ vọt lố và sai số xác lập của hệ thống. Kiểm chứng lại hệ thống có $t_{xl} = 4s$ không? Lưu hình vẽ này để viết báo cáo.
- **Bước 4.** Vẽ 2 đáp ứng quá độ ở bước 5 và bước 6 ở phần 3.3 trên cùng 1 hình vẽ. Chú thích trên hình vẽ đáp ứng nào là tương ứng với K đó. Lưu hình vẽ này để viết báo cáo.

BÀI THÍ NGHIỆM 2

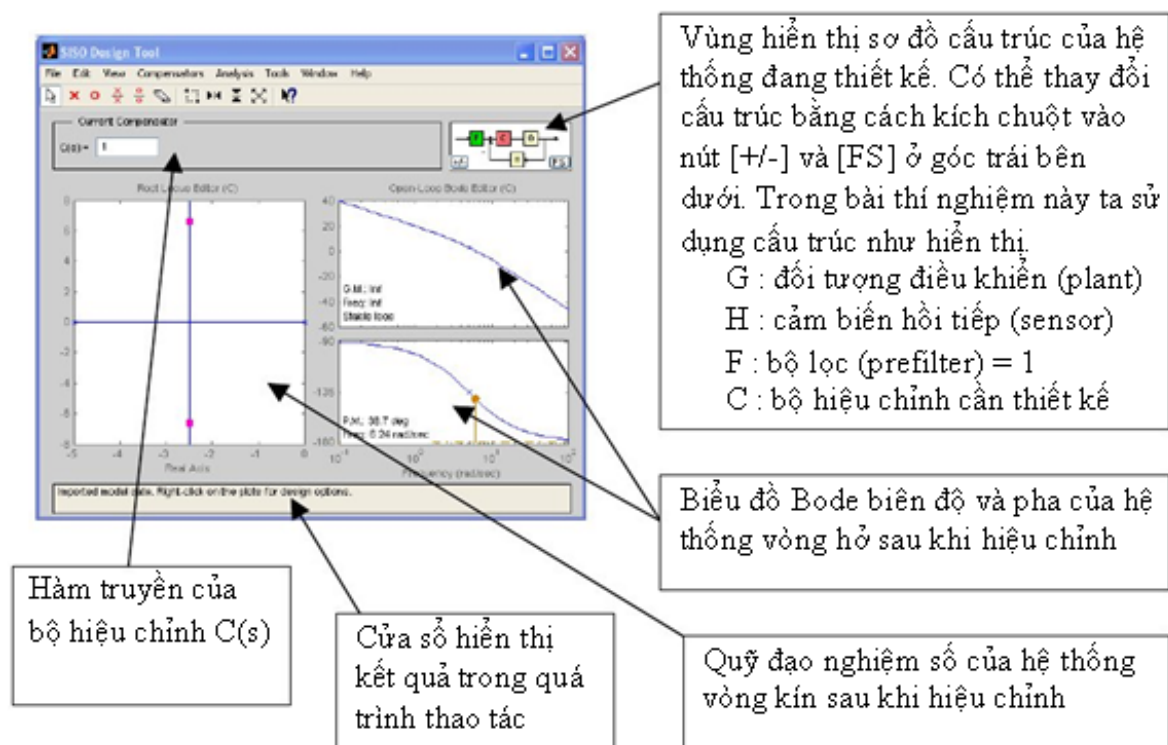
ỨNG DỤNG MATLAB THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN CHO CÁC HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG

1. MỤC ĐÍCH :

Matlab là một trong những phần mềm thông dụng nhất dùng để phân tích, thiết kế và mô phỏng các hệ thống điều khiển tự động. Trong bài thí nghiệm này, sinh viên sử dụng các lệnh của Matlab để phân tích hệ thống như xét tính ổn định của hệ thống, đặc tính quá độ, sai số xác lập...

2. CHUẨN BỊ.

- Để thực hiện các yêu cầu trong bài thí nghiệm này, sinh viên cần phải chuẩn bị kỹ và hiểu rõ trình tự các thao tác tiến hành thiết kế một bộ điều khiển trong Sisotool.
- Sinh viên cần tham khảo phụ lục ở chương 6 (trang 225) trong sách Lý thuyết điều khiển tự động để làm quen và hiểu rõ trình tự các bước thiết kế một bộ điều khiển trong Sisotool. Chú ý, sinh viên phải đọc kỹ phần này để nắm rõ trình tự thiết kế vì trong bài thí nghiệm này không nhắc lại các trình tự đó. Nếu sinh viên không hiểu kỹ thì sẽ không thực hiện được các yêu cầu trong bài thí nghiệm này.
- Để kích hoạt công cụ sisotool, từ cửa sổ Command Window gõ lệnh sisotool. Tiến hành thao tác từ Bước 1 đến Bước 3 như trong phụ lục ở chương 6 (trang 225), cửa sổ SISO Design Tool xuất hiện như sau:



3. THÍ NGHIỆM:

- Nguyên tắc thiết kế hệ thống dùng phương pháp QĐNS là dựa vào phương trình đặc tính của hệ thống sau khi hiệu chỉnh:

$$\begin{cases} 1 + G_C(s)G(s) = 0 \\ |G_C(s)G(s)| = 1 \\ \angle G_C(s)G(s) = -180^\circ \end{cases} (*)$$

- Ta cần tính toán các thông số của bộ hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho đáp ứng ngõ ra của hệ thống đạt được các chất lượng về đáp ứng quá độ và sai số xác lập nhưng phải thỏa mãn điều kiện biên độ và điều kiện pha ở (*). Chú ý, trong công cụ sisotool thì hàm truyền bộ hiệu chỉnh $C(s)$ chính là $G_C(s)$ ở (*).

3.1 Thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha:

3.1.1 Mục đích:

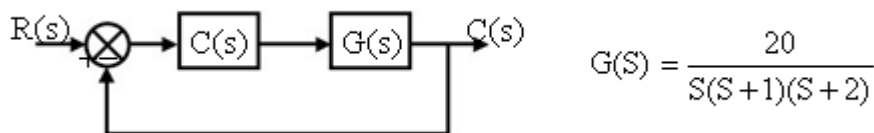
- Trong phần này sinh viên sẽ thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha để hệ thống đạt được các tiêu chuẩn về đáp ứng quá độ như độ vọt lố và thời gian xác lập. Hàm truyền sớm pha có dạng:

$$C(S) = K_c \frac{1 + \alpha TS}{1 + TS} \quad (\alpha > 1)$$

- Từ các yêu cầu về đáp ứng quá độ ta tìm được vị trí của cặp cực quyết định trên QĐNS. Sau đó, ta tính các thông số của bộ hiệu chỉnh $C(s)$ để sao cho QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh đi qua cặp cực quyết định này.

3.3.2 Thí nghiệm:

Cho hệ thống như hình vẽ :

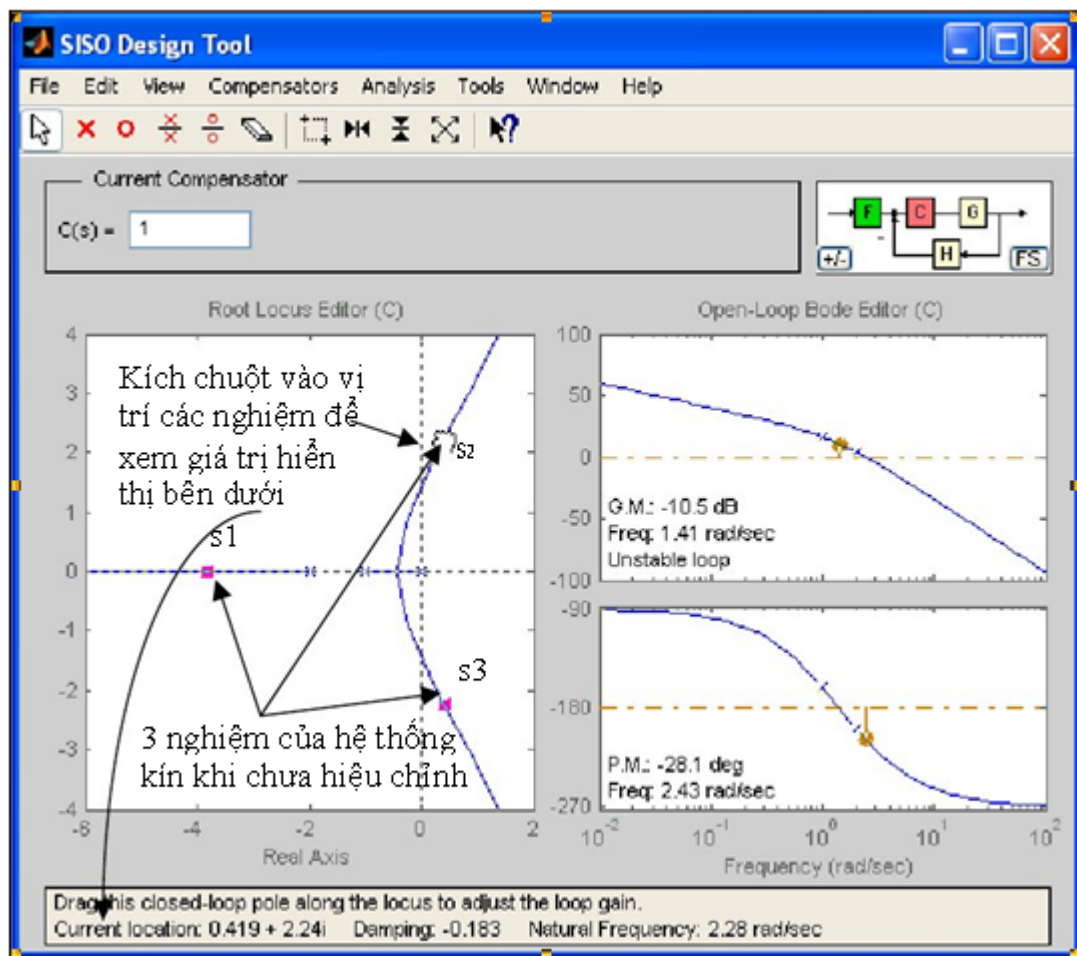


- **Bước 1** Dùng công cụ sisotool nhập vào hàm truyền hệ thống. Dựa vào QĐNS của hệ thống khảo sát hệ thống có ổn định không. Giải thích. Vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống với đầu vào hàm nấc để minh họa hệ thống có ổn định hay không. Lưu hình vẽ này để so sánh với đáp ứng của hệ thống sau khi hiệu chỉnh.
- **Bước 2** Thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha để hệ thống có độ vọt lố POT nhỏ hơn 20% và thời gian xác lập nhỏ hơn 8s. Trình bày rõ quá trình thiết kế này.

