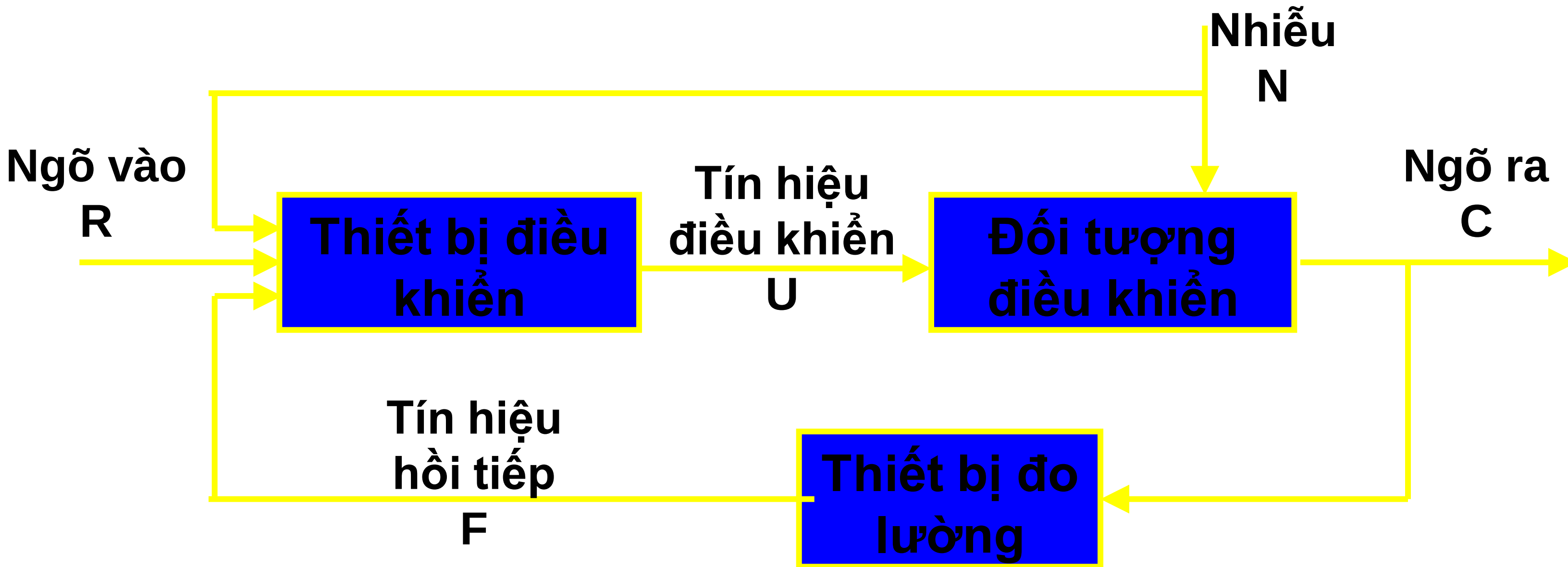
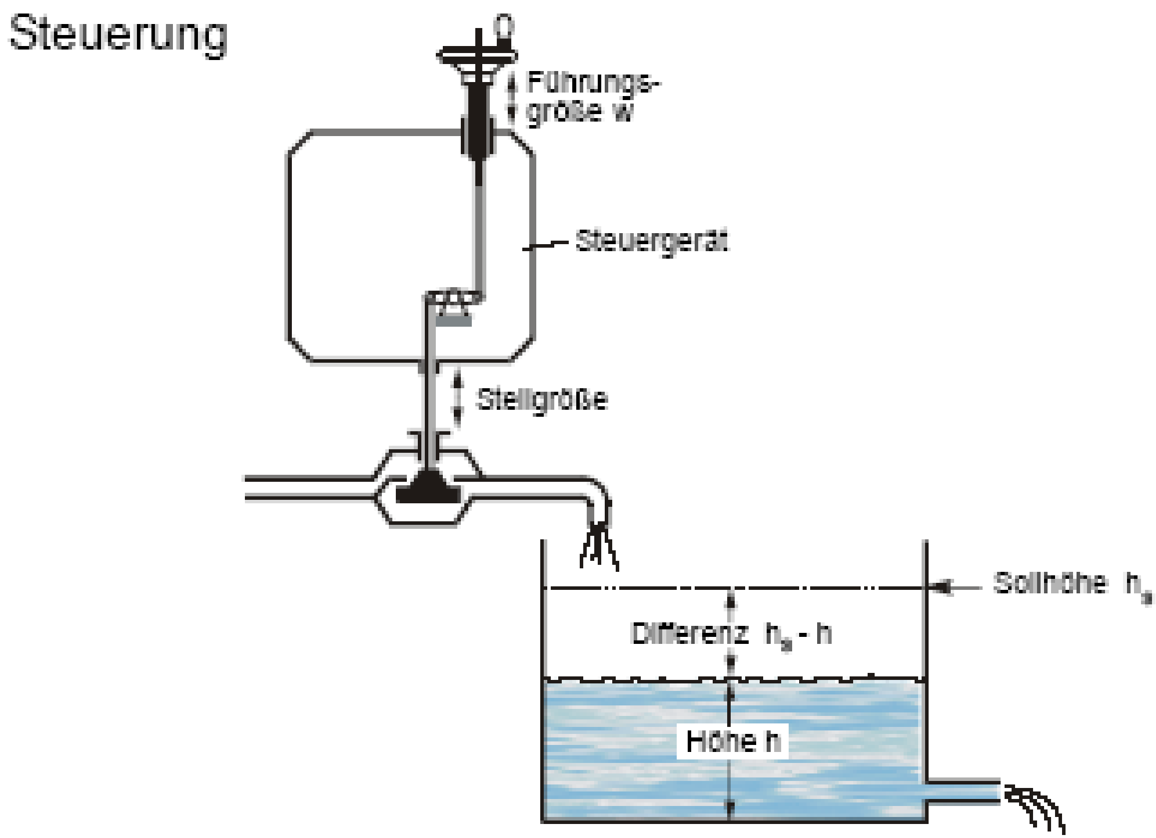
I. Khái niệm cơ bản

Hệ thống ĐKTĐ bao gồm 3 phần chủ yếu:

- Thiết bị điều khiển (TBĐK)
- Đối tượng điều khiển (ĐTĐK)
- Thiết bị đo lường và cảm biến (TBĐL)




Steuerung
Führungs-
größe w
Steuergerät
Stellgröße
Sollhöhe h_s
Differenz h_s - h
Höhe h

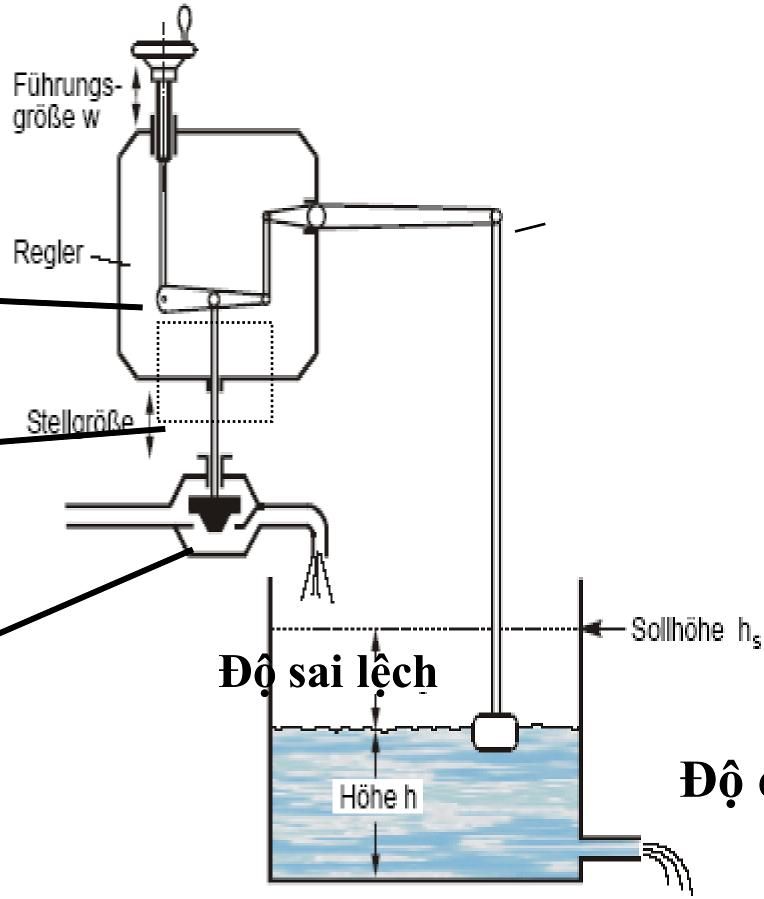
Ví dụ:

Ngõ vào R

Thiết bị điều khiển

Tín hiệu điều khiển

Đối tượng điều khiển

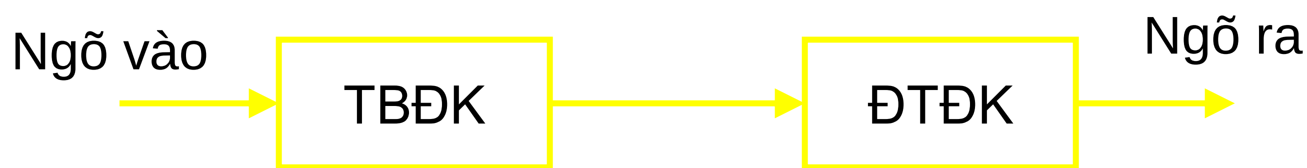


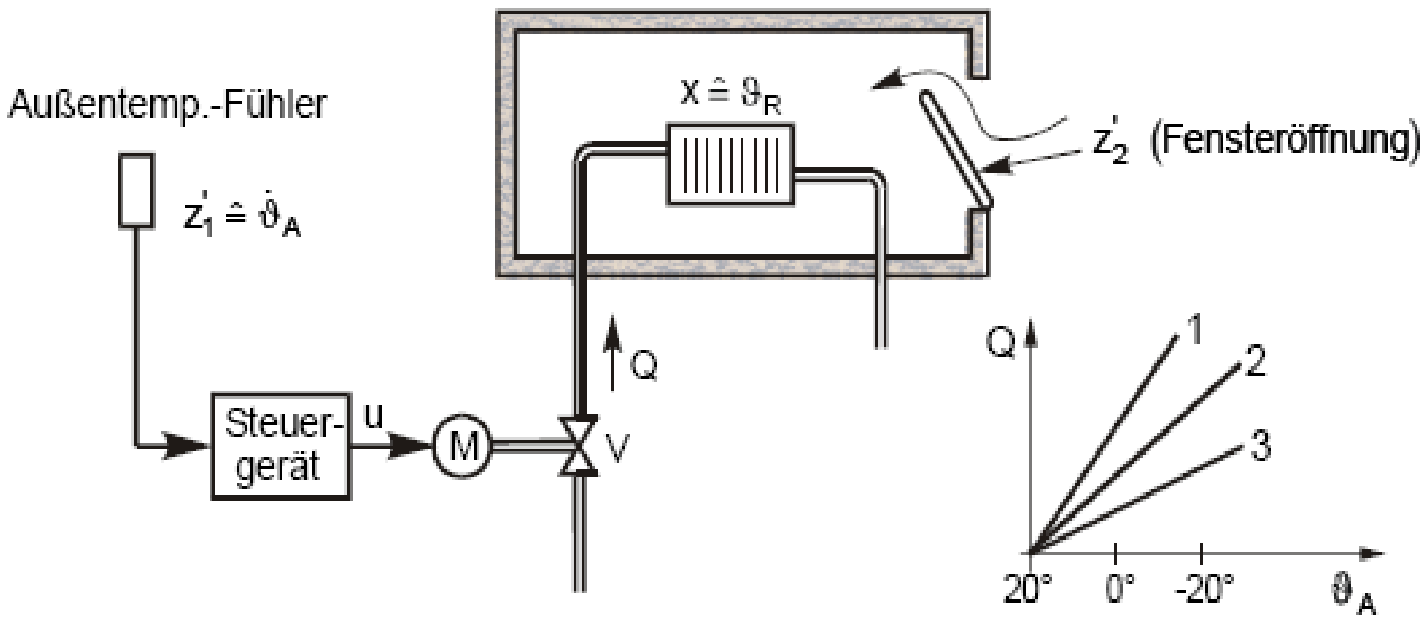
Tín hiệu hồi tiếp

Giá trị mong muốn

Độ cao h

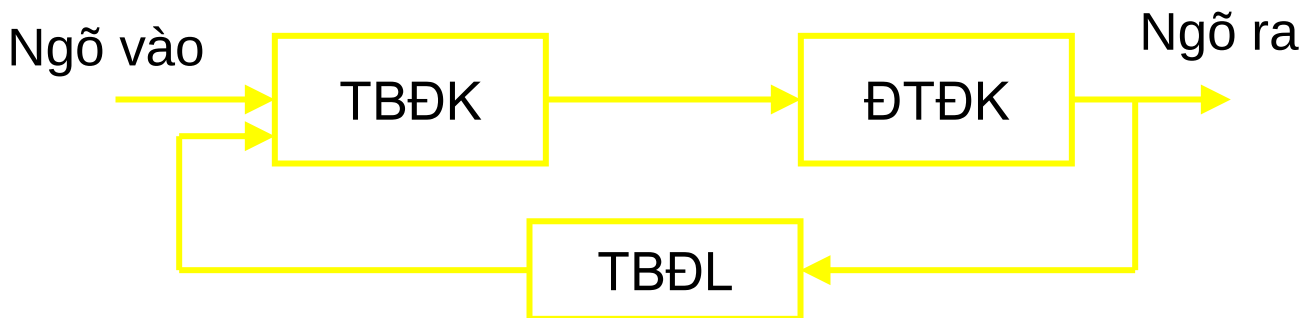
+ Hệ thống điều khiển hở: không có tín hiệu phản hồi từ ngõ ra về thiết bị điều khiển

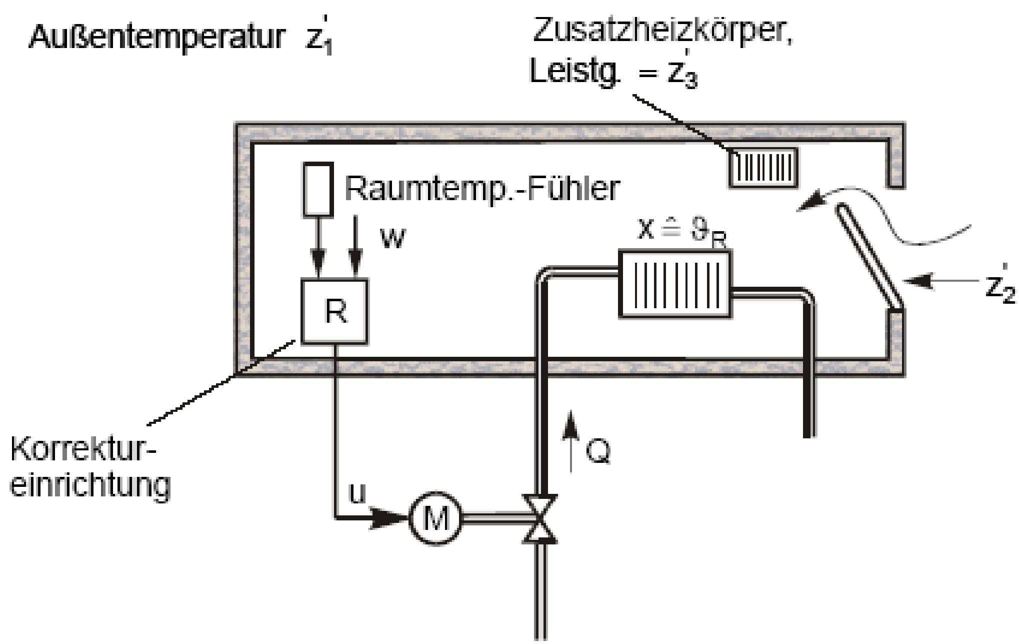




Hệ thống điều chỉnh nhiệt độ trong phòng

+ Hệ thống điều khiển kín: có tín hiệu phản hồi từ ngõ ra về thiết bị điều khiển

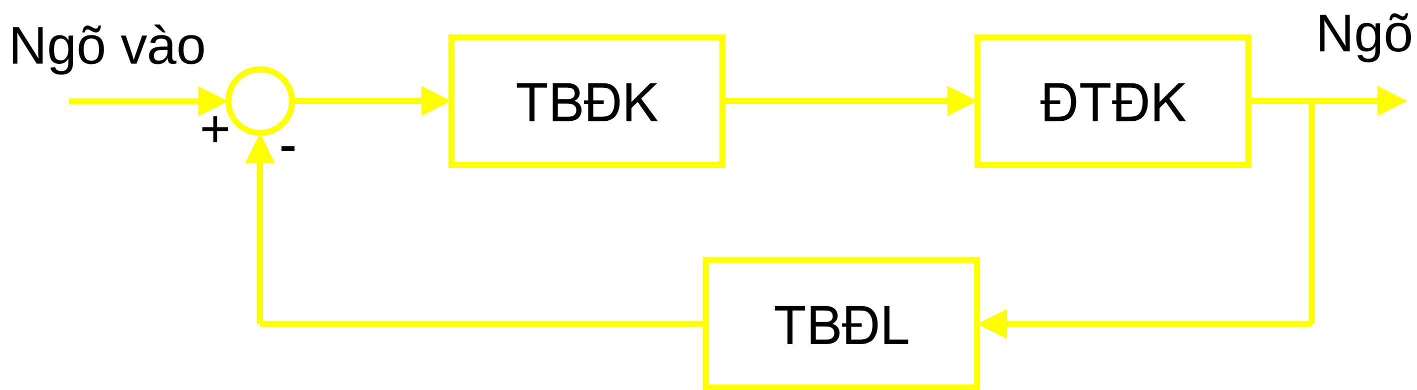




II. Các nguyên tắc ĐKTĐ

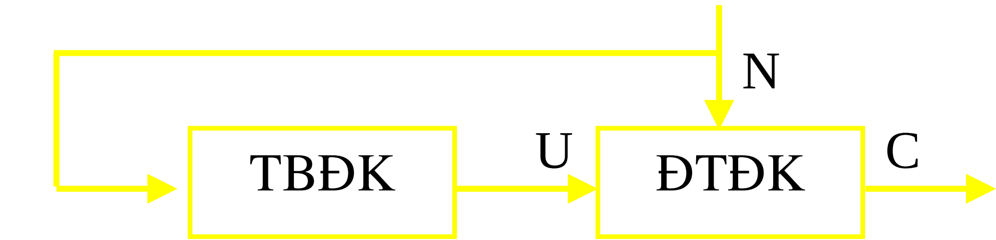
1. Nguyên tắc giữ ổn định

a. Điều khiển sai lệch



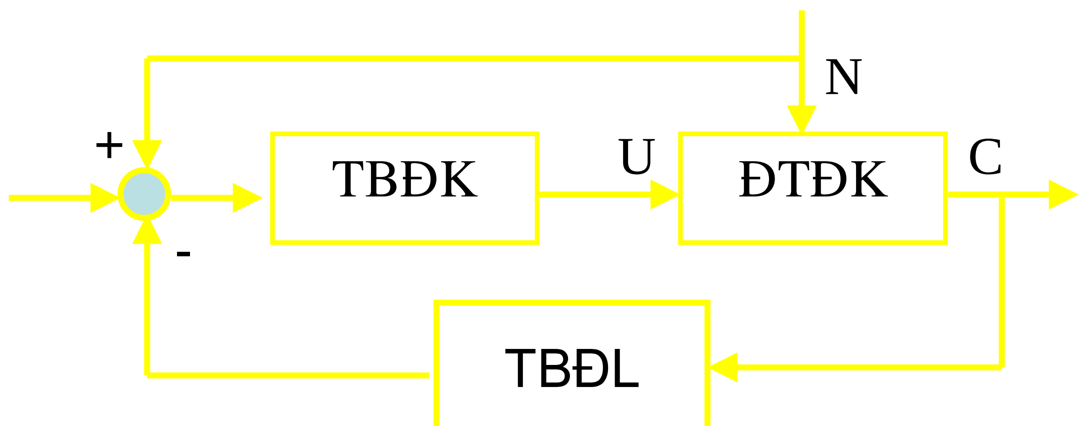
Tín hiệu C được phản hồi và phối hợp với tín hiệu vào R tạo ra sai lệch $\varepsilon = R - C$. Tín hiệu sai lệch này được đưa vào TBĐK tạo ra tín hiệu điều khiển U đặt lên ĐTĐK.

b. Nguyên tắc bù tác động bên ngoài(feed forward control):



Loại hệ thống này cho phép giữ ngõ ra không đổi và không phụ thuộc vào tác động bên ngoài

c. Nguyên tắc điều khiển hỗn hợp (Sai lệch + bù tác động bên ngoài):

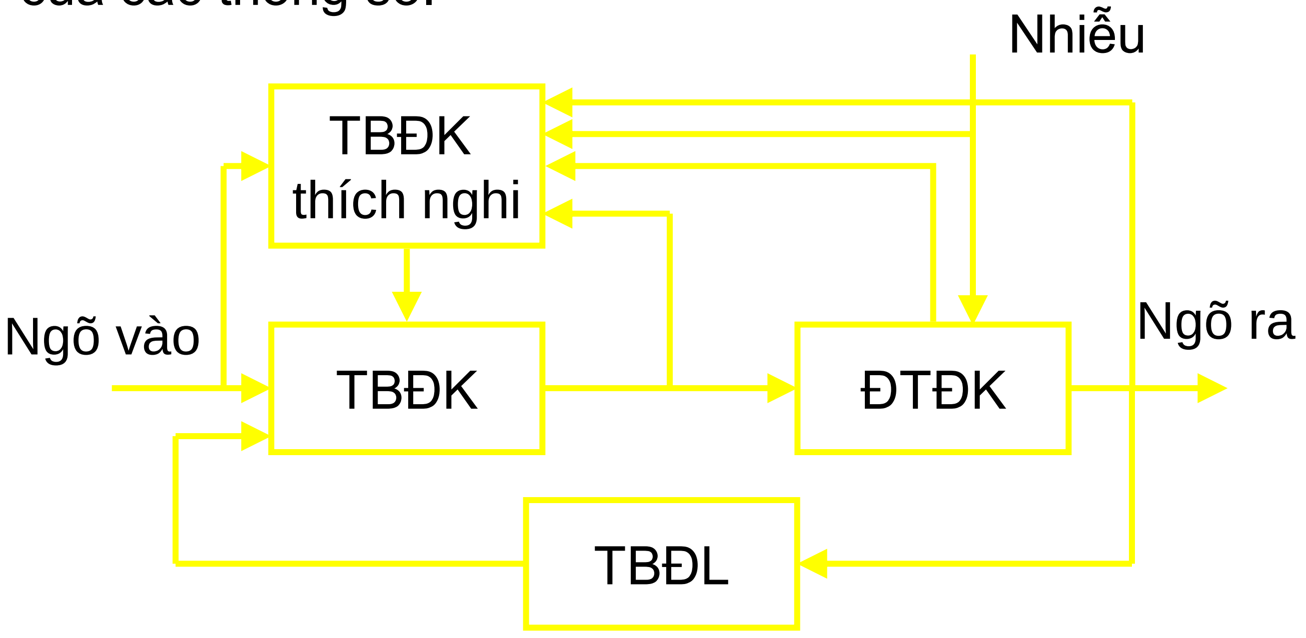


2. Điều khiển theo chương trình

Sử dụng cho hệ hở. Ngõ ra thay đổi theo một chương trình định sẵn.

3. Nguyên tắc tự định chỉnh

Có khả năng tự thích nghi, tự cải tiến đối với sự thay đổi của các thông số.



III. Phân lọai hệ thống điều khiển.

- Hệ tuyến tính và hệ phi tuyến.

  Hầu hết các hệ thống vật lý đều là hệ phi tuyến. Tuy nhiên, nếu phạm vi thay đổi của hệ không lớn có thể được tuyến tính hóa trong phạm vi biến thiên của các biến tương đối nhỏ

- Hệ bất biến và biến thiên theo thời gian.

  Hệ biến thiên theo thời gian là hệ có ít nhất một tham số biến thiên theo thời gian.

  Hệ bất biến theo thời gian (hệ dừng) là hệ có các tham số không đổi theo thời gian

- Hệ liên tục và gián đọan theo thời gian

  Trong hệ liên tục theo thời gian, tất cả các biến là hàm liên tục theo thời gian

  Hệ gián đoạn là hệ có ít nhất một tín hiệu là hàm gián đoạn theo thời gian. Hệ gián đoạn gồm:

  + Hệ thống xung.
  + Hệ thống số

- Hệ đơn biến và đa biến

  Hệ đơn biến là hệ có một ngõ vào và một ngõ ra

  Hệ đa biến là hệ có nhiều ngõ vào và nhiều ngõ ra

- Hệ xác định và ngẫu nhiên.

