www.mientayvn.com

Khi đọc qua tài liệu này, nếu phát hiện sai sót hoặc nội dung kém chất lượng xin hãy thông báo để chúng tôi sửa chữa hoặc thay thế bằng một tài liệu cùng chủ đề của tác giả khác. Tài liệu này bao gồm nhiều tài liệu nhỏ có cùng chủ đề bên trong nó. Phần nội dung bạn cần có thể nằm ở giữa hoặc ở cuối tài liệu này, hãy sử dụng chức năng Search để tìm chúng.

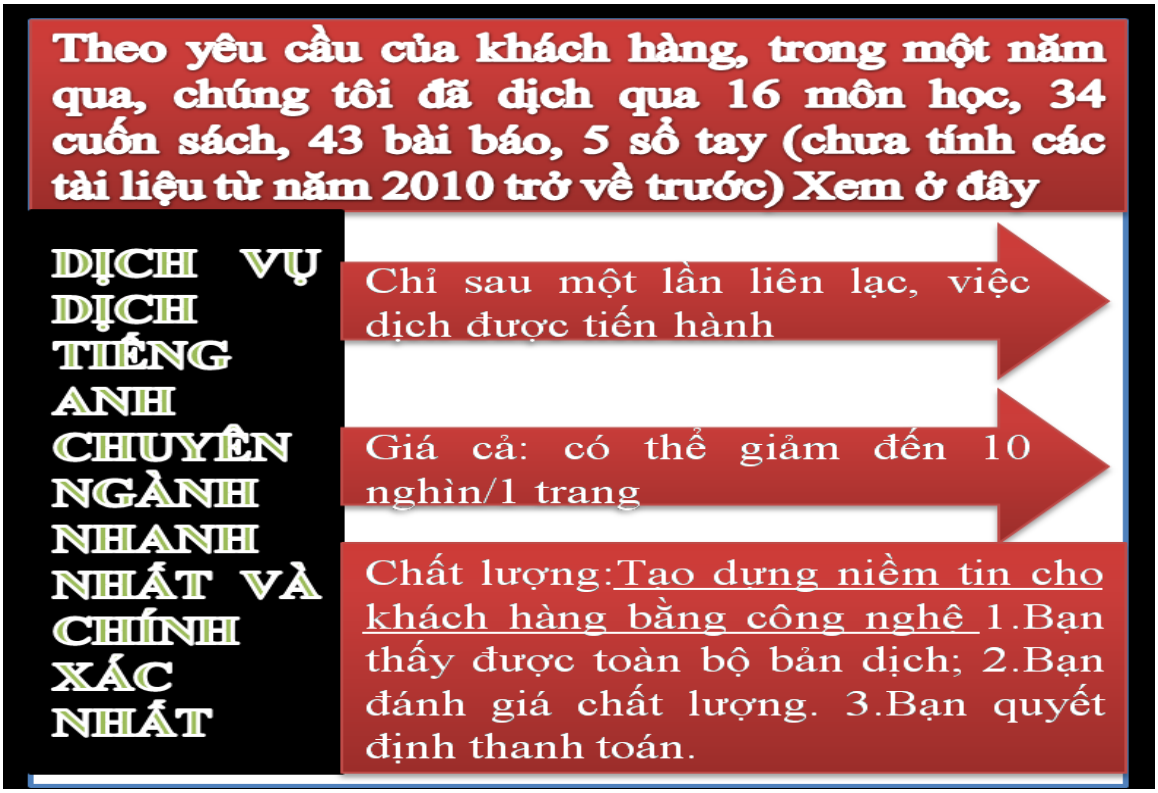
Bạn có thể tham khảo nguồn tài liệu được dịch từ tiếng Anh tại đây:

http://mientayvn.com/Tai_lieu_da_dich.html

Thông tin liên hệ:

Yahoo mail: thanhlam1910_2006@yahoo.com

Gmail: frbwrthes@gmail.com



Chương I

TIN TỨC VÀ HỆ THỐNG THÔNG TIN

- LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN CÔNG NGHỆ VIỄN THÔNG ĐIỆN TỬ.
- PHÂN LOẠI CÁC NGUỒN TIN TỨC VÀ CÁC HỆ THỐNG THÔNG TIN.
- SÓ NG XÁC ĐỊNH VÀ SÓNG NGẪU NHIÊN.
- SƠ ĐỒ KHỐI MỘT HỆ VIỄN THÔNG.
- SỰ PHÂN CHIA CÁC VÙNG TẦN SỐ (FREQUENCY ALLOCATIONS).
- SỰ TRUYỀN SÓNG ĐIỆN TỪ.
- SỰ ĐO TIN TỨC.
- CÁC HỆ THÔNG TIN LÝ TƯỞNG.
- MÃ HÓA (CODING).

LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN CÔNG NGHỆ VIỄN THÔNG ĐIỆN TỬ.

- Từ cuối thế kỹ 18 đầu thế kỹ 19, công nghệ phát thanh và truyền thông bằng điện đã được phát triển.
- Năm 1820, George Ohm đã đưa ra công thức phương trình toán học để giải thích các tín hiệu điện chạy qua một dây dẫn rất thành công.
- Năm 1830 Michall Faraday đã tìm ra định luật dẫn điện từ trường.
- Có thể coi lịch sử thông tin dữ liệu được bắt đầu vào năm 1937 với sự phát minh điện tín Samuel F. B.Morse. Đó là hệ thống truyền các xung điện biểu diễn cho các dấu chấm và vạch (tương đương với các số nhị phân 1, 0) trên các đường dây đồng nhờ các máy cơ điện. Các tổ hợp khác nhau của các mã này thay cho các chữ, số, dấu,...được gọi là mã Morse.
- Năm 1840, Morse đăng ký sáng kiến về điện tín ở Mỹ.
- Năm 1844 đường đây điện tín đầu tiên được thiết lập giữa Baltimore và Washington DC.
- Năm 1849, bản tin đầu tiên được in ra nhưng với vận tốc rất chậm nhưng đến năm 1860 vận tốc in đạt 15 bps.
- Năm 1850, đại số Boole của George Boole tạo ra nền móng cho logic học và phát triển rờ le điện. Trong khoảng thời gian gian này, các đường cáp đầu tiên xuyên qua đại tây dương để lắp đặt hệ thống điện tín.
- James Clerk Maxwell đã đưa ra học thuyết điện từ trường bằng các công thức toán học vào năm 1980. Căn cứ vào các học thuyết này Henrich Hertz đã truyền đi và nhận được sóng vô tuyến thành công bằng cách dùng điện trường lần đầu tiên trong lịch sử.
- Tổng đài điện thoại đầu tiên được thiết lập vào năm 1876 (ngay sau khi Alexander Grâhm Bell đã phát minh ra điện thoại). Năm năm sau Bell bắt đầu dịch vụ gọi đường dài giữa New York và Chocago. Cùng khoảng thời gian đó, Guglieno Marconi của Italia đã lắp đặt một trạm phát sóng vô tuyến để phát các tín hiệu điện tín.
- Năm 1900, Einstein, một nhà vật lý nổi tiếng về học thuyết tương đối đã viết rất nhiều tài liệu quan trọng về vật lý chất rắn, thống kê học, điện từ trường và cơ học lượng tử. Vào khoảng thờigian này, phòng thí nghiệm Bell của Mỹ đã phát minh và sáng chế ra ống phóng điện cực cho các kính thiên văn xoay được. Tiếp theo đó, Le De Forest trở thành nguươi khởi xướng trong lĩnh vực vi mạch điện tử thông qua phát minh của ông về một ống chân không ba cực. Lúc này, hệ thống tổng đài tương tự tự động có khả năng hoạt động không cần bảng chuyển mạch.
- Năm 1910, Erwin Schrodinger đã thiết lập nền tảng cho cơ học lượng tử thông qua công bố của ông về cân bằng sóng đẻ giải thích cấu tạo nguyên tử và các đặc điểm của chúng. Vào khảng thời gian này, phát thanh công cộng được bắt dầu bằng cách phát sóng.
- Năm 1920, Harold .S. Black của phòng thí nghiệm Bell đã phát minh ra một máy khuếch đại phản hồi âm bản mà ngày nay vẫn còn dùng trong lĩnh vực viễn thông và công ngệ máy điện đàm.
- V.K.Zworykin (Mỹ) đã phát minh ra đèn hình cho vô tuyến truyền hình và cáp đồng trục (phương tiện truyền dẫn hiệu quả hơn các dây đồng bình thường).
- Cuối những năm 1940, phòng thí nghiệm Bell đã đặt ra nền móng cho cho các chất bán dẫn có độ tích hợp cao. Howard Aiken của đại học Harward cộng tác với IBM đã thành công trong việc lắp đặt một máy điện toán đầu tiên có kích thước 50 feets và 8 feets. Và sau đó, J.Presper Ecker với Jonh Mauchly của đại chọc Pénnylvania đã phát triển máy điện toán lên một bậc gọi là máy điện toán ENIAC. Von Neuman dựa vào đây để phát triển máy điện toán có lưu giữ chương trình.
- Vào những năm 1960, các loại LSI (Large Scale Interated), các máy điện toán mini, cáp quang và máy phân chia thời gian được phát triển và thương mại hoá thành công.
- Vào những năm 1970, truyền hình ảnh qua vệ tinh, các hệ thống tổng đài điện tử cũng lần lượt ra đời.

Phân loẠi các nguỒn tin tỨc và các hỆ thỐng thông tin.

- Một nguồn tin digital (digital information sourse) tạo ra 1 tập hợp hữu hạn các bản tin (Message) có thể.

Ví dụ : Máy đánh chữ ; có một số hữu hạn các ký tự (bản tin) được phát ra từ nguồn này.

- Một nguồn tin tức analog tạo ra các bản tin được xác định liên tục.

Ví dụ một micro: Điện thế ra diễn tả tin tức về âm thanh và nó được phân bố trên một dãy liên tục nhiều trị giá.

- Hệ thống thông tin digital chuyển tin tức từ một nguồn digital đến thiết bị thu (Sink).

- Hệ thống thông tin analog chuyển tin tức từ một nguồn analog đến Sink.

Nói một cách chặt chẽ, sóng digital được định nghĩa như là một hàm theo thời gian và chỉ có một tập hợp các trị giá rời rạc. Nếu dạng sóng digital là dạng sóng nhị phân, thì chỉ có hai trị giá. Dạng sóng analog là một hàm theo thời gian có khoảng các trị giá liên tục.

Một hệ thống thông tin digital điện tử thường có các điện thế và dòng điện với dạng sóng digital. Tuy nhiên, nó vẫn có thể có các dạng sóng analog. Thí dụ, tin tức từ một nguồn nhị phân có thể phát đến sink bằng cách dùng một sóng sin 1000Hz để diễn tả bit 1 và một sóng sin 500Hz để diễn tả bit 0. Ở đây nguồn tin tức digital được phát đến sink bằng cách dùng các sóng analog, nhưng vẫn cứ gọi là hệ thống viễn thông digital.

Xa hơn nữa, sóng analog này được gọi là tín hiệu digital vì nó mô tả 1 nguồn tin digital. Tương tự, một tín hiệu analog mô tả một nguồn tin analog . Từ quan điểm đó ta thấy một kỹ sư Viễn thông digital cần hiểu làm sao để phân tích các mạch analog cũng như các mạch digital.

Viễn thông digital có những lợi điểm:

- Các mạch digital tương đối rẻ có thể được dùng.
- Khoảng tác động lớn hơn. (Khoảng giữa các trị lớn nhất và nhỏ nhất).
- Dữ liệu từ tiếng nói, hình và các nguồn dữ liệu khác có thể được trộn lẫn và truyền đi trên cùng một hệ truyền digital.
- Trong các hệ truyền với khoảng cách xa, nhiễu không chồng chất từ repeater đến repeater. (Trạm phát lại).
- Sai số trong dữ liệu được phân tích thì nhỏ, dù khi có một lượng nhiễu lớn trên tín hiệu thu được.
- Nhiễu có thể được sửa chữa (corrected) bằng cách dùng sự mã hóa.

Nhưng nó cũng có những bất lợi:

- Thông thường, nó cần một hệ rộng dãy tần (Band width) lớn hơn hệ analog.
- Cần đến sự đồng bộ hóa.

Với nhiều ưu điểm, các hệ digital trở nên ngày càng phổ biến.

Sóng xác đỊnh và sóng ngẪu nhiên.

Trong các hệ Viễn thông, ta phân các dạng sóng làm hai loại lớn: Xác định và Ngẫu nhiên.

- Định nghĩa: Một dạng sóng xác định có thể được mô hình hóa như một hàm hoàn toàn riêng biệt của thời gian.

Thí dụ: Nếu

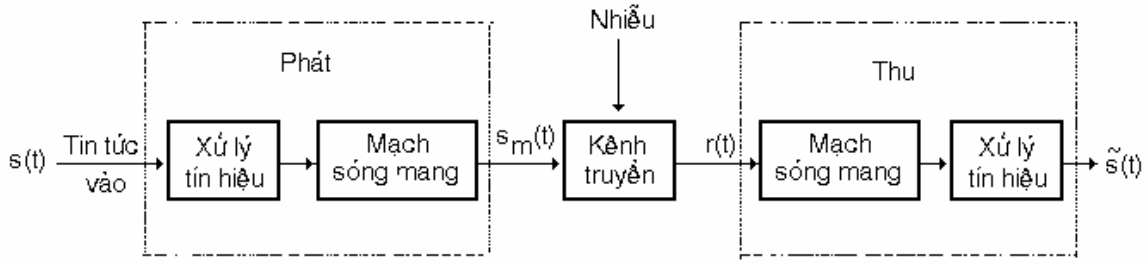
$$w(t) = A \cos (\omega_0 t + \varphi_o)$$

Diễn tả một dạng sóng , với A, ω_0 , φ_o là các hằng đã biết. Thì dạng sóng w(t) được nói là được xác định.

- Định nghĩa: Một dạng sóng ngẫu nhiên không thể được chuyên biệt hóa hoàn toàn như là nột hàm theo thời gian và phải mô hình hóa 1 cách xác xuất. Các dạng sóng biểu diễn một nguồn không thể xác định được. Thí dụ, trong hệ viễn thông digital, ta có thể gửi tin tức ứng với bất kỳ một mẫu tự nào - Mỗi mẫu tự được biểu diễn bằng một dạng sóng xác định. Nhưng khi ta xét dạng sóng được phát từ nguồn ta thấy rằng đó là dạng sóng ngẫu nhiên, vì ta không biết chính xác những ký tự sẽ được phát.

Do đó, ta thực sự cần thiết kế hệ viễn thông dùng dạng sóng ngẫu nhiên và tất nhiên bất kỳ nhiễu nào được đưa vào sẽ cũng được mô tả bằng một dạng sóng ngẫu nhiên. Kỹ thuật này cần đến những khái niệm về xác suất và thống kê. (Sẽ làm việc phân tích và thiết kế phức tạp hơn). Nhưng may thay , nếu ta trình bày tín hiệu bằng dạng sóng " tiêu biểu " xác định, thì ta vẫn có thể được hầu hết, nhưng không tất cả các kết quả.

Sơ ĐỒ KHỐI MỘT HỆ THỐNG VIỄN THÔNG.



Hình 1.1 Sơ đồ khối của một hệ thống viễn thông.

Chủ đích một hệ Viễn thông là truyền một tin tức từ nguồn, ký hiệu là s(t), đến Sink. Tin tức lấy ra từ Sink ký hiệu là $\tilde{s}(t)$; tin tức có thể là digital hay analog, tùy vào hệ được dùng. Nó có thể là tin tức về Video, audio hay vài loại khác.

Trong các hệ multiplex (đa hợp), có thể sẽ có nhiều nguồn vào và nhiều Sink. Phổ của s(t) và $\tilde{s}(t)$ tập trung quanh f = 0. Chúng được gọi là những tín hiệu băng gốc (base band).

Khối xử lý tín hiệu:

Ở máy phát tùy điều kiện nguồn sao cho sự truyền có hiệu quả. Thí dụ: Trong 1 hệ digital, nó là một vi xử lý. Trong hệ analog, nó không gì hơn là 1 lọc hạ thông. Trong hệ lai, nó là mạch lấy mẫu tin tức vào (analog) và digital - hóa để có một biến điệu mã xung (Pulse code modulation) PCM.

Tín hiệu ra của khối XLTH ở máy phát cũng là tín hiệu băng gốc vì các tần số tập trung gần f = 0.

Khối sóng mang:

Ở máy phát đổi tín hiệu băng gốc đã xử lý thành một băng tần để truyền đưa vào kênh truyền. Thí dụ: Nếu kênh gồm một cặp dây xoắn (twisted - pair) telephone, phổ của $s_m(t)$ sẽ nằm trong dãy âm tần (audio), từ 300 -> 3.700Hz. Nhưng nếu kênh gồm cáp quang, phổ của $s_m(t)$ sẽ là tần số ánh sáng.

- Nếu kênh truyền đi những tín hiệu băng gốc, không cần dùng khối sóng mang và $s_m(t)$ có thể là tín hiệu ra của khối XLTH.

- Khối sóng mang thì cần khi kênh có thể chỉ truyền các tần số thuộc 1 băng xung quanh f_c , với $f_c >> 0$. Trong trường hợp này $s_m(t)$ được gọi là tín hiệu dãy thông (Band pass Signal). Vì nó được thiết kế để có những tần số thuộc 1 băng quanh f_c. Thí dụ, một đài phát biến điệu AM với một tần số kết hợp 850 KHz có sóng mang f_c = 850 KHz.

Sự áp tín hiệu băng gốc dạng sóng s(t) thành tín hiệu dãy thông $s_m(t)$ được gọi là sự biến điệu (modulation). (s(t) là tín hiệu audio trong đài phát AM).

Tín hiệu dãy thông bất kỳ có dạng:

$$s_m(t0 = s(t) \cos [\omega_c(t) + \theta(t)]$$

Với $\omega_c = 2\pi f_c$, f_c là tần số sóng mang.

Nếu s(t) = 1 và $\theta(t) = 0$ thì $s_m(t)$ sẽ là một tín hiệu hình sin thuần túy với $f = f_c$ và băng tần bằng 0.

Trong sự biến điệu bởi mạch sóng mang, sóng vào s(t) làm cho R (t) và/hoặc θ(t) thay đổi như là một hàm của s(t). Sự thay đổi trong R (t) và θ(t) làm cho $s_m(t)$ có một khổ băng phụ thuộc vào những tính chất của s(t0 và vào hàm áp được dùng để phát ra R (t) và θ(t).

Các kênh truyền:

Có thể phân chia làm 2 loại: dây mềm (softwire) và dây cứng (hardwire). Vài loại kênh dây mềm tiêu biểu như: Không khí, chân không và nước biển. Vài loại kênh truyền dây cứng: Cặp dây xoắn telephone, cáp đồng trục, ống dẫn sóng và cáp quang.

Một cách tổng quát, kênh truyền làm giảm tín hiệu, nhiễu của kênh truyền và / hoặc nhiễu do máy thu khiến cho $\tilde{s}(t)$ bị xấu đi so với nguồn. Nhiễu của kênh có sự gia tăng từ nguồn điện, dây cao thế, sự đánh lửa hoặc nhiễu do sự đóng ngắt của một computer.

Kênh có thể chứa bộ phận khuếch đại tác động, thí dụ: Hệ thống repeater trong telephone hoặc như vệ tinh tiếp chuyển trong hệ thống viễn thông trong không gian. Dĩ nhiên, các bộ phận này cần thiết để giữ cho tín hiệu lớn hơn nhiễu.

Kênh cũng có thể có nhiều đường (multiple paths) giữa input và output và chúng có thời gian trễ (time delay), tính chất giảm biên (attenuation) khác nhau. Những tính chất này có thể thay đổi theo thời gian. Sự thay đổi này làm thay đổi bất thường (fading) tín hiệu ở ngõ ra của kênh. (Ta có thể quan sát sự fading khi nghe khi nghe 1 đài sóng ngắn ở xa).

Máy thu nhận tín hiệu ở ngỏ ra của kênh và đổi nó thành tín hiệu băng gốc.

SỰ phân chia các vùng tẦN sỐ (Frequency Allocations).

Trong các hệ thông tin dùng không khí làm kênh truyền, các điều kiện về giao thoa và truyền sóng thì phụ thuộc chặt chẽ vào tần số truyền.

Về mặt lý thuyết, bất kỳ một kiểu biến điệu nào (Am, Fm, một băng cạnh - single sideband, phase shift keying, frequency shift keying...) đều có thể được dùng cho bất kỳ tần số truyền nào. Tuy nhiên, theo những qui ước quốc tế, kiểu biến điệu độ rộng băng, loại tin được truyền cần được xếp đặt cho từng băng tần.

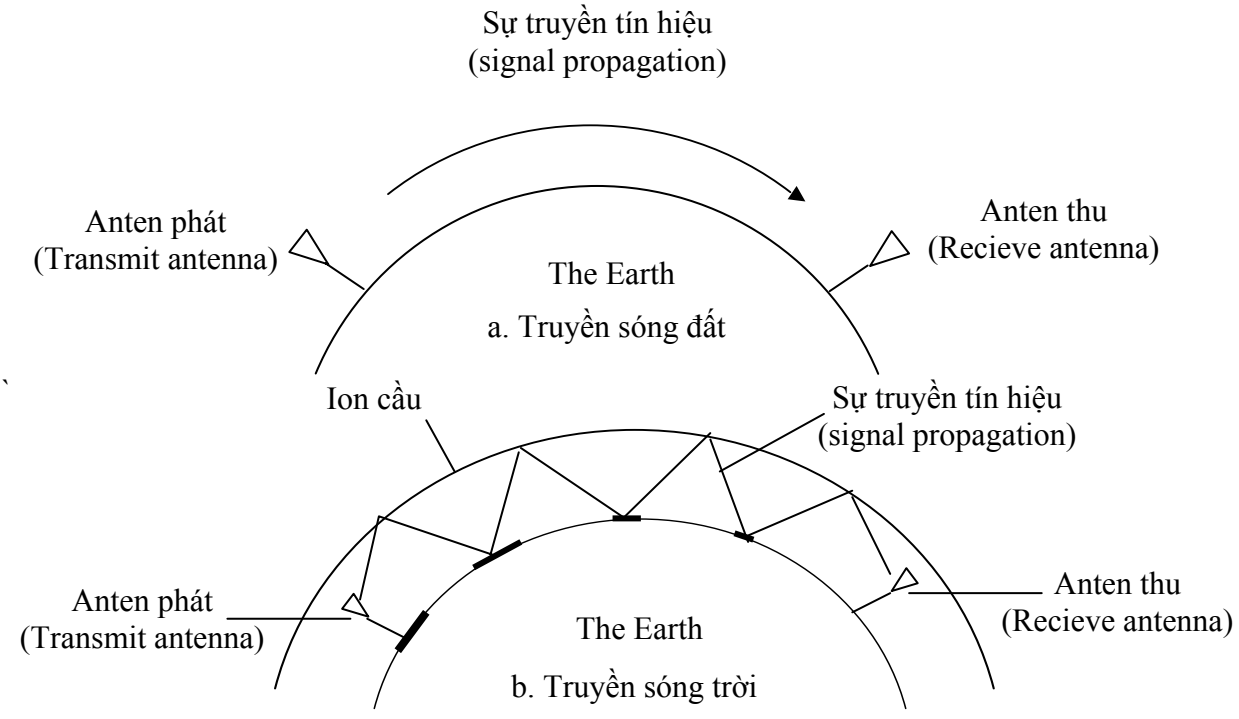
Bảng sau đây cho danh sách các băng tần, ký hiệu, điều kiện truyền và công dụng tiêu biểu của chúng.

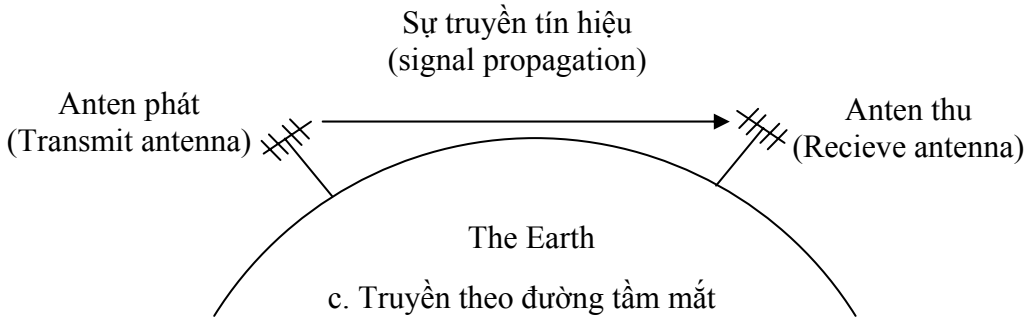
Băng tần	Ký hiệu	Đặt tính truyền	Những ứng dụng tiêu biểu
3 - 30KHz	VLF very low frequency	Sóng đất. Suy giảm ít ngày và đêm. Nhiễu không khí cao	Thông tin dưới nước
30- 300KHz	LF low frequency	Tương tự VLF. Ít tin cậy. Bị hấp thu vào ban ngày	Hướng dẫn radio cho hải hành
300-3000KHz	MF Medium frequency	Sóng đất và sóng trời ban đêm. Suy giảm ít vào ban và nhiều vào ban ngày. Nhiễu không khí	Radio hàng hải. Tần số cấp cứu phát sóng Am
3 - 30MHz	HF Hight frequency	Sự phản xạ ở tần ion cần thay đổi theo thời gian trong ngày, theo mùa và theo tần số. Nhiễu không khí ít tại 30Mhz	radio nghiệp dư. Phát thanh quốc tế. Viễn thông quân sự. Thông tin đường dài cho không hành và hải hành. Điện thoại, điện tín, fax.
30- 300MHz	VHF Very high frequency	Gần với LOS. Sự tán xạ gây bởi những thay đổi nhiệt độ. Nhiễu không gian.	Truyền hình VHF. Radio FM stereo. Trợ giúp không hành.
0.3 - 3 GHz 1.0 - 2.0 GHz 2.0 - 4.0 GHz	UHF Ultra high frequency L S	Truyền LOS. Nhiễu không gian.	Truyền hình VHF. Radio FM Stereo. Trợ giúp không hành.
3 - 30 GHz	SHF	Truyền LOS. Suy giảm do	Viễn thông vệ tinh. Radar

Băng tần	Ký hiệu	Đặt tính truyền	Những ứng dụng tiêu biểu
	Supper high frequency	Oxi và hơi nước trong không khí. Sự hấp thụ do hơi nước rất cao tại	microwave links.
2 - 4.0	S	22.2 GHz	
4.0 - 8.0	C		
8.0 - 12.0	X		
12.0 - 18.0	K_U		
18.0 - 27.0	K		
27.0-40.0	K_a		
30 - 300 GHz	EHF Extremely high frequency	Tương tự trên. Hơi nước hấp thụ rất mạnh tại 183GHz. Oxy hấp thu tại 60 và 119 GHz .	Radar, vệ tinh, thí nghiệm.
26.5 - 40	R		
33.0 - 50.0	Q		
40.0 - 75.0	V		
75.0 - 110.0	W		
110 - 300	Mm		
10^3 - 10^7	IR (Hồng ngoại) ánh sáng khả kiến và UV (Tử ngoại)	Truyền LOS	Viễn thông quang

SỰ truyỀn sóng điỆn tỪ.

Các đặc tính truyền của sóng điện từ được truyền trong kênh truyền dây mềm thì phụ thuộc nhiều vào tần số. Điều này được thấy từ bảng kê ở trên. Phổ điện từ có thể được chia làm 3 băng lớn: Sóng mặt đất (Ground ware), sóng trời (Sky ware) và sóng truyền theo đường tầm mắt (light of sight) LOS.





Hình 1.2: sự truyền sóng điện từ.

1. Tần số của sóng đất nhỏ hơn 2 MHz.

Ở đây sóng điện từ có khuynh hướng truyền theo chu vi trái đất. Kiểu truyền này được dùng trong các đài AM. Ở đấy sự phủ sóng địa phương theo đường cong mặt đất và tín hiệu truyền trên đường chân trời thấy được. Câu hỏi thường được đặt ra: " Tần số thấp nhất của sóng có thể dùng là bao nhiêu ? Câu trả lời là tần số này tùy thuộc vào chiều dài của anhten phát.

Để sự bức xạ có hiệu quả, **antenna cần dài hơn 1/10 bước sóng.**

Ví dụ: Với sóng mang f_C = 10KHz, bước sóng là:

$$\lambda = \frac{C}{f_C}$$

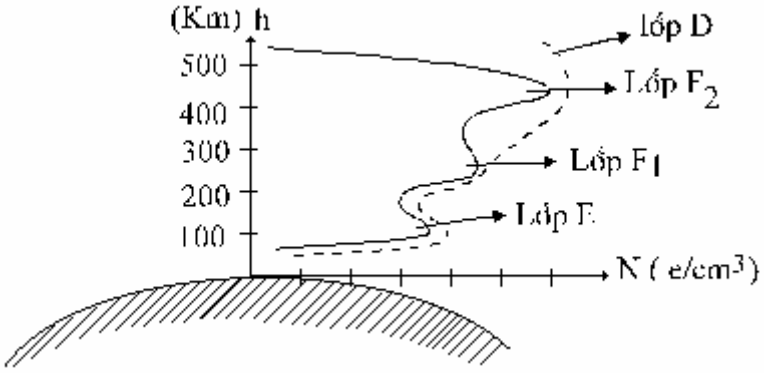
$$\lambda = (3.10^8 m/s)/10^4 Hz = 3.10^4 \text{ m}$$

Như vậy, một anten dài ít nhất 3.000m để bức xạ có hiệu quả một sóng điện từ 10KHz!

2. Khoảng tần số của sóng trời là 2 đến 30 Mhz.

Sự truyền của sóng này dựa vào sự phản xạ tầng ion (ion sphere - tầng điện ly) và mặt đất. Nhờ đó, có thể truyền một khoảng rất xa.

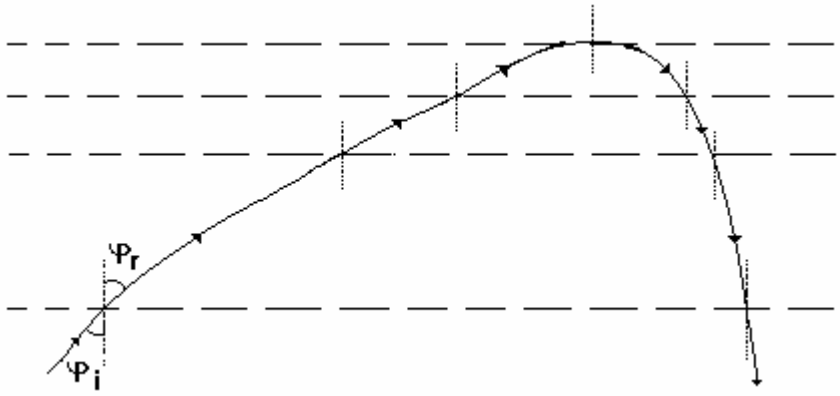
Tầng ion có biểu đồ phân bố như sau:



Hình 1.3: Biểu đồ phân bố tầng ion

Sự ion hóa xãy ra do sự kích thích các phân tử khí bởi các bức xạ vũ trụ từ mặt trời. Tầng ion gồm các lớp E, F_1, F_2, D. Lớp D chỉ hình thành vào ban ngày và là lớp chủ yếu hấp thụ sóng trời. Lớp F là lớp chính, làm phản xạ sóng trời về trái đất.

Thực tế, sự khúc xạ từng bậc qua các lớp của tầng ion khiến tầng này tác dụng như một vật phản xạ làm sóng trời bị phản xạ trở lại trái đất.



Hình 1.4: Sự phản xạ sóng trời bở tầng ion.

Chỉ số khúc xạ n thay đổi theo độ cao của tầng ion, vì mật độ electron tự do thay đổi.

$$n = \sqrt{1 - \frac{81n}{f^2}}$$

Trong đó: N: Mật độ electron tự do (số e^-/m^3).
f: tần số của sóng (Hz).

- Dưới vùng ion hóa, n = 1
- Trong vùng ion hóa, n < 1 (Vì N > 0) Sóng bị khúc xạ theo định luật Snell:

$$n\sin\varphi_r = \sin\varphi_i$$

Trong đó: φ_I : Góc đến
φ_r: Góc khúc xạ.

a. Với những sóng có tần số f < 2MHz :

$81N > f^2$ nên n trở nên ảo. Tầng ion sẽ làm giảm sóng đến.

b. Với những sóng có tần số từ 2 - 30 MHz (Sóng trời), sự truyền sóng, góc phản xạ và sự hao hụt tín hiệu tại một điểm phản xạ ở tầng ion tùy thuộc vào f, vào thời gian trong ngày, theo mùa và sự tác động của vết đen mặt trời.

Ban ngày, N rất lớn làm n ảo. Sóng bị hấp thu, có rất ít sóng trở lại trái đất.

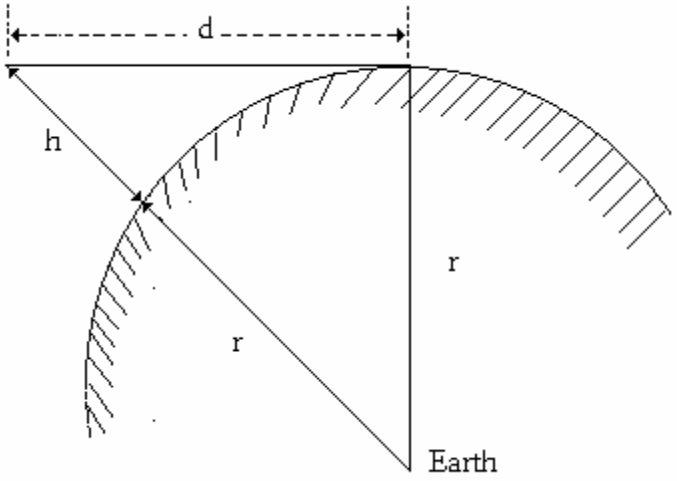
Ban đêm, N nhỏ nên n < 1. Khi đó, nếu sóng truyền từ trái đất lên tầng ion thì $\varphi_r > \varphi_I$. Sẽ xãy ra hiện tượng khúc xạ từng bậc. Do sự phản xạ nhiều lần giữa tầng ion và mặt đất, sóng trời truyền đi rất xa. Vì thế, có những sóng trời phát ra từ những đài xa bên kia trái đất vẫn có thể thu được trên băng sóng ngắn.

3. Sự truyền LOS là phương thức truyền cho các tần số trên 30 MHz.

Ở đó, sóng điện từ truyền theo đường thẳng.

Trong trường hợp này $f^2 >> 81N$ làm cho $n \approx 1$ và như vậy có rất ít sóng bị khúc xạ bởi tầng ion. Sóng sẽ truyền ngang qua tầng này. Tính chất đó được dùng cho thông tin vệ tinh.

Cách truyền LOS bất lợi cho việc truyền thông tin giữa 2 trạm mặt đất, khi mà đường đi tín hiệu phải ở trên đường chân trời. Độ cong mặt đất sẽ chặn đường truyền LOS.



Hình 1.5

Anten phát cần phải đặt trên cao, sao cho anten thu phải " thấy " được nó.

$$d^2 + r^2 = (r + h)^2$$

$$d^2 = 2rh + h^2 \qquad h^2 << 2\,rh$$

Như vậy: $d = \sqrt{2rh}$

Bán kính trái đất là 3.960 miles. Tuy nhiên, tại những tần số LOS bán kính hiệu dụng là $\frac{4}{3}3.960$. Vậy khoảng cách $d = \sqrt{2rh}$ miles. Trong đó h tính bằng feet.

Thí dụ: Các đài truyền hình có tần số trên 30MHz trong băng VHF và UHF, vùng phủ sóng của các đài công suất lớn bị giới hạn bởi đường tầm mắt. Với một tháp anten 1000 ft $\rightarrow$ d = 44,7miles.

Nếu anten thu cao 30 feet , d = 7,75 miles. Vậy với chiều cao đài phát và máy thu này, đài có vùng phủ sóng có bán kính 44,7 + 7,75 = 52,5 miles.

* Với những tần số 30 - 60 MHz, tín hiệu có thể bị tán xạ bởi tầng ozon. Sự tán xạ là do sự bất thường của n ở lớp dưới của tầng này. ($\approx$ 50 miles trên mặt đất). Khiến cho thông tin có thể truyền đi xa hơn cả 1000 miles.

* Tương tự sự phản xạ ở tầng tropo (trong vòng 10 miles cao hơn mặt đất) có thể truyền tín hiệu (40 MHz - 4GHz) xa vài trăm miles.

1 miles = 1.609,31 m
1 feet = 0.3048 m
sea miles = 1852 m.

SỰ đo tin tỨc.

Định nghĩa: Tin tức gửi từ 1 nguồn digital, khi bản tin thứ j được truyền đi là :

$$I_J = \log_2 \left(\frac{1}{P_J} \right) \quad \text{bits}$$

P_J: Là xác suất của việc truyền bản tin thứ J

Cơ số (base) của log xác định đơn vị được dùng để đo tin tức.Nếu log cơ số 2, thì đơn vị là bits.Với log tự nhiên đơn vị là *Nats*.Và với log cơ số 10 đơn vị sẽ là *Hastley*

Bit, đơn vị đo tin có ý nghĩa khác với bit là đơn vị của dữ liệu nhị phân.Tuy nhiên người ta vẫn hay dùng " bit " để ký hiệu cho cả hai loại đơn vị.

Công thức trên được viết lại với cơ số tự nhiên và cơ số 10:

$$I_J = \frac{-1}{\log_{10} 2} \log_{10} P_j = \frac{-1}{\log_n 2} \log_n P_j$$

Một cách tổng quát, nội dung tin tức sẽ thay đổi từ bản tin này đến bản tin khác, vì P_J sẽ không bằng nhau. Như vậy, ta cần đến một sự đo tin tức trung bình của nguồn.

Định nghĩa: Số đo tin tức trung bình (average information) của 1 nguồn là:

$$H = \sum_{j=1}^{m} P_j I_j = \sum_{j=1}^{m} P_j \log_2\left(\frac{1}{P_j}\right) \qquad \text{bits}$$

m: Số bản tin.

P_J : Xác suất của sự gởi bản tin thứ J

Tin tức trung bình còn gọi là entropy.

Ví dụ: Tìm information content (dung lượng tin tức) tin tức của một bản tin gồm một word digitaldài 12digit , trong đó mỗi digit có thể lấy một trong 4 mức có thể. Xác suất của sự gởi một mức bất kỳ trong 4 mức được giả sử bằng nhau và mức của một digit không tùy thuộc vào trị giá được lấy của digit trước đó.

Trong một string gồm 12 symbol (digit) mà ở đó mỗi symbol gồm một trong 4 mức đó là $4.4.....4 = 4^{12}$ bits, tổ hợp (word) khác nhau.

Vì mỗi mức gồm bằng nhau tất cả các word khác nhau đều bằng nhau. Vậy:

$$P_J = \frac{1}{4^{12}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{12}$$

hoặc

$$I_J = \log_2\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}\right) = 12\log_2(4) = 24 \text{ bits}$$

Trong ví dụ trên ta thấy dung lượng tin (information content) trong bất kỳ một bản tin có thể nào đó đều bằng với dung tin trong bất kỳ bản tin có thể khác (24 bits). Vậy tin tức trung bình H là 24 bits.

Giả sử rằng chỉ có 2 mức (nhị phân) được cho phép cho mỗi digit và rằng tất cả các wordthì gần bằng nhau Vậy tin tức sẽ là I_J = 12 bits cho word nhị phân và tin tức trung bình là H = 12bits.

Ở đó tất cả word 12 bits sẽ cho 12 bits tin tức vì các word gần bằng nhau Nếu chúng không bằng nhau một vài trong các word 12 bits sẽ chứa hơn 12 bits tin tức và một vài sẽ chứa ít hơn .Và tin tức trung bình sẽ chứa ít hơn.

Đinh nghĩa:

Nhịp độ của nguồn (nate source) được cho bởi

$$R = \frac{H}{T} \qquad \text{bits/sec}$$

H: Tin tức trung bình.

T: Thời gian cần thiết để gửi một bản tin.

Định nghĩa trên được áp dụng cho một nguồn digital.

Các hệ thông tin lý tưởng.

Có một số tiêu chuẩn được dùng để đánh giá tín hiệu quả của một hệ thông tin . Đó là giá thành, độ rộng kênh, công suất truyền, tỷ số s/n tại những điểm khác nhau của hệ, thời gian trể ngang qua hệ thống. Và xác suất bit error của hệ digital.

Trong các hệ digital, hệ tối ưu có thể được nghĩa như là một hệ có xác suất bit error tối thiểu ở ngõ ra của hệ với sự cưỡng chế về công suất được phát và độ rộng kênh.

Điều này làm nảy ra câu hỏi: liệu có thể phát minh một hệ không có bit error ở ngõ ra dù khi có nhiễu thâm nhập vào kênh ? Câu hỏi này được Claude Shannon trả lời là có thể, với vài giả thiết Shannon chứng minh rằng một dung lượng kênh C (bits/sec) sẽ được tính sao cho nếu nhịp độ tin tức R (bits/sec) nhỏ hơn C, thì xác suất của bit error tiến đến zero.

Phương trình của C là:

$$C = B \log_2\left[1 + \frac{S}{N}\right]$$

B: Độ rộng kênh (Hz) và S/N là tổng số công suất tín hiệu trên nhiễu tại ngõ vô của máy thu digital.

- Trong các hệ analog, hệ tối ưu có chỗ định nghĩa như là một hệ có tổng số S/N lớn nhất ở ngõ ra máy thu với sự cưỡng chế về công suất được phát và độ rộng kênh.

Ta có thể đặt câu hỏi: Liệu có thể thiết kế một hệ thống với tổng số S/N lớn vô hạn ở ngõ ra khi nhiễu thâm nhập vào kênh ? Câu trả lời là dĩ nhiên là không.
mã hóa (CODING).

Nếu dữ liệu ở ngõ ra của một hệ thông tin digital có errors, có thể giảm error bằng cách dùng một trong hai kỹ thuật :

-Automatic Repeat request (ARQ).

-Forward error conection (FEC).

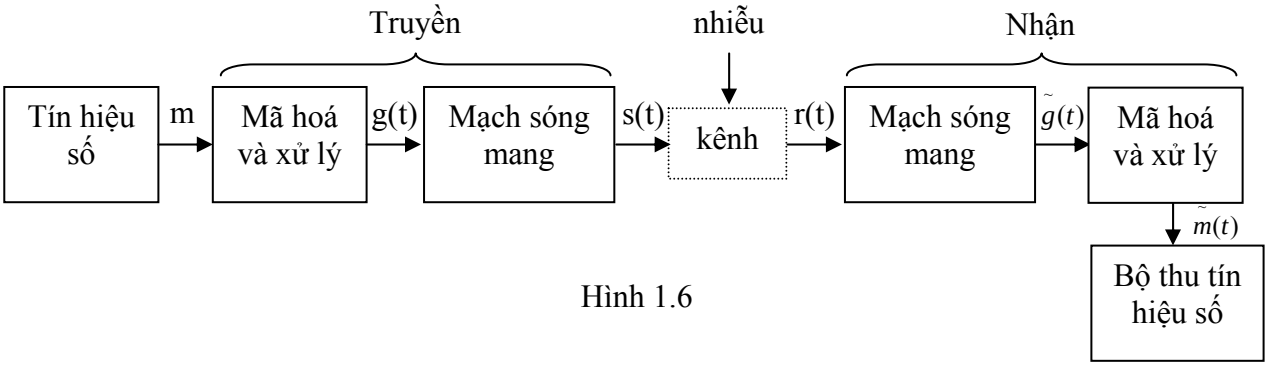
Trong một hệ ARQ, khi máy thu phân tích được error trong khối dữ liệu, nó yêu cầu khối dữ liệu phát trở lại.

Trong một hệ FEC dữ liệu được phát ra cần được mã hóa sao máy thu có thể sữa sai như là các sai số đã phân tích. Biện pháp này cũng được xếp loại như sự mã hóa kênh, vì nó được dùng để sữa sai khi kênh bị nhiễu.

Sự chọn lựa ARQ hay FEC tùy vào áp dụng riêng. ARQ thường được dùng trong hệ thông tin computer.

FEC được dùng để sửa sai trễ các kênh simplex (1 way).

Hệ thông tin với FEC được vẽ ở hình dưới đây. Về mặt lý thuyết dung lượng kênh của Shannon chứng tỏ rằng một trị giá vô hạn của S/N chỉ giới hạn nhịp độ truyền. Đó là xác suất của error P(E) có thể tiến đến zero khi nhịp độ tin tức nhỏ hơn dung lượng kênh.



Hình 1.6

Chương II
PHÂN TÍCH TÍN HIỆU

XEM LẠI CHUỖI FOURRIER.
PHỔ VẠCH.
BIẾN ĐỔI FOURRIER.
CÁC HÀM KỲ DỊ: (SINGNLARITY FUNCTIONS).
PHÉP CHỒNG (CONVOLUTION).
PHÉP CHỒNG ĐỒ HÌNH (GRAPHICAL CONVOLUTION).
ĐỊNH LÝ PARSEVAL.
NHỮNG TÍNH CHẤT CỦA BIẾN ĐỔI FOURRIER.
ĐỊNH LÝ VỀ SỰ BIẾN ĐIỆU.
CÁC HÀM TUẦN HOÀN.

XEM LẠI CHUỖI FOURRIER.

1. Một hàm bất kỳ S(t) có thể được viết: (dạng lượng giác).

$$S(t) = a_0\cos(0) + \sum_{n=1}^{\infty} [\, a_n \cos 2\pi\, nf_0t + b_n \sin 2\pi f_0t \,] \qquad (2.1)$$

Với $t_0 < t < t_0 + T$; $T \triangleq \frac{1}{f_o}$

Số hạng thứ nhất là a_0 vì cos (0) = 1.

Việc chọn các hằng a_n và b_n theo các công thức sau:

- Với n = 0 ; $a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} s(t)dt$ (2.2)

- Với n ≠ 0 ; $a_n = \frac{2}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} s(t)\cos 2\pi nf_o t.dt$ (2.3)

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} s(t)\sin 2\pi nf_o t.dt \qquad (2.4)$$

Hệ thức (2.2) có được bằng cách lấy tích phân 2 vế của (2.1).

Hệ thức (2.3) và (2.4) có được bằng cách nhân cả 2 vế của (2.1) cho hàm sin và lấy tích phân.

2. Dùng công thức EULER, có thể đưa dạng s(t) ở trên về dạng gọn hơn (dạng hàm mũ phức).

$$\text{EULER} \rightarrow e^{j2\pi nfot} = \cos 2\pi nf_o t + j \sin 2\pi nf_o t \qquad (2.5)$$

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, e^{\,j2\pi nfot} \qquad (2.6)$$

Tròn đó n: Số nguyên; dương hoặc âm. Và C_n được định bởi:

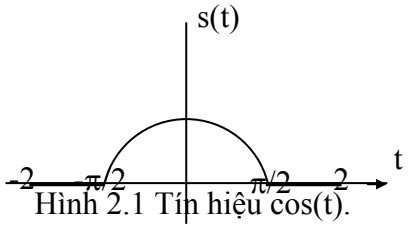
$$C_n = \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} s(t)\, e^{\,-j2\pi nfot}\, dt \qquad (2.7)$$

Điều này dễ kiểm chứng, bằng cách nhân hai vế của (2.5) cho $e^{\,-j2\pi nfot}$ và lấy tích phân hai vế.

Kết quả căn bản mà ta nhận được = một hàm bất kỳ theo thời gian có thể được diễn tả bằng tổng các hàm sin và cos hoặc là tổng của các hàm mũ phức trong một khoảng.

Nếu s(t) là một hàm tuần hoàn, ta chỉ cần viết chuỗi Fourrier trong một chu kỳ, chuỗi sẽ tương đương với s(t) trong mọi thời điểm.

Ví dụ 1: Hãy xác định chuỗi Fourrier lượng giác của s(t) như hình vẽ. Chuỗi này cần áp dụng trong khoảng $-\pi/2 < 1 < \pi/2$.



Hình 2.1 Tín hiệu cos(t).

Ta dùng chuỗi Fourrier lượng giác, với T = π và $f_o = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi}$ như vậy chuỗi có dạng:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\, a_n \cos 2nt + b_n \sin 2nt \,]$$

Trong đó: $a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos t.dt = \frac{2}{\pi}$

và $a_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos t.\cos 2nt.dt = \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} + \frac{(-1)^n}{2n+1}\right]$

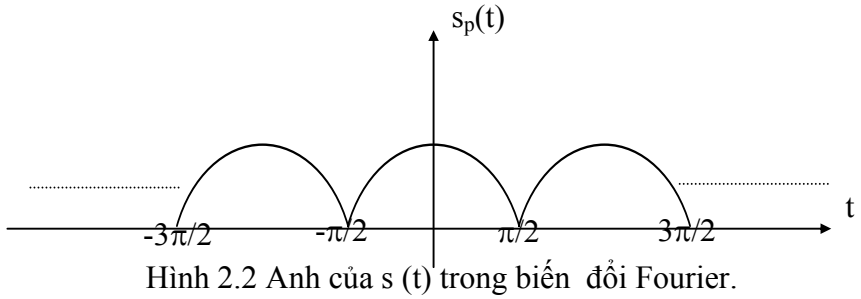
Ta định giá b_n như sau:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} s(t).\sin 2nt.dt$$

Vì s(t) là một hàm chẵn theo thời gian, nên s(t) .sin 2nt là một hàm lẻ và tích phân từ - π/2 đến π/2 là zero. Vậy $b_n = 0$ với mọi s(t) lẻ. Chuỗi Fourrier được viết :

$$s(t) = \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} + \frac{(-1)^n}{2n+1}\right]\cos 2nt \qquad (2.8)$$

Lưu ý: *Chuỗi Fourrier cho bởi phương trình trên đây có cùng khai triển như của hàm tuần hoàn $s_p(t)$ như hình dưới đây:*



Hình 2.2 Anh của s (t) trong biến đổi Fourier.

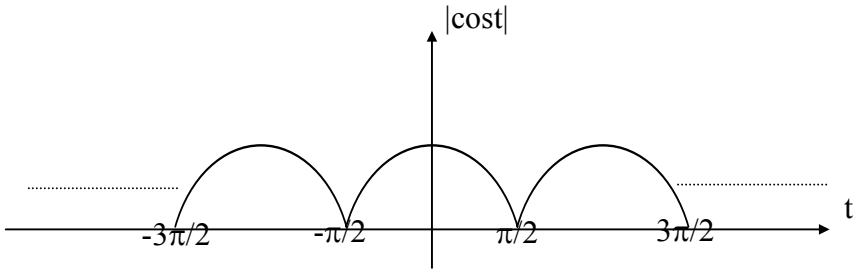
PhỔ vẠch

Trong lúc tìm sự biểu diễn chuỗi Fourrier phức của 1 hàm theo thời gian, ta dùng một thừa số trọng lượng phức C_n cho mỗi trị của n. Thừa số C_n có thể được vẽ như là hàm của n. Vậy cần đến 2 đường biểu diễn. Một để biểu diễn cho suất của n và một để biểu diễn pha.

Đường biểu diễn này thì rời rạc. Nó chỉ khác zero đối với những trị gián đoạn của trục hòanh. (Ví dụ: $C_{1/2}$ thì không có ý nghĩa).

Đường biểu diễn C_n đối với nf_0 gọi là phổ Fourrier phức. Trong đó nf_0 là lượng tương ứng với tần số của hàm mũ phức mà đối với nó C_n là một hệ số trọng lượng.

Ví dụ 2: Tìm phổ Fourrier phức của sóng cosin được chỉnh lưu toàn sóng, $s(t) = |\cos t|$, như hình vẽ dưới đây.



Hình 2.3 Tín hiệu |cos(t)|.

Trước hết ta phải tìm khai triển chuỗi Fourrier theo dạng hàm mũ phức.

Với $F_0 = \frac{1}{\pi}$, ta tính trị giá C_n từ (2.6) và tìm chuỗi Fourrier trực tiếp.

Tuy nhiên ở ví dụ 1, ta đã khai triển chuỗi Fourrier dưới dạng lượng giác rồi, nên có thể khai triển hàm cos để đưa về dạng hàm mũ phức bằng cách dùng công thức Euler:

$$s(t) = \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} + \frac{(-1)^{n}}{2n+1}\right]\cos 2nt$$

Với $\cos 2nt = \frac{1}{2}\left[e^{j2nt} + e^{-j2nt}\right]$

Vậy chuỗi Fourrier dạng hàm mũ:

$$s(t) = \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2} e^{j2nt} + \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{a_n}{2} e^{-j2nt}$$

$$= \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2} e^{j2nt} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{2} e^{j2nt} \qquad (2.9)$$

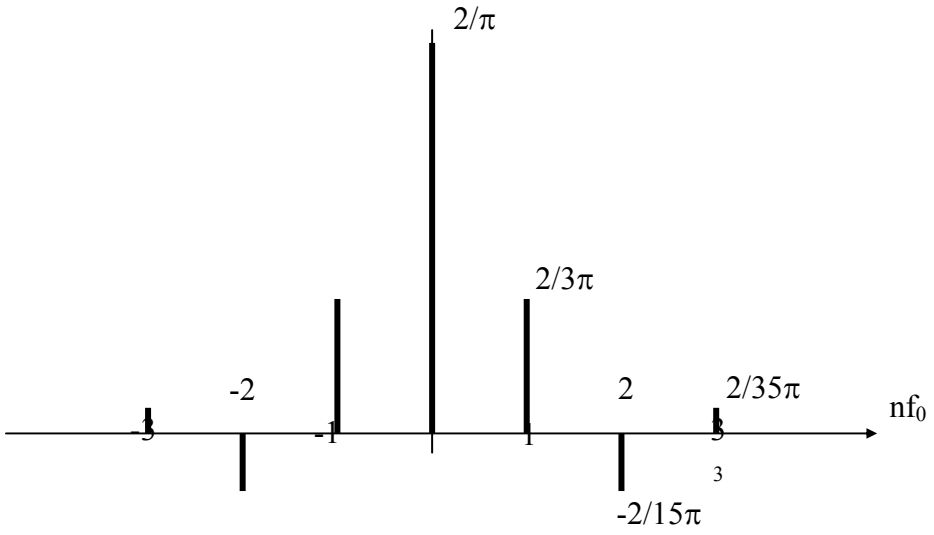
Ta đã đổi biến số ở số hạng sau. Vậy C_n liên hệ với a_n:

$C_n = \frac{a_n}{2}$ Với $n > 0$

$C_n = \frac{a_{-n}}{2}$ Với $n < 0$

$C_n = \frac{2}{\pi}$

Trong trường hợp này, C_n là số thực. Nên chỉ cần vẽ một đồ hình.



Hình 2.4: Phổ vạch của ví dụ 2 .

BiẾn đỔi Fourrier:

Một tín hiệu không tuần hoàn được xem như là trường hợp giới hạn của một tín hiệu tuần hoàn, trong đó chu kỳ T của tín hiệu tiến đến ∞. Nếu chu kỳ tiến đến ∞, tần số căn bản F_0 tiến đến 0. Các họa tần khép lại với nhau và, trong giới hạn, tổng chuỗi Fourrier biểu diễn cho s(t) sẽ trở thành một tích phân.

$$F\ [s(t)] = S(f) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft}\ dt \qquad (2.10)$$

F [.] kí hiệu cho biến đổi Fourrier của [.].

Nó còn được gọi là phổ - hai - phía (Two - Side - Spectrum) của s(t), vì cả hai thành phần tần số dương và âm đều thu được từ (2.10). Giả sử s(t) là một hàm thực (vật lý).

Một cách tổng quát, S(f) là một hàm phức theo tần số. S(f) có thể phân làm hai hàm thực X(f) và Y(f) :

$$S(f) = X(f) + jY(f) \qquad (2.11)$$

Dạng trên gọi là dạng Cartesian, vì S(f) có thể được biểu diễn trong một hệ trục tọa độ Descartes. Cũng có thể biểu diễn S(f) trong một hệ trục cực. Khi đó, cặp hàm thực sẽ trình bày suất và pha.

$$S(f) = |S(f)|\ e^{j\theta(f)} \qquad (2.12)$$

Với :

$$|S(f)| = \sqrt{X^2(f) + Y^2(f)} \qquad (2.13)$$

và:

$$\theta(f) = \tan^{-1}\left(\frac{Y(f)}{X(f)}\right) \qquad (2.14)$$

Dạng trên đây còn gọi là dạng cực (Polar form).

Để xác định những tần số nào hiện hữu, ta khảo sát phổ của xuất $|S(f)|$. (Đôi khi gọi tắt là " Phổ ").

Phổ của một dạng sóng (dòng hay thế) có thể thu được từ những phép tính toán học. Nó không xuất hiện một cách vật lý trong các mạch điện thực tế. Tuy nhiên có thể dùng Spectrum Analyser để quan sát một cách gần đúng.

* Để phục hồi lại s(t) từ biến đổi Fourrier của nó, ta tính tích phân sau:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft}\, dt = F^{-1}[S(f)] \qquad (2.15)$$

Phương trình này thường gọi là biến đổi ngược của S(f). Hai hàm s(t) và S(f) tạo thành một **cặp biến đổi Fourrier**. Trong đó, s(t) diễn tả trong phạm vi thời gian, còn S(f) diễn tả trong phạm vi tần số.

Ký hiệu cho một cặp biến đổi Fourrier :

Hoặc

$$S(f) \leftrightarrow s(t)$$
$$s(t) \leftrightarrow S(f) \qquad (2.16)$$

Nếu tín hiệu hoặc nhiễu được mô tả trong phạm vi này, thì sự mô tả tương ứng trong phạm vi kia sẽ được biết nhờ cách dùng (2.10) hoặc (2.15).

Dạng sóng s(t) có thể biến đổi Fourrier được nếu nó thỏa các điều kiện Dirichelet. Tuy nhiên, tất cả các dạng sóng vật lý trong kỷ thuật đều thỏa các điều kiện đó.

Ví dụ 3: Phổ của một xung expo.

Đặt s(t) là một xung expo tắt (Decaying Exponential Pulse) bị ngắt (Switched) tại t = 0.

$$s(t) = \begin{cases} e^{-t} & , t > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \qquad (2.16)$$

Phổ của xung này có được bằng dùng phép biến đổi Fourrier.

$$S(f) = \int_{0}^{\infty} e^{-j2\pi ft}\, dt$$

$$S(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f} \qquad (2.17)$$

Phổ của S(f) có thể tính bằng cách hữu tỷ hóa mẫu số (2.17)

$$X(f) = \frac{1}{1 + (2\pi f)^2} \qquad \text{Và} \qquad Y(f) = \frac{-2\pi f}{1 + (2\pi f)^2}$$

Và dạng cực:

$$|S(f)| = \sqrt{\frac{1}{1+(2\pi f)^2}} \quad ; \quad \theta(f) = \tan^{-1}(2\pi f)$$

Cặp Fourrier trong ví dụ trên:

$$\begin{Bmatrix} e^{-t} & , t>0 \\ 0 & , t<0 \end{Bmatrix} \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{1+j2\pi f} \tag{2.18}$$

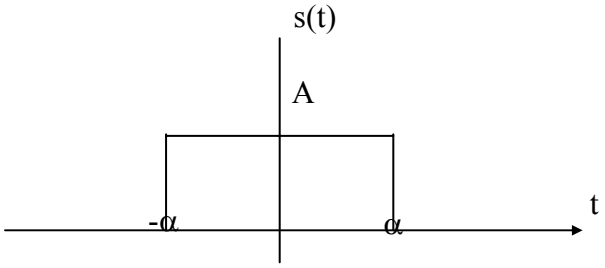
Các hàm kỲ dỊ: (Singnlarity Functions).

Ta phải đưa vào một loại hàm mới trước khi nói đến những ứng dụng của lý thuyết Fourrier. Loại hàm này nổi lên bất cứ lúc nào ta phân giải các loại hàm tuần hoàn. Đó là một phần của nhóm các hàm kỳ dị. Chúng có thể những chuyển hóa của hàm nấc đơn vị.

1. Ví dụ 4. Biến đổi Fourrier của hàm cổng (Gating Function):

Tìm biến đổi của s(t), trong đó:

$$s(t) = \begin{cases} A & , |t| > \alpha \\ 0 & , \text{Phaïm vi khaùc} \end{cases} \tag{2.19}$$



Hình 2.5 Tín hiệu s(t).

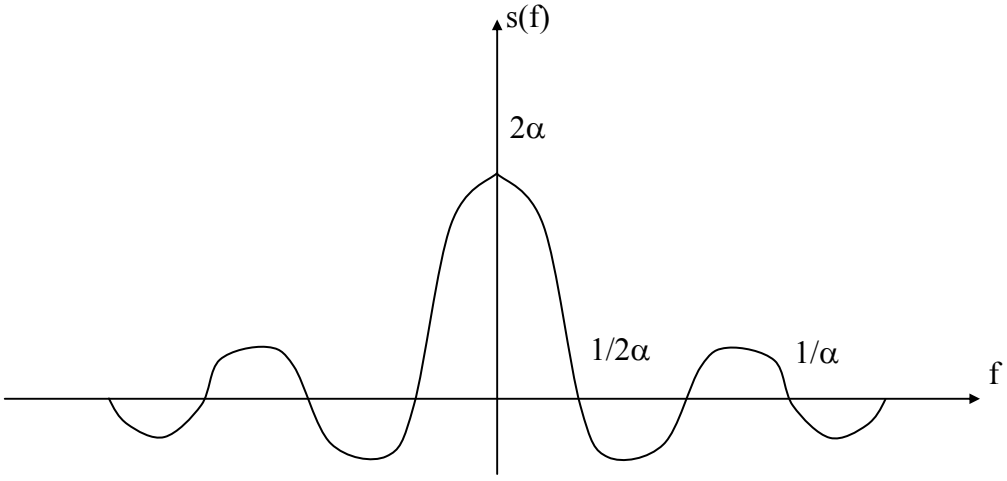
* Từ định nghĩa của biến đổi Fourrier.

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft}\,dt$$

$$= \int_{-\alpha}^{\alpha} A.e^{-j2\pi ft}\,dt = -A\frac{e^{j2\pi ft}}{j2\pi f}\Bigg|_{-\alpha}^{\alpha}$$

$$= A\frac{e^{j2\pi f\alpha} - e^{-j2\pi f\alpha}}{j2\pi f} \tag{2.20}$$

$$= \mathbf{A}\frac{\sin 2\pi f\alpha}{\pi f}$$



Hình 2.6 Anh của s(t) trong biến đổi Fourier.

Những hàm thuộc loại trên đây rất phổ biến trong kỷ thuật thông tin. Để tránh lập lại hàm này ta định nghĩa hàm Sa(x) như sau:

$$Sa(x) \triangleq \frac{\sin x}{x} \tag{2.21}$$

Khi đó (2.20) được viết lại:

$$S(f) = 2A\alpha \,.\, Sa(2\pi f\alpha) \tag{2.22}$$

2. Hàm xung lực (Impulse).

Bây giờ ta muốn tìm biến đổi Fourrier của 1 hằng, s(t) = A, với mọi t. Ta có thể xem nó là giới hạn của xung g(t) khi $\alpha \to \infty$. Ta cố gắng theo cách quanh co này, vì kỷ thuật trực tiếp thất bại trong trường hợp này.

Khi áp s(t) = A vào tích phân định nghĩa, ta có:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-j2\pi ft}\, dt \tag{2.23}$$

Tích phân này không hội tụ. Từ (2.6), ta thấy khi $\alpha \to \infty$, biến đổi Fourier tiến đến vô cực tại gốc và những điểm cắt trục zero trở nên cách nhau vô cùng lớn. Như vậy, trong giới hạn, chiều cao của biến đổi Fourrier tiến đến vô cực, còn bề rộng thì đến zero. Điều này nghe buồn cười ! Nhưng nó không phải là một hàm thực sự với mọi lúc vì nó không được xác định tại f = 0. Nếu ta có nói bất cứ điều gì về biến đổi Fourrier của một hằng, ta phải thay đổi cách nghĩ.

Sự thay đổi đó bắt đầu bằng cách định nghĩa một " hàm " mới đặt tên là xung lực (mà nó không phải là một hàm thực sự tại mọi lúc). Ký hiệu là δ(t).

Định nghĩa của xung lực được tạo bởi 3 quan sát đơn giản. Hai trong số đó đã nói đến rồi, đó là:

$$\begin{aligned} \delta(t) &= 0 \qquad , t \neq 0 \\ \delta(t) &\to \infty \qquad , t = 0 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Tính chất thứ 3 là diện tích tổng dưới dạng xung lực là đơn vị:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1 \qquad (2.25)$$

Vì tất cả diện tích của δ(t) tập trung tại một điểm, những giới hạn trên tích phân có thể chuyển về gốc mà không làm thay đổi giá trị của tích phân. Vậy:

$$\int_{a}^{b} \delta(t)\ dt = 1 \qquad a<0\ ;\quad b>0 \qquad (2.26)$$

Ta có thể thấy rằng tích phân của δ(t) là u(t), hàm nấc đơn vị:

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\ d\tau = \begin{cases} 1 & ,\ t>0 \\ 0 & ,\ t<0 \end{cases} = u(t) \qquad (2.27)$$

Bây giờ ta tính tích phân của một hàm bất kỳ với δ(t).

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\delta(t)\ dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(0)\delta(t)\ dt \qquad (2.28)$$

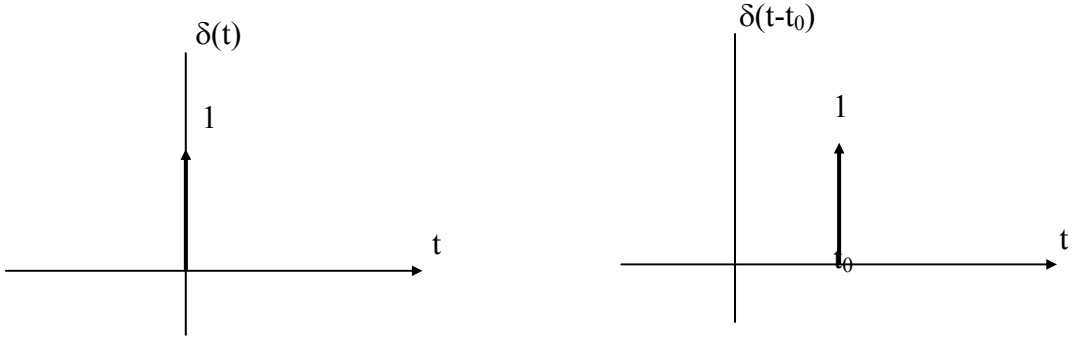
Ở (2.28) ta đã thay s(t) bởi một hàm không đổi, bằng với s(0) mà không làm thay đổi tích phân. Ta nhớ rằng vì δ(t) = 0 với mọi t ≠ 0. Vì thế tích của δ(t) với một hàm bất kỳ chỉ phụ thuộc trị giá của hàm đó tại t = 0. Với hàm không đổi (theo thời gian) được chọn, ta có thể đem nó ra ngoài dấu tích phân.

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\delta(t)\ dt = s(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\ dt = s(0) \qquad (2.29)$$

Đây là một kết quả có ý nghĩa, và nó được xem như là **đặc tính mẫu** (Sampling Property) của xung lực.