- **Bước 3** Vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh để chứng minh hệ thống đạt được các yêu cầu ở bước 3. Lưu hình vẽ này để viết báo cáo.

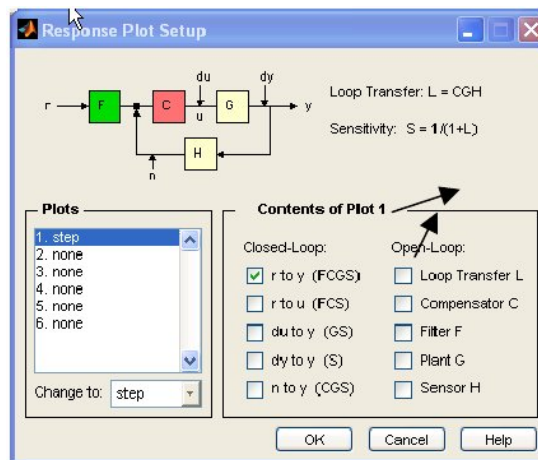
3.3.3 Hướng dẫn:

- Nhập hàm truyền và khởi động sisotool để import G và H vào sisotool như hướng dẫn (từ Bước 1 đến Bước 3) ở phần phụ lục chương 6 (trang 225) trong sách Lý thuyết điều khiển tự động với chú ý: $G = tf(20, conv([1 \ 1 \ 0], [1 \ 2]))$ và $H = tf(1, 1)$.
- Cửa sổ Sisotool hiện ra như sau:



- Quan sát QĐNS ta thấy phương trình đặc tính vòng kín có 3 nghiệm (dấu ■ màu đỏ):
 $S_1 = -3.84$, $S_2 = 0.419 + j2.24$, $S_3 = 0.419 - j2.24$
- Nhận thấy hệ thống có 2 nghiệm S_2 và S_3 nằm bên phải mặt phẳng phức nên hệ thống không ổn định. Ta cũng có thể quan sát trên Biểu đồ Bode và nhận thấy $GM = -10.5\text{dB} < 0$ và $PM = -28.1^\circ < 0$ nên kết luận hệ thống không ổn định. Tuy nhiên, ở phần thí nghiệm này ta dùng phương pháp QĐNS nên sẽ không dựa vào Biểu đồ Bode để đánh giá mà chỉ dựa vào QĐNS. Để xem đáp ứng quá độ của hệ thống với đầu vào hàm nấc,

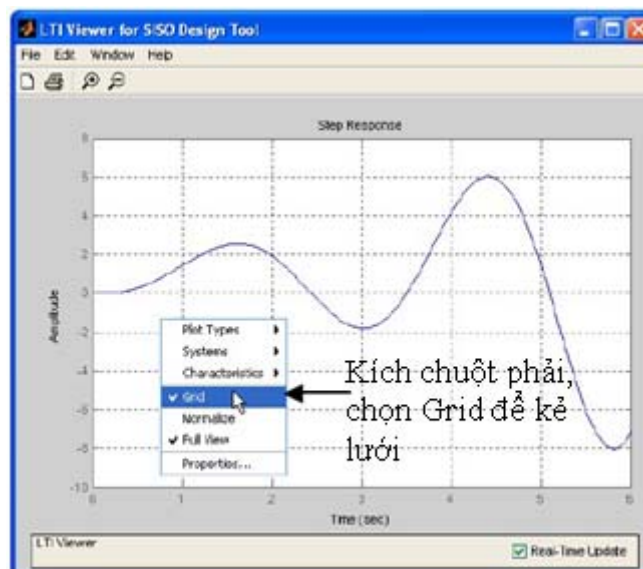
vào menu [Analysis]→[Other Loop Responses]. Cửa sổ Response Plot Setup hiện ra. Tiến hành cài đặt các tín hiệu cần vẽ đáp ứng. Ở đây ta chọn như hình bên dưới:



r to y: vẽ đáp ứng của ngõ ra $y(t)$ theo tín hiệu đầu vào $r(t)$. Đây chính là đáp ứng quá độ cần vẽ.

r to u: vẽ đáp ứng của tín hiệu điều khiển $u(t)$

– Sau khi chọn xong nhấn nút [OK] thì ta có được đáp ứng quá độ:

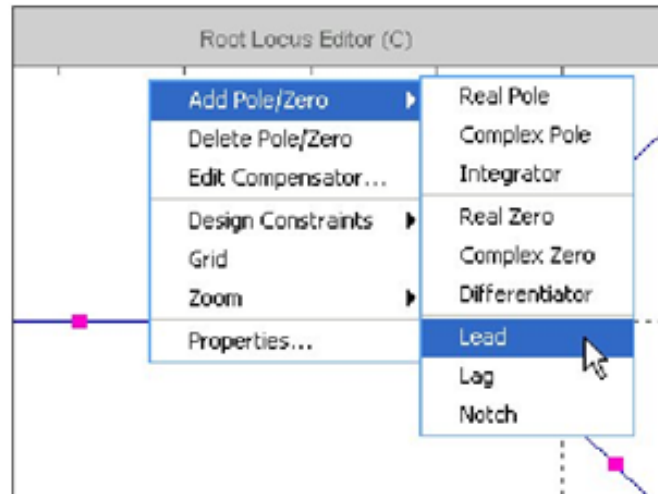


– Vì cửa sổ LTI Viewer này không hỗ trợ việc lưu hình vẽ nên phải chuyển sang cửa sổ Figure bằng cách vào menu [File]→[Print to Figure]. Cửa sổ Figure hiện ra và sau đó tiến hành lưu hình vẽ như ở Bài thí nghiệm.

– Bây giờ tiến hành thiết kế bộ hiệu chỉnh để hệ thống có $POT < 20\%$ và $t_{xl} < 8s$. Ta

quay trở lại với cửa sổ Sisotool. Vì trong phần này ta không sử dụng Biểu đồ Bode và để mở rộng vùng QĐNS nên ta xóa vùng Biểu đồ Bode đi bằng cách vào menu [View] bỏ dấu chọn mục [Open-Loop Bode].

- Kích chuột phải vào vùng QĐNS, menu kiểu pop-up xuất hiện:



Lead: bộ hiệu chỉnh sớm pha

Lag: bộ hiệu chỉnh trễ pha

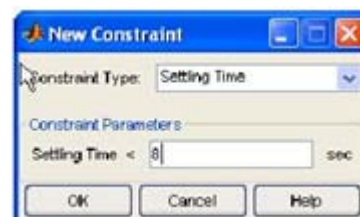
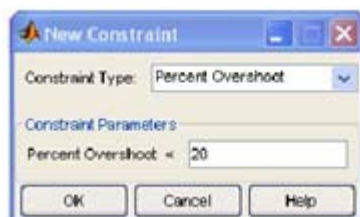
Notch: bộ hiệu chỉnh sớm trễ pha.

Delete Pole/Zero: xóa các cực và zero của bộ hiệu chỉnh

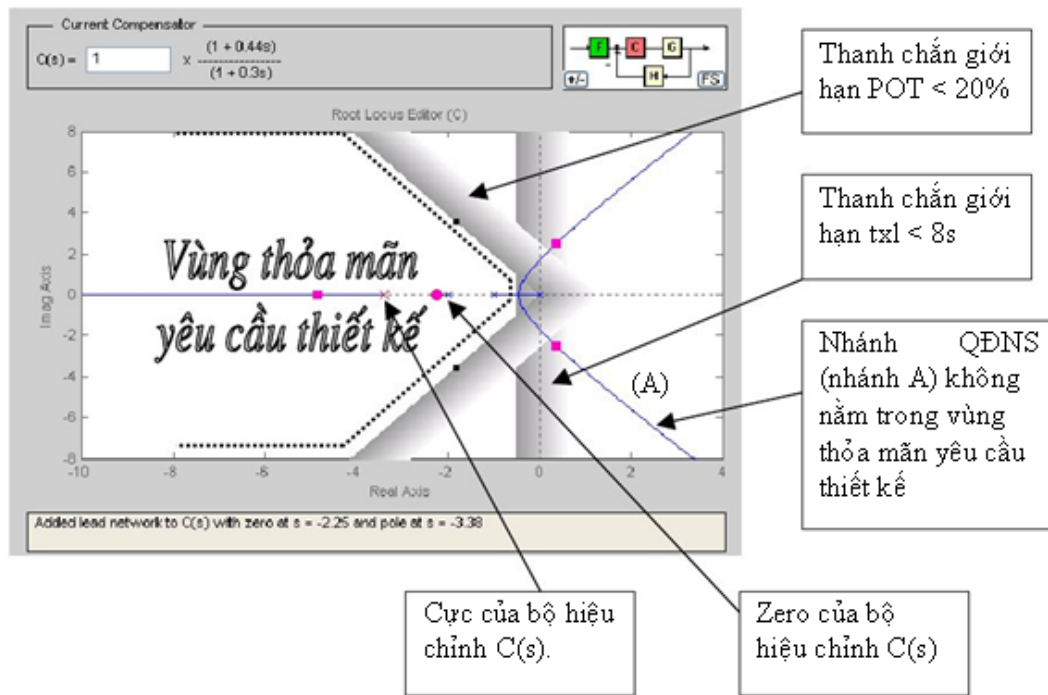
Edit Compensator... : thay đổi các thông số của bộ hiệu chỉnh.