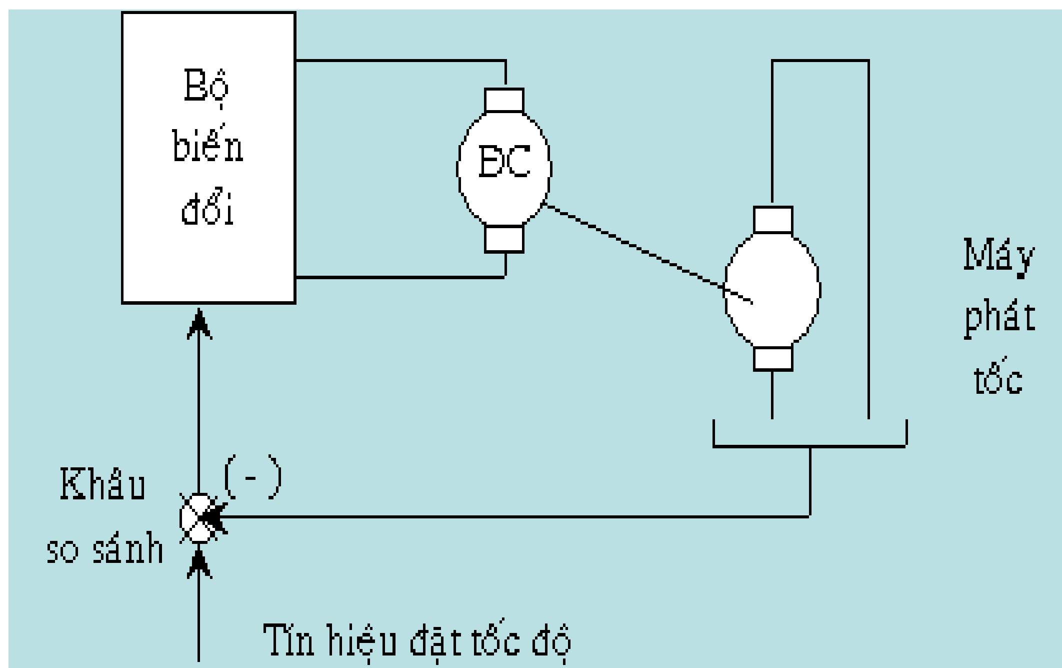
IV. Ví dụ

1. Điều khiển tốc độ động cơ

Khâu hồi tiếp là máy phát tốc, khâu so sánh dùng mạch điện tử và việc thay đổi tốc độ bằng cách thay đổi điện áp đặt vào động cơ bằng cách thay đổi điện áp vào động cơ

Tốc độ động cơ tăng
→ điện áp tạo ra từ máy phát tốc tăng
→ hồi tiếp âm nên điện áp đặt vào động cơ sẽ giảm
→ tốc độ động cơ ổn định lại

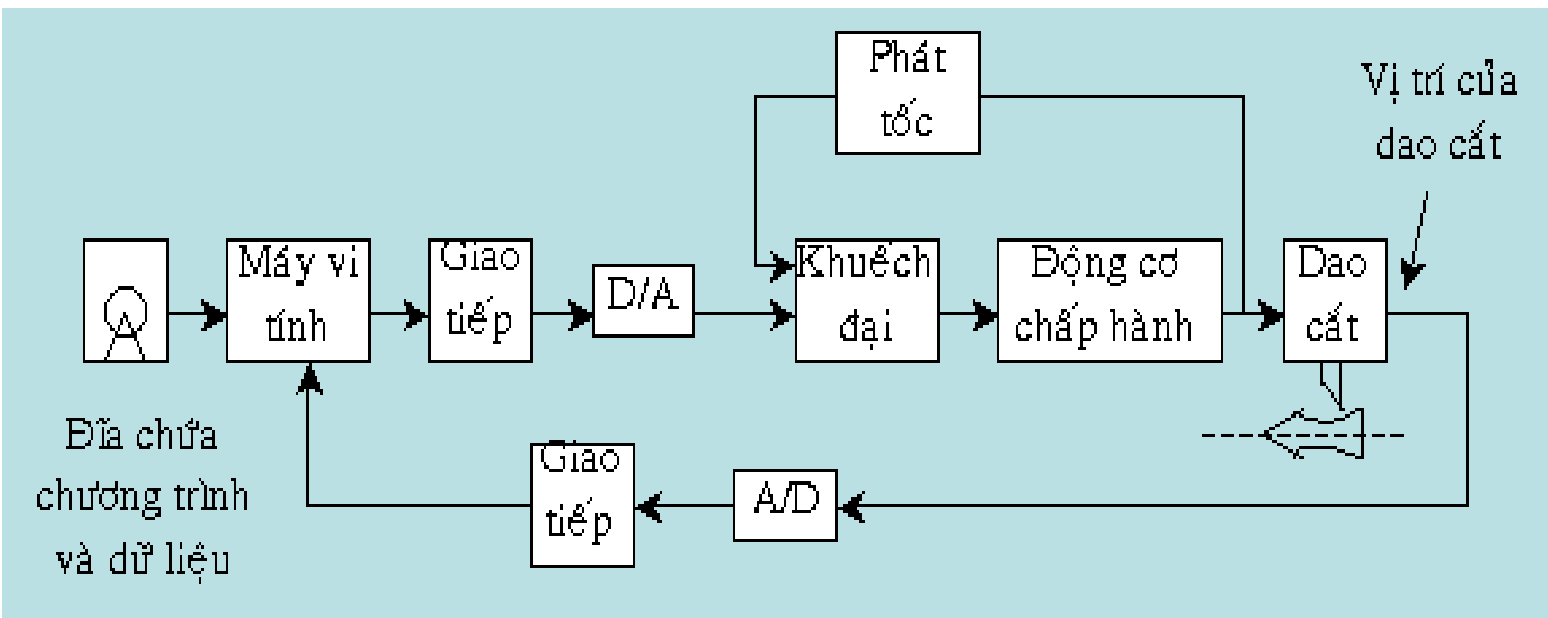
Ví dụ Matlab



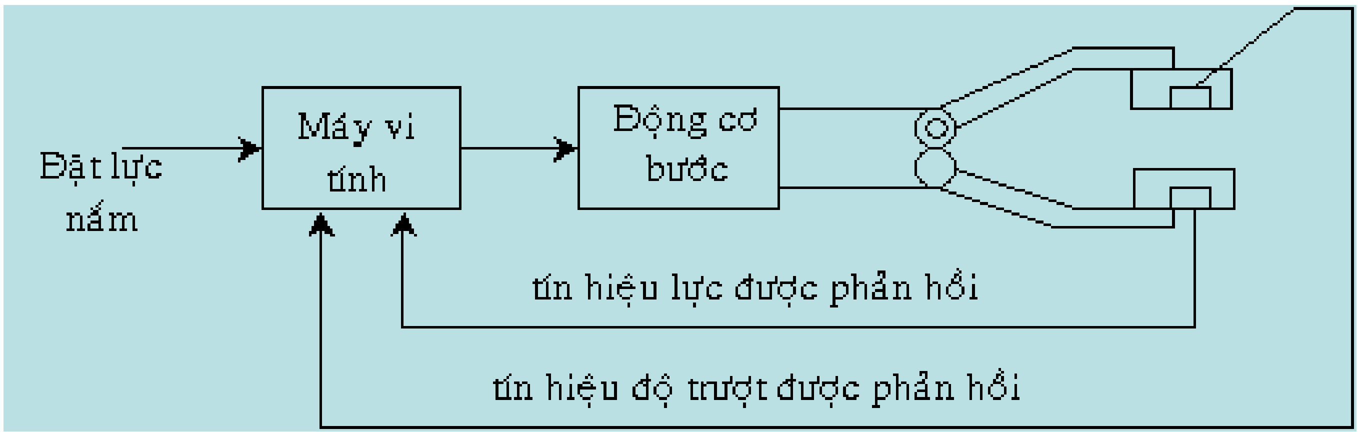
2. Hệ thống điều khiển số máy công cụ.

Bộ điều khiển có thể là máy tính (hệ CNC), nhận giữ liệu gia công và giữ liệu số chuyển đổi từ tín hiệu hồi tiếp vị trí của dao cắt rồi xác định sai lệch.

Sai lệch dưới dạng số được chuyển thành tương tự điều khiển cơ cấu chấp hành đưa dao cắt tới vị trí yêu cầu



3. Điều khiển lực nắm của cánh tay Robot



4. Điều khiển mức nước

Srt-demo1 (Matlab)

V. Nhiệm vụ của lý thuyết điều khiển tự động

1. Xây dựng mô hình tóan học dựa trên hiện tượng vật lý của hệ thống

2. Khảo sát tính ổn định của hệ thống.

3. Khảo sát chất lượng của hệ theo các chỉ tiêu đề ra.

4. Mô phỏng hệ thống trên máy tính

5. Thực hiện mô hình mẫu và kiểm tra bằng thực nghiệm

6. Tinh chỉnh để tối ưu hóa chỉ tiêu chất lượng

7. Xây dựng hệ thống thiết kế.

I. Hàm truyền và đáp ứng

1. Hàm Truyền

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt} + \dots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t)$$
$$= b_m \frac{d^m r(t)}{dt} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt} + \dots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t)$$

Biến đổi Laplace:

$$\left(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0\right) C(p)$$
$$= \left(b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0\right) R(p)$$

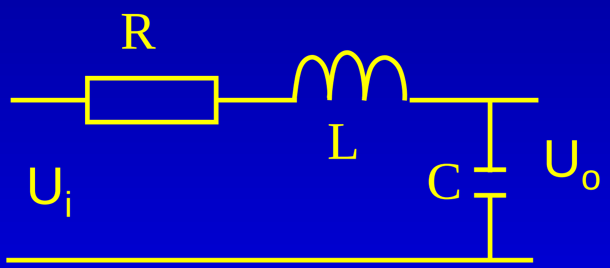
Hàm truyền đạt:

$$M(p) = \frac{C(p)}{R(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}$$

Khi biết được hàm truyền đạt có thể xác định đáp ứng c(t) đối với kích thích r(t) bằng cách lấy Laplace ngược

$$c(t) = L^{-1}\{C(p)\} = L^{-1}\{R(p).M(p)\}$$

Ví dụ: Tìm hàm truyền đạt của mạch điện sau



$$Z(p) = R + Lp + \frac{1}{Cp}$$

$$I = \frac{U_i}{Z(p)}$$

$$U_0 = I\frac{1}{Cp} = \frac{U_i}{Z(p)}\frac{1}{Cp}$$

$$G(p) = \frac{U_0}{U_i} = \frac{1}{Z(p)Cp}$$

2. Đáp ứng

+ Đáp ứng xung: đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là tín hiệu xung

$$r(t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty & khi \quad t = 0 \\ 0 & khi \quad t \neq 0 \end{cases}$$

Biến đổi Laplace của r(t) : R(p) = 1.

Đáp ứng xung : $c_i(t) = L^{-1}\{C(p)\} = L^{-1}\{M(p)\}$

+ Đáp ứng bước: đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là tín hiệu bước

$$r(t) = 1(t) = \begin{cases} 1 & khi \quad t \geq 0 \\ 0 & khi \quad t < 0 \end{cases}$$

Biến đổi Laplace của r(t) : R(p) = 1/p.

Đáp ứng bước : $c_s(t) = L^{-1}\{C(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{p}M(p)\right\}$

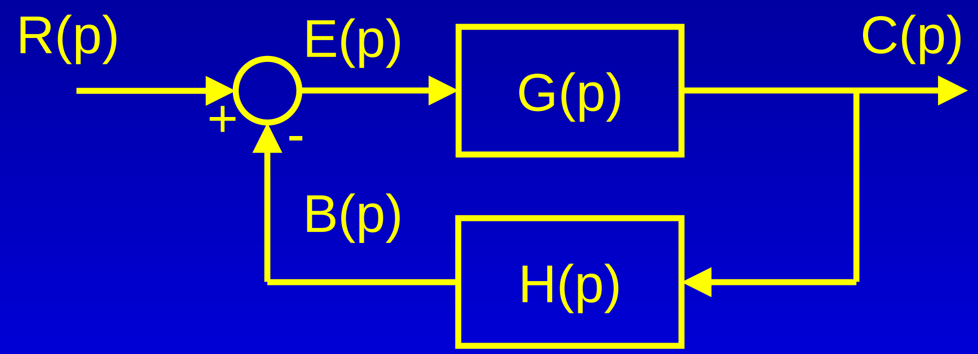
Áp dụng tính chất của biến đổi Laplace: $L\left\{\int f dt\right\} = \frac{1}{p}F(p)$

Ta có $c_i(t) = \frac{dc_s(t)}{dt}$ hay $c_s(t) = \int c_i(t)dt$

II.Sơ đồ khối và Graph tín hiệu.

1. Sơ đồ khối.

Sơ đồ khối cơ bản của hệ thống kín có hồi tiếp:



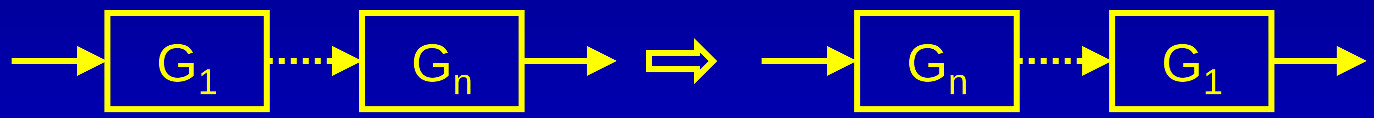
Hàm truyền đường thuận $\dfrac{C(p)}{E(p)} = G(p)$

Hàm truyền vòng kín $\dfrac{C(p)}{R(p)} = \dfrac{G(p)}{1+G(p)H(p)}$

Hàm truyền vòng hở $\dfrac{E(p)}{B(p)} = G(p)H(p)$

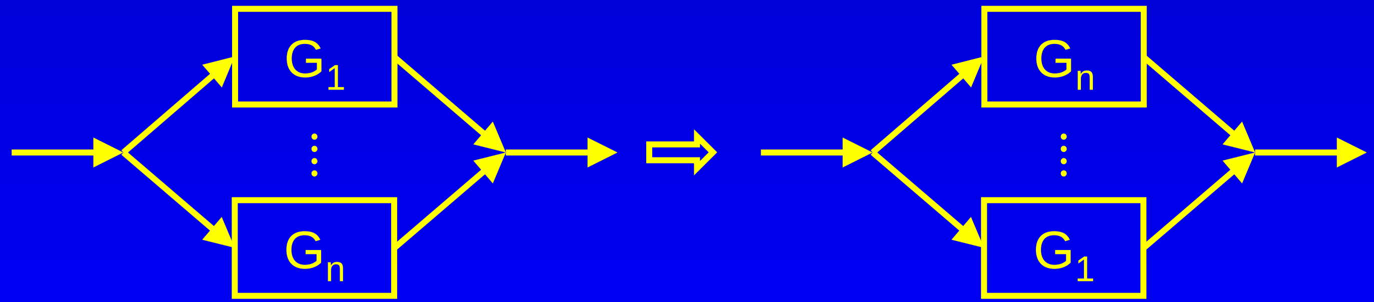
Các phép biến đổi khối cơ bản:

+ Phép giao hóan các khối nối tiếp



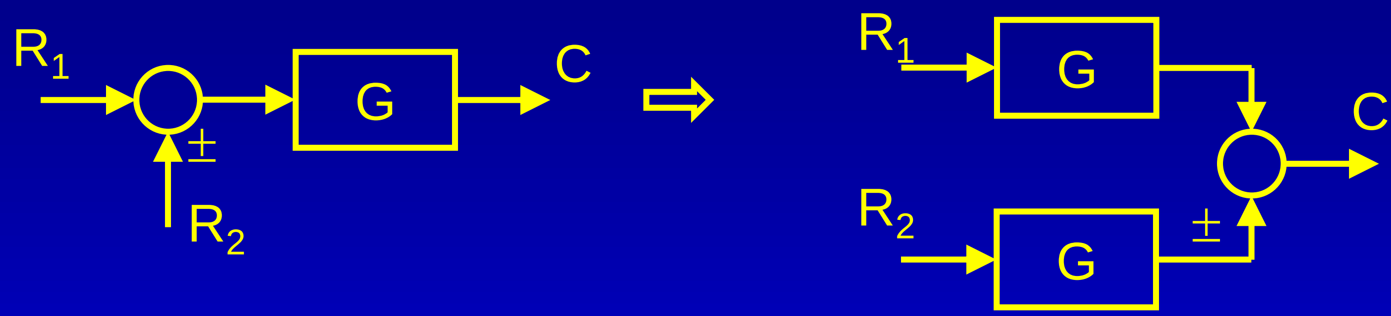
$$G(p)=G_1(p).G_2(p)\dots.G_n(p)$$

+ Phép giao hóan các khối song song



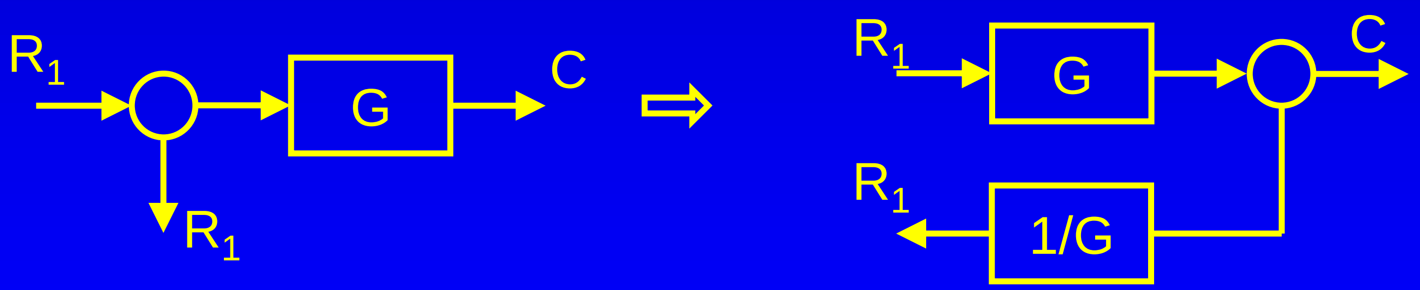
$$G(p)=G_1(p) + G_2(p) + \dots + G_n(p)$$

+ Phép chuyển khối đằng sau ra đằng trước tổng

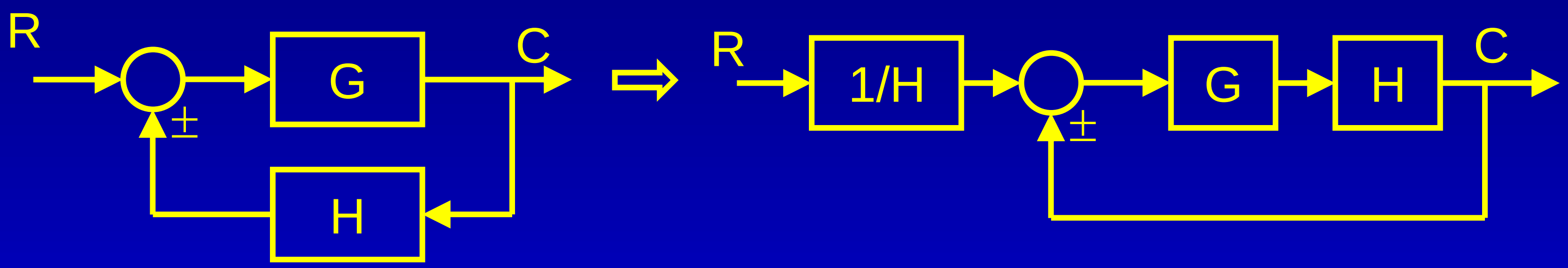


$$C(p) = G(p).\ (R_1(p) \pm R_2(p))$$

+ Phép chuyển tín hiệu từ trước ra sau

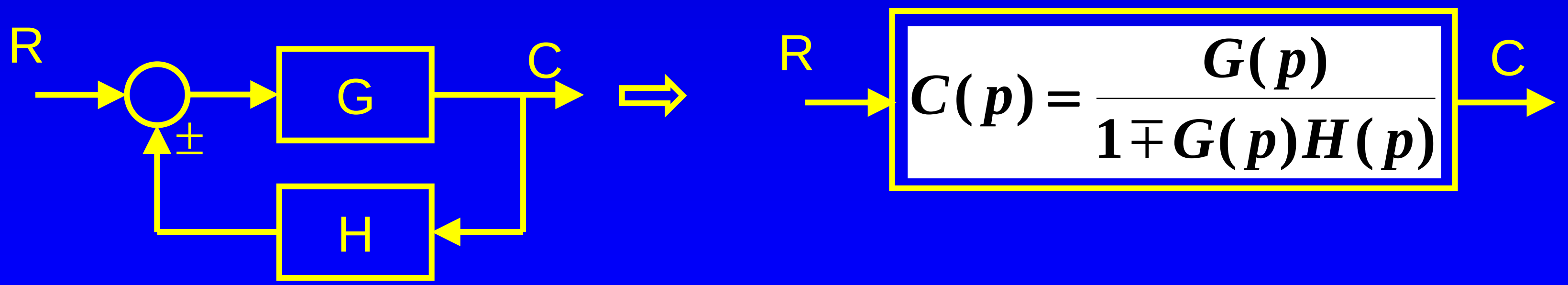


+ Đổi hệ có hồi tiếp H thành hồi tiếp đơn vị



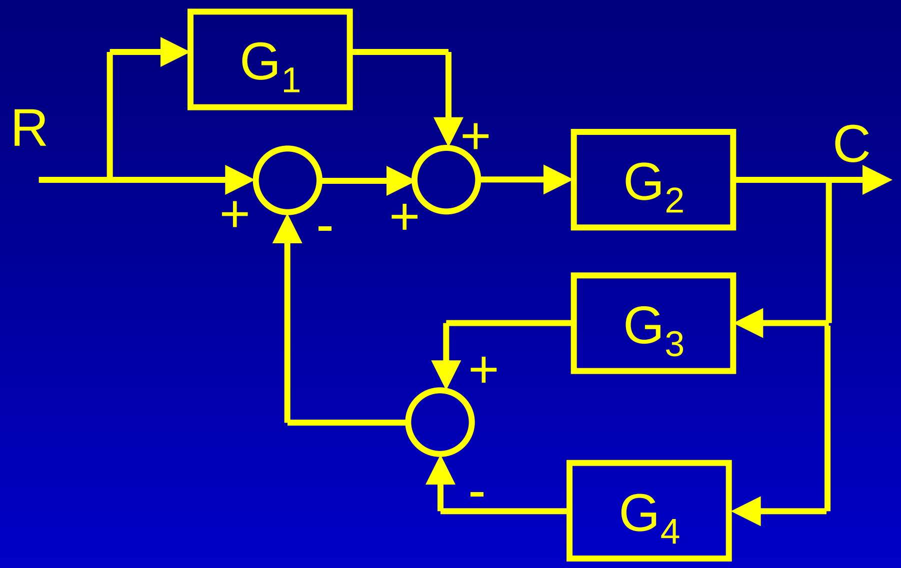
$$C(p) = \frac{G(p)}{1 \mp G(p)H(p)}$$

+ Hồi tiếp một vùng



$$C(p) = \frac{G(p)}{1 \mp G(p)H(p)}$$

Ví dụ: tìm hàm truyền:



G_A : G_3 và G_4 mắc song song

G_B : G_1 mắc song song đường truyền đơn vị

G_C : Vòng hồi tiếp G_2 với G_A

Hàm truyền tổng quát : G_B nối tiếp với G_C

2. Graph tín hiệu.

+ Nút nguồn : Nút chỉ có nhánh đi ra

+ Nút đích : Nút chỉ có nhánh đi vào

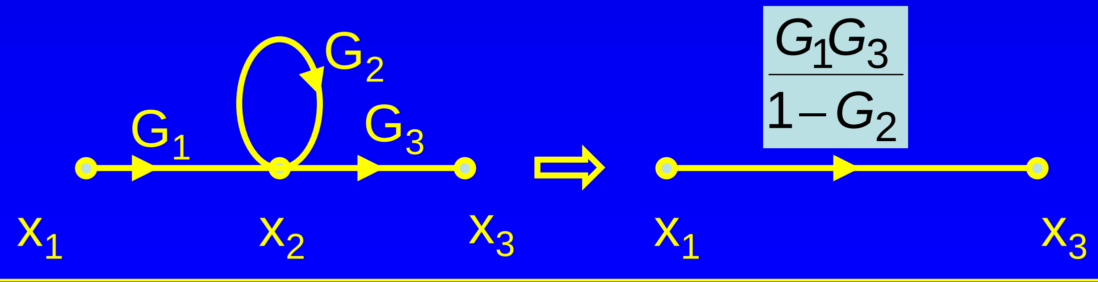
+ Đường thuận : Đường đi từ nút nguồn đến nút đích mà không đi qua nút nào quá 1 lần

+ Vòng kín : Đường bắt đầu và kết thúc tại một nút mà trên đó không gặp nút nào quá một lần.

+ Truyền đạt đường : tích cách truyền đạt nhánh dọc theo đường.