Nếu đổi các biến số, sẽ có một xung bị dời (Shifted Impules) với đặc tính mẫu tương tự.

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\delta(t-t_0)\ dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(k+t_0)\delta(k)\ dk = s(t_0) \qquad (2.30)$$



Hai hình vẽ trên trình bày δ(t) và δ(t - t_0). Mũi tên hướng lên để chỉ trị giá tiến đến vô cực. Số 1 bên cạnh mũi tên để chỉ diện tích toàn phần của xung lực.

Ví dụ 5: Tính các tích phân sau:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\left[t^2+1\right]\,dt$

b) $\int_{-1}^{2} \delta(t-1)\left[t^2+1\right]\,dt$

c) $\int_{3}^{5} \delta(t-1)\left[t^3+4t+2\right]\,dt$

d) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(1-t)\left[t^4+2\right]\,dt$

Giải:

a) Áp dụng trực tiếp đặc tính mẫu:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\left[t^2+1\right] = s(0) = 0^2 + 1 = 1$$

b) Vì xung lực rơi vào khoảng của tích phân: Từ phương trình (2.30)

$$\int_{-1}^{2} \delta(t-1)\left[t^2+1\right]\,dt = s(1) = 1^2 + 1 = 2$$

c) Xung lực xảy ra ở t = 1, nằm ngoài khoảng của tích phân. Vậy:

$$\int_{3}^{5} \delta(t-1)\left[t^3+4t+2\right]\,dt = 0$$

d) δ(1 - t) rơi tại t = 1 vì đó là giá trị của t làm cho suất bằng zero. Vậy:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(1-t)\left[t^4+2\right]\,dt = 1^4 + 2 = 3$$

* Bây giờ ta tìm biến đổi Fourrier của một xung lực:

$$\delta(t) \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft}\,dt = e^0 = 1 \qquad (2.31)$$

* Ta trở lại tính biến đổi của 1 hằng, s(t) = A. Ta dễ thấy là tích phân xác định không hội tụ.

$$A \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} A\, e^{-j2\pi ft}\,dt \qquad (2.32)$$

Với f $\neq$ 0, tích phân này bị giới hạn bởi $\frac{A}{\pi f}$.

Với f = 0 tích phân sẽ ?

* Vì tích phân định nghĩa biến đổi Fourrier và tích phân để tính biến đổi ngược thì tương tự, nên ta có thể phỏng đoán rằng biến đổi của một hằng là 1 xung lực. Đó là vì, một xung lực biến đổi thành một hằng, vậy một hằng sẽ biến đổi thành một xung lực.

Ta hãy tìm biến đổi ngược của một xung.

$$\delta(f) \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f) e^{j2\pi ft}\, df = 1 \qquad (2.33)$$

Như vậy, điều phỏng đoán của ta là đúng! Biến đổi ngược của δ(f) là một hằng, vậy ta có:

$$A \leftrightarrow A\delta(f) \qquad (2.34)$$

*** Nếu ta biến đổi ngược 1 xung lực bị dời, ta khai triển cặp biến đổi sau:**

$$Ae^{j2\pi fot} \leftrightarrow A\delta(f - f_0) \qquad (2.35)$$

Ví dụ 6: Tìm biến đổi Fourrier của $s(t) = \cos 2\pi f_0 t$

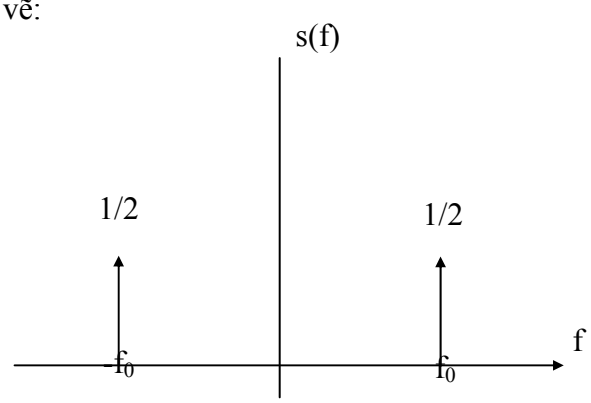
Giải: Dùng công thức Euler, để khai triển hàm cosin:

$$\cos 2\pi f_0 t = \frac{1}{2} e^{j2\pi fot} + \frac{1}{2} e^{-j2\pi fot}$$

Biến đổi Fourrier của s(t) là tổng các biến đổi của 2 hàm expo. Từ (2.34)

$$\cos 2\pi f_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2}\delta(f - f_0) + \frac{1}{2}\delta(f + f_0) \qquad (2.36)$$

Biến đổi này được vẽ:



Hình 2.8 Biến đổi Fourier của $\cos 2\pi f_0 t$.

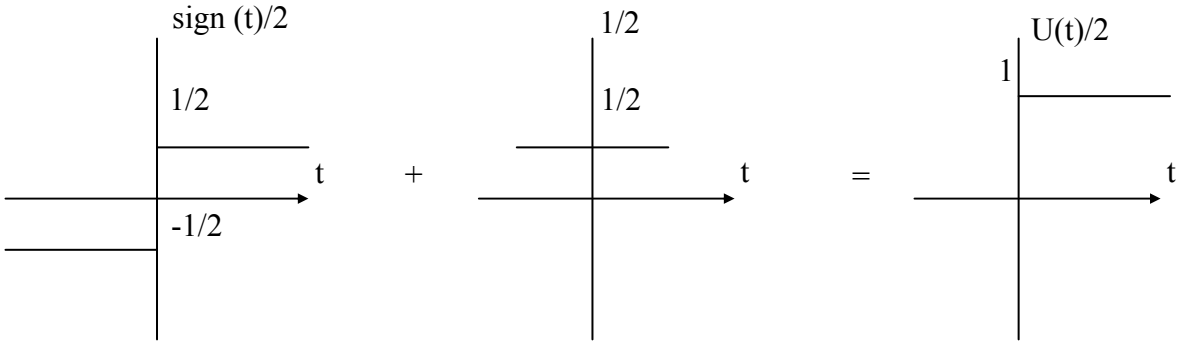
3. Hàm nấc đơn vị (Unit step function).

Một cặp biến đổi khác mà ta sẽ nói đến, là hàm nấc đơn vị. Ở đây, một lần nữa, ta lại gắn hàm vào định nghĩa của phép biến đổi, tích phân không hội tụ. Ta lại dùng đến kỷ thuật phỏng đoán. Và do sự không liên tục của hàm nấc, kỷ thuật này trở nên có nhiều hy vọng. Phép biến đổi thì tương đối dễ tính khi ta thực hiện như sau:

$$u(t) = \frac{1+\mathrm{Sgn}(t)}{2} \qquad (2.37)$$

Trong đó, hàm Sgn được định nghĩa bởi:

$$\mathrm{Sgn}(t) \triangleq \begin{cases} +1 & , t>0 \\ -1 & , t<0 \end{cases} \qquad (2.38)$$

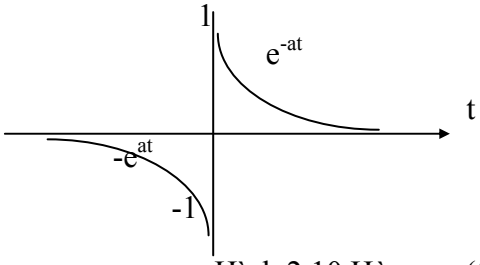


Hình 2.9 Tín hiệu của hàm dốc.

Biến đổi của $\frac{1}{2}$ là $\frac{1}{2}\delta(t)$.

Biến đổi của hàm Sgn(t) có thể tính bằng cách xem nó như là một giới hạn của hàm expo.

$$\mathrm{Sgn}(t) = \lim_{a\to 0} [\, e^{-a|t|}\ \mathrm{Sgn}(t)\,]$$



Hình 2.10 Hàm sgn(t).

Ta có: $$F[\,Sgn(t)\,] = \lim_{a\to 0} F\,[\,e^{-a|t|}\,Sgn(t)\,] \qquad (3.39)$$

$$= \lim_{a\to 0}\left[\frac{1}{j2\pi f + a} + \frac{1}{j2\pi f - a}\right] = \frac{1}{j\pi f}$$

Biến đổi của hàm nấc đơn vị được cho bởi phương trình (2.40)

$$u(t) \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2}\delta(f) \qquad (2.40)$$

Phép chỒng (CONVOLUTION)

Phép chồng 2 hàm r(t) và s(t) được định nghĩa bởi thuật toán tích phân:

$$r(t) * s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)s(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)r(t-\tau)\,d\tau \qquad (2.41)$$

Ký hiệu * thì được qui ước và đọc " r(t) chồng với s(t) ".

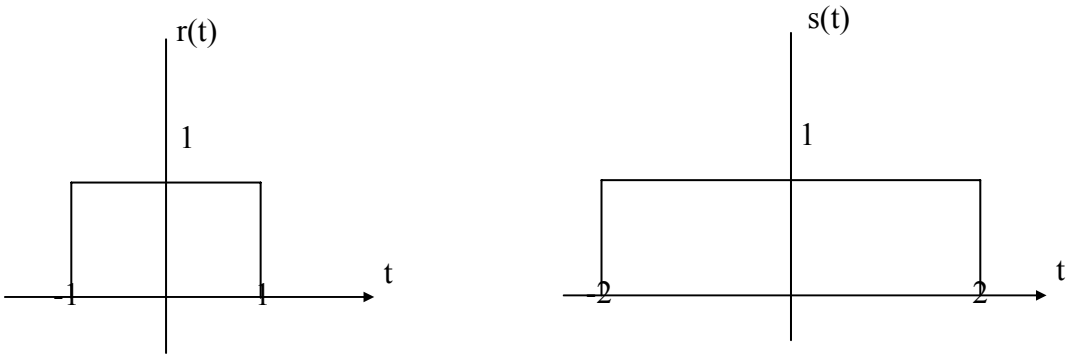
Tích phân thứ hai là kết quả từ sự đổi biến số và chứng tỏ rằng phép chồng có tính giao hoán vậy:

$$r(t) * s(t) = s(t) * r(t).$$

Nhớ là phép chồng 2 hàm của t là một hàm của t. τ là một biến số giả do tích phân mà ra.

Một cách tổng quát, tích phân của phương trình (2.41) thì rất khó tính.

Ví dụ 7: Tính phép chồng của r(t) với s(t). Trong đó, r(t) và s(t) là những xung vuông được vẽ như hình.



Hình 2.11 Dạng tín hiệu r(t) và s(t).

Giải:

Các hàm có thể viết dưới dạng:

$$r(t) = u(t+1) - u(t-1)$$

$$s(t) = u(t + 2) - u(t - 2)$$

Trong đó, u(t) là hàm nấc định nghĩa bởi:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & , t > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

Phép chồng

$$r(t) * s(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) s(t - \tau)\, d\tau$$

Ta thấy rằng:

$$r(\tau) = u(\tau + 1) - u(\tau - 1)$$

và:

$$s(t - \tau) = u(t - \tau + 2) - u(t - \tau - 2)$$

$$r(\tau)\, s(t-\tau) = u(\tau+1)u(t-\tau+2) - u(\tau+1)u(t-\tau-2) - u(\tau-1)u(t-\tau+2) + u(\tau-1)u(t-\tau-2)$$

Như vậy, tích phân được tính thành từng phần:

$$r(t) * s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau+1)u(t-\tau+2)\, d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau+1)u(t-\tau-2)\, d\tau$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau-1)u(t-\tau+2)\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau-1)u(t-\tau-2)\, d\tau$$

Bây giờ, ta nhớ rằng u (τ + 1) thì bằng zero với τ < -1 và u (τ - 1) thì bằng zero với t < 1. Như vậy, những giới hạn của tích phân được thu lại:

$$r(t) * s(t) = \int_{-1}^{\infty} u(t-\tau+2)\, d\tau - \int_{-1}^{\infty} u(t-\tau-2)\, d\tau$$

$$- \int_{1}^{\infty} u(t-\tau+2)\, d\tau + \int_{1}^{\infty} u(t-\tau-2)\, d\tau$$

Ta đã thay một của các hàm nấc bằng trị giá của nó (là 1) trong khoảng mà nó áp dụng. Bây giờ, ta cố gắng tính từng tích phân. Nhớ là:

$$u(t - \tau + 2) = 0 \qquad , \tau > t + 2$$

và $u(t - \tau - 2) = 0 \qquad , \tau > t - 2$

Ta có:

$$\int_{-1}^{\infty} u(t-\tau+2)\, d\tau = \int_{-1}^{t+2} d\tau = t + 3$$

(Vì rằng t + 2 > -1 hoặc t > -3. Ở khoảng khác, tích phân là zero).

- Nếu t - 2 > -1 hoặc t > 1,

$$\int_{-1}^{\infty} u(t-\tau-2)\,d\tau = \int_{-1}^{t-2} d\tau = t-1$$

- Nếu t + 2 > +1 hoặc t > -1,

$$\int_{1}^{\infty} u(t-\tau+2)\,d\tau = \int_{1}^{t+2} d\tau = t+1$$

- Nếu t - 2 > 1 hoặc t > 3,

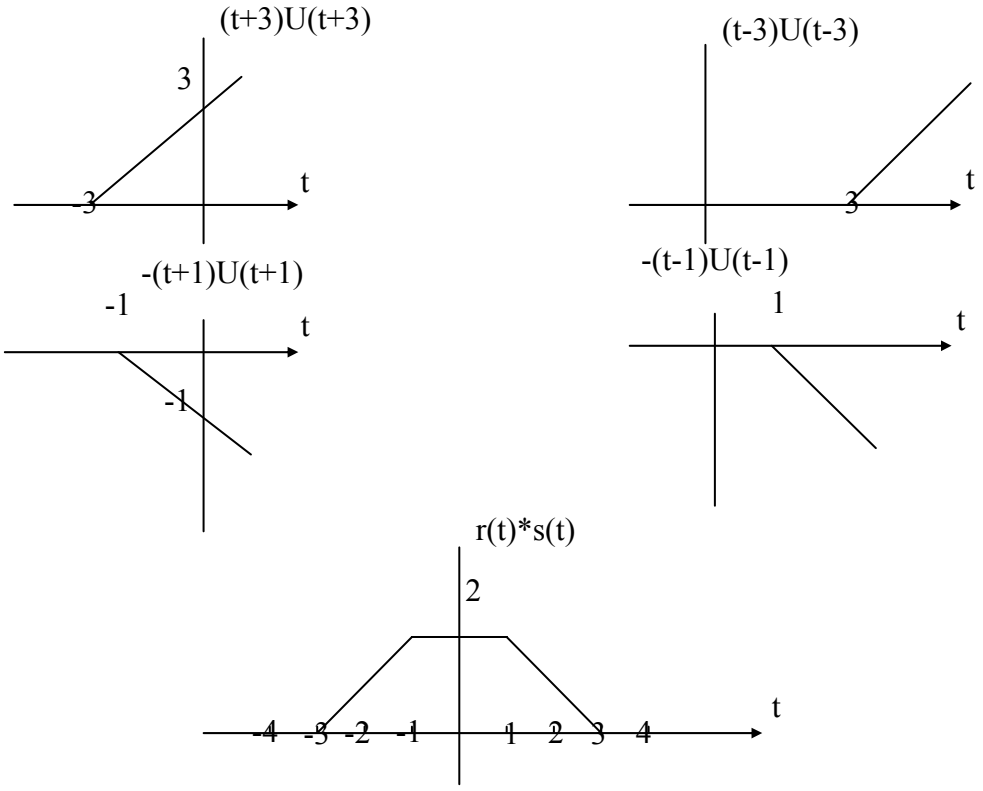
$$\int_{1}^{\infty} u(t-\tau-2)\,d\tau = \int_{1}^{t-2} d\tau = t-3$$

Dùng 4 kết quả đó ta có:

$$r(t) * s(t) = (t+3)u(t+3) - (t-1)u(t-1) - (t+1)u(t+1) + (t-3)u(t-3)$$

Bốn số hạng này và tổng của chúng được vẽ như hình dưới đây. Từ ví dụ khiêm tốn này, ta có thể thấy rằng nếu r(t) hoặc s(t) chứa hàm nấc, thì cách tính phép chồng trở nên rất lúng túng.

Hình 2.12 Phép chồng của tín hiệu r(t) và tín hiệu s(t).

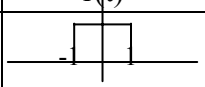
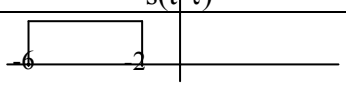
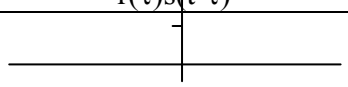
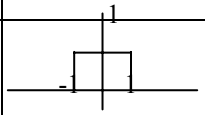
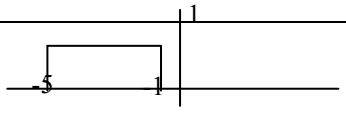
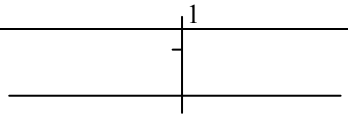
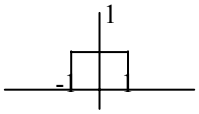
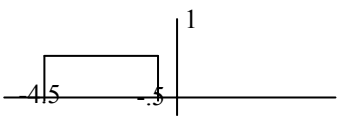
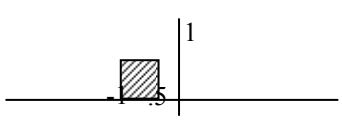
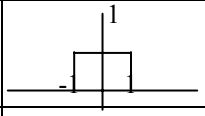
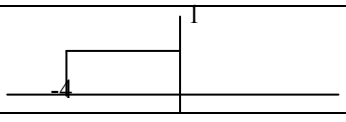
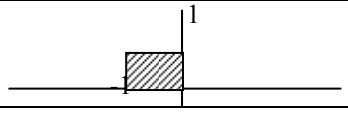
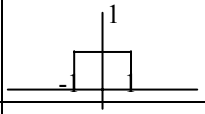
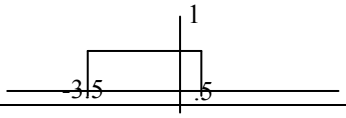
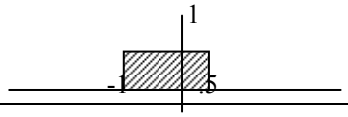
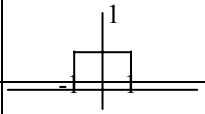
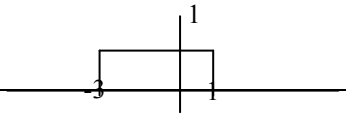
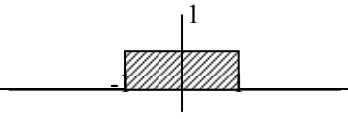
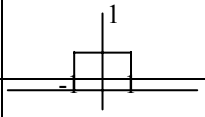
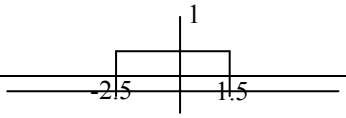
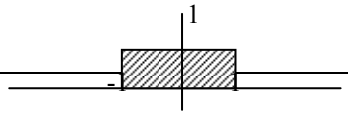
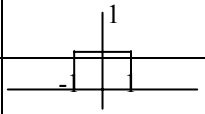
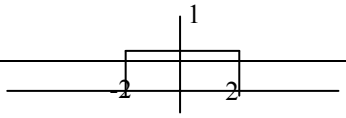
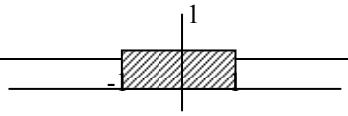
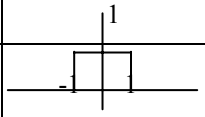
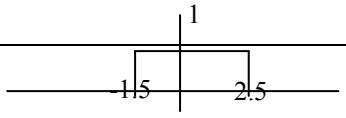
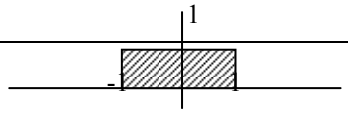
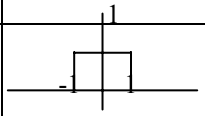
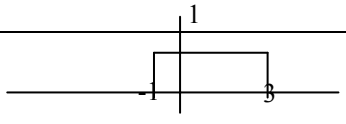
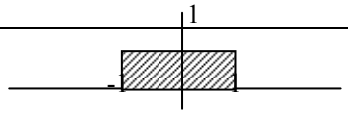
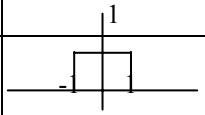
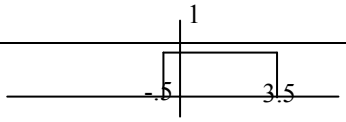
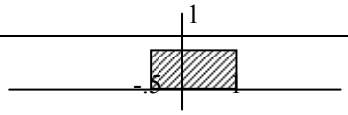
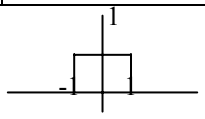
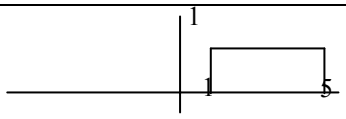
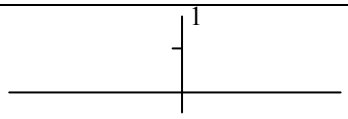


Phép chỒng đỒ hình (Graphical convolution)

Nếu r(t) và s(t) quá phức tạp, hoặc dạng sóng không được biết chính xác, ta có thể dùng phép chồng đồ hình. Phương pháp này dùng những quan sát và kiểm tra tổng quát mà không phải tính chi tiết các tích phân. Trong nhiều áp dụng thông tin, phương pháp này thì đủ mà không cần thiết phải tính một phép chồng chính xác.

Ví dụ 8: Dùng phép chồng đồ hình cho 2 hàm ở ví dụ 7.

Hình 2.13 Phép chồng đồ hình cho hai hàm ở ví dụ 7.

t	r(τ)	s(t-τ)	r(τ)s(t-τ)	Diện tích
-4				0
-3				0
$-2\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$
2				1
$-1\frac{1}{2}$				$1\frac{1}{2}$
-1				2
$-\frac{1}{2}$				2
0				2
$\frac{1}{2}$				2
1				2
$\frac{3}{2}$				$1\frac{1}{2}$
3				0
				

Ảnh qua gương của s(τ) là s(- τ). Đó là s(τ) được phản xạ qua trục đứng.

Với một t cho sẵn, ta lập s(t - τ), biểu diễn cho hàm s(- τ) bị dời về phía phải bởi t. Sau đó, ta lấy tích số:

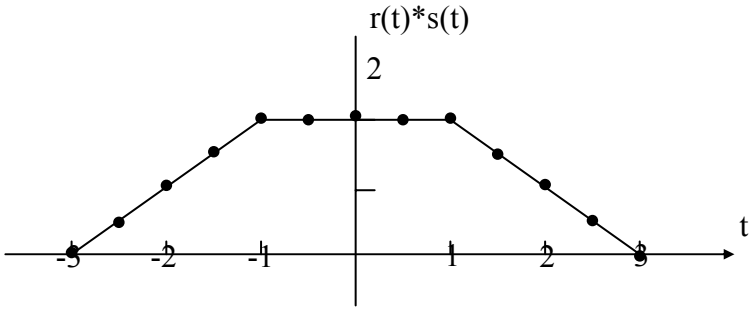
$$r(t)\ s(t)(\ t - \tau\ )$$

Và lấy tích phân của tích số này (chính là tìm diện tích) để có được trị giá của phép chồng ứng với trị giá của t.

Hình trên đây trình bày 12 khung của sự dời hình. Với ví dụ đặc biệt này, không bắt buộc s(t) phải phản xạ để có ảnh qua gương, vì s(t) là một hàm chẵn.

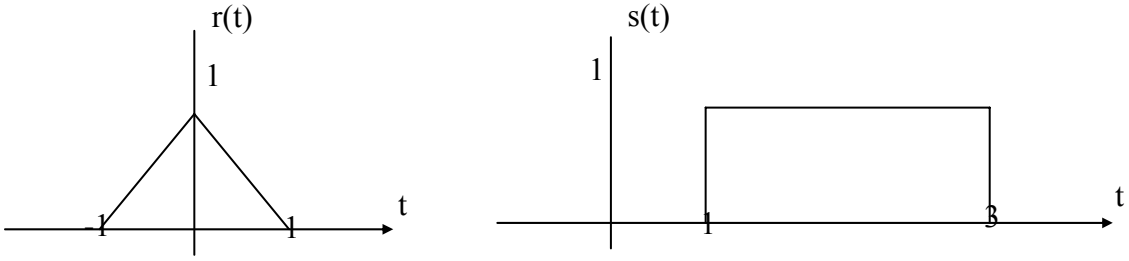
Nhớ là diện tích của tích số biểu diễn cho trị giá của phép chồng. Diện tích này được vẽ thành một chuỗi các điểm. Có thể thấy là kết quả giống như ở ví dụ 7.

Đường nối các điểm là đường thẳng. Điều đó hiển nhiên, vì phép chồng trở thành tích phân của một hằng. Kết quả cho một hàm dốc (Ramp Function).



Hình 2.14 Kết quả phép chồng đồ hình của s(t) và r(t).

Ví dụ 9: Tính phép chồng (bằng đồ hình) của 2 hàm sau đây: (Sinh viên tự giải)

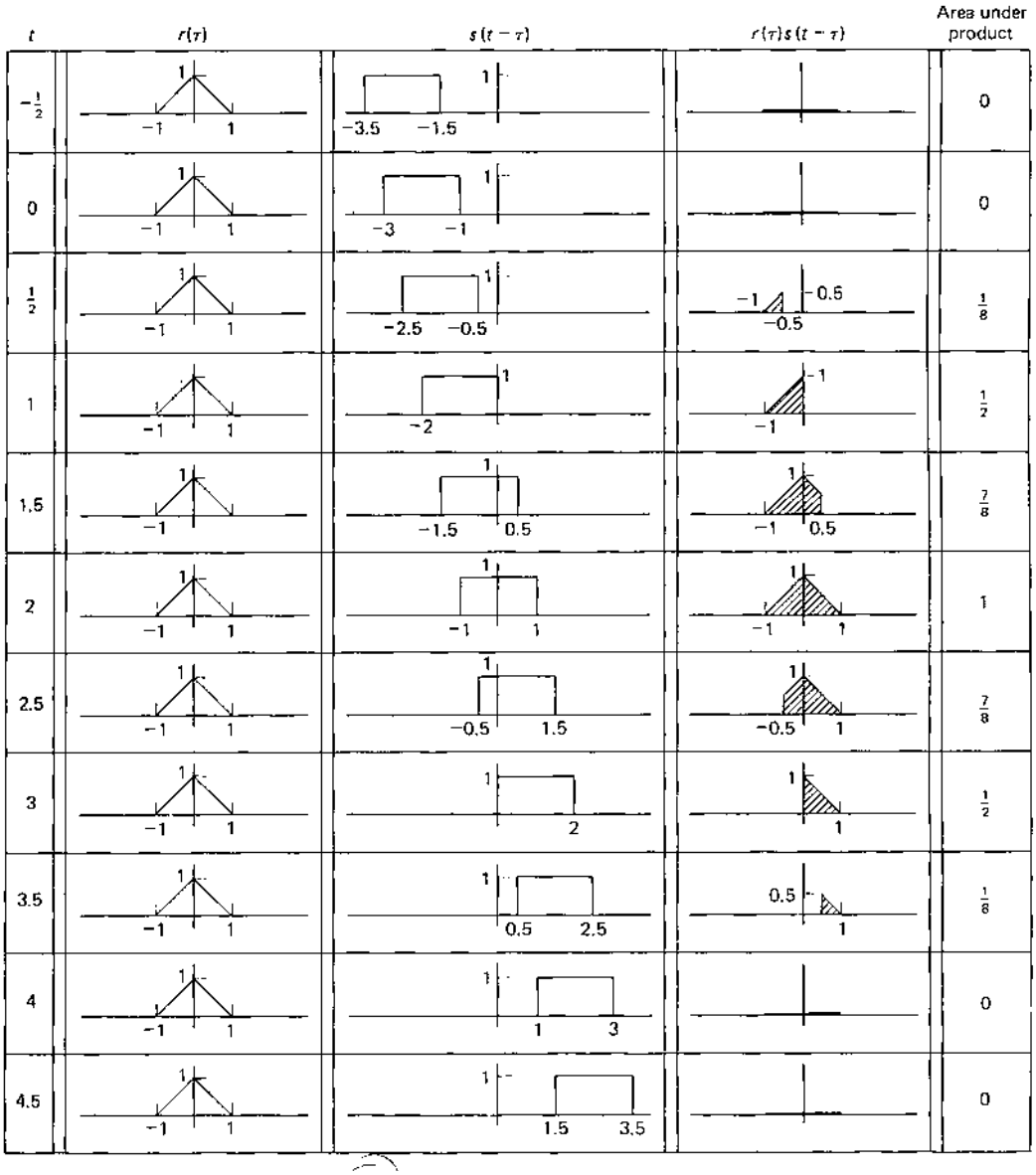


Hình 2.15 Tín hiệu s(t) và r(t) .

Bây giờ ta xem phép chồng của một hàm bất kỳ với xung lực δ(t).

$$\delta(T) * s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)s(t-\tau)\,d\tau = s(t-0) = s(t) \qquad (2.42)$$

Như vậy một hàm bất kỳ chồng với một xung lực thì giữ nguyên không thay đổi.



Hình 2.16 Kết quả phép chồng đồ hình của s(t) và r(t)

Nếu ta chồng s(t) với xung lực bị dời (Shifted) $\delta(t - t_0)$, ta thấy:

$$\delta(t - t_0) * s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) s(t - \tau)\, d\tau = s(t - 0) = s(t - t_0) \qquad (2.43)$$

Tóm lại, phép chồng s(t) với một xung lực không làm thay đổi dạng hàm của s(t). Có thể chỉ gây nên một sự dời thời gian trong s(t) nếu xung lực không xảy ra tại t = 0.

Giờ ta đã có khái niệm về thuật toán gọi là " phép chồng ". Ta hãy trở lại phép biến đổi Fourrier. ***Định lý về phép chồng***:

Nếu $r(t) \leftrightarrow R(f)$

Và $s(t) \leftrightarrow S(f)$

Thì: $r(t) * s(t) \leftrightarrow R(f).\ S(f)$ (2.44)

Có thể chứng minh trực tiếp định lý bằng cách tính biến đổi Fourrier của phép chồng.

Ta cũng có thể chứng minh:

$$R(f) * S(f) \leftrightarrow r(t) \,.\, s(t) \qquad (2.45)$$

Bằng cách tính biến đổi Fourrier ngược.

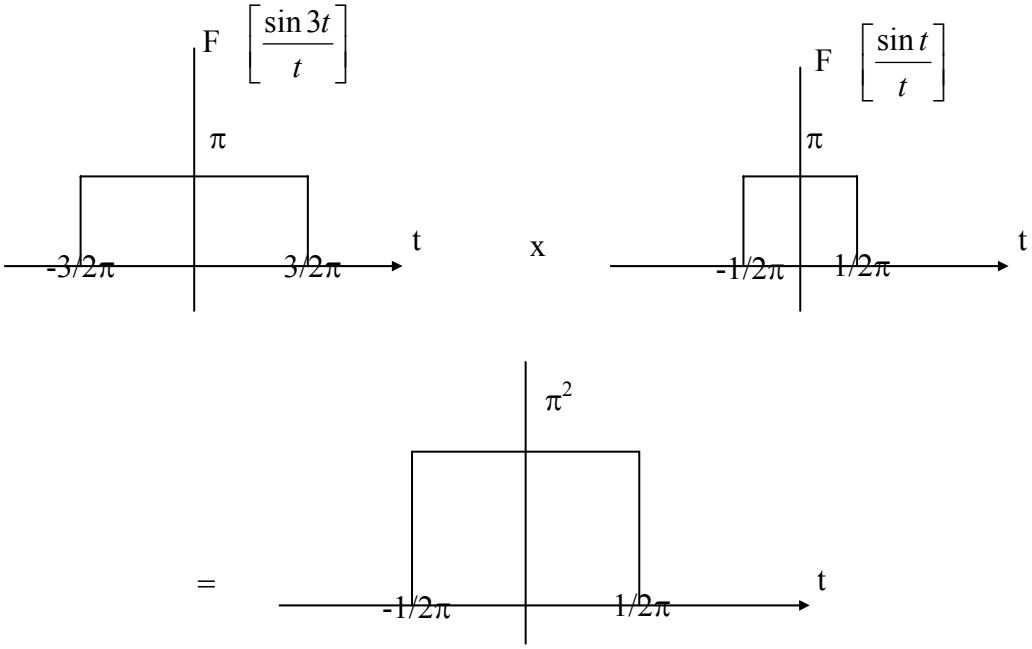
Ví dụ 9: Dùng định lý phép chồng để tính tích phân sau:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 3\tau}{\tau} \, \frac{\sin(t-\tau)}{t-\tau} \, d\tau$$

Giải:

Tích phân trên biểu diễn phép chồng của 2 hàm theo thời gian:

$$\sin\frac{3t}{2} * \frac{\sin t}{t}$$



Biến đổi Fourrier của tích phân là tích của biến đổi Fourrier của 2 hàm. Hai biến đổi này có thể xem ở bảng phụ lục.

Hình 2.17 Tích của hai biến đổi Fourier từ s(t) và r(t).

Lấy biến đổi Fourrier ngược của tích này, ta sẽ có kết quả của phép chồng. Đó là:

$$\frac{\pi \sin t}{t}$$

ĐỊnh lý PaRseval

Dạng sóng của một hàm và của biến đổi Fourrier của nó thì rất ít giống nhau. Tuy nhiên, một vài hệ thức hiện hữu giữa năng lượng của một hàm thời gian và năng lượng của biến đổi Fourrier của nó.

Dùng " năng lượng " để chỉ tích phân của bình phương của hàm. Từ này được dùng và nó biểu diễn trị giá năng lượng (watt - sec) tiêu tán trong điện trở 1Ω nếu tín hiệu là điện thế hoặc dòng điện ngang qua điện trở.

Ta có:

$$r(t)\, s(t) \leftrightarrow R(f) * S(f)$$

$$F[\, r(t)\, s(t)\,] = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)s(t)e^{-j2\pi ft}\, dt \qquad (2.46)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} R(k)S(f-k)\, dk$$

Vì đẳng thức này đúng với mọi f, ta đặt f = 0. Khi đó:

$$\int_{-\infty}^{\infty} r(t)s(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} R(k)S(-k)\, dk \qquad (2.47)$$

Biểu thức (2.47) là một dạng của công thức Paseval. Nó liên quan đến năng lượng nên ta xét trường hợp đặc biệt:

$$s(t) = r^*(t)$$

r*(t) là liên hợp của r(t).

F [r*(t)] cho bởi liên hợp của biến đổi Fourrier, bị phản xạ qua trục dọc. Đó là R*(-f).

Dùng kết quả của (2.47), ta được:

$$\int_{-\infty}^{\infty} r^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left|R^2(f)\right| df \qquad (2.48)$$

Phương trình (2.48) chứng tỏ rằng năng lượng của hàm theo t thì bằng với năng lượng của biến đổi Fourrier của nó.

NHỮNG tính chẤt cỦa biẾn đỔi Fourrier

1. Thực / ảo - Chẵn / lẻ.

Bảng sau đây tóm tắt những tính chất của biến đổi Fourrier dựa trên sự quan sát quan sát hàm theo t.

	Hàm thời gian	Biến đổi Fourrier
A	Thực	Phần thực chẵn - Phần ảo lẻ
B	Thực và chẵn	Thực và chẵn
C	Thực và lẻ	Ảo và lẻ
D	Ảo	Phần thực lẻ - Phần ảo chẵn
E	Ảo và chẵn	Ảo và chẵn

F	Ảo và lẻ	Thực và lẻ

Có thể dùng công thức Euler để chứng minh:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos 2\pi ft\, dt - j \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin 2\pi ft\, dt$$

$$= R + j\, X$$

R là một hàm chẵn của f vì khi f được thay bằng -f thì hàm không đổi. Tương tự, X là một hàm lẻ của f.

Nếu s(t) giả sử là thực, R trở thành phần thực của biến đổi và X là phần ảo. Vậy tính chất A đã được chứng minh.

Nếu s(t) thực và chẵn, thì X = 0. Điều này đúng vì X lẻ (tích của hàm chẵn và lẻ) và tích phân là 0. Vậy tính chất B đã được chứng minh.

Nếu s(t) thực và lẻ, R = 0. (Tính chất C).

Nếu s(t) ảo, X trở thành phần ảo của biến đổi và R là phần thực. Từ quan sát đơn giản đó, các tích chất D, E, F dễ dàng được chứng thật.

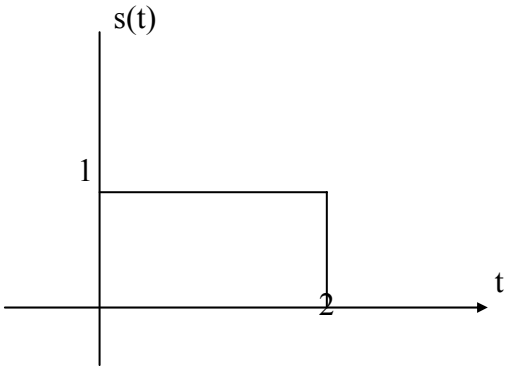
2. Dời thời gian (Time Shift).

Biến đổi Fourrier của một hàm thời gian bị dời thì bằng với biến đổi của hàm thời gian gốc nhân bởi một hàm expo phức.

$$e^{-j2\pi f_0 t}\, S(f) \leftrightarrow s(t - t_0) \qquad (2.49)$$

Ví dụ 10: Tìm biến đổi Fourrier của:

$$s(t) = \begin{cases} 1 & ,\ 0 < t < 2 \\ 0 & ,\ \text{phá ö khaùc} \end{cases}$$



Hình 2.18 Dạng tín hiệu s(t).

Giải: Từ định nghĩa ta có:

$$S(f) = \int_0^2 e^{-j2\pi ft}\, dt = \frac{e^{-j2\pi ft}}{j2\pi f}\left[e^{j2\pi f} - e^{-j2\pi f}\right]$$

$$= e^{-j2\pi f}\,\frac{\sin 2\pi f}{\pi f}$$

Kết quả này có thể thu được từ việc dùng một hàm nấc trong ví dụ 4 và tính chất dời thời gian. s(t) ở ví dụ 10 trên đây thì giống như ở ví dụ 4 (Với A = α = 1), ngoại trừ việc dịch thời gian 1 sec.

4. Dời tần số (Frequency shift).

Hàm theo thời gian tương ứng với một biến đổi Fourrier dời tần thì bằng với hàm theo thời gian của biến đổi không dời tần nhân với 1 hàm expo phức.

$$S(f - f_0) \leftrightarrow e^{j2\pi f_o} s(t) \qquad (2.50)$$

Ví dụ 11: Tìm biến đổi Fourrier của s(t).

$$s(t) = \begin{cases} e^{j2\pi t} & , |t| < 1 \\ 0 & , \text{phần còn khác} \end{cases}$$

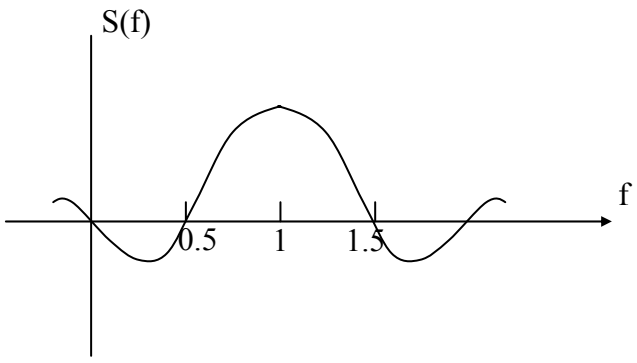
Giải:

s(t) này giống như s(t) ở ví dụ 4 (với A = α = 1), trừ việc nhân với thừa số $e^{j2\pi t}$.

Định lý về sự dời tần được dùng để thấy rằng biến đổi là biến đổi gốc bị dời bởi một đơn vị tần số.

Như vậy, ta lấy biến đổi trong ví dụ 4 và thay thế f - 1 cho f.

$$S(f) = \frac{\sin 2\pi(f-1)}{\pi(f-1)}$$



Hình 2.19 Biến đổi Fourier của tín hiệu s(t).

5. Sự tuyến tính.

Sự tuyến tính là tính chất quan trọng nhất của phép biến đổi Fourrier.

Biến đổi Fourrier của một tổ hợp tuyến tính của các hàm theo thời gian là một tổ hợp tuyến tính của các biến đổi Fourrier tương ứng.

$$as_1(t) + bs_2(t) \leftrightarrow aS_1(f) + bS_2(f) \quad (2.51)$$

Trong đó a, b là những hằng bất kỳ.

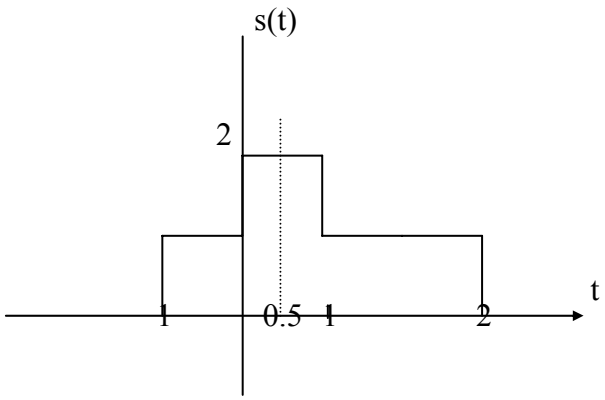
Có thể chứng minh trực tiếp từ định nghĩa của phép biến đổi Fourrier và từ tính chất của tuyến tính của thuật toán tích phân.

$$\int_{-\infty}^{\infty}[as_1(t)+bs_2(t)]e^{-j2\pi ft}\,dt = a\int_{-\infty}^{\infty}s_1(t)e^{-j2\pi ft}dt + b\int_{-\infty}^{\infty}s_2(t)e^{-j2\pi ft}\,dt$$

$$= aS_1(f) + bS_2(f)$$

Ví dụ 12: Tìm biến đổi Fourrier của s(t).

$$s(t) = \begin{cases} 1 & ,-1<t<0 \\ 2 & ,\ 0<t<1 \\ 1 & ,\ 1<t<2 \\ 0 & ,\text{Phá ö khaùc} \end{cases}$$



Hình 2.20 Biến đổi Fourier của tín hiệu s(t).

Giải:

Ta dùng tính chất tuyến tính và thấy rằng s(t) là tổng của hàm trong ví dụ 4 với hàm trong ví dụ 11.

Vậy, biến đổi F cho bởi tổng của hai biến đổi.

$$S(f) = \frac{\sin 2\pi f}{\pi f}\left[1+e^{-j2\pi f}\right]$$

Vì hàm được cho sẽ chẵn nếu bị dời về trái 0,5 sec, ta có thể viết lại.

$$S(f) = 2\frac{\sin 2\pi f\cos\pi f}{\pi f}e^{-j\pi f}$$

ĐỊNh lý vỀ sỰ biẾn điỆu

Định lý này kết hợp chặt chẻ với định lý về sự dời tần.

Cho một hàm s(t) và biến đổi Fourrier của nó. Hàm s(t) nhân với một sóng cosin:

$$s(t)\cos 2\pi f_o t$$

Trong đó, f_0 là tần số của cosin.

Biến đổi Fourrier của dạng sóng này cho bởi:

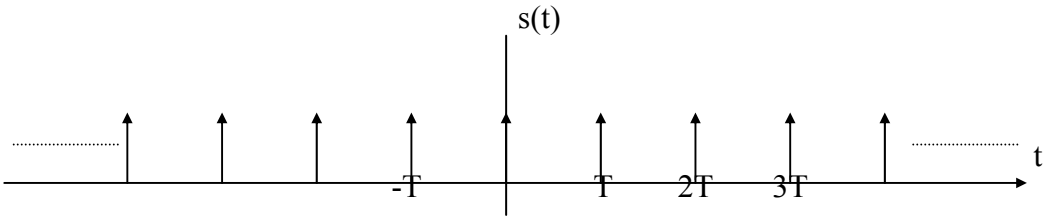
$$F\,[s(t)\cos 2\pi f_0 t\,] = \frac{1}{2}S(f - f_0) + \frac{1}{2}S(f + f_0) \qquad (2.52)$$

Kết quả của sự nhân một hàm theo t với một hàm sin thuần túy là làm dời biến đổi gốc, cả chiều lên và chiều xuống, bởi tần số của hàm sin. (Và cắt biên độ còn phân nữa).

Ta có thể chứng minh trực tiếp từ định lý dời tần. Phân $\cos 2\pi f_0 t$ thành 2 thành phần expo và áp định lý dời tần cho ta thấy rằng biến đổi F của một hàm tuần hoàn theo t là một đoàn xung lực cách đều nhau. Mỗi xung lực có độ lớn (Strength) bằng với hệ số C_n tương ứng.

Ví dụ 12: Tìm biến đổi F của hàm tuần hoàn tạo bởi các xung lực đơn vị như hình vẽ. Hàm cho bởi:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$



Hình 2.21 Hàm tuần hoàn s(t).

Giải:

Biến đổi F cho bởi phương trình (2.53)

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(f - nf_0)$$

Trong đó:

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) e^{-jn2\pi f_0 t}\, dt$$

Trong khoảng của tích phân, sự phân bố của s(t) chỉ do xung lực tại gốc. Vậy:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(t) e^{-jn2\pi f_0 t}\, dt = \frac{1}{T}$$

Cuối cùng, biến đổi F của đoàn xung lực là:

$$S(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f - nf_0)$$

Trong đó $f_0 = \frac{1}{T}$.

Mỗi thành phần:

$$s(t)\cos 2\pi f_0 t = \frac{1}{2}s(t)e^{j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2}s(t)e^{-j2\pi f_0 t}$$

Các hàm tuẦn hoàn

Ở ví dụ 6, ta đã thấy biến đổi F của 1 hàm cosin (f_0) và tại trị âm của tần số này ($-f_0$). Bây giờ, ta sẽ chứng tỏ rằng **biến đổi F của một hàm bất kỳ là một hàm rời rạc của tần số.** Đó là biến đổi thì khác zero chỉ tại những điểm rời rạc dọc theo trục f.

Cách chứng minh dựa vào sự khai triển chuỗi F và sự tuyến tính của phép biến đổi F.

Giả sử ta phải tìm biến đổi F của một hàm tuần hoàn s(t), với chu kỳ T. Ta có thể viết hàm s(t) theo cách biểu diễn chuỗi F phức.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{jn2\pi f_0 t}$$

Trong đó $f_0 = \frac{1}{T}$.

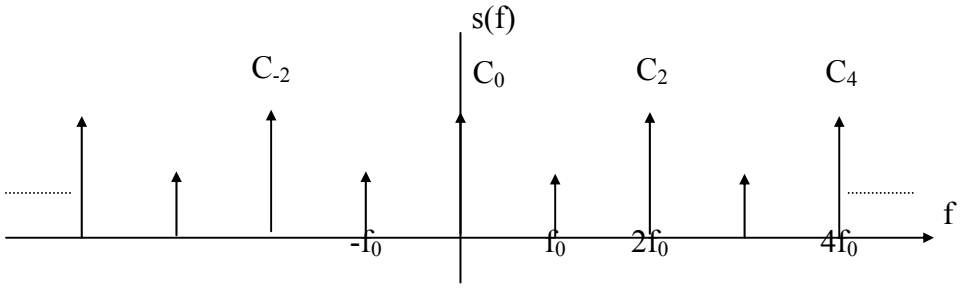
Ta lập một cặp biến đổi:

$$Ae^{j2\pi fot} \leftrightarrow A\delta(f - f_0)$$

Từ cặp này và tính tuyến tính của phép biến đổi F, ta có:

$$F[s(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n F[e^{jn2\pi f_o t}] \qquad (2.53)$$

Biến đổi này được vẽ như hình dưới đây. Nhớ là C_n là số phức, vậy hình vẽ chỉ có chủ đích trình bày khái niệm. Nếu hàm s(t) thực và chẵn, C_n sẽ thực.



Hình 2.22 Biến đổi Fourier của hàm tuần hoàn s(t).

Chương III: CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

- ĐẠI CƯƠNG.
- HÀM HỆ THỐNG.
- HÀM CHUYỂN PHỨC: (COMPLEX TRANSFER FUNTION).
- CÁC MẠCH LỌC.
- CÁC LỌC THỰC TẾ.
- CÁC LỌC TÁC ĐỘNG.
- TÍCH CỦA THỜI GIAN VÀ KHỔ BĂNG.
- CÔNG SUẤT VÀ NĂNG LƯỢNG.
- PHÂN TÍCH PHỔ.

I. ĐẠI CƯƠNG:

Một hệ thống là một tập hợp những định luật liên kết một hàm thời gian ở ngỏ ra với mỗi hàm thời gian ơ ngỏ vào.

Sơ đồ khối biểu diễn một hệ thống vẽ ở hình 3. 1.

Hình 3.1

- Input hay nguồn tin r(t).
- Output hay đáp ứng của nguồn tin s(t).

Cấu trúc vật lý thực tế của hệ xác định hệ thức chính xác giữa r(t) và s(t). Sự liên hệ giữa Input và Ouput được dùng ký hiệu là mũi tên một chiều.

$$r(t) \rightarrow s(t)$$

Nếu hệ là một mạch điện, r(t) có thể là điện thế hoặc dòng điện và s(t) có thể là điện thế hoặc dòng điện được đo bất kỳ nơi đâu trong mạch.

 Một hệ được nói là *Chồng chất* (Superposition) nếu đáp ứng do tổng các tín hiệu vào là tổng của các đáp ứng riêng tương ứng. Nghĩa là, nếu $s_1(t)$ là đáp ứng của $r_1(t)$ và $s_2(t)$ là đáp ứng của $r_2(t)$ thì đáp ứng của $r_1(t) + r_2(t)$ là $s_1(t) + s_2(t)$.

Nếu $r_1(t) \rightarrow s_1(t)$

$r_2(t) \rightarrow s_2(t)$

Thì: $$r_1(t) + r_2(t) \rightarrow s_1(t) + s_2(t) \qquad (3.1)$$

Một khái niệm liên quan đến tính chồng chất là sự tuyến tính. Giả sử $r_1(t) \rightarrow s_1(t)$ và $r_2(t) \rightarrow s_2(t)$. Hệ thống được nói là *tuyến tính* nếu hệ thức sau đây được giữ đúng với mọi trị giá của các hằng a và b:

$$a.r_1(t) + b.r_2(t) \rightarrow a.s_1(t) + b.s_2(t) \qquad (3.2)$$

Một hệ thống được nói là *" Không đổi theo thời gian "* (Time invariant) nếu đáp ứng của một tín hiệu vào không phụ thuộc vào thời điểm mà tín hiệu đó tác động lên hệ.

Một thời trễ (Time shift) trong tín hiệu vào sẽ gây ra một thời trễ bằng như vậy trong đáp ứng của nó :

Nếu $r(t) \rightarrow s(t)$

Thì $r(t - t_0) \rightarrow s(t - t_0)$,với mọi t_0 thực.

Một điều kiện đủ cho một mạch điện không đổi theo thời gian là các thành phần của nó có trị giá không đổi với thời gian (giả sử các điều kiện đầu không đổi). Đó là điện trở, tụ và cuộn cảm.

II. HÀM HỆ THỐNG:

Để đặc trưng hóa một hệ thống tuyến tính không đổi theo thời gian, ta có thể dùng một phương pháp rất đơn giản. Thay vì cần biết đáp ứng của mỗi tín hiệu vào, ta chỉ cần biết đáp ứng của một tín hiệu thử (test input) mà thôi. Tín hiệu thử là xung lực. Xem phép chồng:

$$r(t) = r(t) \times \delta(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \qquad (3.3)$$

Ta xem tích phân là trường hợp giới hạn của một tổng:

$$r(t) = \lim_{\Delta\tau \to 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(n\Delta\tau)\delta(t - n\Delta\tau)\Delta\tau \qquad (3.4)$$

Phương trình (3.4) biểu diễn tổng trọng lượng của xung lực bị trễ. Như vậy, tín hiệu ra là một tổng các đáp ứng ra bị trễ của một xung lực duy nhất.

Giả sử, ta biết đáp ứng ra của mạch do một xung lực duy nhất gây ra và ký hiệu đó là h(t) (đáp ứng xung lực).

Vậy đáp ứng do tín hiệu vào của phương trình (3.4) là:

$$s(t) = \lim_{\Delta\tau \to 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(n\Delta\tau)h(t - n\Delta\tau)\Delta\tau \qquad (3.5)$$

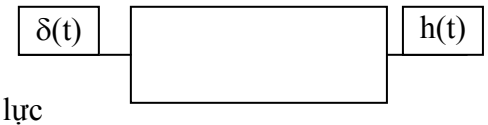
Nếu lấy giới hạn, nó trở thành tích phân:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)h(t - \tau)d\tau$$

$$\boxed{s(t) = r(t) \text{ x } h(t)} \qquad (3.6)$$

Phương trình (3.6) chứng tỏ rằng đáp ứng của bất kỳ tín hiệu vào nào cũng có thể tìm được bằng cách chồng nó với đáp ứng xung lực của hệ thống.

Ảnh Fourier của xung lực là 1. Vậy một cách trực giác, ta thấy δ(t) chứa tất cả mọi tần số. Vì thế xung lực thường được xem như là một tín hiệu thử (Test Signal) cho hệ thống. Cho một xung lực ở ngỏ vào hệ thống, ngỏ ra ta có đáp ứng h(t). Căn cứ trên h(t), ta có thể xác định được những đặt trưng của hệ.



Hình 3.2: Đáp ứng xung lực

Ta không thể tạo được một xung lực lý tưởng trong thực tế mà chỉ có thể xem nó xấp xỉ với một xung có biên độ thật lớn và rất hẹp.

Lấy biến đổi F phương trình (3.6) :

$$S(f) = R(f)\ H(f) \qquad (3.7)$$

Hoặc

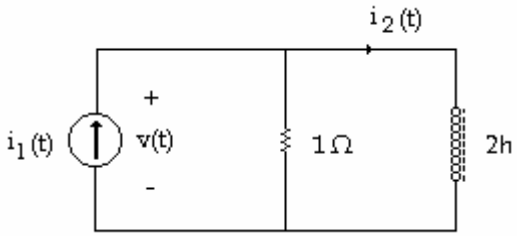
$$\boxed{H(f) = \frac{S(f)}{R(f)}} \qquad (3.8)$$

H(f) là hàm chuyển hoặc hàm hệ thống.

III.HÀM CHUYỂN PHỨC: (complex transfer funtion)

Hàm chuyển phức của một hệ là tỉ số phasor ở ngỏ ra và phasor ở ngỏ vào. Phasor là một số phức biểu diễn biên độ và pha của hàm sin. Tỉ số các phasor là một hàm phức của tần số. Trong trường hợp đặt biệt, ngõ vào là dòng điện và ngõ ra là điện thế, thì hàm chuyển phức là một tổng trở phức (complex impedance).

Td**:** Xem Hình 3.3. Trong đó, $i_1(t)$ là ngõ vào và v(t) là ngõ ra.



Hình 3.3

Hàm chuyển cho bởi:

$$H(f) = \frac{4j\pi f}{1+4j\pi f} \tag{3.9}$$

Nếu $i_2(t)$ là Output, hàm chuyển là :

$$H(f) = \frac{1}{1+4j\pi f} \tag{3.10}$$

Ta đã dùng cùng ký hiệu H(f) để chỉ hàm chuyển phức của hệ và đó cũng chính là ảnh Fourier của đáp ứng xung lực.

$$H(f)=F[h(t)]$$

IV.CÁC MẠCH LỌC:

Các mạch lọc dùng để làm giảm thành phần tần số không mong muốn khỏi một sóng. Nhiều hệ thống thông tin có chứa các mạch lọc lý tưởng không làm méo tín hiệu.

Một tín hiệu bị méo (distorted) khi dạng sóng cơ bản của nó bị biến dạng - Lưu ý là r(t) có thể được nhân bởi một hằng và bị dời (thời gian) mà không làm thay đổi dạng sóng cơ bản, trường hợp này không xem là tín hiệu bị méo.

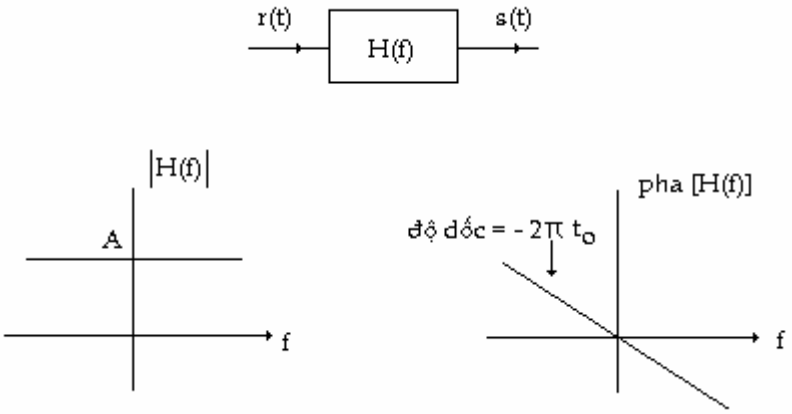
Xem A.r $(t - t_0)$ là một phiên bản của r(t) - Trong đó A và t_0 là những hằng thực bất kỳ. A không thể bằng zero.

$$F \rightarrow Ar(t - t_0) \leftrightarrow Ae^{-j2\pi f t_o} R(f) \tag{3.11}$$

Ta xem đó như là Output của một hệ tuyến tính với input là r(t) và hàm hệ thống

$$H(f) = Ae^{-j2\pi f t_o} \tag{3.12}$$

H(f) là hàm phức, được vẽ ở Hình 3.4 (xuất và pha).



Hình 3.4: Những đặc tính của một hệ không méo.

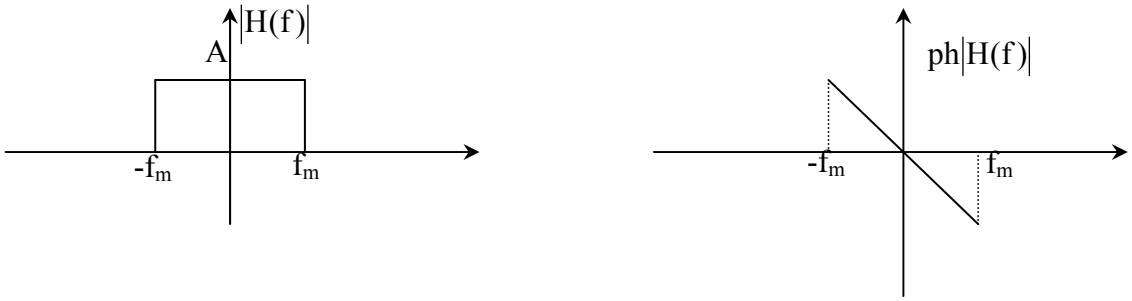
Lọc hạ thông lý tưởng.

Một lọc hạ thông lý tưởng là một hệ tuyến tính, tác động giống như một lọc lý tưởng không méo. Những thành phần tần số lớn hơn tần số cắt của lọc đều bị chặn, không xuất hiện ở ngỏ ra. Tần số cắt là tần số cao nhất được đi qua mạch lọc, Ký hiệu là f_m.

Hàm hệ thống là:

$$H(f) = \begin{cases} Ae^{-j2\pi ft_0}, |f| < f_m \\ 0 \quad , |f| > f_m \end{cases}$$

Hàm chuyển của mạch hạ thông lý tưởng được vẽ ở Hình 3.5. Nhớ là, vì h(t) thì thực, nên suất của H(f) thì chẳn và pha thì lẻ. (Hình 3.4)

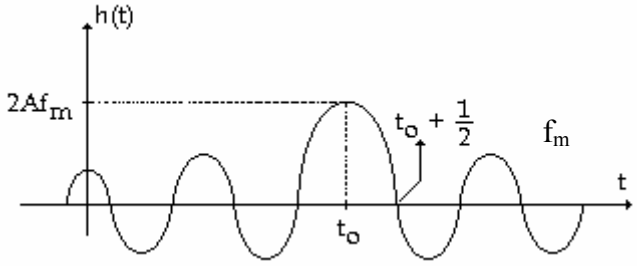


Hình 3.5: Đặc tính của lọc hạ thông lý tưởng.

Đáp ứng xung` lực của lọc hạ thông lý tưởng có được bằng cách tính biến đổi F ngược.

$$h(t) = \int_{-f_m}^{f_m} Ae^{-j2\pi ft_0}.e^{j2\pi ft}df. \qquad (3.13)$$

$$= \frac{A\sin 2\pi f_m(t - t_o)}{\pi(t - t_o)}$$

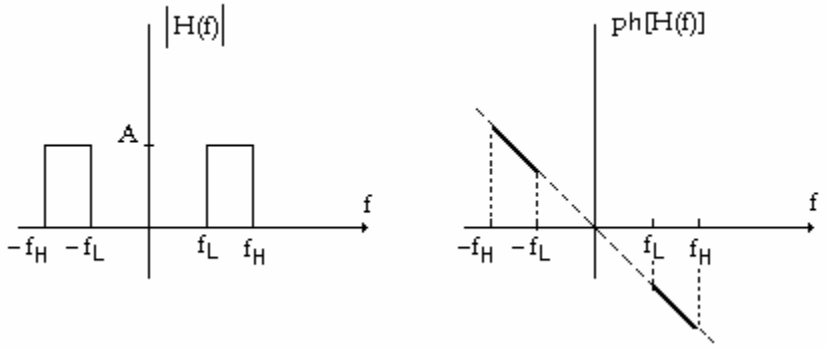


Hình 3.6: Đáp ứng xung lực của hạ thông lý tưởng.

Lọc dãy thông lý tưởng:

Lọc dãy thông lý tưởng cho qua những tần số giữa hai tần số khác không, f_L và f_H. Nó tác động như một hệ không méo lý tưởng, tín hiệu ra không chứa những thành phần tần số nằm ngoài dãy thông lọc. Hàm hệ thống của nó:

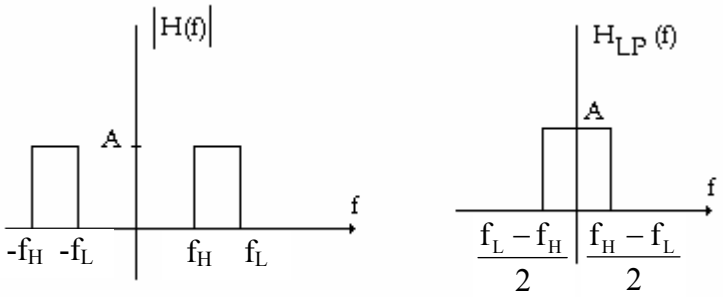
$$H(f) = \begin{cases} Ae^{-j2\pi ft_0}, f_L < |f| < f_H \\ 0 \quad , Phaùokhaùc \end{cases} \qquad (3.14)$$



Hình 3.7: Hàm hệ thống của lọc dãy thông lý tưởng.

Đáp ứng xung lực của lọc, có thể tính bằng cách F^{-1} của H(f). (Khai triển từ đáp ứng xung lực của lọc hạ thông và dùng định lý dời tần). Hàm hệ thống có thể viết :

$$H(f) = H_{LP}\left(f - \frac{f_L + f_H}{2}\right) + H_{LP}\left(f + \frac{f_L + f_H}{2}\right) \qquad (3.15)$$



Hình 3.8: Đặc tính của lọc dãy và hạ thông.

Nếu ta định nghĩa điểm giữa (midpoint) của dãy thông (trung bình của f_L và f_H) là f_{av} :

$$f_{av} = \frac{f_L + f_H}{2}$$

Đáp ứng xung lực cho bởi:

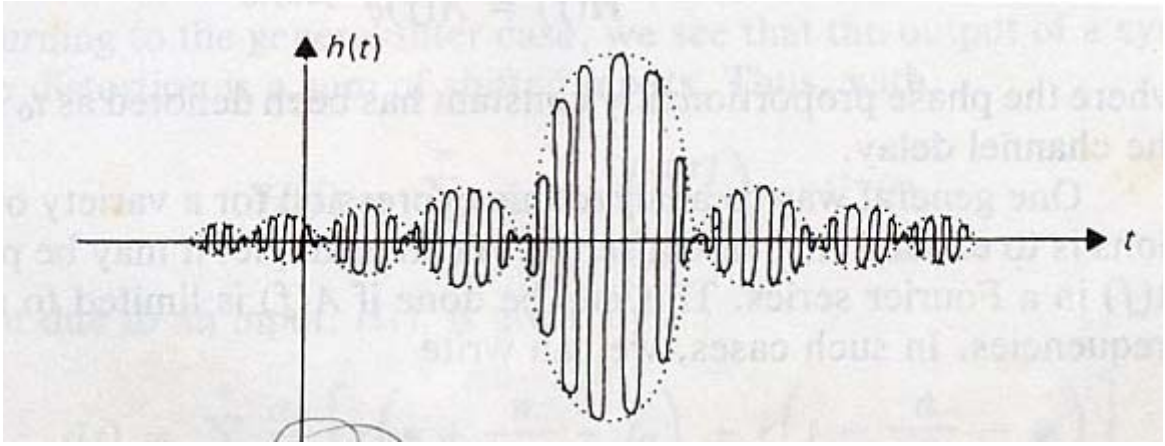
$$h(t) = h_{LP}(t)e^{j2\pi f_{av}t} + h_{LP}(t)\, e^{-j2\pi f_{av}t}$$
$$= 2h_{LP}(t)\cos 2\pi f_{av}t = 2h_{LP}(t)\cos[\pi (f_L + f_H)t] \qquad (3.16)$$

Từ pt (3.13) ta có :

$$h_{LP}(t) = \frac{A\sin\pi(f_H - f_L)t}{\pi t} \qquad (3.17)$$

Kết hợp (3.16) và (3.17) thêm vào tính chất dời thời gian, ta tìm được đáp ứng xung lực của dãy thông lý tưởng:

$$h(t) = \frac{2A\sin[\pi(f_H - f_L)(t - t_0)]\cos[\pi(f_L + f_H)(t - t_0)]}{\pi(t - t_0)} \qquad (3.18)$$



Hình 3.9: Đáp ứng của lọc dãy thông lý tưởng

Dạng sóng của đáp ứng xung lực tương tự như của lọc hạ thông. Khi 2 tần số giới hạn trở nên lớn so với hiệu số giữa chúng, đáp ứng xung lực giống đường chấm chấm (đáp ứng xung lực của lọc hạ thông và ảnh qua gương của nó). Điều đó xảy ra khi tần số của dãy lọc lớn hơn so với bề rộng của dãy thông. Nhận xét này có ý nghĩa khi ta khảo sát về sự biến điệu AM.

Sự Méo Dạng:

Méo tuyến tính có thể gây ra những vấn đề trong các hệ thống truyền xung hoặc trong thông tin số. Sự méo này được đặc trưng bởi thời gian lan tỏa (spreading) do hiệu ứng nhiều đường hoặc do đặc tính của kênh.

$$H(f) = A(f)e^{-j\theta(f)} \tag{3.19}$$

A(f): Thừa số biên độ ; θ(f): Thừa số pha.

Sự méo dạng sinh ra từ hai thừa số phụ thuộc tần số ở phương trình (3.19). Nếu A(f) không là hằng, ta có sự méo biên độ. Nếu θ(f) không tuyến tính với f, ta có sự méo pha.