Design Constraints: giới hạn vùng thỏa mãn các tiêu chuẩn chất lượng

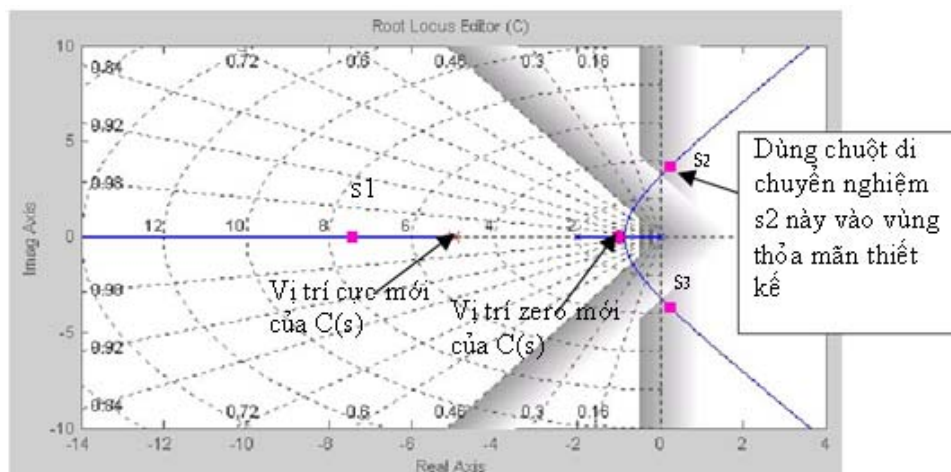
- Chọn [Add Pole/Zero] → [Lead] để thêm khâu hiệu chỉnh sớm pha vào hệ thống. Nhấp chuột vào một vị trí bất kỳ trên trục thực của QĐNS để xác định vị trí của cực và zero của bộ hiệu chỉnh, sisotool sẽ gán tự động vị trí của zero nằm gần gốc tọa độ hơn cực.
- Kích chuột phải vào vùng QĐNS, ta chọn [Design Constraints] → [New] để cài đặt độ vọt lố và thời gian xác lập như sau:



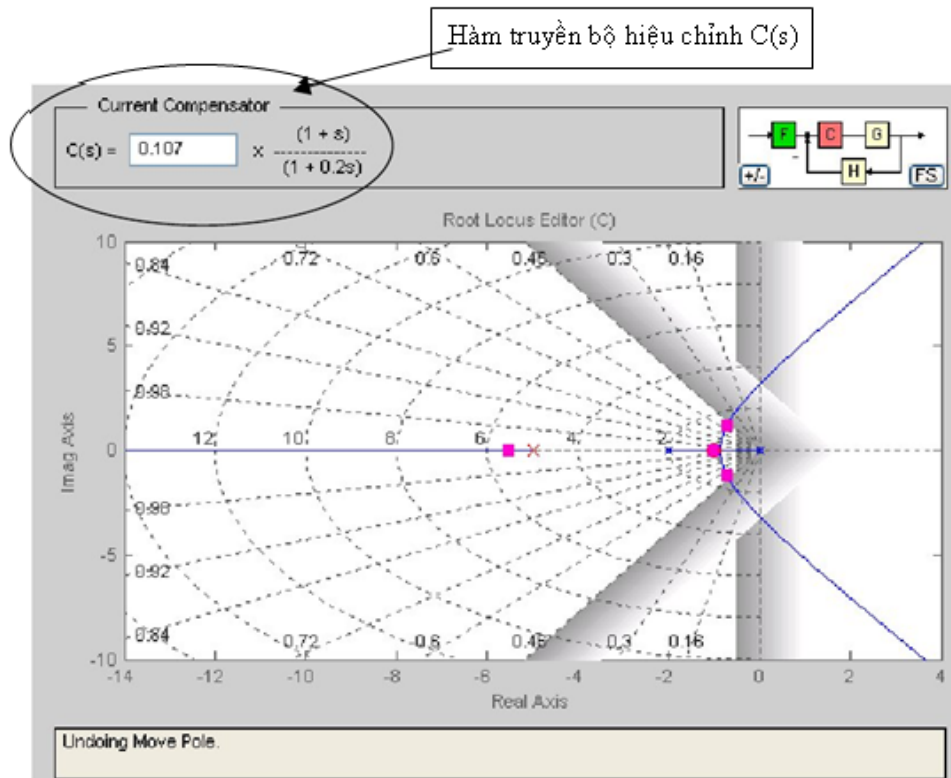
- Sau khi tiến hành cài đặt xong, QĐNS lúc này sẽ thay đổi như sau:



- Bây giờ ta sẽ di chuyển các cực và zero của bộ hiệu chỉnh $C(s)$ trên trục thực sao cho nhánh QĐNS (A) kéo vào vùng thỏa mãn thiết kế. Có 2 phương pháp tìm cực và zero của bộ hiệu chỉnh là phương pháp đường phân giác và phương pháp khử cực (sinh viên xem lại sách lý thuyết để hiểu 2 phương pháp này). Ở đây ta chọn phương pháp khử cực vì dễ thao tác và trực quan trên cửa sổ QĐNS.
- Nhận thấy QĐNS hệ thống trước khi hiệu chỉnh có 3 cực $p_1 = 0, p_2 = -1, p_3 = -2$ (trên hình vẽ thể hiện bằng dấu x màu xanh). Do đó, di chuyển zero của $C(s)$ trùng với cực gần trục ảo nhất (khác 0) là cực $p_2 = -1$. Di chuyển cực của $C(s)$ hướng ra xa trục ảo để nhánh QĐNS (A) tiến về vùng thỏa mãn yêu cầu thiết kế. Di chuyển đến vị trí $s = -5$ là thỏa mãn (chú ý giá trị này càng tiến ra xa càng tốt nên trong thiết kế giá trị này được lựa chọn theo ý muốn của người thiết kế).



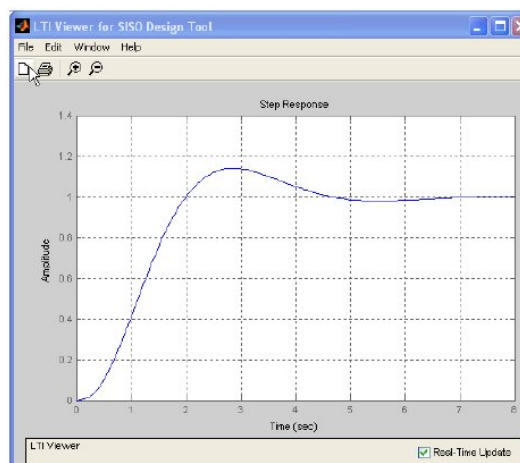
- Cuối cùng, dùng chuột di chuyển vị trí nghiệm S_2 vào vùng thỏa mãn thiết kế. Chú ý vì ý tưởng thiết kế của mỗi người khác nhau nên việc di chuyển này cũng không giống nhau, miễn sao vị trí này nằm trong vùng thỏa mãn thiết kế. Tuy nhiên ta không nên di chuyển gần trục ảo quá vì sẽ làm thời gian xác lập tăng lên. Quá trình thiết kế đã hoàn tất.



Vậy hàm truyền của bộ hiệu chỉnh là:

$$C(S) = 0.107 \frac{1+S}{1+0.2S}$$

- Để lưu hình trên phục vụ viết báo cáo ta vào menu [File]→[Print to Figure]. Sau đó tiến hành lưu hình trong cửa sổ Figure như ở 1. Đáp ứng quá độ của hệ thống kín với đầu vào hàm nấc sau khi hiệu chỉnh thỏa mãn $POT < 20\%$ và $t_{xl} < 8s$



3.2 Thiết kế bộ hiệu chỉnh trễ pha:

3.2.1 Mục đích:

- Trong phần này sinh viên sẽ thiết kế bộ hiệu chỉnh trễ pha để hệ thống đạt được các

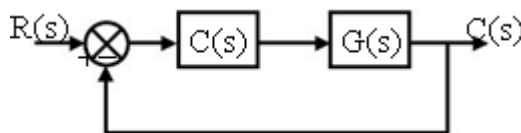
$$C(S) = K_c \frac{1 + \beta TS}{1 + TS} \quad (\beta < 1)$$

tiêu chuẩn về chất lượng xác lập như độ sai số xác lập và hệ số vận tốc K_v . Hàm truyền trễ pha có dạng:

- Ta tính các thông số của bộ hiệu chỉnh $C(s)$ sao cho đáp ứng của hệ thống thỏa mã yêu cầu về sai số xác lập mà không làm ảnh hưởng nhiều đến đáp ứng quá độ.

3.2.2 Thí nghiệm:

Cho hệ thống như hình vẽ :



$$G(S) = \frac{10}{S(S+3)(S+4)}$$

- **Bước 1** Thiết kế bộ hiệu chỉnh trễ pha để hệ thống có sai số xác lập với đầu vào hàm dốc bằng 0.1. Trình bày rõ quá trình thiết kế kèm hình vẽ.
- **Bước 2** Vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh để chứng minh hệ thống đạt được các yêu cầu ở bước 1. Lưu hình vẽ đáp ứng này để viết báo cáo.