Các qui tắc biến đổi Graph cũng tương tự như biến đổi sơ đồ khối gồm các nhánh mắc nối tiếp, song song, hồi tiếp…

Ví dụ:



+ Công thức Mason $$M = \frac{C}{R} = \frac{\sum_k M_k \Delta_k}{\Delta}$$

M_k : truyền đạt của đường thuận thứ k

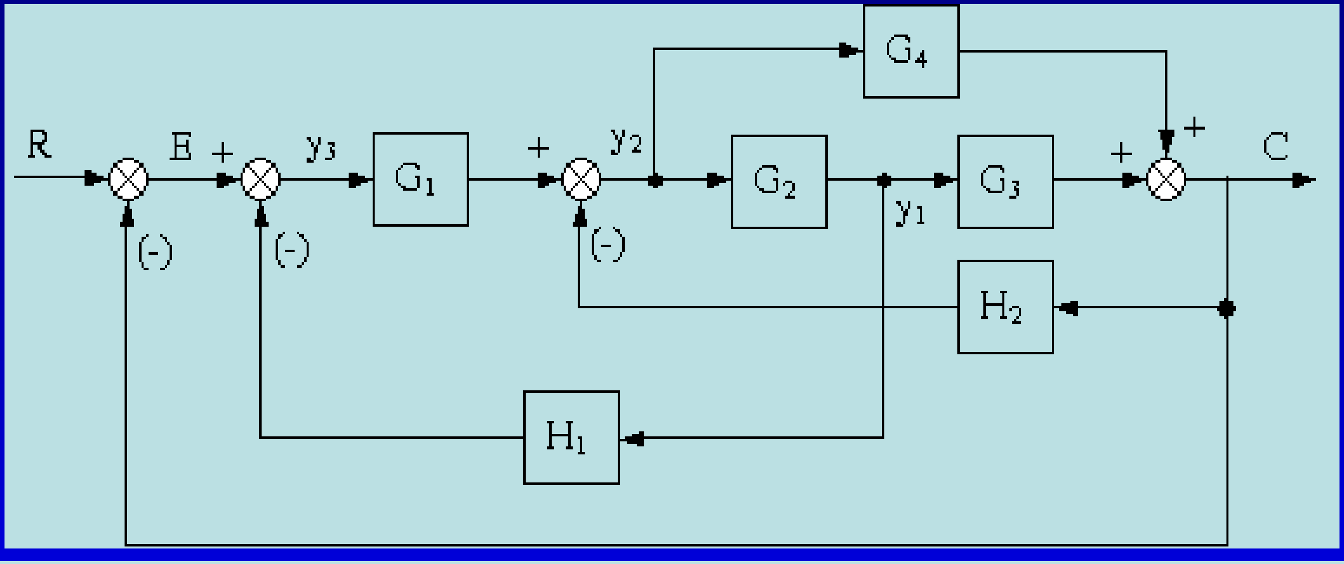
$\Delta = 1 - \Sigma P_{m1} + \Sigma P_{m2} - \Sigma P_{m3} + \ldots + (-1)^i P_{mi}$

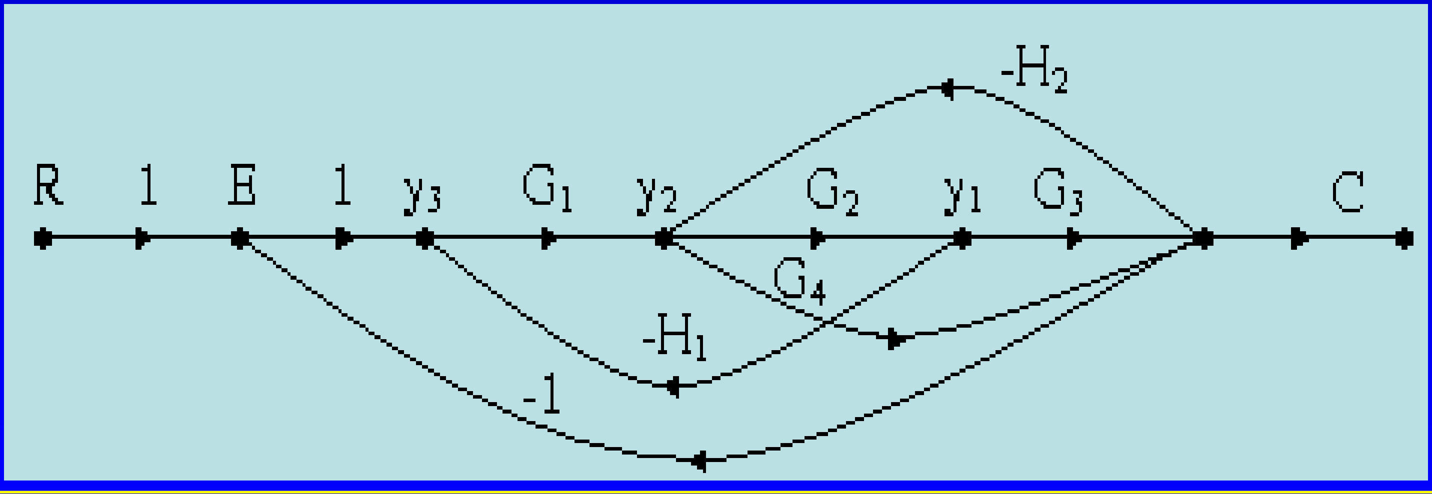
P_{m1} : truyền đạt các vòng kín có trong Graph

P_{mr} $(r \geq 2)$: tích các truyền đạt của r vòng kín không dính nhau.

Δ_k : Được suy ra từ Δ bằng cách cho bằng 0 những vòng kín có dính đến đường thuận thứ k

Ví dụ: Tìm hàm truyền của hệ thống





Các đường truyền thuận:

$M1 = G_1G_2G_3$

$M2 = G_1G_4$

Có 5 vòng kín:

$L_1 = -G_1G_2G_3$

$L_2 =$ ……, L_3, L_4, L_5

$\Sigma Pm_1 = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 =$

Bài tập 1: Câu hỏi tuần trước và bài 2.12, 2.13 Trang 13 sách BT

3. Biểu diễn hàm truyền.

a. Vị trí cực và zero

$$G(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = K\frac{\prod_l (p - z_l)}{\prod_i (p - p_i)}$$

z_l : nghiệm của B(p) = 0: gọi là zero của hàm truyền

p_i : nghiệm của A(p) = 0: gọi là cực của hàm truyền

Trên mặt phẳng phức ta định vị zero bằng dấu tròn (o) và cực là dấu chéo (x).

Biên độ của hàm truyền

$$|G(p)| = |K|\frac{\prod_l |j\omega - z_l|}{\prod_i |j\omega - p_i|}$$

Góc pha của hàm truyền

Arg (G(jω)) = Arg (K) + Σ Arg (jω – z_l) - Σ Arg (jω – p_i)

b. Biểu đồ cực

Biểu diễn sự phụ thuộc của hàm truyền G(jω) theo tần số ω đi từ 0 đến ∞ trong mặt phẳng phức.

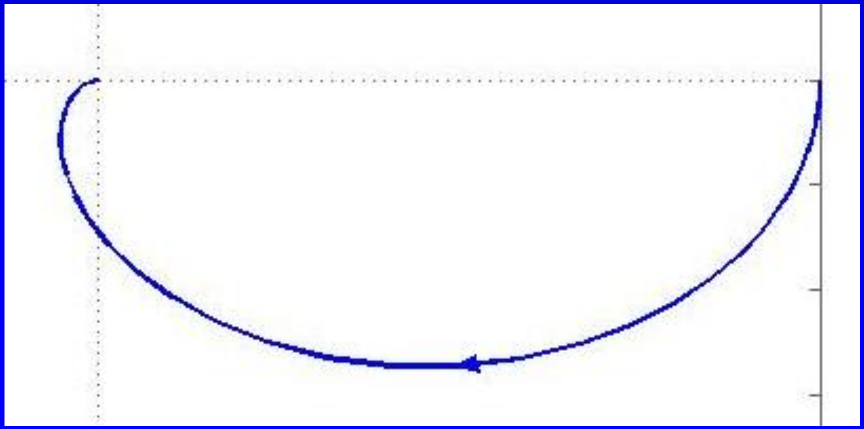
$$G(p) = G(j\omega) = P(\omega) + j\,Q(\omega) = A(\omega)\,.\,e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = |G(j\omega)| = \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = Arg(G(j\omega)) = arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right)$$

Ví dụ: Vẽ biểu đồ cực

$$G(p) = \frac{10}{(1+p)(10+p)}$$



c. Giản đồ Bode

Đồ thị logarit biên độ và đồ thị pha của hàm truyền theo logarit tần số

+ Biên độ : $| G(j\omega) |_{dB} = 20 \lg | G(j\omega) |$

+ Pha : $\varphi = \mathrm{Arg}\,(G(j\omega))$

Các bước vẽ giản đồ Bode

Bước 1: xác định tần số gãy và sắp xếp theo thứ tự tăng dần

Tần số gãy : tần số mà tại đó đồ thị logarit biên độ thay đổi đặc tính của nó.

Cho : $$G(p) = K\frac{\prod_{l=1}^{m}(p + c_l)}{\prod_{i=1}^{n}(p + d_i)}$$ thì : $\omega = c_l$ và $\omega = d_i$ là tần số gãy

Bước 2: Xác định $|G(j\omega)|_{dB}$ tại $\omega = 0$ (nếu G(p) không có cực tại 0),

hoặc : xác định đường tiệm cận của $|G(j\omega)|_{dB}$ khi $\omega \rightarrow 0$ (nếu G(p) có cực tại 0)

Bước 3: Nếu G(p) không có cực tại 0, Giản đồ Bode biên độ sẽ là đường nằm ngang có độ lớn : $|G(j\omega)|_{dB}$ cho đến tần số gãy nhỏ nhất.

Nếu G(p) có r cực (zero) tại 0, giản đồ Bode sẽ là đường tiệm cận có độ dốc –r (+r) cho đến tần số gãy nhỏ nhất.

Độ dốc $\pm$ r chính là độ tăng (hay giảm) $\pm$ r.20 dB/dec của giản đồ bode biên độ.

Bước 4: Nếu tại tần số gãy là khâu tích phân (1/(p +a)) thì độ dốc của giản đồ Bode biên độ giảm đi 1 (-20 dB/dec)

Nếu tại tần số gãy là khâu vi phân (p +a) thì độ dốc của giản đồ Bode biên độ tăng lên 1 (+20 dB/dec)

Giản đồ bode được vẽ từ trái sang phải cho đến khi hết các điểm gãy

Giản đồ Bode pha được xác định bằng cách xác định hàm φ:

$$\varphi = \sum_{l=1}^{m} arctg\frac{\omega}{c_l} - \sum_{i=1}^{n} arctg\frac{\omega}{d_i}$$

Vẽ giản đồ Bode pha bằng phương pháp tách rời từng thành phần rồi cộng lại.

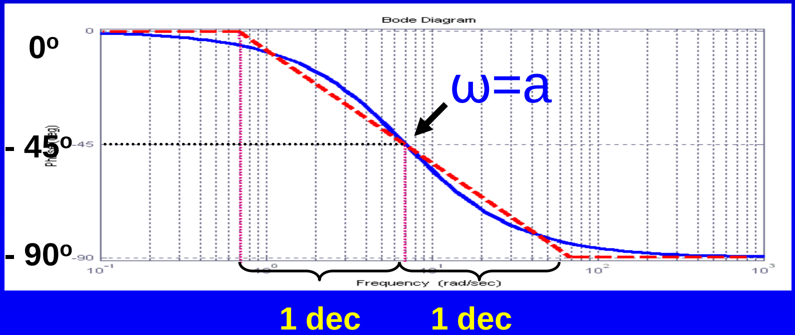
Giản đồ Bode pha của một số khâu cơ bản:

+ G = K, K > 0 thì φ = 0°

+ G = K, K < 0 thì φ = -180°

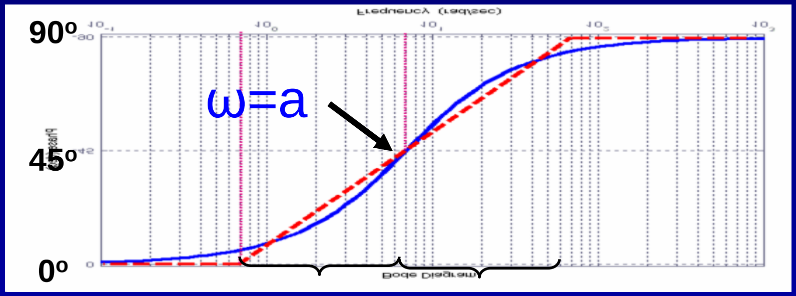
+ G = 1/p, thì φ = -90°, G = p, thì φ = 90°

+ G = 1/(p+a) (khâu tích phân)



Khâu tích phân

+ G = (p+a) (khâu vi phân)

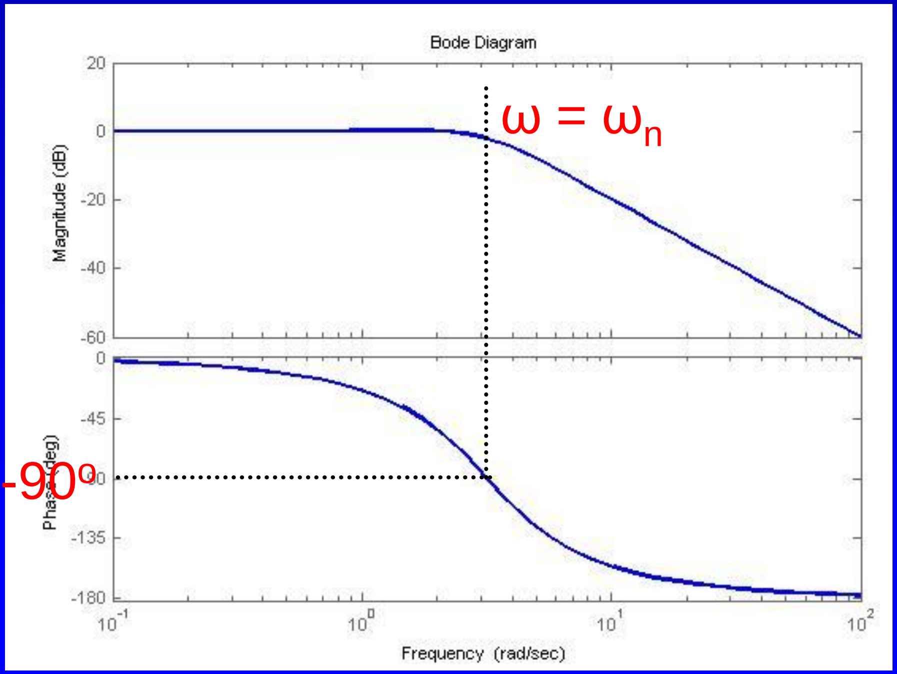


Khâu vi phân

+ Khâu bậc 2:

$$G(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\delta\omega_n p + \omega_n^2}$$

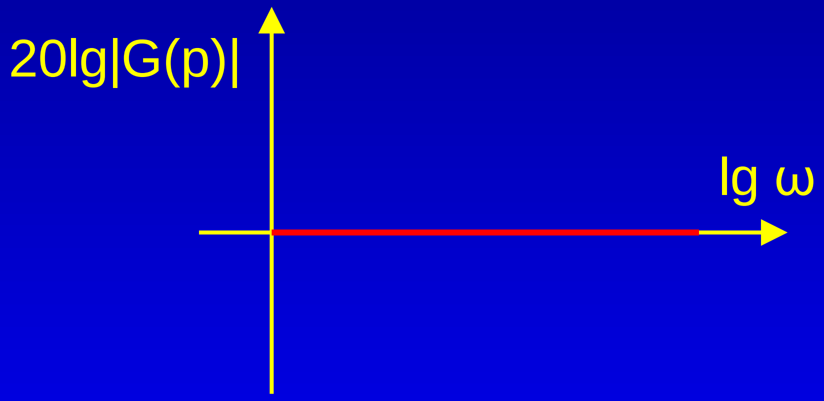
Tần số gãy : ω_n



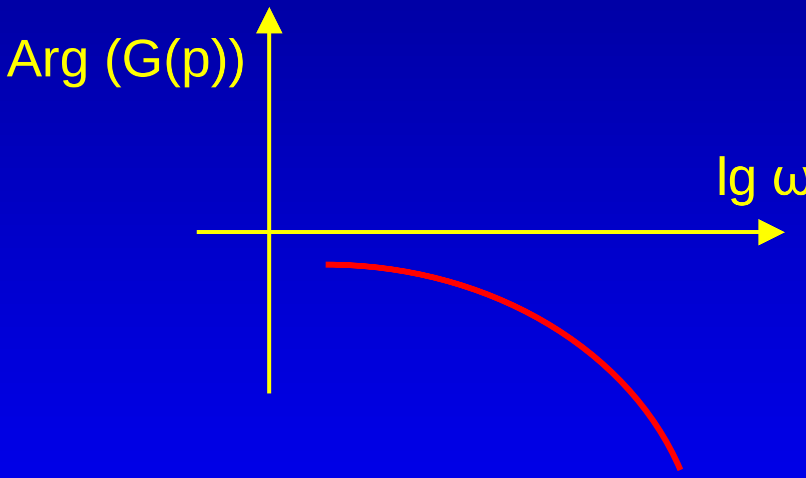
+ Khâu trễ : $G(p) = e^{-Tp}$

Biên độ : $|G(p)| = 1 \rightarrow 20\,lg|G(p)| = 0$

Pha : $Arg(G(p)) = -T\omega$



Giản đồ Bode biên độ

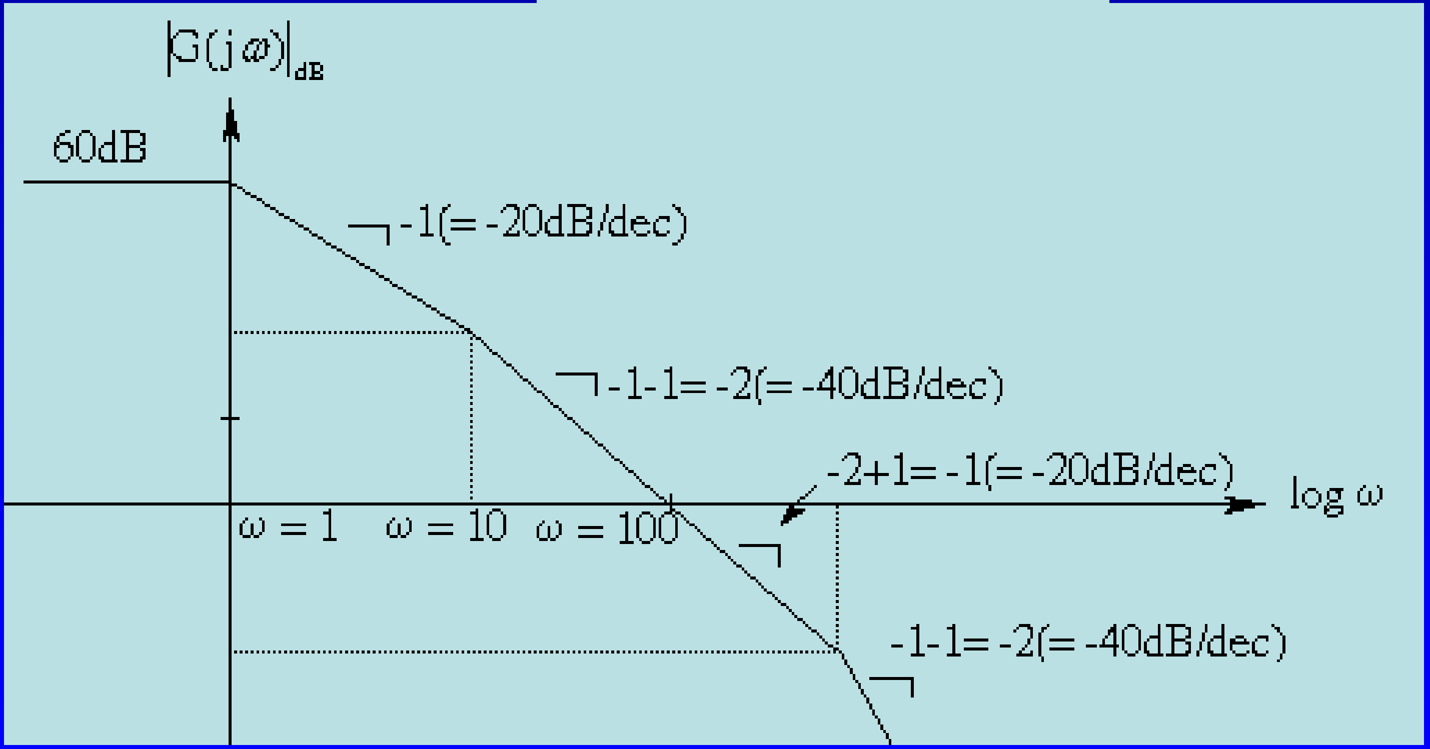


Giản đồ Bode pha

Ví dụ: Vẽ giản đồ Bode $$G(p) = \frac{10^5(p+100)}{(p+1)(p+10)(p+1000)}$$

Tần số gãy : 1, 10, 100, 1000

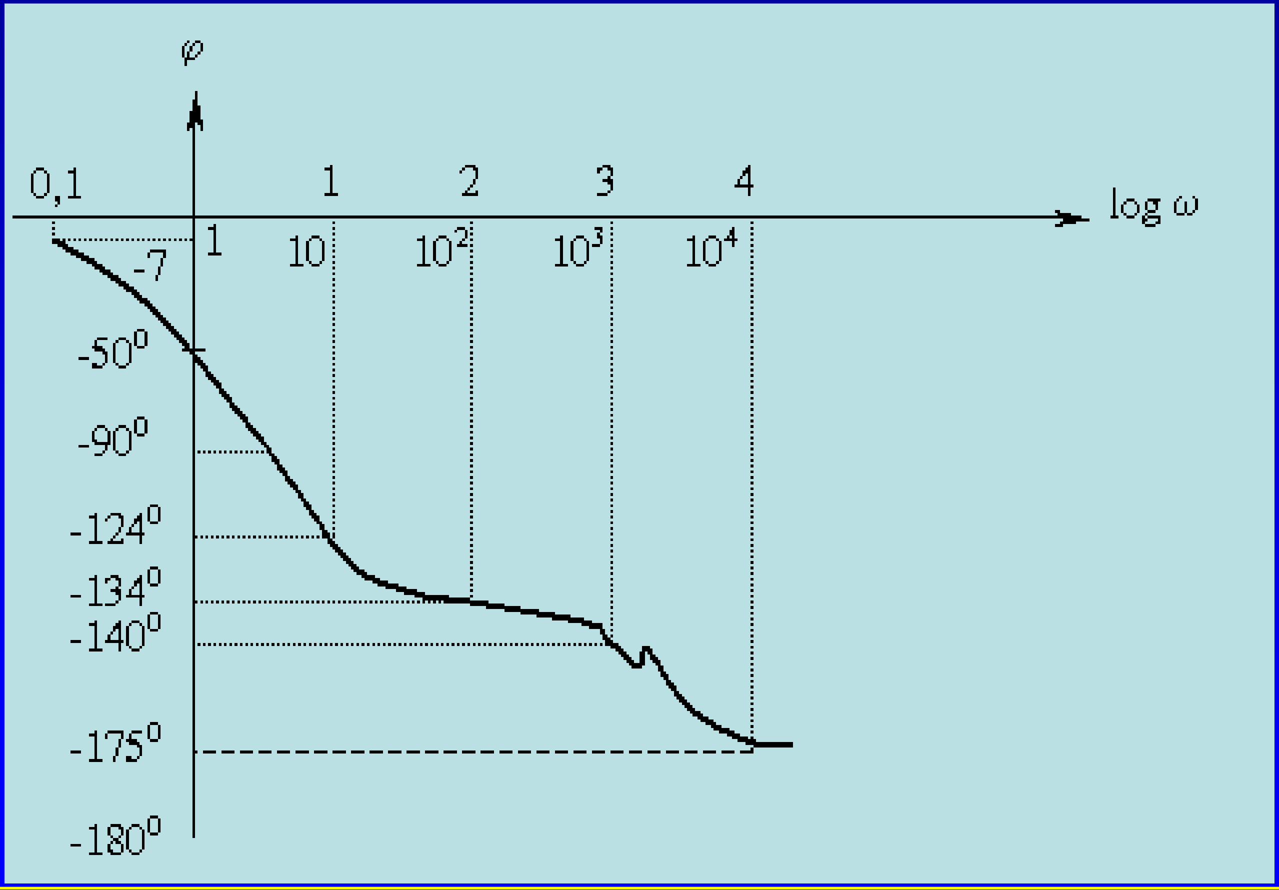
Giản đồ Bode biên độ: $$\left|G(j\omega)\right|_{dB}\Big|_{\omega=0} = 60dB$$



Góc pha :

$$\varphi = \angle j\omega + 100 - \angle j\omega + 1 - \angle j\omega + 10 - \angle j\omega + 10^3$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{\omega}{100} - \operatorname{arctg}\omega - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{10} - \operatorname{arctg}\frac{w}{10^3}$$



Một số lệnh trong Matlab sử dụng để mô tả hệ thống

Hàm tf2zp(num,den): Tìm zero, nghiệm, độ lợi của hàm truyền

Hàm zp2tf(z,p,k): Từ zero, nghiệm , độ lợi cho trước tìm hàm truyền.