Méo biên độ.

Trước hết Giả sử θ(f) tuyến tính với f.

Hàm chuyển có dạng:

$$H(f) = A(f)e^{-j2\pi ft_o} \tag{3.20}$$

Trong đó hằng số tỉ lệ của pha là t_0 , vì nó biểu diễn cho thời trễ của kênh.

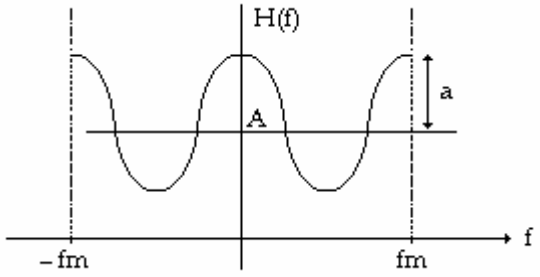
Một cách tổng quát để phân tích biểu thức này với sự biến thiên của biên độ là khai triển A(f) thành chuỗi Fonrier.

$$H(f) = \sum_{n=0}^{\infty} Hn(f) \tag{3.21}$$

Các hạng của tổng có dạng

$$H_n(f) = a_n \cos\left(\frac{n\pi f}{f_m}\right).e^{-j2\pi ft_0} \tag{3.22}$$

Chúng ta có thể liên kết với **lọc Cosine**, mà đặc tuyến biên độ cho sóng Cosine trong dãy thông như hình 3.10 (với n = 2).



Hình 3.10: Lọc cosine

Hàm hệ thống của lọc này là:

$$H(f) = \left(A + a\cos\frac{2\pi}{f_m} f \right).e^{-j2\pi f t_0}$$

$$= A.e^{-j2\pi f t_0} + a\left\{ \exp\left[j2\pi f\left(\frac{1}{f_m} - t_o \right) \right] + \exp\left[j2\pi f\left(-\frac{1}{f_m} - t_o \right) \right] \right\}$$

Nếu input là r(t) vào lọc cosine bị giới hạn bởi băng tần thì Output là:

$$s(t) = A.r(t - t_0) + \frac{a}{2} r\left(t + \frac{1}{f_m} - t_o \right) + \frac{a}{2} r\left(t - \frac{1}{f_m} - t_o \right) \qquad (3.23)$$

Phương trình (3.23) cho thấy đáp ứng có dạng của một phiên bản không méo của input cộng thêm 2 phiên bản bị dời thời gian (time - shifted) (tiếng vang / đa lộ) echoes/multipaths.

Trở lại trường hợp lọc tổng quát, ta thấy Output của một hệ với sự méo biên độ là một tổng các input bị trễ.

Vậy với:

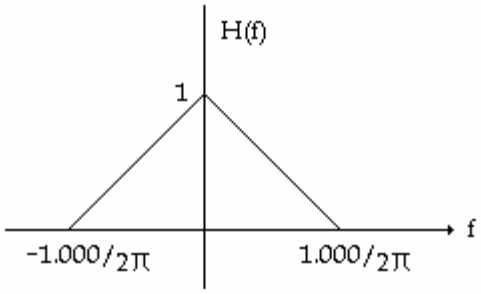
$$H(f) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi f}{f_m} \right).e^{-j2\pi f t_0} \qquad (3.24)$$

Thì Output do một input r(t) là :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2}\left[r\left(t + \frac{n}{2f_m} - t_o \right) + r\left(t - \frac{n}{2f_m} - t_o \right) \right] \qquad (3.25)$$

Thí dụ:

Xem lọc có đặc tính tam giác như Hình 3.11. Giả sử pha thì tuyến tính, với độ dốc $-2\pi t_0$. Tìm Output của mạch này khi input là $r(t) = \sin\frac{400\pi t}{t}$



Hình 3.11

Giải :

Khai triển H(f) thành chuỗi F

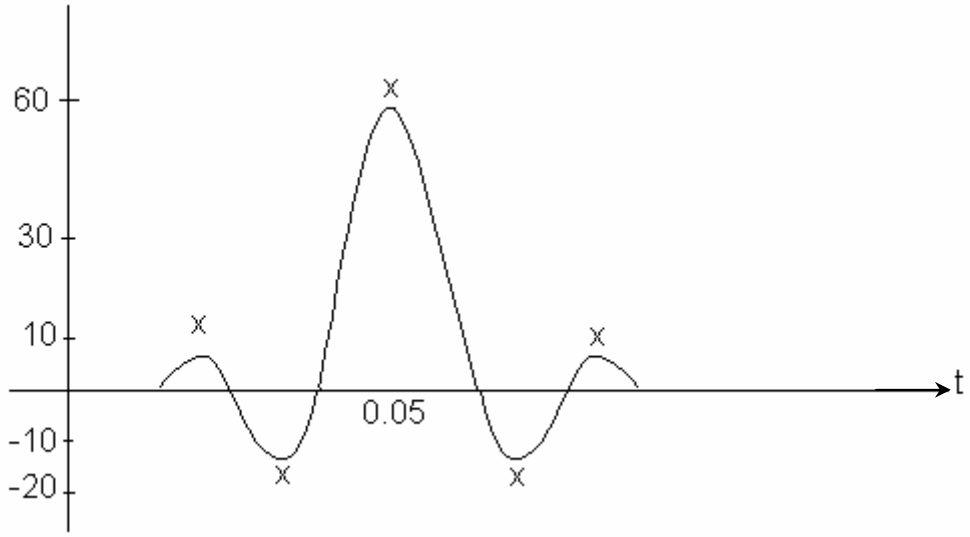
$$H(f) = \frac{1}{2} r + \frac{4}{\pi^2}\cos\frac{\pi f}{1000} + \frac{4}{9\pi^2}\cos\frac{3\pi f}{1000} + \frac{4}{25\pi^2}\cos\frac{5\pi f}{1000} + ...$$

r(t) bị giới hạn trong khoảng sao cho tất cả tần số đều qua mạch lọc. Điều này đúng vì R(f) = 0 tại các tần số trên 200/2π và mạch lọc cắt tại f = 1000/π. Nếu ta giữ 3 số hạng khác không đầu tiên thì Output sẽ là: s(t) = r(t) * h(t).

$$s(t) = \frac{1}{2}r(t-t_o) + \frac{2}{\pi^2}\left[r\left(t-\frac{\pi}{1000}-t_o\right) + r\left(t+\frac{\pi}{1000}-t_o\right)\right]$$
$$+\frac{2}{9\pi^2}\left[r\left(t-\frac{3\pi}{1000}-t_0\right) + r\left(t+\frac{3\pi}{1000}-t_0\right)\right]$$

Kết quả này được vẽ như hình 3.12 với t_o = 0,05 sec.

Những đỉnh đánh dấu X là những đỉnh không méo của s(t).



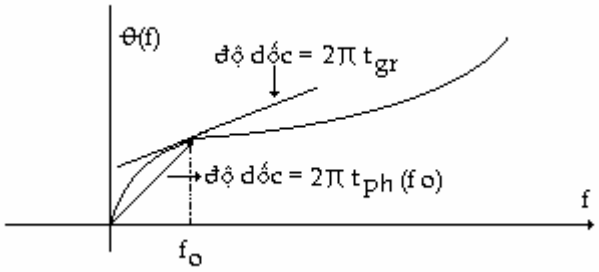
Hình 3.12

Méo pha :

Sự thay đổi pha từ trường hợp không méo (pha tuyến tính) có thể được đặc trưng bằng sự thay đổi độ dốc của đặc tuyến pha và đặc tuyến của một đường từ gốc đến một điểm trên đường cong đặc tuyến.

Ta định nghĩa *Trễ nhóm* (Group delay hay trễ bao hình) và *trễ pha* (Phase delay) như sau:

$$t_{gr}(f) \triangleq \frac{d\theta(f)}{df}$$
$$t_{ph}(f) \triangleq \frac{\theta(f)}{2\pi f} \qquad (3.26)$$



Hình 3.13 : Trễ nhóm và trễ pha.

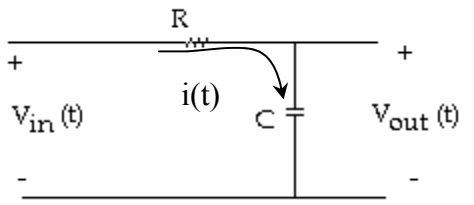
* Đối với một kênh *Không méo lý tưởng,* đặc tuyến pha là một đường thẳng. Vậy trễ nhóm và trễ pha đều không đổi với mọi f. Thật vậy, cả hai sẽ bằng với thời trễ t_0 của tín hiệu vào.

V.CÁC LỌC THỰC TẾ:

Bây giờ ta trình bày những mạch thực tế, xấp xỉ với các lọc dãy thông và hạ thông lý tưởng. Giả sử rằng H(f) tiến đến hàm hệ thống của một lọc lý tưởng - Một sự thay đổi nhỏ của H(f) có thể đưa đến một sự thay đổi tương đối lớn của H(t). Ta có thể khảo sát những hậu quả của sự thay đổi từ tính chất biên độ không đổi hoặc từ tính chất tuyến tính của pha của hàm hệ thống của lọc lý tưởng.

Lọc hạ thông:

Mạch thụ động đơn giản nhất xấp xỉ với một lọc hạ thông là mạch chỉ chứa một thành phần tích trữ năng lượng. Thí dụ mạch RC như Hình 3.13 . Điều này đúng, vì khi tần số tăng, tụ xem như bị nối tắt.



Hình 3.13: Lọc hạ thông RC

Hàm chuyển:

$$H(f) = \frac{1/\,j2\pi fC}{R + (1/\,j2\pi fC)} = \frac{1}{1 + j2\pi fRC} \qquad (3.27)$$

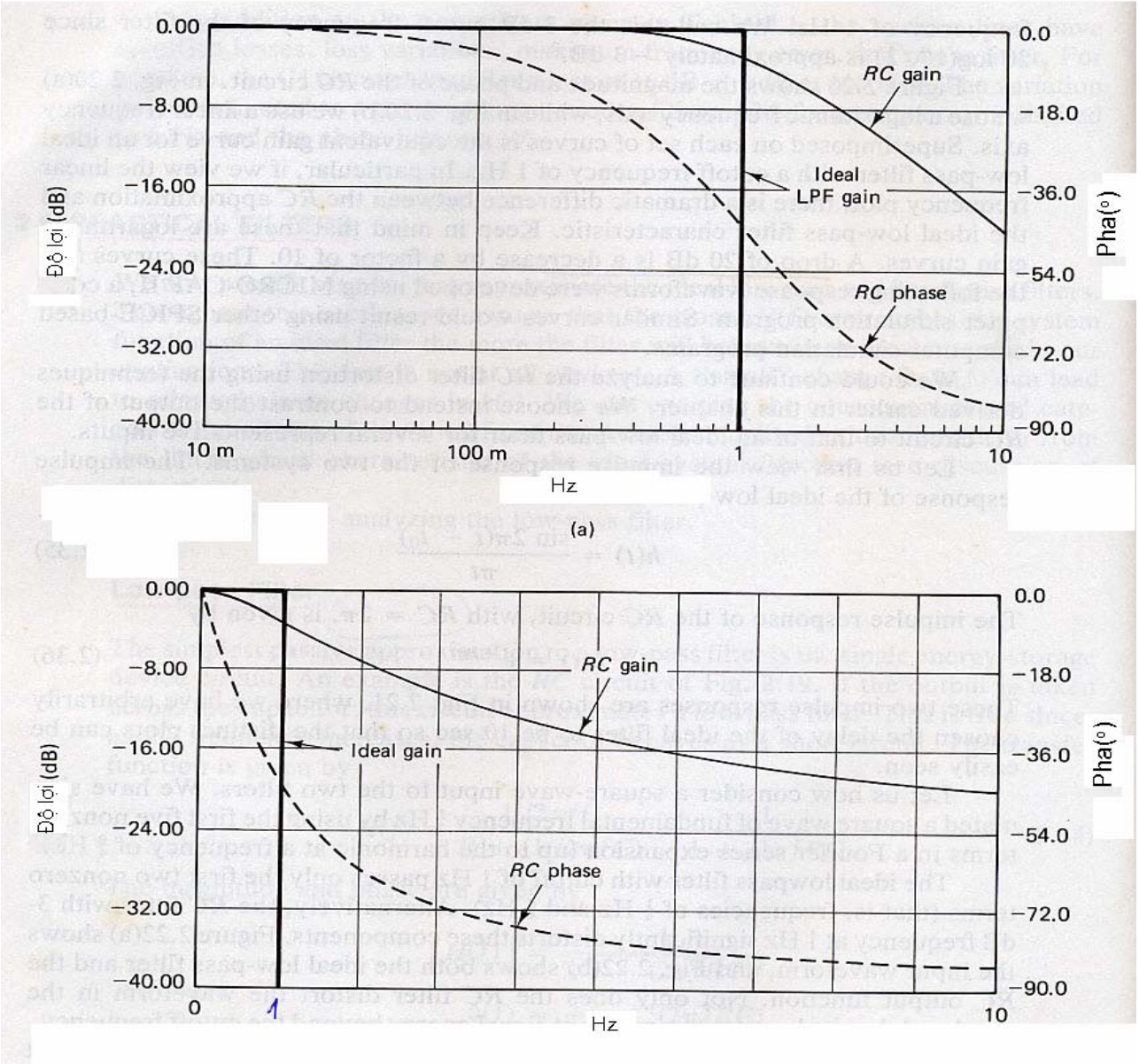
Suất và pha:

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fRC)^2}}$$

$$\theta\,(f) = -\tan^{-1}(2\pi fRC)$$

– Nếu đặt $RC = \frac{1}{2\pi}$, suất của hàm chuyển giảm đến $\frac{1}{\sqrt{2}}$ tại tần số 1 Hz. Ta gọi đó là tần số cắt 3 db của lọc.

Hình 3. 14 chỉ suất và pha của mạch RC, so sánh với đường cong độ lợi của một lọc hạ thông lý tưởng có tần số cắt 1Hz.



Hình 3.14: Các đặc tuyến của lọc RC

Ta xem đáp ứng xung lực của 2 hệ thống.

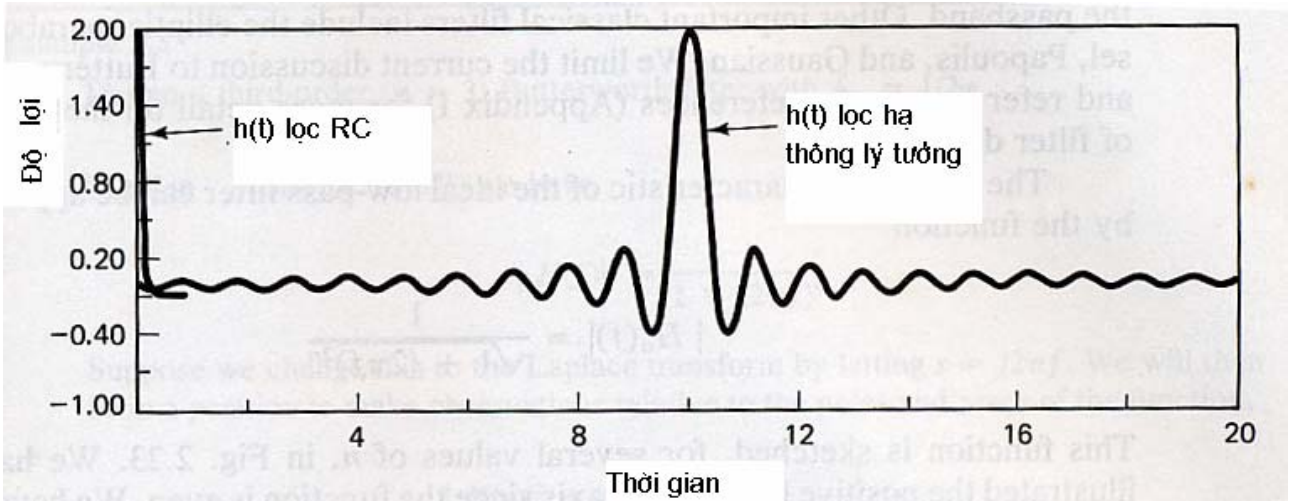
- Đối với lọc hạ thông lý tưởng:

$$h(t) = \frac{\sin 2\pi(t - t_o)}{\pi t} \tag{3.28}$$

- Đối với mạch RC, với RC = 2π:

$$h(t) = e^{-2\pi t} \tag{3.29}$$

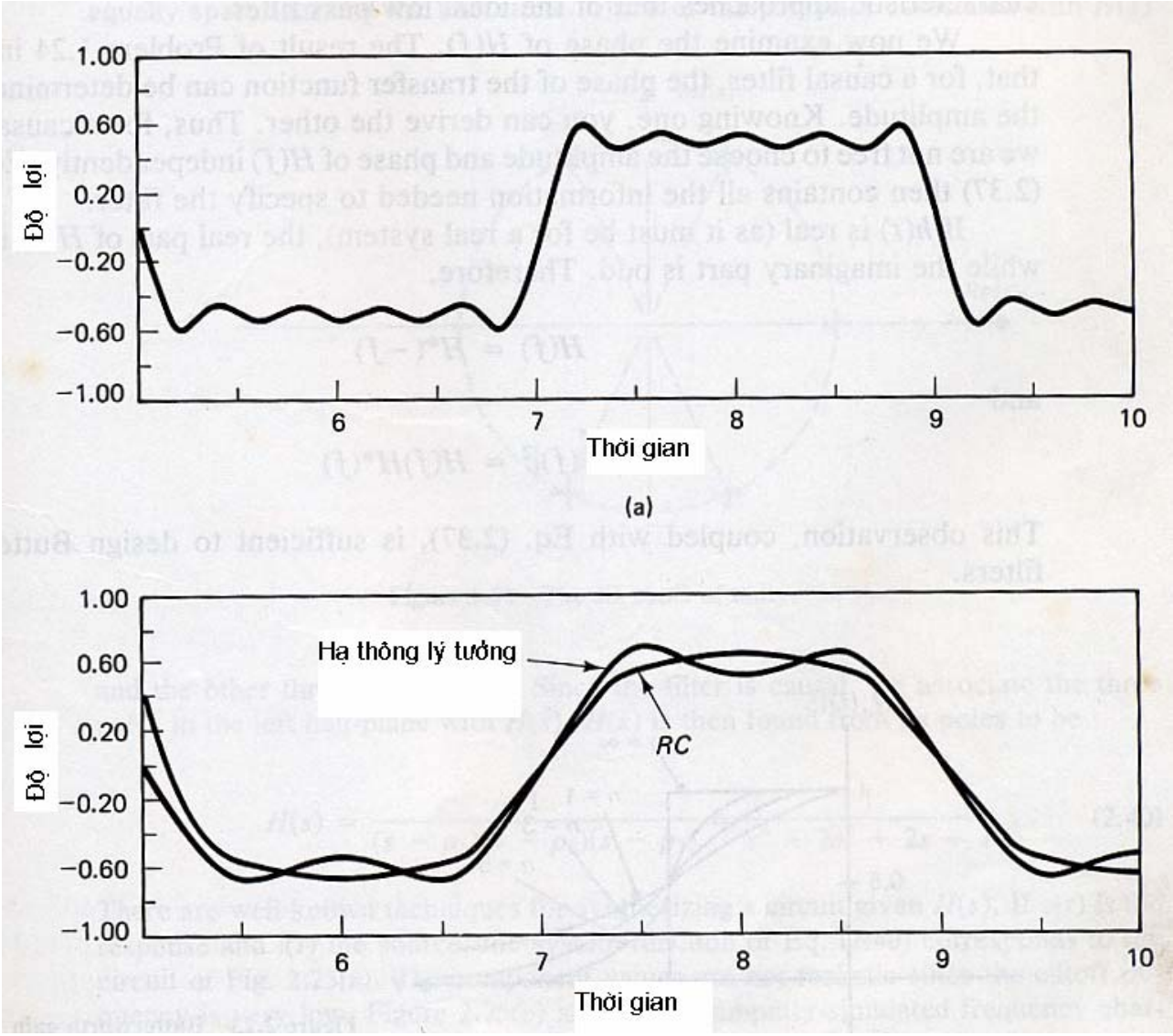
Hai đáp ứng này vẽ ở Hình 3.15. Ở đây, ta đã chọn tùy ý thời trễ của mạch hạ thông lý tưởng là 10 sec để hình vẽ dễ phân biệt.



Hình 3.15: So sánh các đáp ứng xung lực.

Bây giờ hãy xem sóng vuông vào hai mạch lọc. Ta dùng một sóng vuông có tần số cơ bản là 1/4Hz (bằng cách dùng số hạng đầu tiên khác zero của chuỗi Fourier), hình 3.16a.

Lọc hạ thông lý tưởng với tần số cắt 1Hz chỉ cho qua hai số hạng đầu tiên khác Zero (đó là, tần số 1/4Hz và 3/4Hz). Trong khi đó, mạch RC (với sự giảm 3dB ở 1 Hz)làm méo đáng kể các thành phần này (Hình 3.16b). Không chỉ thế, nó còn thu nhận năng lượng tín hiệu tại tần số cắt.



Hình 3.16: So sánh đáp ứng của sóng vuông với 2 lọc.

Có một vài loại mạch xấp xỉ với lọc hạ thông lý tưởng. Mỗi loại biểu lộ những tính chất riêng.

1. Lọc *Butteworts* làm mất sóng dư trong dãy tần số đi qua và làm giảm các tần số không mong muốn ngoài dãy này. Nó được xem là loại lọc làm phẳng tối đa.
2. Lọc *Chebyshev* giảm các tần số không mong muốn hiệu quả hơn lọc Butteworts, nhưng làm phẳng sóng dư kém hơn.
3. Các lọc cổ điển quan trọng khác gồm lọc *Bessel, Papoulis, Gauss.*

Ta chú ý đến lọc Butteworts:

Biên độ của lọc hạ thông lý tưởng có thể tính xấp xỉ bởi hàm:

$$\left|H_n(f)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f)^{2n}}} \qquad (3.30)$$

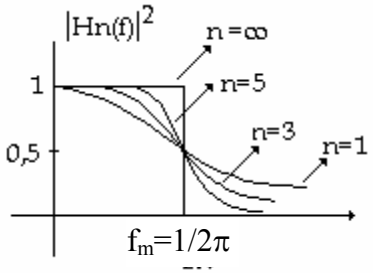
Hàm này được vẽ, với vài trị giá của n, như hình 3.17. Ta chỉ vẽ nữa dương của trục f, vì hàm chẳn. Chọn $f_m = \frac{1}{2\pi}$ cho hình vẽ. (Khi thiết kế có thể chọn bất kỳ tần số cắt nào). Nhớ là khi n chọn lớn, đặc tuyến Butteworts sẽ tiến đến đặc tuyến của lọc hạ thông lý tưởng.

Nếu h(t) thực (Vì là hệ thống vật lý), phần thực của H(f) chẵn, trong khi phần ảo lẽ. Vậy :

$$H(f) = H^*(-f) \quad (3.31)$$

và $$|H(f)|^2 = H(f)H^*(f) \quad (3.32)$$

Từ đó, kết hợp với phương trình (3.30), đủ để thiết kế các lọc Butteworts.



Hình 3.17: Hàm độ lợi Butteworts

Tương đương. Thiết kế một lọc Butteworts cấp 3 (n = 3) với tần số cắt $f_m = \frac{1}{2\pi}$

Giải:

Từ phương trình (3.30) ta có:

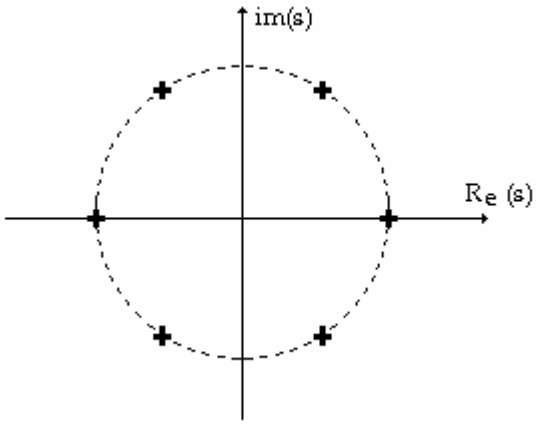
$$|H(f)|^2 \frac{1}{1+(2\pi f)^6}$$

Đổi nó về biến đổi laplace bằng cách đặt s = j2πf. Quan sát vị trí tương đối của các lực và zero của hàm:

$$|H(s)|^2 = H(s).H(-s) = \frac{1}{1-S^6}$$

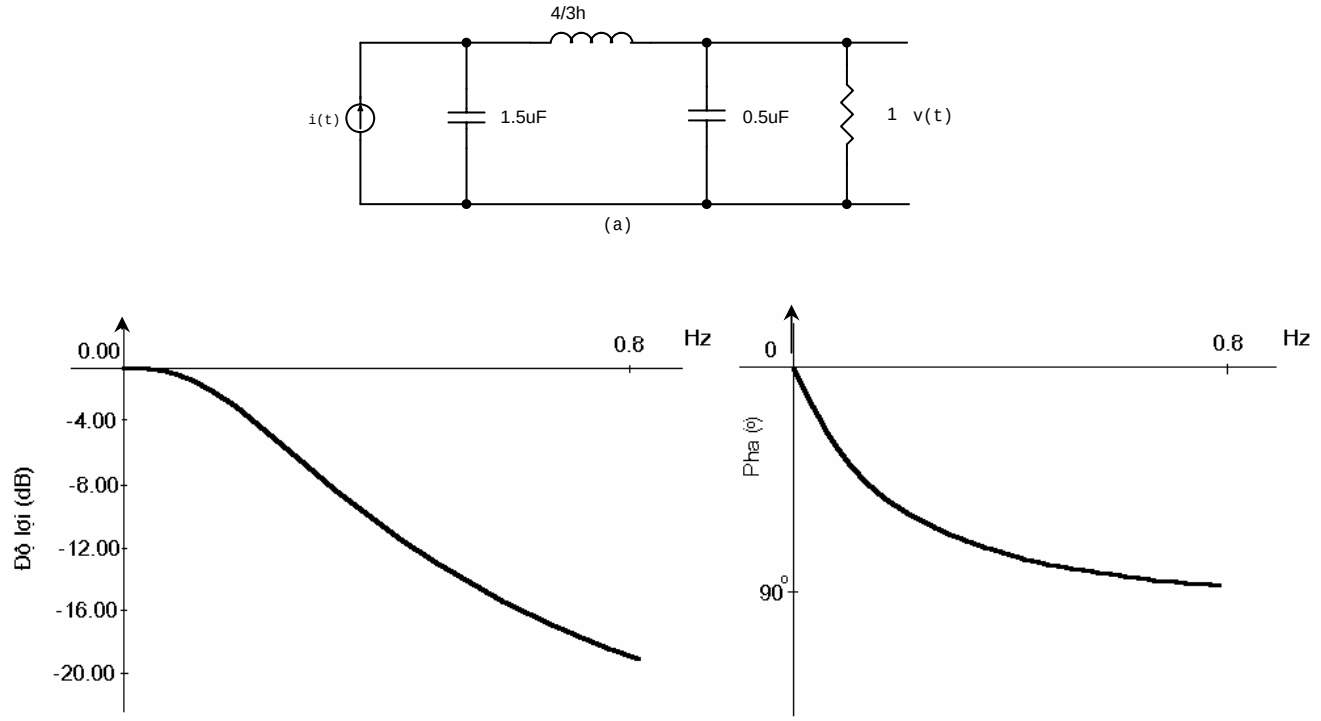
Các lực của $|H(s)|^2$ là 6 nghiệm đơn vị. Chúng cách điều nhau quanh vòng tròn đơn vị. Ba cực kết hợp với H(S) ba nữa mặt phẳng trái. Ba cực kia với H(-S). Vậy H(S) được tính từ các lực của nó:

$$H(S) = \frac{1}{(S-P_1)(S-P_2)(S-P_3)} = \frac{1}{S^3+2S^2+2S+1} \quad (3.33)$$



Hình 3.18: 6 nghiệm

Nếu v (t) là đáp ứng và i(t) là nguồn, hàm hệ thống của phương trình (3.33) tương ứng với mạch của hình hình 3.19a.



(b)

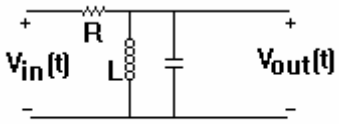
Hình 3.19: Lọc Butteworts cấp 3

Những mạch lọc cấp cao hơn sẽ được làm đầy đủ bằng cách dùng thêm mắt lọc. Linh kiện thêm vào là cuộn cảm nối tiếp, tụ song song.

Lọc dãy thông

Mạch thụ động đơn giản nhất xấp xỉ với một lọc dãy thông lý tưởng là mạch chứa hai thành phần tích trữ năng lượng.

Tương đương như mạch RLC vẽ ở hình 3.20:



Hình 3.20: Lọc dãy thông RLC

Nếu output lấy ngay qua LC đấu song song, thì mạch trên xấp xỉ với một lọc dãy thông. Điều này đúng, vì khi tần số tiến đến zero, cuộn cảm xem như bị nối tắt. Và khi tần số tiến đến ∞, tụ xem như bị nối tắt. Như vậy đáp ứng của mạch tiến đến 0 ở cả hai đầu và cực đại ở giữa.

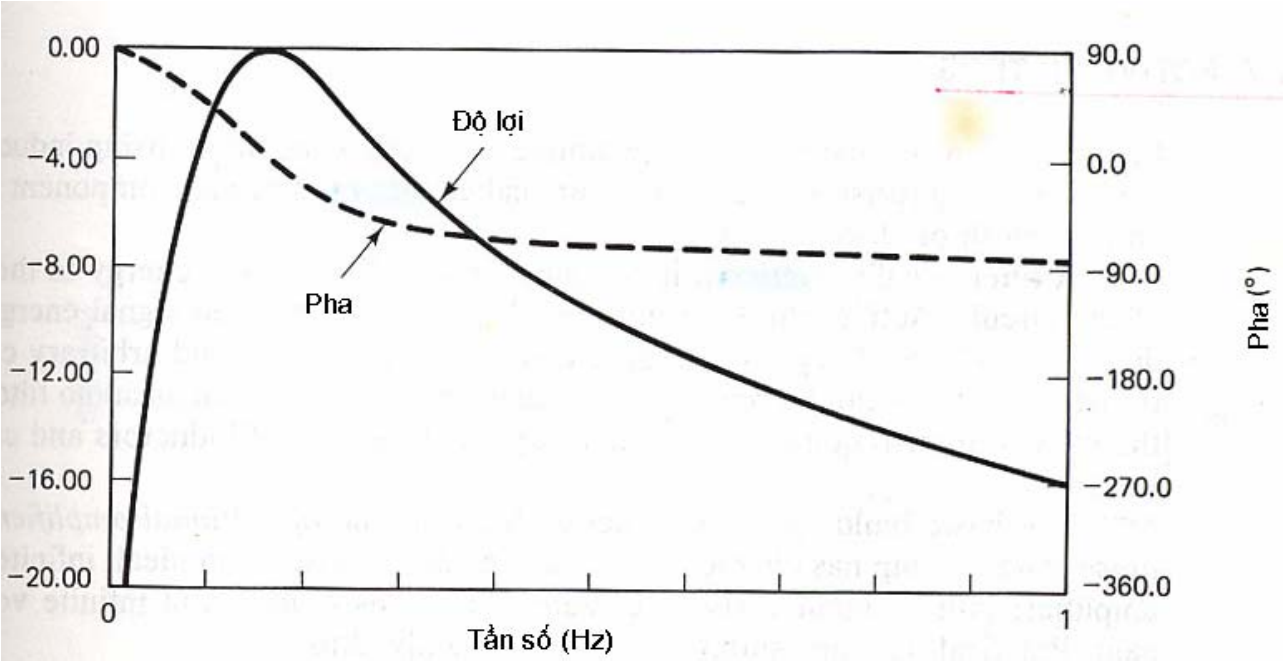
$$H(f) = \frac{j2\pi fL}{R - (2\pi f)^2 RLC + j2\pi fL} \qquad (3.34)$$

Suất:

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{R^2\left[\left(\frac{1}{2\pi fL}\right) - 2\pi fC\right]^2 + 1}}$$

Suất cực đại tại $2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Điều này được xem như là *tần số cộng hưởng* lý tưởng của lọc.

Hình 3.21 chỉ đặc tính của mạch RLC. Ở đó, ta chọn R= L= C= 1.



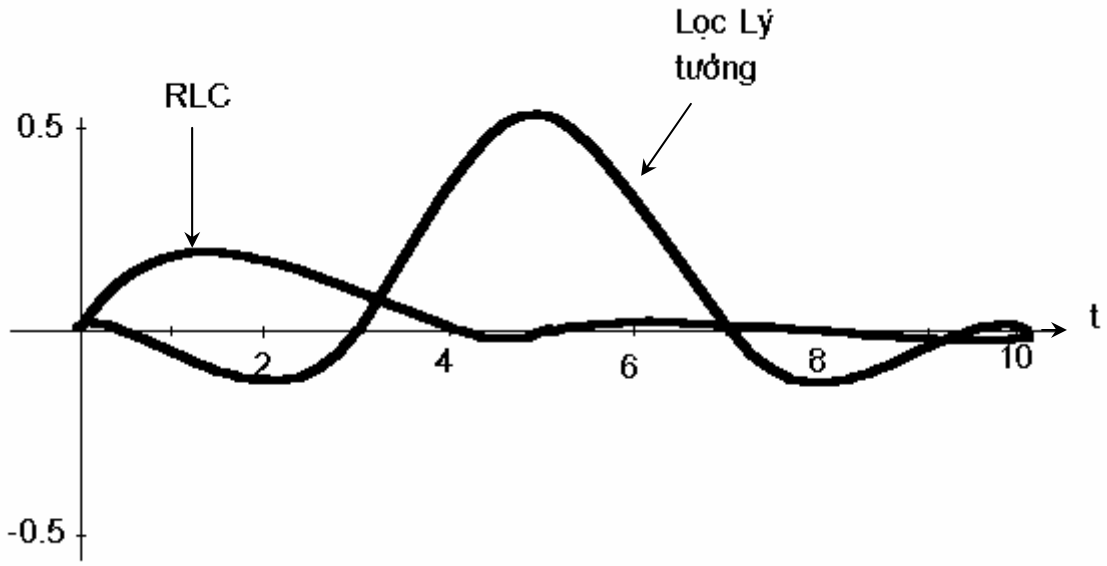
Hình 3.21: Các đặc tính của lọc RLC

Đáp ứng xung lực của mạch RLC được cho bởi biến đổi ngược F^{-1}

$$h(t) = 1{,}15\, e^{-t/2} \sin(1{,}15t)$$

Nó được so sánh với đáp ứng xung lực của lọc dãy thông lý tưởng (phương trình (3.18))

$$h(t) = \frac{2A\sin[\pi(f_H - f_L)(t - t_o)]\cos[\pi(f_H + f_L)(t - t_o)]}{\pi(t - t_o)}$$



Hình 3.22 : So sánh những đáp ứng xung lực.

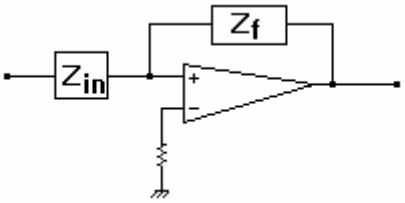
Hình 3.22 cho thấy đáp ứng xung lực của mạch RLC và của mạch dãy thông lý tưởng. Ta chọn $f_H = 0,1Hz$ và $f_L = 0,25Hz$ là các điểm 3db nhớ là hệ số Q của mạch RLC thì rất thấp vì tỉ số của độ rộng kênh và tần số giữa gần bằng 1.

VI.CÁC LỌC TÁC ĐỘNG:

Ở phần trên ta đã khảo sát vài mạch lọc thực tế đơn giản dùng cuộn cảm, tụ và điện trở. Những mạch lọc như vậy gọi là lọc thụ động, vì tất cả các thành phần ấy hoặc hấp thu hoặc tích trữ năng lượng.

Một mạch lọc gọi là tác động nếu nó chứa các thành phần còn lại của một mạch. Lọc tác động không hấp thu năng lượng tín hiệu mong muốn, như các lọc thụ động. Chúng có nhiều khả năng được thiết kế đơn giản và các hàm chuyển có thể thực hiện được (Trong khi các lọc thụ động, trong vài áp dụng, thí dụ lọc audio, cần đến rất nhiều cuộn cảm và tụ).

Bộ phận cơ bản xây dựng các lọc tác động là op.amp. Các tính chất của op.amp, việc phân tích và thiết kế các lọc tác động là phần rất quan trọng của điện tử học. Nhưng ở đây ta sẽ không lặp lại. Chỉ giới thiệu hai loại lọc tác động tiêu biểu.

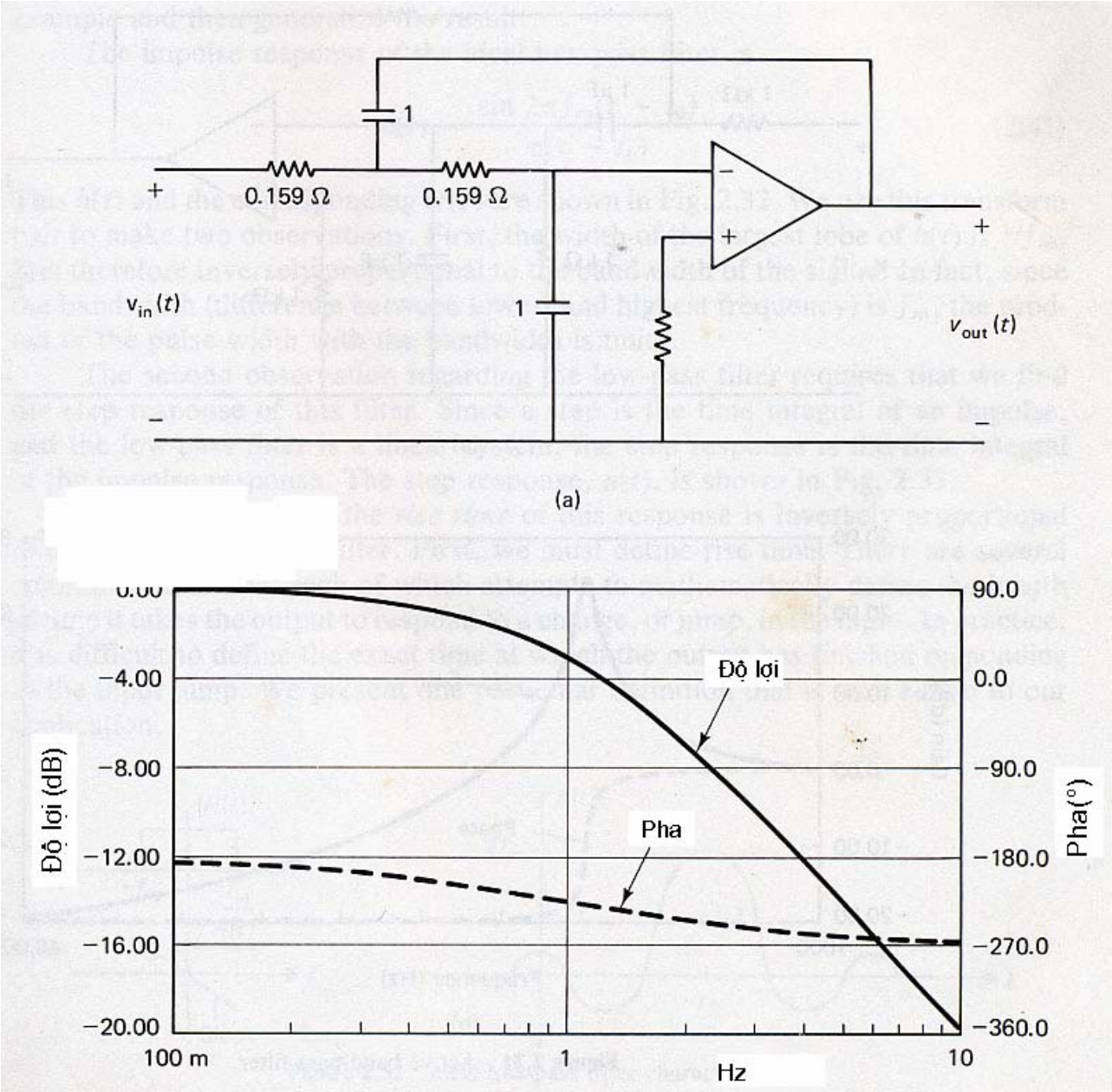


Hình 3.23: Op.amp với hồi tiếp

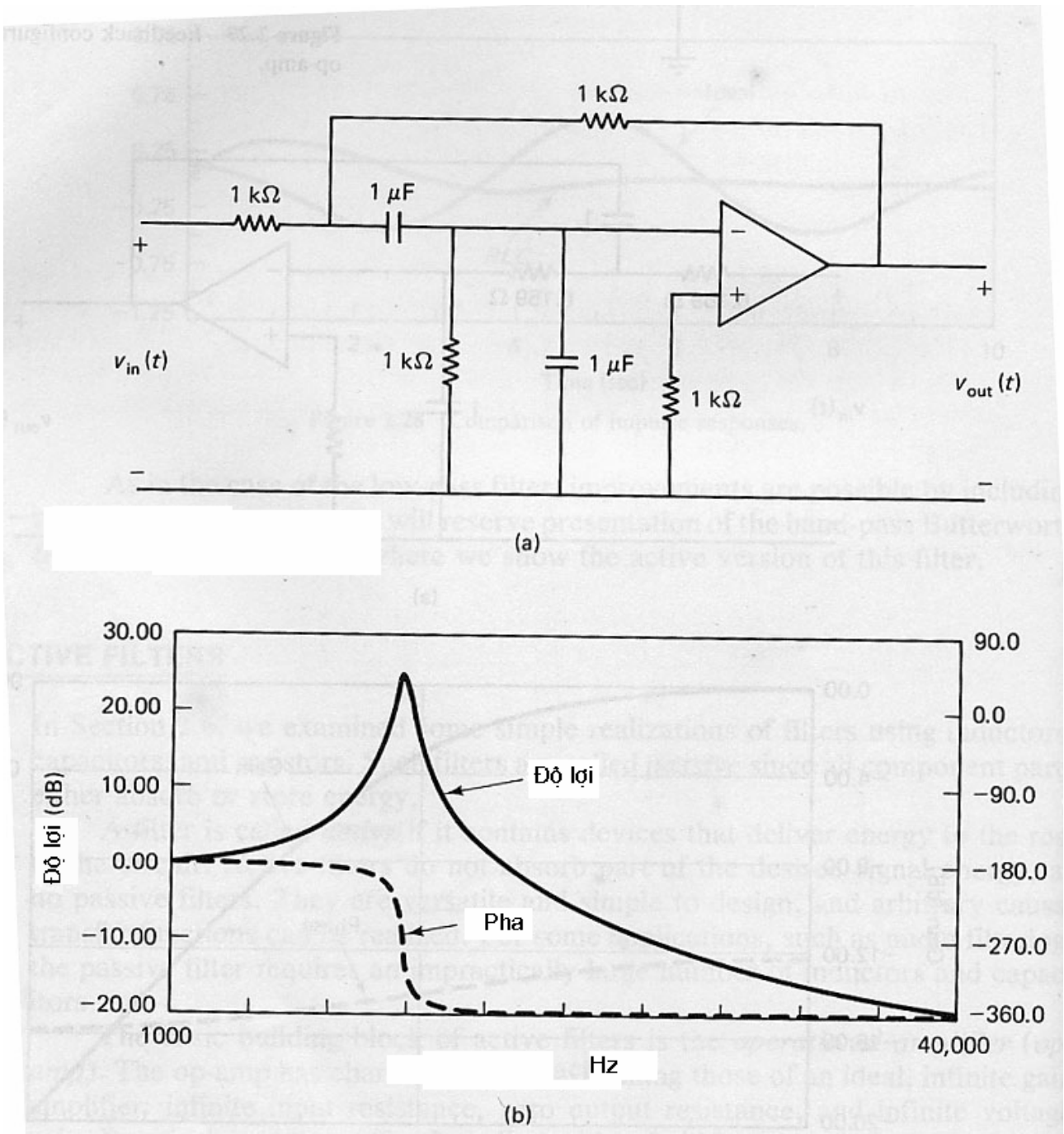
Z_{in} : Tổng trở vào

Z_f : Tổng trở hồi tiếp.

Hai hình, hình 3.24 và hình 3.25 biểu diễn lọc hạ thông tác động và lọc dãy thông tác động dùng op.amp.



Hình 3.24: Lọc hạ thông tác động



Hình 3.25: Lọc dãy thông tác động

VII.TÍCH CỦA THỜI GIAN VÀ KHỔ BĂNG.

Vấn đề cần lưu tâm trong việc thiết kế một hệ thông tin là khổ băng (band width, độ rộng băng) của hệ thống. Khổ băng là khoảng tần số của hệ có khả năng hoạt động.

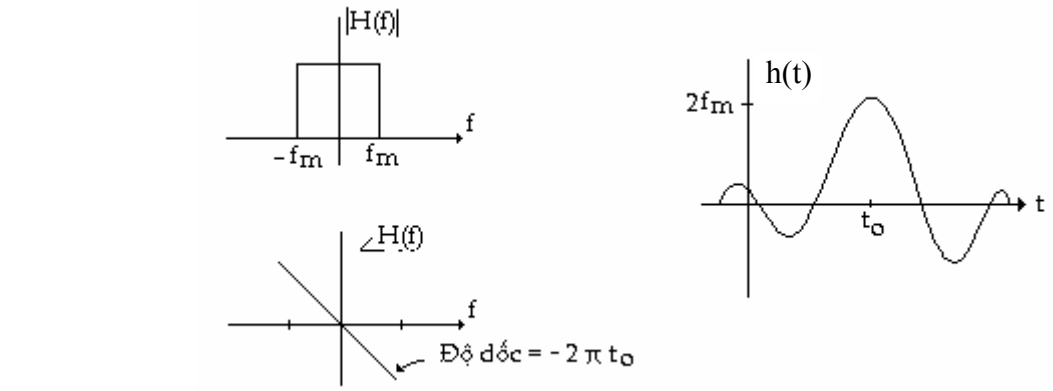
Khổ băng có liên quan đến biến đổi f của hàm thời gian. Nó không thể xác định trực tiếp từ các số hạng của hàm, trừ khi ta dùng các biểu thức trực quan về sự thay đổi trị giá của hàm nhanh đến mức nào.

Những đại lượng vật lý quan trọng trong việc thiết kế hệ thông tin bao gồm thể tối thiểu của một xung và thời gian tối thiểu mà trong đó output của hệ có thể nhảy từ một mức này đến một mức khác. Ta sẽ chứng tỏ 2 đại lượng này có liên quan đến khổ băng.

Bắt đầu từ một ví dụ và rồi tổng quát hóa kết quả.

Đáp ứng xung lực của một lọc hạ thông lý tưởng:

$$h(t) = \frac{\sin 2\pi f_m (t - t_o)}{\pi (t - t_o)} \qquad (3.35)$$



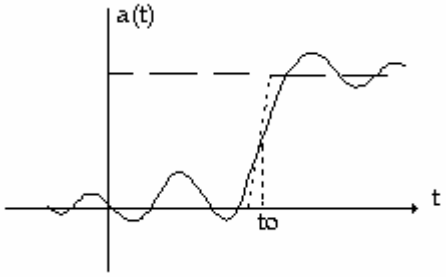
Hình 3.26: Đặc tính của lọc hạ thông lý tưởng.

Có hai nhận xét:

1- Bề rộng của vành lớn nhất của h(t) là $1/f_m$. Vậy nó tỉ lệ nghịch với khổ băng của tín hiệu. Thực vậy, vì khổ băng (Hiệu của tần số cao nhất và thấp nhất) là f_m , nên tích của độ rộng xung với khổ băng là 1.

2 - Vì hàm nấc là tích phân của xung lực, nên đáp ứng của hàm nấc là tích phân của đáp ứng xung lực. Đáp ứng hàm nấc vẽ ở hình 3.27.

Ta thấy rằng thời gian tăng (rise time) của đáp ứng này thì tỷ lệ nghịch với khổ băng của lọc. Thời gian tăng được định nghĩa là thời gian cần cho một tín hiệu đi từ trị giá đầu đến trị giá cuối dọc theo một đường dốc với hệ số góc không đổi bằng với độ dốc tối đa của hàm.



Hình 3.27 : Đáp ứng nấc của lọc hạ thông.

Độ dốc tối đa của a(t) là trị tối đa của h(t) đạo hàm của nó. Trị này được cho là $2f_m$. Vậy thời gian tăng của đáp ứng nấc :

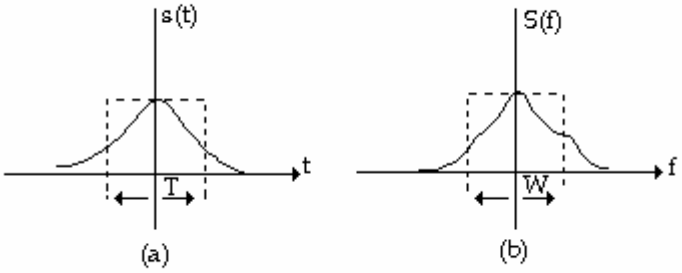
$$t_r = \frac{1}{2f_m} \qquad (3.36).$$

Vì khổ băng của lọc là f_m , ta thấy t_r và khổ băng tỉ lệ ngược và tích của chúng là 0.5.

Mặc dù ta chỉ quan sát sự quan hệ ngược giữa thời gian tăng và khổ băng (hay độ rộng xung và khổ băng) đối với lọc hạ thông lý tưởng, nhưng điều này có thể áp dụng một cách tổng quát. Đó là, *thời gian thì tỉ lệ ngược với khổ băng* trong bất kỳ hệ thống nào. Tích của chúng là một hằng.

Bây giờ ta áp dụng nhận xét ấy vào trường hợp đặc biệt của khổ băng và độ rộng xung (Khổ xung - Pucse Width). Giả sử rằng một hàm thời gian và biến đổi F của nó vẽ ở hình 3.28.

Ta định nghĩa khổ xung T là chiều rộng của một hình chữ nhật mà chiều cao của nó định tại s(0), và diện tích bằng với diện tích nằm dưới đường biểu diễn xung. Nhớ rằng nó không phải là một định nghĩa đầy đủ trừ khi s(0) là cực đại của dạng sóng.



Hình 3.28: Khổ xung và khổ băng.

Tương tự, ta định nghĩa khổ băng BW, bằng cách dùng một xung trong phạm vi tần số (biến đổi F) như hình 3.28b. Ta có :

$$T \triangleq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S(t)dt}{S(o)}$$

$$BW \triangleq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S(f)dt}{S(o)} \qquad (3.37)$$

Tích của chúng :

$$TBW = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} S(f)dt}{s(o)S(o)} \qquad (3.38)$$

Dùng tích phân biến đổi F để tìm:

$$S(0) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{j2\pi ft}dt\Big|_{f=o} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)dt \qquad (3.39)$$

Biến đổi ngược để tìm:

$$s(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)e^{j2\pi ft}df\Big|_{t=o} = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)df \qquad (3.40)$$

Thay thế (3.39), (3.40) vào (3.38) :

$$TBW = 1 \qquad (3.41)$$

Tích của khổ xung và khổ băng bằng 1. Hai thông số này thì tỉ lệ ngược. Điều này rất có ý nghĩa trong hệ thông tin số, ở đó nhịp truyền bit bị giới hạn bởi khổ băng của kênh.

VIII.CÔNG SUẤT VÀ NĂNG LƯỢNG.

Chủ đích đầu tiên của nhiều hệ thông tin là làm tăng tín hiệu đồng thời nén nhiễu. Đặc biệt hơn, ta muốn làm giảm công suất nhiễu ở ngỏ ra của hệ mà không làm giảm công suất tín hiệu: Hệ làm tăng tỷ số S/N.

Gọi E_r là năng lượng của r(t):

$$E_r = \int_{-\infty}^{\infty} \left|r^2(t)\right| dt \qquad (3.42)$$

Nếu r(t) là điện thế hoặc dòng điện ngang qua điện trở 1Ω, E_r sẽ là năng lượng tiêu tán nhiệt (W/sec).

Đối với những tín hiệu không bị giới hạn thời gian, E_r thường là vô hạn. Thí dụ, r(t) là một hằng khác zero. Trong trường hợp này, ta phân chia năng lượng với thời gian trung bình, gọi là công suất trung bình P_r.

$$P_r \triangleq \left|r^2(t)\right|_{av} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |r(t)|^2 dt \qquad (3.43)$$

Ta đã chủ tâm chuyển bình phương ra ngoài dấu trị tuyệt đối để nhấn mạnh rằng cả hai vị trí điều có cùng kết quả.

Nếu E_r hữu hạn, P_r là zero và nếu P_r khác zero, E_r phải vô hạn.

Người ta chia tín hiệu thành 3 nhóm dựa vào tính bị giới hạn của công xuất và năng lượng.

- Nhóm I: $P_r = 0$. Nhóm này chứa những tín hiệu có năng lượng hữu hạn. Phổ biến nhất là tín hiệu bị giới hạn thời gian.
- Nhóm II: $0 < P_r < \infty$. Nhóm này chứa những tín hiệu có công xuất hữu hạn. Phổ biến nhất là tín hiệu thời gian tuần hoàn.
- Nhóm III: $P_r \to \infty$. Nhóm này có tính hòan chỉnh. Nhưng ta không gặp những tín hiệu có công xuất vô hạn trong thực tế. Vài tín hiệu, thú vị về mặt lý thuyết, thích nghi với nhóm này, thí dụ như đoàn xung lực tuần hoàn.

IX. PHÂN TÍCH PHỔ:

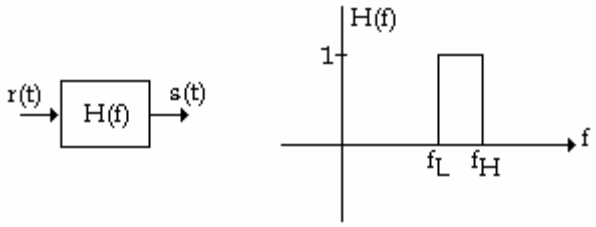
Biến đổi $\mathcal{F}$ không hiện hữu trong đời sống thực tế. Nó là một công cụ toán học để giúp phân tích hệ thống.

Có những giới hạn nghiêm ngặt khi ta cố gắng tìm biến đổi $\mathcal{F}$ của một hàm thời gian được dùng trong một hệ Analog.

Giả sử r(t) là input của một lọc hạ thông lý tưởng, có hàm chuyển H(f) như hình 3.29. Biến đổi $\mathcal{F}$ cho bởi:

$$S(f) = \begin{cases} R(f) & , \quad f_L < |f| < f_H \\ 0 & , \quad \text{phaïo khaïc} \end{cases}$$

s(t) được cho bởi biến đổi ngược của S(f)



Hình 3.29

$$s(t) = \int_{f_L}^{f_H} R(f) e^{j2\pi ft} df + \int_{-f_H}^{-f_L} R(f) e^{j2\pi ft} df \qquad (3.44)$$

Nếu f_H rất gần với f_L (lọc dãy hẹp - narrwband filter), ta giả sử rằng xấp xỉ không đổi trên toàn khoảng của tích phân. Như vậy, nếu f_{av} là tần số giữa của dãy lọc, ta có:

$$s(t) \approx (f_H + f_L)[R(f_{av})\, e^{j2\pi f_{av} t} + R(-f_{av})\, e^{-j2\pi f_{av} t}] \qquad (3.45)$$

Vì $R(-f_{av}) = R^*(f_{av})$, ta có:

$$s(t) = (f_H + f_L)\left|R(f_{av})\right| \cos\left[2\pi f_{av} t + \angle R(f_{av})\right] \qquad (3.46)$$

Suất của output thì tỉ lệ với suất của biến đổi F của input tính tại f_{av} . Pha thì bị dời bởi pha của $R(f_{av})$.

Trong rất nhiều mạch phân tích phổ thực tế, lọc dãy thông được quét ngang bởi một khoảng tần số, và suất của output thay đổi xấp xỉ với $|R(f)|$.

Có 3 nguồn sai số (error). Thứ nhất, trong khi lọc dãy thông thì hẹp, khổ băng của nó thì khác zero. Điều này ảnh hưởng đến độ phân giải output. Thứ hai, lọc thì không lý tưởng. Cuối cùng, khi tần số giữa lọc thay đổi với thời gian (khi nó bị quét), output không nhất thiết tiến đến trị đúng của nó (steady state). Thời gian tăng của lọc thì tỉ lệ nghịch với khổ băng của nó. Vậy, lọc càng hẹp, càng được quét chậm hơn.

Chương IV: BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ

- ĐẠI CƯƠNG.
- SỰ BIẾN ĐIỆU (MODULATION).
- BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ SÓNG MANG BỊ NÉN 2 BĂNG CẠNH: (DSB SCAM).

(DOUBLE - SIDE BAND SUPPRESSED CARRIED AMPLITUDE MODULATION).

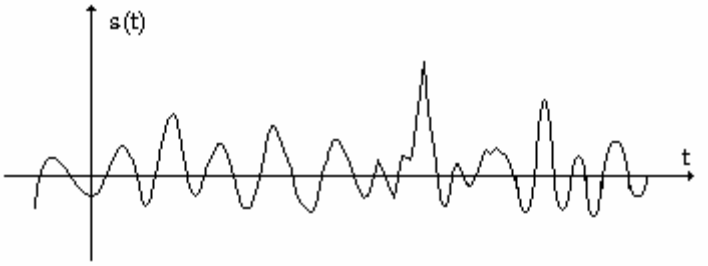
- BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ SÓNG MANG ĐƯỢC TRUYỀN 2 BĂNG CẠNH.
- HIỆU SUẤT.
- CÁC KHỐI BIẾN ĐIỆU.
- CÁC KHỐI HOÀN ĐIỆU (DEMODULATORS).
- TRUYỀN MỘT BĂNG CẠNH (SINGLE SIDEBAND) SSB.
- BIẾN ĐIỆU AM TRỰC PHA.
- BIẾN ĐIỆU BĂNG CẠNH SÓT (VESTIGIAL SIDEBAND) VSB.
- AM STEREO.

ĐẠI CƯƠNG

Hình 4.1 trình bày một mẫu dạng sóng của tiếng nói mà ta muốn truyền đi. Nó không có một đặc trưng riêng biệt nào và tùy thuộc rất nhiều vào âm thanh được tạo ra. Vì dạng sóng chính xác không được biết, nên ta có thể nói như thế nào về hệ thống cần thiết để truyền nó ?

Trong trường hợp tiếng nói (hay bất kỳ một tín hiệu Audio nào), câu trả lời dựa vào sinh lý học. Tai người ta chỉ có thể đáp ứng với những tín hiệu có tần số khoảng dưới 15kHz (số này giảm theo tuổi tác). Vậy nếu mục đích cuối cùng của ta là nhận những tín hiệu audio, phải giả sử rằng ảnh F của tín hiệu là zero khi $|f|$ >15kHz.

$$S(f) = 0 \ , \ |f| > fm \qquad ; \text{Với } f_m = 15kHz \ .$$



Hình 4.1: Dạng sóng của tiếng nói

Những hòa âm hoặc những dụng cụ phát âm khác, có thể tạo ra những thành phần tần số cao hơn 15kHz, dù tai người không thể nghe được. Tuy nhiên, nếu một trong những tín hiệu nay đi qua một lọc hạ thông có tần số cắt 15kHz, thì ngỏ ra của lọc (nếu đưa đến loa) sẽ tạo lại giống như tín hiệu vào. Như vậy, ta đã giả sữ rằng tín hiệu đã bị giới hạn bởi một tần số trên (upper frequency) vào khoảng 15kHz.

Bây giờ ta giả sử lấy một tín hiệu audio và cố truyền qua không khí - Bước sóng của tín hiệu 3KHz trong không khí khoảng 100km. Một anten 1/4 sóng sẽ dài 25km! Điều ấy không thể thực hiện. Và nếu giả sử ta có thể dựng được anten thì ta còn gặp phải 2 vấn đề. Thứ nhất, liên quan đến những tính chất của không khí và tần số audio. Những tần số này truyền không hiệu quả trong không khí. Thứ hai, sự giao thoa do các dãy tần các đài phát phủ lên nhau.

Vì những lý do đó, ta phải cải biến tín hiệu tần số thấp trước khi gửi nó đi từ nơi này đến nơi khác. Tín hiệu đã cải biến ít nhạy cảm với nhiễu so với tín hiệu gốc.

Phương pháp chung nhất để thực hiện sự cải biến là dùng tín hiệu tần số thấp để *biến điệu* (cải biến những thông số của) một tín hiệu tần số cao hơn. Tín hiệu nầy thường là hình sin.

SỰ BIẾN ĐIỆU

$S_C(t)$ là tín hiệu hình sin cao tần, được gọi là sóng mang (carrier). Gọi như thế vì nó được dùng để chuyển tải tín hiệu tín tức từ đài phát đến máy thu.

$$S_C(t) = A\cos(2\pi fet+\theta) \qquad (4.1)$$

Nếu $f_C(t)$ được chọn thích hợp, sóng mang có thể được truyền đi có hiệu quả. Thí dụ, có thể chọn những tần số trong khoảng giữa 0.5 và 3MHz để truyền xa đến 250 km. Bước sóng của các tần số tương ứng cỡ 100MHz, và chiều dài hợp lý của anten có thể chấp nhận được:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{10^8} = 3m$$

Biểu thức (4.1) chứa 3 thông số có thể thay đổi: biên độ A; tần số f_C; và pha θ. Như vậy, hậu quả là có 3 kiểu biến điệu: biến điệu biên độ, biến điệu tần số hoặc biến điệu pha.

BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ SÓNG MANG BỊ NÉN 2 BẰNG 2 CẠNH: (DSB SCAM)

(double - side band suppressed carried amplitude modulation).

Nếu ta biến điệu biên độ của sóng mang ở phương trình (4.1), ta có kết quả:

$$S_m(t) = A(t) \cos (2\pi f_C t+\theta) \qquad (4.2)$$

Tần số f_C và pha θ không đổi

Biên độ A(t) thay đổi cách này hay cách khác theo s(t).

Để đơn giản, ta giả sử θ = 0. Điều này không ảnh hưởng đến kết quả căn bản vì góc thực tế tương ứng với một độ dời thời gian $\theta/2\pi fc$. (Một sự dời thời gian không được xem là sự méo dạng trong một hệ thông tin).

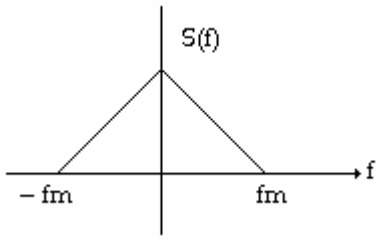
A(t) thay đổi như thế nào với s(t)? Câu trả lời đơn giản nhất là chọn A(t) bằng với s(t). Điều đó sẽ đưa đến dạng sóng biến điệu AM.

$$s_m(t) = s(t) \cos 2\pi f_C t \qquad (4.3)$$

Tín hiệu loại nay gọi là biến điệu AM sóng mang bị nén 2 băng cạnh vì những lý do mà ta sẽ thấy ngay sau đây:

Đặt S(f) là biến đổi F của s(t). Nhớ là ta không cần gì hơn là S(f) phải bằng zero đối với những tần số cao hơn tần số cắt f_m. Hình 4.2 chỉ một S(f) biểu diễn cho yêu cầu đó.

Đừng nghĩ rằng S(f) luôn phải là như vậy, mà nó chỉ là biến đổi F của một tín hiệu tần số thấp tổng quát, có dãy tần bị giới hạn.

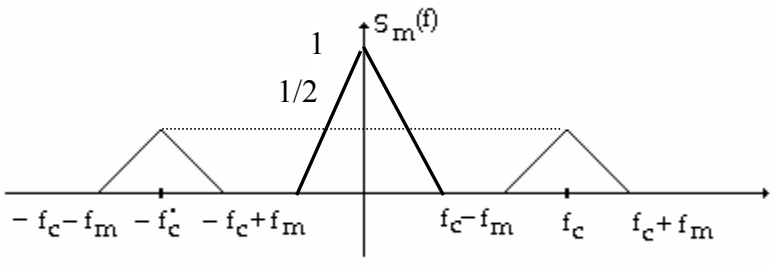


Hình 4.2

Định lý về sự biến điệu (chương II) được dùng để tìm $S_m(f)$:

$$S_m(f) = F [s(t)Cos2\pi f_C t] = \frac{1}{2}[S (f + f_C) + S (f - f_C)] \qquad (4.4)$$

Nhớ là biến điệu một sóng mang bằng s(t) sẽ làm dời tần số của s(t) (cả chiều lên và chiều xuống) bởi tần số của sóng mang.



Hình 4.3

Điều này tương tự với kết quả lượng giác của một phép nhân một hàm sin với một hàm sin khác.

$$\text{CosA CosB} = \frac{1}{2}\text{Cos(A+B)} + \frac{1}{2}\text{cos (A-B)} \qquad (4.5)$$

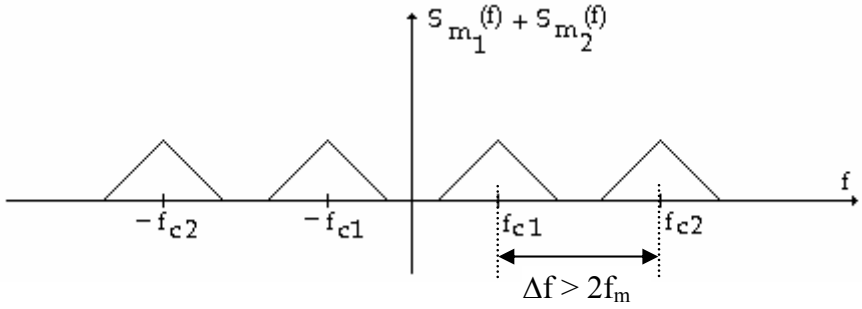
Nếu cosA thay bằng s(t), trong đó s(t) chứa những tần số liên tục từ giữa 0 và f_m.

Hình 4.3 cho thấy, sóng biến điệu $s_m(t)$ chứa những tần số trong khoảng $f_C - f_m$ và $f_C + f_m$.

Nếu gán những trị tiêu biểu vào cho f_m = 15kHz và f_C = 1MHz, ta sẽ thấy khoảng tần số bị chiếm bởi sóng biến điệu là từ 985.000 đến 1.015.000Hz.

- Thứ nhất: Với khoảng tần số này, thì thì anten có chiều dài hợp lý có thể xây dựng được. Đó là một trong 2 vấn đề cần giải quyết.