Hướng dẫn:

- Sau khi nhập hàm truyền vào sisotool, quan sát QĐNS ta thấy phương trình đặc tính

$$K_v^* = \lim_{x \rightarrow 0} SC(S)G(S) = \frac{1}{e_{xl}} = 10 \Rightarrow K_c = \frac{K_v^*}{K_v} = 12$$

vòng kín có 3 nghiệm (dấu ■ màu đỏ):

- Tiếp theo ta tìm cực và zero của $C(s)$. Để bộ hiệu chỉnh trễ pha không ảnh hưởng nhiều đến đặc tính quá độ của hệ thống ta phải chọn cực và zero của $C(s)$ rất nhỏ so với phần thực của cặp nghiệm quyết định của hệ thống.
- Do đó, ta chọn zero của $C(s)$:

$$Z_{C(s)} = \frac{1}{10} |R_e \{S_2\}| = \frac{1}{10} \cdot 1 = 0.1$$

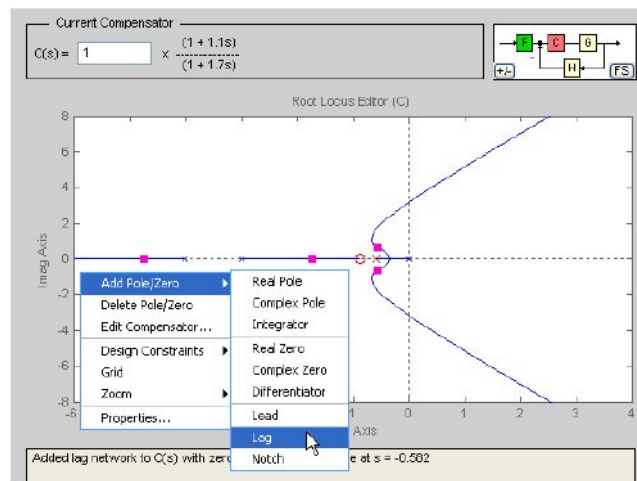
- Và cực của $C(s)$:

$$P_{C(s)} = Z_{C(s)} |K_c = \frac{0.1}{12} = 0.0083$$

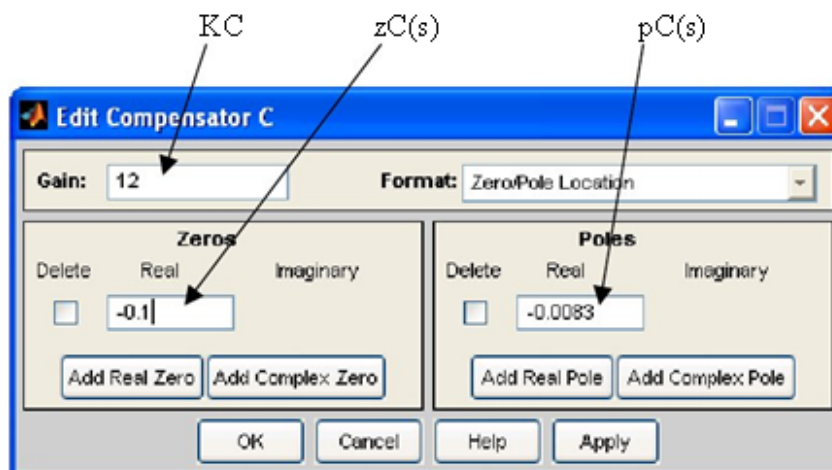
- Cuối cùng ta có hàm truyền của bộ hiệu chỉnh trễ pha:

$$C(S) = 12 \frac{1+10S}{1+120S}$$

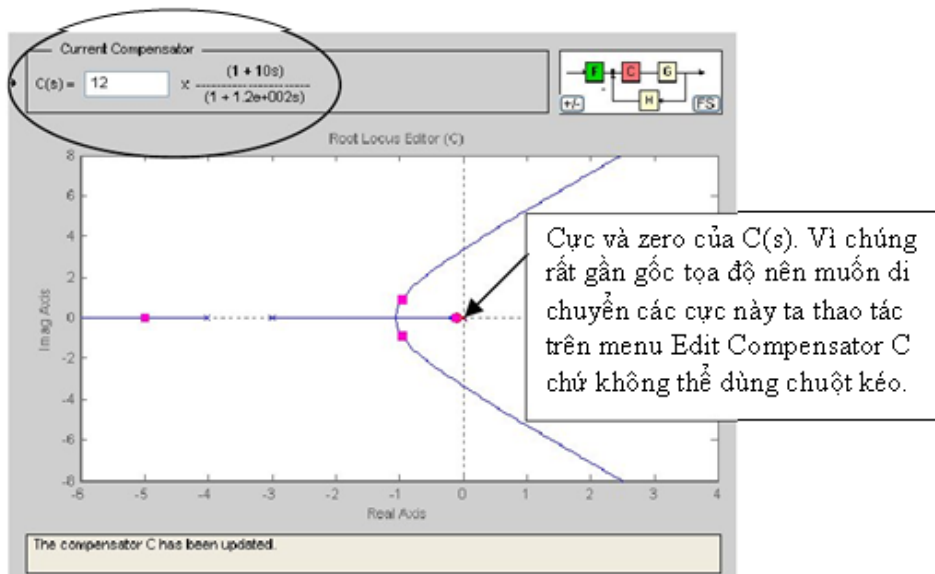
- Từ cửa sổ sisotool, chọn bộ hiệu chỉnh trễ pha bằng cách kích chuột phải và chọn menu [Add Pole/Zero]→[Lag]. Nhấp chuột vào một vị trí bất kỳ trên trục thực của QĐNS để xác định vị trí của cực và zero của bộ hiệu chỉnh, sisotool sẽ gán tự động vị trí của cực nằm gần gốc tọa độ hơn zero.



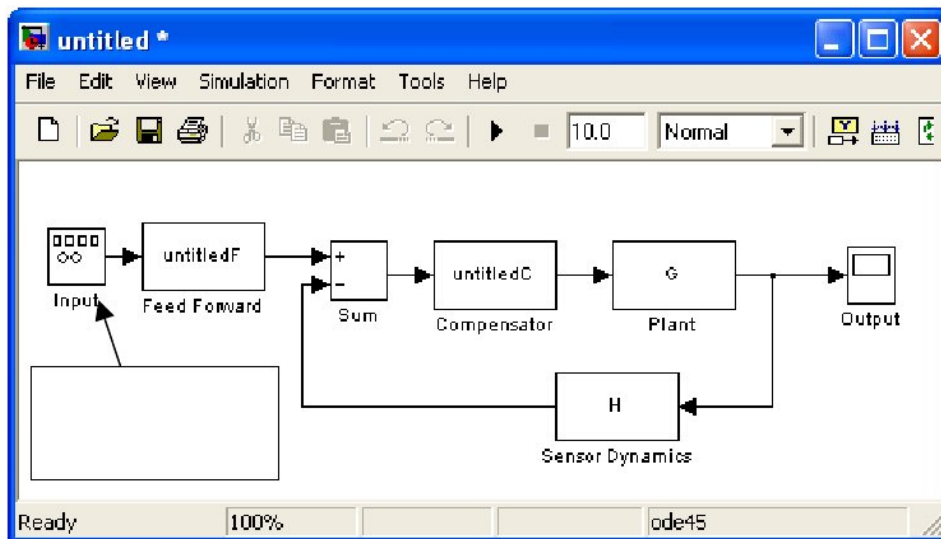
- Vì bộ hiệu chỉnh này chỉ do sisotool gán tự động nên ta sẽ phải chỉnh lại cho đúng với bộ hiệu chỉnh trễ pha vừa tìm được ở trên bằng cách kích chuột phải và chọn menu [Edit Compensator...]. Cửa sổ Edit Compensator C hiện ra, tiến hành thay đổi cực và zero của C(S) như hình vẽ bên dưới



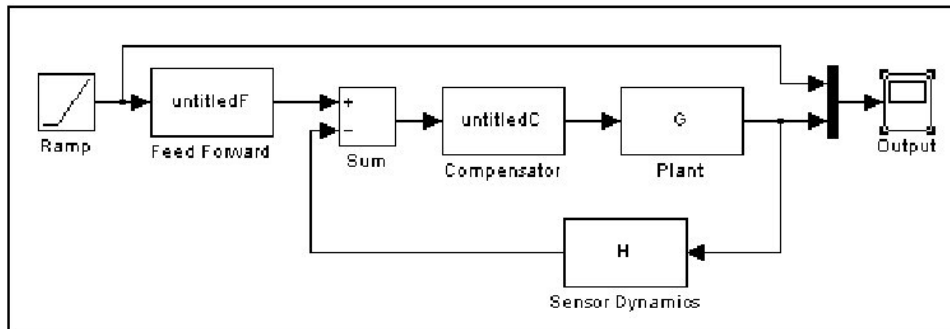
- QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh như sau:



- Sau khi thiết kế xong, ta tiến hành vẽ đáp ứng của hệ thống với đầu vào hàm dốc. Chú ý, công cụ sisotool không hỗ trợ vẽ đáp ứng của hàm dốc nên ta phải chuyển hệ thống vừa thiết kế sang mô hình SIMULINK để mô phỏng.
- Từ cửa sổ Sisotool, vào menu [Tools]→[Draw Simulink Diagram...]. Cửa sổ thông báo hiện ra, nhấn [Yes]. Mô hình Simulink của hệ thống hiện ra như sau:



- Sửa đổi sơ đồ khối để mô phỏng đáp ứng đầu vào hàm dốc như sau:



- Chính thời gian mô phỏng Stop time = 30s, tiến hành mô phỏng hệ thống và thực hiện lưu hình vẽ từ Scope như ở Bài thí nghiệm 2.

3.3 Thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm trễ pha:

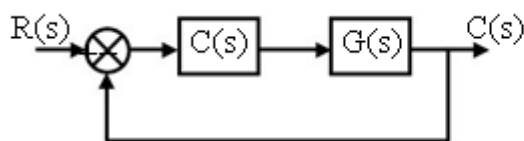
3.3.1 Mục đích:

Trong phần này sinh viên sẽ thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm trễ pha để hệ thống đạt được các tiêu chuẩn về đáp ứng quá độ và chất lượng xác lập. Hàm truyền sớm trễ pha có dạng:

$$C(S) = K_{c1} \frac{1 + \alpha T_1 S}{1 + T_1 S} * K_{c2} \frac{1 + \beta T_2 S}{1 + T_2 S} \quad (\alpha > 1, \beta < 1)$$

3.3.2 Thí nghiệm:

Cho hệ thống như hình vẽ:



$$G(s) = \frac{4}{s(s + 0.5)}$$

- **Bước 1** Thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm trễ pha để hệ thống có $\gamma = 0.5$, $n = 5$ (rad/s) và hệ số vận tốc $K_v = 80$. Trình bày rõ quá trình thiết kế.
- **Bước 2** Vẽ đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh với đầu vào hàm dốc để chứng minh hệ thống đạt được các yêu cầu ở bước 1. Lưu hình vẽ này để viết báo cáo.