Hàm FEEDBACK: Kết nối hồi tiếp hai hệ thống.

```
>> numg = [nhập các hệ số của tử số G1(p)];
>> deng = [nhập các hệ số của mẫu số G1(p)];
>> sys1 = tf(numg, deng);
>> numh = [nhập các hệ số của tử số G2(p)];
>> denh = [nhập các hệ số của mẫu số G2(p)];
>> sys2 = tf(numh, denh);
>> sys = feedback(sys1, sys2);
```

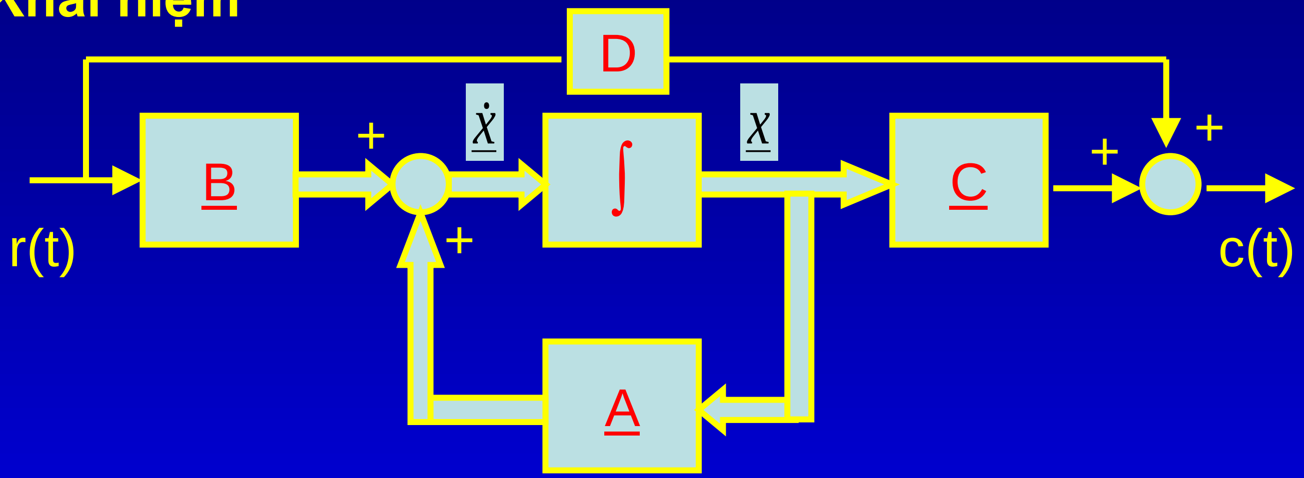
Hàm SERIES: Kết nối 2 hệ thống nối tiếp

Hàm PARALLEL: Kết nối 2 hệ thống song song

Vẽ giản đồ bode, biểu đồ cực: ltiview('bode',sys_tf)

III. Mô tả hệ thống bằng phương trình trạng thái

1. Khái niệm



Hệ phương trình vi phân được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{cases} \underline{\dot{x}} = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.r(t) \\ c(t) = \underline{C}.\underline{x}(t) + D.r(t) \end{cases}$$

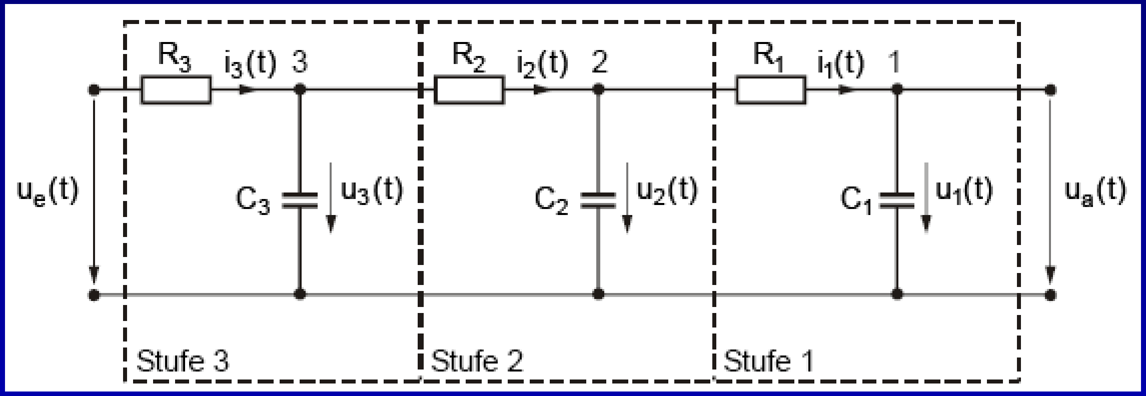
Trong đó: A (n x n): Ma trận hệ thống

x (t) (n x 1): Biến trạng thái

B (n x 1): Ma trận ngõ vào

C (1 x n): Ma trận ngõ ra

D (1 x 1): Ma trận liên hệ trực tiếp ngõ ra – ngõ vào



Ngõ vào u_e tác động đến ngõ ra u_a thông qua 3 biến trạng thái: u_1, u_2, u_3 và

$$i_c = C\frac{du_c}{dt}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{u}_1\\ \dot{u}_2\\ \dot{u}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_1C_1} & \dfrac{1}{R_1C_1} & 0 \\ \dfrac{1}{R_1C_2} & -\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right) & \dfrac{1}{R_2C_2} \\ 0 & \dfrac{1}{R_2C_3} & -\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\ u_2(t)\\ u_3(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dfrac{1}{R_3C_3}\end{bmatrix}u_e(t)$$

$$u_a(t) = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}u_1(t)\\ u_2(t)\\ u_3(t)\end{bmatrix} + 0.u_e(t)$$

2. Thành lập hệ phương trình trạng thái từ PTVP.

a. Trường hợp PTVP không chứa đạo hàm của ngõ vào.

Từ PT:

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt} + \ldots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t)$$
$$= b_m \frac{d^m r(t)}{dt} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt} + \ldots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t)$$

Đặt biến trạng thái theo nguyên tắc:

$$\begin{aligned}
x_1 &= c(t) \\
x_2 &= \dot{x}_1 \\
&\vdots \\
x_n &= \dot{x}_{n-1}
\end{aligned}$$

Thế vào phương trình vi phân tổng quát ta có:

$$a_0 x_1 + a_1 x_2 + \ldots + a_n \dot{x}_n = b_0 r$$

Ta có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + x_2 + 0.x_3 + \ldots + 0.x_n + 0.r \\ \dot{x}_2 = 0.x_1 + 0.x_2 + x_3 + \ldots + 0.x_n + 0.r \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = 0.x_1 + 0.x_2 + 0.x_3 + \ldots + x_n + 0.r \\ \dot{x}_n = \dfrac{-a_0}{a_n}.x_1 + \dfrac{-a_1}{a_n}x_2 + \dfrac{-a_2}{a_n}.x_3 + \ldots + \dfrac{-a_{n-1}}{a_n}.x_n + \dfrac{b_0}{a_n}.r \end{cases}$$

$$c = x_1 + 0.x_2 + x_3 + \ldots + 0.x_n$$

Viết dưới dạng phương trình trạng thái:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} .\underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{b_0}{a_n} \end{bmatrix} .r(t)$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(t)$$

b. Trường hợp PTVP chứa đạo hàm của ngõ vào (m= n-1).

Từ PT:

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt} + \ldots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t)$$
$$= b_m \frac{d^m r(t)}{dt} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt} + \ldots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t)$$

Đặt biến trạng thái theo nguyên tắc:

$$\begin{aligned}
x_1 &= c(t) \\
x_2 &= \dot{x}_1 - B_1.r(t) \\
&\vdots \\
x_n &= \dot{x}_{n-1} - B_{n-1}.r(t)
\end{aligned}$$

Với: $B_1 = b_{n-1}/a_n$ $B_2 = (b_{n-2} - a_{n-1}.B_1)/a_n$

$B_3 = (b_{n-3} - a_{n-1}.B_2 - a_{n-2}B_1)/a_n$ …

$B_n = (b_0 - a_{n-1}B_{n-1} - \ldots - a_1B_1)/a_n$

Khi đó:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \ldots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} . \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} . r(t)$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(t)$$

Ví dụ: Cho PTVP, viết hệ phương trình mô tả biến trạng thái

$$\frac{d^3c(t)}{dt^3}+5\frac{d^2c(t)}{dt^2}+6\frac{dc(t)}{dt}+10c(t)=10\frac{dr(t)}{dt}+20r(t)$$

Đặt các biến trạng thái:

$$x_1 = c(t)$$
$$x_2 = \dot{x}_1 - B_1.r(t)$$
$$x_3 = \dot{x}_2 - B_2.r(t)$$

Trong đó: $B_1 = b_{n-1}/a_n = 0 / 1 = 0$

$B_2 = (b_{n-2} – a_{n-1}.B_1)/a_n = (10 – 5*0)/1=10$

$B_3 = (b_{n-3} – a_{n-1}.B_2 – a_{n-2}B_1)/a_n= (20 – 5 *10 – 6*0)= -30$

Thay các hệ số vừa tính vào PTTT ta được kết quả

3. Thành lập hệ phương trình trạng thái từ sơ đồ khối.

a. Biến đổi hàm truyền thành PTVP

Dùng biến đổi Laplace ngược để biến đổi sơ đồ khối thành PTVP rồi dùng Phương pháp ở phần trước để thành lập mô tả trạng thái

b. Phương pháp tọa độ pha.

Từ hàm truyền:

$$M(p) = \frac{C(p)}{R(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}$$

Đặt biến phụ Y(p) sao cho:

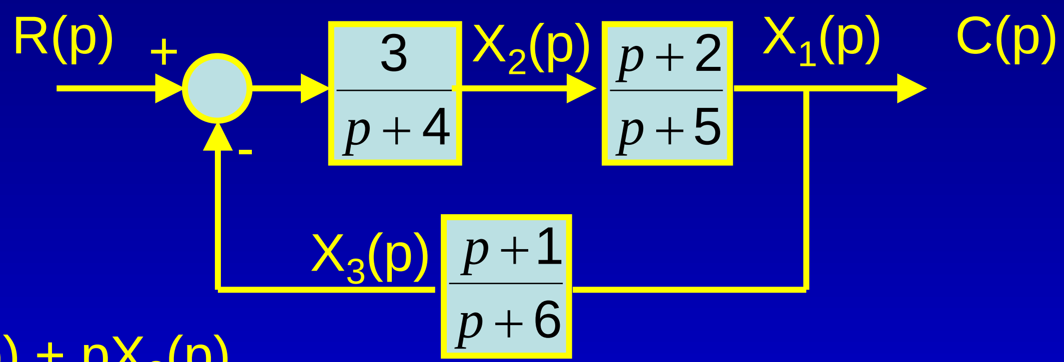
$$C(p)=(b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0).Y(p)$$

$$R(p)=(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0).Y(p)$$

Biến đổi Laplace ngược và đặt $x_1(t) = y(t)$, $x_2(t) = dx_1(t)/dt\dots$

c. Phương pháp đặt biến trực tiếp trên sơ đồ khối.

Ta có:



$$X_1(p) = \frac{p+2}{p+5} X_2(p)$$

$pX_1(p) = -5X_1(p) + 2X_2(p) + pX_2(p)$

$$X_2(p) = \frac{3}{p+4}\left(R(p) - X_3(p)\right)$$

$pX_2(p) = -4X_2(p) - 3X_3(p) + 3R(p)$

$$X_3(p) = \frac{p+1}{p+6} X_1(p)$$

$pX_3(p) = X_1(p) - 6X_3(p) + pX_1(p)$

Thế $pX_2(p)$ ở PT2 vào PT1 ta có hệ phương trình mô tả trạng thái.

4. Tính hàm truyền từ hệ phương trình trạng thái

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.r(t) \\ c(t) = \underline{C}.\underline{x}(t) \end{cases} \xrightarrow{L^{-1}} \begin{cases} s.\underline{X}(p) = \underline{A}.\underline{X}(p) + \underline{B}.R(p) \\ C(p) = \underline{C}.\underline{X}(p) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $(p.\underline{I} - \underline{A}) \, . \, \underline{X}(p) = \underline{B}. \, R(p)$

$\underline{X}(p) = (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1} \, . \, \underline{B}. \, R(p)$

$C(p) = \underline{C} \, . \, \underline{X}(p) = \underline{C}. \, (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1} \, . \, \underline{B}. \, R(p)$

Hàm truyền : $G(p) = \underline{C} \, . \, (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1} \, . \, \underline{B}$

Ví dụ: Tìm hàm truyền

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} . \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} . r(t) \qquad c = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(t)$$

5. Nghiệm của phương trình trạng thái

$$\begin{cases} \underline{\dot{x}} = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.r(t) \\ c(t) = \underline{C}.\underline{x}(t) \end{cases} \xrightarrow{L^{-1}} \begin{cases} s.\underline{X}(p) - x(0) = \underline{A}.\underline{X}(p) + \underline{B}.R(p) \\ C(p) = \underline{C}.\underline{X}(p) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\underline{X}(p) = (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1} . \underline{B}. R(p) + (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1}x(0)$

Đặt $\underline{\Phi}(p) = (p.\underline{I} - \underline{A})^{-1}$ biến đổi Laplace ngược ta được Φ(t) là ma trận quá độ của hệ thống. Tính theo biến đổi Laplace ngược tương đối khó → sử dụng định lý Caley – Hamilton:

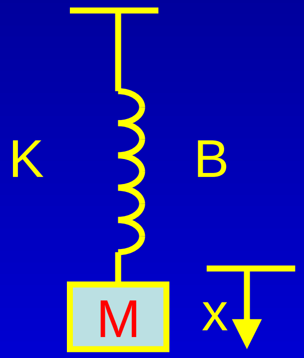
$$\Phi(t) = e^{\underline{\lambda} t} = C_0 I + C_1\underline{\lambda} + C_2\underline{\lambda}^2 + \ldots + C_{n-1}\,\underline{\lambda}^{n-1}$$

Với $\underline{\lambda}$ là vectơ riêng của ma trận $\underline{A}$ (là vectơ nghiệm của phương trình det(λI – A) = 0.

Đáp ứng của hệ thống: $\underline{x}(t) = \int_0^t \underline{\Phi}(t-\tau).\underline{B}.R(\tau)d\tau$

IV. Một số ví dụ.

1. Chuyển động với lo xo



M: Khối lượng vật

K: Độ cứng lò xo

B: Hệ số ma sát nhớt (Hệ số giảm chấn)

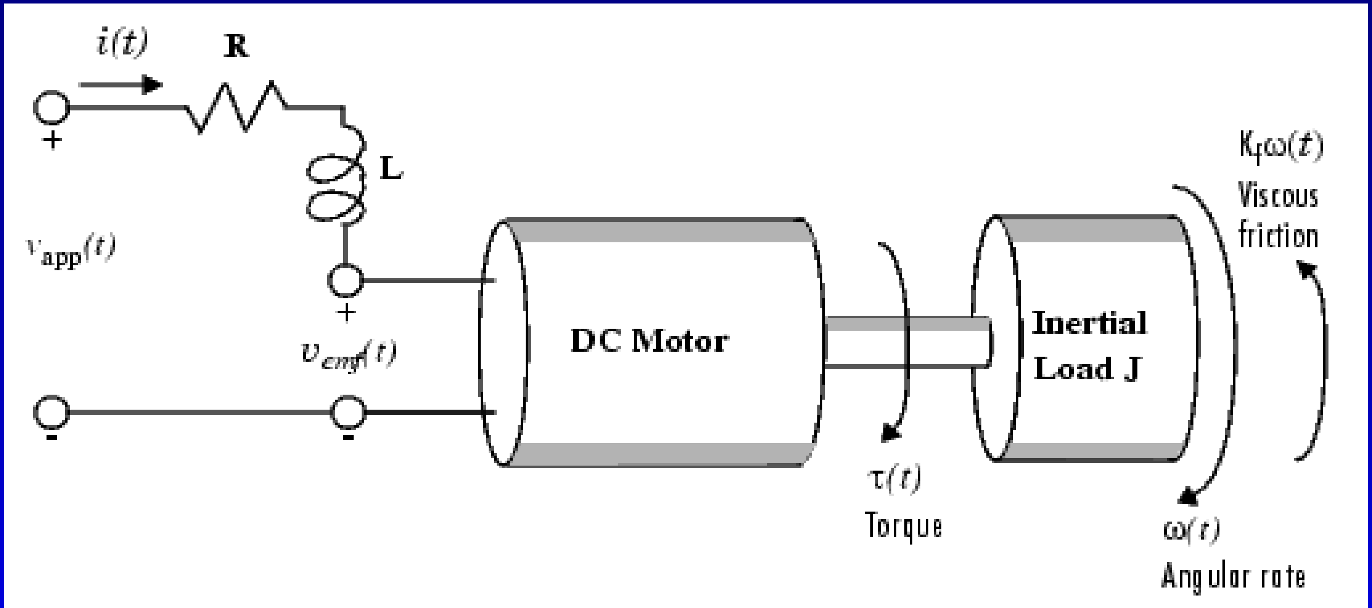
$$f(t) = M\frac{d^2x(t)}{dt^2} + B\frac{dx(t)}{dt} + K.x(t)$$

Biến đổi Laplace: $F(p)=(Mp^2 + Bp + K) \, . \, X(p)$

Hàm truyền: $$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{1}{Mp^2 + Bp + K}$$

Ví dụ mô phỏng bằng Matlab với các hệ số M, B, K khác nhau

2. Động cơ DC



$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{K_e}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}u(t)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{1}{J}K_f \cdot \omega(t) + \frac{1}{J}K_m \cdot i(t)$$

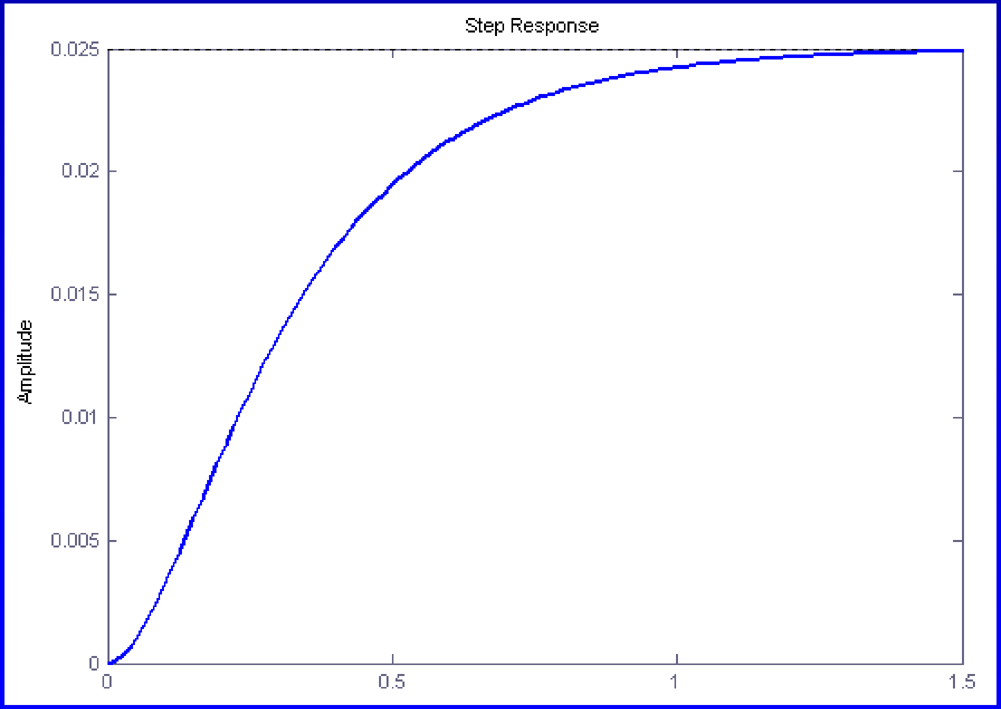
$$\begin{bmatrix} \dot{i}(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_e}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{K_f}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} . v_{app}(t)$$

$$c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$$

Thay thế các hệ số của một động cơ DC như sau:

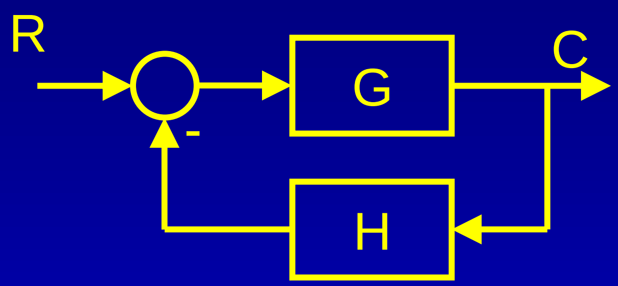
R= 2.0 Ohms L= 0.5 Henrys K_m = .015 K_e = .015
K_f = 0.2 Nms J= 0.02 kg.m^2/s^2

Ta tìm ra được hàm truyền: $$G(p) = \frac{1,5}{p^2 + 14p + 40}$$



I. Khái niệm chung

Cho hệ thống:



Hàm truyền vòng kín:

$$M(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)}$$

Phương trình đặc trưng (PTĐT):

$$F(p) = 1 + G(p).H(p) = 0$$

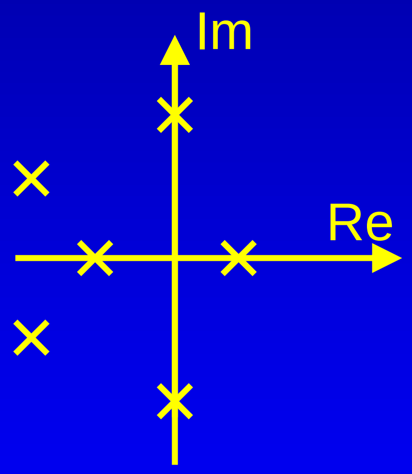
Định nghĩa hệ thống ổn định : tín hiệu ngõ ra bị chặn khi tín hiệu ngõ vào bị chặn.

$$|r(t)| \le N < \infty \Rightarrow |\, c(t) \,| \le M < \infty$$

Nghiệm của PTVP có dạng tổng quát: $c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i e^{p_i t}$

Để c(t) bị chặn khi t → ∞ thì p_i phải có phần thực âm.

+ Hệ thống ổn định khi các cực của M(p) có phần thực âm hay nghiệm của PTĐT nằm bên trái mặt phẳng phức (TMP)



+ Hệ thống ở biên giới ổn định khi PTĐT có ít nhất 1 nghiệm nằm trên trục ảo, tất cả các nghiệm còn lại nằm bên trái mặt phẳng phức (TMP).

+ Hệ thống không ổn định khi PTĐT có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức (PMP).
(ví dụ với Matlab)

II. Tiêu chuẩn ổn định đại số

1. Điều kiện cần

Xét hệ có PTĐT như sau:

$$F(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 = 0 \ (a_n \neq 0).$$

Điều kiện cần để hệ ổn định:

+ a_j phải cùng dấu với a_n.

+ $a_j \neq 0$ (không một hệ số a_j nào vắng mặt trong phương trình đặc trưng).

2. Tiêu chuẩn ổn định Routh

Điều kiện cần và đủ để các nghiệm của PTDT nằm ở TMP (hệ ổn định) là tất cả các phần tử của cột 1 bảng Routh đều cùng dấu.

Nếu có sự đổi dấu thì số lần đổi dấu chính là số nghiệm nằm ở PMP.

Phương pháp thành lập bảng Routh:

PTĐT: $F(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$ ($a_n \neq 0$).

$$
\begin{array}{l|lllll}
p^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots \\
p^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots \\
p^{n-2} & b_{n-2} & b_{n-4} & b_{n-6} & \cdots \\
p^{n-3} & c_{n-3} & c_{n-5} & c_{n-7} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
p^1 & \ldots & \ldots & \ldots & \\
p^0 & \ldots & \ldots & \ldots &
\end{array}
$$

Trong đó:

$$b_{n-2} = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_{n-3}a_n}{a_{n-1}}$$

$$b_{n-4} = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_{n-5}a_n}{a_{n-1}}$$

$$c_{n-3} = \frac{b_{n-2}a_{n-3} - b_{n-4}a_{n-1}}{b_{n-2}}$$

Các trường hợp đặc biệt:

- Nếu có phần tử ở cột 1 bằng 0 thì thay 0 bằng ε và tính giới hạn của phần tử tiếp theo của cột 1 khi ε → 0.

$$\begin{array}{l|lll}
p^4 & 1 & 3 & 3 \\
p^3 & 2 & 6 & \\
p^2 & 0 & 3 & \text{Thay 0 bang } \varepsilon \\
p^1 & \multicolumn{3}{l}{\dfrac{6\varepsilon - 6}{\varepsilon} \to -\infty \text{ khi } \varepsilon \to 0} \\
p^0 & 3 & &
\end{array}$$

- Trường hợp có một dòng mà tòan bộ phần tử của nó bằng 0 thì sử dụng các hệ số của dòng trên để lập phương trình phụ $F_1(p) = 0$ và lấy đạo hàm của $F_1(p)$ theo p.