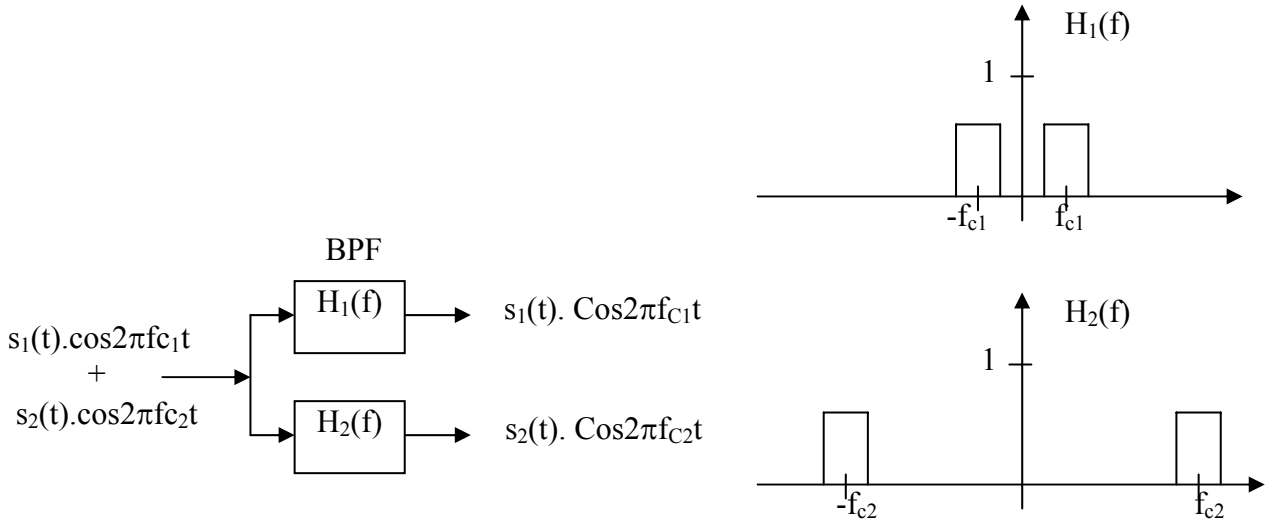
- Vấn đề thứ hai, là khả năng tách kênh trong một hệ đa hợp (Multiplexing). Ta thấy, nếu một tin tức biến điệu một sóng hình sin tần số f_{C1} và một tin tức khác biến điệu một sóng hình sin tần số f_{C2} thì các ảnh F của 2 sóng mang bị biến điệu sẽ không phủ lên nhau. Và f_{C1}, f_{C2} tách biệt nhau ít nhất là $2f_m$.



Hình 4.4: Biến đổi F của 2 sóng AM.

Nếu các tần số của 2 sóng biến điệu không cách nhau xa lắm, cả 2 có thể dùng 1 anten, mặc dù chiều dài tối ưu của anten không như nhau cho cả 2 kênh [trong thực tế, một anten được dùng cho cả 1 khoảng tần số.

Ta nhấn mạnh lại rằng, các tín hiệu có thể được tách ra nếu chúng không bị phủ lên nhau (hoặc về thời gian, hoặc về tần số). Nếu chúng không phủ nhau về thời gian, có thể dùng các cổng hay các Switchs để tách. Nếu chúng không phủ về tần số, các tín hiệu có thể tách ra bởi các lọc dãy thông. Vậy, một hệ thống như hình 4.5 có thể dùng để tách sóng mang bị biến điệu.



Hình 4.5: Sự tách 2 kênh.

Nếu nhiều tín hiệu được truyền trên cùng một kênh, chú ý có thể được tách ra tại máy thu bằng các lọc dãy thông. Các lọc này chỉ tiếp nhận, một trong các tín hiệu hiện diện trong tín hiệu biến điệu mong muốn.

TD: Một tín hiệu chứa thông tin có dạng:

$$s(t) = \frac{\sin 2\pi t}{t}$$

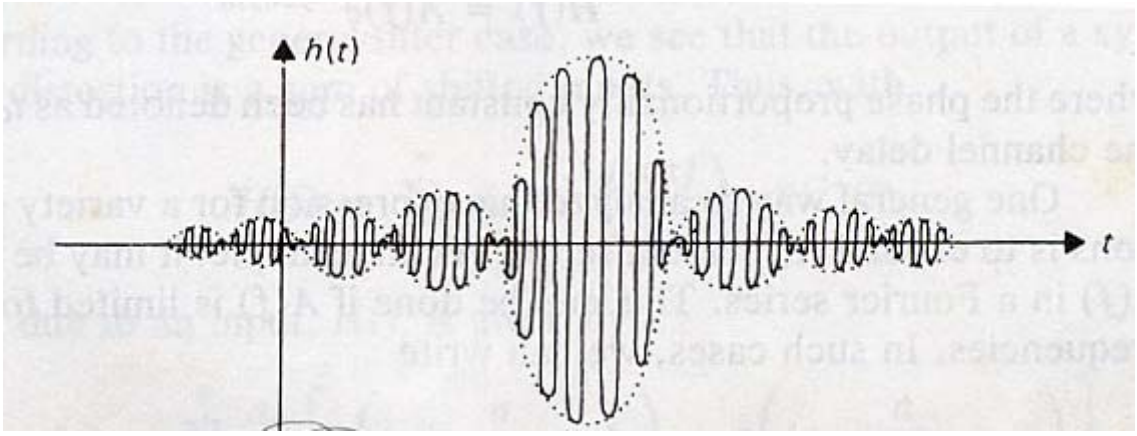
Tín hiệu này biến điệu biên độ một sóng mang có tần số 10Hz. Hãy vẽ dạng sóng AM và biến đổi F của nó.

Giải: Sóng AM được cho bởi phương trình:

$$s_m(t) = \frac{\sin 2\pi t}{t} \cos 20\pi t$$

Hàm này được vẽ như hình 4.6:

Hình 4.6: Dạng sóng AM



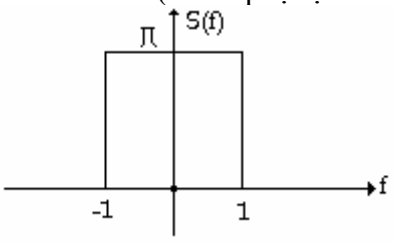
cos 20πt là sóng mang.

- Khi sóng mang bằng 1 ($t = \frac{k}{10}$), $s_m(t) = s(t)$.
- Khi sóng mang bằng -1, $t = \frac{k}{10} + \frac{1}{20}$, $s_m(t) = -s(t)$.

Để vẽ dạng sóng AM. Ta bắt đầu vẽ s(t) và ảnh qua gương của nó -s(t). Sóng AM chạm một cách tuần hoàn vào mỗi đường cong này và thay đổi biên đô giữa những điểm tuần hoàn đó.

Trong hầu hết trường hợp thực tế, tần số sóng mang cao hơn rất nhiều so với thí dụ trên.

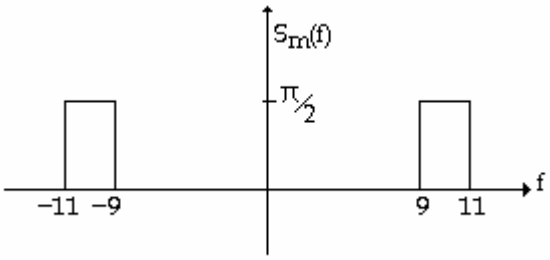
Biến đổi F của s(t) được vẽ ở hình 4.7 (Xem phụ lục chương II)



Hình 4.7: Ảnh Fourier của s(t)

Biến đổi F của sóng biến điệu được tính nhờ định lý biến điệu.

$$S_m(f) = \frac{S(f-10) + S(f+10)}{2} \qquad (4.7)$$



Hình 4.8: Tần phổ của sóng biến điệu

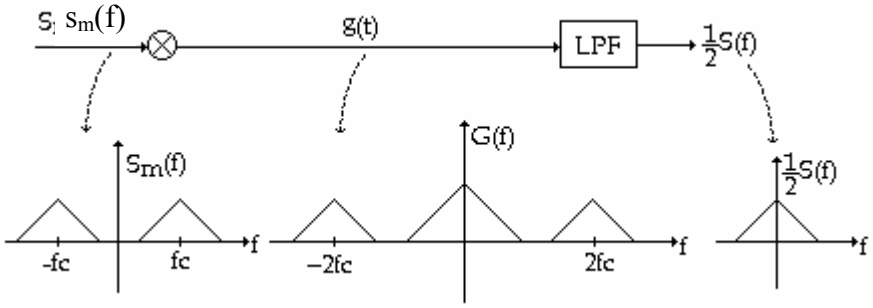
Vì $S_m(f)$ được suy từ S(f) bằng cách dời tất cả các thành phần tần số của s(t) một khoảng là f_C, ta sẽ có thể hồi phục lại s(t) từ $s_m(t)$ bằng cách dời các tần số bởi cùng một trị theo chiều ngược lại.

Định lý biến điệu chứng tỏ rằng phép nhân một hàm thời gian với một hàm Sinusoide sẽ dời ảnh F của hàm thời gian đi (cả chiều lên và xuống) trong miền tần số. Vậy nếu ta lại nhân $S_m(t)$ với một hàm sin (tần số sóng mang), thì ảnh F sẽ dời lui xuống đến tần số thấp của nó. Phép nhân này cũng dời ảnh F lên đến 1 vị trí giữa khoảng $2f_C$, những thành phần này dễ dàng bị loại bởi một lọc hạ thông. Tiến trình này vẽ ở hình 4.9.

Sự hồi phục của s(t) được mô tả bởi phương trình (4.8)

$$\begin{aligned} s_m(t).\cos 2\pi f_C t &= [\, s(t)\cos 2\pi f_C t \,]\cos 2\pi f_C t \\ &= s(t)\cos^2 2\pi f_C t \\ &= \frac{s(t) + s(t)\cos 4\pi f_C t}{2} \end{aligned} \qquad (4.8)$$

Ngỏ ra lọc hạ thông là $s(t)/2$



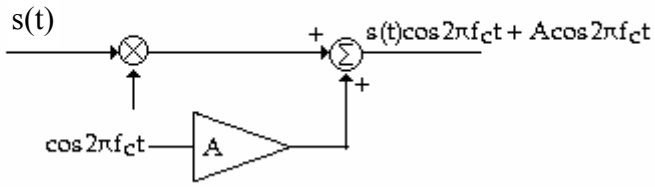
Hình 4.9: Sự hồi phục tín hiệu từ sóng biến điệu.

Tiến trình này gọi là hoàn điệu (Demodulation).

BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ SÓNG MANG ĐƯỢC TRUYỀN 2 BĂNG CẠNH

(Double - Side Band Transmitted Carrier AM). DSBTCAM.

Bây giờ ta cải biến thêm sự biến điệu AM, bằng cách cộng vào sóng biến điệu một phần của sóng mang.



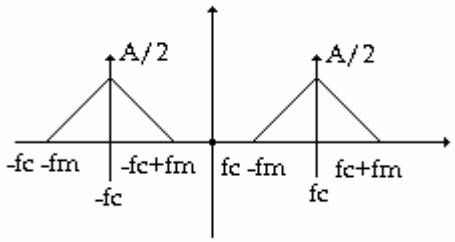
Hình 4.10.

Hình 4.10 chỉ sự cộng một sóng mang hình sin thuần túy vào sóng biến điệu DSBSCAM. Kết quả cho bởi phương trình (4.8)

$$s_m(t) = s(t) \cos 2\pi f_C t + A \cos 2\pi f_C t \qquad (4.9)$$

Đây là kiểu biến điệu AM sóng mang được truyền 2 băng cạnh. (DSBTC AM). Khác với kiểu AM sóng mang bị nén 2 kiểu AM sóng mang được truyền có chứa một thành phần rỏ ràng của sóng mang ($A \cos 2\pi f_C t$).

Ảnh F của TCAM là tổng của biến đổi F của SCAM và biến đổi F sóng mang thuần túy. Biến đổi sóng mang là một cặp xung lực $\pm f_C$.



Hình 4.11: Biến đổi F của TCAM

Dạng sóng có thể viết lại (Từ phương trình 4.9)

$$s_m(t) [A+s(t)] \cos 2\pi f_C t \qquad (4.10)$$

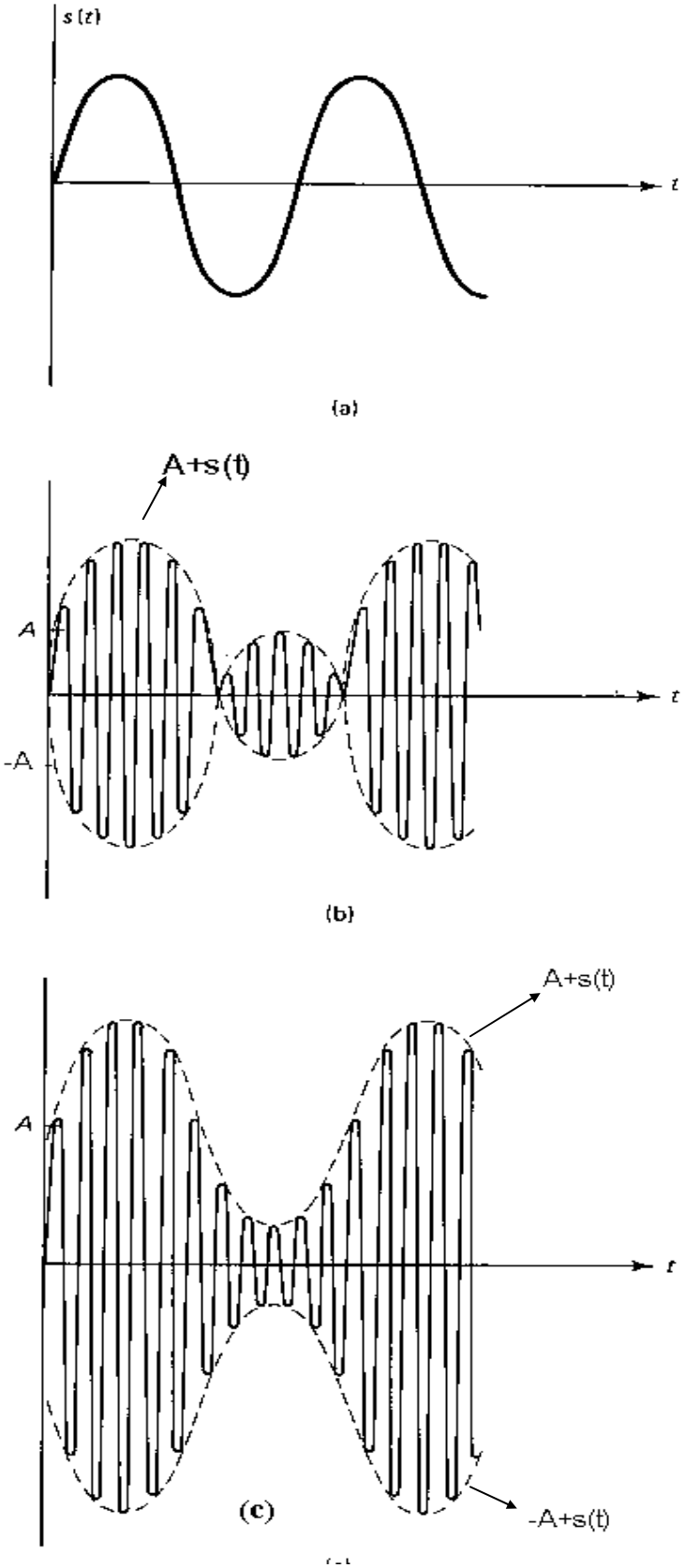
Hàm này có thể vẽ theo cách vẽ dạng sóng SCAM. Trước hết, ta vẽ đường biên [A+s(t)] và ảnh qua gương -[A + s(t)]. Sóng AM chạm tuần hoàn vào 2 đường biên và thay đổi biên độ điều giữa những điểm tuần hoàn đó. Hình vẽ 4.12, cho một s(t) hình sin (thí dụ tiếng huýt sáo vào một microphone).

- Hình 4.12a Tín hiệu s(t) hình sin

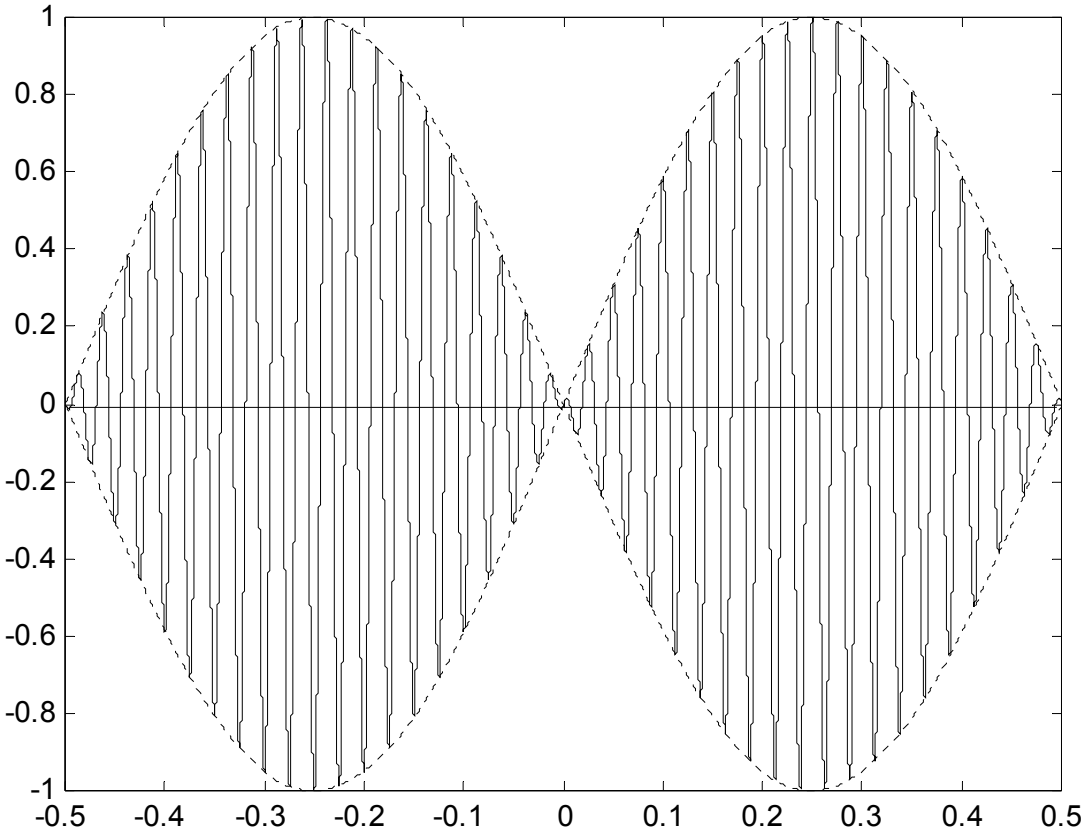
- Hình 4.12b Dạng sóng DSBTCAM với giá trị của A nhỏ hơn biên độ a của s(t); $A<a$; $A \neq 0$.

- Hình 4.12c Dạng sóng DSBTCAM khi A lớn hơn biên độ của s(t); $A>a$; $A \neq 0$.

- Hình 4.12d Dạng sóng DSBTCAM khi $A=0$.



Hình 4.12



Hình 4.12

HIỆU SUẤT

Sự cộng thêm sóng mang vào sóng biến điệu sẽ làm cho sự hoàn điệu dễ dàng hơn. Cái giá mà ta phải trả là hiệu suất. Một phần của năng lượng được truyền dùng để gửi sóng mang và như vậy không mang một thông tin hữu ích nào.

Ta thấy từ phương trình (4.9) : Công suất sóng mang là công suất của A $\cos 2\pi f_C t$, hay $A^2/2$ watts. Công suất của tín hiệu là công suất của s(t) $\cos 2\pi f_C t$, là trị trung bình của $s^2(t)$ chia 2. Công suất trung bình của $s^2(t)$ thì đơn giản là của s(t), hay P_S. Vậy công suất của tín hiệu là $P_S/2$.

Công suất truyền toàn phần là tổng của 2 số hạng này.

Ta định nghĩa hiệu suất là tỷ số của công suất tín hiệu công suất toàn phần:

$$\eta = \frac{P_S}{A^2 + P_S} \qquad (4.10)$$

TD: Giả sử ta xem dạng sóng hình 12c, và đặt A bằng với biên độ của hình sin. Vậy hiệu suất là 33%.

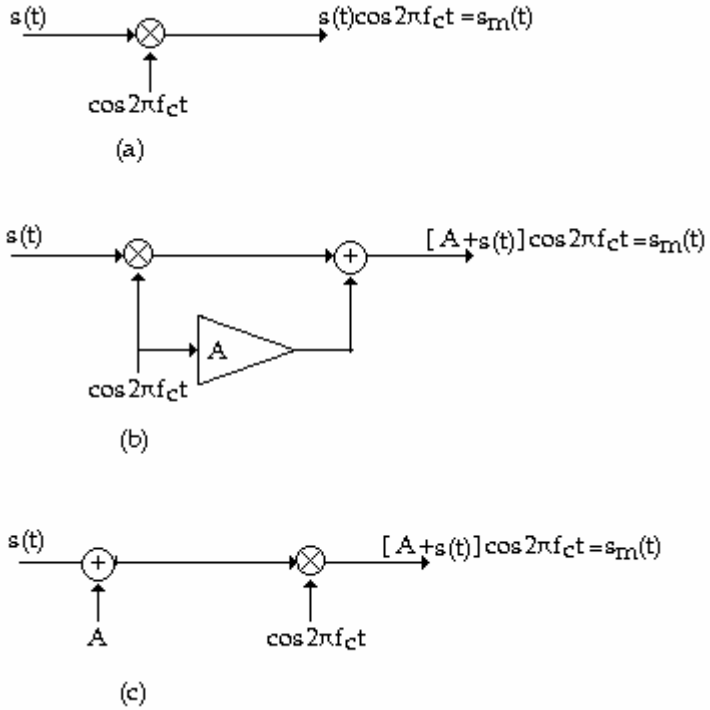
CÁC KHỐI BIẾN ĐIỆU:

Hình 4.13 Sơ đồ của các khối biến điệu AM.
- Hình 4.13a: Hệ thống tạo nên DSBSC AM.
- Hình 4.13b,c: Hệ thống tạo nên DSBTC AM.

Hình 4.13: Khối biến điệu AM

Tại sao sự biến điệu thì không tuyến tính ?

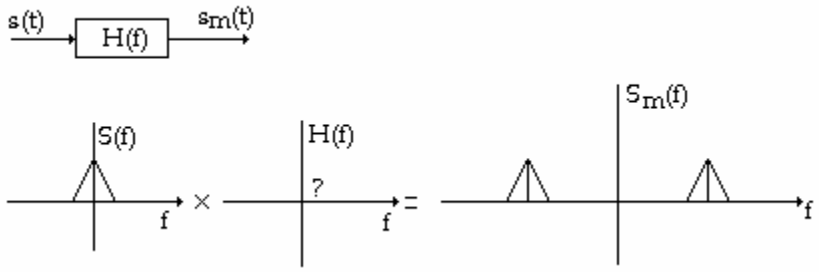
Ta đã biết, bất kỳ một hệ tuyến tính và không đổi theo thời gian nào điều có một output mà biến đổi F của nó là tích của ảnh F của input với H(f). Nếu biến đổi của tín hiệu vào bằng zero



trong một khoảng tần số nào đó, thì ảnh F của output phải cũng bằng zero trong khoảng ấy. Nghĩa là, tính chất tổng quát của hệ tuyến tính không đổi theo thời gian là nó không thể cho ra bất kỳ một output nào nếu không có input ở ngỏ vào.

Vậy có một hệ tuyến tính không theo t nào có thể cho $s_m(t)$ ở ngỏ ra khi nhận s(t) ở ngỏ vào ? Nói các khác, ta có thể tìm được hay không một H(f) nào để cho:

$$S_m(f) = S(f) \cdot H(f)$$



Hình 4.14

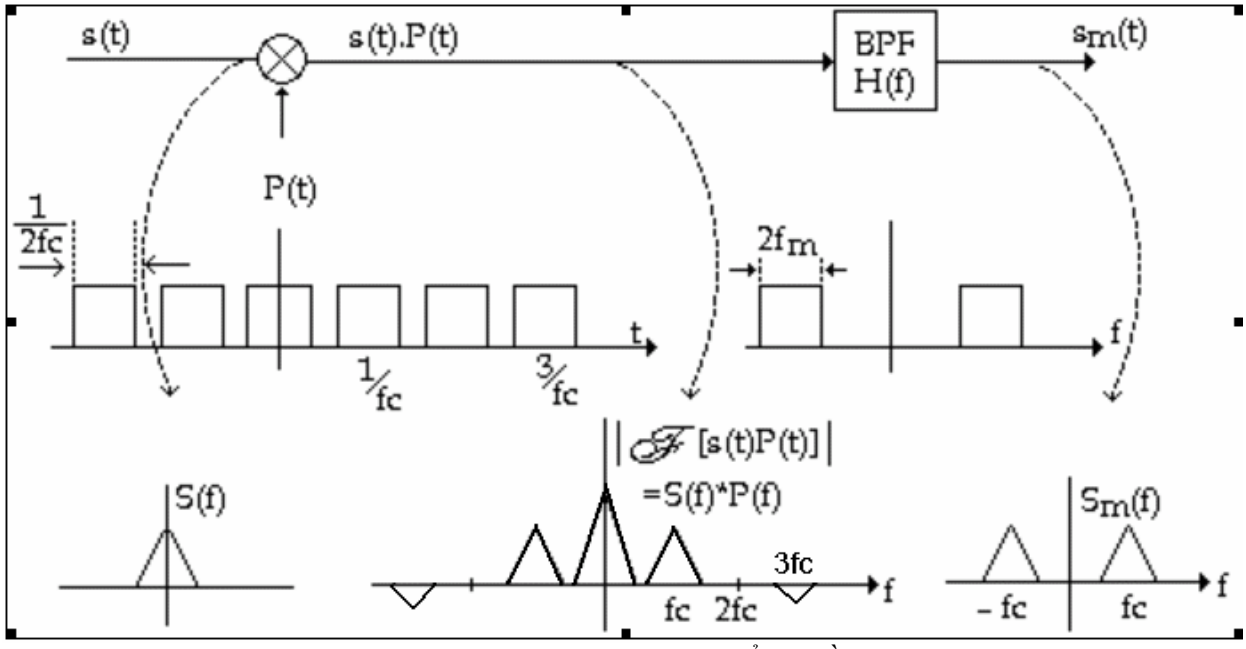
Rõ ràng, câu trả lời là không.

Sự biến điệu là một *tiến trình dời tần*. Và không có một hệ tuyến tinh nào thực hiện được điều đó.

Một hệ phi tuyến và thay đổi theo t, nói chung, là rất phức tạp. Tuy nhiên, trong trường hợp biến điệu, người ta có thể thực hiện được bằng 2 kiểu gián tiếp: Biến điệu cổng (Gated mudolator) và biến điệu theo luật bình phương (Square - Law Mudolator).

Biến Điệu Cổng:

Dựa vào sự kiện: Phép nhân s(t) với một hàm tuần hoàn bất kỳ sẽ tạo ra một chuỗi sóng AM với những sóng mang là bội số của tần số cơ bản của hàm tuần hoàn. Hình_4.15



Hình 4.15: Tích của s(t) và hàm cổng tuần hoàn

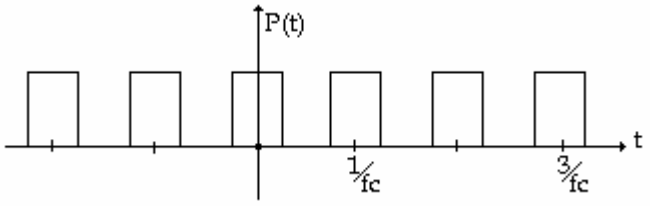
Output của mạch nhân (hình 4.15)

$$s(t)P(t) = s(t)\left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_c t)\right] \qquad (4.11)$$

f_c Là tần số cơ bản của hàm tuần hoàn. a_n , các hệ số chuỗi F. Giả sử P(t) là hàm chẵn (để tránh phải viết các số hạng sin trong chuỗi)

Lọc BPF sẽ chận tất cả, chỉ trừ thành phần nào đó trong chuỗi mà ta sẽ chọn. Kết quả là ở ngỏ ra có một sóng AM. Mạch lọc điều hợp với tần số cơ bản, nhưng nó sẽ có thể điều hợp với một trong những họa tần của sóng AM, có tần số sóng mang cao hơn. Trong thực tế, ta chọn những họa tần thấp (Vì các hệ số F làm giảm biên độ tín hiệu khi n tăng).

P(t) là một hàm cổng gồm một đoàn xung tuần hoàn. (Hình 4.16)



Hình 4.16: Hàm cổng

* Vì P(t) luôn bằng 0 hay bằng 1, mạch nhân có thể xem như có cơ chế hoạt động on/off (hoặc switch).

Output của BPF tìm được bằng cách khai triển P (t) thành chuỗi F và tìm a_1.

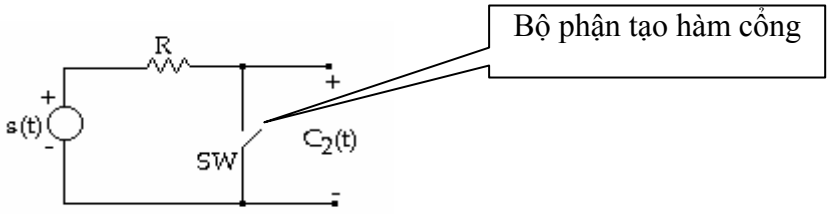
$$a_1 = \frac{2}{\pi}$$

$$s_m(t) = s(t).P(t)$$

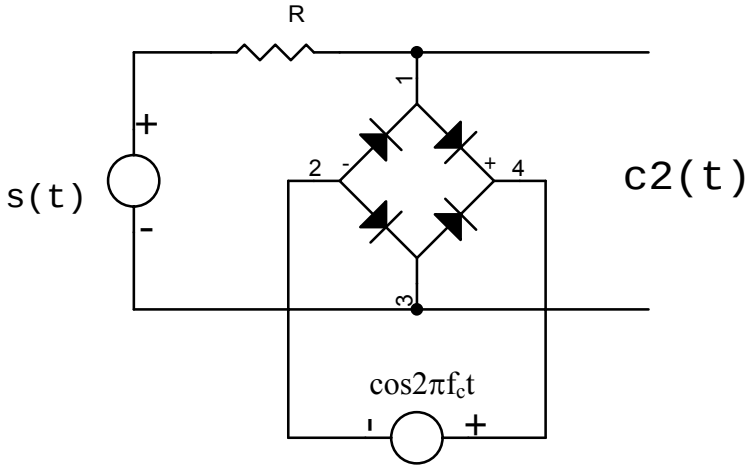
$$s_m(t) = \frac{2}{\pi} s(t) \cos 2\pi f_C t \qquad (4.12)$$

Phương trình (4.12) được viết cho hàm cổng có nửa thời gian cao và nửa thời gian zero. Nhưng sóng AM vẫn được tạo ra với bất kỳ trị giá nào của chu kỳ thao tác của xung.

Bộ phận tạo hàm cổng có thể là thụ động hoặc tác động hình 4.17 chỉ bộ phận biến điệu gồm 2 thành phần thụ động.



Hình 4.17a: Mạch tạo xung cổng thụ động dùng Switch.



Hình 4.17b: Mạch tạo xung cổng thụ động dùng diode.

- Hình 4.17a, SW đóng ngắt tuần hoàn. Khi SW hỡ, tín hiệu ra bằng tín hiệu vào. Khi SW đóng, tín hiệu ra bằng zero. R là điện trở nguồn. Bất lợi của SW cơ học là đóng ngắt chậm. Tần số đóng ngắt của SW phải bằng tần số sóng mang (hoặc ước số, nếu ta chọn 1 họa tần). Với tần số sóng mang cở MHz, SW cơ học không thể đáp ứng kịp.

- Hình 4.17b: Sự đóng ngắt thực hiện nhờ cầu diode. Khi $\cos 2\pi f_C t$ dương (điểm B có điện thế dương hơn điểm A), cả 4 doide bị khóa: Mạch tương tự như hình 4.17a khi SW hỡ, tín hiệu ra là s(t). Ngược lại khi $\cos 2\pi f_C t$ âm (điểm B có điện thế âm hơn điểm A). Cả 4 diode dẫn: mạch giống như hình 4.17a khi SW đóng. Giới hạn duy nhất cho mạch đóng ngắt nầy là tần số đóng ngắt của loại Diode được dùng. (Tính không lý tưởng của các diode, thường là thời gian hồi phục (recovery time) của điện dung mối nối khá lớn so với chu kỳ sóng mang).

- Hàm cổng còn có thể tạo được bằng cách dùng các linh kiện tác động, như transistor hoạt động giữa vùng khóa và vùng bảo hòa. Một transistor khóa, tương đương với một SW hỡ. Một transistor bảo hòa, xem như một SW đóng.

- Hình 4.18, trình bày một kiểu mạch biến điệu dọi là biến điệu vòng (ring modulator). Sóng mang là một sóng vuông, được đưa vào mối giữa của 2 biến thế. Output là một phiên bản bị " cổng hóa " của input, chỉ cần lọc là có được sóng AM .

Biến Điệu Theo Luật Bình Phương.

Loại nầy dựa vào định luật: " Bình phương của một tổng 2 hàm có chứa một số hạng là tích của 2 hàm đó ":

$$[s_1(t)+s_2(t)]^2= s_1{}^2(t) + s_2{}^2(t)+2\, s_1(t).s_2(t)$$

Nếu $s_1(t)$ là tín hiệu chứa tin và $s_2(t)$ là sóng mang, ta có:

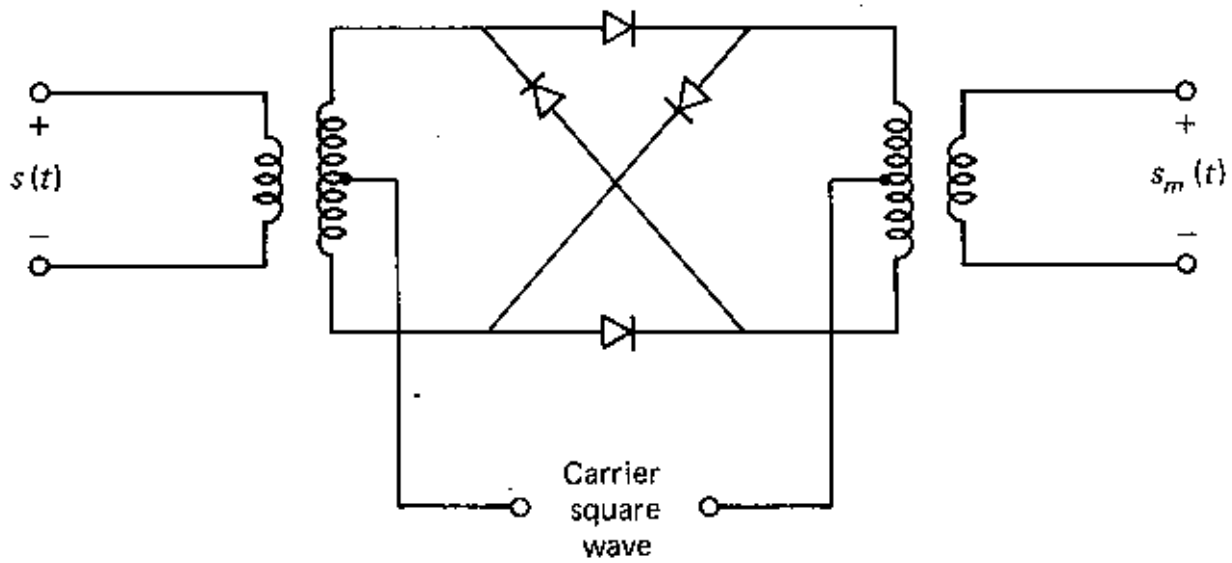
$$[\, s(t) + \cos 2\pi f_C t\,]^2 = s^2(t) + \cos^2 2\pi f_C t + 2s(t)\cos 2\pi f_C t \qquad (4.13)$$

Số hạng thứ 2 chính là sóng AM mong muốn. Ta phải tìm cách tách nó ra khỏi 2 thành phần kia. Ta đã biết, sự tách sẽ đơn giãn, khi chúng không phủ nhau (trong phạm vi thời gian hoặc phạm vi tần số). Rỏ ràng, chúng phủ nhau về thời gian. Vậy, ta hãy xem phạm vi tần số.

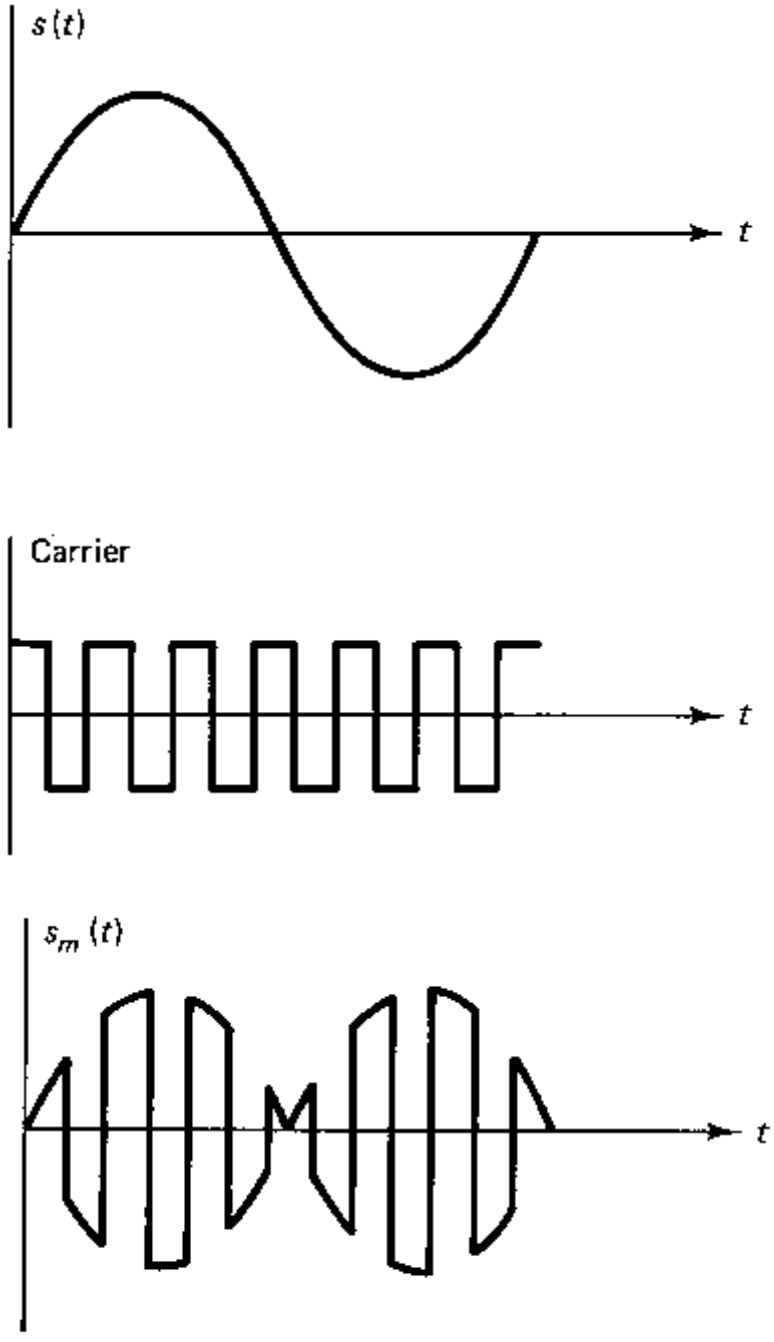
Các xung lực tại gốc và $2f_C$ kết quả của sự khai triển lượng giác

$$\mathrm{Cos}^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$

Đường cong liên tục ở giữa (tần số thấp) chỉ biến đổi F của $s^2(t)$. Ta không biết dạng chính xác của s(t). Nhưng chỉ biết rằng ảnh F của nó bị giới hạn ở những tần số nhỏ hơn f_m. Biến đổi F của $s^2(t)$ bị giới hạn ở những tần số dưới $2f_m$. Một cách để thấy điều đó là xem biến đổi F của $s^2(t)$ là phép chồng của S(f) lên chính nó. Phép chồng đồ hình cho thấy biến đổi nầy đi từ zero đến $2f_m$. Cách khác, là xem s(t) như là tổng của các hình sin có tần số (riêng) dưới f_m. Khi bình phương tổng nầy, ta có kết quả là tất cả các tích của các số hạng. Điều nầy sẽ đưa đến tổng và hiệu của các tần số khác nhau (dùng lượng giác). Không có tổng hay hiệu nào vượt quá $2f_m$ nên tần số gốc không vượt quá f_m.

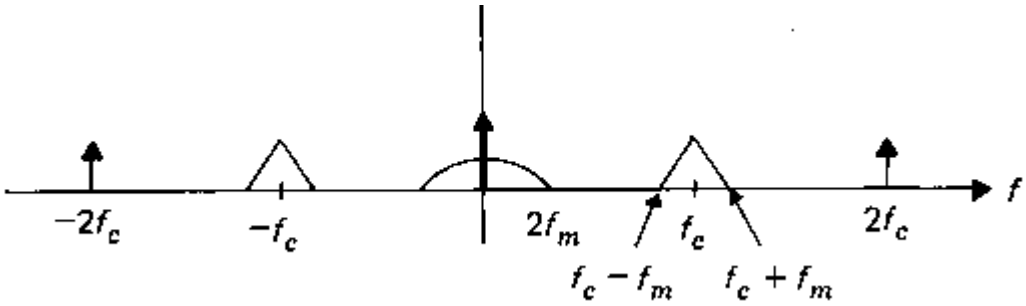


Hình 4.18(a)



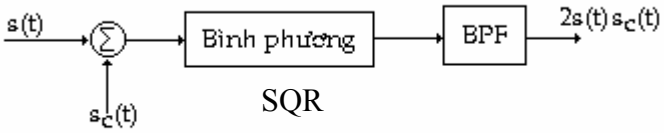
(b)

Hình 4.18: Biến điệu vòng



Hình 4.19: Biến đổi F của (4.13)

Hình 4.19 cho thấy khi $f_C >> 3f_m$ thì các số hạng không phủ nhau (về tần số). Vậy có thể tách chúng bằng một lọc BPF để có sóng AM. Trong hầu hết các trường hợp thực tế, $f_C >> f_m$, nên điều kiện nầy dễ thỏa.



SQR

Hình 4.20: Mạch biến điệu bình phương.

Hình 4.20 chỉ toàn thể một khối biến điệu theo luật bình phương. Các bộ phận tổng có thể là tác động, thụ động hay op.amp.

- Bộ phận bình phương thì không đơn giãn. Bất kỳ một *linh kiện phi tuyến* nào cũng đều cho một tín hiệu ra tương ứng với một tín hiệu vào bởi một hệ thức mà ta có thể khai triển thành chuỗi lủy thừa. Giả sữ không có sự tích trữ năng lượng, nghĩa là output tại bất kỳ thời điểm nào chỉ phụ thuộc vào input tại cùng thời điểm đó, chứ không kể đến những trị giá trước đó.

Với y(t) là output và x(t) là input:

$$y(t) = a_0 + a_1x(t) + a_2x^2(t) + a_3x^3(t) + ... \qquad (4.14)$$

Số hạng mà ta lưu ý là $a_2x^2(t)$. Và ta tìm cách ta tìm cách tách nó khỏi các thành phần khác. Linh kiện phi tuyến được chọn dùng phải cơ bản là một linh kiện có đặc tính bình phương. Thí dụ diode

a_n trong phương trình (4.14) phải có tính chất:

$$a_n << a_2 \text{ , Với } n > 2$$

Có vài điều cần nói thêm về sự phi tuyến. *Nếu các số hạng ứng với n = 1 và n = 2* trong chuỗi *chiếm ưu thế* (biên độ lớn) thì *kết quả là sóng TCAM*. Hơn nữa, Nếu a_n nhỏ quá (với $n > 2$), sóng AM vẫn có nếu làm cho s(t) thật nhỏ. Vậy $s^n(t) << s(t)$ với $n > 1$, và TCAM vẫn còn chiếm ưu thế. Đây là một trường hợp không mong muốn, vì biên độ của sóng quá nhỏ.

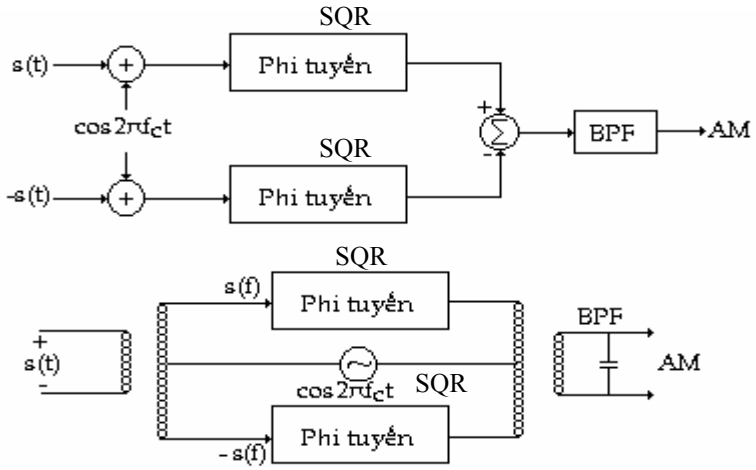
* Các diode bán dẫn có đặc tuyến rất giống với luật bình phương (trong vùng hoạt động của nó).

Sơ đồ khối của một mạch biến điệu cân bằng (balance modulator) vẽ ở hình 4.21. Hệ nầy cộng sóng mang $\cos 2\pi f_C t$ với tín hiệu chứa tin s(t), sau đó đưa chúng vào linh kiện phi tuyến (bình phương). Sự vận hành cũng được lặp lại với -s(t) . Mạch tổng sẽ lấy *hiệu số* của 2 tín hiệu ra, làm *loại bỏ* số hạng của lủy thừa *lẻ* trong khai triển (4.14). Ví dụ, xem số hạng lủy thừa 3.

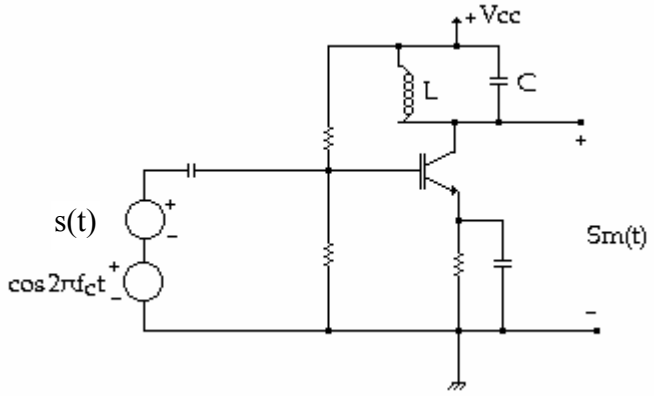
Khi khai triển $[s(t)+\cos 2\pi f_C t]^3$, Số hạng *phủ* lên băng tần của sóng AM là $s^2(t)\cos 2\pi f_C t$. Số hạng nầy không đổi dấu khi -s(t) được thay vào s(t). Như vậy tại mạch tổng (thực ra là trừ) chúng sẽ triệt nhau. Số hạng mà ta muốn lấy, $s(t).\cos 2\pi f_C t$, sẽ đổi dấu khi -s(t) được thay cho s(t). Vậy mạch sẽ làm *tăng đôi* biên độ tín hiệu.

Ta cũng nhớ rằng, khi *số hạng bậc một bị triệt,* nên tín hiệu ra của khối biến điệu cân bằng là *SC AM*. (Biến điệu AM sóng mang bị nén).

Mạch điện thực tế của biến điệu bình phương vẽ ở hình 4.22. Đây là mạch transistor kiểu E chung. Mạch dùng sự phi tuyến của transistor để tạo nên tích của tín hệu với sóng mang. Mạch được điều hợp ở chân C, lọc bỏ những họa tần không mong muốn.



Hình 4.21: Khối biến điệu AM cân bằng

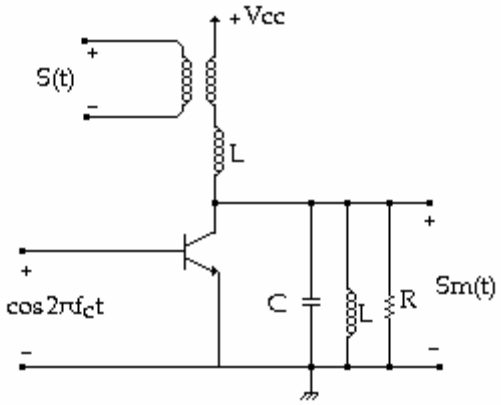


Hình 4.22: Mạch biến điệu bình phương

Các mạch biến điệu bình phương thực tế dễ thiết kế đến độ ngạc nhiên! Thực vậy, Chúng thường hiện hữu ngoài ý muốn. Các sản phẩm của sự biến điệu xuất hiện trong mạch điện một khi các linh kiện điện tử bị đưa vào vùng hoạt động phi tuyến. Vì vậy, người ta thường cố ngăn ngừa một mạch hoạt động như một mạch biến điệu không mong muốn.

Hình 4.23 là mạch của một máy phát AM biến điệu ở chân C. Chỉ cần thay đổi điện thế tức thời đặt vào chân B của Transistor do sự biến đổi biên độ của tín hiệu trong tin s(t). Sóng xuất hiện tại đỉnh của mạch điều hợp ở chân C là tổng của V_{CC} và tín hiệu s(t). Như vậy, cơ bản ta đã làm thay đổi điện thế tức thời do biên độ của s(t) thay đổi.

Ngõ ra của mạch lạ một lọc BPF, nhằm giảm thiểu các họa tần sinh ra do sự hoạt động phi tuyến của transistor.

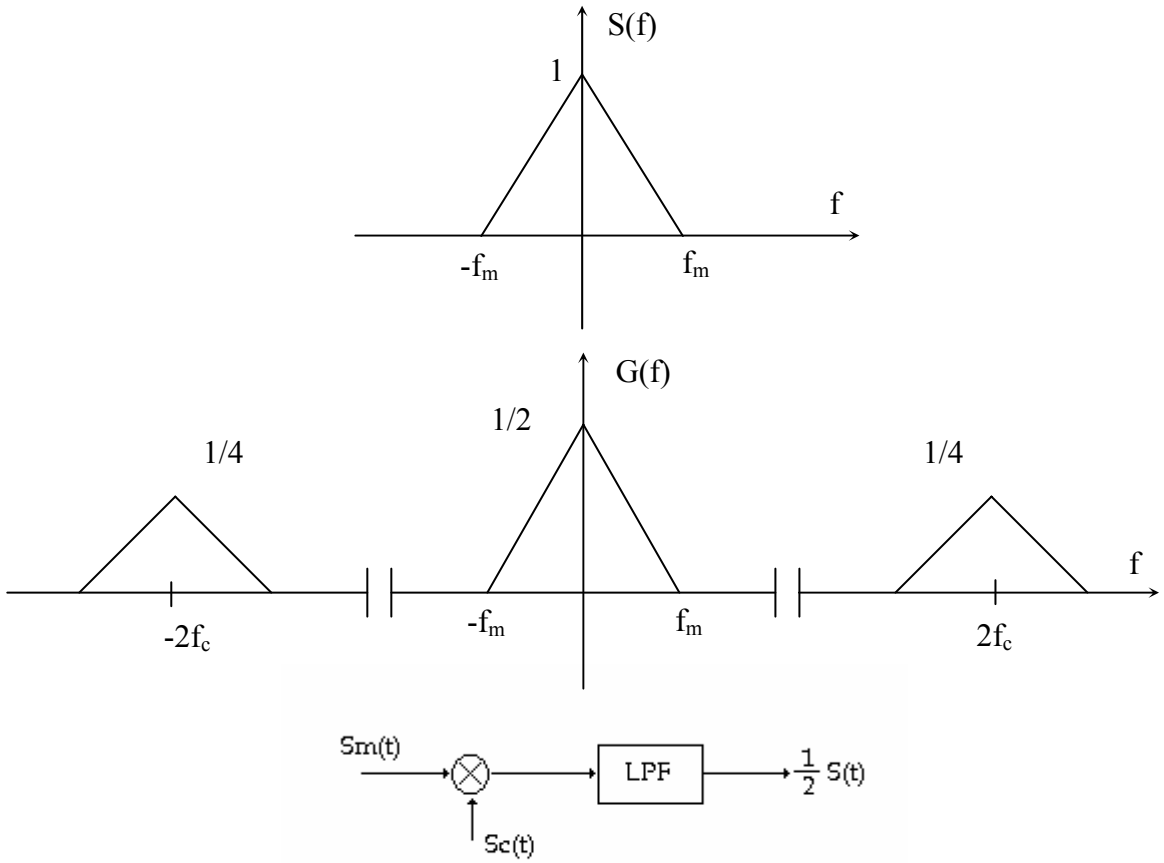


Hình 4.23: Mạch phát AM biến điệu ở chân C

CÁC KHỐI HOÀN ĐIỆU (Demodulators)

Ta đã nói từ trước rằng s(t) sẽ được hồi phục từ $s_m(t)$, bằng cách hoàn điệu cho $s_m(t)$ và sau đó cho tín hiệu qua một lọc LPF. (loai sóng mang).

Hình 4.24 là sơ đồ khối của một mạch *hoàn điện đồng bộ* (Synchronous Demodulator) hay hoàn điệu kết hợp. Gọi như vậy vì mạch dao động tạo $s_C(t)$ được đồng bộ hóa về cả tần số và pha với sóng mang được thu.



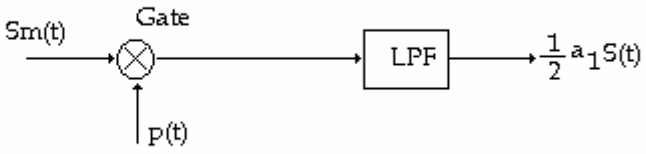
Hình 4.24: Hoàn điệu AM

Vì mạch nhân của hình vẽ nhìn không khác với mạch nhân dùng trong mạch biến điệu, ta có thể tiên đoán những cải biến của mạch biến điệu cổng và bình phương có thể áp dụng được ở đây.

Có hai loại hoàn điệu đồng bộ

Hoàn Điệu Cổng:

Trước hết, hãy khảo sát sự dùng mạch biến điệu cổng để hoàn điệu một sóng DSBSCAM:



Hình 4.25: Hoàn điệu cổng

P(t) là một hàm cổng gồm một chuỗi xung tuần hoàn biên độ đơn vị.

$$P(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi n f_C t$$

Vậy tín hiệu vào của LPF là:

$$s_m(t)\,P(t) = s(t)\cos 2\pi f_C t\left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi n f_C t\right]$$

$$= a_0\, s(t)\cos 2\pi f_C t + \frac{s(t)}{2}\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left[\cos(n-1)2\pi f_C t + \cos(n+1)2\pi f_C t\right] \qquad (4.15)$$

Quan tâm đến thành phần bậc 1:

$$\Rightarrow s_m(t).P(t) = a_0.s(t).\cos 2\pi f_c t + a_1.s(t).\cos^2 2\pi f_c t$$

$$= a0.s(t).\cos 2\pi f_c t + \frac{a_1 s(t)}{2} + \frac{a_1 s(t)\cos 4\pi f_c t}{2}$$

Vậy output của LPF cho bởi:

$$\boxed{s_o(t) = \frac{1}{2} a_1 s(t)}$$

Và sự hoàn điệu được hoàn tất.

- Ta đã nói về hoạt động của hoàn điệu cổng cho một sóng AM SC. Bây giờ, nếu ta thay A + s(t) cho s(t) trong phương trình (4.15) (trường hợp TCAM). Ta sẽ thấy rằng hoàn điệu cổng sẽ tạo ra một tín hiệu ra.

$$\boxed{s_o(t) = \frac{1}{2} a_1[A + s(t)]}$$

Biểu thức trình bày tín hiệu chứa tin gốc bị dời bởi một hằng. Nếu hệ chứa linh kiện liên lạc ac, hằng sẽ không suất hiện ở output. Nếu tất cả mạch khuếch đại trong hệ liên lạc dc, ta có thể loại bằng cách dùng một tụ nối tiếp tương đối lớn, để nó nạp đến trị trung bình của tín hiệu.

Ta giả sử trị trung bình của tin s(t) là zero. Nếu nó không đúng, sự loại bỏ hằng cũng sẽ loại vài tín hiệu khác. May mắn, hầu hết s(t) đều có trị dc là zero.

Hoàn Điệu Bình Phương:

Ta khảo sát hiệu quả của việc cộng sóng AM vào một sóng mang thuần túy, rồi sau đó bình phương tổng:

$$[s_m(t) + A\cos 2\pi f_C t\,]^2 \qquad (4.16)$$

Trước hết, hãy xem trường hợp sóng mang bị nén SCAM. Phương trình (4.16) trở nên:

$$s_m(t) = s(t).\,\mathrm{Cos}2\pi f_C t$$

$$\{\cos 2\pi f_C t[s(t) + A]\}^2 = \cos^2 2\pi f_C t + [s(t) + A]^2$$

$$= \frac{[s(t) + A]^2 + [s(t) + A]^2 \mathrm{Cos}4\pi f_C t}{2} \qquad (4.17)$$

- Số hạng thứ nhì là một sóng AM xung quanh một sóng mang tần số $2f_C$. Vậy có thể tách nó ra dể dàng bằng một lọc LPF.

- Số hạng thứ nhất có thể khai triển:

$$s^2(t) + A^2 + 2A\, s(t).$$

Nhưng tần số chứa $s^2(t)$ phủ với s(t), và chúng không thể tách ra. Tuy nhiên, giả sử rằng ta đã dùng một lọc LPF để tách tất cả số hạng $\left[\frac{s(t)+A}{2}\right]^2$ ra khỏi thành phần có tần số $2f_c$.

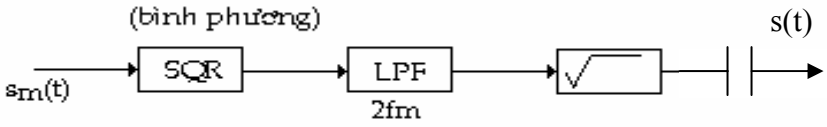
Nhớ là lọc nầy phải cho qua những tần số lớn đến $2f_m$. Vậy ta đã *hồi phục bình phương* của tổng của A và s(t). Ta sẽ lấy *căn bậc 2* của nó để có:

$$0{,}707\left|s(t)+A\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|s(t)+A\right|.$$

A* Sự lấy suất của một tín hiệu sẽ đưa đến một dạng méo. Thí dụ, tín hiệu là một hình sin thuần, suất của nó có dạng sóng sin chỉnh lưu 2 bán kỳ với tần số cơ bản gấp đôi tần số gốc. Tín hiệu chỉnh lưu không chỉ chứa một tần số đơn, mà bao gồm nhiều họa tần. [nếu ta nghe nó ở loa, sóng sin gốc sẽ cho một tông thuần, trong lúc sóng sin chỉnh lưu 2 bán kỳ sẽ cho một tông sè - Thành phần họa tần - cao hơn một bát độ]. Nếu tín hiệu gốc là một hỗn hợp nhiều tần số, sự méo sẽ nghiêm trọng hơn.

B* Nhưng giả sử A đủ lớn sao cho s(t) + A không bao giờ có trị âm, thì $\left|s(t)+A\right|$ sẽ bằng s(t) + A. Khi đó, ta đã hoàn điệu được. Nghĩa là *sóng mang được thêm vào ở máy thu để hoàn điệu* phải có biên độ lớn hơn hay bằng trị âm tối đa của s(t).

Bây giờ ta xem việc hoàn điệu sóng TCAM. Trong việc hoàn điệu, cần thiết phải tạo lại một bản sao hoàn chỉnh của sóng mang. Điều nầy khó thực hiện, trừ khi sóng AM chứa một số hạng tuần hoàn có tần số bằng tần số sóng mang. Điều nầy tự nhiên đưa ta đến việc phải dùng TCAM. Thực vậy, phương trình (4.16) là kết quả từ việc bình phương sóng TCAM thu được mà không cần cộng thêm một *sóng mang địa phương* (nội local) (tại máy thu).



Hình 4.26: Khối hoàn điệu bình phương cho TCAM.

Hình 4.26 là khối hoàn điệu cho TCAM. Biên độ sóng mang A đủ lớn để làm cho A + s(t) không âm.

C* Đối với sóng SCAM, cần phải thêm mạch tạo (bản sao của) sóng mang tại máy thu. Bản sao nầy cần được đồng bộ hóa với sóng mang thu được (phù hợp về tần số và pha). Thường máy thu có một mạch dao động nội để thực hiện việc này.

Ta hãy xem hậu quả của sự không phù hợp về tần số và pha. Giả sử mạch dao động nội hình 4.24 bị lệch tần bởi Δ_f và lệch pha bởi $\Delta\theta$. Khi đó, output của mạch nhân là:

$$s_m(t)\cos[\,2\pi(f_C+\Delta_f)t + A\theta]$$

$$= s(t)\cos 2\pi f_C t \cos[\,2\pi(f_C+\Delta_f)t + A\theta]$$

$$= s(t)\left[\frac{\cos[\,2\pi\Delta_f t + \Delta\theta]}{2} + \frac{\cos[\,2\pi(2f_C + \Delta_f)t + \Delta\theta]}{2}\right] \qquad (4.18)$$

Đây cũng là input của LPF của khối tách sóng đồng bộ, output của nó là:

$$s_0(t) = s(t)\,\frac{\cos[\,2\pi\Delta_f t + \Delta\theta]}{2} \qquad (4.19)$$

(Số hạng thứ nhì của (4.18) có thành phần tần số $2f_C + \Delta f$ nên bị loại)

Biểu thức (4.19) cho thấy một tín hiệu là *s(t) nhân với một hàm Sinusoide* tại tần số Δ_f *Hertz*. Ta giả sử Δ_f nhỏ, vì ta cố làm cho nó $\rightarrow 0$. Định lý biến điệu chỉ rằng $s_o(t)$ có một biến đổi F với các tần số trong khoảng đến $f_m + \Delta_f$. Dù LPF được thiết kế để chỉ cho qua các tần số lớn đế f_m, nhưng nó vẫn cho qua toàn bộ $f_m + \Delta_f$, vì $\Delta_f << f_m$

Giả sử ta có thể làm phù hợp về tần số chính xác rồi, chỉ còn khác pha. Phương trình (4.19) trở thành:

$$s_o(t) = s(t)\frac{\cos\Delta\theta}{2} \qquad (4.20)$$

Đó là một phiên bản không méo của s(t).

Khi $\Delta\theta \rightarrow 90^0$, output sẽ zero.

Sự Hồi Phục Sóng Mang Trong TCAM.

Ta đã thấy, sự hoàn điệu đồng bộ cần phải có sự thích hợp hoàn hảo về tần số và sự sai pha không đến 90^0. Sự thích hợp tần số chỉ có thể nếu sóng AM có chứa một thành phần tuần hoàn tần số bằng với sóng mang. Đó là, ảnh F của sóng AM nhận được ở máy thu phải có một xung lực tại tần số của sóng mang. Đây là trường hợp của TCAM.

Tín hiệu thu được có dạng:

$$sm(t) = s(t)\cos 2\pi f_C t + A\cos 2\pi f_C t$$

Một cách để trích sóng mang từ sóng biến điệu là *dùng một lọc dãy thông thật hẹp* điều hợp với tần số sóng mang. Ở trạng thái thường trực, tất cả số hạng cũa sóng mang sẽ đi ngang qua lọc nầy, trong khi chỉ có 1 phần của sóng biến điệu qua đó mà thôi. Biến đổi F của tín hiệu ra của lọc là:

$$s_o(f) = \frac{1}{2}[S(f - f_C) + S(f + f_C) + A\delta(f + f_C) + A\delta(f - f_C)].$$

Với khoảng các tần số trong dãy thông của lọc,

$$f_C - \frac{BW}{2} < |f| < F_C + \frac{BW}{2}$$

Lấy F^{-1}:

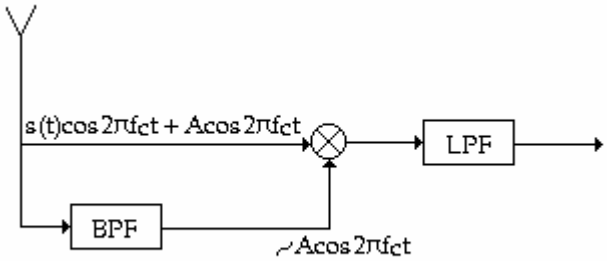
$$s_o(t) = A\cos 2\pi f_C t + \int_{f_c - BW/2}^{f_c + BW/2} S(f - f_C)\cos 2\pi f_C t + d_f \qquad (4.21)$$

Tích phân của phương trình (4.21) giới hạn bởi:

$$\frac{1}{2\pi t} S_{max}(f) BW.$$

Vậy:

- Một mạch lọc với khổ băng thật hẹp sẽ chỉ cho qua số hạng thứ nhất, (thành phần sóng mang thuần túy).



Hình 4.27: Sự hồi phục sóng mang dùng BPF trong TCAM.

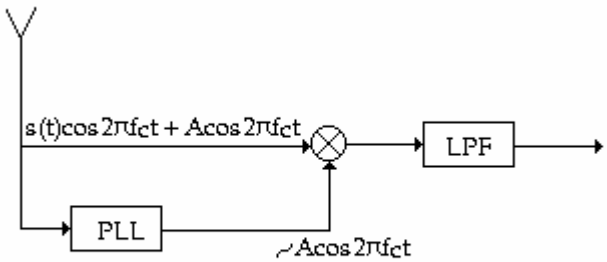
Một cách khác để hồi phục sóng mang là dùng *vòng khóa pha* (phase - lock loop). Vòng khóa pha sẽ khóa thành phần tuần hoàn ở input để tạo nên một sinusoide có tần số sóng mang.

Hình 4.28: Vòng khóa pha

Hình 4.29: Hồi phục sóng mang trong TCAM bằng PLL

Tách Sóng Không Kết Hợp (Incoherent Detection):

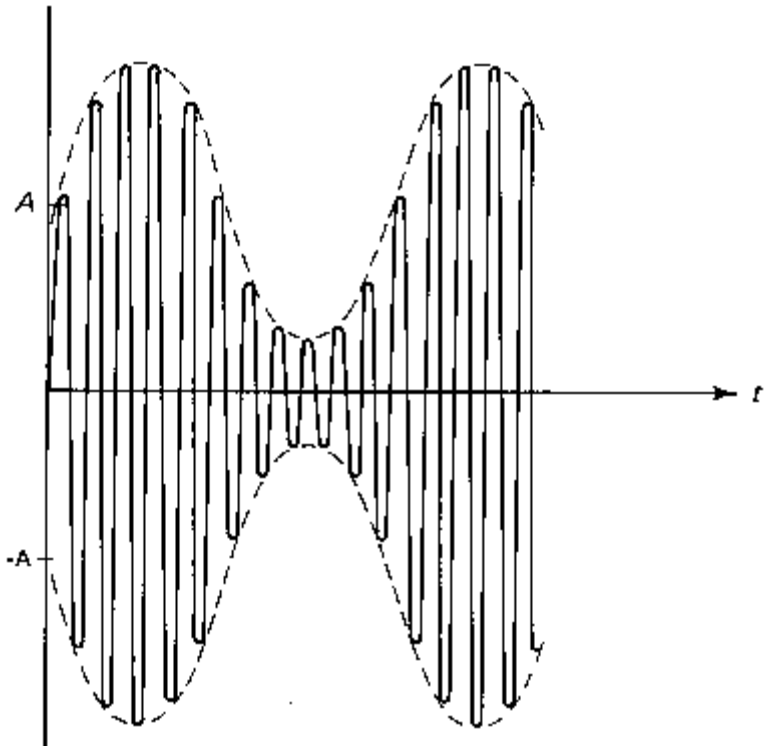
Các khối hoàn điệu đã nói ở trên cần phải tạo lại sóng mang ở máy thu. Vì tần số sóng mang phải chính xác và pha phải đúng phối hợp (matched) đúng tại bộ phận tách sóng, nên sóng mang từ đài phát xem như là một thông tin chính xác về thời gian (timing information) cần phải được truyền (đến máy thu). Vì lý do đó, các khối hoàn điệu trên gọi là tách sóng kết hợp (



Incoherent Detection).