3.2.3 Hướng dẫn:

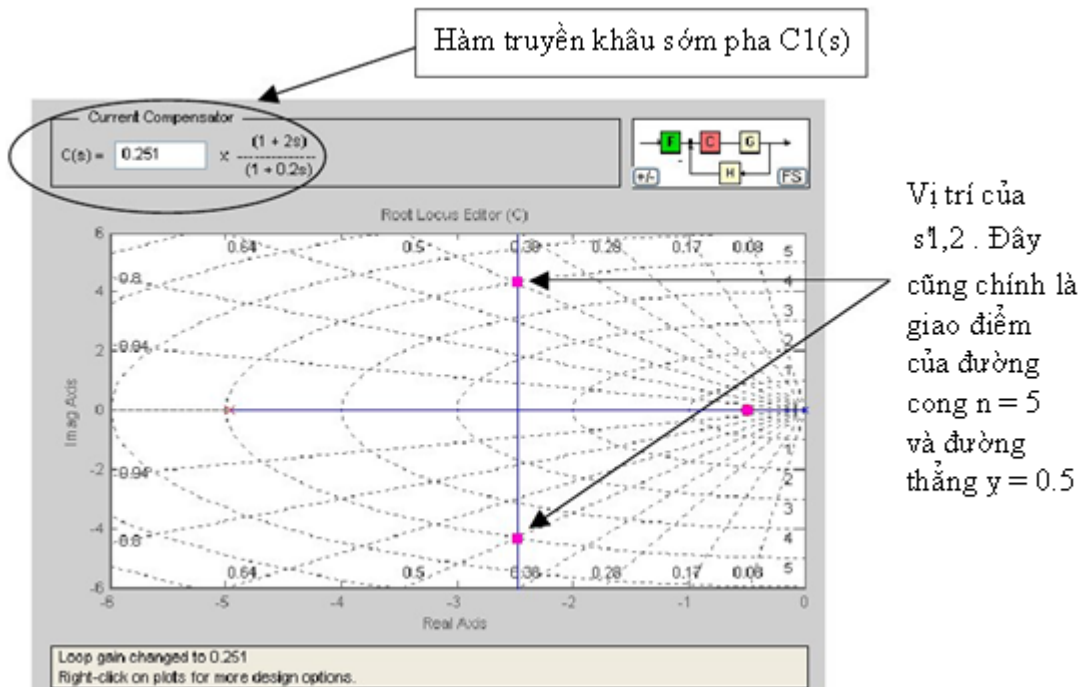
- Trước tiên ta thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha $C_1(S) = K_{c1} \frac{1 + \alpha T_1 S}{1 + T_1 S}$ để hệ thống có

$\gamma = 0.5$, $n = 5$ cho đối tượng $G(s)$. Sau đó, thiết kế bộ hiệu chỉnh trễ pha

$$C_2(s) = K_{c2} \frac{1 + \beta T_2 s}{1 + T_2 s} \text{ cho đối tượng mới } G1(s) = G(s)C1(s). \text{ Chú ý, sau khi thiết kế}$$

xong bộ hiệu chỉnh sớm pha ta phải khởi động lại sisotool và nhập lại hàm truyền G và H với hàm truyền G lúc này chính là $G1(s)$ và $H = 1$.

- Với $\gamma = 0.5$, $W_n = 5 \Rightarrow S_{1,2}^* = 2.5 \pm j4.33$
- Do đó, khi thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha $C_1(s)$, để hệ thống có $\gamma = 0.5$, $n = 5$ ta sẽ di chuyển zero của $C1(s)$ tới vị trí -0.5 (vị trí cực của $G(s)$ để khử cực này) và di chuyển cực của $C1(s)$ (phải cách xa gốc tọa độ hơn zero) sao cho QĐNS đi qua 2 nghiệm $S_{1,2}$. Sau đó dùng chuột di chuyển nghiệm s_2 (dấu ■ màu đỏ) lại vị trí $S_{1,2}$ này.



BÀI THÍ NGHIỆM 3

ỨNG DỤNG SIMULINK ĐIỀU KHIỂN HỆ THỐNG Lò NHIỆT

1. MỤC ĐÍCH :



SIMULINK là một công cụ rất mạnh của Matlab để xây dựng các mô hình một cách trực quan và dễ hiểu. Để mô tả hay xây dựng hệ thống ta chỉ cần liên kết các khối có sẵn trong thư viện của SIMULINK lại với nhau. Sau đó, tiến hành mô phỏng hệ thống để xem xét ảnh hưởng của bộ điều khiển đến đáp ứng quá độ của hệ thống và đánh giá chất lượng hệ thống.

2. GIỚI THIỆU SIMULINK.

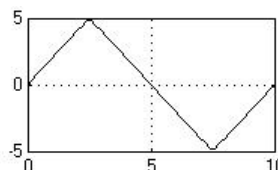
Để thực hiện các yêu cầu trong bài thí nghiệm này, sinh viên cần phải chuẩn bị kỹ và hiểu rõ các khối cơ bản cần thiết trong thư viện của SIMULINK. Sau khi khởi động Matlab 7.0, ta gõ lệnh simulink hoặc nhấn vào nút simulink trên thanh công cụ thì cửa sổ SIMULINK hiện ra:

3. CÁC KHỐI SỬ DỤNG TRONG BÀI THÍ NGHIỆM.

3.1 Khối nguồn – Tín hiệu vào (Source).

 Step	Khối Step (ở thư viện Simulink \ Sources) có chức năng xuất ra tín hiệu hàm nấc. Double click vào khối này để cài đặt các thông số: <ul style="list-style-type: none">· Step time : khoảng thời gian ngõ ra chuyển sang mức Final value kể từ lúc bắt đầu mô phỏng. Cài đặt giá trị này bằng 0.· Initial value : Giá trị đầu. Cài đặt bằng 0.· Final value : Giá trị cuối. Cài đặt theo giá trị ta muốn tác động tới hệ thống. Nếu là hàm nấc đơn vị thì giá trị này bằng 1.· Sample time : thời gian lấy mẫu. Cài đặt bằng 0
 Repeating Sequence	Khối Repeating Sequence (ở thư viện Simulink \ Sources) là khối phát tín hiệu lặp lại. Tùy theo giá trị lập trình mà nó có thể phát ra tín hiệu xung vuông, tam giác hay răng cưa với biên độ và tần số thay đổi được.



Ví dụ: để phát xung tam giác có biên độ 5V, chu kỳ 10s, ta khai báo như sau.




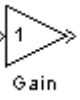
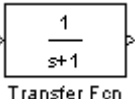
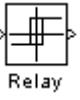
- Time values: [0 2.5 5 7.5 10]

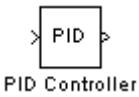

- Output values: [0 5 0 -5 0]

3.2 Khối tải– Thiết bị khảo sát ngõ ra (Sink).

	<p>Khối Mux (ở thư viện Simulink \ Signals Routing) là bộ ghép kênh nhiều ngõ vào 1 ngõ ra, từ ngõ ra này ta đưa vào Scope để xem nhiều tín hiệu trên cùng một cửa sổ. Double click vào khối này để thay đổi số kênh đầu vào (trong mục Number of inputs)</p>
	<p>Khối Scope (ở thư viện Simulink \ Sinks) là cửa sổ xem các tín hiệu theo thời gian, tỉ lệ xích của các trục được điều chỉnh tự động để quan sát tín hiệu một cách đầy đủ</p>

3.3 Các khối xử lý – Khối động học.

	<p>Khối Sum (ở thư viện Simulink \ Math Operations) là bộ tổng (cộng hay trừ) các tín hiệu, thường dùng để lấy hiệu số của tín hiệu đặt với tín hiệu phản hồi. Double click để thay đổi dấu của bộ tổng.</p>
	<p>Khối Gain (ở thư viện Simulink \ Math Operations) là bộ tỉ lệ. Tín hiệu sau khi qua khối này sẽ được nhân với giá trị Gain. Double click để thay đổi giá trị độ lợi Gain</p>
	<p>Khối Transfer Fcn (ở thư viện Simulink \ Continuous) là hàm truyền của hệ tuyến tính. Double click để thay đổi bậc và các hệ số của hàm truyền. Cài đặt các thông số: Numerator : các hệ số của đa thức tử số Denominator : các hệ số của đa thức mẫu số</p>
	<p>Khối Relay (ở thư viện Simulink \ Discontinuities) là bộ điều khiển role 2 vị trí có trễ (còn gọi là bộ điều khiển ON-OFF). Các thông số : Switch on point : nếu tín hiệu đầu vào lớn hơn giá trị này thì ngõ ra của khối Relay lên mức ‘on’ Switch off point : nếu tín hiệu đầu vào nhỏ hơn giá trị này thì ngõ ra của khối Relay xuống mức ‘off’ Output when on : giá trị của ngõ ra khi ở mức ‘on’ Output when off : giá trị của ngõ ra khi ở mức ‘off’ Nếu tín hiệu đầu vào nằm trong khoảng (Switch on point, Switch off point) thì giá trị ngõ ra giữ nguyên không đổi</p>

 <p>PID Controller</p>	<p>Khối PID controller (ở thư viện Simulink Extras \ Additional Linear) là bộ điều khiển PID với hàm truyền</p> $PID = K_p + \frac{K_i}{S} + K_D S$ <p>K_p: hệ số tỉ lệ (proportional term) K_i: hệ số tích phân (integral term) K_D: hệ số vi phân (derivative term)</p>
 <p>Saturation</p>	<p>Khối Saturation (ở thư viện Simulink \ Discontinuities) là một khâu bão hòa. Các thông số cài đặt:</p> <p>Upper limit : giới hạn trên. Nếu giá trị đầu vào lớn hơn Upper limit thì ngõ ra luôn bằng giá trị Upper limit</p> <p>Lower limit : giới hạn dưới. Nếu giá trị đầu vào nhỏ hơn Lower limit thì ngõ ra luôn bằng giá trị Lower limit</p> <p>Khâu bão hoà dùng để thể hiện giới hạn biên độ của các tín hiệu trong thực tế như : áp ra cực đại của bộ điều khiển đặt vào đối tượng, áp nguồn....</p>

3.4 Các bước để xây dựng ứng dụng mới.

- Sau khi khởi động Matlab, gõ lệnh >> simulink hoặc nhấn vào nút simulink trên thanh công cụ thì cửa sổ SIMULINK hiện ra (như ở hình vẽ Trang 1).
- Trong cửa sổ SIMULINK, vào menu File / New để mở cửa sổ cho một ứng dụng mới.
- Kích chuột vào các thư viện đã giới thiệu ở mục II.1 để chọn khối cần tìm. Kích chuột trái vào khối này, sau đó kéo và thả vào cửa sổ ứng dụng vừa mới tạo ra. Double click vào khối này để cài đặt và thay đổi các thông số.
- Có thể nhân số lượng các khối bằng cách dùng chức năng Copy và Paste. Kích chuột trái nối các ngõ vào / ra của các khối để hình thành sơ đồ hệ thống.
- Có thể dời một hoặc nhiều khối từ vị trí này đến vị trí khác bằng cách nhấp chuột để chọn các khối đó và kéo đến vị trí mới. Dùng phím Delete để xóa các phần không cần thiết hay bị sai khi chọn.
- Có thể viết chú thích trong cửa sổ ứng dụng bằng cách double click vào một vị trí trống và gõ câu chú thích vào. Vào menu Format / Font để thay đổi kiểu chữ.
- Như vậy, mô hình hệ thống đã xây dựng xong. Chọn thời gian mô phỏng bằng cách thay đổi giá trị trên thanh công cụ. Giá trị này thay đổi tùy theo đặc tính của hệ thống.
- Chạy mô phỏng bằng cách vào menu Simulation / Start. Khi thời gian mô phỏng bằng giá trị đã đặt ở trên thì quá trình mô phỏng dừng lại. Trong quá trình mô phỏng, nếu ta muốn dừng nửa chừng thì vào menu Simulation / Stop.