Thay dòng bằng 0 bằng các hệ số của phương trình đạo hàm

$$
\begin{array}{l|lll}
p^5 & 1 & 16 & 1 \\
p^4 & 10 & 160 & 10 \\
p^3 & 0 & 0 & \Rightarrow F_1(p) = 10p^4 + 160p^2 + 10 \\
p^3 & 40 & 160 & \Leftarrow \dfrac{dF_1(p)}{dp} = 40p^3 + 320p \\
p^2 & \ldots & \ldots & \\
\vdots & & &
\end{array}
$$

- Trường hợp hệ thống có khâu trễ e^{-pT}: Triển khai Taylor và lấy gần đúng hàm e^{-pT} bằng 2 số hạng đầu: e^{-pT} # $1 – pT$.

3. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz

PTĐT: $F(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$ ($a_n \neq 0$).

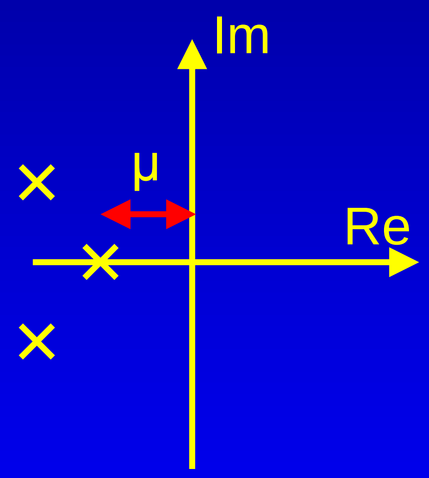
Điều kiện cần và đủ để hệ ổn định là tất cả các định thức Hurwitz D_k, k= 0, …, n, đều cùng dấu, trong đó : $D_o = a_n$, $D_1 = a_{n-1}$ và D_k là định thức của ma trận con cấp k của ma trận vuông D_n.

D_2 D_3 D_n

$$D_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \ldots & a_0 \end{vmatrix}$$

4. Độ dự trữ ổn định.

- Là đại lượng dương đánh giá mức độ ổn định của hệ thống.
- Nếu vượt qua lượng dự trữ đó thì hệ thống ổn định sẽ thành mất ổn định.
- Độ dự trữ ổn định μ chính là khỏang cách giữa trục ảo và nghiệm của PTDT gần trục ảo nhất.



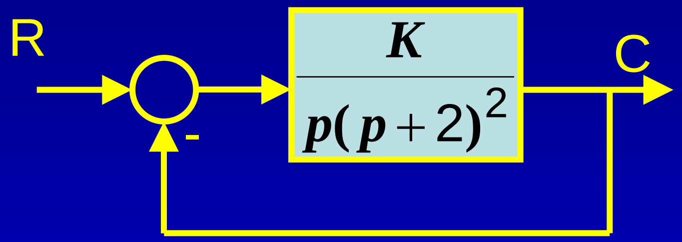
$Re(p_i) \le -\mu$.

Đặt $p = p' - \mu \rightarrow p' = p + \mu$.

Vậy nên nếu $Re(p) \le -\mu \rightarrow Re(p') \le 0$.

Thay $p = p' - \mu$ vào phương trình đặc trưng và xét tính ổn định của hệ thống đối với p'. Nếu hệ ổn định với p' tức là ổn định với độ dự trữ μ.

Ví dụ: cho hệ thống hồi tiếp đơn vị âm như sau:



a. Tìm K để hệ thống ổn định.

b. Tìm K để hệ thống ổn định có độ dự trữ μ = 1/2

Giải

Để xét ổn định với độ dự trữ μ, ta đặt p' = p + μ (hay p =p' - μ).
Thay : p = p' – ½ vào PTĐT ta có:

$$F(p') = \left(p' - \frac{1}{2}\right)^3 + 4\left(p' - \frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(p' - \frac{1}{2}\right) + K = p'^3 + \frac{5}{2}p'^2 + \frac{3}{4}p' - \frac{9}{8} + K$$

$$F(p)=0 \Leftrightarrow F(p')=0 \Leftrightarrow 8p'^3+20p'^2+6p'-9+8K=0$$

Bảng Routh:

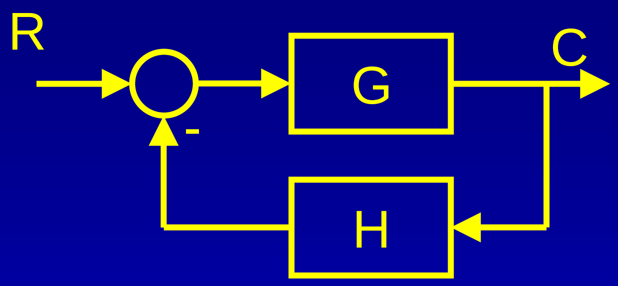
$$\begin{array}{|cc} 8 & 6 \\ 20 & 8K-9 \\ \dfrac{120-8(8K-9)}{20} & \\ 8K-9 & \end{array}$$

Điều kiện để hệ ổn định:

$$\begin{cases} 120-8(8K-9)\geq 0 \\ 8K-9\geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{8}{9}\leq K\leq 3$$

II. Tiêu chuẩn ổn định tần số



1. Tiêu chuẩn Nyquist.

Hàm truyền vòng hở: G(p).H(p)

Trường hợp 1: Hệ hở ổn định.

Hệ kín sẽ ổn định khi biểu đồ Nyquist (biểu đồ cực) của hệ hở không bao hoặc đi qua điểm (-1,j0).

Trường hợp 2: Hệ hở không ổn định và có r cực ở PMP

Hệ thống kín M(p) sẽ ổn định nếu đường cong Nyquist của hệ hở GH(p) bao điểm (-1,j0) r/2 vòng theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ) khi ω thay đổi từ 0 $\rightarrow +\infty$

Biểu đồ Nyquist của một số khâu đặc biệt

+ Khâu quán tính bậc nhất

$$G(s) = \frac{K}{1+Tp} = \frac{K}{1+jT\omega}$$

Đường Nyquist xuất phát từ (K, j0) trên trục thực khi ω=0 , quay 1 góc -π/2, kết thúc tại 0 khi ω → ∞

+ Nhiều Khâu quán tính

$$G(p) = \frac{K}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)...(1+T_n p)}$$

Đường Nyquist xuất phát từ (K, j0) trên trục thực khi ω=0 , kết thúc tại 0 khi ω → ∞ và sẽ đi qua *n* góc phần tư theo chiều kim đồng hồ trong mặt phẳng phức.

+ Hàm truyền với khâu tích phân:

$$G(p) = \frac{K}{p^m(1+T_1p)(1+T_2p)...(1+T_np)}$$

Nếu hàm truyền có *m* khâu tích phân thì điểm xuất phát của biểu đồ Nyquist sẽ xuất phát từ vô cực và điểm xuất phát này tạo với trục thực 1 góc là -mπ/2.

Điểm cắt của đường Nyquist với trục thực:

Giải phương trình : Im(GH(jω)) = 0 tìm được ω

Thay ω vào và tính Re (GH(jω)) : giao điểm của đường Nyquist với trục thực.

2. Giản đồ Bode.

Tần số cắt biên ω_c : tần số mà biên độ của đặc tính tần số bằng 1

$$| G(j\omega c) | = 1 \text{ hay } 20\lg | G(j\omega c) | = 0 \text{ dB.}$$

Tần số cắt pha $\omega_{-\pi}$: tần số mà pha của đặc tính tần số bằng $-\pi$

$$\varphi (G(j\omega_{-\pi})) = -180^o$$

Độ dự trữ biên hay Biên dự trữ (BDT):

$$BDT = \frac{1}{\left|G(j\omega_{-\pi})\right|_{dB}}$$ hay $BDT = -20\lg | G(j\omega_{-\pi}) |$.

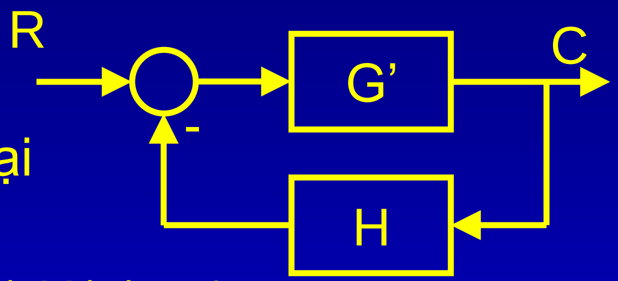
Độ dự trữ pha hay Pha dự trữ (PDT): $PDT = 180^o + \varphi(\omega_c)$

Hệ thống kín sẽ ổn định nếu hệ thống hở có độ dự trữ biên và độ dự trữ pha dương.

$$\begin{cases} PDT > 0 \\ BDT > 0 \end{cases} \Rightarrow$$ hệ thống ổn định.

3. Phương pháp Quỹ đạo nghiệm (QĐN).

Cho hệ thống



G'(p) = K.G(p) với K là hệ số khuếch đại

PTĐT: F(p) = 1+ G'(p).H(p) = 1 + K.G(p).H(p) = 0

Khi K thay đổi thì nghiệm của PTĐT thay đổi. Tập hợp nghiệm của PTĐT khi K thay đổi từ 0 đến ∞ được gọi là quỹ đạo nghiệm

$$1 + KGH(p) = 0$$

$$\Rightarrow KGH(p) = -1 \; hay \; \begin{cases} K.|GH(p)| = 1 \\ Agr(KGH(p)) = (2n+1)\pi \end{cases}$$

Đối với phương trình đặc trưng dạng đa thức : $F(p) = a_n p^n + \ldots + a_0 = 0$ thì để vẻ QĐN ta phải đưa về dạng F(p) = 1 + K.G(p).H(p) = 0

Gọi P là số cực và Z là số zero của GH(p). Các bước vẽ QĐN:

Bước 1: Xác định điểm xuất phát : điểm ứng với K = 0

K. | GH(jω) | = 1 và K = 0 → | GH(jω) | = ∞ : cực của GH(p)

Bước 2: Xác định điểm kết thúc : điểm ứng với K = ∞

K. | GH(jω) | = 1 và K = ∞ → | GH(jω) | = 0 : zero của GH(p)

Nếu số điểm kết thúc ít hơn số điểm xuất phát (Z < P) thì ta lấy thêm (P-Z) điểm kết thúc tại ∞.

Bước 3: Số nhánh QĐN: N = max (P,Z).

Bước 4: QĐN luôn đối xứng qua trục hòanh.

Bước 5: Quy tắc: QĐN nghiệm nằm trên trục thực nếu tổng số cực và zero nằm bên phải nó là số lẻ.

Bước 6: Giao điểm của tiệm cận với trục hòanh.

$$\sigma = \frac{\sum_i p_i - \sum_j z_j}{P - Z}$$

với p_i là cực của GH(p) và z_j là zero của GH(p).

Bước 7: Góc của các tiệm cận của QĐN với trục hòanh

$$\theta_n = \frac{(2n+1)\pi}{P - Z}$$

với P là số cực, Z là số Zero của GH(p), và n = {1, 2, …, P-Z}

Bước 8: Xác định điểm tách : tìm nghiệm của phương trình:

$$\frac{dGH(p)}{dp} = 0 \quad hay \quad \frac{dK}{dp} = 0$$

Do tính chất đối xứng của QĐN nên điểm tách luôn nằm trên trục thực.

Bước 9: Giao điểm của QĐN với trục ảo

- Dùng tiêu chuẩn Routh để tính K giới hạn và sau đó xác định Im(GH(p)).

- Thay p = jω vào phương trình đặc trưng và cho phần thực và phần ảo bằng 0 sau đó giải tìm ω và K.

Bước 10: Góc xuất phát và góc đến.

- Góc xuất phát tại cực phức p_j

$\theta_j = 180^o$ + tổng các góc từ cực p_j tới các zero
- tổng các góc từ cực p_j đến các cực còn lại

- Góc đến tại zero z_j

$\theta_j = 180^o$ + tổng các góc từ zero z_j tới các cực
- tổng các góc từ zero z_j đến các zero còn lại

Ví dụ: Cho hệ thống hồi tiếp đơn vị với

$$G(p) = \frac{K}{p(p+2)(p+3)}$$

Vẽ quỹ đạo nghiệm và xác định K để hệ thống ổn định

Bài tập : Vẽ quỹ đạo nghiệm của các hệ thống có hồi tiếp đơn vị sau:

$$G(p) = \frac{K(p+2)(p+10)}{p^2(p+3)(p+15)}$$

I. Các tiêu chuẩn chất lượng

Độ chính xác của hệ thống : sai lệch tĩnh hay sai số xác lập

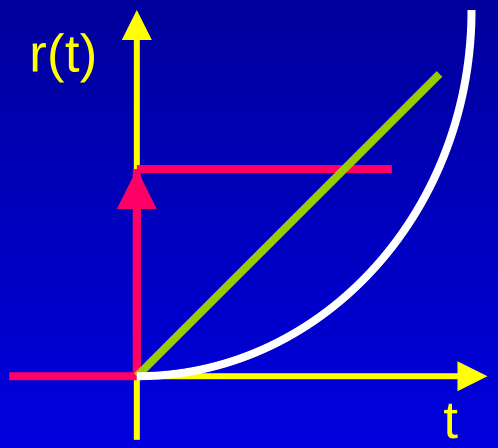
Độ nhạy của A đối với B:

$$S_B^A = \frac{dA/A}{dB/B}$$

Đáp ứng quá độ: ngõ ra của hệ thống theo thời gian

II. Các tiêu chuẩn chất lượng trong miền thời gian

1. Tín hiệu thử



- Xung đơn vị : $r(t) = \delta(t)$
- Hàm nấc (bước) đơn vị : $r(t) = 1(t)$.
  Còn gọi là hàm vị trí và sai số xác lập tương ứng gọi là sai số vị trí
- Hàm dốc: $r(t) = t.\ 1(t)$.
  Còn gọi là hàm vận tốc và sai số xác lập tương ứng gọi là sai số vận tốc
- Hàm parabol: $r(t) = t^2/2\ .1(t)$.
  Còn gọi là hàm gia tốc và sai số xác lập tương ứng gọi là sai số gia tốc

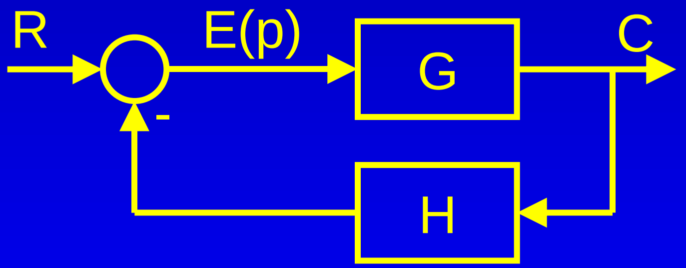
2. Các chỉ tiêu chất lượng trong miền thời gian

a. Sai lệch tĩnh (sai số xác lập)

$$e_{xl} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{p \to 0} p.E(p)$$

e(t) là sai lệch giữa tín hiệu vào và tín hiệu hồi tiếp

E(p) = R(p) – H(p).G(p).E(p)



E(p).(1+G(p).H(p)) = R(p)

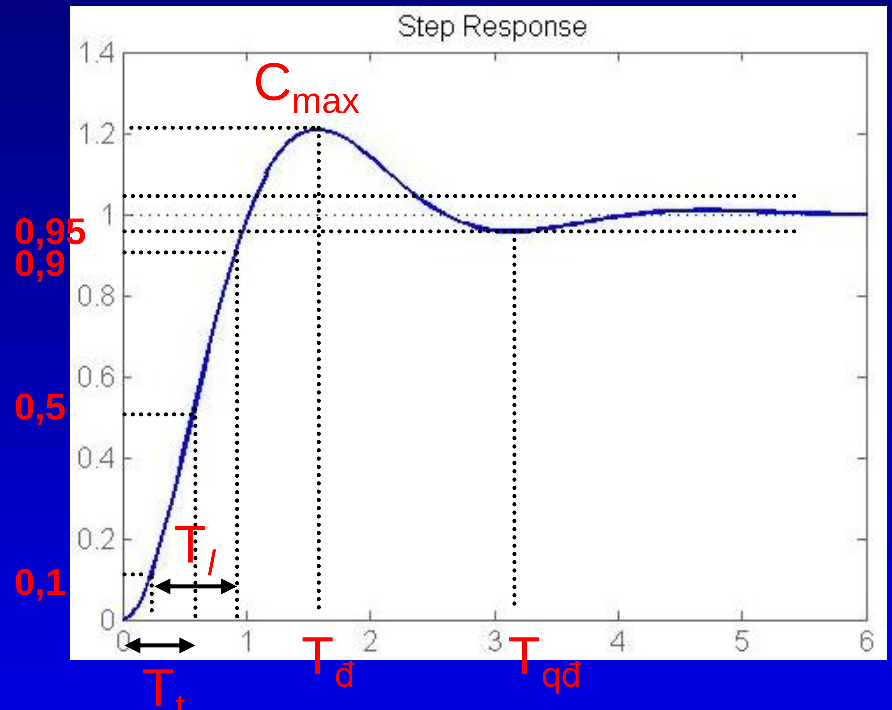
$$\frac{E(p)}{R(p)} = \frac{1}{1+G(p)H(p)}$$

Sai lệch tĩnh không những phụ thuộc vào hệ thống và cả ngõ vào

+ Độ vọt lố (độ quá điều chỉnh)

$$\sigma_{max} = \frac{C_{max} - C_{\infty}}{C_{\infty}}.100\%$$

Với $C_{\infty} = \lim_{t \to \infty} c(t)$



+ Thời gian quá độ $T_{qđ}$

là thời gian kết thúc quá trình quá độ, sau đó đáp ứng không sai lệch khỏi gián trị xác lập quá 5%.

+ Số lần dao động.

+ Thời gian trễ T_t.

+ Thời gian lên T_l.

3. Sai số xác lập (Sai số tĩnh)

$$e_{xl} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p) = \lim_{p\to 0} \frac{p.R(p)}{1+G(p)H(p)}$$

+ Tín hiệu vào là hàm nấc (hàm bước)

r(t) = 1(t) → R(p) = 1/p

$$e_{xl} = \lim_{p\to 0} \frac{p.\frac{1}{p}}{1+G(p)H(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{1}{1+G(p)H(p)} = \frac{1}{1+K_p}$$

Với $$K_p = \lim_{p\to 0} G(p)H(p)$$

K_p : hệ số sai số vị trí

+ Tín hiệu vào là hàm dốc

r(t) = t. 1(t) → R(p) = 1/p^2

$$e_{xl} = \lim_{p\to 0} \frac{p.\dfrac{1}{p^2}}{1+G(p)H(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{1}{p+p.G(p)H(p)}$$

$$= \frac{1}{\lim\limits_{p\to 0} p.G(p).H(p)} = \frac{1}{K_v}$$

Với $K_v = \lim\limits_{p\to 0} pG(p)H(p)$

K_v : hệ số sai số vận tốc

+ Tín hiệu vào là hàm parabol

$r(t) = t^2/2.\ 1(t) \rightarrow R(p) = 1/p^3$

$$e_{xl} = \lim_{p\to 0}\frac{p.\dfrac{1}{p^3}}{1+G(p)H(p)} = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2+p^2.G(p)H(p)}$$

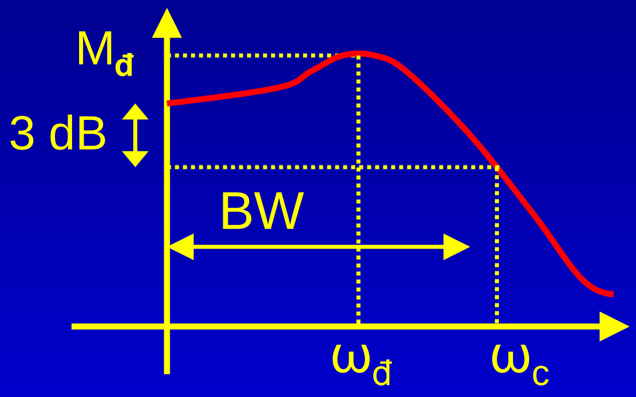
$$= \frac{1}{\lim\limits_{p\to 0} p^2.G(p).H(p)} = \frac{1}{K_a}$$

Với $$K_a = \lim_{p\to 0} p^2 G(p)H(p)$$

K_a : hệ số sai số gia tốc

III. Các tiêu chuẩn chất lượng trong miền tần số

+ Băng thông: độ rộng tần số từ $\omega = 0$ đến $\omega = \omega_c$



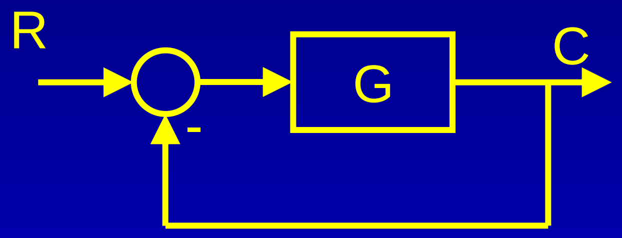
+ Đỉnh cộng hưởng $M_đ$: là giá trị cực đại của $M(\omega)$.

+ Tần số cộng hưởng ωđ : là tần số tại đó xảy ra đỉnh cộng hưởng.

+ Biên dự trữ và Pha dự trữ (chương 3)

IV. Chất lượng quá độ hệ bậc 2

Cho hệ thống hồi tiếp âm đơn vị



Hàm truyền kín là khâu bậc 2:

$$M(p)=\frac{\omega_n^{\;2}}{p^2+2\delta\omega_n p+\omega_n^{\;2}}$$

Ta tính được hàm truyền hở:

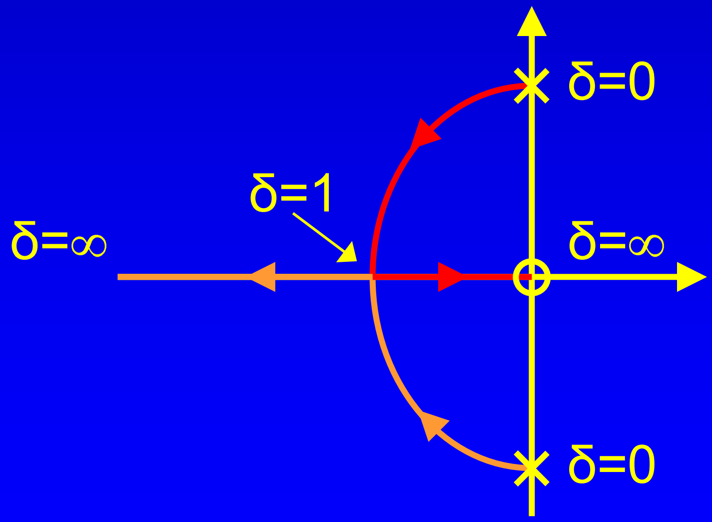
$$G(p)=\frac{M(p)}{1-M(p)}=\frac{\omega_n^{\;2}}{p(p+2\delta\omega_n)}$$

PTDT có dạng: $p^2 + 2\delta\omega_n p + \omega_n^2 = 0$

Chia 2 vế cho $p^2 + \omega_n^2$ ta có: $$\frac{2\delta\omega_n p}{p^2+\omega^2} + 1 = 0$$

Vẽ quỹ đạo nghiệm của $\dfrac{2\delta\omega_n p}{p^2+\omega^2}$ phụ thuộc theo δ

ta sẽ có tập hợp nghiệm p phụ thuộc vào δ



1. Đáp ứng bước của hệ bậc hai

Tín hiệu vào : R(p) = 1/p

Đáp ứng quá độ

$$c(t) = L^{-1}\left\{\frac{\omega_n^2}{p(p^2 + 2\delta\omega_n^2 + \omega_n^2)}\right\}$$

Ta có các trường hợp sau :

+ δ >1 : giảm chấn lố.