Nhưng nếu thành phần (số hạng) sóng mang đủ lớn trong TCAM, ta có thể dùng kiểu tách sóng không kết hợp. Trong đó, không cần phải tạo lại sóng mang.

Giả sử độ sóng mang đủ lớn sao cho A + s(t) > 0. Hình 4.30. Ta đã biết, hoàn điệu bình phương thì hiệu quả cho trường hợp nầy.



Hình 4.30: TCAM với A + s(t) > 0

Ta nhắc lại, như hình 4.26, output của khối bình phương:

$$[A + s(t)]^2 \cos^2 2\pi f_C t = \frac{1}{2}\left[[A + s(t)]^2 + [A + s(t)]^2 \cos 4\pi f_C t\right]$$

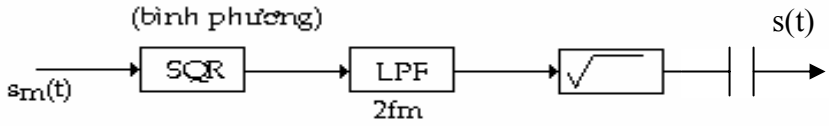
Output của LPF (cho qua những tần số lên đến $2f_m$) là:

$$s(t) = \frac{[A + s(t)]^2}{2}$$

Nếu bây giờ ta giả sử rằng A đủ lớn sao cho A + s(t) không bao giờ âm, thì output của khối căn hai là:

$$s_o(t) = 0{,}707[\ A + s(t)\ ]$$

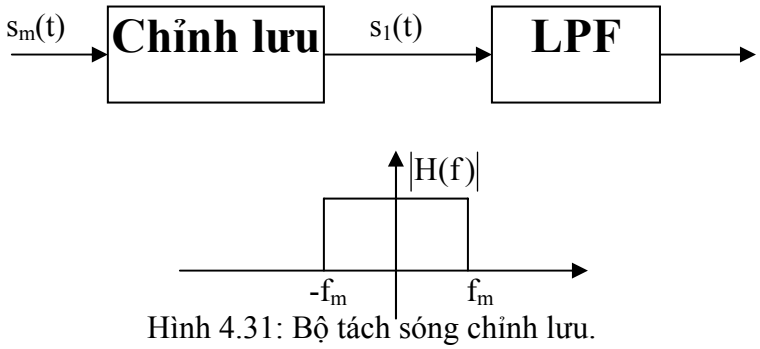
Và sự hoàn điệu được hoàn tất



Hình 4.31: Tách sóng bình phương

Tách sóng chỉnh lưu:

Khối bình phương có thể được thay bằng một dạng phi tyến khác. Trường hợp đặc biệt, xem mạch tách sóng chỉnh lưu (Rectifier Detection) như hình 4.31.



Hình 4.31: Bộ tách sóng chỉnh lưu.

Xem một sóng DSBTCAM:

$$s_m(t) = [A + s(t)]\cos 2\pi ft$$

Mạch chỉnh lưu có thể là nữa sóng hoặc toàn sóng.

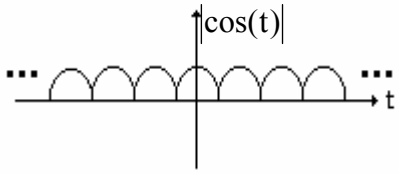
Ta xem loại mạch chỉnh lưu toàn sóng (Full - Wave Rect) Chỉnh lưu toàn sóng thì tương đương với thuật toán lấy trị tuyệt đối. Vậy tín hiệu ra của khối chỉnh lưu là:

$$s_1(t) = |A + s(t)|\,|\cos 2\pi f_C t|$$

Vì đã giả sử A + s(t) không âm, ta có thể viết:

$$s_1(t) = [A + s(t)]\,|\cos 2\pi f_C t|$$

Trị tuyệt đối của cosine là một sóng tuần hoàn, như hình 4.32.



Hình 4.32

Tần số căn bản của nó là $2f_C$. Ta viết lại $s_1(t)$ bằng cách khai triển F :

$$s_1(t) = [\,A + s(t)\,]\,[\,a_o + a_1\cos 4\pi f_C t + a_2\cos 8\pi f_C t + a_3\cos 12\pi f_C t + \ldots\,]$$

Vậy output của LPF là:

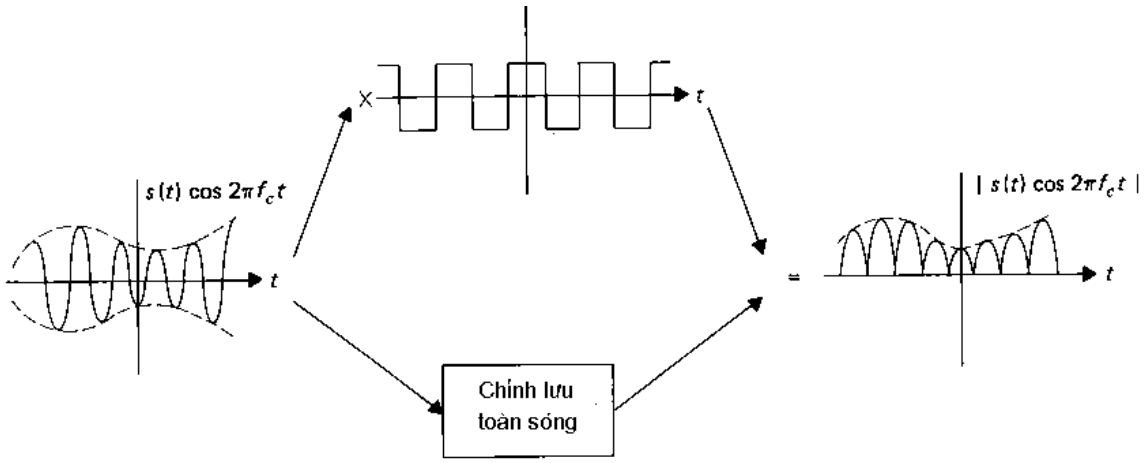
$$s_o(t) = a_o\,[\,A + s(t)\,]$$

Và sự hoàn điệu đã hoàn tất.

* Bây giờ, ta hãy xem cơ chế mà khối tách sóng trên đã hồi phục lại sóng mang. Hình 4.33 chỉ rằng sự chỉnh lưu toàn sóng thì tương đương với phép nhân sóng với một sóng vuông. (tại tần số f_C). Đó là tiến trình lấy trị tuyệt đối của phần âm của sóng mang. Nó tương đương với sự nhân cho -1. Vậy, mạch chỉnh lưu không cần biết tần số sóng mang chính xác, mà chỉ thực

hiện một thuật toán tương đương với nhân cho một sóng vuông (có tần số chính xác bằng f_C) và pha của sóng mang thu được.

Có thể xem đây như một bài tập, chứng tỏ rằng một mạch tách sóng đồng bộ có thể hoạt động bằng cách nhân sóng với một ham cosine (tần số f_C) hoặc với một sóng vuông có tần số f_C.



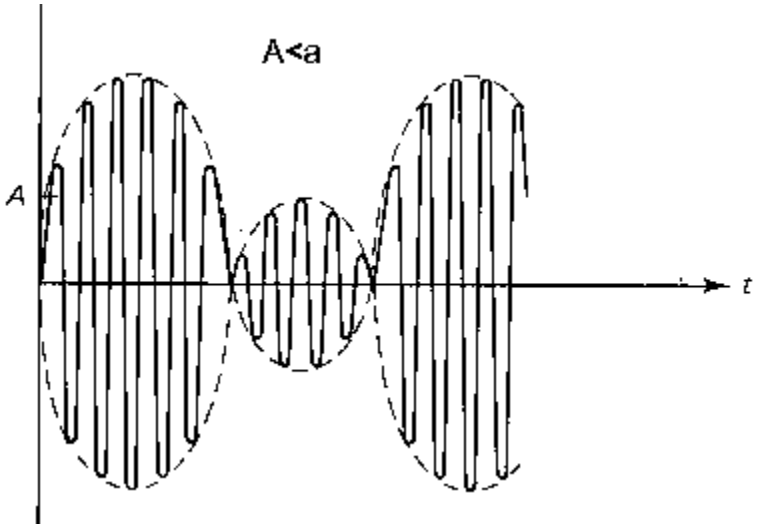
Hình 4.33: Chỉnh lưu toàn sóng tương đương với phép nhân 1 sóng vuông.

Tách Sóng Bao Hình. (Envelope Detection)

Tách sóng cuối cúng mà ta khảo sát ở đây là đơn giản nhất. Xem dạng sóng TCAM ở hình 4.34.

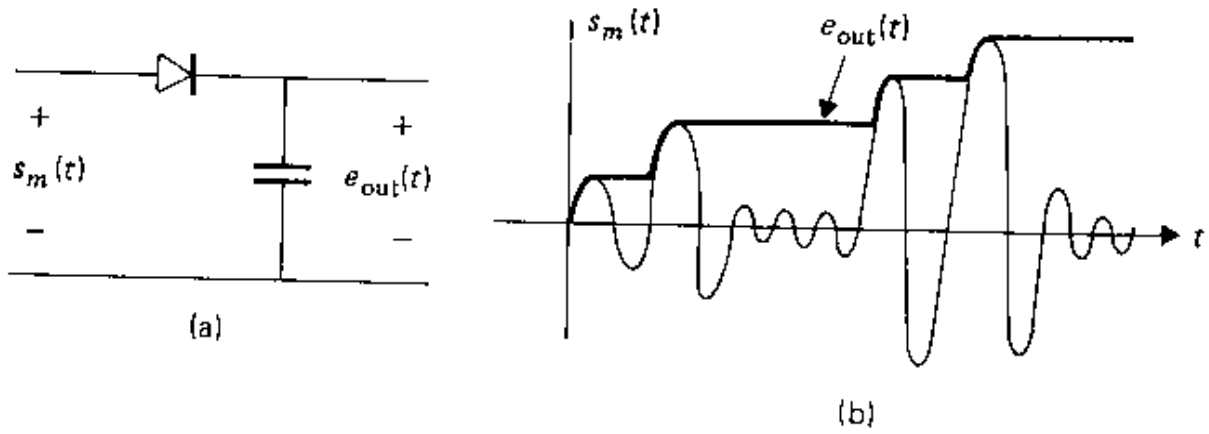
Nếu A + s(t) không bao giờ âm, đường biên trên hay bao hình của sóng AM thì chính xác bằng với A + s(t). Nếu ta thiết lập một mạch để lấy đường biên nầy, ta đã thực hiện một mạch tách sóng bao hình.

* Trước hết, xem một mạch tách sóng đỉnh (peak detector) như hình 4.35



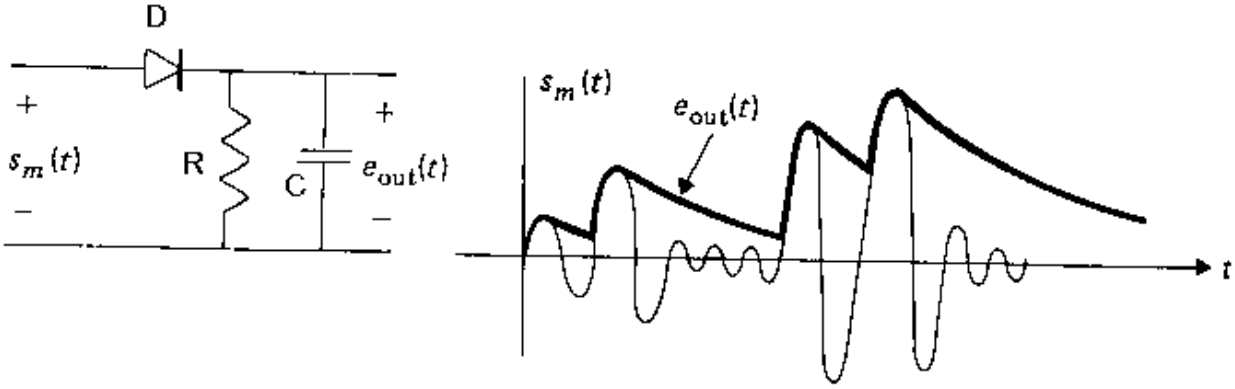
Hình 4.34: Dạng sóng TCAM với A < a

Sự phân tích mạch tách sóng đỉnh dựa vào 2 quan sát: (1) input không thể lớn hơn output (với một diode lý tưởng). Và (2) output không bao giờ giảm với t. Quan sát thứ nhất đúng, vì nếu input vượt quá output thì diode có thêm một điện thế dương phân cực thuận. Quan sát thứ 2 do sự kiện là tụ không có đường xã điện. Nên output luôn luôn bằng với trị đỉnh của input trước thời điểm đó.



Hình 4.35: Tách sóng đỉnh

* Bây giờ nếu ta đấu thêm một điện trở xã điện cho tụ. Mạch ở hình 4.36 là mạch tách sóng bao hình. Output sẽ có dạng expo giữa các đỉnh. Nếu chọn lựa thời hằng RC thích hợp, thì output sẽ xấp xĩ với bao hình. Và mạch tác động như một mạch tách sóng. Output có chứa sóng dư (tần số f_C) nhưng điều đó không hề gì, vì ta chỉ quan tâm đến những tần số dưới tần số f_m.



Hình 4.36: Tách sóng bao hình

Thời hằng RC phải ngắn sao cho bao hình có thể vạch những thay đổi trị đỉnh của sóng AM . Các đỉnh cách nhau tại những khoảng bằng với tần số sóng mang, trong lúc chiều cao thì theo biến đổi của biên độ của s(t).

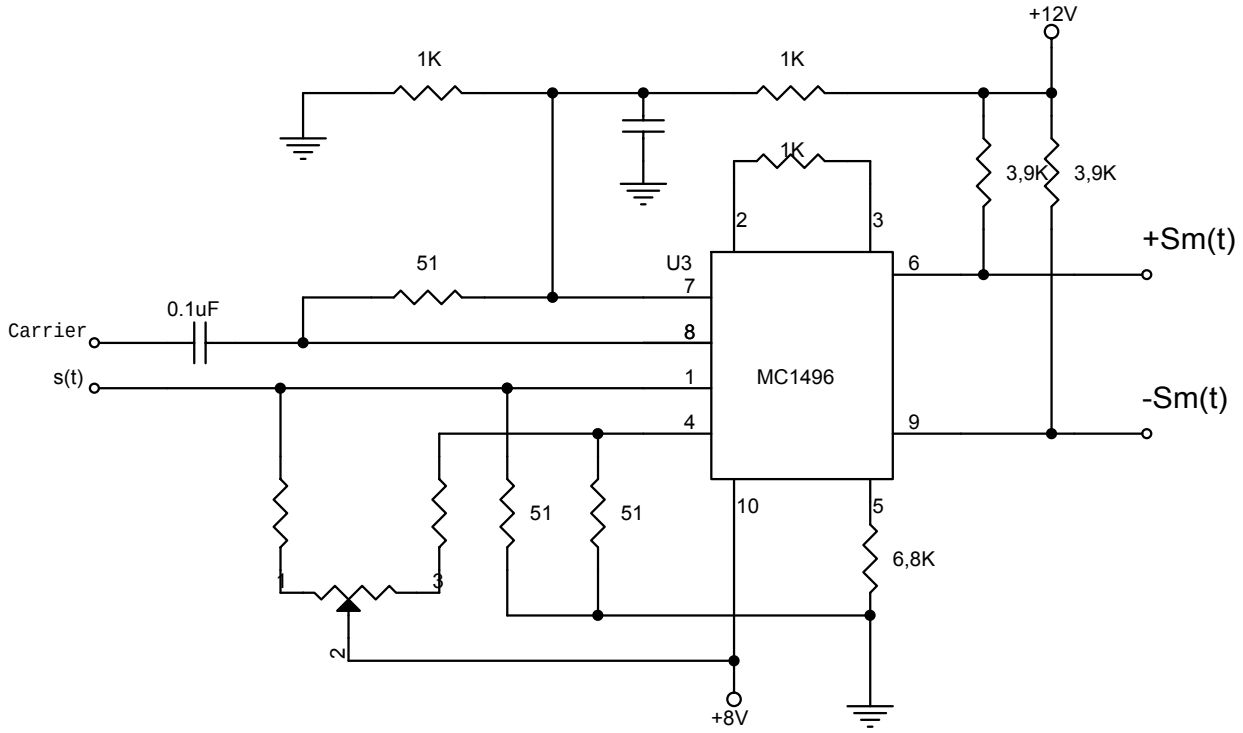
Ta xem trường hợp s(t) là một hàm sin thuần (tần số f_C). Nó sẽ có khả năng thay đổi trị đỉnh nhanh nhất. Tại tần số nầy, các đỉnh thay đổi từ một trị max đến min trong $\frac{1}{2} f_m$ sec. Mạch cần 5 lần thời hằng để đạt 0,7% trị cuối cùng của nó. Vậy nếu ta đặt thời hằng RC đến 10% của $1/f_m$, Thì mạch tách sóng bao hình có thể hoạt động ở tần số cao nhất. Ví dụ, với f_m = 5kHz, thời hằng sẽ chọn là $\frac{1}{50}$m sec. (hoặc 20μs).

Biến điệu và Hoàn điệu bằng IC

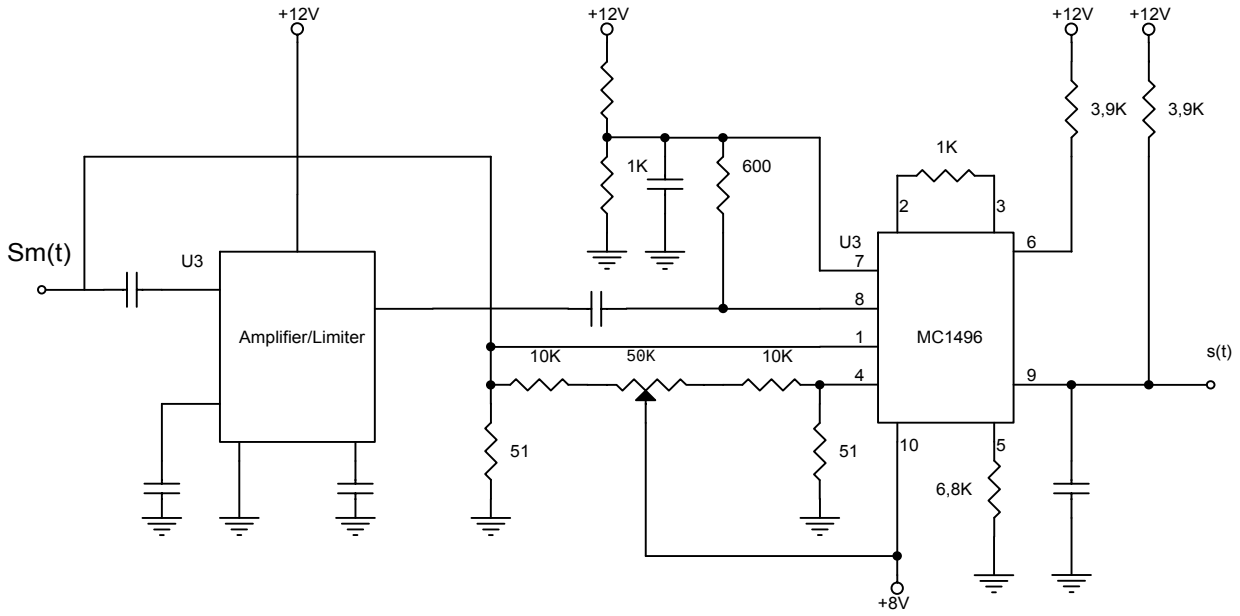
Các mạch biến điệu và hoàn điệu có thể dùng IC. Các IC nầy có chứa những mạch khuếch đại Visai để đưa vào vùng bảo hòa hoặc để mô phỏng một giao hoán điện tử. (Electronnic Commulator).

- Hình 4.37, IC MC1496 được sử dụng như một biến điệu TCAM. Mạch tương tự có thể dùng để phát ra SCAM, bằng cách chọn lại trị số các điện trở trong mạch hiệu chỉnh sóng mang.

- Hình 4.38, cũng dùng chip nầy để hoàn điệu cho TCAM. Sóng mang trong mạch được thúc bằng cách thúc tần khuếch đại cao tần vào vùng bảo hòa. Như vậy, output của tần nầy giống như một sóng vuông tại tần số f_C. Sóng mang nầy được đưa vào một trong những ngỏ vô của MC 1496. Ngỏ ra phải là LPF, để hồi phục tín hiệu chứa thông tin.



Hình 4.37: Biến điệu AM



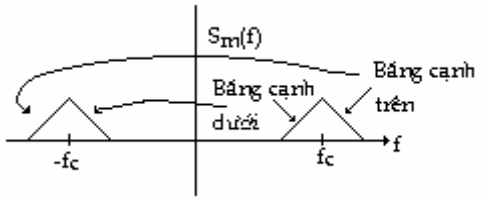
Hình 4.38: Hoàn điệu cho TCAM

TRUYỀN MỘT BĂNG CẠNH (single sideband) SSB:

Trong các hệ thống AM mà ta đã nói ở trên, khoảng tần số cần thiết để truyền tín hiệu là băng giữa $f_C - f_m$ và $f_C + f_m$ khổ băng tổng cộng là $2f_m$

Trong việc khai thác các đài phát AM, người ta xem tầng phổ như là " tài nguyên thiên nhiên ". Việc bảo quản cho nó là một chỉ tiêu quan trọng. Nếu khổ băng cần thiết cho mỗi kênh rộng quá, Thì số đài phát sóng cùng một lúc sẽ ít đi. Ta tìm một phương pháp có thể gởi thông tin mà khổ băng thì nhỏ hơn $2f_m$.

Truyền một băng cạnh là kỷ thuật cho phép truyền phân nữa khổ băng cần thiết cho AM hai băng cạnh.

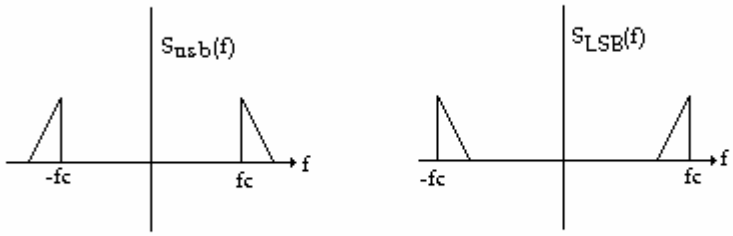


Hình 4.39: Định nghĩa các cạnh băng

Hình 4.39 định nghĩa các băng cạnh. Phần của $s_m(t)$ nằm trong băng trên sóng mang gọi là băng cạnh trên (upper - sideband). Và phần ở dưới sóng mang gọi là băng cạnh dưới (lower - sideband). Một sóng AM 2 băng cạnh thì bao gồm cả băng cạnh trên và băng cạnh dưới.

Ta có thể dùng các tín chất của biến đổi F để chứng tỏ rằng 2 băng cạnh nầy phụ thuộc lẫn nhau. Biến đổi F của sóng AM được tạo nên bằng cách dời (shifting) S(f) lên và xuống, như đã biết. Băng cạnh dưới tạo nên do phần f âm của S(f); và băng cạnh trên do phần f dương của S(f). Ta giã sữ rằng tín tức s(t) là một hàm thực. Vậy suất của S(f) thì chẵn và pha thì lẽ. Phần f âm có thể suy từ f dương bằng cách lấy phức liên hợp.

Tương tự, băng cạnh dưới của $s_m(t)$ có thể suy từ băng cạnh trên. Vì các băng cạnh không độc lập, ta có thể truyền tất cả các thông tin cơ bản bằng cách gửi đi chỉ một băng cạnh.



Hình 4.40: Biến đổi F của các băng cạnh

Hình 4.40 chỉ biến đổi F của băng cạnh trên và băng cạnh dưới của sóng AM, lần lượt ký hiệu là $s_{usb}(t)$ là $s_{lsb}(t)$. Sóng AM 2 băng cạnh là tổng của 2 băng cạnh.

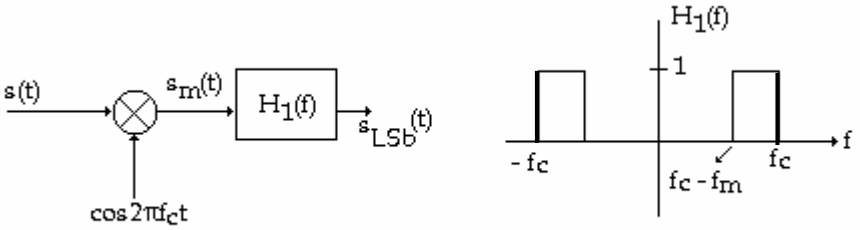
$$s_m(t) = s_{usb}(t) + s_{Lsb}(t) \qquad (4.22)$$

Vì sóng SSB chỉ chiếm một phần của băng tần bị chiếm bởi sóng DSB, nó thỏa 2 yêu cầu của một hệ biến điệu. Đó là, băng cạnh chọn tần số sóng mang riêng, ta có thể chuyển sóng biến điệu thành một khoản tần số, mà ở đó truyền đi một cách hiệu qủa. Ta cũng có thể dùng những băng khác nhau cho những tín hiệu khác nhau (tức f_c khác nhau). Nên, cùng lúc có thể truyền đi nhiều tín hiệu (đa hợp).

Chỉ còn một vấn đề cần chứng tỏ. Đó là, thông tin gốc có thể được hồi phục từ sóng được biến điệu SSB. Và sóng biến điệu có thể được tạo ra bởi các mạch tương đối đơn giãn. Vậy ta xét đến các khối biến điệu và hoàn điệu.

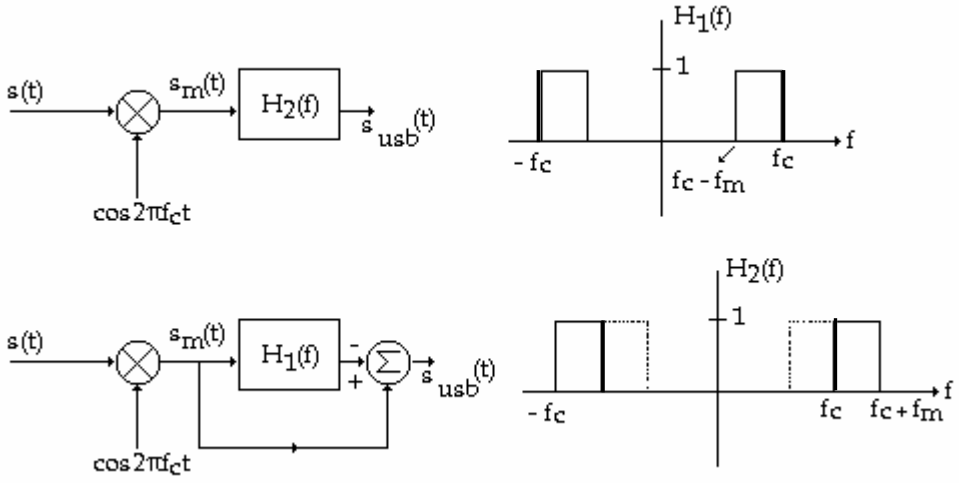
Khối Biến Điệu Cho SSB:

Vì băng cạnh trên và băng cạnh dưới tách biệt về tần số, các mạch lọc có thể dùng để chọn băng cạnh mong muốn. Hình 4.41, chỉ khối biến điệu cho băng cạnh dưới (LSB). Có các cách để tạo băng cạnh trên (USB). Ta có thể hoặc thay đổi dãy thông của lọc BPF để chỉ nhận USB, hoặc có thể lấy hệ số giữa DSB và LSB.



Hình 4.41: Khối biến điệu cho LSB, SSB

Hình 4.42: Khối biến điệu cho USB, SSB



Các mạch lọc ở 2 hình bên phải thật chính xác, vì không có dãy tần bảo vệ nào giữa băng cạnh trên và băng cạnh dưới.

* Một phương pháp khác tạo ra SSB. Sơ đồ khối vẽ ở hình 43 (dùng LSB - SSB). Giã sữ s(t) là một Sinusoide thuần túy. Với trường hợp đơn giản nầy, sự phân tích chỉ cần đến lượng giác.

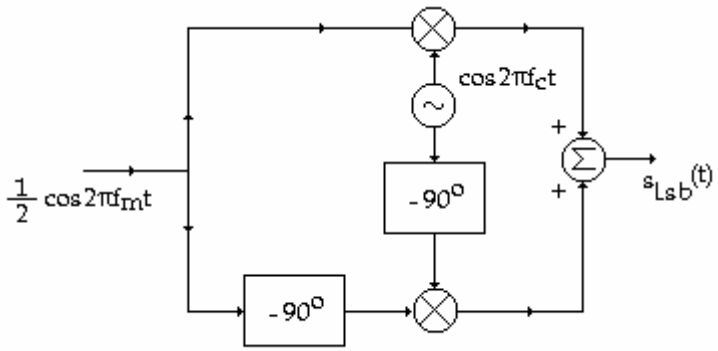
$$S(t) = \cos 2\pi f_C t$$

Sóng DSB $A_m$có dạng:

$$s_m(t) = \cos 2\pi f_C t + \cos 2\pi f_C t$$

$$= \frac{\cos 2\pi(f_C - f_m)t + \cos 2\pi(f_C + f_m)t}{2} \qquad (4.23)$$

Sự nhận dạng các băng cạnh trong trường hợp đơn giãn nầy thật rỏ ràng: Số hạng thứ nhất là băng cạnh dưới, số hạng thứ nhì là băng cạnh trên.

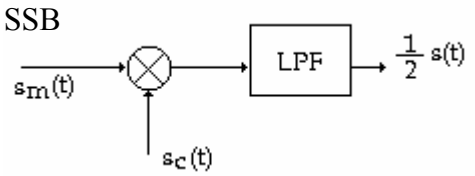


Hình 4.43: Biến điệu cho LSB, SSB

Bây giờ ta khai triển băng cạnh dưới:

$$s_{Lsb}(t) = \frac{\cos 2\pi(f_C - fm)t}{2}$$

$$= \frac{\cos 2\pi f_C t.\cos 2\pi f_m t + \sin 2\pi f_C t.\sin 2\pi f_m t}{2} \qquad (4.24)$$



Vậy ta có thể thấy tại sao sơ đồ khối hình 4.43 có thể tạo ra LSB. Số hạng thứ nhất của phương trình (4.24) là sóng DSB AM. Số hạng thứ nhì có được là do sự dời pha 90^0 cho mỗi sóng Cosine.

Sơ đồ trên đây có thể cải biến để tạo ra băng cạnh trên (USB). Chỉ cần thay bộ phận tổng bằng một bộ phận lấy hiệu số hai outputs của 2 mạch nhân.

Khối Hoàn Điệu Cho SSB:

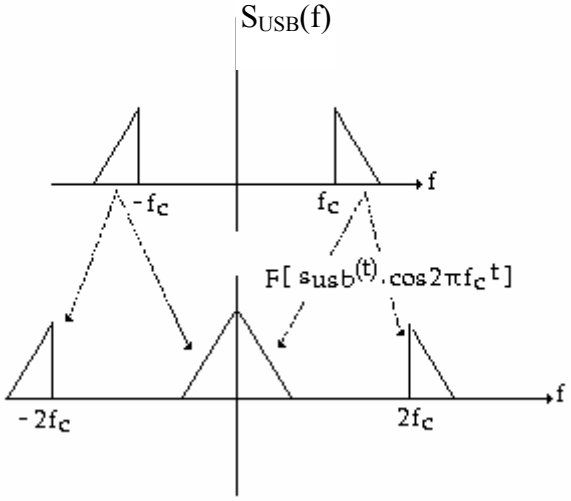
Khối hoàn điệu đồng bộ hình 4.44 có thể dùng để hoàn điệu SSB

Hình 4.44: Hoàn điệu đồng bộ

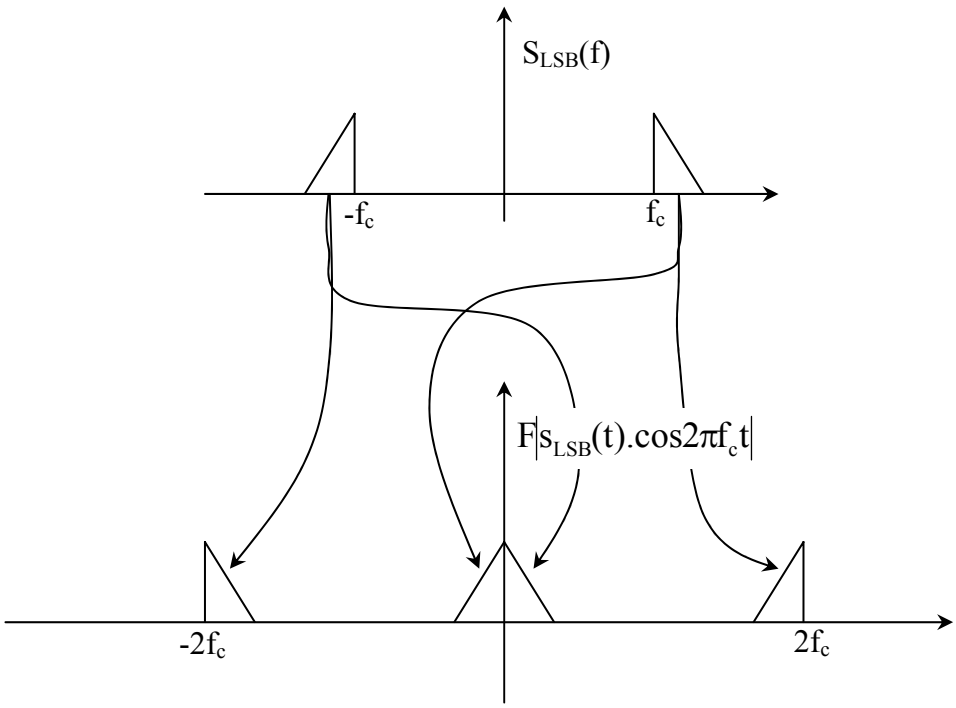
* Về phương diện tần số, ta đã biết sự nhân cho một Sinusoide sẽ làm dời tần biến đổi $\mathcal{F}$ cả chiều lên và chiều xuống.

- Hình 4.45, chỉ biến đổi $\mathcal{F}$ của $s_{usb}(t)$ khi nhân nó với một Sinusoide tại tần số f_C.

- Hình 4.46, chỉ kết quả tương tự đối với tín hiệu $s_{Lsb}(t)$. Trong cả 2 trường hợp, một lọc LPF sẽ hồi phục lại bản sao của tín hiệu chứa thông tin gốc.



Hình 4.45: Biến đổi $\mathcal{F}$ của hoàn điệu USB và SSB



Hình 4.46: Biến đổi F của hoàn điệu LSB và SSB

* Về phương diện thời gian ta thấy:

$$f_{SSB}(t)\cos 2\pi f_C t = \frac{s(t)\cos^2 2\pi f_C t \pm s(t)\sin 2\pi f_C t + \cos 2\pi f_m t}{2} \qquad (4.25)$$

Dấu + cho LSB và dấu - cho USB. Khai triển lượng giác

$$= \frac{s(t) + s(t)\cos^2 2\pi f_C t \pm s(t)\sin 4\pi f_C t}{4} \qquad (4.26)$$

Output của LPF (với một input như vậy) sẽ là *s(t)/4*

Và ta đã hoàn tất được sự hoàn điệu.

* **Ghi chú**: $\hat{S}(t)$ là biến đổi *Hilbert* của s(t)

$$\hat{S}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t)}{t-\tau} d\tau. \text{ Và } s(t) = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{s}(\tau)}{t-\tau} d\tau\, s(t)$$

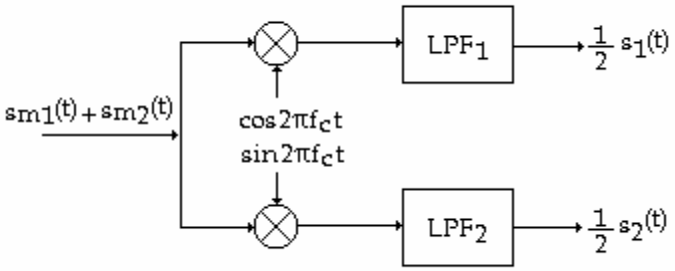
 Biến đổi Hilbert của một hàm thời gian có được bằng cách quay tất cả thành phần tần số đi một góc 90^0.

Ví dụ: $s(t)= \cos(2\pi f_C t+\theta) \rightarrow \hat{S}(t)= \sin(2\pi f_C t+\theta)$

BIẾN ĐIỆU ÂM TRỰC PHA:

Ta đã chứng tỏ rằng những tín hiệu không phủ nhau về tần số và thời gian thì có thể tách ra khỏi nhau. DSBAM giữa sự tách biệt về tần số và thời gian thì có thể tách biệt tần số để các kênh không bị giao thoa với nhau. Nhưng nó phải cần dùng khổ băng rộng gấp đôi SSBAM.

Tuy nhiên, trong trường hợp 2 tín hiệu DSBAM được gửi đi đồng thời mà có tần số và thời gian phủ nhau, chúng vẫn có thể tách ra tại máy thu. Thực vậy, biến điệu biên độ trực pha sẽ thực hiện được việc ấy. (Quadrature Amplitude Modulation QAM) .



Hình 4.47: Máy thu QAM

Giả sử, có 2 tín hiệu $s_1(t)$ và $s_2(t)$ có tần số giới hạn nhỏ hơn f_m. Hai tín hiệu nầy biến điệu 2 sóng mang có tần số bằng nhau.

$s_{1m}(t) = s_1(t).\cos 2\pi f_C t$

$s_{2m}(t) = s_2(t).\sin 2\pi f_C t$

Tổng của 2 sóng:

$AM = s_{m1}(t) + s_{m2}(t) = s_1(t).\cos 2\pi f_C t + s_2(t).\sin 2\pi f_C t$

Mặc dù hai sóng phủ lên nhau, nhưng chúng có thể tách ra bởi máy thu như hình vẽ trên.

- Tín hiệu ngỏ vào LPF_1:

$$s_a(t) = [s_1(t)\cos 2\pi f_C t + s_2(t)\sin 2\pi f_C t].\cos 2\pi f_C t$$
$$= s_1(t).\cos^2 2\pi f_C t + s_2(t).\sin 2\pi f_C t.\cos 2\pi f_C t$$
$$= \frac{1}{2}[s_1(t) + s_1(t)\cos 4\pi f_C t + s_2(t)\sin 4\pi f_C t]$$

Mạch lọc LPF_1 sẽ chỉ cho qua số hạng thứ nhất, là $s_1(t)/2$

- Tín hiệu ở ngỏ vào LPF_2:

$$s_b(t) = s_1(t)\cos 2\pi f_C t.\sin 2\pi f_C t + s_2(t)\sin^2 2\pi f_C t$$
$$= \frac{1}{2}[s_1(t)\sin 4\pi f_C t + s_2(t) - s_2(t)\cos 4\pi f_C t]$$

Ngỏ ra của LPF_1 là số hạng thứ hai, $s_2(t)/2$

BIẾN ĐIỆU BĂNG CẠNH SÓT (vestigial sideband) VSB.

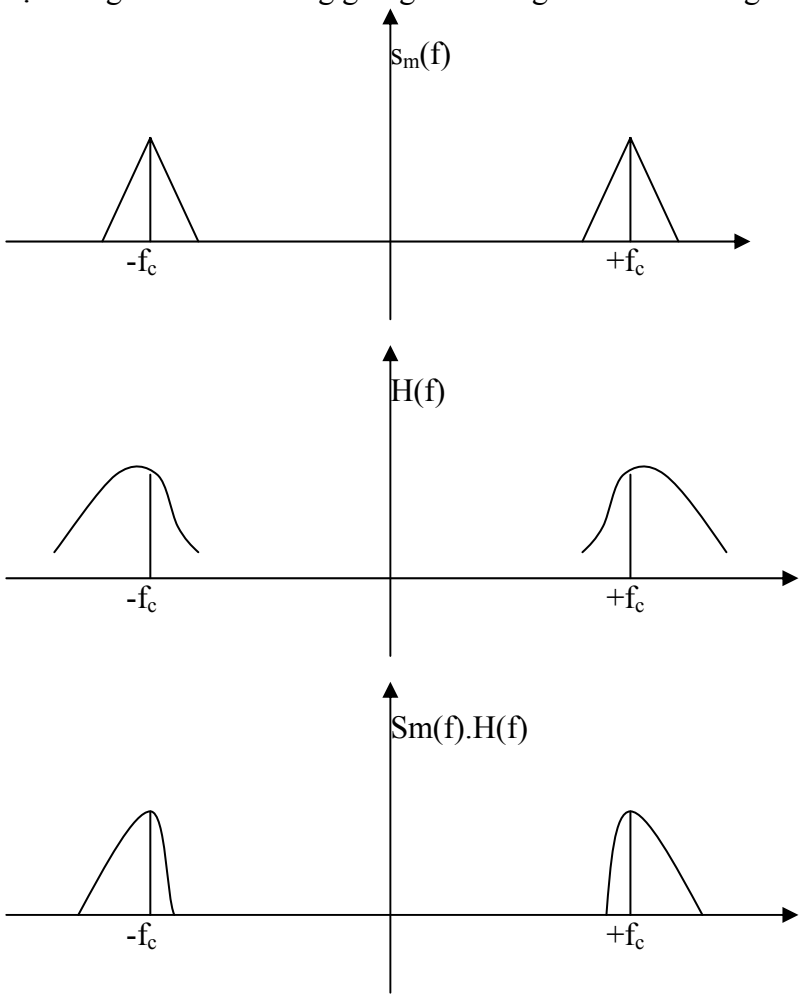
Biến điệu SSB có lợi hơn DSB về mặt sử dụng tần số. Đó là SSB chỉ dùng phân nữa khổ băng cần thiết tương ứng của DSB. Nhưng SSB có bất lợi là khó thiết kế một máy phát và một máy thu có hiệu quả. Một vấn đề nổi bật của SSB là việc thiết kế mạch lọc để loại bỏ một băng cạnh - Tính chất pha của mạch lọc sẽ tạo nên sóng dư. Việc nầy sẽ gây hậu quả xấu. Ví dụ, trong truyền hình, khổ băng rộng hơn trong truyền thanh (tiếng nói). Sự méo pha tín hiệu video gây nên hiệu ứng offset lên hình ảnh được quét, (tạo ra bóng ma)- mắt người rất nhạy với dạng méo như vậy (hơn là sự méo tương tự của tiếng nói).

Vậy ta có lý do để nói đến một kiểu biến điệu nằm giữa SSB và DSB. Đó là kiểu băng cạnh sót (VSB). [Một băng cạnh bị loại trừ không hoàn toàn bởi mạch lọc để tránh méo].

VSB có xấp xĩ cùng khổ băng tần với SSB và không khó thiết kế mạch hoàn điệu. Như tên gọi, VSB có chứa phần sót lại của băng cạnh thứ nhì (không loại bỏ hoàn toàn như SSB).

Hình 4.48: Biến điệu VSB

Mạch lọc được dùng cho VSB không giống như trong SSB - nó không chặt chẽ.



Hình 4.48 chỉ biến đổi của DSB, đặc tính mạch lọc và biến đổi của output.

Nếu $S_V(f)$ là biến đổi F của tín hiệu VSB, thì:

$$S_V(f) = S_m(f)H(f) = [\, s(f + f_C) + s(f - f_C)]H(f) \qquad (4.27)$$

Output của bộ hoàn điệu đồng bộ có biến đổi:

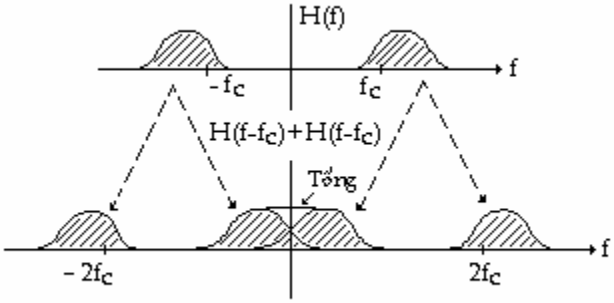
$$S_0(f) = \frac{S_V(f + f_C) + S_V(f - f_C)}{2} \quad , \quad |f| < f_m \qquad (4.28)$$

Thay (4.27) vào (4.28), ta tìm được:

$$S_0(f) = \frac{S(f)[H(f - f_C) + H(f + f_C)}{4} \qquad (4.29)$$

Phương trình (4.29) được dùng để đặt các điều kiện cho mạch lọc.

Tổng nằm trong [ ] được vẽ ở hình 4.49. Với một H(f) tiên biểu.



Hình 4.49: Lọc BPF cho VBS

Giã sữ rằng một số hạng sóng mang được cộng vào (TCAM). Sóng mang được truyền VSB có dạng

$$s_v(t) + A\cos 2\pi f_C t$$

Số hạng sóng mang này được rút ra tại máy thu bằng cách dùng hoặc một lọc băng rất hẹp hoặc một vòng khóa pha. Nếu số hạng sóng mang đủ lớn, có thể dùng tách sóng bao hình [ta đã thấy điều đó ở SSB. Ở đó, sóng mang lớn hơn nhiều so với tín hiệu. Còn ở DSB, sóng mang chỉ cần lớn cùng cở với tín hiệu. Đối với VBS, Biên độ sóng mang thì nằm giữa 2 kiểu ấy].

Khi cộng một sóng mang vào, hiệu suất sẽ giảm. Sự dễ dàng trong việc thiết kế một mạch tách sóng bao hình khiến hệ nầy được chọn dùng trong truyền hình.

AM STEREO.

Ta chỉ giới thiệu những điểm chủ yếu về AM stereo. Sự phân giải sâu hơn cần đến những hiểu biết về biến điệu pha, mà ta sẽ nói ở chương 5.

Nguyên lý AM Stereo là gửi 2 tín hiệu audio độc lập trong khổ băng 10kHz nằm trong mỗi đài phát thanh thương mại. Những hiệu chỉnh cần thiết để có thể tương thích với các máy thu mono đang hiện hữu (nếu 2 tín hiệu biểu diễn cho 2 kênh trái và phải, thì một máy thu mono phải hồi phục tổng của 2 tín hiệu nầy).

Nếu 2 tín hiệu kí hiệu là $s_L(t)$ và $s_R(t)$, tín hiệu tổng hợp có thể viết :

$$q(t) = s_L(t)\cos 2\pi f_C t + s_R(t)\sin 2\pi f_C t \qquad (4.30)$$

Nếu cả 2 tín hiệu $s_L(t)$ và $s_R(t)$ là tín hiệu aodio với tần số tối đa là 5kHz, q(t) chiếm dãy tần giữa f_C - 5kHz đến f_C+5KHz. (khổ băng tổng cộng là 10kHz).

Tín hiệu tổng hợp có thể viết lại như là một Sinusoide duy nhất:

$$q(t) = A(t)\cos[2\pi f_C t+\theta(t)] \qquad (4.31)$$

Trong đó: $A(t) = \sqrt{s_L^2(t) + s_R^2(t)}$

$$\theta(t) = -\tan^{-1}\left[\frac{s_R(t)}{s_L(t)}\right]$$

Mạch tách sóng bao hình trong một máy thu mono sẽ tạo A(t). Đó là một phiên bản bị méo của tổng của 2 kênh và không cần cho yêu cầu tương thích.

Hình 4.50 Chỉ sơ đồ của khối biến điệu và hoàn điệu. Khối vẽ chấm chấm là một vòng khóa pha, được dùng để hồi phục sóng mang. Output của vòng khóa pha là $\cos(2\pi f_C t - 45^0)$

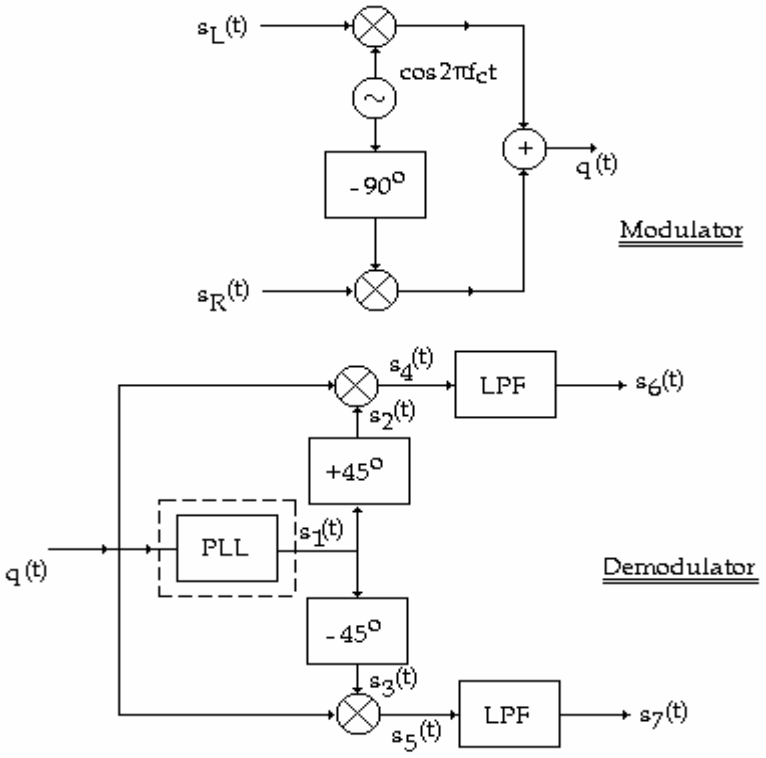
Các hàm thời gian khác được ghi trong hình là:

$s_1(t) = (2\pi f_C t - 45^0)$

$s_2(t) = \cos 2\pi f_C t$

$s_3(t) = \sin 2\pi f_C t$

$s_4(t) = s_L(t) \cos^2 2\pi f_C t + s_R(t) \sin 2\pi f_C t + \cos 2\pi f_C t$



$s_5(t) = s_L(t) \sin 2\pi f_C t \cos 2\pi f_C t + s_R(t) \sin^2 2\pi f_C t$

$s_6(t) = \frac{s_L(t)}{2}$

$s_7(t) = \frac{s_R(t)}{2}$

Hình 4.50: Hệ thống AM STEREO

$=1/2 s_L(t)$

Chương V:BIẾN ĐIỆU GÓC

- TẦN SỐ TỨC THỜI.
- BIẾN ĐIỆU TẦN SỐ (FREQUENCY MODULATION).
- BIẾN ĐIỆU PHA.
- FM BĂNG HẸP (NARROW BAND FM).
- PM BĂNG HẸP.
- FM BĂNG RỘNG (WIDE BAND FM).
- HÀM BESSEL.
- KHỐI BIẾN ĐIỆU.
- KHỐI HOÀN ĐIỆU.
- FM STEREO.
- SO SÁNH CÁC HỆ.

TẦN SỐ TỨC THỜI.

Xem một sóng mang chưa bị biến điệu

$$s_C(t) = A\cos(2\pi f_C t + \theta) \qquad (5.1)$$

Nếu f_C bị thay đổi tùy theo thông tin mà ta muốn truyền, sóng mang được nói là được biến điệu tần số. Còn nếu θ bị làm thay đổi, sóng mang bị biến điệu pha. Nhưng nếu khi f_C hay θ bị thay đổi theo thời gian, thì $s_C(t)$ không còn là Sinusoide nữa. Vậy định nghĩa về tần số mà ta dùng trước đây cần được cải biến cho phù hợp.

Xem 3 hàm thời gian:

$$s_1(t) = A\cos 6\pi t \qquad (5.2a)$$

$$s_2(t) = A\cos(6\pi t + 5) \qquad (5.2b)$$

$$s_3(t) = A\cos(2\pi t\, e^{-t}) \qquad (5.2c)$$

Tần số của $s_1(t)$ và $s_2(t)$ rõ ràng là 3Hz. Tần số của $s_3(t)$ hiện tại chưa xác định. Định nghĩa truyền thống của ta về tần số không áp dụng được cho loại sóng này. Vậy cần mở rộng khái niệm về tần số để áp dụng cho những trường hợp mà ở đó tần số không là hằng.

Ta định nghĩa *tần số tức thời* theo cách có thể áp dụng được cho các sóng tổng quát. Tần số tức thời được định nghĩa như là nhịp thay đổi của pha.

$$\text{Đặt } s(t) = A\cos\theta(t) \Rightarrow 2\pi f_i(t) = \frac{d\theta}{dt} \qquad (5.3)$$

f_i : tần số tức thời, Hz. Nhớ là cả 2 vế của phương trình (5.3) có đơn vị là rad/sec.

Như vậy trong thí dụ trên, tần số tức thời của các tín hiệu đã cho lần lượt là 3Hz; 3Hz và e^{-t} (1 - t) Hz.

Thí dụ 1: Tìm tần số tức thời của các sóng sau:

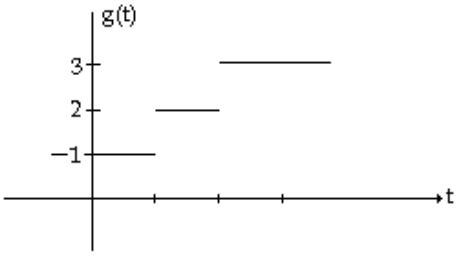
$$s(t) = \begin{cases} \cos 2\pi t, & t < 1 \\ \cos 4\pi t, & 1 < t < 2 \\ \cos 6\pi t\ , & 2 < t \end{cases}$$

Giải:

Sóng có dạng:

$$s(t) = \cos[2\pi t\, g(t)] \qquad (5.4)$$

Trong đó g(t) được biểu thị như hình 5.1.

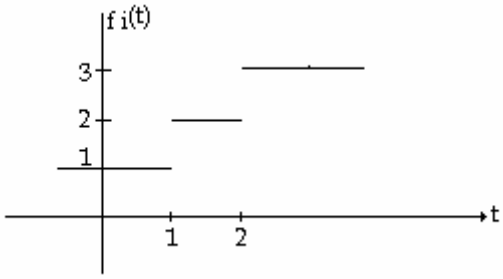


Hình 5.1

Tần số tức thời cho bởi:

$$f_i(t) = \frac{d}{dt}\left[t.g(t)\right] = g(t) + t\frac{dg}{dt}$$

$f_i(t)$ được vẽ ở hình 5.2.



Hình 5.2

Thí dụ 2. Tìm tần số tức thời của hàm sau đây:

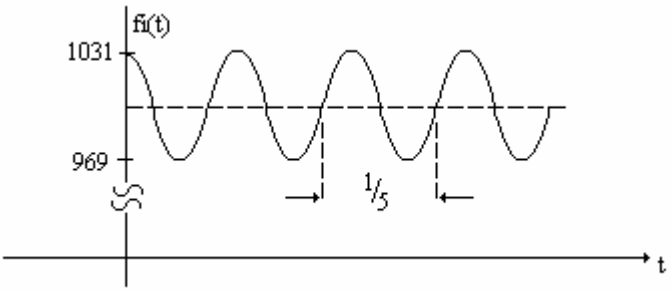
$$s(t) = 10\cos 2\pi[1000t + \sin 10\pi t]$$

Giải:

Ap dụng định nghĩa để tìm:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta}{dt} = 1000 + 10\pi\cos 10\pi t$$

f_i được vẽ ở hình 5.3.



Hình 5.3

BIẾN ĐIỆU TẦN SỐ (FREQUENCY MODULATION).

Biến điệu FM được phát minh bởi Edwin Armstrong năm 1933 [cũng là người phát minh máy thu kiểu đổi tần (superheterodyne - siêu phách)]. Trong biến điệu FM, ta biến điệu tần số tức thời $f_i(t)$ bởi tín hiệu s(t). Và cũng vì để có thể tách biệt các đài với nhau, ta phải dời tần s(t) lên đến tần số sóng mang f_C.

Ta định nghĩa biến điệu FM như là một sóng với tần số tức thời như sau:

$$f_i(t) = f_C + K_f\, s(t) \qquad (5.5)$$

Trong đó: f_C là tần số sóng mang (hằng số) và K_f là hằng số tỷ lệ, thay đổi theo biên độ của s(t). Nếu s(t) tính bằng volt, K_f có đơn vị là Hz/v hoặc 1/v.sec .

Vì tần số là đạo hàm của pha, nên

$$\theta(t) = 2\pi\int_o^t f_i(\tau)d\tau = 2\pi\,[f_C t + K_f\int_o^t s(\tau)d\tau] \qquad (5.6)$$

Giả sử điều kiện đầu bằng zero, sóng biến điệu có dạng:

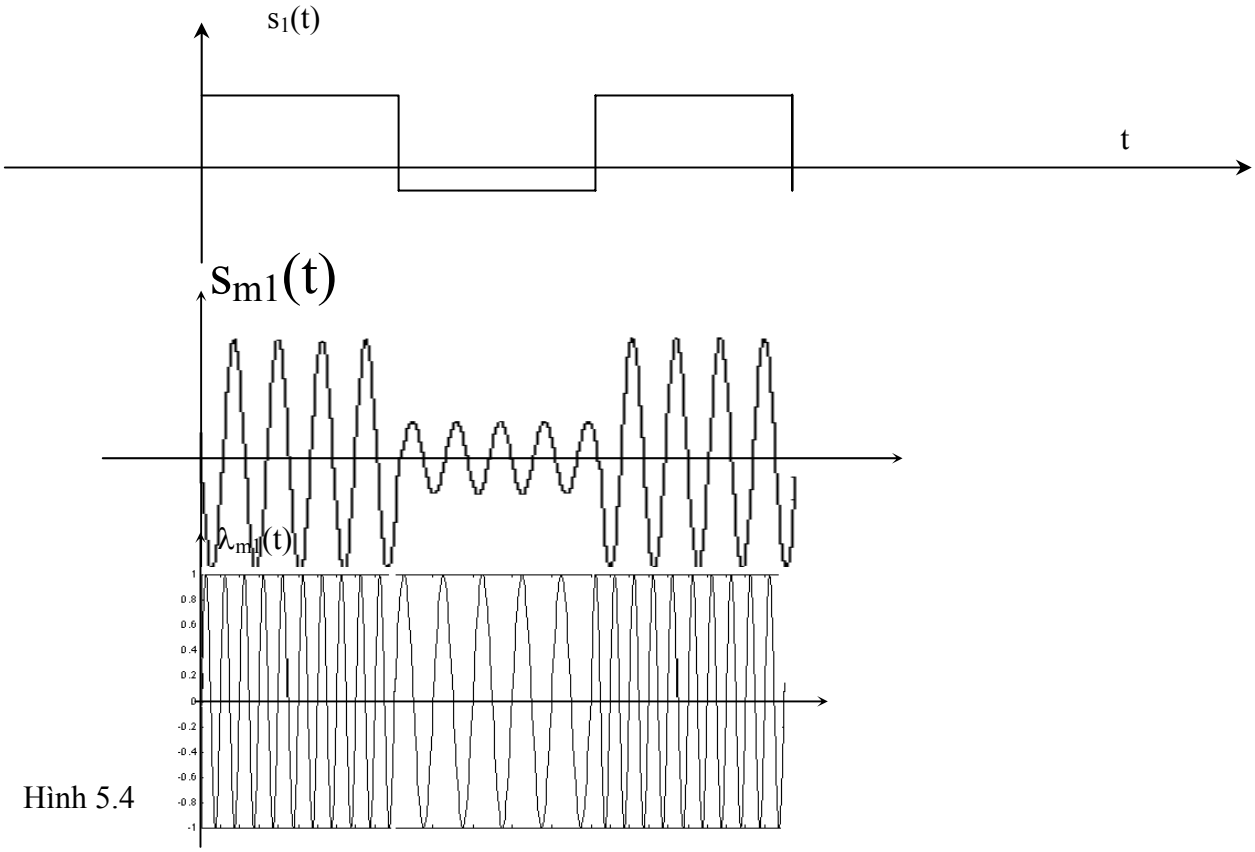
$$\lambda_{fm}(t) = A\cos\theta(t).$$

$$\boxed{\lambda_{f_m}(t) = A\cos 2\pi\left[f_c t + K_f\int_0^t s(\tau)d\tau\right]} \qquad (5.7)$$

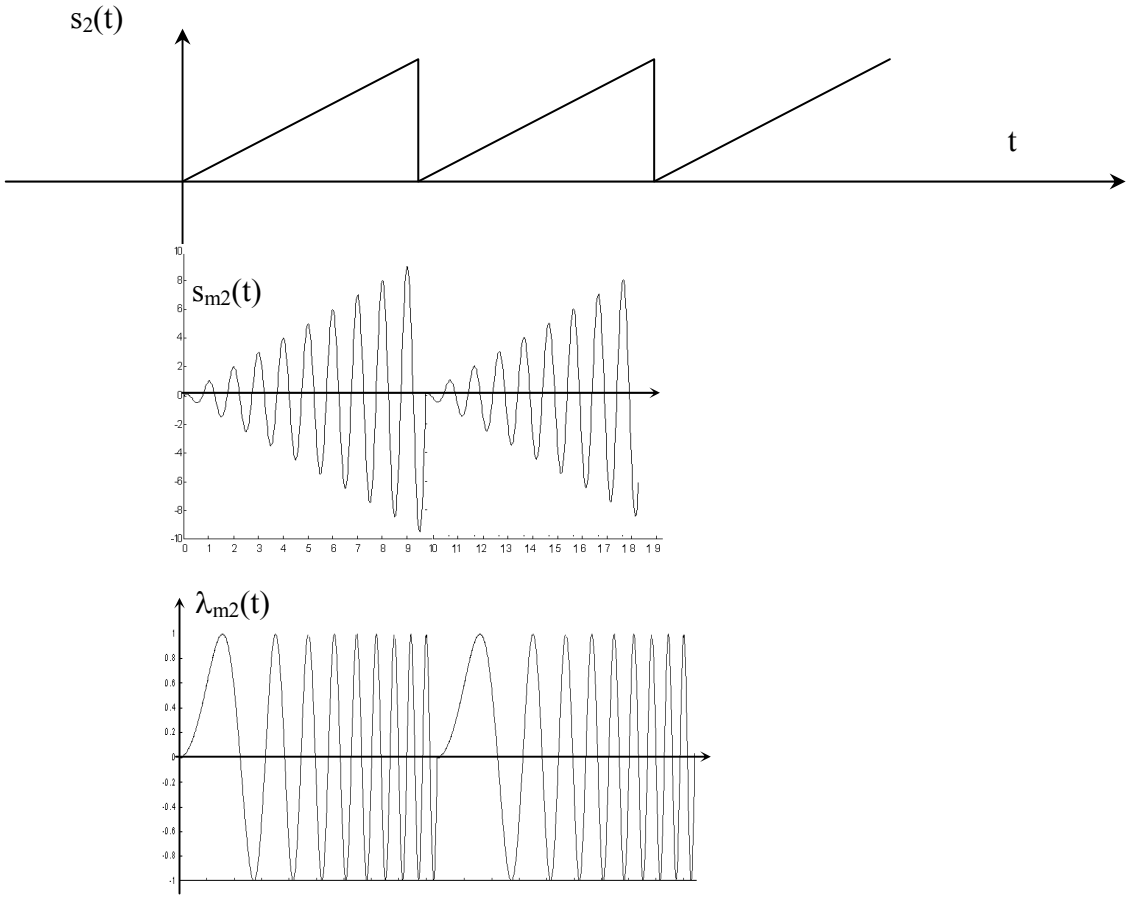
Nhớ là, nếu đặt s(t) = 0, phương (5.7) sẽ thành một sóng mang thuần túy.

Td . Vẽ sóng AMSC và FM cho các tín hiệu thông tin như hình 5.4.

Giải:



Hình 5.4



Hình 5.4

Tần số của $\lambda_{fm}(t)$ thay đổi từ $f_C + K_f[\min . s(t)]$ đến $f_C + K_f[\max . s(t)]$.

Bằng cách làm cho K_f nhỏ một cách tùy ý, thì tần số của $\lambda_{fm}(t)$ có thể được giữ một cách tùy ý xung quanh f_C. Điều đó làm tiết giảm được khổ băng.

Nhớ là sự biến điệu thì không tuyến tính cho s(t). Nếu thay s(t) trong phương trình (5.7) bằng một tổng gồm nhiều tín hiệu thì sóng FM kết quả không là tổng của các sóng FM thành phần. Điều đó đúng, vì:

$$\text{Cos } (A + B) \neq \text{cos}A + \text{cos}B.$$

Ta chia biến điệu FM làm 2 nhóm; tùy thuộc vào cở của K_f. Với K_f rất nhỏ ta có FM băng hẹp; và K_f lớn ta có FM băng rộng.

BIẾN ĐIỆU PHA.

Không có sự khác biệt cơ bản giữa biến điệu pha và biến điệu tần số. Hai từ ấy thường được dùng thay đổi cho nhau. Biến điệu một pha bằng một sóng thì cũng như biến điệu đạo hàm của nó (tần số) với sóng ấy.

Sóng biến điệu pha cũng có dạng:

$$\lambda p_m(t) = A \cos \theta(t).$$

Trong đó $\theta(t)$ được biến điệu bởi s(t). Vậy:

$$\theta(t) = 2\pi [f_C t + Kp\, s(t)] \qquad (5.8)$$

Hằng số tỷ lệ Kp có đơn vị V^{-1}. Sóng PM có dạng:

$$\boxed{\lambda p_m(t) = A \cos 2\pi [f_C t + Kp\, s(t)]} \qquad (5.9)$$

Khi s(t) = 0, sóng PM trở thành sóng mang thuần túy.

Ta có thể liên hệ PM với FM bằng cách dùng định nghĩa của tần số tức thời:

$$f_i(t) = f_C + Kp\, \frac{ds}{dt} \qquad (5.10)$$

Trông rất giống với (5.5), trường hợp của FM.

Thực vậy, không có sự khác biệt giữa việc biến điệu tần số một sóng mang bằng s(t) và việc biến điệu pha của cùng sóng mang đó bằng tích phân của s(t). Ngược lại không có gì khác nhau giữa việc biến điệu pha của một sóng mang bằng s(t) và biến điệu tần số cùng sóng mang ấy bằng đạo hàm của s(t).

Vì vậy, tất cả các kết quả sau đây thì chuyển dễ dàng giữa 2 loại biến điệu.

FM BĂNG HẸP (NARROW BAND FM).

Nếu K_f rất bé, ta có thể dùng phép tính xấp xỉ để đơn giản phương trình của sóng FM.

$$\lambda_{f_m}(t) = A \cos 2\pi \left[f_c t + K_f \int_0^t s(\tau) d\tau \right] \qquad (5.11)$$

Để tránh việc lập lại nhiều lần, ta đặt g(t) là tích phân của tín hiệu chứa tin.

$$g(t) \overset{\Delta}{=} \int_0^t s(\tau) d\tau \qquad (5.12)$$

Phương trình (5.11) trở nên:

$$\lambda_{fm}(t) = A \cos 2\pi \left[f_c t + K_f g(t) \right] \qquad (5.13)$$

Dùng lượng giác, khai triển hàm cosine:

$$\lambda_{fm}(t) = A\cos 2\pi f_C t \,.\, \cos 2\pi K_f g(t) - A \sin 2\pi f_C t \,.\, \sin 2\pi K_f g(t) \qquad (5.14)$$

Cosine của một góc bé ≈ 1. Trong khi sin của nó gần bằng chính nó.