4 CHUẨN BỊ THÍ NGHIỆM.

Sinh viên phải chuẩn bị các kiến thức sau trước khi bước vào thí nghiệm:

- Tìm hiểu sơ lược Matlab và Simulink.
- Mô tả toán học hệ thống điều khiển tự động, đánh giá chất lượng hệ thống điều khiển tự động.
- Mô hình hóa đối tượng và xác định thông số bộ điều khiển PID theo phương pháp thứ nhất của Ziegler – Nichols.
- Phương pháp điều khiển on – off. Ưu khuyết điểm của điều khiển on – off so với điều khiển sớm trễ pha hay PID.
- Phương pháp điều khiển PID. Ưu khuyết điểm của điều khiển PID. Cách hiệu chỉnh thông số PID dựa vào đáp ứng quá độ đối với tín hiệu vào hàm nấc đơn vị.

5 THÍ NGHIỆM.

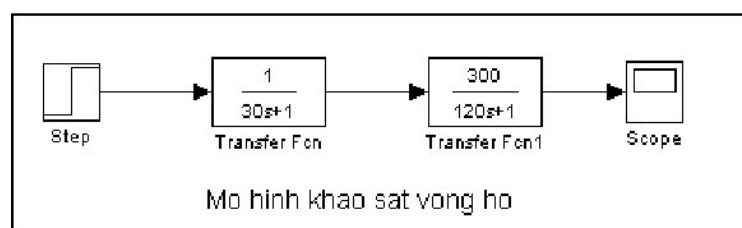
5.1 Khảo sát hệ hở, nhận dạng hệ thống theo mô hình Ziegler – Nichols.

5.1.1 Mục đích.

- Đặc trưng của lò nhiệt là khâu quán tính nhiệt. Từ khi bắt đầu cung cấp năng lượng đầu vào cho lò nhiệt, nhiệt độ của lò bắt đầu tăng lên từ từ. Để nhiệt độ lò đạt tới giá trị nhiệt độ cần nung thì thường phải mất một khoảng thời gian khá dài. Đây chính là đặc tính quán tính của lò nhiệt. Khi tuyến tính hoá mô hình lò nhiệt, ta xem hàm truyền của lò nhiệt như là một khâu quán tính bậc 2 hoặc như là một khâu quán tính bậc nhất nối tiếp với khâu trễ. Trong bài thí nghiệm này ta xem mô hình lò nhiệt như là một khâu quán tính bậc 2.
- Trong phần này, sinh viên sẽ khảo sát khâu quán tính bậc 2 cho trước. Dùng phương pháp Ziegler-Nichols nhận dạng hệ thống sau đó xây dựng lại hàm truyền. So sánh giá trị các thông số trong hàm truyền vừa tìm được với khâu quán tính bậc 2 cho trước này.

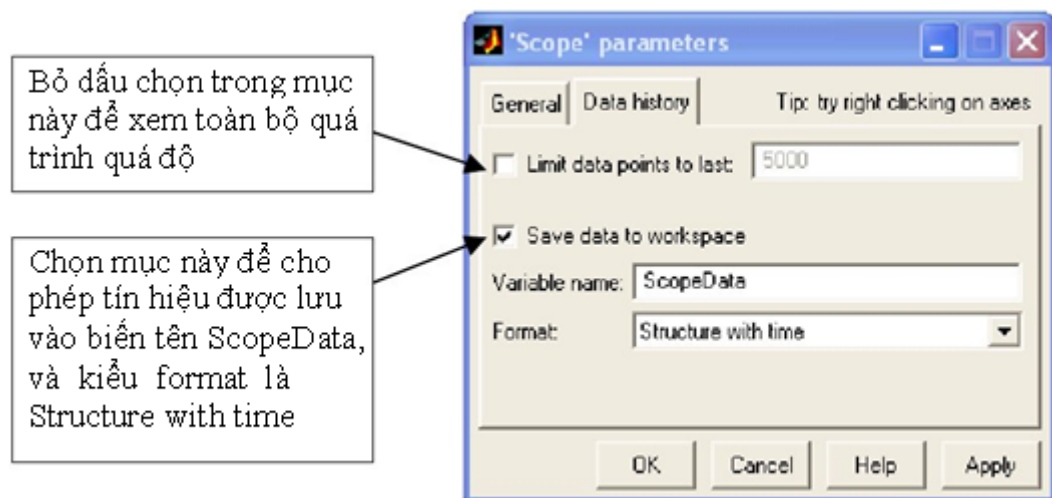
5.1.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1.** Dùng SIMULINK để xây dựng mô hình lò nhiệt vòng hở như sau.

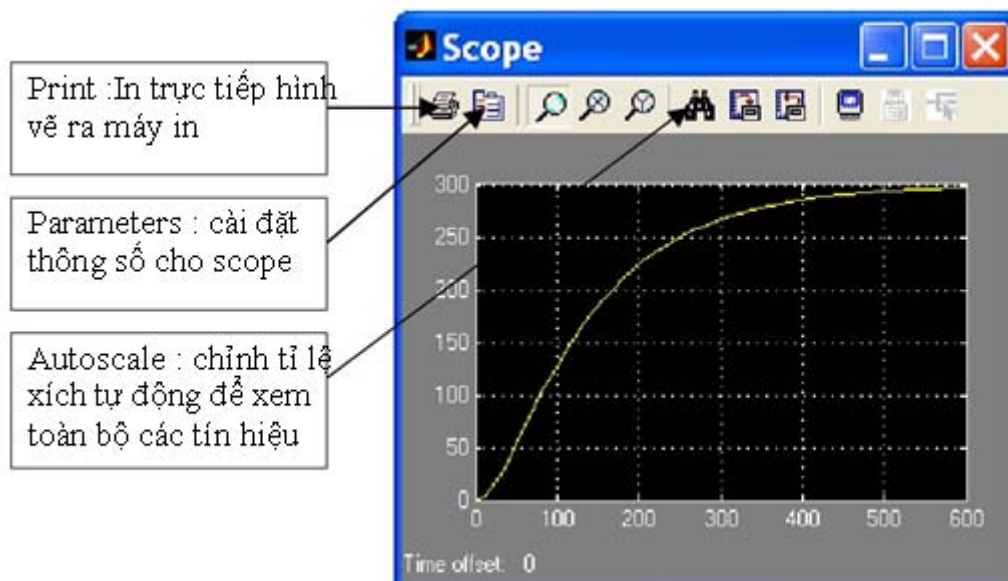


Trong đó

- Step : là tín hiệu hàm nấc thể hiện phần trăm công suất cung cấp cho lò nhiệt. Giá trị của hàm nấc từ 0÷1 tương ứng công suất cung cấp 0%÷100%
 - Transfer Fcn – Transfer Fcn1: mô hình lò nhiệt tuyến tính hóa.
 - Ngõ ra của Transfer Fcn1 là nhiệt độ thực của lò, được đưa vào Scope để quan sát.
- **Bước 2.** Chỉnh giá trị của hàm nấc: Step time = 0, Initial value = 0, Final value = 1. Chỉnh thời gian mô phỏng Stop time = 600s.
- **Bước 3:** Nhấp chuột vào ô Parameters, vào trang Data History và tiến hành cài đặt các thông số như hình bên dưới:



- **Bước 4:** Nhấn Run để mô phỏng quá trình.
- **Bước 5:** Double click vào khối Scope. Cửa sổ Scope hiện ra như sau.



- **Bước 6:** Vào cửa sổ Command Window để nhập các dòng lệnh sau.
>> plot(ScopeData.time, ScopeData.signals.values) % Vẽ lại đáp ứng.
>> grid on % Kẻ lưới.
- **Bước 7:** Lúc này cửa sổ Figure hiện ra với hình vẽ giống như hình vẽ ở cửa sổ Scope. Vào menu Insert/ Line, Insert/ Text để tiến hành kẻ tiếp tuyến và chú thích cho hình vẽ. Kết quả cuối cùng như hình bên dưới :
- **Bước 8:** Vào menu [File]→[Export] để lưu thành file *.bmp.
- **Bước 9:** Dựa vào hình vẽ, xác định L và T.

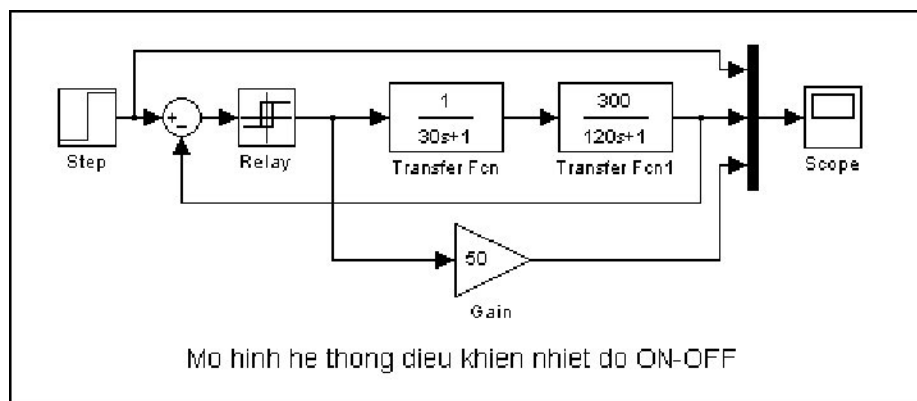
5.2 Khảo sát mô hình điều khiển nhiệt độ ON – OFF.