Nghiệm của PTDT là

$$p_{1,2} = -\left(\delta \pm \sqrt{\delta^2 - 1}\right)\omega_n$$

Biến đổi Laplace ngược ta có

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})\omega_n t}}{2\left(\delta - \sqrt{\delta^2 - 1}\right)\sqrt{\delta^2 - 1}} + \frac{e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - 1})\omega_n t}}{2\left(\delta + \sqrt{\delta^2 - 1}\right)\sqrt{\delta^2 - 1}}$$

+ δ = 1: Giảm chấn tới hạn

Nghiệm của PTDT là $p_1 = p_2 = \omega_n$

Biến đổi Laplace ngược ta có $c(t) = 1 - (1 + \omega_n t)e^{-\omega_n t}$

+ δ < 1: Giảm chấn thiếu

Nghiệm đặc trưng là nghiệm phức liên hợp

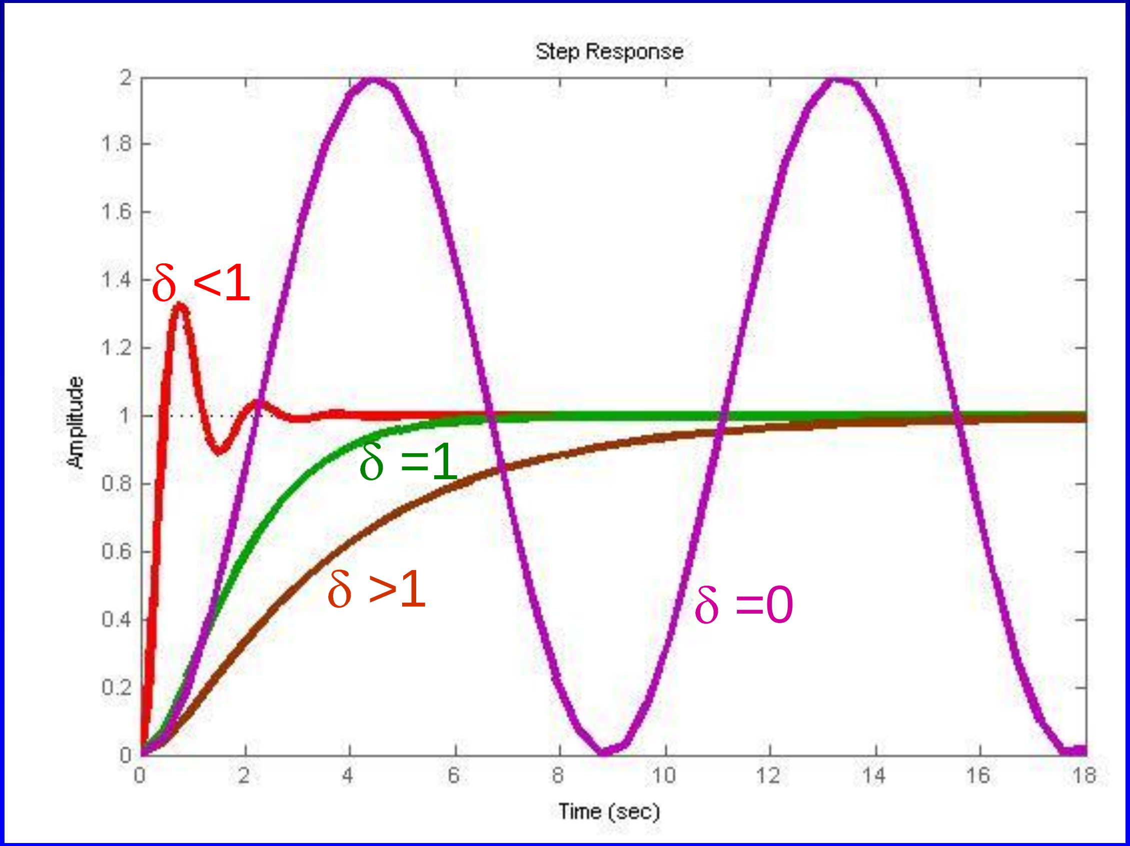
$$p_{1,2} = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = -\alpha \pm j\Omega$$

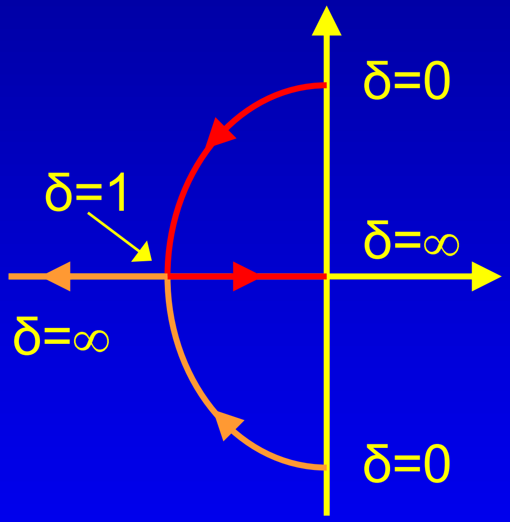
Biến đổi Laplace ngược ta có

$$c(t) = 1 - e^{-\alpha t}\left(\cos\Omega t + \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}\sin\Omega t\right) = 1 - \frac{e^{-\alpha t}}{\sqrt{1-\delta^2}}\sin(\Omega t + \phi)$$

Với $\cos\phi = \delta, \quad \sin\phi = \sqrt{1-\delta^2}$

Đáp ứng bước theo thời gian của hệ bậc 2





2. Các chỉ tiêu chất lượng của hệ bậc 2

a. Trong miền thời gian

Tìm độ vọt lố ta giải phương trình sau $\frac{dc(t)}{dt} = 0$

Ta tìm được thời gian để hệ đạt được giá trị cực đại

$$T_{đ} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\delta^2}}$$

và giá trị cực đại:

$$C_{\max} = 1 + e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \Rightarrow \sigma_{\max} = e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}.100\%$$

Để tìm thời gian quá độ $T_{qđ}$ ta giải : | $C_{max(min)} - C_{\infty}$ | = 5 %

Ta tìm được

$$T_{qđ} = \frac{n\pi}{\Omega} \approx \frac{4}{\omega_n \delta} = 4\tau$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_n \delta} = \frac{1}{\alpha}$$

: hằng số thời gian của hệ bậc 2

b. Trong miền tần số

Hàm truyền hệ kín:

$$M(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + j2\delta\omega_n\omega + \omega_n^2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j2\delta\frac{\omega}{\omega_n}}$$

Tìm đỉnh cộng hưởng : $\dfrac{d\left|M(\omega)\right|}{d\omega} = 0$

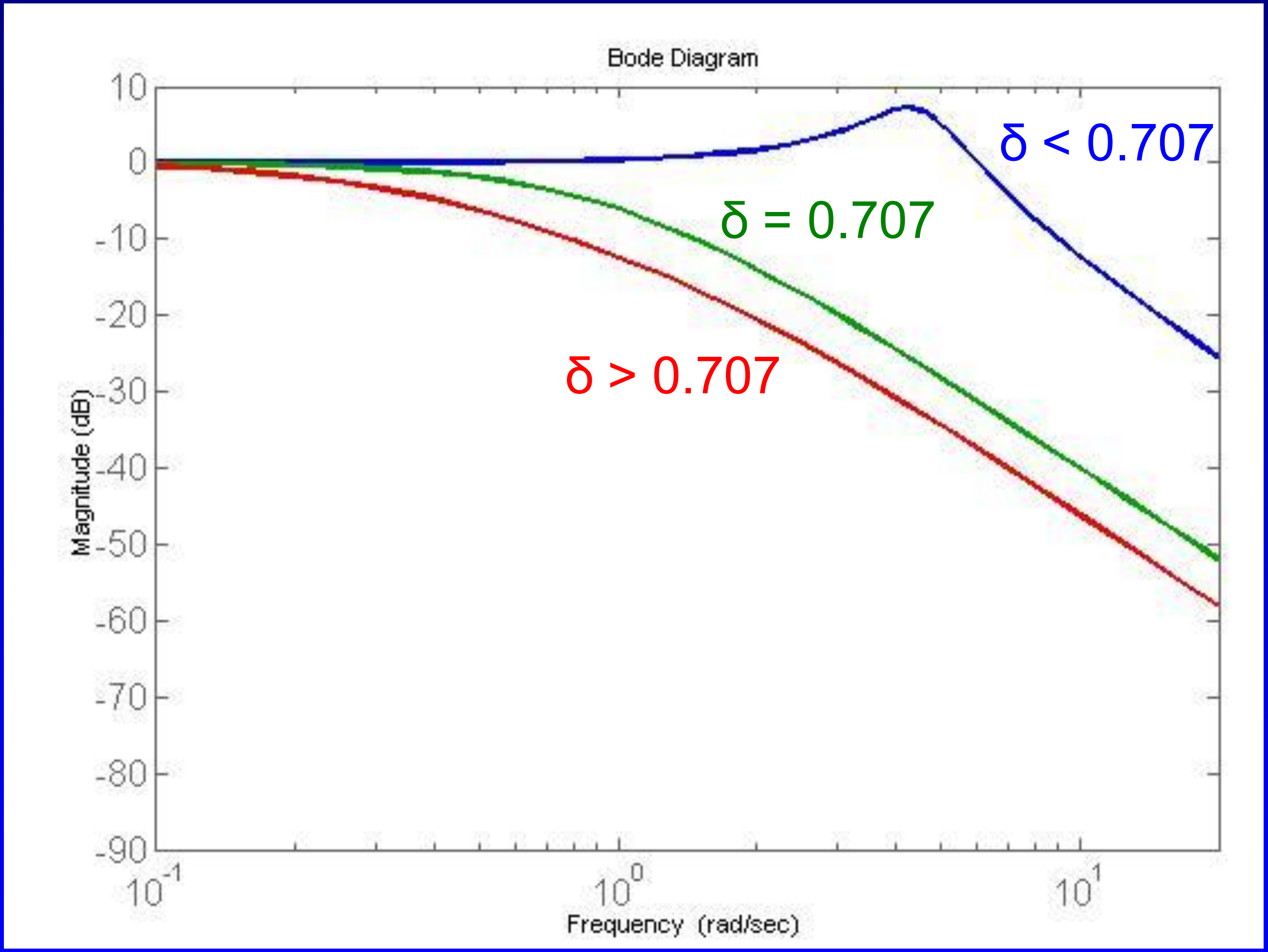
Giải phương trình trên ta được:

$\omega_{đ} = \omega_n \sqrt{1 - 2\delta^2}$ Và $M = \dfrac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$

+ δ < 0.707, đáp ứng tần số có đỉnh cộng hưởng $M = \dfrac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$

+ δ = 0.707 :đáp ứng tần số | M(ω) | phẳng tối đa

+ δ > 0.707 |M(ω)| không có đỉnh cộng hưởng


Bode Diagram
Magnitude (dB)
Frequency (rad/sec)
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
δ < 0.707
δ = 0.707
δ > 0.707

V. Cặp nghiệm khống chế

Là cặp nghiệm phức liên hợp của PTĐT của hệ kín gần trục ảo nhất trong miền TMP

Hệ kín có cặp nghiệm khống chế: $-\sigma_0 \pm j\omega_0$ thì nó tương đương với hệ bậc 2 có tần số tự nhiên:

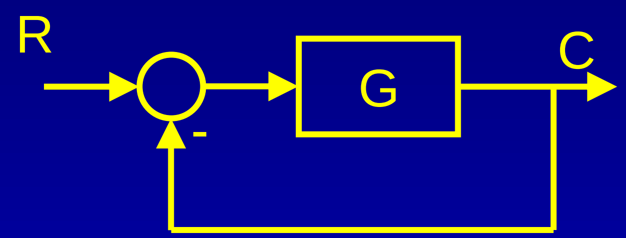
$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 - \omega_0{}^2}$$

Và hệ số giảm chấn:

$$\delta = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\sigma_0{}^2 + \omega_0{}^2}} = \cos\phi$$

Xét Chất lượng hệ bậc cao thông qua hệ bậc 2 với cặp nghiệm khống chế sẽ chính xác nếu các cực và zero của hệ bậc cao nằm bên trái cặp nghiệm khống chế

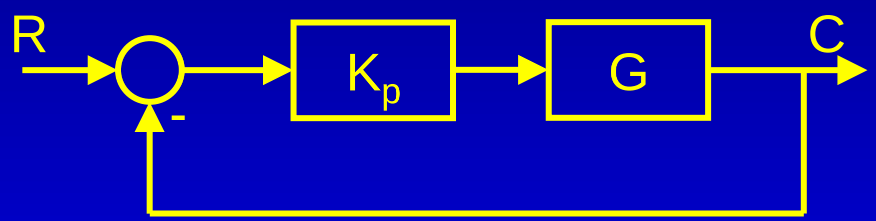
V. Các kiểu điều khiển



Cho hệ hồi tiếp đơn vị:

1. Điều khiển tỷ lệ P

Ví dụ G(p) là khâu bậc 2

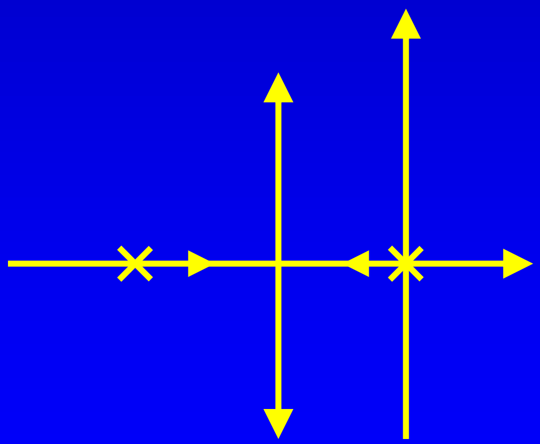


$$G(p) = \frac{\omega_n^2}{p(p + 2\delta\omega_n)}$$

tín hiệu sai lệch được khuếch đại K_p lần nên hệ sẽ nhanh chóng đạt được trạng thái xác lập

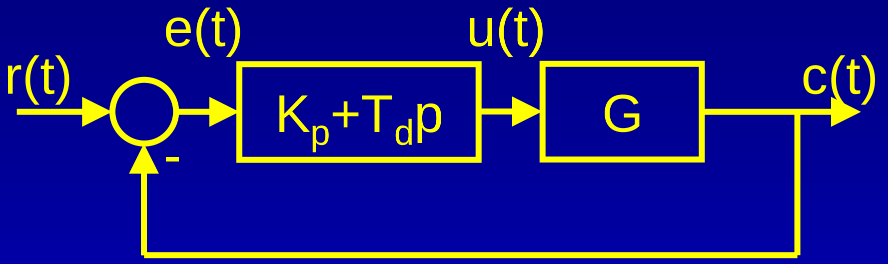
Để giảm sai lệch người ta tăng độ lợi K_p

tuy nhiên Kp tăng dẫn đến độ vọt lố tăng và có thể dẫn đến hệ mất ổn định.



Chương 4. Chất lượng của hệ tuyến tính liên tục.

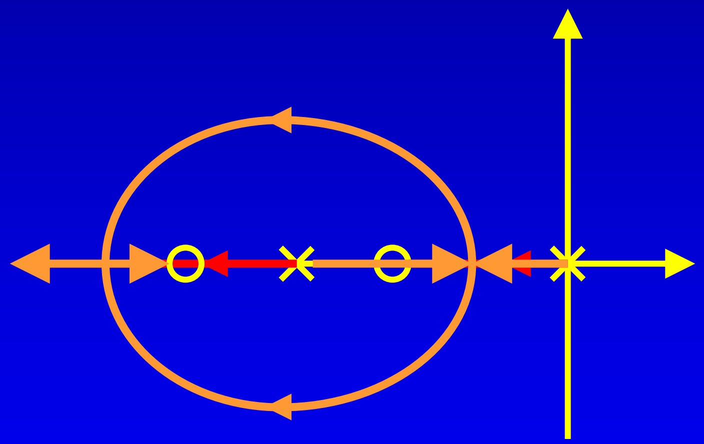
2. Điều khiển tỷ lệ - Vi Phân PD



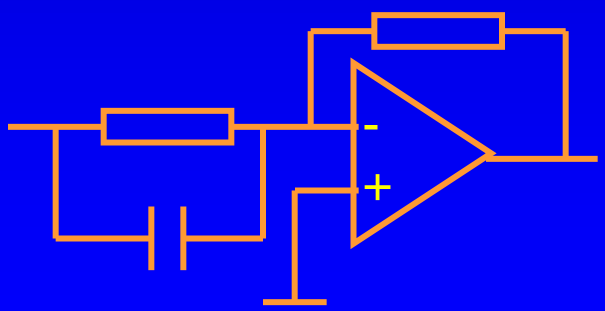
$U(t) = K_p.e(t) + T_d\, de(t)/dt$

$G_c(p) = K_p + T_dp$

Khi c(t) tăng (độ vọt lố lớn) thì e(t) giảm → de(t)/dt <0 nên u(t) giảm sẽ làm cho c(t) không tăng nhiều quá



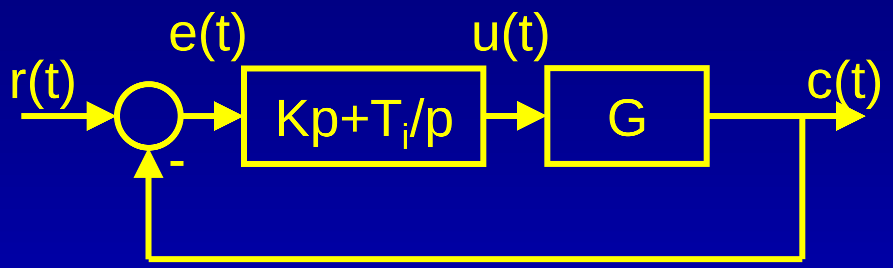
Vậy khâu điều khiển PD làm giảm vọt lố nhưng làm tăng thời gian trễ

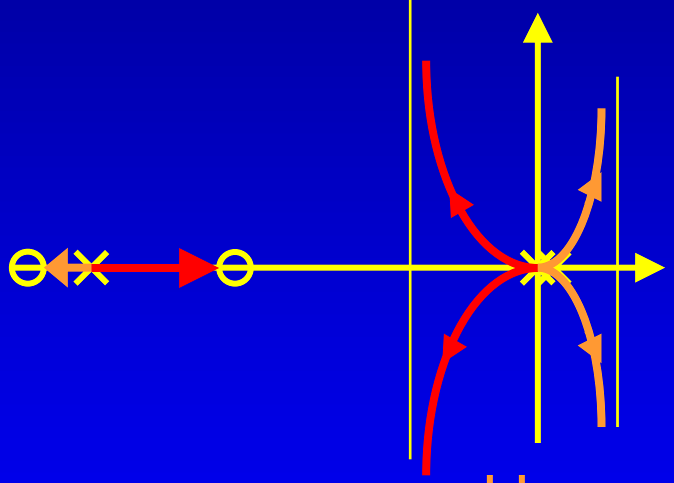


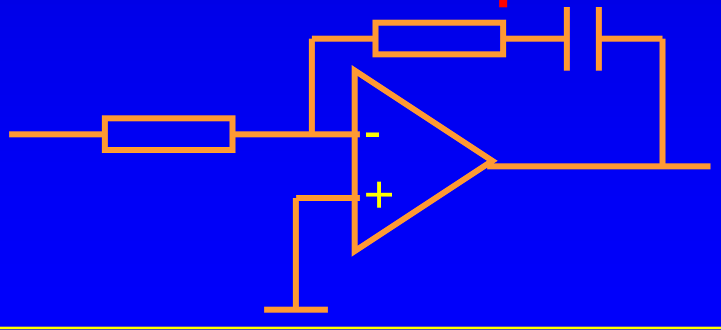
3. Điều khiển tỷ lệ - tích Phân PI

$$u(t) = K_p e(t) + T_I \int e(t)dt$$

$G_c(p) = K_p + T_i/p$







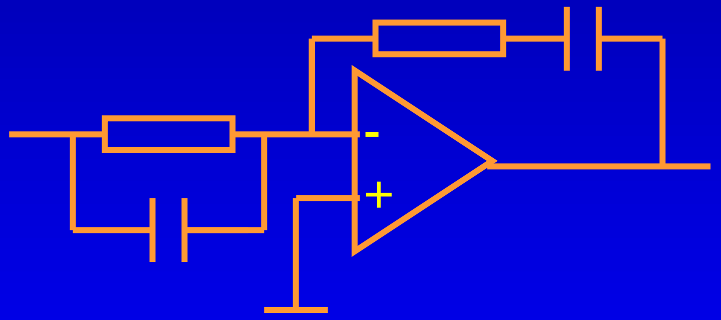
khi còn sai lệch e(t) thì u(t) còn tác động như vậy khâu điều khiển này sẽ làm cho hệ hữu sai thành vô sai.

Khuyết điểm là làm bậc của hệ thống tăng lên do đó độ ổn định của hệ kém đi. Đặc biệt khi TI tăng thì dẫn đến hệ mất ổn định (zero có giá trị nhỏ hơn cực)

4. Điều khiển tỷ lệ - tích Phân – vi phân PID

$G_c(p) = K_p + T_d p + T_i/p = K_{p1}(1+T_{1d}p)(1 + T_{1i}/p)$

Có các tính chất ưu điểm của khâu PI và PD : giảm vọt lố, giảm thời gian quá độ, giảm sai số xác lập



Bổ chính là việc điều chỉnh hệ thống sao cho thỏa mãn những chỉ tiêu chất lượng đề ra. Có các lọai như: Bổ chính sớm pha, trễ pha, sớm – trễ pha.

I. Bổ chính dùng giản đồ Bode

1. Bổ chính sớm pha

Hàm truyền của khâu bổ chính sớm pha như sau

$$G_c(p) = K_c \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$$ với a > 1

trong miền tần số

$$G_c(p) = K_c \frac{1 + jaT\omega}{1 + j\omega T} = K_c \frac{(1 + jaT\omega)(1 - jT\omega)}{1 + \omega^2 T^2}$$

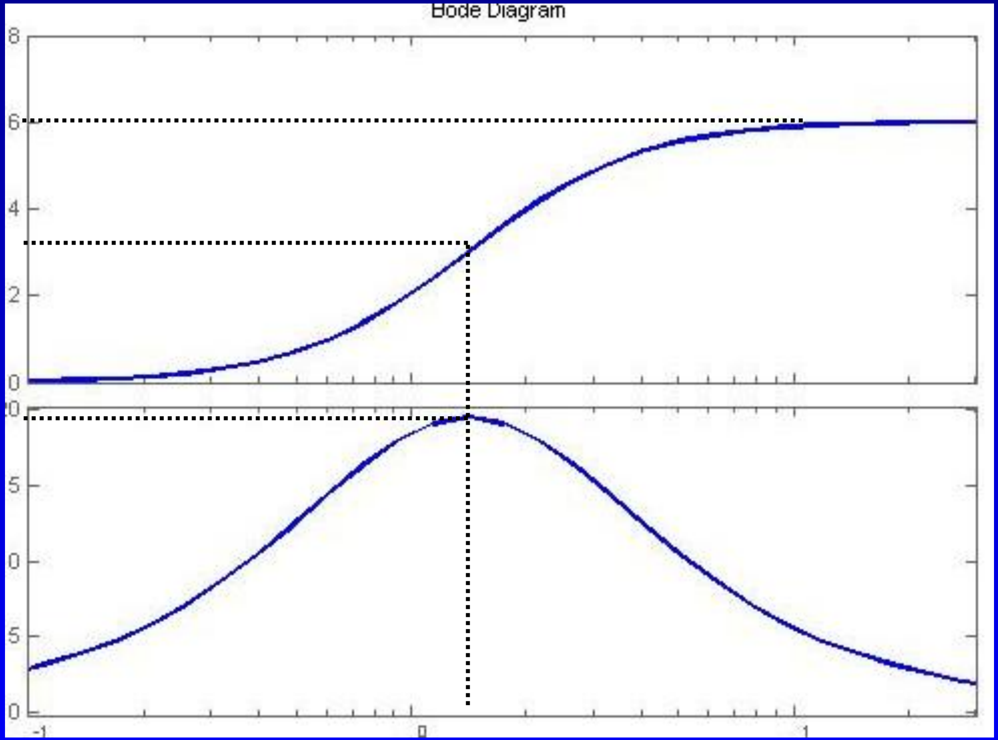
$$= K_c \frac{1 + a\omega^2 T^2 + jT\omega(a-1)}{1 + \omega^2 T^2}$$

Giản đồ Bode

20 lga

10 lga

φ_{max}



ω_{max}

Trong đó:

$$\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\phi_{max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

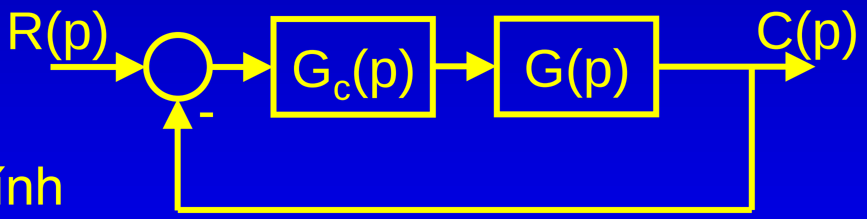
$$a = \frac{1-\sin\phi_{max}}{1+\sin\phi_{max}}$$

Bổ chính sớm pha bằng phương pháp giản đồ Bode

Áp dụng cho bài tóan thiết kế với yêu cầu về hằng số sai số (sai số xác lập), pha dự trữ, biên dự trữ.