Vậy, nếu K_f đủ nhỏ sao cho $2\pi K_f g(t)$ biểu diễn cho một góc rất nhỏ, ta có thể tính xấp xỉ phương trình (5.14):

$$\lambda_{fm}(t) \approx A\cos 2\pi f_C t - 2\pi A\, g(t)\, K_f \sin 2\pi f_C t \qquad (5.15)$$

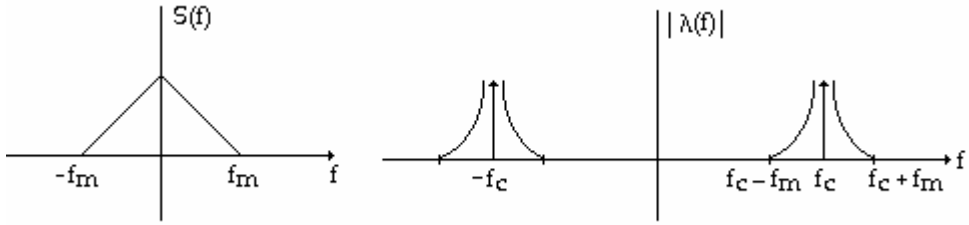
Phép tính này tuyến tính với g(t) và như vậy tuyến tính với s(t). Ta có thể tính biến đổi F của nó (với một ít khó khăn) như sau:

Biến đổi F của g(t) liên hệ với s(t) bởi:

$$G(f) = \frac{S(f)}{j2\pi f}$$

Lấy biến đổi F của (5.15):

$$\boxed{\lambda fm(f) = \frac{A}{2}\left[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)\right] + \frac{2\pi A K_f}{4\pi j}\left[\frac{S(f - f_c)}{f - fc} - \frac{S(f + f_c)}{f + fc}\right]} \qquad (5.16)$$



Hình 5.5: Biến đổi F của sóng FM.

FM băng hẹp có 3 vấn đề:

- Tần số có thể tăng cao đến mức cần thiết để truyền đi có hiệu qủa, bằng cách điều chỉnh f_C đến trị mong muốn.
- Nếu tần số sóng mang của nguồn tin lân cận cách nó ít nhất $2f_m$, thì các tín hiệu chứa những nguồn tin khác nhau có thể truyền cùng lúc trên cùng một kênh.
- s(t) có thể hồi phục từ sóng biến điệu. Và phần sau ta sẽ thấy, cùng một khối hoàn điệu có thể tách sóng cho FM trong cả 2 trường hợp K_f nhỏ và K_f lớn.

Khổ băng của sóng FM là $2f_m$, đúng như trường hợp AM hai cạnh. Thí dụ dùng tiếng huýt sáo (tối đa 5000Hz) để biến điệu một sóng mang. Giả sử sự dời tần tối đa là 1Hz. Như vậy, tần số tức thời thay đổi từ $(f_C - 1)$Hz đến $(f_C + 1)$Hz. Biến đổi F của sóng FM chiếm một băng giữa $(f_C - 5000)$Hz và $(f_C + 5000)$Hz.

Rõ ràng, tần số tức thời và cách thức mà nó thay đổi đã góp phần (cả 2) vào khổ băng của FM.

Gọi là *"Băng hẹp"* khi K_f nhỏ, là vì khi K_f tăng, khổ băng sẽ tăng từ trị tối thiểu $2f_m$.

PM BĂNG HẸP.

Biến điệu pha bằng s(t) thì giống như biến điệu tần số bằng đạo hàm của s(t). Vì đạo hàm của s(t) chứa cùng khoảng tần số như s(t), nên khổ băng của PM băng hẹp cũng chiếm vùng tần số từ giữa $f_C - f_m$ và $f_C + f_m$. Tức là khổ băng rộng $2f_m$.

Với FM băng hẹp, trị max của $2\pi k_f g(t)$ là một góc rất nhỏ (Trong đó g(t) là tích phân của s(t)).

Với PM băng hẹp, $2\pi Kp\ s(t)$ phải là một góc rất nhỏ. Điều này cho phép tính xấp xỉ cosine và sine (số hạng thứ nhất trong chuỗi khai triển).

FM BĂNG RỘNG (WIDE BAND FM).

Nếu K_f nhỏ không đủ để cho phép tính xấp xỉ như ở phần trên, ta có FM băng rộng. Tín hiệu được truyền

$$\lambda_{fm}(t) = A \cos 2\pi\left[f_c t + K_f g(t)\right] \qquad (5.17)$$

Trong đó g(t) là tích phân của tín hiệu chứa tin s(t). Nếu g(t) là một hàm đã biết, biến đổi F của sóng FM sẽ tính được. Nhưng trong những trường hợp tổng quát, không thể tìm biến đổi F cho sóng FM, vì sự liên hệ phi tuyến giữa s(t) và sóng biến điệu. Những phân giải thực hiện trong phạm vi thời gian.

Ta giới hạn trong một trường hợp riêng, dùng tín hiệu mang tin là một Sinusoide thuần túy. Điều này cho phép dùng lượng giác trong phân giải.

$$S(t) = a \cos 2\pi f_m t$$

a: hằng số biên độ.

Tần số tức thời của sóng FM được cho bởi:

$$f_i(t) = f_C + aK_f \cos 2\pi f_m t \qquad (5.18)$$

Sóng FM có dạng:

$$\lambda_{fm}(t) = A \cos\left(2\pi f_c t + \frac{aK_f}{f_m}\sin 2\pi f_m t\right) \qquad (5.19)$$

Ta định nghĩa chỉ số biến điệu β:

$$\beta \triangleq \frac{aK_f}{f_m}\ ,\ \beta\text{: không đơn vị} \qquad (5.20)$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_{fm}(t) = A \cos(2\pi f_C t + \beta \sin 2\pi f_m t)$$

$$\lambda_{fm}(t) = \mathrm{Re}\ \{A \exp(j2\pi f_C t + j\beta \sin 2\pi f_m t)\} \qquad (5.21)$$

Hàm expo trong (5.21) phân thành một tích, trong đó thừa số thứ 2 có chứa tin. Đó là: expo ($j\beta \sin 2\pi f_m t$).

Đó là một hàm tuần hoàn, chu kỳ $1/f_m$.

Khai triển chuỗi F phức, tần số f_m.

$$e^{j\beta \sin 2\pi f_m t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{-jn2\pi f_m t} \qquad (5.22)$$

Hệ số F cho bởi:

$$C_n = f_m \int_{-1/f_m}^{1/f_m} e^{j\beta \sin 2\pi f_m t} e^{-jn2\pi f_m t} dt \qquad (5.23)$$

Tích phân của (5.23) không tính được, nó hội tụ tại một trị giá thực. Trị giá thực là một hàm của n và β. Nó không phải là một hàm của f_m. Tích phân được gọi là hàm Bessel loại một, ký hiệu $J_n(\beta)$.

HÀM BESSEL.

Hàm Bessel loại 1 là giải đáp của phương trình vi phân:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)\, y(x) = 0$$

Mặc dù hàm Bessel được định nghĩa cho tất cả trị giá của n, ta chỉ quan tâm đến các số nguyên thực dương và âm.

Với những trị nguyên của n,

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x).$$

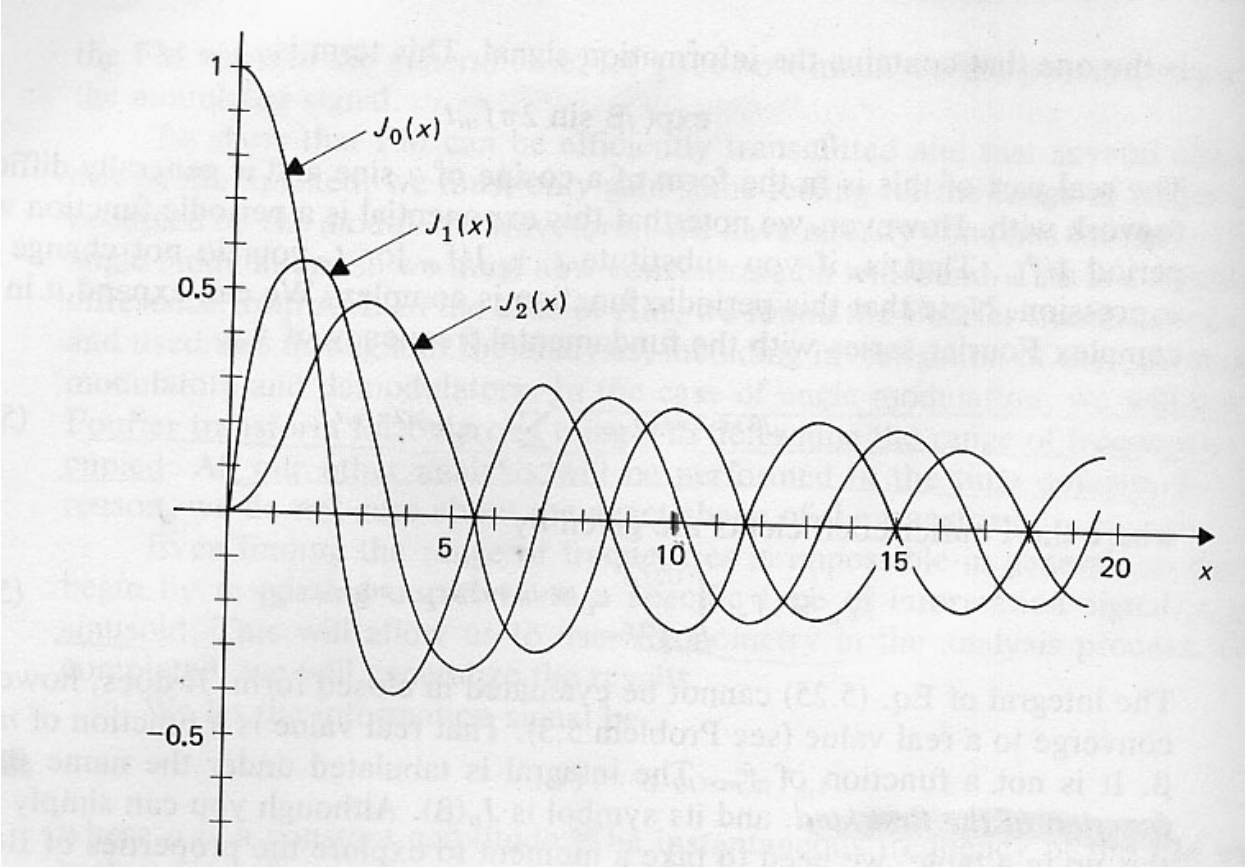
Hình 5.6, vẽ J_n cho những trị của n = 0, 1 và 2. Nhớ là với x rất nhỏ, $J_0(x)$ tiến đến 1 trong lúc $J_1(x)$ và $J_2(x)$ tiến đến zero. (Xem hình trang sau).

Ta hãy xem hàm Bessel khi n trở nên lớn. Ta khảo sát một điểm đặc biệt trên các đường cong. Hình 5.7, vẽ J_n (10) là một hàm của n.

- Khi n âm, hàm trở nên dao động không tắt (under damped oscillator).
- Với những trị n dương, ta lưu ý đến tính đối xứng của phương trinh (5.23).
- Một quan sát quan trọng là, với n > 9, hàm Bessel tiến đến tiệm cận với zero. Thật vậy, với n cố định và β lớn, hàm Bessel có thể tính xấp xỉ bởi:

$$J_n(\beta) \approx \frac{\left(\beta/2\right)^n}{\Gamma(n+1)} \qquad (5.24)$$

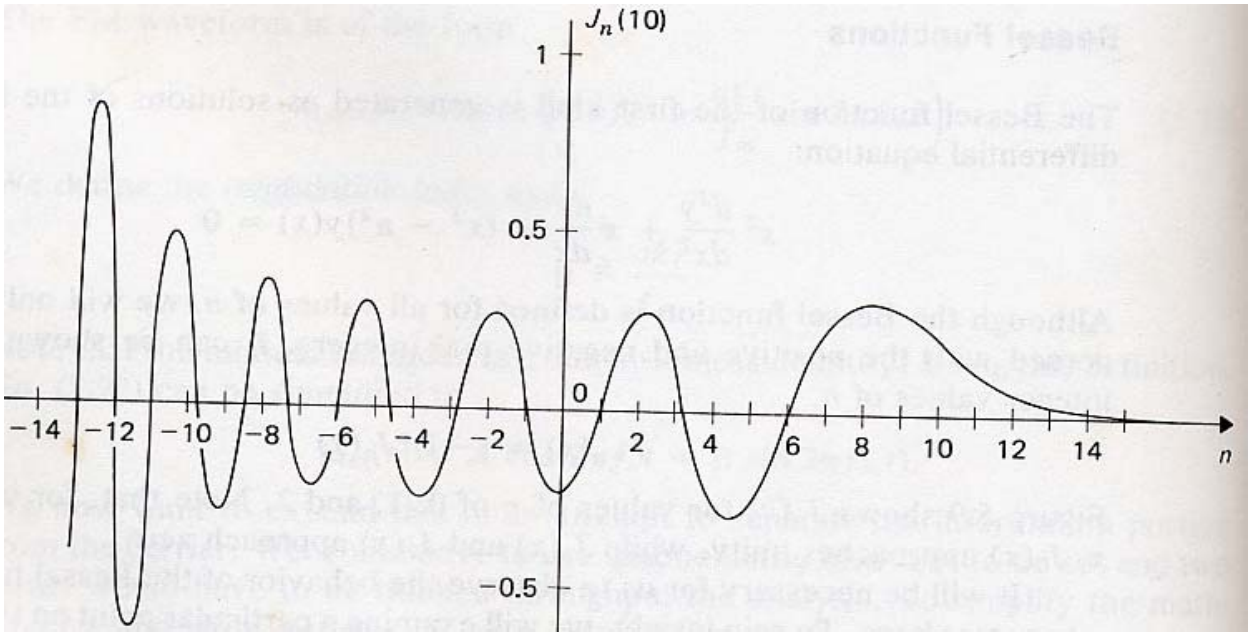
Trong đó Γ (n+1) là hàm Gamma.



Hình 5.6: Hàm Bessel cho n = 0, 1 và 2.

Hàm Gamma tiến đến ∞ với các suất lớn hơn 2. Thí dụ, trị giá của hàm Gamma ứng với các suất 2, 3, 4, 5 và 6 là 1, 2 , 6, 24 và 120. Vì hàm Gamma nằm ở mẫu số, có thể thấy rằng

hàm Bessel giảm rất nhanh khi n tăng. Đó là một tính chất chính tắc để tim khổ băng của sóng FM.



Hình 5.7: J_n (10) là một hàm của n.

Trở lại phương trình (5.23), ta thấy các hệ số Fourier được cho bởi: $C_n = J_n(\beta)$.
Và sóng FM trở nên:

$$\lambda_{fm}(t) = \mathrm{Re}\left\{ A e^{j2\pi f_c t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{jn2\pi f_m t} \right\} \qquad (5.25)$$

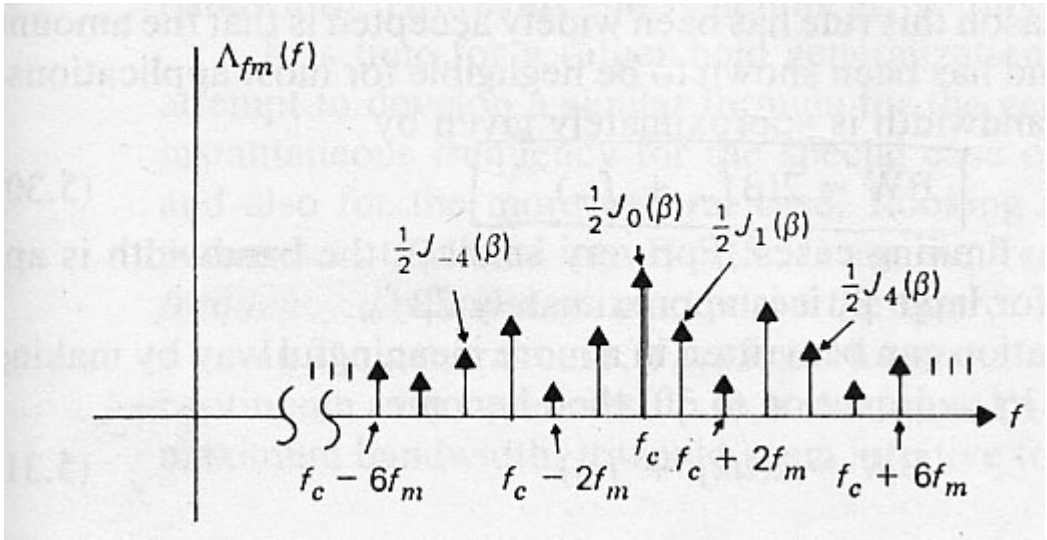
Vì $e^{j2\pi fct}$ khônglà một hàm của n, ta đem vào dấu tổng:

$$\lambda_{fm}(t) = \mathrm{Re}\left\{ A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi t(f_c + nf_m)} \right\}$$

Và lấy phần thực:

$$\lambda_{fm}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos 2\pi (f_C + nf_m)t \qquad (5.26)$$

Ta đã rút gọn sóng FM thành tổng của các Sinusoids. Biến đổi F của tổng này là một chuỗi xung lực.



Hình 5.8: Biến đổi F của FM, đối với tin tức là Sinusoids.

Ta đang gặp phải một rắc rối lớn ! Biến đổi này *mở rộng theo cả 2 chiều từ tần số sóng mang*. Nó có một khổ băng rộng vô hạn. Dù $J_n(\beta)$ tiến đến zero tại vài trị giá, nhưng khổ băng rộng thì không bị giới hạn. Như vậy, ta không thể truyền có hiệu quả và cũng không thể phối hợp nhiều nguồn tin riêng lẻ vào chung một kênh (Multiplexing) (vì trùng f).

Với β không đổi, các hàm *$J_n(\beta)$ tiến đến zero khi n tăng*. Với sự chọn lựa β, *số hạng $J_0(\beta)$ tiến đến zero và sóng mang bị loại*. Trong trường hợp AM, sự loại bỏ sóng mang làm tăng hiệu suất. Nhưng đối với FM, sự loại sóng mang không được lợi gì cả vì công suất toàn phần giữ không đổi.

a * Để tính xấp xỉ khổ băng của sóng FM, ta xem các xung hình 5.8. Trước hết, ta chọn một trị β *nhỏ*. Từ hình 5.6, ta thấy rằng, nếu $\beta < 0{,}5$ thì $J_2(\beta) < 0{,}03$. Các hàm Bessel bậc cao hơn ($n > 2$) thì nhỏ hơn. Tại $\beta=0{,}5$, J_1 là 0,24. *Với những trị nhỏ nầy của β, biến đổi F ở hình 5.8 chỉ bao gồm 5 xung lực gần sóng mang*. Đó là, thành phần tại sóng mang và 2 thành phần cách ± f_m kể từ sóng mang. Điều đó, cho một khổ băng là 2 f_m. Ta đã biết điều đó vì những trị rất nhỏ của $\beta(aK_f/f_m)$ tương ứng với điều kiện băng hẹp.

b * Bây giờ, giả sử *β không nhỏ*, thí dụ $\beta = 10$. Những tính chất mà ta nói ở trên chỉ rằng $J_n(10)$ sẽ giảm nhanh chóng, khi $n > 10$. Xem hình 5.8, ta thấy những thành phần có ý nghĩa là sóng mang và 10 họa tần mỗi bên của sóng mang. Một cách tổng quát: *Với β lớn,số số hạng (thành phần) ở mỗi bên của sóng mang là β (được làm tròn số nguyên)*. Điều đó cho một khổ băng là $2\beta f_m$.

Gần đây, Jonh Carson đưa ra định luật: Khổ băng của sóng FM thì xấp xỉ bằng hàm của tần số tín hiệu chứa tin và chỉ số biến điệu:

$$B_W \approx 2(\beta f_m + f_m) \qquad (5.27)$$

Điều đó thừa nhận 2 trường hợp giới hạn. Với β rất nhỏ, khổ băng ≈ $2f_m$ và ngược lại với β lớn, khổ băng ≈ $2\beta f_m$.

Thay $\beta = aK_f/f_m$ vào (5.27):

$$B_W \approx 2(aK_f+f_m) \qquad (5.28)$$

* Ta nhớ lại tần số tức thời được cho bởi phương trình (5.18):

$$f_i(t)=f_C + aK_f \cos 2\pi f_m t$$

Ta thấy rằng f_m là nhịp thay đổi của $f_i(t)$,trong lúc aK_f là trị tối đa mà nó dời tần từ sóng mang - cả 2 đại lượng ấy điều tham gia vào khổ băng của sóng FM.

Thí dụ: Tìm băng xấp xỉ của các tần số bị chiếm bởi sóng FM với sóng mang có tần số 5khz, K_f = 10Hz/V và:

a) $s(t) = 10 \cos 10\pi t$.

b) $s(t) = 5 \cos 20\pi t$.

c) $s(t) = 100 \cos 2000\pi t$.

Giải:

a) $B_W \approx 2(aK_f+fm) = 2[10(10)+5] = 210$Hz.

b) $B_W \approx 2(aK_f+fm) = 2[5(10)+10] = 120$Hz.

c) $B_W \approx 2(aK_f+fm) = 2[100(10)+1.000] = 4$khz.

Băng của những tần số bị chiếm:

a) 4895 đến 5105 Hz.

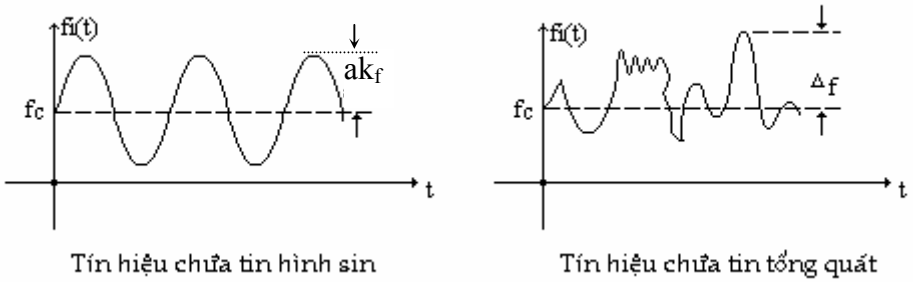
b) 4940 đến 5060 Hz.

c) 3 đến 7 Khz.

Phương trình (5.28) được khai triển cho trường hợp đặc biệt của một tín hiệu chứa tin hình Sinusoide. Nếu sự biến điệu là tuyến tính, thì ta có thể áp dụng công thức này cho thành phần tần số cao nhất của s(t) để tìm khổ băng. Nhưng, FM thì không tuyến tính nên cách ấy không đúng.

Ta sẽ tìm một công thức tương tự cho trường hợp tổng quát. Hình 5.9, chỉ tần số tức thời của trường hợp đặc biệt mà tín hiệu chứa tin Sinusoide và trường hợp tổng quát.

Hình 5.9: Tần số tức thời



Tín hiệu chứa tin hình sin Tín hiệu chứa tin tổng quát

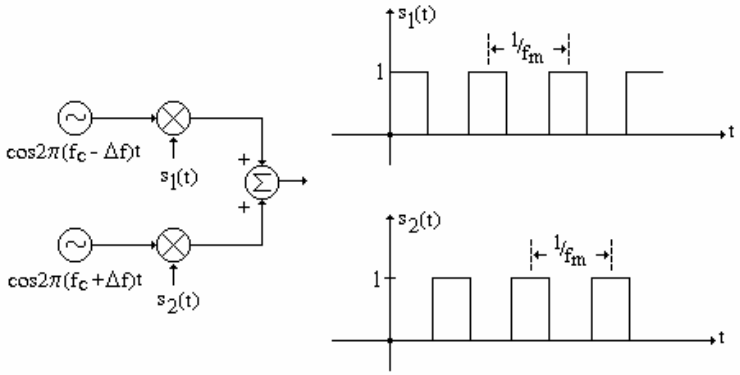
Trong trường hợp s(t) hình sin, aK_f là độ dời tần tối đa của tần số so với f_c. Và trong trường hợp tổng quát độ dời tần tối đa tương tự ký hiệu là Δf. Công thức tổng quát cho (5.28) là:

$$BW \approx 2(\Delta f + f_m) \qquad (5.29)$$

- Nếu Δf rất lớn so với f_m, ta có FM băng rộng, và tần số của sóng mang thay đổi một khoảng rộng, nhưng với nhịp độ chậm. Tần số tức thời của sóng mang thay đổi chậm từ f_C-Δf đến f_C+Δf. Như vậy sóng FM xấp xỉ với một Sinusoide thuần trong một thời gian dài. Ta có thể nghĩ là nó là tổng của nhiều Sinusoide với các tần số nằm giữa 2 giới hạn. Nên biến đổi F thì gần bằng với sự chồng (Superposition) các biến đổi F của những sinusoide ấy tất cả nằm trong giới hạn tần số. Vậy thực hợp lý để giả sử rằng khổ băng thì xấp xỉ **với** *bề rộng của khoảng tần số này, hoặc 2Δf.*
- Nếu Δf rất nhỏ, ta có một sóng mang thay đổi trong một khoảng rất nhỏ của tần số, nhưng với nhịp độ nhanh. Ta có thể tính gần đúng bằng 2 mạch giao động tại những giới hạn tần số. Mỗi giao động được " Cổng hóa " trong nửa thời gian toàn thể. Băng của các tần số bị chiếm bởi output của H 5.10 là từ f_C - Δf - fm đến f_C + Δf + fm.

Với Δf nhỏ, $\Rightarrow$ khổ băng là $2f_m$.

Ta thấy khổ băng của sóng FM tăng với sự tăng trị giá của K_f. Về điểm nầy, sự dùng FM băng hẹp (với khổ băng tối thiểu $2f_m$) là hợp lý. Nhưng, FM băng rộng lại có ưu điểm về triệt nhiễu hơn cả FM băng hẹp và AM.



Hình 5.10: Xấp xỉ của FM băng hẹp

Ví dụ: Một sóng mang 10MHz được biến điệu FM bởi một tín hiệu Sinusoide có tần số 5KHz, sao cho độ dời tần tối đa của sóng FM là 500KHz - Tìm băng xấp xỉ của các tần số bị chiếm bởi sóng FM.

Giải:

Khổ băng xấp xỉ

$B_W \approx 2(\Delta f + f_m)$.

$B_W \approx 2(500KHz + 5KHz) = 1.010$ KHz .

Vậy băng của tần số bị chiếm thì tập trung quanh tần số sóng mang, và trong khoảng từ 9.495 đến 10.505KHz. Tín hiệu FM ở thí dụ nầy là băng rộng. Nếu nó là băng hẹp, khổ băng sẽ chỉ là 10KHz.

Thí dụ: Một sóng mang 100KHz bị biến điệu FM bởi một tín hiệu sinusoide có biên độ 1V. K_f có trị 100Hz/V.

Tìm khổ băng xấp xỉ của sóng FM nếu tín hiệu biến điệu có một tần số 10KHz.

Giải:

Ta lại dùng phép tính xấp xỉ của Carson:

$B_W \approx 2(\Delta f + f_m)$

Vì tín hiệu chứa tin s(t) có biên độ đơn vị, độ dời tần tối đa Δf được cho bởi k_f, hoặc 100Hz .

f_m là 10 Khz, tần số của tín hiệu biến điệu. Vậy :

$B_W \approx 2(100Hz + 10\ Khz) = 20.200Hz$.

Vì f_m rất lớn so với Δf , đây là tín hiệu FM băng hẹp. Khổ băng cần thiết để truyền cùng tin tức khi dùng DSB AM sẽ là 20KHz, xấp xỉ với khổ băng của sóng FM nầy.

Ví dụ: Một sóng biến điệu góc được mô tả bởi:

$$\lambda(t) = 10 \cos[2 \times 10^7 \pi t + 20\cos 1000\pi t]$$

Tìm khổ băng xấp xỉ của sóng nầy.

Giải:

f_m là 500Hz. Để tính Δf, trước hết ta tìm tần số tức thời:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}(2 \times 10^7 \pi t + 20\cos 1000\pi t).$$

$$= 10^7 - 10.000 \sin 1000\pi t .$$

Độ dời tần tối đa của $10.000 \sin 1000\pi t$, hoặc 10KHz. Vậy khổ băng xấp xỉ được cho bởi:

$B_W \approx 2(10.000 + 500) = 21khz$.

Rõ ràng đây là một sóng FM băng rộng vì Δf rất lớn so với f_m. Nhớ là ta không biết đây là biến điệu tần số hoặc pha khi tìm khổ băng.

KHỐI BIẾN ĐIỆU.

Ta đã thấy sóng FM có khổ băng giới hạn chung quanh sóng mang f_C. Như vậy tiêu chuẩn thứ nhất của một hệ thống biến điệu đã được thỏa. Ta có thể truyền tin một cách hiệu quả bằng cánh chọn f_C trong một khoảng riêng. Và ta cũng có thể Multiplexing nhiều tín hiệu đồng trong cùng một kênh bằng cánh làm các tần số sóng mang lân cận cách biệt nhau sao cho biến đổi F của của các sóng FM không phủ nhau về tần số.

Tiêu chuẩn thứ 2, đó là chứng tỏ được s(t) có thể được hồi phục từ sóng biến điệu góc. Và các khối biến điệu, hoàn điệu có thể thực hiện được trong thực tế.

- Ta bắt đầu xem lại FM băng hẹp - dạng sóng được diễn tả bởi phương trình (5.15).

$$\lambda_{fm}(t) = A \cos 2\pi[f_c t - K_f g(t)]$$

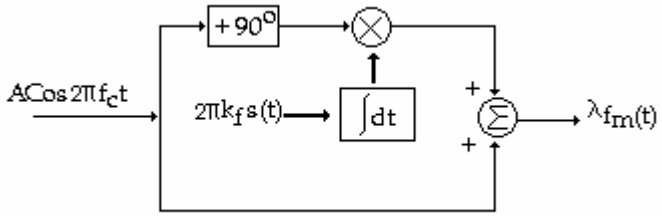
$$\lambda_{fm}(t) = A \cos 2\pi f_c t - 2\pi A\, g(t) K_f \sin 2\pi f_c t \qquad (5.30)$$

Phương trình này tức khắc đưa đến sơ đồ khối như hình 5.11.

- Biểu thức tương đương cho PM băng hẹp:

$$\lambda_{pm}(t) = A\cos 2\pi f_C t - 2\pi A K_P s(t)\sin 2\pi f_C t \quad (5.31)$$

Hình 5.11 Phải được cải biến bằng cách thay $2\pi K_f s(t)$ bằng $2\pi K_p s(t)$ và bỏ tích phân.



Hình 5.11: Khối biến điệu cho FM băng hẹp.

Tần số tức thời của output của hệ là:

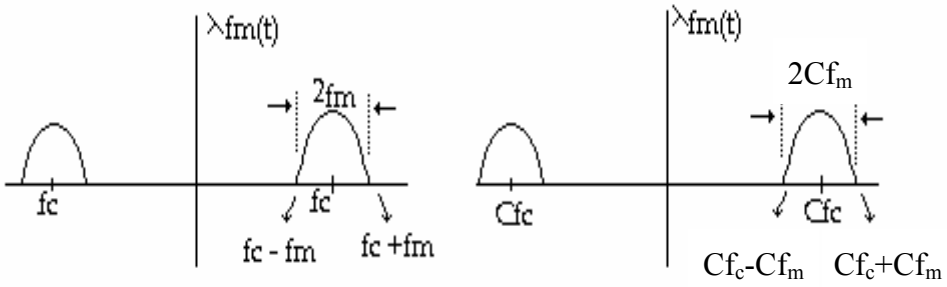
$$f_i(t) = f_C + K_f s(t)$$

Đây là FM băng hẹp vì trị lớn nhất của $K_f s(t)$ (độ dời tần) thì nhỏ so với những tần số hiện diện trong s(t).

- Giả sử ta đặt output của sóng FM băng hẹp ngang qua một linh kiện phi tuyến mà nó nhân tất cả tần số bởi một hằng số C. Kết quả tần số tức thời là:

$$f_i(t) = Cf_C + Ck_f s(t) \quad (5.32)$$

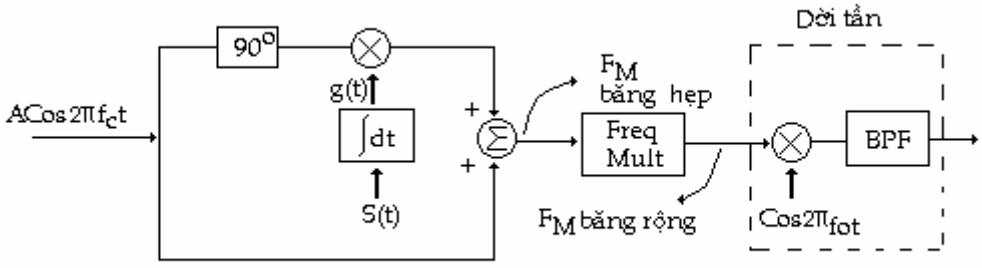
Độ dời tần của sóng mới nầy bằng C lần sóng cũ, trong lúc nhịp độ thay đổi của $f_i(t)$ vẫn không đổi. Điều này, vẽ ở hình 5.12. Như vậy, với trị C đủ lớn, *sự nhân tần làm thay đổi FM băng hẹp thành FM băng rộng*. Nó cũng làm di chuyển sóng mang, nhưng điều này không gây hiệu quả trên một sóng FM dù là băng hẹp hay băng rộng.



Hình 5.12: Sự nhân tần

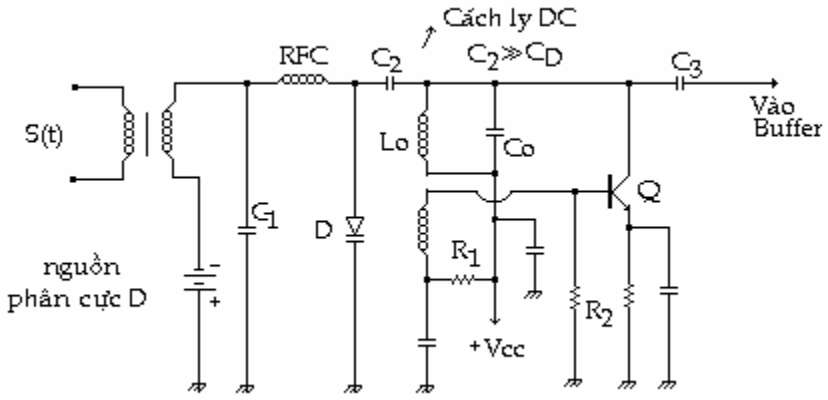
Xem một cách khác, nếu khổ băng sóng FM lớn đáng kể so với $2f_m$, tín hiệu là băng rộng. Nếu sóng mang mới có tần số cao hơn nầy không mong muốn, ta có thể dời (đổi tần) đến bất kỳ trị nào mà không làm ảnh hưởng đến khổ băng.

Khối biến điệu FM kết quả vẽ ở hình 5.13.



Hình 5.13: Khối biến điệu cho FM băng rộng

* Có một cánh trực tiếp tạo nên FM băng rộng, như hình 5.14.



Hình 5.14: Mạch phát FM

Một mạch dao động cao tần tạo sóng mang, có tần số quyết định bởi mạch điều hợp (hoặc thạch anh) đấu song song với một doide biến dung (Varicap). Điện dung của varicap có thể thay đổi bằng cánh làm thay đổi dòng chạy ngang qua nó (nếu phân cực thuận) hoặc điện thế đặt lên 2 đầu nó (nếu phân cực ngược). Sự thay đổi điện dung của varicap sẽ làm thay đổi tần số của mạch giao động. Nếu dòng hay thế đi ngang qua varicap thay đổi tỷ lệ với tín hiệu chứa tin thì tần số của mạch giao động thay đổi tỷ lệ với tín hiệu nầy. Và sóng FM sẽ được tạo ra.

Trong hình 5.14. Bên phải D là mạch giao động mà tần số được làm thay đổi. Bên trái D là mạch phân cực và ghép tín hiệu s(t) vào doide D. Tụ C_2 có trị rất lớn so với trị của điện dung Varicap, nên chỉ có tác dụng cách ly DC. RFC, cuộn chặn cao tần, ngừa tín hiệu dao động ghép ngược lại nguồn phân cực. C_1: tụ phân dòng.

KHỐI HOÀN ĐIỆU.

Xem dạng sóng biến điệu FM như sau:

$$\lambda_{fm}(t) = A\cos 2\pi(f_c t + K_f \int_0^t s(\tau)d\tau) .$$

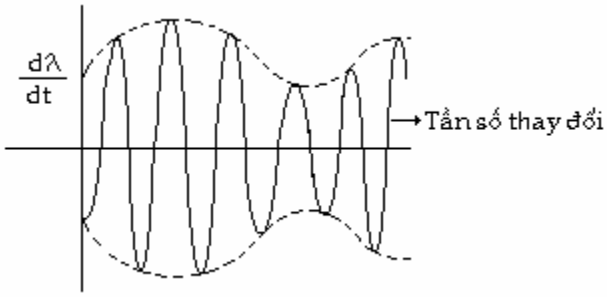
Sư hoàn điệu để hồi phục lại s(t) gồm 2 loại:

- Tách sóng phân biệt (Discriminator), tách một thành phần tần số ra khỏi các thành phần khác và *chuyển sự thay đổi tần số thành thay đổi biên độ* rồi tách sóng giống như AM.
- Vòng khóa pha (Phase - Lockloop) để phối hợp một dao động nội với sóng mang được biến điệu.

1. Tách sóng phân biệt. (discriminator)

A. Lấy đạo hàm một Sinusoide là tiến trình nhân Sinusoide với tần số tức thời của nó:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -2\pi A [f_c + K_f s(t)] \sin 2\pi(f_c t + K_f \int_0^t s(\tau)d\tau) .$$



Hình 5.15: Đạo hàm của sóng FM

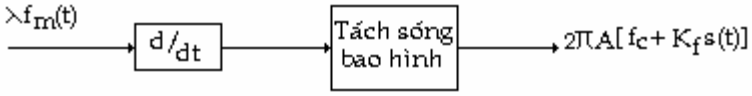
Giả sử tần số tức thời thì lớn hơn nhiều so với f_m (hợp lý với thực tế). Thành phần sóng mang lấp đầy vùng giữa biên độ và ảnh qua gương của nó. Thực tế, vùng diện tích giữa đường biên trên và đường biên dưới bị che kín do tần số quá cao của sóng mang. Như vậy, ngay cả khi tần số sóng mang không là hằng, bao hình của sóng vẫn được định nghĩa:

$$2\pi \left| A[f_C + K_f s(t)] \right| \qquad (5.34)$$

Sự thay đổi chút ít của tần số sóng mang sẽ không đáng kể bởi một tách sóng bao hình.

Trong các hệ thông tin thực tế, $f_C >> K_f s(t)$. Vậy lượng nằm trong ngoặc của (5.34) thì dương, và ta có thể bỏ đấu trị tuyệt đối.

Tóm lại: Một mạch vi phân và sau đó là một tách sóng bao hình sẽ có thể dùng để hồi phục lại s(t) từ sóng FM.

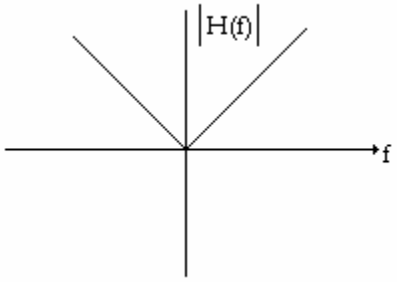


Hình 5.16: Hoàn điệu FM.

Nếu sự biến điệu là PM, thì output của hệ hình 5.16 là đạo hàm của s(t). Khi đó cần thêm một mạch tích phân ở ngỏ ra của hệ.

Hàm hệ thống của mạch vi phân:

$$H(f) = 2\pi jf \qquad (5.35)$$

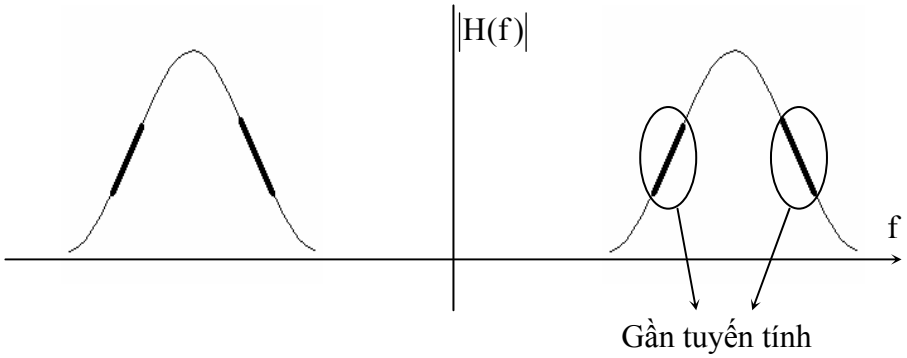


Hình 5.17: Đặc tuyến Suất của mạch vi phân.

Đặc tuyến Suất được vẽ ở hình 5.17. Suất của output của mạch vi phân thì tỉ lệ tuyến tính với tần số của input. Như vậy mạch vi phân đổi FM thành AM. Khi một mạch vi phân dùng như thế, ta gọi nó là một discriminator.

b. Có một loại Discriminator khác. Bất kỳ hệ thống nào có một suất hàm hệ thống gần - Tuyến tính với tần số trong khoảng dãy tần của sóng FM sẽ điều đổi FM thành AM.

Thí dụ: Một BPF sẽ làm việc như một Discriminator nếu cho nó hoạt động trên một

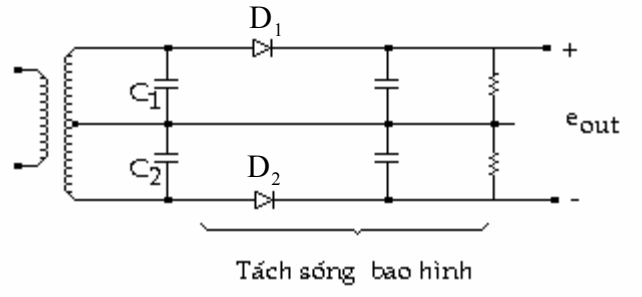


khoảng giới hạn của khổ băng, như hình 5.18.

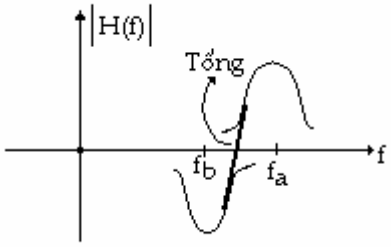
Hình 5.18

Ta có thể chứng minh sự tuyến tính của BPF Discriminator theo cách thức tương tự như khối biến điệu cân bằng.

Xem mạch điện hình 5.19. Nửa trên của máy biến thế L_1 và C_1 điều hợp tại f_a . Nửa dưới máy biến thế và C_2 điều hợp tại f_b.



Hình 5.19: Tách sóng độ dốc



Hình 5.20: Discriminator

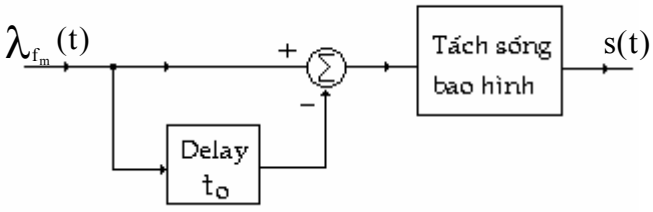
Mạch điện trên đây gọi là tách sóng độ dốc (Slope Detector) vì nó dùng đoạn dốc của đặc tuyến mạch lọc để tách sóng.

C. Bây giờ ta trở lại khối vi phân gốc. Ta sẽ thấy một cách tiếp cận khác. Ta có thể tinch đạo hàm một cách gần đúng bằng với tín hiệu của hai trị mẫu của sóng:

$$\lambda(t) - \lambda(t - to) \approx t_o \frac{d\lambda}{dt}.$$

Điều này dẫn đến khối hoàn điệu như hình 5.21.

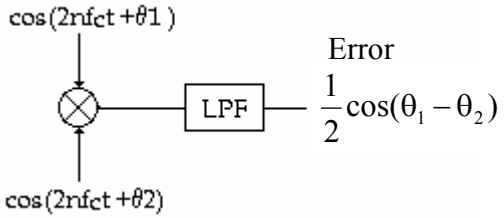
Vì một sự dời thời gian thì tương đương với một sự dời pha, nên khối nầy gọi là hoàn điệu dời pha (Phase Shif Demodulator).



Hình 5.21: Hoàn điệu dời pha.

2. Vòng khóa pha (phase - lockloop).

Vòng khóa pha PLL là một mạch hồi tiếp, có thể được dùng để hoàn điệu sóng biến điệu góc. Mạch hồi tiếp thường được dùng để giảm thiểu error (về zero). Trong trường hợp PLL, error là một hiệu pha giữ tín hiệu ở ngỏ vào sóng FM và một tín hiệu chuẩn hình sin. (VCO) .



PLL để tách sóng FM:

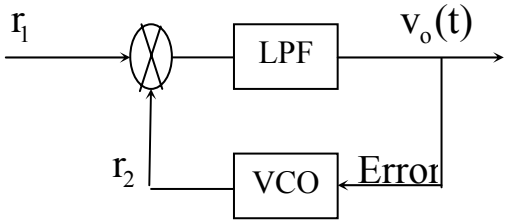
- Trước hết, xem mạch so pha; gồm 1 mạch nhân và một lọc LPF.

Cho hai tín hiệu vào cùng tần số và pha lần lượt là θ_1 và θ_2

$$\cos(a+b)=\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

Thành phần cos(a+b) có tần số $2f_c$ nên bị loại bỏ bởi LPF. Ngỏ ra là $\frac{1}{2}\cos(\theta_1-\theta_2)$. Đây là Error của mạch so pha. Error sẽ tiến đến 0 khi θ_1-θ_2 tiến đến 90^o.

Mạch PLL gồm 1 mạch so pha và 1 VCO, nằm trên đường hồi tiếp. Mạch tạo nên một vòng điều chỉnh tự động.



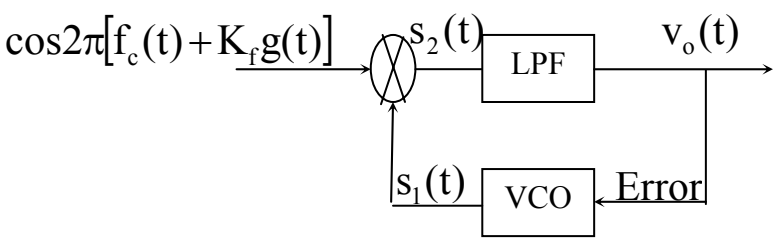
Hình 5.22: Vòng khóa pha (PLL)

VCO tạo ra một sóng sin. Một phần tín hiệu ra $V_o(t)$ được hồi tiếp về để làm Error sửa sai pha cho VCO. Mạch có tác dụng tự điều chỉnh sao cho Error tiến đến 0. Nghĩa là có khuynh hướng làm hiệu pha tiến đến 90^o. Khi đó, ta nói vòng bị khóa (locked).

Bây giờ, ta áp dụng PLL để tách sóng FM

.

Sóng FM đến



Hình 5.23: Tách sóng FM

VCO tạo 1 sóng sin, biên độ B, tần số f_c và lệch pha với sóng FM đến 1 góc $\pi/2$. Sóng hình sin này được Error biến điệu FM nên có dạng:

$$s_1(t) = B\sin 2\pi(f_c t + K_o \int_0^t v_o(\tau)d\tau$$

$s_2(t)$ là ngỏ ra mạch nhân nên:

$$s_2(t) = AB\cos 2\pi\left[f_c t + K_f g(t)\right]\sin 2\pi(f_c t + K_o \int_0^t v(\tau)d\tau)$$

$$\Rightarrow \quad s_2(t) = \frac{AB}{2}\sin 2\pi\left[K_f g(t) - K_0 \int_0^t v(\tau)d\tau)\right] + \text{Bậc cao}$$

Đaịt hai heô soâ pha: $\begin{cases} \theta_{f_m}(t) = 2\pi K_f g(t) \\ \theta_0(t) = 2\pi K_0 \int v_0(\tau)d\tau \end{cases}$

- ngo ra cụa LPF: $v_0(t) = \dfrac{AB\sin\left[\theta_{f_m}(t) - \theta_0(t)\right]}{2}$

Neâu heô so pha nho: $v_0(t) = \dfrac{AB\left[\theta_{f_m}(t) - \theta_0(t)\right]}{2}$

Tm ap ng transient, laây áo ham hai veâ:

$$\frac{dv_0(t)}{dt} = \frac{AB}{2}\left[\frac{d\theta_{f_m}(t)}{dt} - \frac{d\theta_0(t)}{dt} = \pi AB\left[K_f s(t) - K_0 v_0(t)\right]\right]$$

Cuoâi cung, phng trnh vi phađn c cho bi:

$$\frac{dv_0(t)}{dt} + \pi K_0 AB v_0(t) = \pi K_f AB s(t)$$

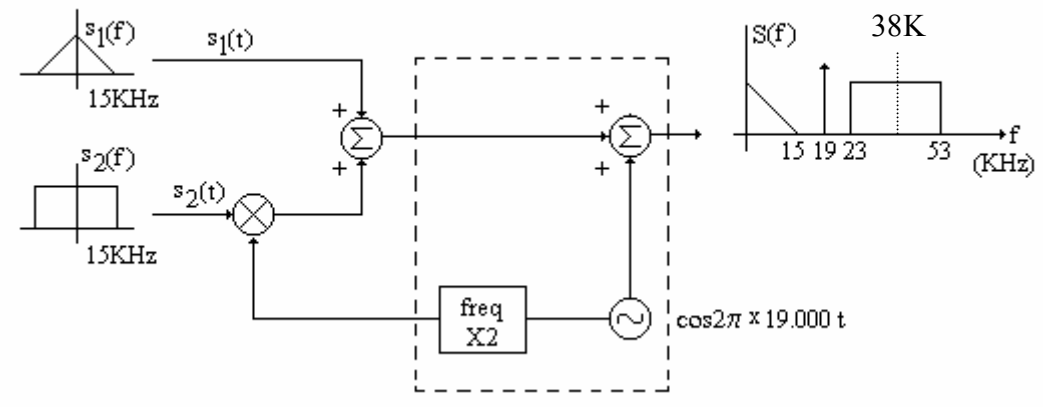
ap ng thng trc la nghieôm cụa phng trnh nay. Cho áo ham tieân ti zero.

$$\Rightarrow v_0(t) = \frac{K_f}{K_0} s(t)$$

FM STEREO.

FM Stereo là tiến trình gửi đi 2 tín hiệu Audio đồng thời trong cùng một kênh FM. Nhớ rằng ta chỉ có khổ băng 30KHz để gửi theo kiểu FM băng hẹp.

Hình 5.24: Tín hiệu Stereo Multiplex



Hình 5.24 là một hệ thống Multiplex 2 kênh Audio. $S_1(f)$ và $s_2(f)$ là biến đổi F của 2 tín hiệu âm tần tổng quát, có khổ băng giới hạn.

Trước hết ta biến điệu AM một sóng mang 38KHz với $S_2(t)$. Điều nầy làm dời tần tín hiệu đến khoảng giữa 23 và 53 KHz như vậy nó không phủ với tín hiệu của $S_1(t)$.

Sau đó ta cộng chúng lại và rồi cộng với sóng cao tần 19KHz. Biến đổi F của output vẽ ở bên phải của hình 5.24.

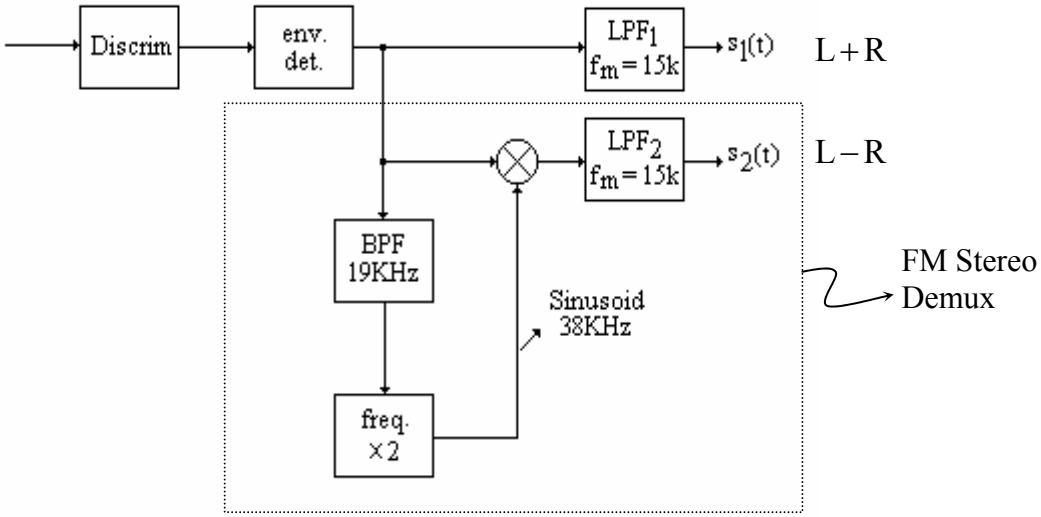
Tín hiệu tổng hợp:

$$s_1(t) + s_2(t) \cos 2\pi \times 38 \times 10^3 t + \cos 2\pi . 19 . 10^3 t .$$

Biểu diễn bởi một hàm thời gian với tần số trên là 53KHz. Ta có thể biến điệu FM sóng mang bằng hàm này. Như vậy, nếu dùng kiểu FM băng hẹp, ta chỉ sử dụng 106KHz (trong khoảng 200KHz được phép).

Tại máy thu, ta hoàn điệu sóng FM để hồi phục tín hiệu tổng hợp (Hình 5.25). LPF_1 hồi phục $s_1(t)$.

BPF sẽ tách số hạng thứ 3 ra khỏi tín hiệu tổng hợp, và rồi ta phải hồi phục $s_2(t)$ từ sóng biến điệu (AM). Nếu ta chọn cánh cộng thêm một sóng mang vào cho TCAM nầy, ta không phải dùng một mạch tách sóng bao hình để nhận lại $s_2(t)$. Điều nầy đúng, vi tần số sóng mang là 38KHz, vào khoảng 2,5 lần lớn hơn tần số cao nhất của $s_2(t)$. Mà sự hoạt động của tách sóng bao



hình đòi hỏi tần số sóng mang phải rất cao so với tần số lớn nhất của tín hiệu chứa tin. Vậy ta phải dùng tách sóng đồng bộ. Điều này, ta thấy ở hình 5.25, tín hiệu tổng hợp được nhân với sóng mang 38KHz và rồi LPF_2 sẽ hồi phục lại $s_2(t)$.

Bằng cánh nào ta bảo đảm rằng Sinusoide 38KHz ở máy thu sẽ đồng bộ hóa tốt cho sóng mang nhận được ?. Ta vẫn có thể truyền đi sóng mang và dùng vòng khóa pha để hồi phục nó ở máy thu. Nhưng ở đây, có một cánh đơn giản hơn. Xem lại hình 5.24. Nhớ là, sóng mang 38KHz là do nhân đôi tần số từ mạch dao động 19KHz. Tín hiệu nầy (19KHz) được cộng vào tín hiệu tổng hợp.

Hình 5.25: Hoàn điệu FM Stereo.

Như vậy, Tín hiệu tổng hợp hiện tại là:

$$s_1(t) + s_2(t) \cos 2\pi \times 3.8 \times 10^4 t + A \cos 2\pi \times 1{,}9 \times 10^4 t$$

Biến đổi F của nó vẽ ở bên phải hình 5.24. Ta thấy có một xung lực xuất hiện tại 19KHz (là do sinusoide cộng vào).

Tại máy thu, output của khối tách sóng bao hình (hình 5.25) có chứa thành phần nầy. Nó được tách ra nhờ BPF - và chính nó được phân đôi để dùng đồng bộ hóa cho việc tách sóng AM. Như vậy, ta thấy 2 tín hiệu Sinusoide 38KHz (ở đài phát và máy thu) đều có nguồn gốc từ một nguồn chung 19KHz.

Vẫn còn tồn tại một vấn đề. Đó là vấn đề tương hợp giữa máy thu Mono và Stereo. Một máy Mono không thuần nhận kênh trái (hoặc phải). Ở hình 5.25, out put của LPF1, $s_1(t)$ biểu

diễn cho tín hiệu một máy thu mono - nhưng ta không muốn $s_1(t)$ và $s_2(t)$ biểu diễn cho tín hiệu riêng của mỗi kênh. Thay vào đó, ta đặt *$s_1(t)$ là tổng của tín hiệu trái và phải và $s_2(t)$ là hiệu.*

Như vậy, máy thu mono sẽ nhận tổng của tín hiệu trái và phải. Máy thu Stereo phải làm một thuật toán cộng tuyến tính. Thuật toán nầy là cộng $s_1(t) + s_2(t)$ để đặt vào một kênh, và lấy hiệu để đặt vào kênh kia. Đó là thuật toán Matrix.

SO SÁNH CÁC HỆ.

*** FM băng hẹp:** Có thể được phát ra với một hệ thống gồm một mạch nhân, một mạch tích phân và một mạch dời pha. Nó được hoàn điệu với một Discriminator theo sau là tách sóng bao hình hoặc vòng khóa pha.

Khổ băng của FM băng hẹp là $2f_m$ (f_m là tần số cao nhất của tín hiệu chứa tin). Mặc dù sự biến điệu nhìn rất giống như một biến đổi AM, nhưng nó có một sự khác biệt. Sóng biến điệu có biên độ không đổi, cho phép ta đưa thêm mạch hạn biên vào máy thu. Nhờ đó, cắt được nhiễu, vậy nó có ưu điểm hơn AM về mặt nầy.

*** PM băng hẹp:** Rất giống với FM băng hẹp - Mạch tích phân trong khối biến điệu và hoàn điệu được thêm vào. Khổ băng là $2f_m$. Biên độ của PM thì không đổi, nên cũng tương tự FM băng hẹp, máy thu có mạch hạn biên (limiter) để loại nhiễu. Mạch tích phân cuối cùng trong khối hoàn điệu làm giảm tần số cao. Điều nầy có lợi, nếu tín hiệu chứa tin chỉ ở tần số cao hoặc nhiễu chen vào có tần số cao.

*** FM băng rộng:** Được phát ra hoặc gián tiếp từ FM băng hẹp (ngang qua mạch nhân tần) hoặc bằng VCO. Nó được hoàn điệu cùng một cánh thức như FM băng hẹp. Khổ băng khoảng $2\beta f_m$, lớn hơn khổ băng AM hay khổ băng biến điệu góc băng hẹp. Ưu điểm lớn nhất của FM băng rộng là khả năng giảm nhiễu của nó. Tỷ số tín hiệu trên nhiễu khoảng β^2 .

*** PM băng rộng:** Tương tự với FM băng rộng. Tuy nhiên có điểm khá, đó là chỉ số biến điệu không thể tăng vô hạn. Độ dời pha tối đa bị hạn đến 180^0. Do đấy, có một sự không xác định về pha, nên tín hiệu gốc không thể được hồi phục duy nhất.

*** DSBSCAM:** Có khổ băng $2f_m$.. Hiệu suất 100%, vì không phải tốn năng lượng cho sóng mang thuần túy. Sự hoàn điệu cần các mạch kết hợp. Đó là vấn đề khó trong việc tạo lại sóng mang ở máy thu.

*** DSBTCAM:** Có khổ băng $2f_m$. Hiệu suất nhỏ hơn 50% vì phải tốn năng lượng trong việc truyền đi một sóng mang thuần túy. Bộ phận hoàn điệu dễ thực hiện nhất (tách sóng bao hình). Nó không dùng cho một tín hiệu có mức DC khác zero vì thông tin nầy sẽ bị mất tại khối hoàn điệu.

*** SSBAM:** Có khổ băng nhỏ nhất f_m. Hiệu suất 100% vì không tốn năng lượng cho sóng mang thuần túy. Khối biến điệu hoặc hoàn điệu phức tạp, sự phức tạp cao là do sự lọc cần thiết ở đài phát và sự hồi phục sóng mang với các mạch tách sóng kết hợp ở máy thu.

*** VSBSCAM:** Có khổ băng lớn hơn f_m nhưng nhỏ hơn $2f_m$. Khối biến điệu dễ thực hiện hơn với SSB. Nhưng khối hoàn điệu cần hồi phục sóng mang và cũng cần một mạch lọc được điều chỉnh cẩn thận để kết hợp đúng với các băng cạnh.

*** VSBTCAM:** Có khổ băng lớn hơn f_m nhưng nhỏ hơn $2f_m$, khối biến điệu để thực hiện hơn là SSB và nếu sóng mang đủ lớn có thể dùng tách sóng bao hình. Vì vậy, sự hoàn điệu rất đơn giản.

Chương VI: BIẾN ĐIỆU XUNG

LẤY MẪU (SAMPLING).
ERROR TRONG SỰ LẤY MẪU.
BIẾN ĐIỆU XUNG.
BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ XUNG: PAM.
MULTIPLEXING PHÂN THỜI GIAN - TDM (TIME - DIVISION MULTIPLEXING).
BIẾN ĐIỆU ĐỘ RỘNG XUNG PWM: (PLUSE WIDTH MODULATION).
BIẾN ĐIỆU VỊ TRÍ XUNG -PPM (PULSE POSITION MODULATION).

I. LẤY MẪU (Sampling).

Để đổi một sóng chứa tin Analog thành tín hiệu rời rạc, trục thời gian, phải bằng cách này hay cách khác, được rời rạc hoá.

Sự đổi trục thời gian liên tục thành một trục rời rạc được thực hiện nhờ phương pháp lấy mẫu.

Định lý lấy mẫu (đôi khi còn gọi là định lý Shannon, hoặc định lý Kotelnikov) chứng tỏ rằng: Nếu biến đổi F của một hàm thời gian là zero với $|f| > f_m$ và những trị giá của hàm thời gian được biết với $t = n\ T_S$ (với mọi trị nguyên của n) thì hàm thời gian được biết một cách chính xác cho mọi trị của t.

Điều kiện hạn chế là $T_S < \frac{1}{2f_m}$.

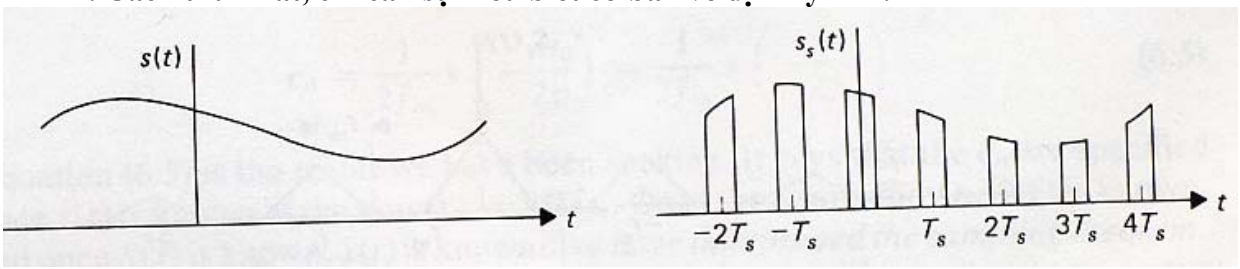
Nói cách khác, s(t) có thể được xác định từ những trị giá của nó tại một loạt những thời điểm cách đều nhau.

Tần số lấy mẫu, ký hiệu là $f_S = 1/T_S$,$f_S > 2f_m$

Như vậy, tần số lấy mẫu ít nhất phải 2 lần cao hơn tần số của tín hiệu được lấy mẫu. Nhịp độ lấy mẫu tối thiểu, 2 f_m, được gọi là nhịp lấy mẫu Nyquist. Thí dụ, nếu một tiếng nói có tần số max 4KHz, nó phải được lấy mẫu ít nhất 8.000 lần/sec. Ta thấy rằng khoảng cách giữa những thời điểm lấy mẫu thì tỷ lệ nghịch với tần số cao nhất của tín hiệu (f_m).

Có ít nhất 3 cách để tiếp cận với định lý Shannon. Ta sẽ trình bày ở đây 2 cách.

1. Cách thứ nhất, chỉ cần sự hiểu biết cơ bản về định lý AM.

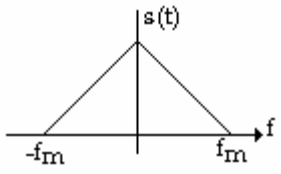


Hình 6.1: Tích của chuỗi xung và s(t).

Ta lấy tích của một chuỗi xung và s(t). Nếu chuỗi gồm những xung hẹp, thì output của mạch nhân là một phiên bản được mẫu hoá của tín hiệu gốc. Output không chỉ tùy thuộc vào những trị mẫu của input mà còn vào một khoảng những trị chung quanh mỗi điểm lấy mẫu. Những hệ thống thực tế thường lấy mẫu trong một khoảng thời gian nhỏ xung quanh các điểm lấy mẫu. Hàm nhân không nhất thiết phải chứa các xung vuông hoàn toàn, nó có thể là một tín hiệu tuần hoàn bất kỳ.

Phép nhân s(t) với p(t) như hình 1 là một dạng " đóng mở cổng " (Time Gating) hay Switching. Chủ đích của ta là chứng tỏ rằng tín hiệu gốc có thể được hồi phục từ sóng đã lấy mẫu, $s_s(t)$.

Giả sử s(t) bằng zero tại những tần số cao hơn f_m. Biến đổi F của nó S(f) bị cắt tại f_m.



Hình 6.2: Biến đổi F của s(t)

Vì chuỗi xung nhân vào giả sử là tuần hoàn, nó có thể được khai triển thành chuỗi F. Và vì p(t) được chọn là hàm chẵn, ta có thể dùng chuỗi lượng giác chỉ chứa các số hạng cosine. Vậy :

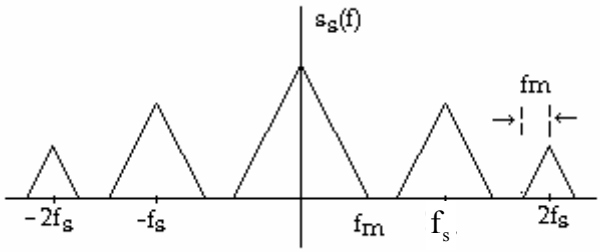
$s_s(t) = s(t)p(t).$

$$= s(t)\left[a_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi n f_S t\right] \qquad (6.1)$$

$$= a_o\, s(t) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\, s(t) \cos 2\pi n f_S t$$

Mỗi số hạng trong Σ của phương trình (1) là một sóng AM, trong đó tín hiệu chứa tin là s(t) và sóng mang là nf_S.

Biến đổi F của $s_s(t)$ vẽ ở hình 6.3.



Hình 6.3: Biến đổi F của sóng mẫu hóa

Tập trung tại gốc, là biến đổi của a_os (t). Các phiên bản bị dời tần là biến đổi của các số hạng biến điệu chứa trong dấu Σ . Ta thấy các thành phần không phủ nhau vì $f_S > 2f_m$. (Đó là điều kiện của định lý lấy mẫu). Vậy chúng ta có thể tách ra bằng cách dùng những mạch lọc tuyến tính. Một lọc LPF có tần số cắt f_m sẽ hồi phục lại thành phần a_os(t).