5.2.1 Mục đích.

Khảo sát mô hình điều khiển nhiệt độ ON-OFF, xét ảnh hưởng của khâu role có trễ.

5.2.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1:** Dùng SIMULINK để xây dựng hệ thống điều khiển nhiệt độ on – off như sau:



Trong đó:

- Step : là tín hiệu hàm nấc thể hiện nhiệt độ đặt của lò.
 - Transfer Fcn – Transfer Fcn1 : mô hình lò nhiệt tuyến tính hóa.
 - Khối Relay là bộ điều khiển ON – OFF.
 - Ngõ ra của Transfer Fcn1 là nhiệt độ thực của lò, được đưa vào Scope để quan sát.
 - Hệ có hồi tiếp âm đơn vị.
 - Khối Gain dùng để khuếch đại tín hiệu ngõ ra khối Relay để quan sát cho rõ. Lưu ý rằng giá trị này không làm thay đổi cấu trúc của hệ thống mà chỉ hỗ trợ việc quan sát tín hiệu.
- **Bước 2:** Chỉnh giá trị của hàm nấc: Step time = 0, Initial value = 0, Final value = 100, giá trị khối Gain = 50. Chỉnh thời gian mô phỏng Stop time = 600s. Chỉnh thông số khối Relay theo bảng sau:

Vùng trể (Switch on /off point)	Ngõ ra cao (Output when on)	Ngõ ra thấp (Output when off)
+1 / -1	1 (công suất 100%)	0 (công suất 0%)
+5 / -5	1 (công suất 100%)	0 (công suất 0%)
+10 / -10	1 (công suất 100%)	0 (công suất 0%)
+20 / -20	1 (công suất 100%)	0 (công suất 0%)

- **Bước 3:** Nhấn Run để mô phỏng quá trình.
- **Bước 4:** Ứng với mỗi thông số của khối Relay, lưu lại hình vẽ và ghi nhận các giá trị trong bảng sau để viết báo cáo. Trên hình vẽ trong bài báo cáo chỉ rõ 2 sai số $+\Delta e1$ / $-\Delta e2$ quanh giá trị đặt và chu kỳ đóng ngắt.

Vùng trể	$\Delta e1$	$\Delta e2$	Chu kỳ đóng ngắt (s)
+1 / -1			
+5 / -5			
+10 / -10			
+20 / -20			

- **Bước 5:** Dựa vào các kết quả mô phỏng trên, trả lời các câu hỏi sau.
 - 1) Nhận xét sự ảnh hưởng của vùng trể đến sai số ngõ ra và chu kỳ đóng ngắt của khâu Relay.
 - 2) Để sai số của ngõ ra xấp xỉ bằng 0 thì ta thay đổi giá trị vùng trể bằng bao nhiêu? Chạy mô phỏng minh họa.
 - 3) Chu kỳ đóng ngắt lúc này thay đổi như thế nào? Trong thực tế, ta thực hiện bộ điều khiển ON-OFF như vậy có được không? Tại sao?
 - 4) Vùng trể lựa chọn bằng bao nhiêu là hợp lý. Hãy giải thích sự lựa chọn này.

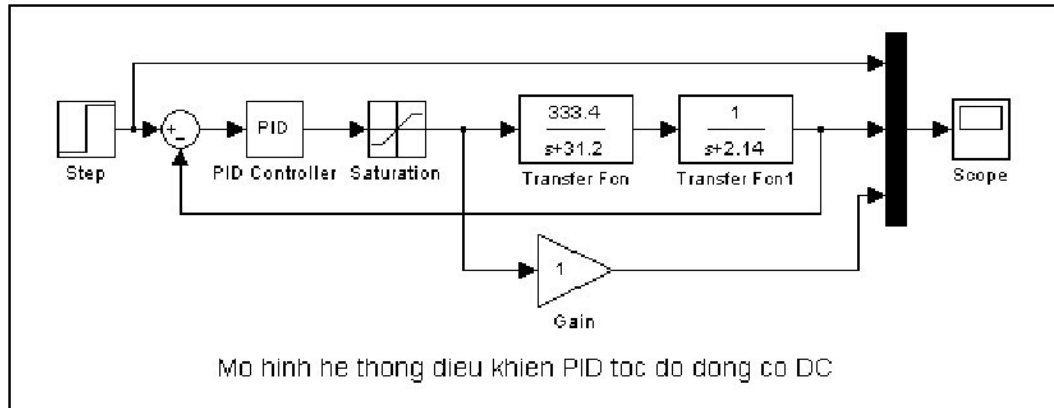
5.3 Khảo sát mô hình điều khiển nhiệt độ PID (phương pháp Ziegler – Nichols).

5.3.1 Mục đích.

- Khảo sát mô hình điều khiển nhiệt độ dùng bộ điều khiển PID, các thông số của bộ PID được tính theo phương pháp Ziegler-Nichols. Từ đó so sánh chất lượng của hệ thống ở 2 bộ điều khiển PID với bộ điều khiển ON-OFF.

5.3.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1:** Dùng SIMULINK để xây dựng hệ thống điều khiển nhiệt độ PID như sau:



Trong đó:

- Step : là tín hiệu hàm nấc thể hiện nhiệt độ đặt của lò.
 - Transfer Fcn – Transfer Fcn1 : mô hình lò nhiệt tuyến tính hóa.
 - Khối PID là bộ điều khiển PID.
 - Khâu bảo hòa Saturation chỉ tín hiệu điều khiển
 - Ngõ ra của Transfer Fcn1 là nhiệt độ thực của lò, được đưa vào Scope để quan sát.
 - Hệ có hồi tiếp âm đơn vị.
 - Khối Gain dùng để khuếch đại tín hiệu ngõ ra khối Relay để quan sát cho rõ. Lưu ý rằng giá trị này không làm thay đổi cấu trúc của hệ thống mà chỉ hỗ trợ việc quan sát tín hiệu.
- **Bước 2:** Chỉnh giá trị của hàm nấc: Step time = 0, Initial value = 0, Final value = 100, giá trị khối Gain = 50, khâu bảo hòa Saturation có giới hạn là upper limit = 1, lower limit = 0 tượng trưng ngõ ra bộ điều khiển có công suất cung cấp từ 0% đến 100%.
- **Bước 3:** Tính toán giá trị Tính giá trị các thông số Kp, Ki, Kd của khâu PID theo phương pháp Ziegler-Nichols từ thông số L và T tìm được ở phần 5.1.
- **Bước 4:** Chạy mô phỏng. Có thể chỉnh lại Stop Time cho phù hợp.
- **Bước 5:** Lưu lại đáp ứng để viết báo cáo. Trong hình vẽ phải chú thích rõ tên các tín hiệu. Xác định chất lượng của hệ thống.
- **Bước 6:** Nhận xét về chất lượng ngõ ra ở 2 phương pháp điều khiển PID và ON-OFF.

5.4 Mở rộng.

- Lập lại các bước 4.1, 4.2, 4.3 cho lò nhiệt có hàm truyền như sau:

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+5)}$$

- Lưu ý: Độ lợi Gain trong các khối Gain cho bằng 1.

BÀI THÍ NGHIỆM 4

ỨNG DỤNG SIMULINK ĐIỀU KHIỂN ĐỘNG CƠ

1. CHUẨN BỊ.

Sinh viên phải chuẩn bị các kiến thức sau trước khi bước vào thí nghiệm.

- Tìm hiểu sơ lược Matlab và Simulink.
- Mô tả toán học hệ thống điều khiển tự động, đánh giá chất lượng hệ thống điều khiển tự động.
- Mô hình hóa đối tượng và xác định thông số bộ điều khiển PID theo phương pháp thứ nhất của Ziegler – Nichols.
- Phương pháp điều khiển on – off. Ưu khuyết điểm của điều khiển on – off so với điều khiển sớm trễ pha hay PID.
- Phương pháp điều khiển PID. Ưu khuyết điểm của điều khiển PID. Cách hiệu chỉnh thông số PID dựa vào đáp ứng quá độ đối với tín hiệu vào hàm nấc đơn vị.

2. THÍ NGHIỆM.

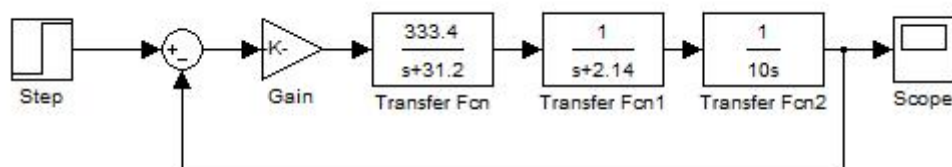
2.1 Khảo sát hệ vòng kín, nhận dạng hệ thống theo mô hình Ziegler – Nichols.

2.1.1 Mục đích.

Đối với các hệ có khâu tích phân lý tưởng như động cơ, đáp ứng quá độ (hệ hở) không ổn định. Đối với các đối tượng này, thông số bộ điều khiển xác định theo phương pháp thứ hai của Zeigler – Nichols. Bài thí nghiệm này giới thiệu phương pháp thứ hai của Zeigler – Nichols.

2.2.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1.** Dùng SIMULINK để xây dựng mô hình điều khiển vòng kín vị trí động cơ DC như sau.



- Trong đó
 - Step: là tín hiệu hàm nấc đơn vị.
 - Transfer Fcn – Transfer Fcn1 – Transfer Fcn 2: mô hình động cơ tuyến tính hóa.
 - Ngõ ra của Transfer Fcn2 là vị trí được đưa vào Scope để quan sát.
- **Bước 2.** Chỉnh giá trị của hàm nấc: Step time = 0, Initial value = 0, Final value = 1. Chỉnh thời gian mô phỏng Stop time = 50s.