Khâu bổ chính sớm pha có hàm truyền $$G_c(p) = K_c.\frac{1+aTp}{1+Tp}$$

với a > 1



Hàm truyền hở đã được bổ chính

$$G_c(p).G(p) = K_c.\frac{1+aTp}{1+Tp}.G(p) = K_c.G(p).\frac{1+aTp}{1+Tp}$$

Các bước thiết kế:

Bước 1: Xác định độ lợi K_c để thỏa mãn chỉ tiêu về hằng số sai số

Bước 2: Vẽ giản đồ Bode của $K_c.G(p)$ ứng với K_c vừa tìm được

Xác định tần số cắt biên và pha dự trữ PDT

Bước 3: Xác định góc sớm pha cần thiết để thêm vào hệ thống

$$\Phi_{max} = PDT_{\text{yêu cầu}} - PDT + 5^o \div 12^o$$

Bước 4: Xác định hệ số a của Khâu bổ chính

$$a = \frac{1 + \sin\phi_{max}}{1 - \sin\phi_{max}}$$

Bước 5: Xác định tần số ω_B' ứng với biên độ của hệ chưa bổ chính bằng – 10lg a bằng cách trên giản đồ Bode biên độ kẻ đường thẳng giá trị -10lg a song song với trục hòanh và cắt giản đồ Bode biên độ tại tần số ω_B'

Tần số này tương ứng với

$$\omega_B' = \omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

Có ω_B' và a ta tính được T

Bước 6: Xác định hàm truyền của bổ chính sớm pha thông qua giá trị T và a vừa tìm được

Ưu khuyết điểm:

+ Hệ thống có các chỉ tiêu ở xác lập tốt hơn, hệ thống ổn định tăng, băng thông tăng

- Nhiễu ở tần số cao. Chú ý $\Phi_{max} < 60^o$

Ví dụ: bổ chính hệ thống có $G(p) = \dfrac{20}{p(p+2)(p+5)}$

Để hệ thống đạt được sai số vận tốc $K_v = 100$ và Pha dự trữ $= 30^o$

2. Bổ chính trễ pha

Hàm truyền của khâu bổ chính trễ pha như sau

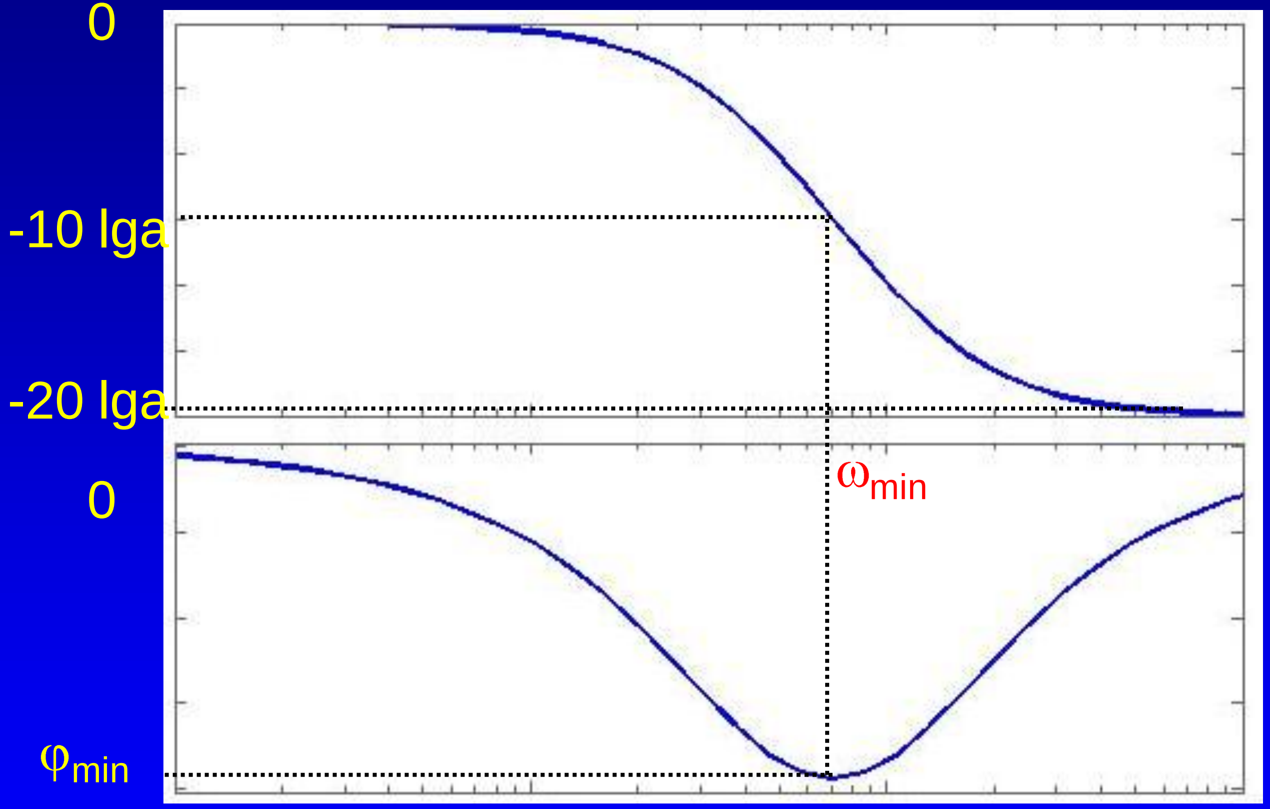
$$G_c(p) = K_c \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$$ với a < 1

trong miền tần số

$$G_c(p) = K_c \frac{1 + jaT\omega}{1 + j\omega T} = K_c \frac{(1 + jaT\omega)(1 - jT\omega)}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$= K_c \frac{1 + a\omega^2 T^2 + jT\omega(a - 1)}{1 + \omega^2 T^2}$$

Giản đồ Bode



Trong đó:

$$\omega_{min} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\phi_{min} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

$$a = \frac{1-\sin\phi_{min}}{1+\sin\phi_{min}}$$

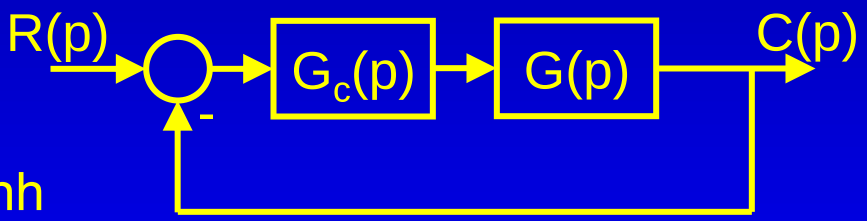
Bổ chính trễ pha bằng phương pháp giản đồ Bode

Áp dụng cho bài tóan thiết kế với yêu cầu về hằng số sai số (sai số xác lập), biên dự trữ , pha dự trữ

Khâu bổ chính trễ pha có hàm truyền

$$G_c(p) = K_c.\frac{1+aTp}{1+Tp}$$

với a < 1



Hàm truyền hở đã được bổ chính

$$G_c(p).G(p) = K_c.\frac{1+aTp}{1+Tp}.G(p) = K_c.G(p).\frac{1+aTp}{1+Tp}$$

Các bước thiết kế:

Bước 1: Xác định độ lợi K_c để thỏa mãn chỉ tiêu về hằng số sai số

Bước 2: Vẽ giản đồ Bode của $K_c.G(p)$ ứng với K_c vừa tìm được

Bước 3: Xác định tần số cắt biên mới ω_c' của hệ:

$$\varphi(\omega_c') = -180^o + PDT_{\text{yêu cầu}} + 5 \text{ -:- } 12^o$$

Tần số ω_c' được tìm bằng cách gióng đường thẳng song song với trục tung tại góc pha $\varphi(\omega_c')$ cắt trục hòanh tại ω_c' (hay lg ω_c')

Bước 4: Để biên độ là 0dB tại tần số cắt biên mới ω_c' thì ở tần số này ta có biên độ

$| K_cG(j\omega_c') |_{dB} = - 20 \log a$ hay $$a = \frac{1}{|K_cG(j\omega_c')|}$$ → Tìm được a

Bước 5: Chọn: $\dfrac{1}{aT} = \dfrac{\omega_c'}{10}$ → Tìm được T

Bước 6: Xác định hàm truyền của bổ chính sớm pha thông qua giá trị T và a vừa tìm được

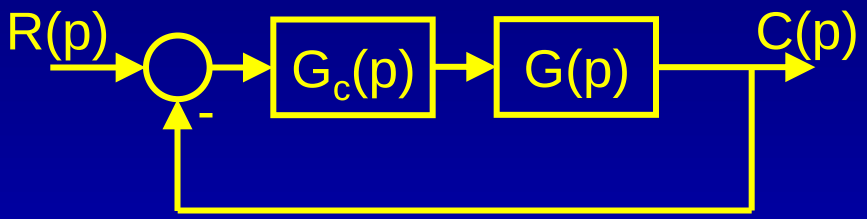
Ưu khuyết điểm:

+ làm cho hệ thống có chất lượng ở xác lập tốt hơn, hệ ổn định hơn, PDT tăng.

+ Khi bù trễ pha → băng thông của hệ giảm → nhiễu tần số cao giảm

- Băng thông giảm làm chậm đáp ứng thời gian

II. Bổ chính dùng Quỹ Đạo Nghiệm.



1. Bổ chính sớm pha

Cho hệ thống với $G_c(p)$ là bộ điều khiển. Chọn $G_c(p)$ sao cho PTDT có nghiệm tại vị trí mong muốn

+ Các bước thực hiện:

Bước 1: Dựa vào yêu cầu thiết kế về chất lượng trong quá trình quá độ về độ vọt lố, thời gian quá độ:

$$C_{max} = 1 + e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \Rightarrow \sigma_{max} = e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}.100\%$$

$$T_{qđ} = \frac{n\pi}{\Omega} \approx \frac{4}{\omega_n\delta} = 4\tau$$

Xác định cặp nghiệm khống chế của hệ bậc 2.

Bước 2: Xác định góc pha cần bù

$$\phi^* = -180^o + \sum_{i=1}^{n} \arg(p_1^* - p_i) - \sum_{i=1}^{m} \arg(p_1^* - z_i)$$

Trong đó p_i và z_i là các cực và zero của hệ thống trước khi hiệu chỉnh

ϕ^* = 180^o + tổng các góc từ p^*_1 tới các cực
- tổng các góc từ p^*_1 đến các zero

Bước 3: Xác định vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh: vẽ hai nửa đường thẳng bất kỳ từ p* sao cho 2 nửa đường thẳng này tạo với nhau 1 góc ϕ^*.

Giao điểm của 2 nửa đường thẳng này với trục thực là vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh

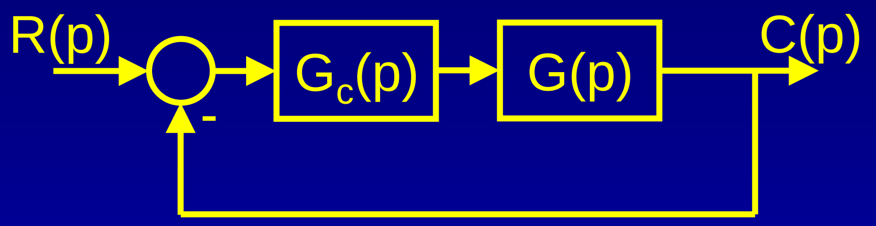
Bước 4: Tính hệ số khuếch đại K_c

$$\left|G_c(p).G(p)\right|_{p=p_1^*} = 1$$

2. Bổ chính trễ pha

$$G_c(p) = K_c.\frac{1+aTp}{1+Tp}$$

a < 1



Thiết kế hệ thống thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập mà không ảnh hưởng đến đáp ứng quá độ.

Bước 1: Xác định a từ yêu cầu về sai số xác lập:

$$a = \frac{K}{K^*}$$

Trong đó K và K* là hệ số sai số trước và sau khi hiệu chỉnh

Bước 2: chọn zero của khâu hiệu chỉnh sao cho:

$$\frac{1}{aT} << \left|\mathrm{Re}(p^*_{1,2})\right|$$

Bước 3: Tính T từ giá trị a và aT đã tìm được.

Bước 4: Tính hệ số khuếch đại K_c

$$\left|G_c(p).G(p)\right|_{p=p_1^*}=1$$

III. Thiết kế bộ điều khiển PID

1. Phương pháp giải tích.

Bộ PID thực chất là khâu điều khiển sớm trễ pha nên có thể sử dụng giản đồ Bode hoặc QĐN để thiết kế bộ điều khiển PID.

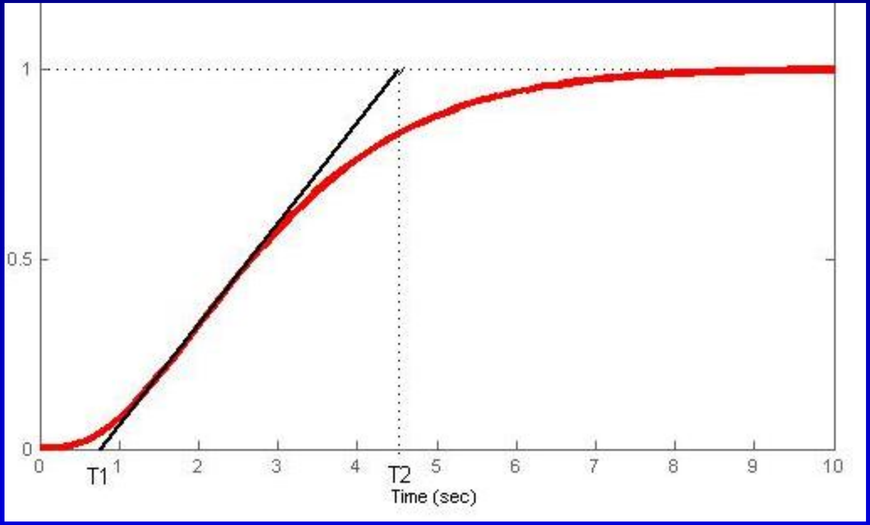
Tuy nhiên phương pháp dùng QĐN hay giản đồ Bode ít được sử dụng. Phương pháp phổ biến nhất là PP Zeigler - Nichols

2. Phương pháp Zeigler - Nichols

$$G_c(p)=K_p+\frac{K_i}{p}+K_Dp=K_p\left(1+\frac{1}{T_ip}+T_Dp\right)$$

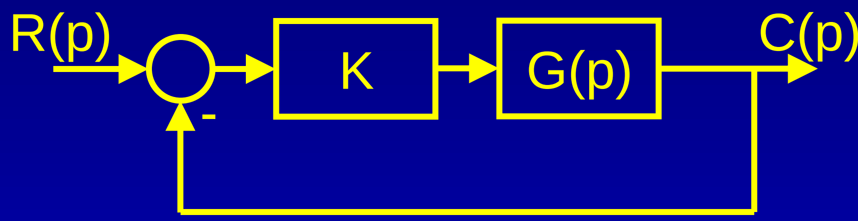
Cách 1: Dựa vào đáp ứng quá độ của hệ hở với tín hiệu vào là hàm bước. Nếu đáp ứng có dạng chữ S như hình vẽ:

Các thông số của các bộ điều khiển P, PI, PID được chọn như sau

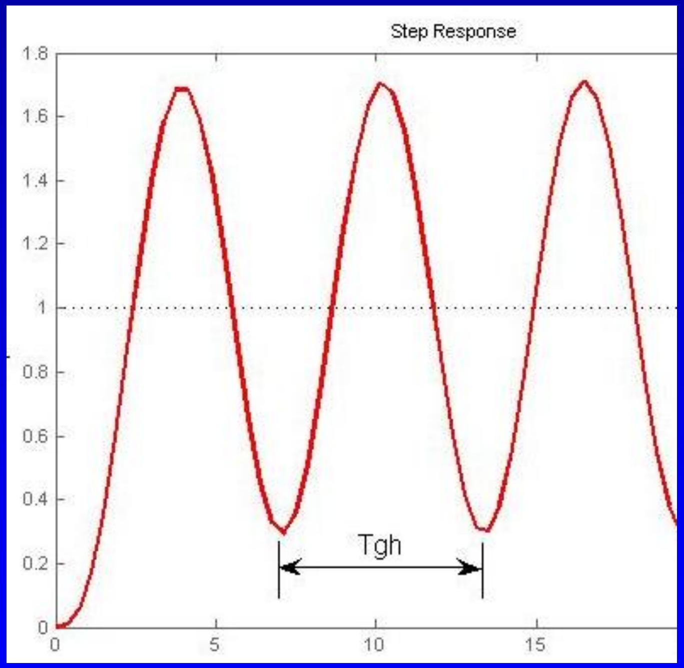


Thông số	K_p	T_i	T_D
P	T_2/T_1	∞	0
PI	$0,9.T_2/T_1$	$T_1/0,3$	0
PID	$1,2.T_2/T_1$	$2T_1$	$0,5T_2$

Cách 2: Dựa vào đáp ứng quá độ của hệ kín với tín hiệu vào là hàm bước.



Tăng dần hệ số khuếch đại K đến giá trị K_{gh}. Khi đó đáp ứng ngõ ra là tín hiệu dao động với chu kỳ T_{gh}



Thông số các bộ điều khiển:

Thông số	K_p	T_i	T_D
P	$0,5K_{gh}$	∞	0
PI	$0,45K_{gh}$	$0,83T_{gh}$	0
PID	$0,6K_{gh}$	$0,5T_{gh}$	$0,125T_{gh}$

IV. Thiết kế hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái

1. Hệ thống điều khiển được

Là hệ thống mà tất cả các biến trạng thái đều có thể bị ảnh hưởng bởi ngõ vào r(t)

Ma trận điều khiển được: $\underline{Q}_C = [\ \underline{B}\quad \underline{A}.\underline{B}\quad \ldots\quad \underline{A}^{n-1}\underline{B}\ ]$

Điều kiện để hệ thống điều khiển được là Rang ($\underline{Q}_C$) = n

Hay det ($\underline{Q}_C$) ≠ 0.

2. Hệ thống quan sát được

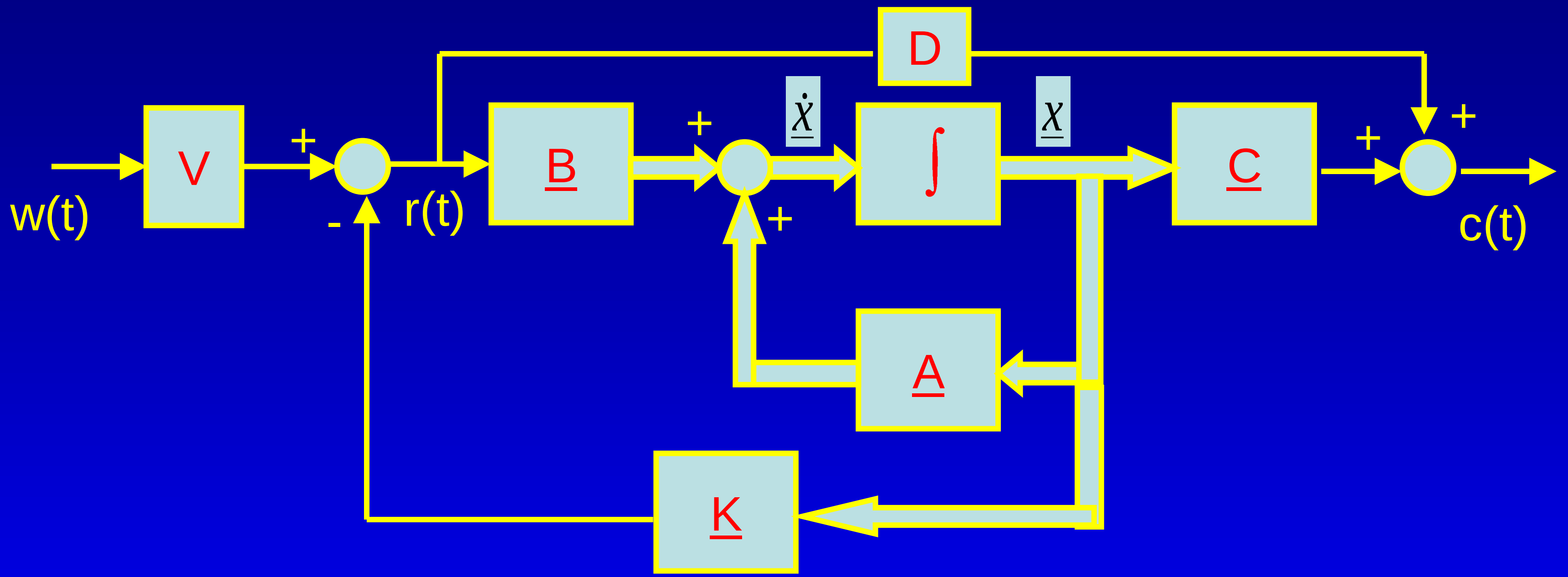
Là hệ thống mà tất cả các biến trạng thái đều có thể ảnh hưởng đến ngõ ra c(t)

Ma trận quan sát được: $\underline{Q}_B = [\ \underline{C}\quad \underline{C}.\underline{A}\quad \ldots\quad \underline{C}.\underline{A}^{n-1}\ ]^T$

Điều kiện để hệ thống quan sát được là Rang ($\underline{Q}_B$) = n

Hay det ($\underline{Q}_B$) ≠ 0.

3. Phương pháp phân bố cực.



Với K là ma trận điều khiển.

Và V là hệ số khuếch đại.

Ta có: $r(t) = V.\, w(t) - \underline{K}\,.\,\underline{x}(t)$

Mà : $$\underline{\dot{x}} = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.r(t)$$

$$\Rightarrow \underline{\dot{x}} = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.\left(V.w(t) - \underline{K}.\underline{x}(t)\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\dot{x}} = (\underline{A} - \underline{B}.\underline{K}).\underline{x}(t) + \underline{B}.V.w(t)$$

Khi hệ thống là điều khiển được thì giá trị riêng của ma trận ($\underline{A} - \underline{B}.\underline{K}$) có thể tùy ý cho trước thông qua việc chọn lựa $\underline{K}$.

Phương pháp điều khiển chọn ma trận hồi tiếp $\underline{K}$ để hệ thống có cực tại vị trí cho trước mong muốn gọi là phương pháp phân bố cực

Để tìm ma trận K, người ta thường sử dụng 2 phương pháp:

Cách 1: cân bằng các hệ số của phương trình đặc trưng.

Bước 1: Kiểm tra tính điều khiển được của hệ thống, nếu hệ thống không điều khiển được thì bài tóan này không có nghiệm.

Bước 2: Viết phương trình đặc trưng dưới dạng:

$$\det(pI - \underline{A} + \underline{B}.\underline{K}) = 0$$

Bước 3: Viết phương trình đặc trưng dưới dạng:

$$\prod_{i=1}^{n}(p - p_i) = 0$$

Đồng nhất hệ số hai phương trình, ta giải được $\underline{K}$

Cách 2: Áp dụng công thức Ackermann.

Bước 1: Thành lập ma trận điều khiển được $\underline{Q_C} = [\ \underline{B} \quad \underline{A}.\underline{B} \quad \dots \quad \underline{A}^{n-1}\underline{B}\ ]$

Bước 2: Viết phương trình đặc trưng dưới dạng:

$$F(p) = \prod_{i=1}^{n}(p - p_i) = p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n = 0$$

Bước 3: Tính $\underline{K}$ bằng công thức Ackermann:

$$\underline{K} = [0 \;\; 0 \;\; \ldots \;\; 1].\, \underline{Q}_C^{-1} .\, F(\underline{A})$$

Hệ số khuếch đại V được xác định bằng cách cho sai số xác lập bằng 0.

$$e_{xl} = w_\infty - c_\infty = 0$$

Khi hệ thống ổn định ta có : $\dot{\underline{x}} = \underline{0} \quad \text{khi } t \to \infty$

$\Rightarrow \underline{0} = (\underline{A} - \underline{B}.\underline{K}).\underline{x}(t) + \underline{B}.V.w(t) \Rightarrow (\underline{B}.\underline{K} - \underline{A}).\underline{x}(t) = \underline{B}.V.w(t)$

$\Rightarrow \underline{x}(t) = (\underline{B}.\underline{K} - \underline{A})^{-1}.\underline{B}.V.w(t)$

$\Rightarrow c(t) = \underline{C}.\underline{x}(t) = \underline{C}.(\underline{B}.\underline{K} - \underline{A})^{-1}.\underline{B}.V.w(t)$

Để c(t) = w(t) ta có:

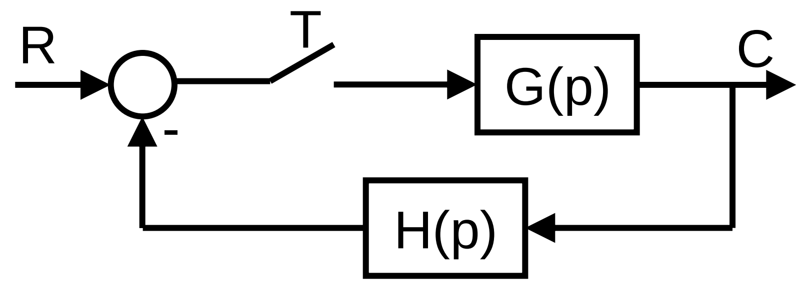
$$\underline{C}.(\underline{B}.\underline{K} - \underline{A})^{-1}.\underline{B}.V = 1 \quad \to \quad V = \left[\underline{C}.(\underline{B}.\underline{K} - \underline{A})^{-1}.\underline{B}\right]^{-1}$$

I. Khái niệm

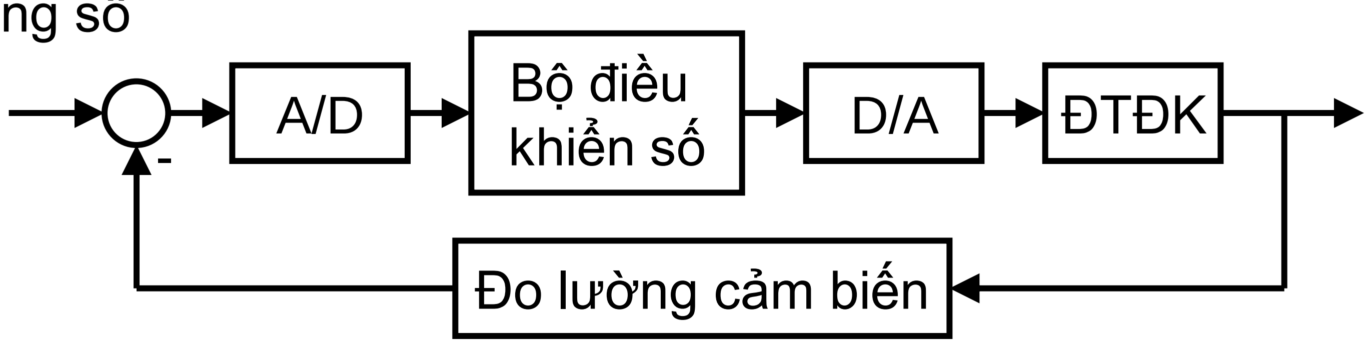
Hệ gián đoạn là hệ thống có ít nhất một tín hiệu không liên tục theo thời gian