2. Ta nói đến cách thứ hai, vì nó đi vào các nguyên lý toán học của sự lấy mẫu.

Khai triển S(f) thành chuỗi F trong khoảng:

$- f_m < f_ < f_m$

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jnt_0 f} \qquad (6.2)$$

Trong đó: $t_o = \dfrac{\pi}{f_m}$

Và C_n được cho bởi:

$$C_n = \frac{1}{2f_m} \int_{-f_m}^{f_m} S(f) e^{-jnt_o f}\, df \qquad (6.3)$$

Nhưng F^{-1} cho ta :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)e^{j2\pi ft}df = \int_{-f_m}^{f_m} S(f)e^{j2\pi ft}df \qquad (6.4)$$

So sánh (6.3) và (6.4) ta thấy:

$$C_n = \frac{1}{2f_m}s\left(\frac{-nt_o}{2\pi}\right) = \frac{1}{2f_m}s\left(\frac{-n}{2f_m}\right) \qquad (6.5)$$

Phương trình (6.5) cho thấy C_n sẽ được xác định một khi s(t) được biết tại điểm $t = \frac{n}{2f_m}$. Một khi C_n được biết thì S(f) được biết. Và một khi S(f) đã biết thì s(t) cũng sẽ được biết. Như vậy, ta đã chứng minh được định lý lấy mẫu.

Ta có thể giải để tìm s(t). Thay C_n vào phương trình (6.2):

$$S(f) = \frac{1}{2f_m}\sum_{n=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{-n}{2f_m}\right)e^{jn\pi ft/f_m} \qquad (6.6)$$

$$F^{-1} \Rightarrow s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2f_m}\int_{-f_m}^{f_m} s\left(-\frac{n}{2f_m}\right)e^{jn\pi f/f_m}.e^{j2\pi ft}\,df$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s\left(-\frac{n}{2f_m}\right)\left[\frac{\sin(2\pi f_m t + n\pi)}{2\pi f_m t + n\pi}\right] \qquad (6.7)$$

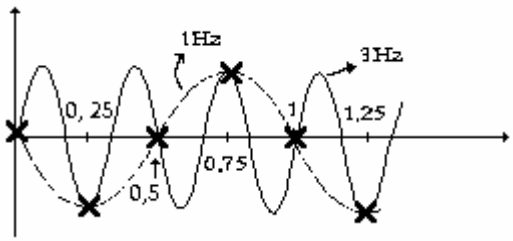
Ta có thể dùng (6.7) để tìm trị giá của s(t) tại bất kỳ thời điểm nào bằng cách biết những trị mẫu hoá của s(t).

II. ERROR TRONG SỰ LẤY MẪU.

Định lý lấy mẫu chỉ rằng s(t) có thể được hồi phục hoàn toàn từ những trị mẫu của nó. Ta định nghĩa error như là sự sai biệt giữa hàm thời gian được hồi phục và hàm gốc. Trong thực tế, error là hậu quả từ 3 nguồn chính:

1. Lấy mẫu với tần số không đủ cao:

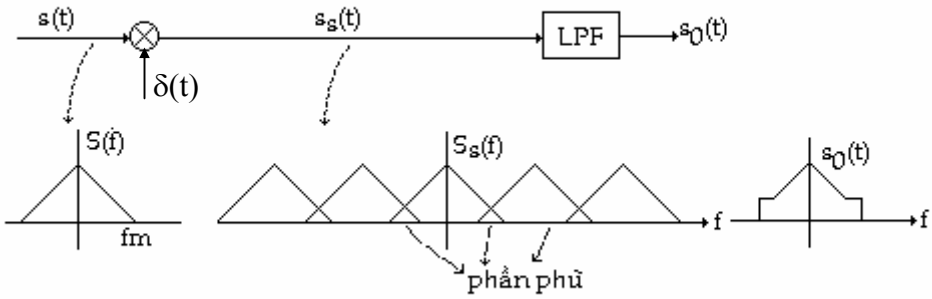
Ví dụ: Một hàm sin tần số 3 Hz như hình 4. Giả sử ta lấy mẫu hình sin này với nhịp 4 mẫu/sec. Định lý lấy mẫu cho biết, tần số lấy mẫu nhỏ nhất để có thể hồi phục tín hiệu



Hình 6.4: Error do lấy mẫu chậm

là 6 mẫu/sec. Vậy 4 mẫu/sec thì không đủ nhanh. Nên những mẫu này sẽ tạo nên một hàm sin 1Hz (đường chấm chấm). Tín hiệu 3 Hz đã tự hoá thành tín hiệu 1 Hz (Hình 6.4).

Bây giờ ta xem một tín hiệu được lấy mẫu bằng một chuỗi xung lực lý tưởng (dùng nó như giới hạn lý thuyết của các xung hẹp) tại tần số nhỏ hơn nhịp Nyquist.(Hình 6.5)



Hình 6.5: Lấy mẫu xung lực với tần số nhỏ hơn nhịp Nyquist

Nếu ta định nghĩa error như sau:

$$e(t) \triangleq s_o(t) - s(t)$$

Biến đổi F:

$$E(f) = S_o(f) - S(f)$$
$$= S(f - f_S) + S(f + f_S) \;;\; |f| < f_m.$$

Nhớ rằng nếu s(f) bị giới hạn ở những tần số dưới $f_S/2$, biến đổi F của error sẽ là zero.

2. Lấy mẫu trong một khoảng thời gian có giới hạn:

Định lý lấy mẫu cần thiết phải lấy mẫu tại mọi t trong một khoảng vô hạn, và mỗi mẫu được dùng để tạo lại trị giá của hàm gốc tại bất kỳ thời điểm nào. Trong một hệ thống thực tế, tín hiệu được quan sát trong một thời gian có giới hạn.

3. Trong các hệ thông tin digital:

Ta chỉ gửi đi những trị giá rời rạc. Do đó sinh ra Round-Off Error.

III. BIẾN ĐIỆU XUNG:

Định lý lấy mẫu gợi ra một kỹ thuật để đổi một tín hiệu Analog s(t) thành một tín hiệu rời rạc. Ta chỉ cần lấy mẫu tín hiệu liên tục tại những thời điểm rời rạc, thí dụ một danh sách các số được lấy mẫu s(0), s(T), s(2T)... Trong đó $T < \frac{1}{2f_m}$.

Để truyền tín hiệu rời rạc mẫu hoá đó, danh sách các số sẽ được đọc trên một telephone hoặc được viết trên một mãnh giấy để gởi FAX.

Một phương pháp rất hấp dẫn cho viễn thông là biến điệu vài thông số của một sóng mang tùy vào danh sách các số. Tín hiệu được biến điệu sau đó được truyền trên dây hoặc trong không khí (nếu băng tần nó chiếm cho phép).

Vì thông tin có dạng rời rạc, nên chỉ cần dùng tín hiệu mang sóng rời rạc (thay vì dùng sóng sin liên tục như 2 chương trước).

Ta chọn một chuỗi xung tuần hoàn làm sóng mang. Các thông số có thể làm thay đổi là biên độ, bề rộng và vị trí của mỗi xung. Sự làm thay đổi một trong ba thông số ấy sẽ đưa đến 3 kiểu biến điệu:

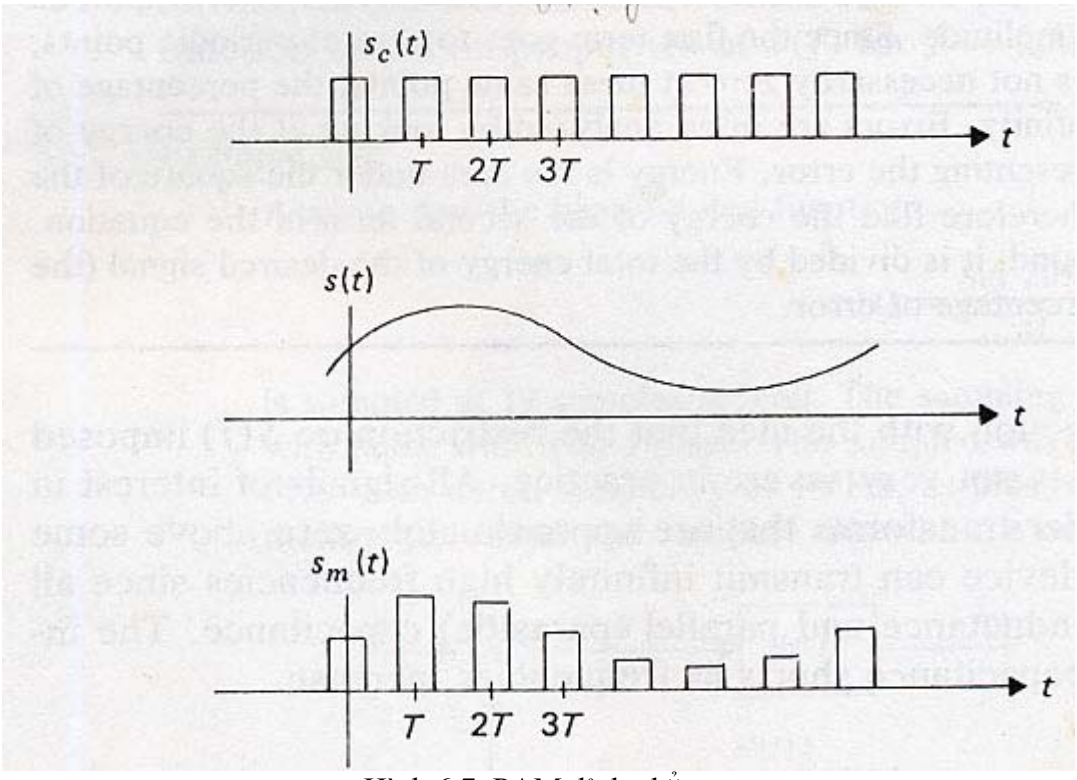
- PAM (Pulse Amlitude Modulation: Biến điệu biên độ xung).
- PWM (Pube Width Mod: Biến điệu độ rộng xung).
- PPM (Pulse Position Mod: Biến điệu vị trí xung).

IV. BIẾN ĐIỆU BIÊN ĐỘ XUNG: PAM.

- Hình 6.7 : Vẽ một sóng mang $s_C(t)$ một tín hiệu chứa tin s(t) và tín hiệu PAM $s_m(t)$. Ở đó ta thấy chỉ có biên độ của xung sóng mang bị thay đổi, còn dạng xung vẫn giữ không đổi.

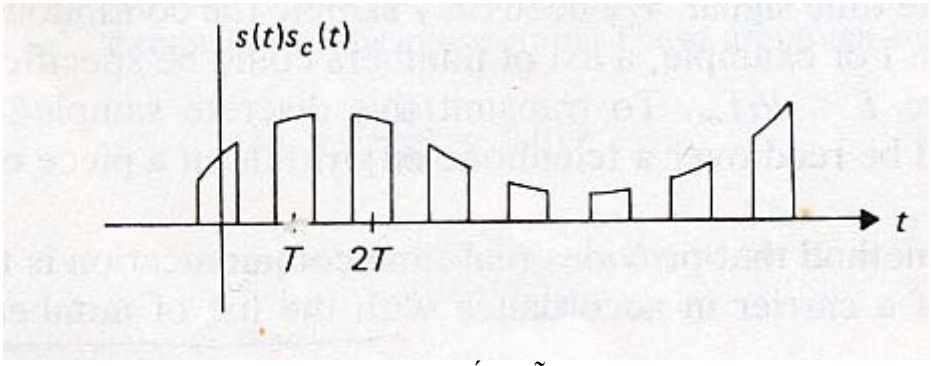
Nhớ là $s_m(t)$ không phải là tích của s(t) với $s_C(t)$.

Ta gọi $s_m(t)$ trong trường hợp này là PAM đỉnh phẳng (flat top PAM) hoặc PAM lấy mẫu tức thời (Instantanous Sampling PAM)



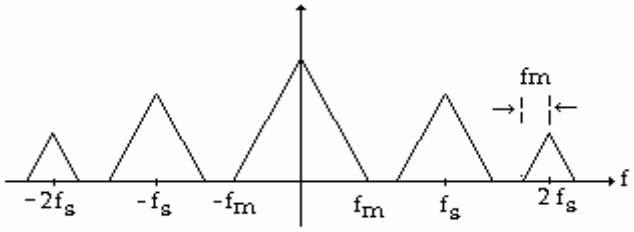
Hình 6.7: PAM đỉnh phẳng

- Nếu lấy tích của $s_C(t)$ và s(t), ta có kết quả là sóng PAM vẽ như hình 6.8. Ở đó, chiều cao các xung không phải là hằng mà thay đổi theo đường cong của s(t). Trường hợp này, ta gọi là PAM lấy mẫu tự nhiên (Natural Sampling).



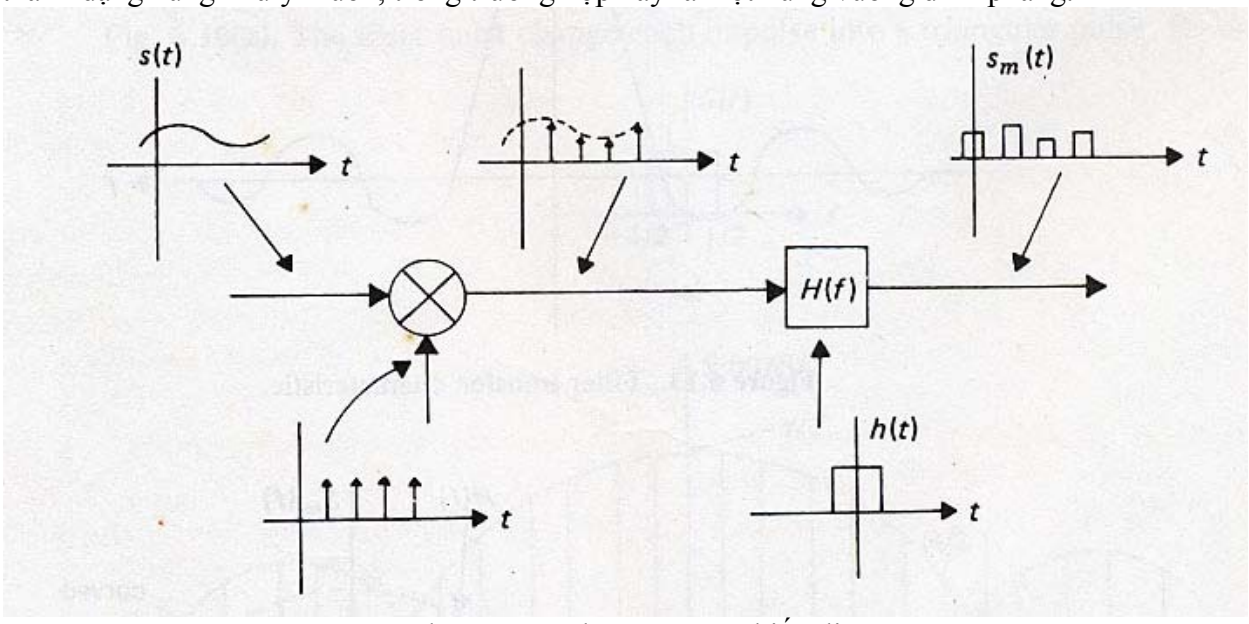
Hình 6.8: PAM lấy mẫu tự nhiên

- Bây giờ ta lấy biến đổi F của PAM để xác định kênh sóng cần thiết. Trước hết là xem trường hợp của PAM lấy mẫu tự nhiên. Dựa vào định lý lấy mẫu. Khai triển $s_C(t)$ thành chuỗi F. Rồi nhân với s(t). Kết quả thu được là 1 tổng gồm nhiều sóng AM với các tần số sóng mang là tần số căn bản và các hoạ tần $s_C(t)$. Xem hình 6.9.



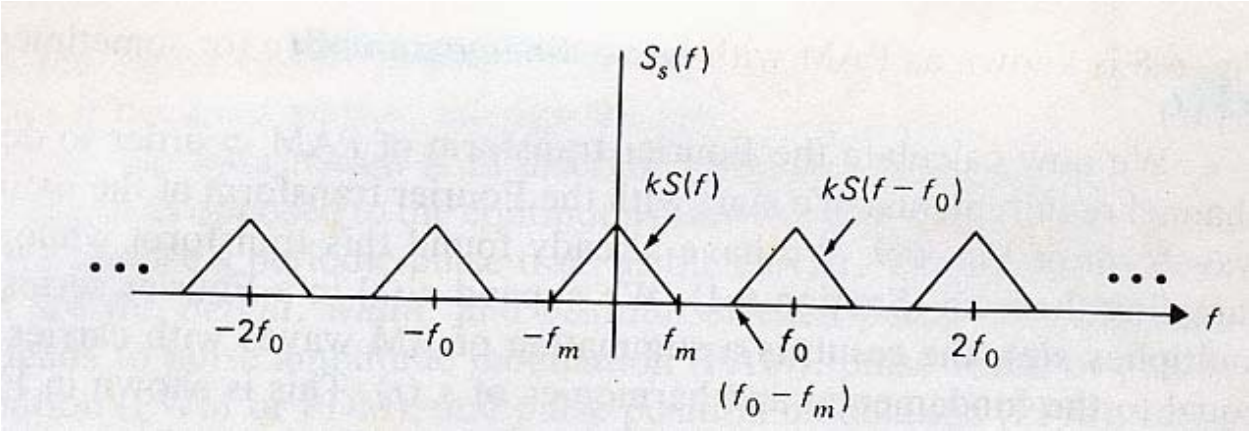
Hình 6.9: Biến đổi F của PAM lấy mẫu tự nhiên

- Biến đổi F của PAM đỉnh phẳng thì khó tính hơn. Để đơn giản ta xem hệ thống vẽ ở hình 6.10 Lấy mẫu s (t) bằng một chuỗi xung lực lý tưởng. Rồi định dạng mỗi xung lực thành dạng xung như ý muốn, trong trường hợp này là một xung vuông đỉnh phẳng.



Hình 6.10: Mạch tạo ra sóng biến điệu

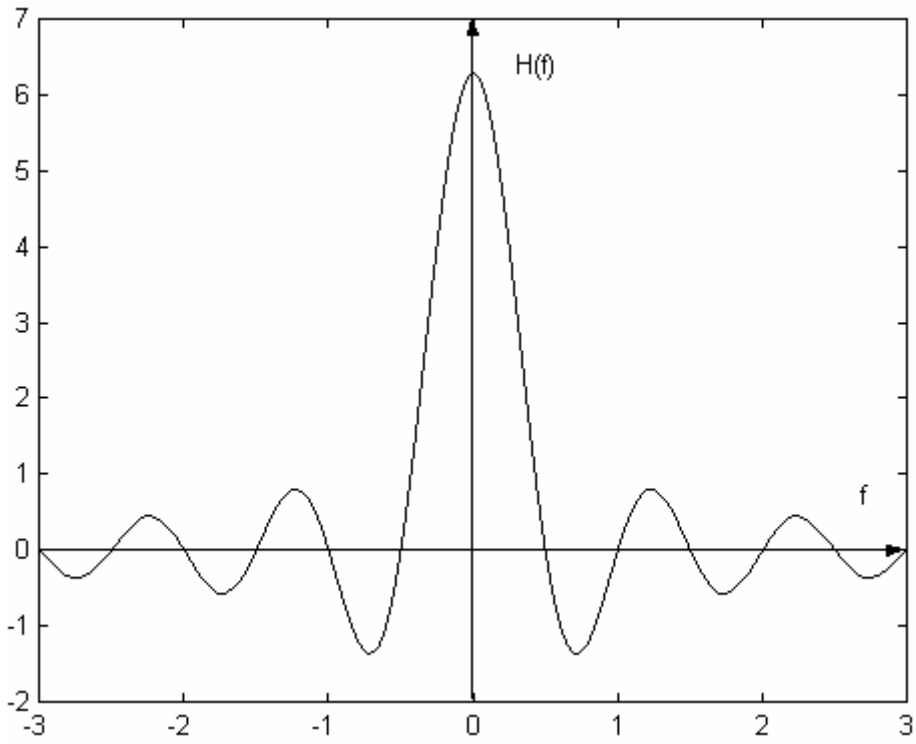
Biến đổi F của tín hiệu đã lấy mẫu ở ngõ vô của lọc được tìm từ định lý lấy mẫu. Chuỗi F của chuỗi xung lực có những trị C_n *bằng nhau với mọi n*. Biến đổi F của sóng được lấy mẫu xung lực vẽ ở hình 6.11



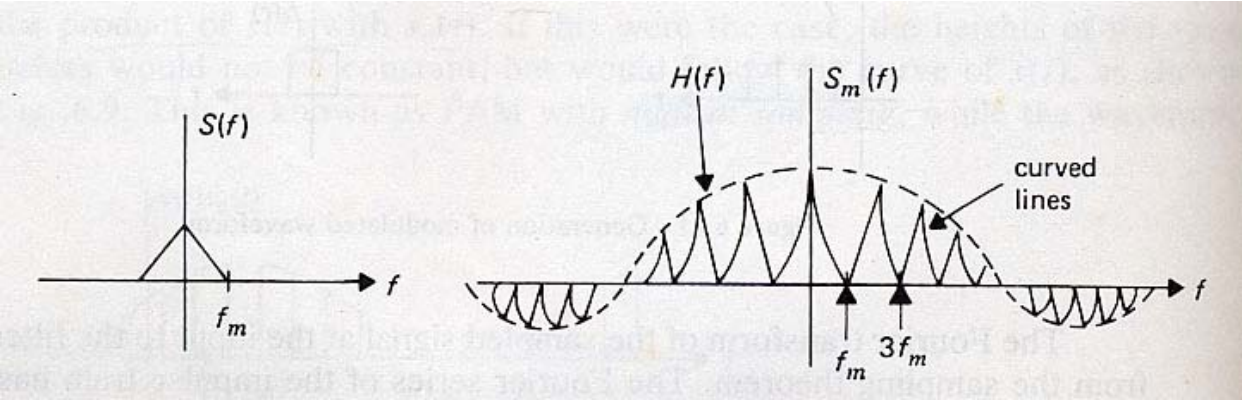
Hình 6.11: Biến đổi F của sóng được lấy mẫu xung lực.

Biến đổi F của output của mạch lọc là tích của biến đổi trên đây với hàm chuyển của mạch lọc. Hàm chuyển này được vẽ ở hình 6.12.

Cuối cùng biến đổi của output vẽ ở hình 6.13. Nhớ rằng phần tần số thấp của nó không phải là một phiên bản bị méo của S(f).



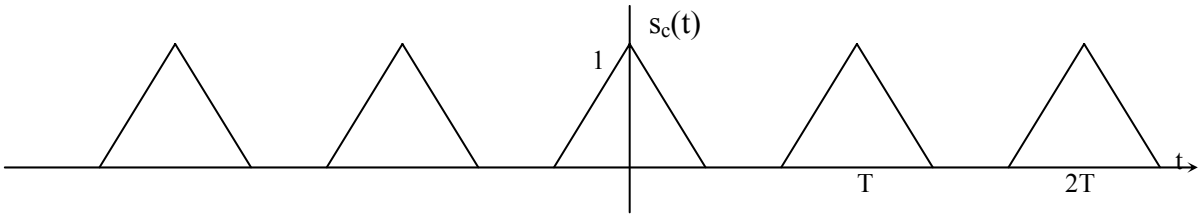
Hình 6.12: Hàm chuyển của mạch lọc



Hình 6.13: Biến đổi F của PAM đỉnh phẳng

Thí dụ 1: Một tín hiệu chứa tin có dạng: $s(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$

Được truyền bằng cách dùng PAM. Sóng mang là chuỗi xung tam giác tuần hoàn như hình 6.14. Tìm biến đổi F của sóng biến điệu.



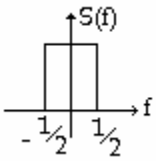
Hình 14: Sóng mang.

Giải:

Ta xem hình 6.10. Output của mạch lấy mẫu bằng xung lực lý tưởng có biến đổi F.

$$S_\delta(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - nf_o)$$

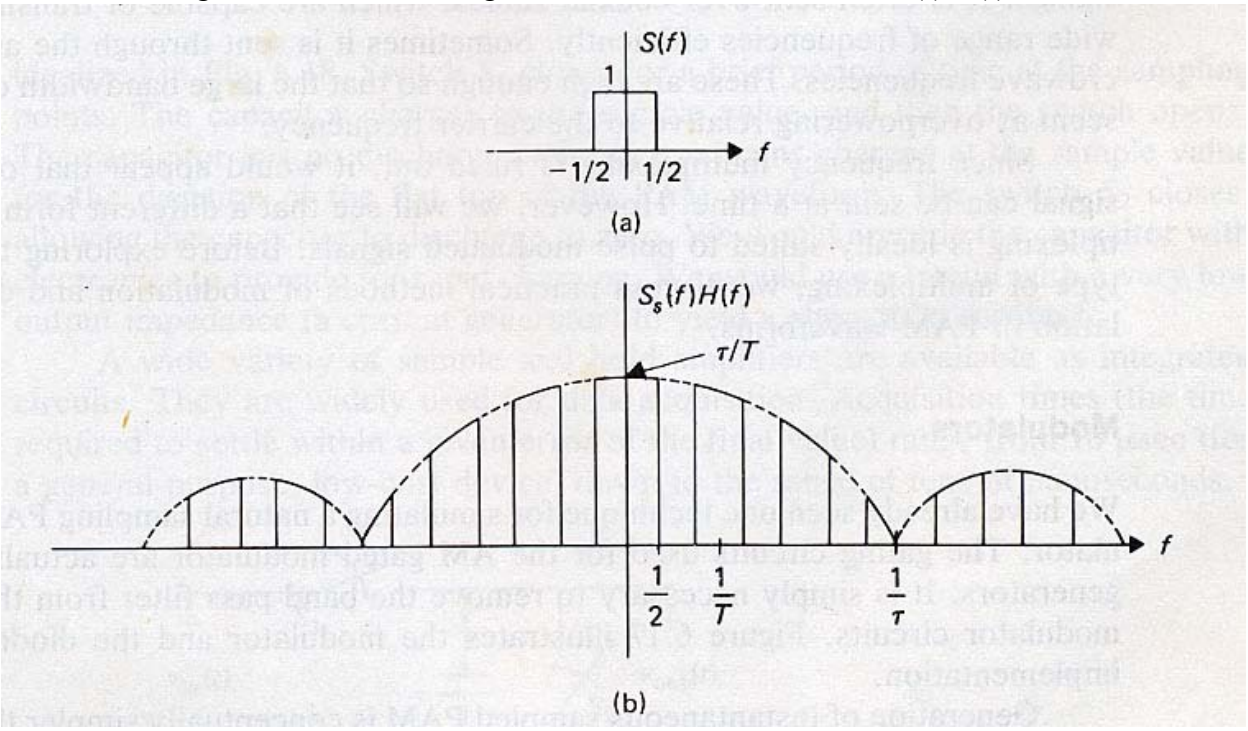
Trong đó S(f) là biến đổi F của $\frac{\sin \pi t}{\pi t}$. Biến đổi này là một xung như hình vẽ.



Mạch lọc phải thay đổi mỗi xung lực thành một xung tam giác. Đáp ứng xung lực của chúng là một xung tam giác mà biến đổi của nó là:

$$H(f) = \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\tau^2 \pi^2 f^2}$$

Cuối cùng, biến đổi F của sóng PAM được cho bởi tích của $S_\delta(f).H(f)$ như hình vẽ 6.15.



Hình 6.15: Biến đổi F của ví dụ 1.

Sự quan sát tổng quát có ý nghĩa về PAM là sóng **PAM** chiếm tất cả những tần số *từ zero đến vô hạn*. Như vậy, nó bị xem là không thể truyền có hiệu quả trong không khí cũng như Multiplexing.

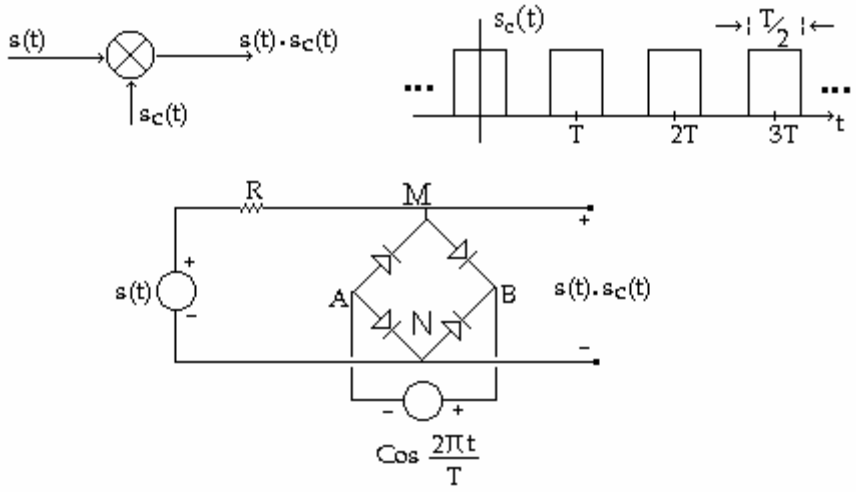
Vì phần có ý nghĩa nhất của biến đổi F của sóng PAM nằm xung quanh tần số zero, ta thường dùng AM hoặc FM để gửi sóng PAM. Đó là, ta *xem sóng PAM như là tín hiệu chứa tin và nó biến điệu một sóng mang hình sin*. Nhưng tại sao ta phải thực hiện một biến điệu kép, mà không truyền tín hiệu gốc bằng AM hoặc FM ? Hãy nhớ là tín hiệu gốc không có dạng Analog liên tục mà là tín hiệu rời rạc.

Sau khi biến điệu AM hoặc FM với sóng PAM, khổ băng trở nên rất rộng. Vì lý do này biến điệu xung được kết hợp với AM hoặc FM thường không được truyền theo cùng cách thức như tín hiệu biến điệu khác. Nó thường truyền trên cáp đồng trục, vốn có khả năng truyền một khoảng rộng của tần số. Đôi khi nó cũng được truyền qua không khí tại tần số microwave. Tần số này đủ cao để khổ băng rộng không bị xem như là sự quá công suất (over powering) đối với sóng mang.

Vì *Multiplexing* tần số *không được, nó chỉ truyền một tín hiệu tại một thời điểm.* Tuy nhiên, ta sẽ thấy một dạng khác của Multiplexing thích hợp với tín hiệu biến điệu xung.

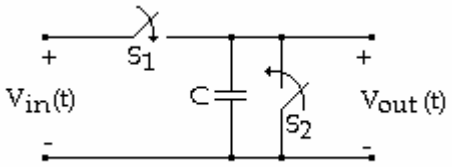
1. Khối biến điệu.

▪ Những mạch cổng đã dùng để biến điệu AM đều có thể dùng để biến điệu PAM lấy mẫu tự nhiên. Chỉ cần loại bỏ lọc dãy thông từ khối biến điệu (Hình 6.16.a). Hình 6.16b chỉ khối biến điệu dùng cầu diode.



Hình 6.16: Khối biến điệu cho PAM

- Khối biến điệu cho PAM phẳng đỉnh thì đơn giản hơn cho PAM lấy mẫu tự nhiên. Ta chỉ cần dùng một mạch *lấy mẫu và giữ* (Sample and Hold). Mạch này được lý tưởng hoá như hình 6.17.



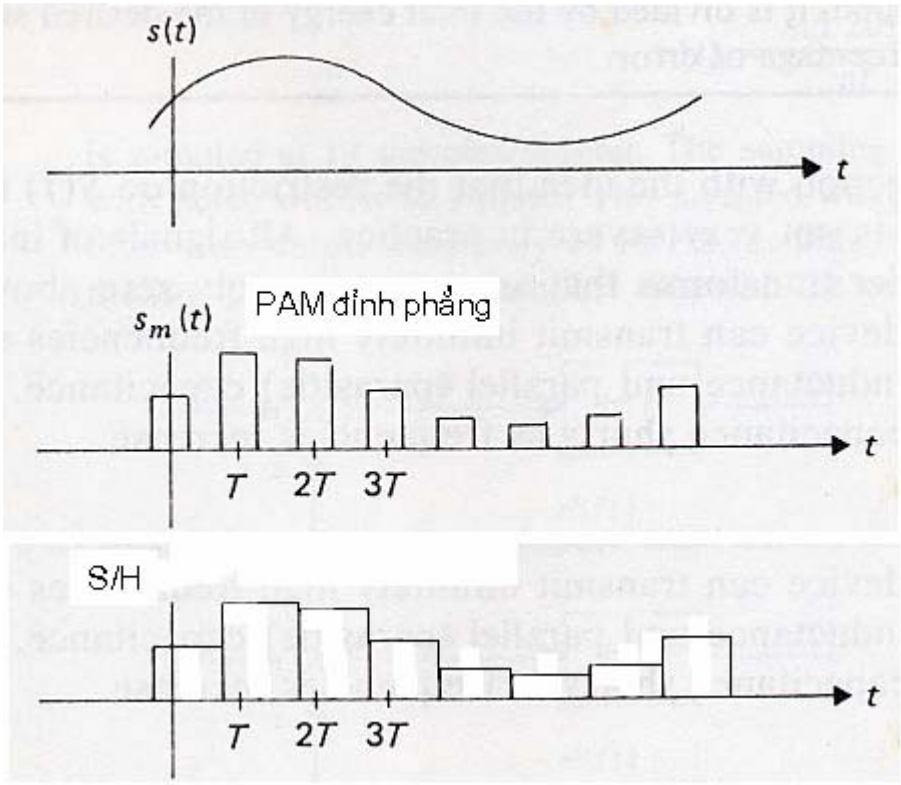
Hình 6.17: Mạch lấy mẫu và giữ.

- S_1 đóng tuần hoàn tại những thời điểm lấy mẫu. Tụ C nạp điện đến trị mẫu mỗi khi s_1 đóng và rồi S_1 ngắt. Vì tụ không có đường xã điện, nên sẽ giữ trị giá mẫu và tạo nên đường phẳng của đỉnh sóng PAM. Khi S_2 đóng, tụ sẽ xã đến zero. Ta tính trước tụ và mạch điện tử sao cho thời gian nạp thật nhanh và ta cũng chọn mạch có tổng trở ra thật nhỏ để thời hằng xã ngắn.

2. Khối hoàn điệu.

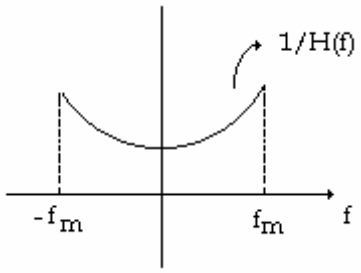
- Sự hoàn điệu PAM lấy mẫu tự nhiên dựa trực tiếp vào định lý lấy mẫu. Sự hồi phục tín hiệu Analog gốc từ phiên bản mẫu hoá của nó cần một LPF.

- Sự hoàn điệu PAM đỉnh phẳng cần thêm một số việc. Ta sẽ dùng mạch S/H để phục hồi một dạng sóng hình bậc thang xấp xỉ với dạng sóng tín hiệu gốc. Đặt *thời gian giữ bằng chu kỳ lấy mẫu*. Kết quả vẽ ở hình 6.18. Hàm bậc thang có thể được lọc bởi một LPF để dạng sóng được trơn phẳng, gần giống với dạng sóng gốc.



Hình 6.18: Hoàn điệu dùng mạch S/H

- Biến đổi F của sóng PAM đỉnh phẳng như hình 6.11. Ta có được bằng cách nhân biến đổi F của tín hiệu mẫu hoá cho H(f) (hàm chuyển của mạch lọc) để đổi xung lực mẫu hoá thành xung mẫu hoá. Phần băng gốc (base band) của biến đổi F có dạng S(f)H(f). Vậy s(t) có thể được hồi phục từ $s_m(t)$ bằng cách dùng một mạch lọc LPF mà hàm chuyển của nó thì vẽ ở hình 6.19. Mạch lọc với hàm chuyển 1/H(f) được xem như là một mạch cân bằng vì nó triệt những hiệu quả của sự tạo dạng xung.



Hình 6.19: Hàm chuyển của hoàn điệu PAM

Tách sóng kiểu lấy mẫu và giữ cần một thông tin về thời gian để đồng bộ với đài phát. Đó là, máy thu phải lấy mẫu sóng nhận được tại những thời điểm lấy mẫu lúc đầu.

Thông tin về thời gian có thể lấy sóng thu được. Hoặc nó cũng có thể được gửi theo (Analog) dưới dạng những xung đánh dấu (Marker Pulse).

- Nếu sóng thu được có thời gian tăng, các bờ tăng có thể được dò bằng một mạch vi phân. Xung rộng kết quả có thể được dùng để thực hiện thời điểm lấy mẫu.

- Ngược lại, xung đánh dấu tuần hoàn có thể được chen vào tín hiệu truyền. Các xung đánh dấu có biên độ lớn hơn xung tín hiệu, nên chúng có thể được nhận dạng dễ dàng tại máy thu.

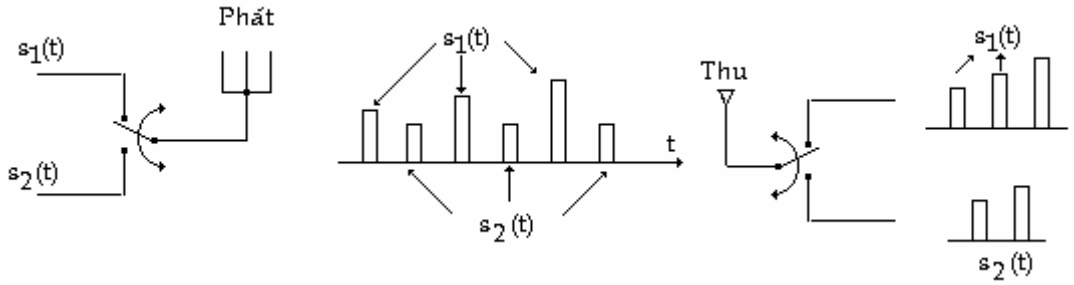
V. MULTIPLEXING PHÂN THỜI GIAN - TDM (Time - Division Multiplexing).

Ta đã nhiều lần nhấn mạnh rằng các tín hiệu có thể tách biệt nhau nếu chúng không phủ nhau về thời gian hoặc về tần số. Vì khổ băng của sóng biến điệu xung thì cực rộng, nên sự tách tần số thường không khả thi. May mắn, sóng biến điệu xung được đặc trưng bởi phần sóng xung quanh zero của trục thời gian (tín hiệu băng gốc base band). Vì vậy, có thể tách tín hiệu về mặt thời gian. TDM là tiến trình cộng các tín hiệu sao cho chúng không phủ nhau về thời gian.

1. Multiplexing những kênh có nhịp lấy mẫu giống nhau:

Trước hết, ta nói về TDM cho các tín hiệu có nhịp lấy mẫu giống nhau. Sau đó ta đưa vào những kỹ thuật để Multiplex các tín hiệu có nhịp lấy mẫu khác nhau. Kỹ thuật này bao gồm bộ siêu giao hoán (supercommutation) và bộ Multiplexer có Memory.

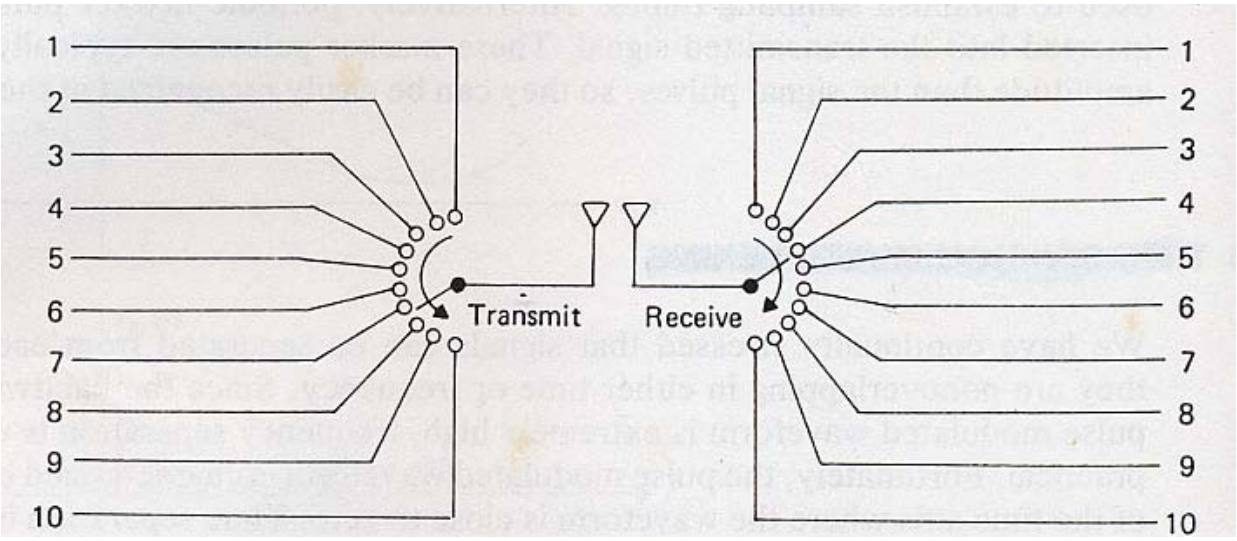
TDM các tín hiệu có nhịp lấy mẫu giống nhau có thể xem như những xung xen kẽ. Hình 6.20 chỉ TDM 2 tín hiệu.



Hình 6.20: Multiplex có 2 kênh

Nhớ là SW thay đổi vị trí *trong khoảng thời gian không lâu hơn một chu kỳ lấy mẫu*. Đó là, hai xung được gửi trong mỗi chu kỳ lấy mẫu, vậy nhịp xung trên mỗi kênh thì gấp đôi nhịp lấy mẫu.

Giả sử ta tăng lên 10 kênh. SW trở thành một bộ giao hoán như hình 6.21.SW phải xoay giáp vòng đủ nhanh sao cho nó trở lại kênh 1 trong thời gian lấy mẫu lần 2. SW của máy thu phải xoay đồng bộ với SW đài phát. Nếu ta biết chính xác tin gì được gửi đi trên một của các kênh, ta sẽ có thể nhận dạng được mẫu của nó tại máy thu. Một phương pháp chung để tạo sự đồng bộ là *hy sinh một kênh và gửi tín hiệu đồng bộ vào đó*. Ta sẽ thấy điều đó trong vài hệ thống truyền Digital.



Hình 6.21: Multiplexing10 kênh.

Điều duy nhất làm giới hạn vận tốc quay của SW (và do đó giới hạn số kênh có thể Multiplex) là tỷ số của độ rộng mỗi xung với khoảng cách giữa các mẫu gần nhau của một kênh. Vậy cần thiết kế mỗi xung hẹp hơn và khổ băng của tín hiệu rộng hơn.

2. Multiplexing những kênh có nhịp lấy mẫu khác nhau:

Có 2 cách để Multiplex những tín hiệu có nhịp lấy mẫu khác nhau: Multiplex không đồng bộ và Multiplex siêu giao hoán.

a - Dùng một buffer để giữ những trị mẫu và rồi đưa chúng ra theo một nhịp độ cố định. Phương cách này cũng có hiệu quả nếu nhịp lấy mẫu có những thay đổi. Điều quan trọng để thiết kế một hệ thống như vậy là buffer phải luôn luôn có các mẫu để gửi khi kênh có yêu cầu. Điều này cần đến việc đưa vào các mẫu nhồi (stuffing samples) nếu buffer bị trống. Ngược lại, buffer phải đủ lớn sao cho nó không bị ngập tràn (overflow).

Phương pháp buffer cũng được dùng nếu các nguồn tin khác nhau được truyền không đồng bộ. Sự định cỡ cho bufffer cần đến sự phân giải xác suất, do đó đưa đến các bộ Multiplexer thống kê Stat.Mux (Statistical Multiplexer).

b - Kỹ thuật tổng quát thứ nhì là dùng siêu giao hoán. Tất cả nhịp lấy mẫu *được nhân với nhịp cơ bản*. Điều này sẽ gặp khi cần lấy mẫu những kênh với nhịp cao hơn, lúc dùng không có Multiplexing. Giả sử, nếu ta có hai kênh với nhịp lấy mẫu cần là 8 và 15,5 kHz, khi Multiplex chúng ta có thể chọn 16 kHz để lấy mẫu nhanh hơn.

Nguyên lý của siêu hoán thì đơn giản. Ta hãy xem thí dụ ở hình 6.22, vẽ một bánh xe giao hoán (Commutator Wheel) 32 khe và 2 bánh xe giao hoán phụ. Giả sử ta muốn Multiplex 44 kênh sau:

1 Kênh lấy mẫu tại 80 KHz

1 Kênh lấy mẫu tại 40 KHz

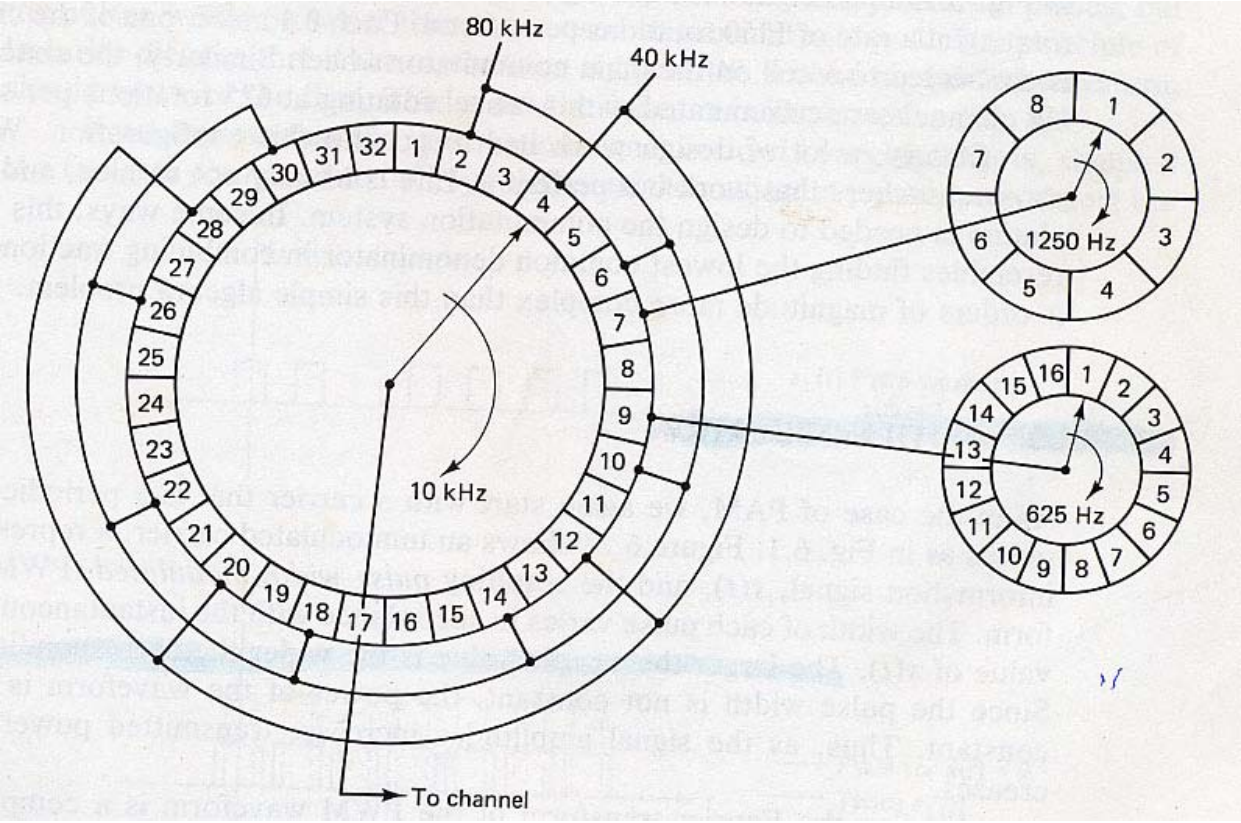
18 Kênh lấy mẫu tại 10 KHz

8 Kênh lấy mẫu tại 1250 Hz

16 Kênh lấy mẫu tại 625 Hz

Nhớ là tất cả nhịp lấy mẫu là bội số của 625 Hz. Ta chọn để đặt nhịp căn bản của bánh xe giao hoán ở *10.000 vòng /sec*. Vậy mỗi kênh (của 18 kênh lấy mẫu tại 10 kHz) đem về một khe của bánh xe - Kênh lấy mẫu 40 kHz cần 4 khe cách đều nhau trên bánh xe; vậy nó được lấy mẫu 4 lần trong mỗi vòng quay (0,1 ms) của bánh xe - Tương tự kênh lấy mẫu 80 kHz cần 8 khe cách đều nhau trên bánh xe.

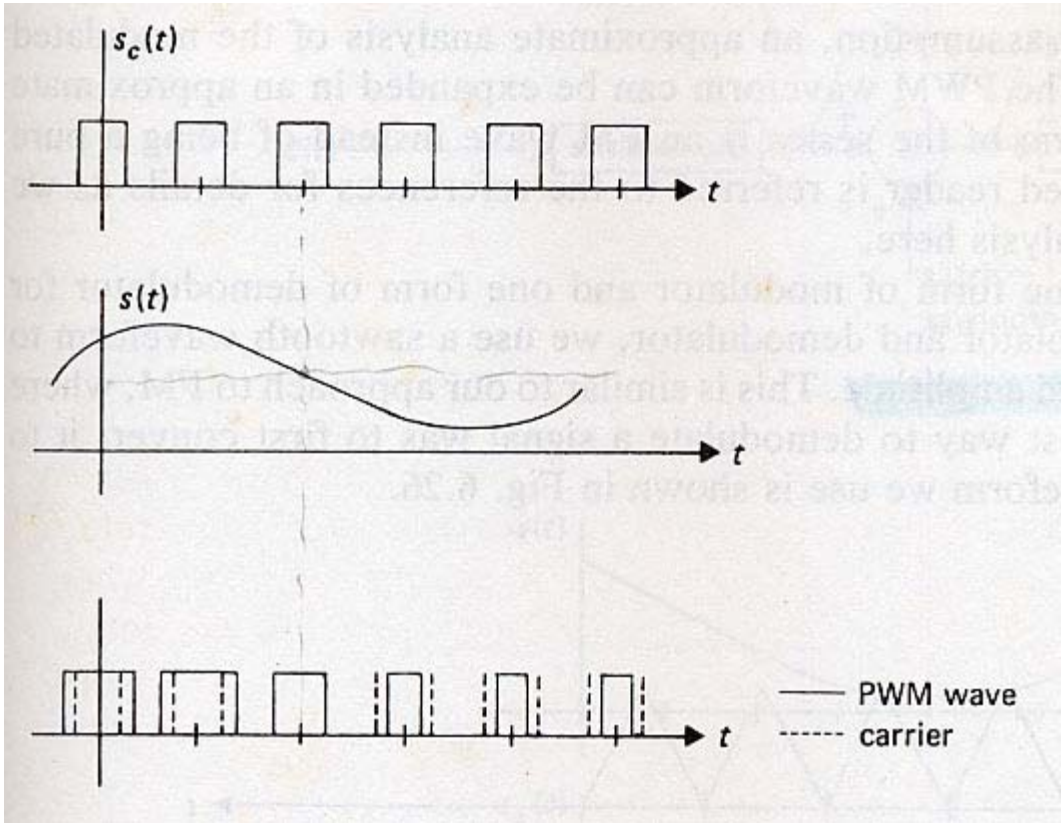
Đối với những kênh có nhịp lấy mẫu nhỏ hơn 10 kHz, ta chỉ cần lấy mẫu chúng tại những vòng quay được chọn lựa của bánh xe. Thí dụ, 1 kênh 1250 Hz cần được lấy mẫu một lần khi bánh xe quay 8 vòng. Trong khi đó, kênh 625 Hz lấy mẫu 1 lần/mỗi 16 vòng quay của bánh xe. Ta thực hiện việc ấy bằng cách dùng hai bánh xe giao hoán phụ. Tám kênh 1250 Hz được giao hoán nhau nhờ một bánh xe 8 khe, với nhịp 1250 vòng/sec. Cứ mỗi 0,1 ms, một trong các kênh được nối vào một khe của bánh xe chính. Tương tự, 16 kênh 625 Hz được giao hoán nhờ bánh xe 16 khe , quay 625 vòng/sec.



Hình 6.22: Siêu giao hoán

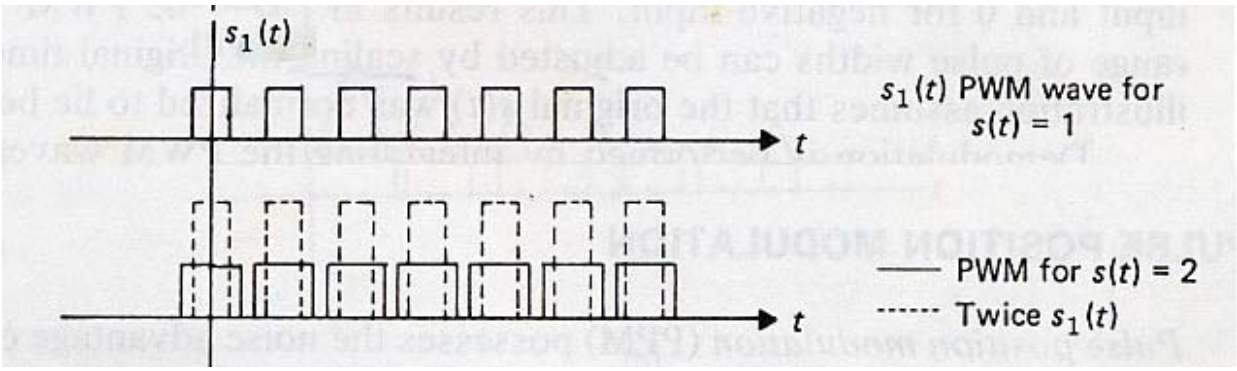
VI. BIẾN ĐIỆU ĐỘ RỘNG XUNG PWM: (Pluse Width Modulation).

Như trường hợp của PAM, ta lại bắt đầu với một sóng mang là một chuỗi xung tuần hoàn. Hình 6.23, chỉ một sóng mang chưa biến điệu, một tín hiệu chứa tin s(t) và sóng biến điệu PWM. Độ rộng của mỗi xung biến điệu thay đổi tuỳ theo trị mẫu tức thời của s(t). Trị mẫu lớn hơn sẽ làm độ rộng xung biến điệu rộng hơn. Vì độ rộng xung thay đổi, nên năng lượng của sóng cũng thay đổi. Vậy khi biên độ tín hiệu tăng, công suất truyền cũng tăng.



Hình 6.23: Biến điệu PWM

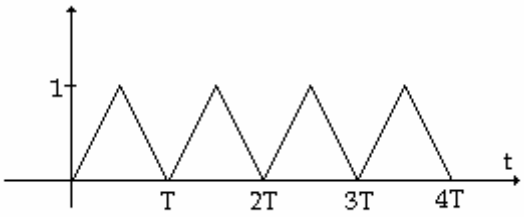
Cũng như trong trường hợp FM, PWM là một phép biến điệu phi tuyến. Xem một thí dụ đơn giản để minh chứng điều đó. Giả sử tín hiệu chứa tin là một hằng, s(t) = 1. Sóng PWM sẽ gần những xung có độ rộng bằng nhau, vì mỗi trị mẫu thì bằng với mỗi trị mẫu khác. Bây giờ nếu ta truyền s(t) = 2 theo PWM, thì ta lại có một chuỗi xung có độ rộng bằng nhau, nhưng độ rộng của chúng lớn hơn khi truyền s(t) = 1. Nguyên lý tuyến tính sẽ cho kết quả là độ rộng xung của trường hợp sau gấp đôi trường hợp trước. Nhưng ở đây không phải như vậy, như hình 6.24.



Hình 6.24: PWM là phép biến điệu phi tuyến.

Nếu ta giả sử tín hiệu s(t) biến đổi chậm (lấy mẫu với nhịp nhanh hơn so với nhịp Nyquist) thì các xung lân cận sẽ có độ rộng hầu như bằng nhau. Với giả thiết này, có thể phân giải xấp xĩ cho sóng biến điệu, theo chuỗi Fourier. Mỗi số hạng của chuỗi là một sóng **FM**, thay vì là một sóng sin thuần tuý.

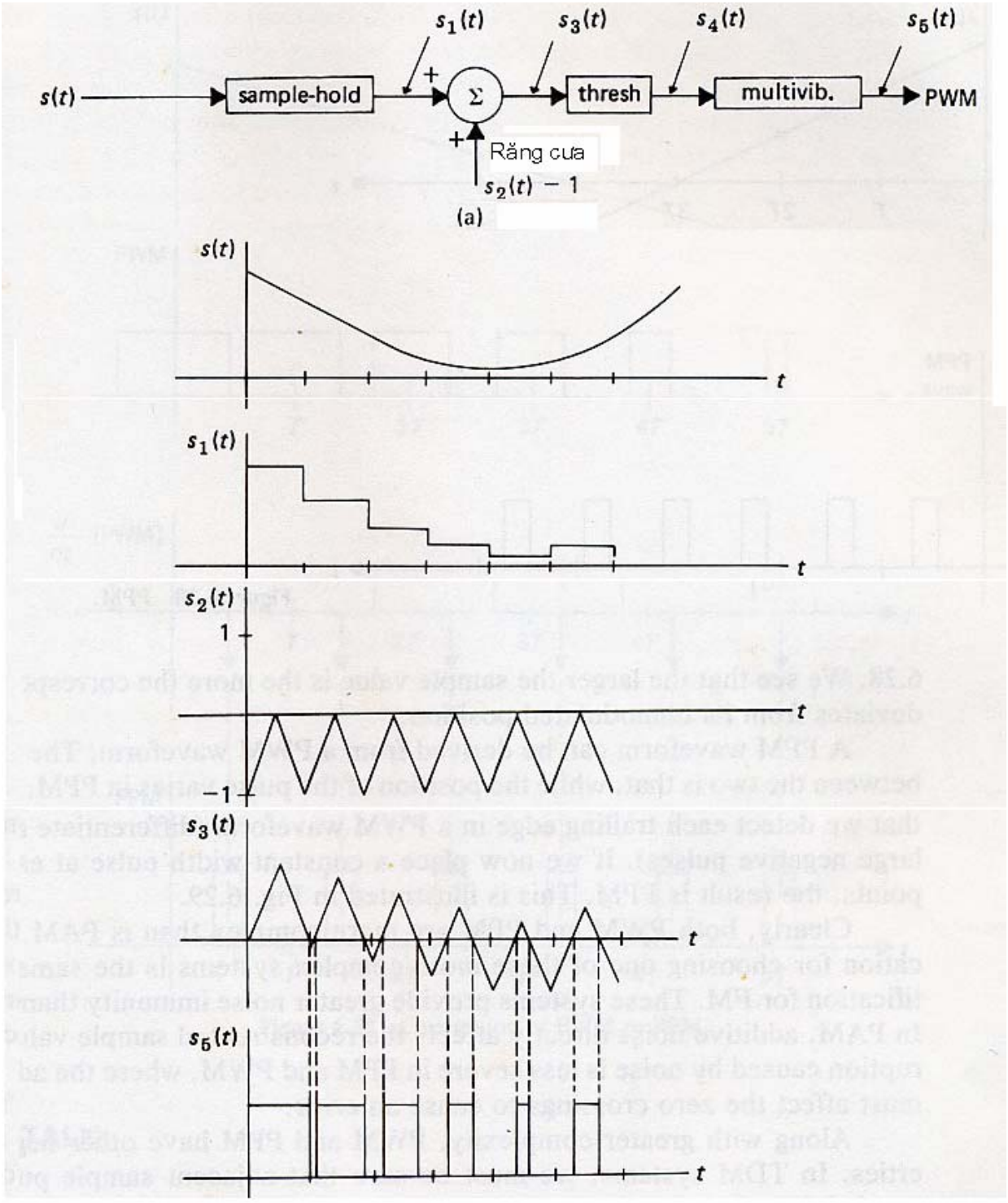
Ta sẽ trình bày một dạng của khối biến điệu và một dạng của khối hoàn điệu cho PWM. Trong cả hai, ta đều dùng sóng răng cưa để chuyển đổi giữa thời gian và biên độ. Điều này tương tự như cách thức cho FM, ở đó ta thấy rằng cách dễ nhất để biến điệu một tín hiệu là trước tiên đổi nó thành AM. Tín hiệu răng cưa được dùng vẽ ở hình 6.25.



Hình 6.25

Cách xử lý được diễn tả ở hình 6.26.

Hình 6.26a chỉ khối biến điệu và hình 6.26b, chỉ những dạng sóng tiêu biểu.



Hình 6.26: Khối biến điệu PWM.

Trước tiên tín hiệu s(t) được lấy mẫu và giữ để có $s_1(t)$.

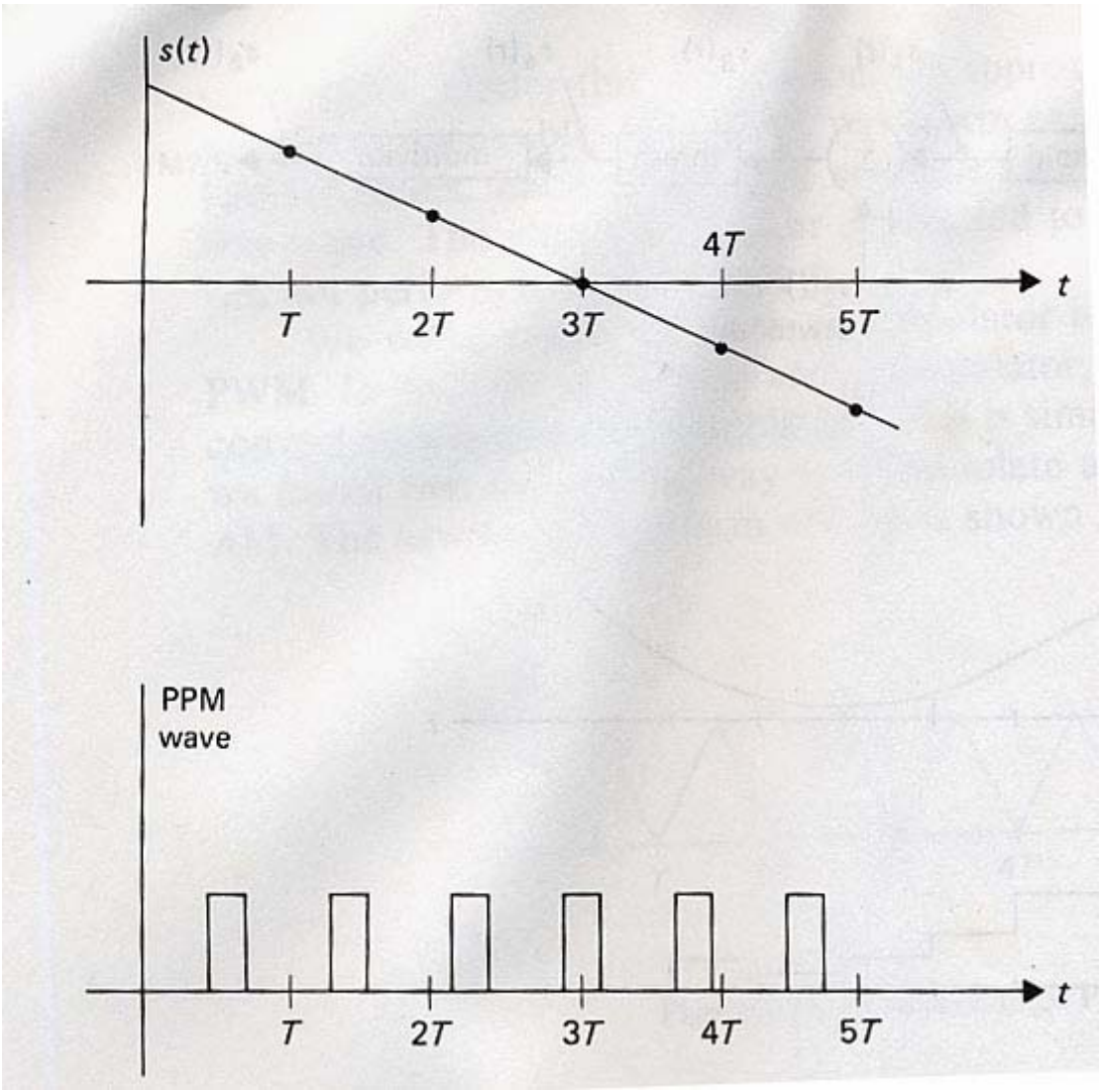
Tín hiệu răng cưa bị dời xuống 1 đơn vị tạo nên $s_2(t)$. Tổng của $s_1(t)$ và $s_2(t)$ tạo nên $s_3(t)$ và vào mạch so sánh. Những khoảng thời gian mà $s_3(t)$ dương là những khoảng mà ở đó độ rộng tỷ lệ với trị giá mẫu gốc. *Output của mạch so sánh là 1 khi $s_3(t)$ dương và là 0* khi $s_3(t)$ âm. Kết quả là $s_4(t)$, là một sóng PWM. Độ rộng xung có thể được hiệu chỉnh bằng cách tăng giảm s(t). Trong hình vẽ, ta giả sử rằng bình thường s(t) nằm giữa 0 và 1.

Sự hoàn điệu được thực hiện bằng cách tích phân sóng PWM trong mỗi khoảng thời gian. Vì chiều cao của xung thì không đổi, tích phân tỷ lệ với độ rộng xung. Nếu output của tích phân được lấy mẫu và giữ tại trị giá cuối của nó, kết quả sẽ là một sóng PAM.

VII. BIẾN ĐIỆU VỊ TRÍ XUNG -PPM (Pulse Position Modulation).

PPM có lợi hơn PWM về mặt triệt nhiễu và cũng không có vấn đề công suất thay đổi theo biên độ tín hiệu.

Một tín hiệu chứa tin s(t) và sóng PPM tương ứng vẽ ở hình 6.27.