- **Bước 3:** Nhấp chuột vào ô Parameters, vào trang Data History, bỏ Limit data points to last.
- **Bước 4:** Thay đổi hệ số Gain trong khối Gain. Lặp đi lặp lại cho đến khi đáp ứng có dao động đều không tắt dần (ở biên giới ổn định).
- **Bước 4:** Nhấn Run để mô phỏng quá trình.
- **Bước 5:** Double click vào khối Scope.
- **Bước 6:** Dựa vào hình vẽ, xác định K_{gh} và T_{gh} : $K_{gh} = 66.8$, $T_{gh} = 0.8$.

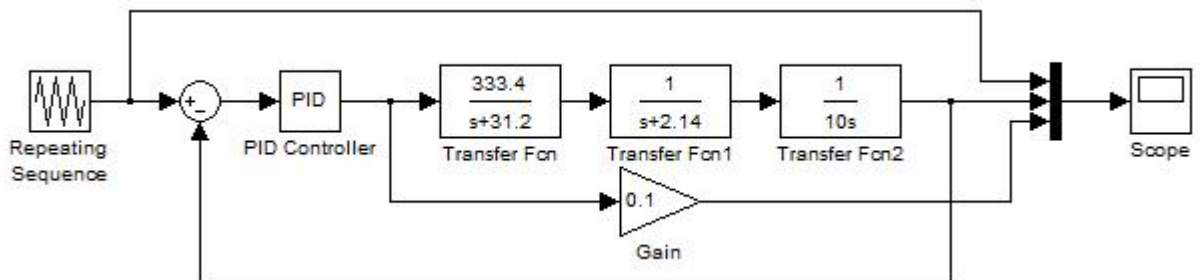
2.2 Khảo sát mô hình điều khiển động cơ PID (phương pháp Ziegler –Nichols).

2.2.1 Mục đích.

Trong phần này, sinh viên sẽ xây dựng mô hình điều khiển vị trí động cơ DC dùng bộ điều khiển PID. Khảo sát ảnh hưởng của bộ điều khiển PID đến đáp ứng ngõ ra với tín hiệu đầu vào là hàm dốc.

2.2.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1:** Dùng SIMULINK để xây dựng mô hình vòng kín điều khiển vị trí động cơ DC như sau:



- **Bước 2:** Xác định thông số PID theo Zeigler – Nichols ($K_p = 40$, $T_i = 0.4$, $T_d = 0.1$, $K_d = 4$, $K_i = 100$)
- **Bước 3:** Nhập thông số PID theo bước 8, khối Repeating Sequence có các thông số $_Time$ values: [0 2.5 5 7.5 10]; Output values: [0 5 0 -5 0].
- **Bước 4:** Nhấn Run để mô phỏng quá trình.
- **Bước 5:** Lưu hình vẽ để viết báo cáo. Trên hình vẽ ghi rõ chú thích. Xác định chất lượng của hệ thống.

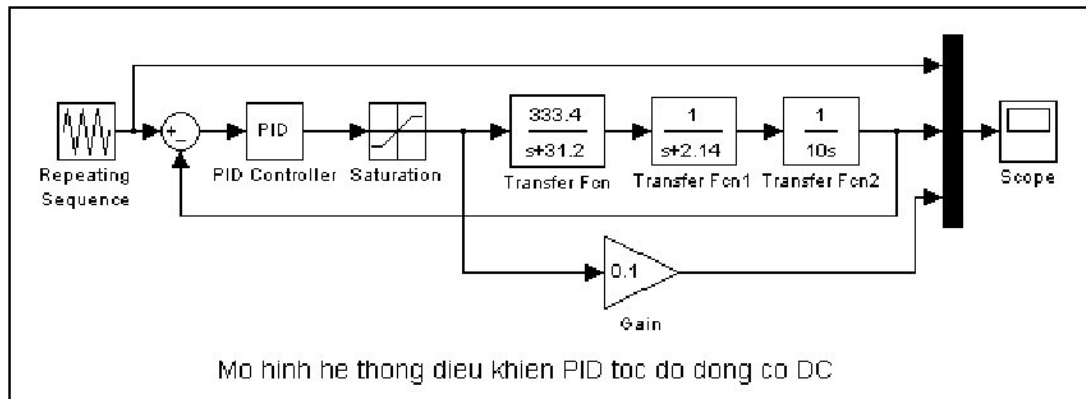
2.3 Khảo sát ảnh hưởng các hệ số K_p , K_i , K_d lên chất lượng của hệ thống.

2.3.1 Mục đích.

Trong phần này sinh viên sẽ khảo sát ảnh hưởng của các hệ số K_p , K_i , K_d trong bộ điều khiển PID đến chất lượng của hệ thống điều khiển từ đó rút ra kinh nghiệm hiệu chỉnh thông số bộ điều khiển PID và so sánh với kết quả lý thuyết.

2.3.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1:** Dùng SIMULINK để xây dựng mô hình điều khiển vị trí động cơ như sau:



a. Chính thời gian mô phỏng Stop time = 10s. Thực hiện khảo sát hệ thống với bộ điều khiển P ($K_I = 0, K_D = 0$) và tính độ vọt lố, sai số xác lập, thời gian xác lập của ngõ ra theo bảng sau:

K_P	1	10	20	50	100
POT					
E_{xl}					
t_{xl}					

b. Thực hiện khảo sát hệ thống với bộ điều khiển PI ($K_P = 2, K_D = 0$) và tính độ vọt lố, sai số xác lập, thời gian xác lập của ngõ ra theo bảng sau:

K_I	0.1	0.5	0.8	1	2
POT					
E_{xl}					
t_{xl}					

c. Thực hiện khảo sát hệ thống với bộ điều khiển PID ($K_P = 2, K_I = 2$) và tính độ vọt lố, sai số xác lập, thời gian xác lập của ngõ ra theo bảng sau:

K_D	0.1	0.2	0.5	1	2
POT					
E_{xl}					
t_{xl}					

- **Bước 2:** Chạy mô phỏng với các thông số đã cho ở trên.

- **Bước 3:** Lưu kết quả để viết báo cáo. Trên hình vẽ ghi rõ chú thích. Xác định chất lượng của hệ thống cho từng trường hợp.
- **Bước 4:** Nhận xét về sự ảnh hưởng của K_p , K_i , K_d . So sánh với kết quả lý thuyết.

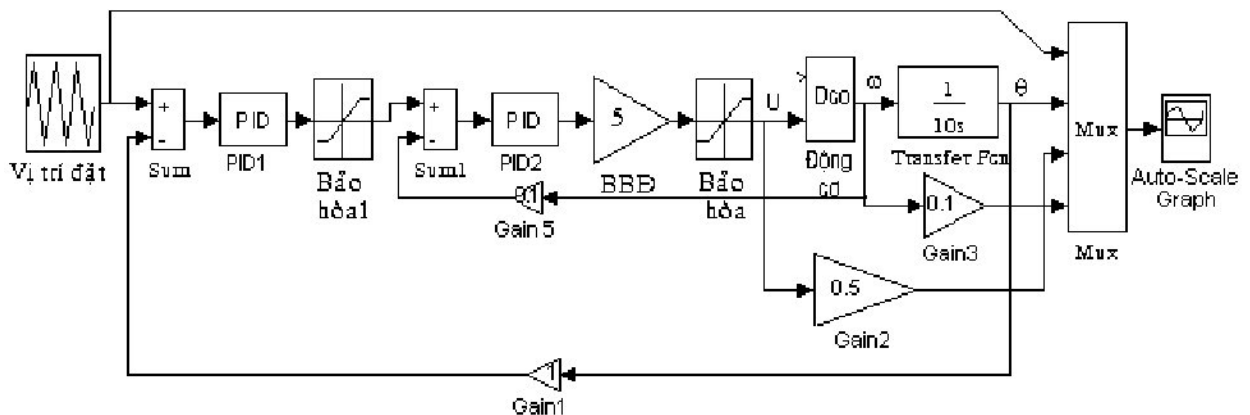
2.4 Hệ thống điều khiển dùng hai hiệu chỉnh PID vị trí và tốc độ.

2.4.1 Mục đích.

- Về nguyên tắc, ta không cần phản hồi tốc độ khi điều khiển vị trí. Tuy nhiên, có thể hình dung là khi sai lệch vị trí lớn sẽ dẫn đến điện áp đặt vào động cơ lớn làm tăng tốc độ quay. Điều này có thể không tốt đối với một số loại tải. Muốn kiểm soát cả đặc tính tốc độ của hệ thống, người ta dùng hai vòng điều khiển tốc độ và vị trí với hai bộ hiệu chỉnh độc lập. Phương pháp này còn gọi là điều khiển nhiều vòng hay điều khiển tọa độ.
- Phương pháp hiệu chỉnh là thực hiện lần lượt tính toán vòng tốc độ rồi vị trí. Ở vòng tốc độ chọn kết quả hiệu chỉnh là không hay ít vọt lố. Các bộ hiệu chỉnh không nhất thiết là đầy đủ PID, ở đây chọn PI. Cũng có thể hình dung tác dụng của phản hồi tốc độ là cải thiện đặc tính quá độ khi để ý tốc độ là đạo hàm vị trí.

2.4.2 Trình tự thí nghiệm.

- **Bước 1:** Dùng SIMULINK để xây dựng mô hình điều khiển vị trí động cơ như sau:



- **Bước 2:** Khai báo thông số hai bộ điều khiển PID như sau: $K_{i1} = 27.5$; $K_{p1} = 9.81$, $K_{i2} = 6.25$; $K_{p2} = 2.91$.
- **Bước 3:** Chạy mô phỏng.
- **Bước 4:** Lưu kết quả để viết báo cáo. Trên hình vẽ ghi rõ chú thích. Xác định chất lượng của hệ thống.
- **Bước 5:** Xây dựng lại mô hình Simulink có một vòng điều khiển vị trí như 2.2 với thông số bộ điều khiển PID $K_{i1} = 27.5$; $K_{p1} = 9.81$.
- **Bước 6:** Chạy mô phỏng. Lưu kết quả để viết báo cáo. Trên hình vẽ ghi rõ chú thích. Xác định chất lượng của hệ thống.
- **Bước 7:** So sánh chất lượng hai cách điều khiển nói trên. Kết luận.