Hệ thống gián đoạn có 2 loại chính :

- Dạng xung



- Dạng số

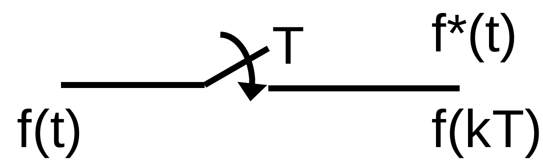


II. Bộ lấy mẫu và bộ ngoại suy dữ liệu

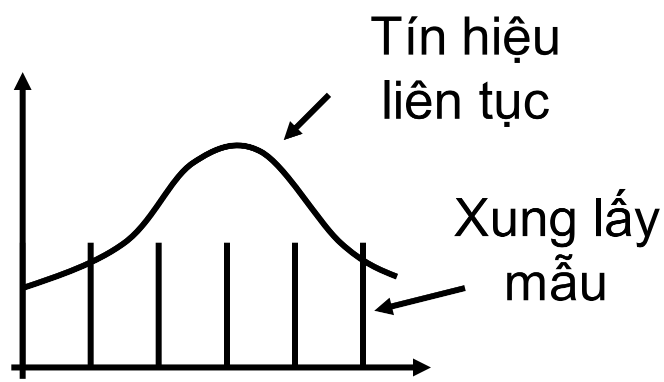
1. Bộ lấy mẫu

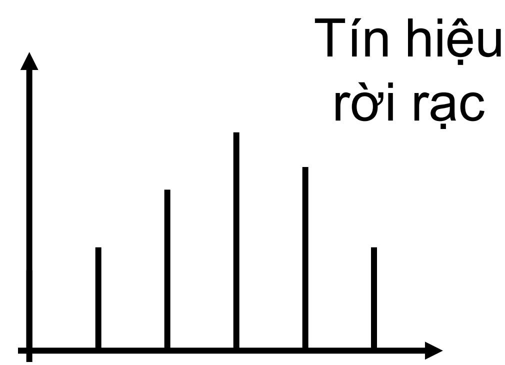
Việc biến đổi tín hiệu liên tục sang rời rạc được gọi là quá trình lấy mẫu

Ký hiệu bộ lấy mẫu



Ví dụ:





Biểu diễn tóan học của hệ rời rạc $f^*(t) = f(t) \,.\, s(t)$

Trong đó $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$ với $\delta(t) = \begin{cases} 1 & khi \quad t = 0 \\ 0 & khi \quad t \neq 0 \end{cases}$

s(t) được gọi là hàm lấy mẫu

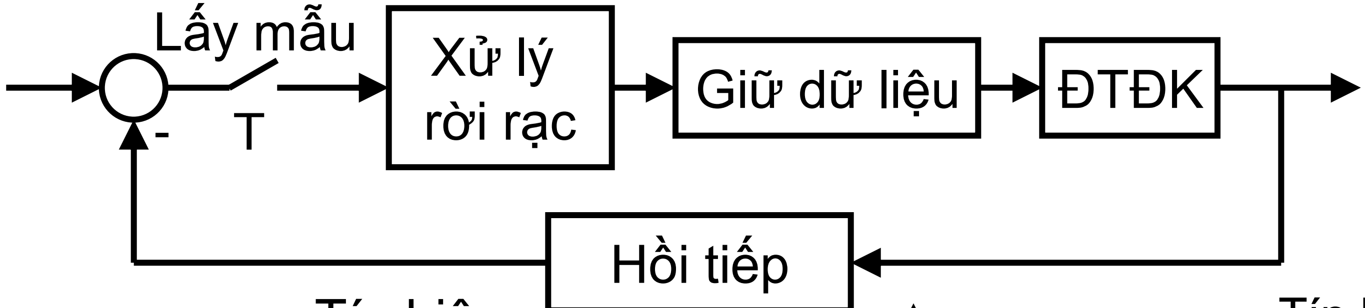
giả sử f(t)=0 khi t<0. ta có

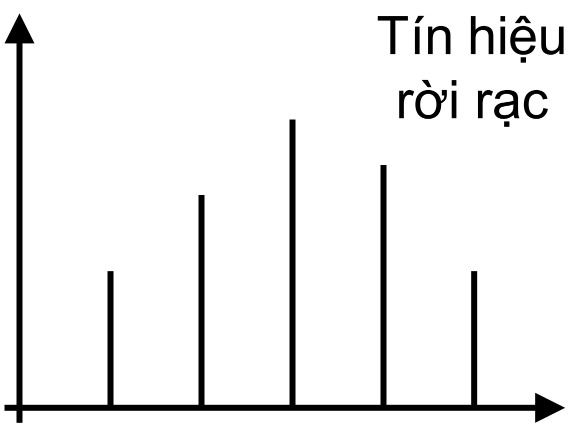
$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).\delta(t - kT)$$

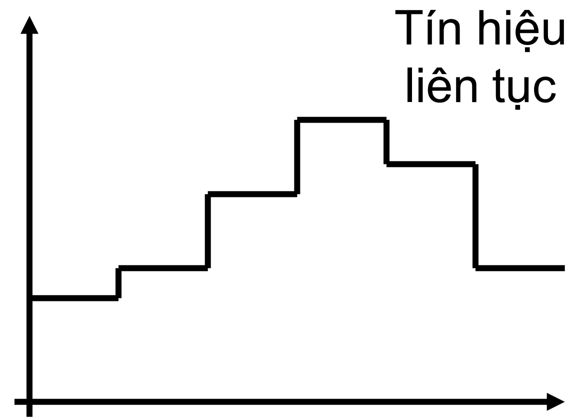
trong đó f(kT) là giá trị của f(t) tại thời điểm lấy mẫu t = kT

2. Bộ ngọai suy dữ liệu (khâu giữ dữ liệu (ZOH : Zero order hold))

Là thiết bị để tái lập tín hiện gián đoạn thành tín hiệu liên tục







Hàm truyền của khâu giữ dữ liệu : $g_{ZOH}(t) = 1(t) - 1(t - T)$.

Biến đổi Laplace: $$G_{ZOH}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT})$$

III. Phép biến đổi z

1. Định nghĩa Cho hàm liên tục f(t), hàm rời rạc f*(t) = f(kT) viết tắt là f(k))

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).\delta(t-kT)$$

Biến đổi Laplace của hàm rời rạc

$$F^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).e^{-kTp}$$

Đặt **z = e^{Tp}** ta có

$$F(z) = Z\{f^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).z^{-k}$$

Miền hội tụ (MHT) là tập hợp các giá trị z sao cho F(z) hữu hạn

2. Các tính chất của phép biến đổi z và biến đổi z của các hàm cơ bản.

a. Các tính chất

- Tính tuyến tính : nếu $Z\{f_1(k)\} = F_1(z)$ và $Z\{f_2(k)\} = F_2(z)$ thì

$$Z\{a_1.f_1(k) + a_2.f_2(k)\} = a_1.F_1(z) + a_2.F_2(z)$$

- Dời trong miền thời gian: Nếu $Z\{f(k)\} = F(z)$ thì $Z\{f(k-n_oT)\} = z^{-n_0} . F(z)$

- Tỷ lệ trong miền Z : Nếu $Z\{f(k)\} = F(z)$ thì $Z\{a^n . f(k)\} = F(a^{-1}z)$.

- Đạo hàm trong miền z: Nếu $Z\{f(k)\} = F(z)$ thì $Z\{k.f(k)\} = -z\dfrac{dF(z)}{dz}$

- Định lý giá trị đầu: Nếu $Z\{f(k)\} = F(z)$ thì $f(0) = \lim\limits_{z\to\infty} F(z)$

- Định lý giá trị cuối: Nếu $Z\{f(k)\} = F(z)$ thì $f(\infty) = \lim\limits_{z\to 1}(1 - z^{-1})F(z)$

b. BIến đổi z của các hàm cơ bản

+ Hàm xung: Theo định nghĩa:

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f(k).z^{-k}=\delta(0).z^{-0}=1$$

+ Hàm bước: Theo định nghĩa:

$$F(z)=1(z)=\sum_{k=0}^{\infty} 1(k).z^{-k}=1+z^{-1}+z^{-2}+\ldots+z^{-\infty}=\frac{1}{1-z^{-1}}$$

+ Hàm dốc: Ta có: r(t) = t. 1(t) → r(k) = kT. 1(k).

Theo tính chất đạo hàm $$Z\{k.1(k)\}=-z\frac{d1(z)}{dz}$$

$$Z\{r(k)\}=-Tz\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)=\frac{Tz}{(z-1)^{2}}$$

3. Phép biến đổi z ngược

$$f(kt) = Z^{-1}\{F(z)\}$$

Có 4 cách để biến đổi z ngược

Cách 1: Phân tích F(z) thành tổng các hàm cơ bản, sau đó tra bảng biến đổi z

Cách 2: Phân tích F(z) thành chuỗi lũy thừa

Theo định nghĩa biến đổi z

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k).z^{-k} = f(0)z^{-0} + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + \ldots$$

Do đó nếu ta phân tích F(z) thành tổng của chuỗi lũy thừa ta sẽ được giá trị f(k) chính là hệ số của thành phần z^{-k}

Cách 3: Tính f(k) bằng công thức đệ qui

- Chia tử số và mẫu số của F(z) cho z mũ bậc cao nhất

- quy đồng và bỏ mẫu số

- biến đổi Z ngược sử dụng tính chất dời trong miền thời gian

Cách 4: Tích tích phân ngược

$$f(k) = \frac{1}{2j\pi} \int_C F(z).z^{k-1} dz$$

Với C là đường cong kín bất kỳ nằm trong miền hội tụ của F(z) và bao quanh gốc tọa độ

I. Hàm truyền đạt của hệ gián đọan

1. Xác định theo phương trình sai phân

Quan hệ giữa tín hiệu ngõ vào và ngõ ra như sau

$$a_n c(k+n) + a_{n-1}c(k+n-1) + \ldots + a_0 c(k) = b_m r(k+m) + b_{m-1}r(k+m-1) + \ldots + b_0 r(k)$$

Biến đổi z và áp dụng tính chất dời trong miền thời gian

$$(a_n z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_0)C(z) = (b_m z^m + b_{m-1}z^{m-1} + \ldots + b_0)\,R(z)$$

hay

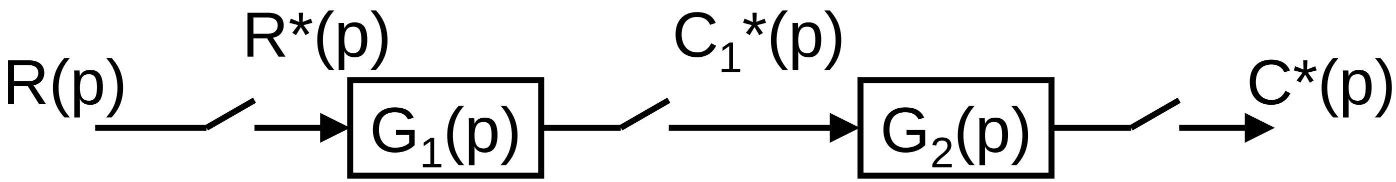
$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1}z^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_0}$$

Và PTĐT là $F(z) = a_n z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$

2. Đại số sơ đồ phép biến đổi z

+ Nối tiếp các phần tử:

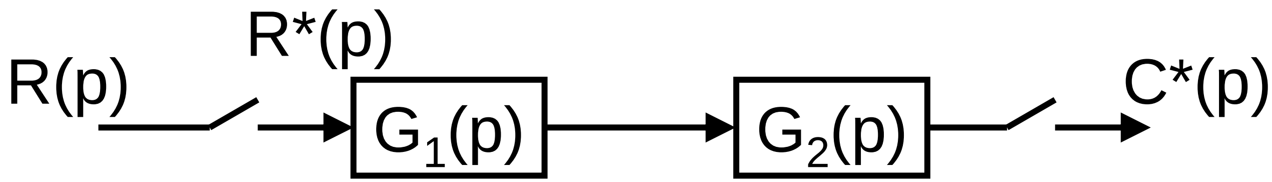
- Hai khâu nối tiếp cách nhau bởi khâu lấy mẫu



Hàm truyền $$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{C(z)}{C_1(z)}.\frac{C_1(z)}{R(z)} = G_1(z).G_2(z)$$

Trong đó : $G_1(z) = Z\{G_1(p)\}$ và $G_2(z) = Z\{G_1(p)\}$

- Hai khâu nối tiếp không cách nhau bởi khâu lấy mẫu



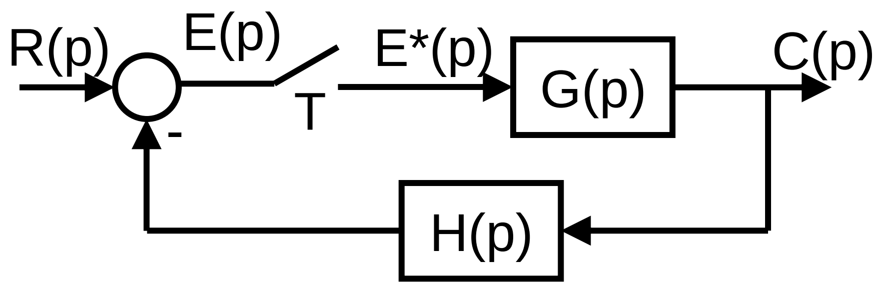
Hàm truyền $$\frac{C(z)}{R(z)} = Z\left\{G_1(s).G_2(s)\right\} = G_1G_2(z)$$

Trong đó : $G_1G_2(z) = Z\,\{G_1(p).G_2(p)\}$

Lưu ý : $G_1G_2\,(z) \neq G_1(z).G_2(z)$.

+ Khâu hồi tiếp.

- Khâu hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong kênh sai số



Ta có : E(p) = R(p) – G(p).H(p).E*(p)

Rời rạc hóa E(p), vì khâu lấy mẫu là phần tử tuyến tính

nên : E*(p) = R*(p) – GH*(p).E*(p)

$$E^*(p) = \frac{R^*(p)}{1 + GH^*(p)}$$

$$C(p) = E^*(p).G(p) = \frac{G(p).R^*(p)}{1 + GH^*(p)}$$

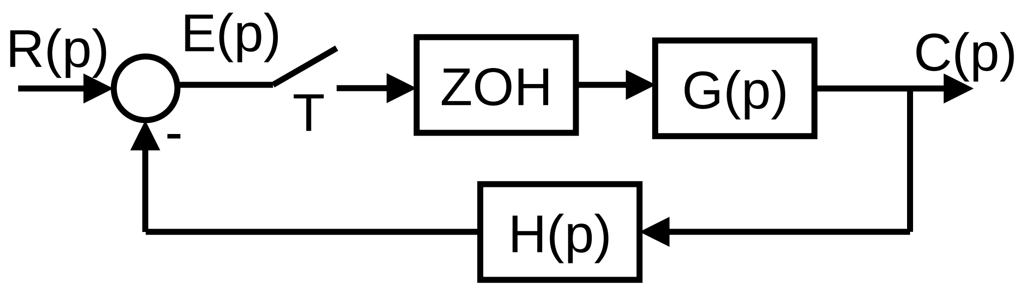
Thực hiện phép biến đổi z ta có

$$C(z) = \frac{G(z).R(z)}{1 + GH(z)}$$

Với GH(z) = Z{G(p).H(p)}

3. Xác định hàm truyền đạt của hệ rời rạc theo hàm truyền đạt của hệ liên tục

Cho một hệ thống điều khiển kín như sau



ZOH là khâu giữ bậc 0 với :

$$G_{ZOH}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}$$

Hàm truyền của hệ liên tục

$$M(p) = \frac{C(p)}{R(p)} = \frac{G_{ZOH}(p).G(p)}{1 + G_{ZOH}(p).G(p).H(p)}$$

Hàm truyền của hệ gián đoạn

$$M(z) = Z\{M(p)\} = \frac{Z\{G_{ZOH}(p).G(p)\}}{1 + Z\{G_{ZOH}(p).G(p).H(p)\}}$$

Với:

$$Z\{G_{ZOH}(p).G(p)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p}.G(p)\right\} = (1 - z^{-1}).Z\left\{\frac{G(p)}{p}\right\}$$

$$Z\{G_{ZOH}(p).G(p).H(p)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p}.G(p).H(p)\right\}$$

$$= (1 - z^{-1}).Z\left\{\frac{G(p)H(p)}{p}\right\}$$

II. Ổn định của hệ gián đọan

1. Điều kiện ổn định trong mặt phẳng z

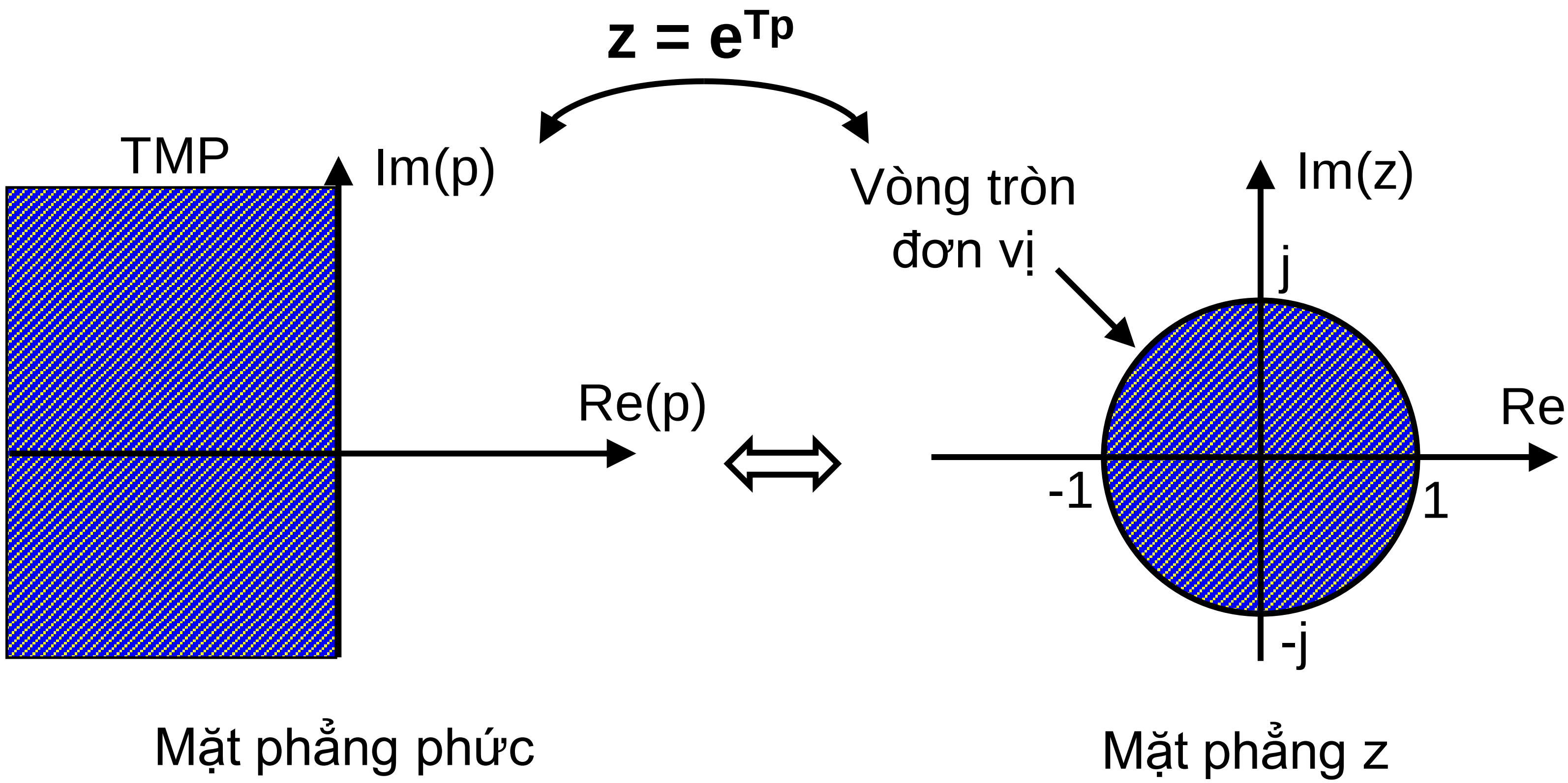
+ Trong mặt phẳng phức : Re(p) <0 hay là nghiệm PTĐT nằm bên trái mặt phẳng phức

Do $z = e^{Tp}$ nên :

$$Re(p) < 0 \quad \Longleftrightarrow \quad |z| < 1$$

Hay nói cách khác, nghiệm của phương trình đặc trưng nằm trong vòng tròn đơn vị : vòng tròn có bán kính bằng 1

Kết luận : Hệ thống rời rạc ổn định $\Leftrightarrow$ | z | < 1



$z = e^{Tp}$
TMP
Im(p)
Re(p)
Vòng tròn đơn vị
Im(z)
j
Re(z)
-1
1
-j
Mặt phẳng phức
Mặt phẳng z

2. Các tiêu chuẩn ổn định

a. Tiêu chuẩn Routh Hurwith cải tiến

+ Tiêu chuẩn Routh (Hurwitz) : xét nghiệm nằm bên trái hay bên phải mặt phẳng phức

→ Muốn áp dụng tiêu chuẩn Routh (Hurwitz) thì phải biến miền bên trong của vòng tròn đơn vị thành bên trái mặt phẳng z

Phép biến đổi song tính

$$z = \frac{z'+1}{z'-1} \qquad hay \qquad z' = \frac{z+1}{z-1}$$

Tiêu chuẩn Routh (Hurwitz) được áp dụng đối với phương trình đặc trưng đã được biến đổi F(z') = 0

b. Tiêu chuẩn Jury

Cho phương trình đặc trưng: $F(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$

Bảng Jury được thiết lập như sau

+ Hàng 1 là các hệ số của phương trình đặc trưng theo thứ tự chỉ số giảm dần

+ Hàng chẵn bất kỳ gồm các hệ số của hàng lẻ ngay trước đó viết theo thứ tự ngược lại

+ Hàng lẻ thứ i = 2k+1 gồm có (n-k+1) phần tử, phần tử c_{ij} được xác định bởi công thức

$$c_{ij} = \frac{1}{c_{i-2,1}} \begin{vmatrix} c_{i-2,1} & c_{i-2,n-j-k+3} \\ c_{i-1,1} & c_{i-1,n-j-k+3} \end{vmatrix}$$

Tiêu chuẩn Jury : Điều kiện cần và đủ để hệ thống ổn định là tất cả các hệ số ở hàng lẻ, cột 1 của bảng Jury đều dương

c. Phân tích ổn định dùng giản đồ Bode

Thực hiện phép biến đổi song tuyến tính

$$w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \quad \text{hay} \quad z = \frac{1+(T/2)w}{1-(T/2)w}$$

Thực hiện các phép biến đổi: G(p) → G(z) →G(w) ta thay w = jv và được G(jv)

Vẽ giản đồ Bode với G(jv) và áp dụng tiêu chuẩn ổn định dung giản đồ bode như trong hệ tuyến tính liên tục. (PDT >0 và BDT >0)

d. Ổn định dùng Quỹ đạo nghiệm

Cách vẽ quỹ đạo nghiệm tương tự như vẽ quỹ đạo nghiệm của hệ tuyến tính liên tục với thời gian lấy mẫu T

Điều khác biệt giữa hai hệ thống là miền ổn định

Trong hệ liên tục tuyến tính thì miền ổn định là TMP

Còn trong hệ gián đọan là vòng tròn đơn vị

III. Chất lượng hệ thống rời rạc.

1. Đáp ứng quá độ: ngõ ra c(k) khi $k = 0 .. \infty$

Sử dụng các phương pháp biến đổi z ngược đã giới thiệu trong chương 6.

2. Cặp cực quyết định:

Là cặp cực gần vòng tròn đơn vị nhất. Đối với hệ bậc cao thì có thể xấp xỉ bằng hệ bậc 2 với 2 cực là cặp cực quyết định.

Giả sử cặp cực quyết định của hệ rời rạc có dạng: $z = r.e^{\pm j\varphi}$

Sử dụng định nghĩa về phép biến đổi z: $z = e^{Tp}$ ta suy ra được cặp nghiệm $p_{1,2}$ là: $\ln(r) \pm j.\varphi = T.p$

$$p = \frac{\ln r}{T} \pm j.\frac{\varphi}{T} = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$$

$$\delta = \frac{-\ln r}{\sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2}} \qquad \omega_n = \frac{1}{T}\sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2}$$

Các công thức tính thời gian quá độ, độ vọt lố… đối với hệ bậc hai sử dụng tương tự như trong hệ tuyến tính liên tục.

Sai số xác lập: $e_{xl} = \lim_{k\to\infty} e(k) = \lim_{z\to 1} (1 - z^{-1})E(z)$