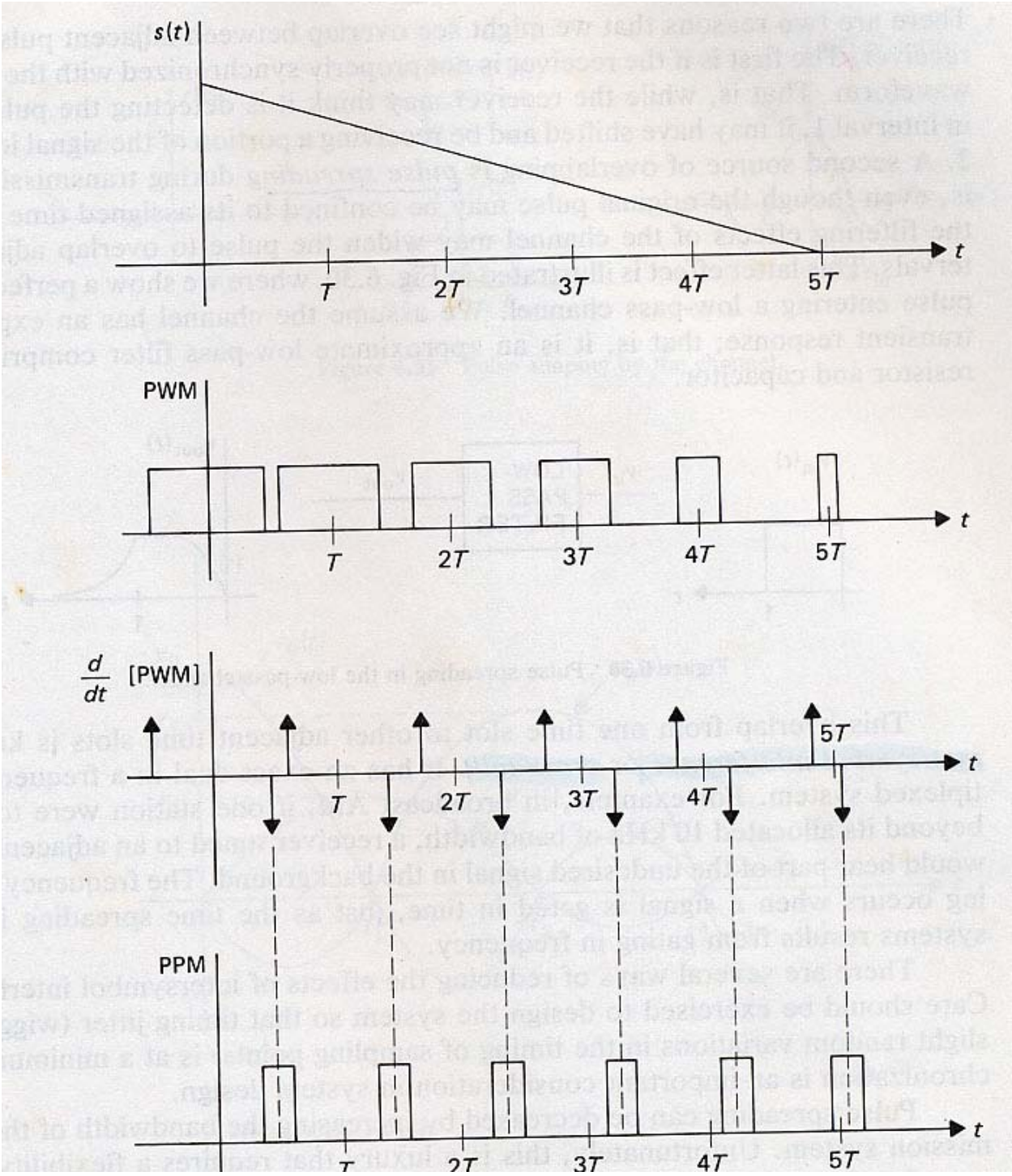


Hình 6.27: PPM

Ta thấy nếu trị giá mẫu lớn hơn sẽ có xung tương ứng dời xa hơn (so với vị trí không biến điệu của nó).

* Một sóng *PPM có thể được suy từ một sóng PWM*. Sự liên hệ giữa chúng là, trong khi vị trí của xung thay đổi trong PPM thì sườn khiển của xung thay đổi trong PWM. Giả sử ta dò mỗi sườn khiển của PWM, (lấy đạo hàm và xem những xung âm). Bây giờ nếu ta đặt một xung có độ rộng không đổi tại mỗi điểm này, kết quả là sóng PPM. Điều này được vẽ ở hình 6.28.

Rõ ràng, cả PWM và PPM đều rất phức tạp so với PAM. Chúng phức tạp hơn và còn có những tính chất khác. Trong các hệ TDM, ta phải bảo đảm rằng các xung mẫu lân cận không được phủ nhau. Nếu các xung dời tự do hoặc rộng hơn (như trong PPM và PWM), ta không thể chen vào một cách đơn giản các xung khác trong không gian mà tin chắc rằng không có sự tác động qua lại sẽ xãy ra. Khoảng cách đủ cần thiết phải được giữ để có thể truyền các trị mẫu lớn nhất. Điều này làm giảm số kênh khi Multiplex.



Hình 6.28: Đổi PWM thành PPM

Chương VII: VIỄN THÔNG SỐ

- ĐẠI CƯƠNG.
- CHUYỂN ĐỔI TƯƠNG TỰ SỐ ADC (ANALOG-DIGITAL CONVERTER).
- CHUYỂN ĐỔI SỐ-TƯƠNG TỰ DAC (DIGITAL ANALOG CONVERTER).
- VIỄN THÔNG MÃ HOÁ (CODED COMMUNICATION).
- BIẾN ĐIỆU MÃ XUNG- PCM (PULSE CODE MODULATION).
- LƯỢNG TỬ HOÁ KHÔNG ĐỀU ĐẶN (NONUNIFORM QUANTIZATION).
- KỸ THUẬT BIẾN ĐIỆU LUÂN PHIÊN (ALTERNATE MODULATION TECHNIQUES).
- NHIỄU LƯỢNG TỬ (QUANTIZATION NOISE).
- GIỚI THIỆU VỀ MÃ HOÁ ENTROPY VÀ NÉN DỮ LIỆU.
- GIỚI THIỆU VỀ SỬA LỖI TIẾP CHUYỂN (FORWARD ERROR CORRECTION).

ĐẠI CƯƠNG

Trong các chương trước, ta đã nói về sự truyền các tín hiệu analog. Sóng mang được dùng là một sinusoid liên tục (AM, FM và PM) hoặc một hàm thời gian rời rạc (biến điệu xung).

Chương này ta thêm một kỹ thuật truyền khác. Tín hiệu được truyền bây giờ trở thành một thanh phaăn của một hệ rời rạc. Như vậy, thay vì truyền những trị điện thế liên tục, ta tập trung vào một tập hợp hữu hạn các trị rời rạc.

Trước nhất ta xem sự truyền của một danh mục các số. Danh mục này có thể là kết quả từ sự lấy mẫu một hàm thời gian liên tục, hoặc tin tức gốc có thể có dạng một danh mục. Tính chất cơ bản của một hệ viễn thông digital là những số trong danh mục có thể chỉ lấy những trị rời rạc.

Nhiều tín hiệu đã có dạng một danh mục các số lấy ra từ một tập hợp hữu hạn. Thí dụ, thời gian của ngày (nếu ta làm tròn giây hay phút); số lượng của một hạng mục nào đó được sản xuất trong mỗi giờ (thí dụ: số xe); thông tin được phát ra bởi computer...

Tín hiệu analog có thể được truyền theo những kỹ thuật digital. Khi đó, nhất thiết tín hiệu analog cần phải chuyển đổi thành tín hiệu số.

Sự đổi qui cách từ analog thành digital được thực hiện nhờ ADC (Analog to Digital Converter).

I. CHUYỂN ĐỔI TƯƠNG TỰ SỐ ADC (analog-digital converter)

Bước thứ nhất để chuyển đổi một tín hiệu analog liên tục thành dạng digital là đổi tín hiệu thành một danh mục các số. (Điều này được thực hiện bằng cách lấy mẫu hàm thời gian). Danh mục các số kết quả biểu diễn cho những trị liên tục. Đó là mặc dù một mẫu nào đó có thể trưng ra như là một số làm tròn, nhưng thực tế nó sẽ được tiếp tục như một số thập phân vô hạn. *Danh mục các số analog sau đó phải được mã hoá thành các Code Words rời rạc*. Biện pháp trước nhất để hoàn tất việc đó là làm tròn mỗi số trong danh mục. Thí dụ, nếu các mẫu nằm trong khoảng từ 0 đến 10V, mỗi mẫu sẽ được làm tròn đến số nguyên gần nhất. Vậy các từ mã (code words) sẽ rút ra từ 11 số nguyên (từ 0 đến 10).

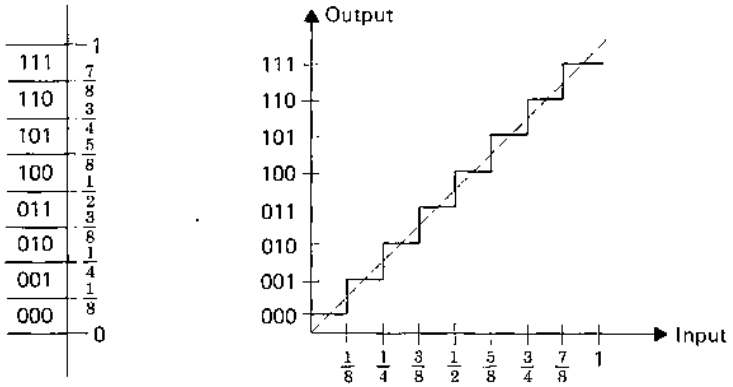
Trong đa số các hệ viễn thông digital, dạng thực tế được chọn cho các từ mã là một số nhị phân 0 và 1. Lý do để chọn sẽ trở nên rõ ràng khi ta bàn đến kỹ thuật truyền chuyên biệt. Trở lại thí dụ trên, converter sẽ hoạt dộng trên nhưng mẫu từ 0 đến 10V bằng cách làm tròn những trị mẫu đến Volt gần nhất, rồi đổi số nguyên đó thành số nhị phân 4 bit (mã BCD).

Sự chuyển đổi A/ D được xem như là sự lượng tử hoá (quantizing). Trong sự lượng tử hoá đều đặn, các trị liên tục của hàm thời gian được chia thành những vùng đều đặn, và một mã số nguyên được kết hợp cho mỗi vùng. Như vậy, tất cả các trị của hàm trong một vùng nào đó đều được mã hoá thành một số nhị phân giống nhau.

Hình 7.1 chỉ nguyên lý lượng tử hoá 3 bit theo hai cách khác nhau Hình 7.1a, chỉ khoảng các trị của hàm được chia làm 8 vùng eău nhau. Mỗi vùng kết hợp với một số nhị

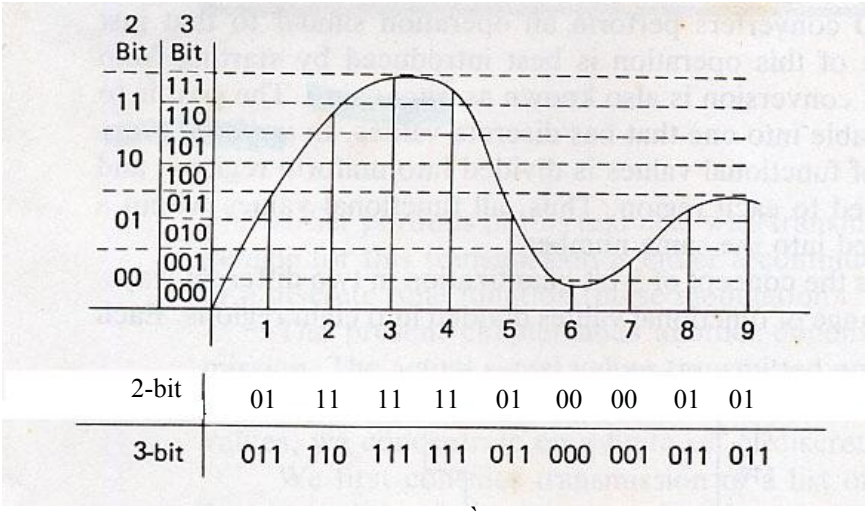
phân 3 bit. Chọn 8 vùng vì 8 là luỹ thừa của 2 (= 2^3). Tất cả tổ hợp 3 bit đều được dùng, làm hiệu quả lớn hơn.

Hình 7.1b chỉ sự lượng tử hoá bằng cách dùng sự liên hệ của input và output. Trong khi input thì liên tục, output chỉ lấy những trị rời rạc. Bề rộng của mỗi bậc không đổi. Vì sự lượng tử hoá thì đều đặn.



Hình 7.1: Sự lượng tử hóa.

Hình 7.2 chỉ một s(t) và dạng digital của nó cho bộ đổi ADC 2 bit và 3 bit.



Hình 7.2: Thí dụ về A/D

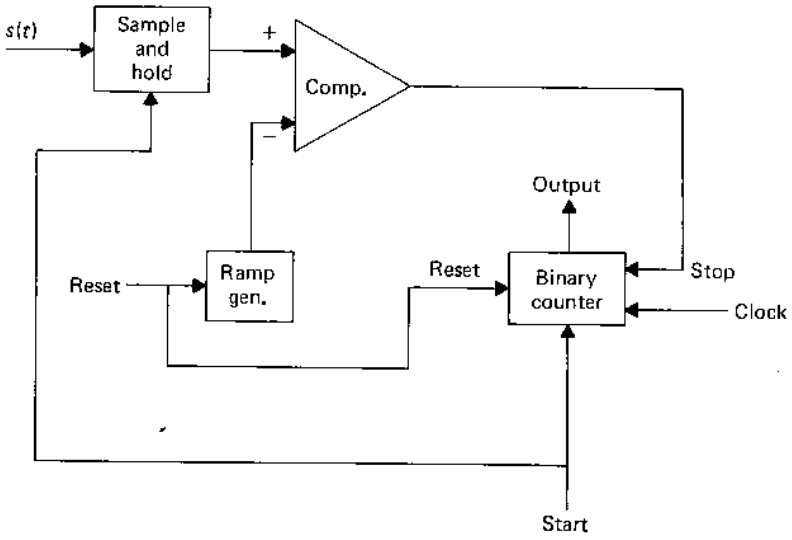
*** Mách lượng tử hoá :**

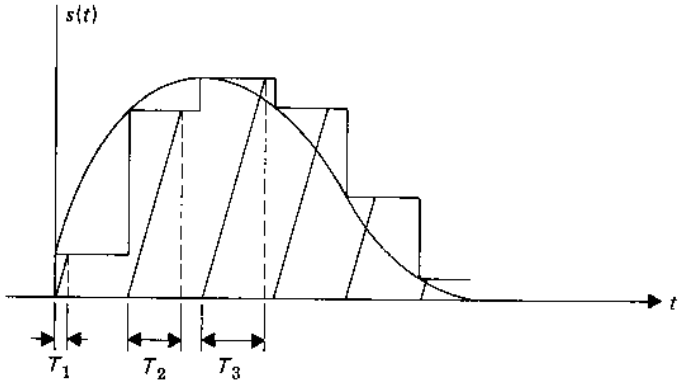
Có ba loại mách lượng tử hoá.

1. Lượng tử hoá đếm, đếm lần lượt ứng với s thođng qua mỗi mức lượng tử.
2. Lượng tử hoá nối tiếp, tạo ra một từ mã, từng bit một. Đó là, chúng bắt đầu với bit có tróng soâ lớn nhất (MSB) và làm việc đến bit co tróng soâ nhỏ nhất (LSB).
3. Lượng tử hoá song song, tạo ra cùng lúc tất cả các bit của một từ mã hoàn chỉnh.

A. Lượng tử hóa đếm:

Hình 7.3 vẽ một khối lượng từ hoá đếm.





Hình 7.3: Lượng tử hóa đếm

Ramp generator (mạch tạo đường dốc) bắt đầu tại mỗi điểm lấy mẫu. Mạch eâm cũng bắt đầu cùng lúc. Ngõ ra của mạch S/H là một tín hiệu bậc thang xấp xĩ với tín hiệu gốc. (Những bậc sẽ giữ trị mẫu trước đó trong suốt mỗi khoảng lấy mẫu). Mách eâm sẽ stop khi đường dốc đạt đến trị mẫu.

Dạng sóng tiêu biểu được chỉ ở Hình 7.3b. Và như vậy, thời gian đếm T_s tỷ lệ với trị mẫu (vì độ dốc được giữ không đổi).

Tần số clock chọn sao cho mách eâm có đủ thời gian để đếm đến số đếm cao nhất của nó đối với một thời khoảng (duration) của đường dốc tương ứng với mẫu lớn nhất. Số đếm cuối trên boô eâm tương ứng với mức lượng tử hoá.

Thí dụ **:** Thiết kế một khối lượng tử hoá đếm cho một tín hiệu tiếng nói có tần số tối đa 3 kHz. Độ dốc của đường dốc 10^6 V/sec. Biên độ tín hiệu nằm trong khoảng 0 đến 10 V.

Tìm tần số Clock cần thiết nếu dùng một counter 4 bit.

Giải : Lý do duy nhất để xét tần số max của tín hiệu là xem độ dốc có đủ để đạt đến trị max của mẫu hay không (trong một chu kỳ lấy mẫu). Với tần số max của tần số tín hiệu là

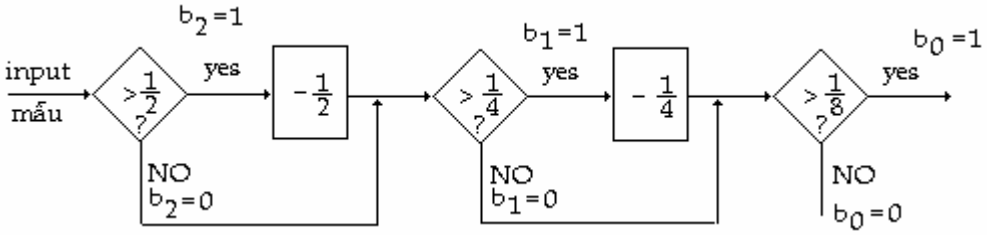
3 kHz, nhịp lấy mẫu tối thiểu là 6 kHz. Vậy chu kỳ lấy **mẫu max** là $\frac{1}{6}$msec. Vì đường dốc có thể đạt đến tối đa 10V trong 0,01 msec, nó đủ nhanh để tránh được quá tải.

Counter phải có thể đếm từ 0000 đến 1111 trong 0,01 msec. Tần số Clock phải là 1,6 MHz, vì cần trên 16 lần đếm trong một chu kỳ lấy mẫu.

B. Lượng tử hóa nối tiếp:

Hình 7.4 chỉ sơ đồ khối của lượng tử hoá nối tiếp 3 bit, các input nằm trong khoảng từ 0 đến 1. Các hộp hình thoi là các bộ so sánh. Chúng ta so sánh input với một trị cố định và cho một output nếu input vượt quá một trị cố định đó và một output khác nếu ngược lại. Sơ đồ khối chỉ hai đường output có thể, được đặt tên là YES và NO.

Nếu khoảng của input của các trị mẫu không là 0 đến 1V, tín hiệu sẽ được **chuẩn hóa** (được dời rồi khuếch đại hoặc giảm) để được những trị nằm trong khoảng đó. Nếu cần số bit nhiều hơn (hoặc ít hơn) các khối so sánh được thêm vào (hay bớt ra). Số khối so sánh bằng số bit mã hoá.



Hình 7.4: Lượng tử hóa nối tiếp

b_2 là bit thứ nhất của trị mẫu được mã hoá. Bit có tróng soâ lớn nhất (MSB).

b_0 là bit thứ ba, cũng là bit cuối, bit có tróng soâ nho nhất (LSB).

Thí dụ : Giải thích hoạt động của hình 7.4, ứng với 2 trị mẫu của input: 0,2 và 0,8 V.

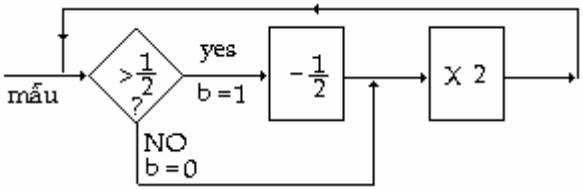
Giải:

* Với 0,2 V Sự so sánh thứ nhất với 1/4 có đáp số là No. Vậy $b_2 = 0$ so sánh thứ 2 với 1/4 cũng có lời đáp là No.Vậy $b_1 = 0$. So sánh thứ ba, Yes.Vậy $b_0 = 1$.

Do đó, mã nhị phân cho 0,2V là **001**.

* Với 0,8V. So sánh thứ nhất với $\frac{1}{2}$, Yes $\Rightarrow b_2 = 1$ ta trừ với $\frac{1}{2}$, được 0,3. So sánh thứ hai với $\frac{1}{4}$, Yes $\Rightarrow b_1 = 1$ và ta trừ với $\frac{1}{4}$, được 0,05. So sánh thứ ba với $\frac{1}{8}$, No $\Rightarrow b_0 = 0$. Vậy mã cho 0,8V là 110.

* Một hệ thống đơn giản hoá có thể thực hiện được như hình 7.5, ở ngỏ ra của khối $-\frac{1}{2}$, đặt một khối X2 rồi hồi tiếp kết quả về khối so sánh thứ nhất. Tín hiệu mẫu có thể qua sơ đồ nhiều lần để đạt được số bit của chiều dài của từ mã hóa.

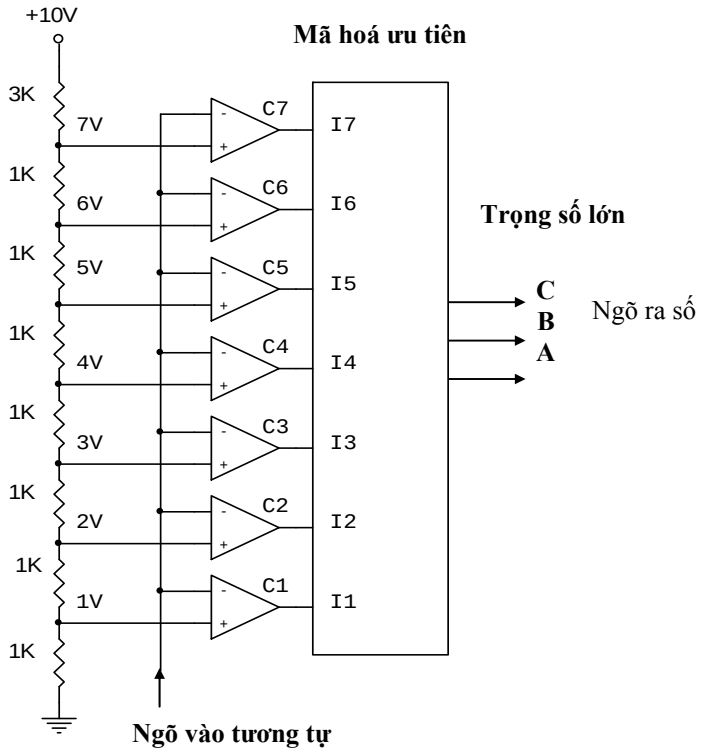


Hình 7.5**:** Lượng tử hoá nối tiếp đơn giản hóa.

C. Lượng tử hóa song song:

Hình 7.6 trình bày một mạch đổi song song 3 bit, và mỗi bậc của tiến trình là 1v.

Cầu chia điện thế lập ra các mức điện thế tham khảo cho mỗi mạch so sánh. Ta thấy có 7 mức mà các trị giá là 1, 2, 3, 4, 5,6,7v. Điện thế tương tự vào V_A được đưa vào mỗi ngõ vào của các mạch so sánh.



a)

Ngõ vào tương tự	Ngõ ra các mạch so sánh							Ngõ ra số		
V_A	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C	B	A
<1v	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
>1v, <2v	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
>2v, <3v	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
>3v, <4v	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
>4v, <5v	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
>5v, <6v	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
>6v, <7v	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
>7v	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

b)

Hình 7.6 a) Sơ đồ mach ADC song song 3bit
b) Bảng sự thật

Nếu V_A<1v, tất cả ngõ ra các mạch so sánh C_1-C_7 cao.

Nếu V_A>1v, có ít nhất một ngõ ra các mạch so sánh xuống thấp. Các ngõ ra được đưa vào mạch mã hoá ưu tiên tác động thấp, tạo một số nhị phân tương ứng với chân ra mạch so sánh có hiệu lực. Chân ra mạch so sánh có hiệu lực là chân có chỉ số cao nhất (nếu đồng thời có nhiều chân ra cùng xuống thấp). Thí dụ, khi V_A nằm giữa 3 và 4v. Các chân ra C_1, C_2 và C_3 đều thấp. Tất cả các chân khác cao. Mạch mã hoá ưu tiên chỉ thực

hiện với trị giá thấp của C_3, và cho ra ngõ CBA=011 (biểu diễn cho số nhị phân tương đương của V_A với độ phân giải 1v).

Khi V_A cao hơn 7v, C_1-C_7 đều thấp. Ngõ ra mạch mã hoá CBA=111.

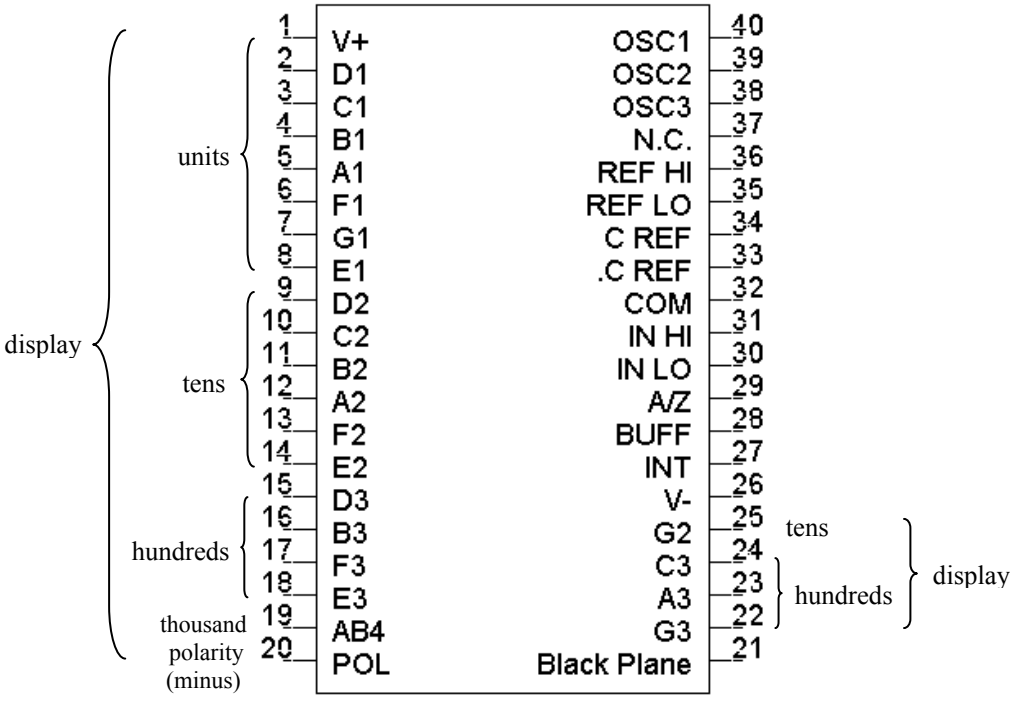
Mạch ADC song song không cần xung đồng hồ, vì nó không có mạch đếm đồng bộ hoặc những thao tác tiến trình tuần tự. Tiến trình đổi gần như tức thời, ngay khi đặt V_A vào. Thời gian chuyển đổi tuỳ thuộc duy nhất sự trễ của các mạch so sánh và mạch mã hoá.

*** Mã hoá PCM thực tế :**

Khối mã hoá PCM (Pulse Code Modulation.- Biến điệu mã xung) trong thực tế được xây dựng theo sơ đồ khối ở các phần trước. Hầu hết đều được đặt trong một IC.

*** Bộ lượng tử hoá đếm** được xem là bộ chuyển đổi A/D hai đường dốc. Mẫu được đặt ra một mạch *tích phân* trong một khoảng thời gian cố định. Output thì tỷ lệ với trị mẫu. Sau đó input được chuyển đến một trị điện thế tham khảo (ngược dấu với mẫu), counter bắt đầu và output của mạch tích phân được so sánh với zero. *Counter sẽ stop khi đường dốc output của mạch tích phân đạt đến zero.*

L7126 là một IC CMOS, cho phép lượng tử hoá đếm như hình 7.8.



Hình 7.8: Lượng tử hóa đếm IC L7126.

Các chân từ 2 đến 25 được dùng để ra hiển thị. IC có cấu tạo để thúc trực tiếp màn hình tinh thể lỏng (LCD), vì nó bao gồm các *mạch giãi mã 7 đoạn* và các mạch thúc LCD. Display là $3\frac{1}{2}$ digit, có nghĩa là nó có thể chỉ những số với biên độ cao như *1999*. Những ngõ ra 7 đoạn để hiển thị *Unit* được đánh chỉ số A_1 đến G_1, để hiển thị *chục* đánh chỉ số 2 và hiển thị *trăm* đánh số 3. Hiển thị *ngàn* có chỉ số AB_4 và chỉ có một chân được cần vì digit này hoặc là 0 hoặc là 1 (cho một hiển thị $3\frac{1}{2}$ digit).

Input analog được đưa vào chân 30 và 31. Hoạt động của IC tiến hành trong 3 pha.

* Thứ nhất là *autozero*, những input analog được tách rời ra nối tắt bên trong với common (chân 32). Output của mạch so sánh bị nối tắt với ngõ vô đảo của mạch tích phân.

* Pha thứ 2 xãy ra khi trị tín hiệu vào bị tích phân trong một thời gian tương ứng với 1.000 xung clock.

* Cuối cùng, trong pha thứ 3, điện thế tham khảo tích trữ trong một tụ (được đấu giữa chân 33 và 34 ở bên ngoài) được *dùng để tạo đường dốc thứ hai*. Khoảng trị giá của input xác định trị cần thiết của điện thế tham khảo (được đưa vào chân 36 reference Hi). Nếu input này là 1V, chip có khả năng chuyển đổi điện thế với các biên độ cao như 1999. Xung *clock* có thể lấy từ các chân *38, 39* và *40*. Ta cũng có thể dùng hoặc một mạch dao động bên ngoài hoặc là một tinh thể thạch anh giữa các chân 39 và 40 hoặc là một mạch RC ngang qua các chân này.

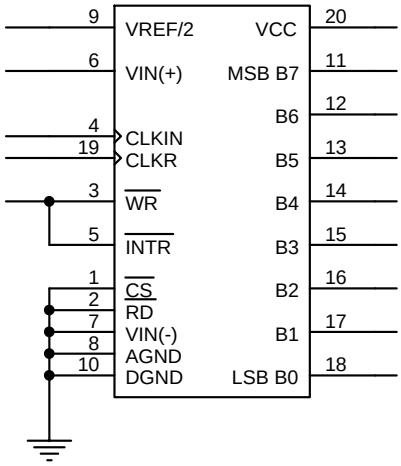
Một mạch A/D toàn bộ của một tín hiệu mẫu cần 4.000 số đếm. Tín hiệu được tích phân cho 1/4 của chu kỳ này, tức là 1.000 số đếm.

Một tích phân thứ hai là autozero cần giữ 3.000 số đếm.

Xung clock bên trong được phát triển bằng cách chia dao động input cho 4. Vậy, thí dụ, nếu ta muốn thực hiện 10 chuyển đổi/sec, ngõ vô phải là 160 kHz.

Linh kiện này không có khả năng chuyển đổi nhanh và sẽ được dùng cho những tín hiệu biến thiên chậm (nhịp lấy mẫu chậm) hoặc input DC.

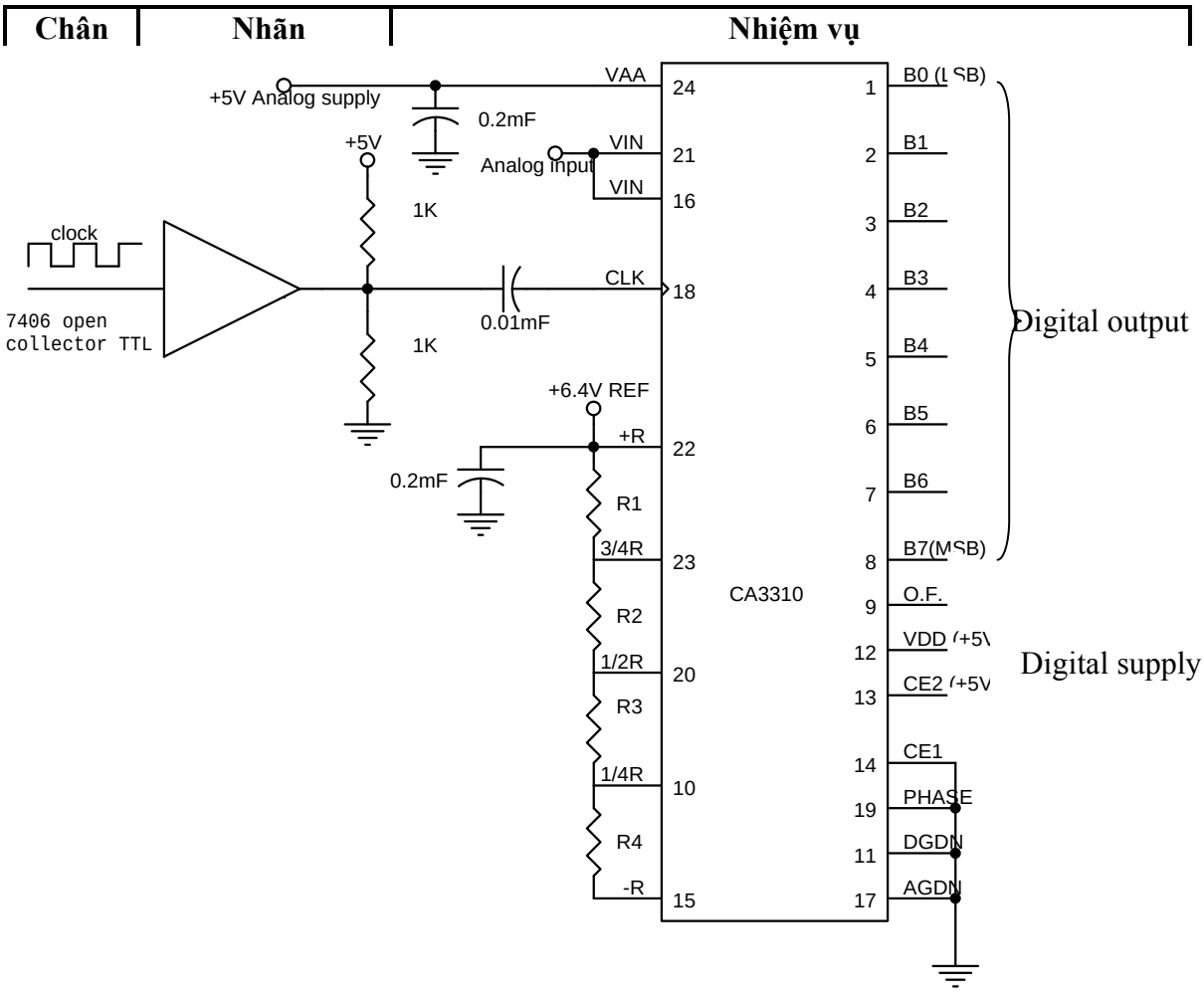
Hình 7.9: IC ADC0804 Lượng tử hóa nối tiếp.



- **IC ADC0804** là một thí dụ về một IC đổi *A/D kiểu nối tiếp*, (đôi khi còn gọi là " chuyển đổi xấp xĩ liên tiếp "). Hình 7.9.

Đây là linh kiện *8 bit*, bao gồm một số mạch *FlipFlop, ghi dịch*, một mạch *giải mã* và một mạch *so sánh.* Có 8 xung clock bên trong. Xung clock nội được cho bởi sự chia tín hiệu clock tại các chân *4 và 19 cho 8*. Thí dụ, với một tín hiệu 64 kHz trên những chân này, IC có thể thực hiện một chuyển đổi trong 1msec. ADC 0804 có khả năng đổi một mẫu trong khoảng *120μsec*, nên ta không dùng nó để lấy mẫu với vận tốc nhanh.

Các output digital từ Bo đến B_7 ra ở các chân điện tử 11 đến 18. IC này tương thích với một microprocessor, nên đó là lý do để gọi tên các chân, như bảng sau:



1	CS (chip select)	L ban đầu, H khi bắt đầu chuyển đổi.
2	RD (Ready)	Xuống L để chỉ µp sẳn sàng nhận dữ liệu.
3	WR (Write)	L bắt đầu. H khi bắt đầu chuyển đổi.
4	CLK	Ngõ vô dao động bên ngoài hoặc nối điện từ giữa 4 và 19 đặt tần số dao động.
5	INTR (Interrupt)	Xuống L để báo cho µp rằng dữ liệu sẵn có để dùng.
6,7	V_{in} (+);V_{in} ()	Ngõ vô phần kđ vi sai.
9	$V_{REF/2}$	Điện thế tham khảo (một nữa)

Hình 7.10: IC CA3308 lượng tử hóa song song.

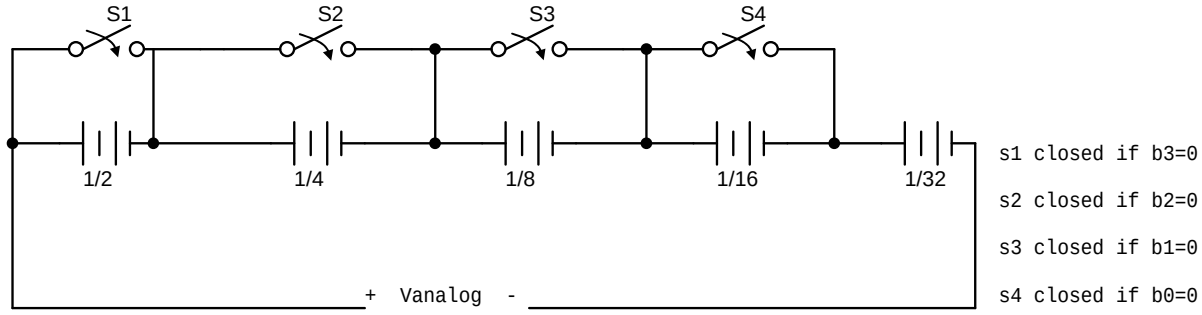
- **IC C43308** là một thí dụ về IC *chuyển đổi A/D kiểu song song,* 24 chân, vẽ ở Hình 7.10. IC có thể chuyển đổi một mẫu trong *66,7 nsec.* Nó chứa một ngân hàng mạch so sánh. Tín hiệu analog vào các chân *16 và 21.* Các điện thế tham khảo áp vào chân 10, 15, 20, 22 và 23. Tín hiệu digital ra được đọc từ các chân (pins) 1 đến 8.

II. CHUYỂN ĐỔI SỐ -TƯƠNG TỰ DAC (Digital analog converter)

Một tín hiệu digital được chuyển đổi thành analog nhờ mạch DAC. Để thực hiện việc chuyển đổi, ta *chỉ cần kết hợp một mức mẫu với mỗi từ mã nhị phân.* Vì từ mã biểu diễn cho một khoảng các trị mẫu, nên trị thực sự được chọn cho sự chuyển đổi, thường là **điểm giữa** của khoảng. Nếu A/D conv được thực hiện như đã mô tả trên đây, thì sự hoạt động ngược lại tương đương với việc phân chia một tróng soâ cho mỗi vị trí bit.

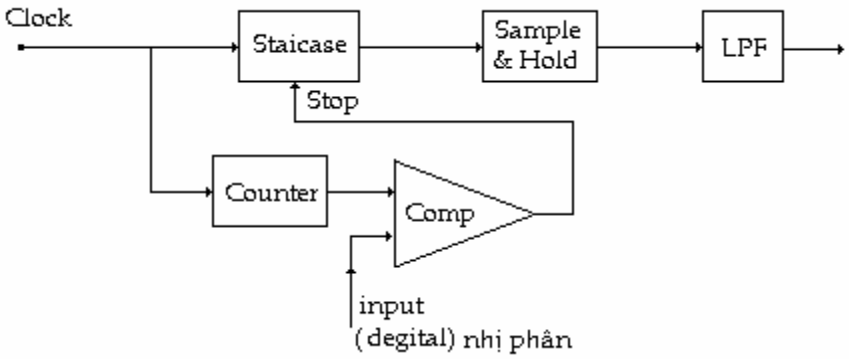
Xem trường hợp một từ nhị phân 4 bit. Ta giả sử rằng mẫu Analog thì được chuaơn hoa (Normallized, nghĩa là nó nằm trong khoảng giữa 0 và 1V) và dùng sự mã hoá lần lượt. Sự chuyển đổi về trị Analog được thực hiện bằng cách *đổi số nhị phân thành thập phân, chia cho 16 và cộng* $\frac{1}{32}$. Thí dụ, mã 1101 biểu diễn số thập phân 13, vậy ta đổi nó thành $\frac{13}{16}+\frac{1}{32}=\frac{27}{32}$.

Hình 7.11 vẽ cơ chế chuyển D/A. Nếu 1 xuất hiện ở vị trí MSB thì một pin 1/2V được đưa vào mạch (S1 hở). Bit thứ nhì kiểm soát một pin 1/4V và cứ thế. Mạch giải mã lý tưởng hình 7.11 tương tự với một mạch *lượng tử hoá nối tiếp* vì mỗi bit kết hợp với một thành phần riêng của trị mẫu.



Hình 7.11: Chuyển đổi D/A

 Mạch đổi *D/A kiểu đếm* thì phức tạp hơn, như hình 7.12. Một clock đưa vào mạch tạo bậc thang (Staircase) và mạch Counter cùng lúc. Tín hiệu ra của Counter được so sánh với input digital (nhị phân). Khi soâ eâm baïng vi t ma a vao, mách táo baôc thang se stop. Tín hiệu ra của mạch tạo bậc thang được lấy mẫu và giữ cho cho đến khi trị mẫu kế tiếp đạt được. Kết quả xấp xĩ bậc thang cuối cùng được làm phẳng nhờ một lọc LPF, để hồi phục lại một trị xấp xĩ với tín hiệu gốc.



Hình 7.12: DAC kiểu đếm

* **DAC Thực Tế :**

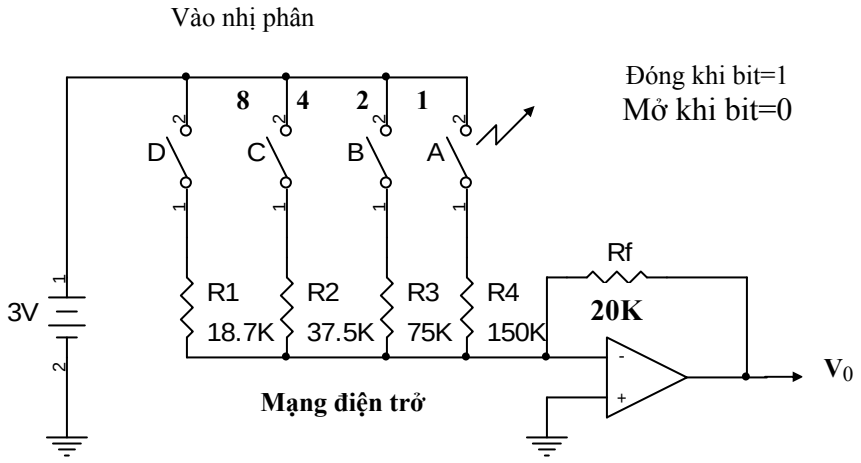
Giả sử một mạch DAC cần phải hoạt động theo bảng sự thật ở H.10.4. Điện thế ra V_0 tăng từng bậc từ 0 đến 6v. Mỗi sự tăng của số đếm nhị phân làm tăng điện thế ra 0,4v.

Hình H.10.5 trình bày mạch logic của DAC này. Mạch gồm hai mạch: mạng điện trở và mạch khuếch đại tổng. Điện thế vào đặt lên mạng điện trở thông qua các ngắt điện D, B,C, A. Các ngắt điện này đóng khi bit vào tương ứng =1 và mở khi bit vào tương ứng = 0. Điện thế vào V_i=3v và điện thế ra, dĩ nhiên, phải tuân theo bảng sự thật.

Lưu ý R_4, điện trở tương ứng với MSB, có trị nhơ nhất. R_3 (điện trở tương ứng với bit có trọng số 4) có trị gấp đôi R_4. R_2 gấp đôi R_3 và R_1 gấp đôi R_2. Dễ thấy rằng, để cho DAC chính xác, trị giá các điện trở cần thật chính xác.

	Vào nhị phân				**Ra Tương tự**		**Vào Nhị phân**				**Ra Tương tự**
Hàng	D	C	B	A	V_0	Hàng	D	C	B	A	V_0
1	0	0	0	0	0	9	1	0	0	0	3.2
2	0	0	0	1	0.4	10	1	0	0	1	3.6
3	0	0	1	0	0.8	11	1	0	1	0	4.0
4	0	0	1	1	1.2	12	1	0	1	1	4.4
5	0	1	0	0	1.6	13	1	1	0	0	4.8
6	0	1	0	1	2.0	14	1	1	0	1	5.2
7	0	1	1	0	2.4	15	1	1	1	0	5.6
8	0	1	1	1	2.8	16	1	1	1	1	6

Bảng sự thật của một DAC



Hình 7.13. Sơ đồ

Khi số nhị phân vào là 0000, cả 4 ngắt điện đều mở (ứng với hàng 1 của bảng sự thật). V_i=0 nên V_0=0.

Bây giờ ta xem hàng 2 của bảng sự thật, số nhị phân vào là 0001, chỉ có ngắt A đóng. Độ lợi tương ứng là:

$$A_v = \frac{R_f}{R_i} = \frac{20k}{150k} = 0.133$$

Điện thế ra: $V_0 = V_i \times Av = 3 \times 0.133 = 0.4v$.

Tương tự, nếu số nhị phân vào là 0010 (hàng 3 của bảng), chỉ có ngắt B đóng:

$$A_v = \frac{R_f}{R_i} = \frac{20k}{75k} = 0.266$$

Điện thế ra: $V_0 = V_i \times Av = 3 \times 0.266 = 0.8v$.

Xem hàng 7 của bảng sự thật, số nhị phân vào 0110, hai ngắt C và B đều đóng. Chúng đấu song song, nên trong trường hợp này R_i là:

$$R_i = \frac{R_3 x R_2}{R_3 + R_2} = \frac{37.5x75}{37.5 + 75} = 25k$$

$$Av = \frac{R_f}{R_i} = \frac{20k}{25k} = 0.8$$

$$V_0 = V_i \times Av = 3 \times 0.8 = 2.4v$$

Cuối cùng, ta xem hàng 16:

$$R_i = \frac{1}{1/R_4 + 1/R_3 + 1/R_2 + 1/R_1}.$$

Dễ dàng để tính kết quả V_0=6v.

Để thay đổi thang điện thế ra, ta chỉ cần thay đổi trị giá của điện trở hồi tiếp R_f.

III. VIỄN THÔNG MÃ HÓA(coded communication).

Ta đã thấy, một tín hiệu digital bao gồm một danh mục các số, trong đó mỗi số có thể lấy chỉ một số hữu hạn của các trị giá. Danh mục các số không chính xác bằng với các trị mẫu gốc, mà chỉ là những phiên bản làm tròn của các trị này. Như vậy, khi chuyển đổi từ analog thành digital, tín hiệu kết quả không thể dùng để tái tạo một cách hoàn toàn tín hiệu analog nguyên thủy. Vậy tại sao ta muốn đổi một tín hiệu analog thành digital ? Phần sau đây sẽ trả lời vấn đề quan trọng này.

Tiếng trống hay khói của thổ dân Châu Mỹ là một trong nhiều thí dụ về viễn thông digtal. Tín hiệu trống truyền đi xa hơn tiếng nói vì nơi tiếp nhận chỉ cần phân biệt một loại âm thanh trên nhiều nền (background noise). Những tín hiệu audio phức tạp sẽ khó phân biệt hơn trên mỗi nền nhiễu dọc theo đường truyền. Điện tín với những chuỗi chấm và gạch để đánh vần cho một từ được truyền, là một dạng viễn thông digital. Máy thu dễ phân biệt những thời khoảng (Duration) dài ngắn khác nhau của tín hiệu. Điện tín hiện nay dùng kỹ thuật mã hoá và giãi mã tín hiệu, nhờ một Operator. Operator đọc (hay nghe) bản tin và đổi mỗi chữ thành mã Morse. Ở máy thu, khi nhận một bản tin, operator sẽ thực hiện ngược lại. Vận tốc truyền được kiểm soát cẩn thận để không vượt quá vận tốc giới hạn của keyer.

Có 3 lý do chính cần phải mã hoá thông tin :

1. Kênh truyền (thường là không khí) bị ô nhiễm bởi quá nhiều tín hiệu điện, khiến cho sự thông tin " tự do nhiễu " (noise - free) trở nên rất khó khăn. Tín hiệu luôn bị làm sai lạc do nhiễu và các dạng giao thoa khác. Những kỹ thuật sửa sai sự méo do nhiễu thường không hiệu quả nhiều. Vậy khi thu được một tín hiệu bị làm thay đổi bởi nhiễu và các tín hiệu khác, phải có những biện pháp tách nhiễu ra khỏi tín hiệu. Điều này cần đến việc tín hiệu phải có những dạng đặc trưng để phân biệt. Nhưng hầu hết tín hiệu Analog không có dạng như thế.

2. Lý do thứ hai cho sự nhấn mạnh lần nữa về viễn thông mã hoá digital là sự thay đổi qui cách của các tín hiệu thông tin. Nhiều năm trước đây, tín hiệu tín hiệu thông tin chiếm ưu thế là tín hiệu audio (có tần số bị giới hạn trong dãi tần thính cảm của tai người). Nhưng ngày nay, ta có thể thấy những thiết bị truyền dữ liệu từ nơi này đến nơi khác với những thông tin khác biệt xa với sóng audio. Nên những yêu cầu đặt ra cho 1 hệ thống viễn thông hiện nay thì phức tạp hơn rất nhiều so với hệ viễn thông truyền tín hiệu tiếng nói.

3. Mặc dù việc xây dựng một mạch Analog thì dễ hơn so với một mạch digital, nhưng so với tiến bộ của ngành điện tử bán dẫn và công nghệ IC đã làm đảo ngược lại. Lý do thứ ba, không chỉ vì các mạch digital thì đáng tin cậy hơn mà trong nhiều trường hợp rất rõ hơn. Việc chế tạo dễ dàng các IC digital cho các mạch phức tạp đã mở ra những khả năng bao quát hơn.

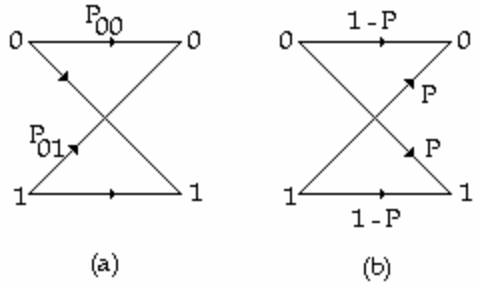
Trong một hệ thống viễn thông mã hoá, ta truyền một "từ" từ một từ vựng (dictionary) của các từ bản tin có thể chấp nhận được. Từ (word) thu được không chính xác giống như từ trong từ vựng, vì khi truyền nó bị tác động bởi sự méo và nhiễu. Nếu sự sai lạc không lớn lắm, ta thử phỏng định với từ mà từ vựng đã gửi. Đó là điểm căn bản của thông tin mã hoá.

Tiếng nói con người có nhiều tính chất giống một hệ thông tin digital. Khi ta nói, mỗi gói năng lượng (giữa những lần tạm dừng) trình bày một tín hiệu lấy ra từ một từ vựng khoảng 25.000 từ (tuỳ vào số từ trong vốn ngữ vựng của từng người). Giả sử ta truyền

một từ đến một người khác, cái mà kia nhận được **không** phải là một bản sao hoàn hảo của từ trong từ vựng. Tín hiệu có thể bị méo, bi sai lệch do nhiễu chen vào. Người nhận sẽ nhanh chóng so sánh nó với 25.000 từ trong từ vựng và chọn một từ gần giống với nó nhất. Bằng cách đó, nhiều sai sót có thể được sửa. (Ta đã đơn giản hoá khả năng của " máy tính người ". Thực ra không chỉ có thế, ta còn xem xét tín hiệu nhận được trong mạch văn của những thông tin nhận được trước đó).

Loại mã hoá thông tin thông dụng nhất là nhị phân. Ta đổi tín hiệu chứa tin Analog thành một chuỗi các bit 1 và 0 (mà ta đã biết cách thực hiện ở phần trước).

Xem kênh mà ngõ vô của nó là hoặc 0 hoặc 1 và ngõ ra là 0 hoặc 1 (Hình 7.14). Bên trái là ngõ vô. Bên phải, ngõ ra. Những đường ngang chỉ sự thu đúng bit, còn những đường chéo chỉ bit - error.



Hình 7.14: Kênh nhị phân

Trên mỗi đường ta chỉ một xác xuất. P_{ij} là xác xuất của sự thu nhận i khi j được gửi đi. Thí dụ, P10 là xác xuất khi một 0 được truyền và nhận sai ở máy thu là 1.

Nếu ta gửi một 1, máy thu phải nhận hoặc 0 hoặc 1. Tương tự như vậy nếu ta gửi một 0. Vậy:

$$P_{10} + P_{00} = P_{01} + P_{11} = 1.$$

Dĩ nhiên ta sẽ thích có một kênh mà P10 = P01 = 0 (Và hậu quả là P11 = P00 = 1).

Phần lớn các hệ viễn thông digital đều có tính chất là $P_{10} = P_{01}$ (và hậu quả, $P_{11} = P_{00}$). Điều này chỉ rằng xác xuất của sự truyền 1 được nhận sai là 0 thì bằng với xác xuất của sự truyền 0 và được nhận sai là 1. Một kênh có tính chất đó được gọi là **kênh đối xứng** nhị phân. (Binary Symetric Channel - BSC). Hình 7.14b chỉ đặt $P_{10} = P_{01} = P$ rồi, $P_{00} = P_{11} = 1 - P$.

Giả sử ta muốn truyền một tín hiệu đến một khoảng cách xa. Trong viễn thông Analog, ta sẽ đặt nhiều mạch khuếch đại dọc theo đường truyền. Tỷ số S/N tại ngõ ra của mỗi mạch khuếch đại thì không lớn hơn tại ngõ vô (thực tế, nó nhỏ hơn là do nhiễu cộng thêm vào). Vậy, nhiễu ngày càng lớn hơn khi khoảng cách gia tăng.

Bây giờ, ta giả sử đổi tín hiệu Analog thành digital gồm một chuỗi bit gồm 0 và 1. Hơn nữa, giả sử rằng ta có thể mô hình hóa kênh như là BSC. Ta tìm xác xuất toàn thể của error (còn gọi là nhịp độ sai bit):

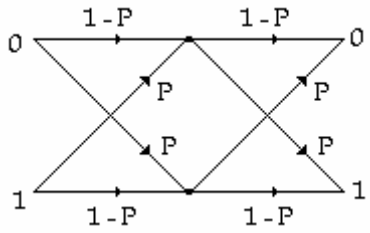
$$P_e = P\,[\,PR(1)\,] + P\,[\,PR(0)\,] \qquad (7.1)$$

PR(1) là khoảng thời gian khi gửi 1. Số hạng thứ nhất của phương trình là khoảng thời gian mà ta gửi 1 và nhận 0. Số hạng thứ hai là khoảng thời gian truyền khi ta gửi 0 và nhận 1. Đó chỉ là 2 cách xử lý bit error. Vì PR(1) + PR(0) = 1.

Ta có:

$$P_e = P\,[\,PR_1(1)\,] + P\,[\,PR(0)\,] = P \qquad (7.2)$$

Bây giờ giả sử P không được cao. Một cách để cải thiện là làm giảm khoảng cách giữa đài phát và máy thu. Giả sử ta đặt một trạm giữa hai trạm gốc. Ta sẽ có một vị trí như hình 7.15.



Hình 7.15: Nối tiếp đôi 2 BSC

P' là xác xuất error cho mỗi BSC mới. Vì khoảng cách là phân nữa, P' sẽ nhỏ hơn P. Liên hệ giữa khoảng cách và bit error thì phi tuyến, nên sự cắt khoảng cách làm hai sẽ cắt bit error bởi một hệ số lớn hơn 2. Trạm ở giữa gọi là một *Repeater*.

Xác xuất toàn thể của bit error của hệ thống " hai bước nhảy " là tổng của xác xuất của một error trên bước thứ nhất và error trên bước thứ nhì. Nếu ta làm hai error (một error cho mỗi bước) thì bit error được cho bởi :

$$P_e = 2p' (1 - p') \quad (7.3)$$

Xác suất error đối với một bước nhảy duy nhất thì thường bé. Những số tiêu biểu từ $p' = 10^{-3}$ đến $p' = 10^{-10}$. Phương trình (7.3) thì được tính xấp xĩ:

$$P_e \approx 2P' \quad (7.4)$$

Vì P' thường nhỏ hơn $P/2$, ta đã cải thiện bit error bằng cách cộng thêm Repeater.

Phương trình (7.4) có thể tổng quát hoá cho số bước nhảy (hop) bất kỳ, và các bước không cần có nhịp error bằng nhau. Một cách tổng quát, error toàn thể trong 1 hệ nhiều bước thì xấp xĩ bằng với tổng của các error thành phần. Khái niệm về repeater là sự phân biệt lớn nhất giữa viễn thông analog và viễn thông digital.

IV. BIẾN ĐIỆU MÃ XUNG - PCM (Pulse code modulation)

PCM là một áp dụng trực tiếp chuyển đổi A/D.

Giả sử biên độ của mỗi xung trong một hệ PAM thì được làm tròn đến một mức có thể. Giả sử, trước hết hàm thời gian gốc (Analog) được làm tròn cho dạng sóng hình bậc thang như hình 7.16. Kế đó, ta lấy mẫu hàm bậc thang và truyền các mẫu theo cách biến điệu biên độ xung (PAM). Sự làm tròn được hiểu như là sự lượng tử hoá, và nó sẽ gây ra một error (nhiễu lượng tử hoá). Đó là, sự xấp xĩ bậc thang thì không giống hệt hàm gốc và sự sai biệt giữa chúng là một error.

Bảng tự vựng các độ cao của xung PAM được thu gọn để chỉ bao gồm các mức lượng tử riêng biệt. *Một xung thu nhận được sẽ so sánh với các xung có thể được truyền* và nó được giãi mã thành tự vựng giống nhất với tín hiệu thu được. Với cách này, những error nhỏ được sửa sai.

Khả năng sửa error là lý do lớn nhất để lượng tử hoá tín hiệu. Thí dụ, giả sử ta muốn truyền một tín hiệu đến một khoảng cách xa trên cáp đồng trục. Nếu tín hiệu được truyền theo kiểu PAM thông thường nhiễu sẽ chen vào theo đường truyền và nhiễu cộng thêm

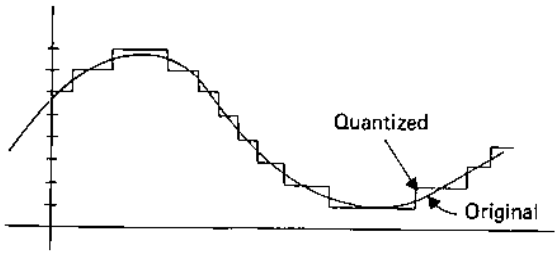
vào mỗi mạch khuếch đại (có nhiều mạch khuếch đại cần đến trên đường truyền để chống lại sự suy giảm dọc theo đường).

Nếu cũng tín hiệu đó, bây giờ ta truyền bằng cách dùng PAM lượng tử hoá. Trong vài điều kiện, hầu hết error sẽ được sửa sai. Nếu những repeater được đặt sao cho nhiễu chen vào giữa bất kỳ hai trạm thì nhỏ hơn một nữa của cở bước của bậc thang. Mỗi repeater sẽ giữ hàm đến dạng bậc thang gốc trước khi khuếch đại và gửi đi.

Đó là, mỗi repeater *sẽ làm tròn mỗi xung nhận được đến mức gần nhất có thể chấp nhận được và rồi truyền đi.*

Sự lượng tử hoá làm tròn các mức dùng làm bậc thang giống tín hiệu mong muốn. Số mức xác định *độ phân giải* (Resolution) tín hiệu. Đó là, một sự thay đổi nhỏ cở nào trong mức tín hiệu có thể được phân tích bằng cách nhìn phiên bản lượng tử hoá của tín hiệu.

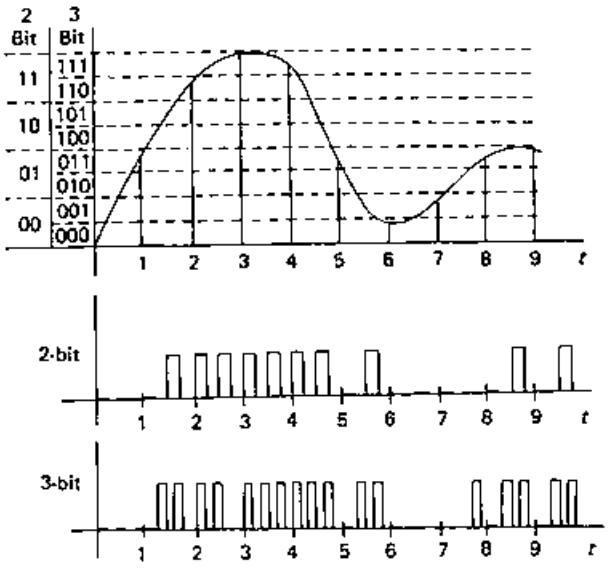
Nếu cần độ phân giải cao, số mức lượng tử hoá phải tăng. Lúc ấy, khoảng cách giữa các mức giảm. Vì tự vựng các từ rất khít nhau, nhiễu giảm.



Hình 7.16: Tiến trình lượng tử hoá

Nếu độ phân giải được cải thiện mà không làm tăng cở tự vựng (không di chuyển các từ khít nhau), sự sửa error sẽ được giữ nguyên PCM là phương pháp để thực hiện điều đó.

Trong một hệ thống PCM, tự vựng của các tín hiệu truyền chỉ chứa hai, 0 và 1. *Các mức lượng tử hoá được mã hoá thành các số nhị phân*. Vậy, nếu có 8 mức lượng tử hoá, thì những trị được mã hoá thành các số nhị phân 3 bit. *Ba xung* sẽ được cần để gửi mỗi trị lượng tử. *Mỗi xung biểu diễn hoặc 0 hoặc 1*. Điều đó giống như khái niệm của ADC. Hình 7.17 biểu diễn s(t) và dạng sóng của PCM 2 bit và 3 bit.



Hình 7.17: PCM

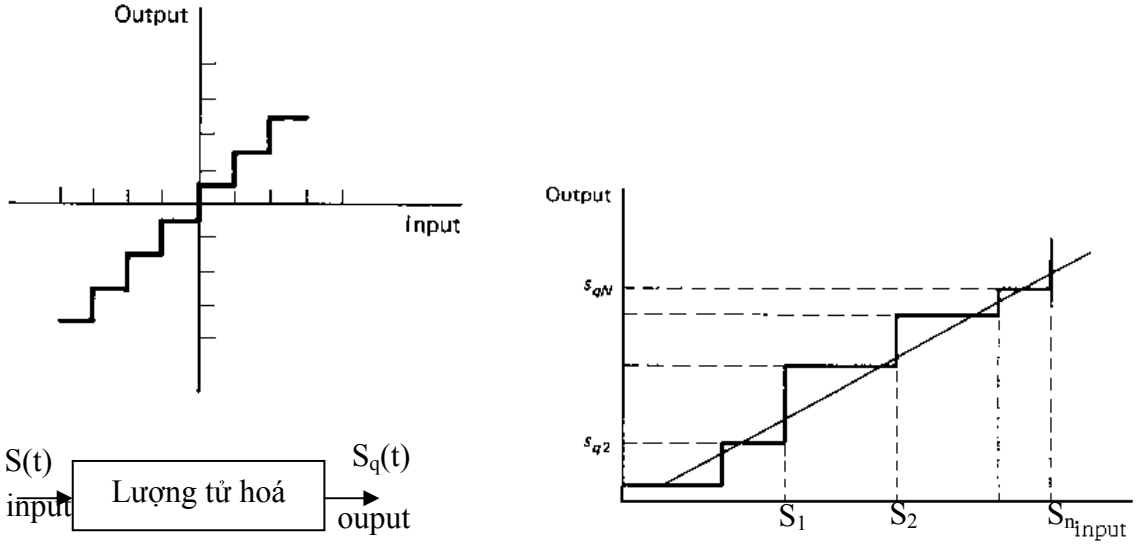
Một *xung dương* biểu diễn cho *bit 1* và một *xung Zero* biểu diễn *bit 0.*

* Hoàn điệu BCM thì đơn giản là một DAC. Khối biến điệu và hoàn điệu thường là IC LSI và được gọi tên là CODEC (coder decoder).

* Multiplexing chia thời gian (TDM):

Khái niệm TDM đã được triển khai ở chương 6. Ta chỉ cần cải biến một ít. Vì mỗi mẫu, thay vì dùng một xung để truyền, bây giờ cần một số xung bằng số bit của sự lượng tử hoá. Thí dụ, với PCM 6 bit, 6 xung phải được truyền trong mỗi chu kỳ lấy mẫu.

V. LƯỢNG TỬ HÓA KHÔNG ĐIỀU ĐẶN (Nonuniform Quantization)



Hình 7.18 sự lượng tử hoá

Hình 7.18a, vẽ sự lượng tử hoá đều đặn. Khoảng của các trị mẫu được chia thành những vùng lượng tử mà mỗi vùng có cùng cở với các vùng khác. Thí dụ, với sự lượng tử hoá 3 bit ta chia toàn thể các trị mẫu thành 8 vùng bằng nhau.

Trong một vài trường hợp, ta lại có thể dùng sự lượng tử hoá không đều đặn. Các khoảng lượng tử hoá thì không hoàn toàn cùng cở với nhau. (Hình 7.18 b).

Hàm lượng tử hoá hình 7.18b có tính chất là các khoảng cách giữa các mức lượng tử thì không đều. Và những mức *output thì không phải là điểm giữa của mỗi khoảng.*

Giả sử trong một đoạn nhạc, điện thế của tín hiệu 1 nằm trong khoảng -2 đến +2. Nếu ta dùng lượng tử hoá đều đặn 3 bit, thì tất cả điện thế giữa 0 và $\frac{1}{2}$V được mã hoá thành cùng một code word là 100. Mã này tương ứng với output được tái tạo có trị là $\frac{1}{4}$V. Tương tự, tất cả các mẫu nằm giữa 1,5 và 2 V được mã hoá thành code word duy nhất là 111, tương ứng với một trị output được tái tạo là $\frac{7}{4}$V. Với nhạc " Soft " tín hiệu có thể không vượt quá $\frac{1}{2}$V trong một quảng dài, nên độ rõ của nhạc sẽ bị mất. Sự lượng tử hoá đều đặn cho cùng một độ phân giải ở các mức cao cũng như thấp.

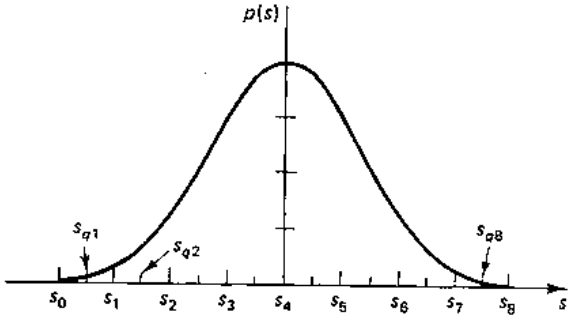
Hình 7.18b:

Si: Vùng lượng tử hóa.

Sqi: Trị làm tròn.

Ta thấy (ở phần sau) một khi các vùng lượng tử hóa đã được chọn, các trị làm tròn cũng được chọn, là trọng tâm (center of gravity) của phần tương ứng của mật độ xác xuất.

Hình 7.19 chỉ một thí dụ biểu diễn cho hàm mật độ xác xuất (giống như mật độ Gauss). Ta chia nó làm 8 vùng đều nhau (từ S_0 đến S_8). Nếu các vùng lượng tự hóa đã cho thì các trị làm tròn sẽ xấp xĩ gần như là trọng tâm của mỗi vùng (các Sqi).



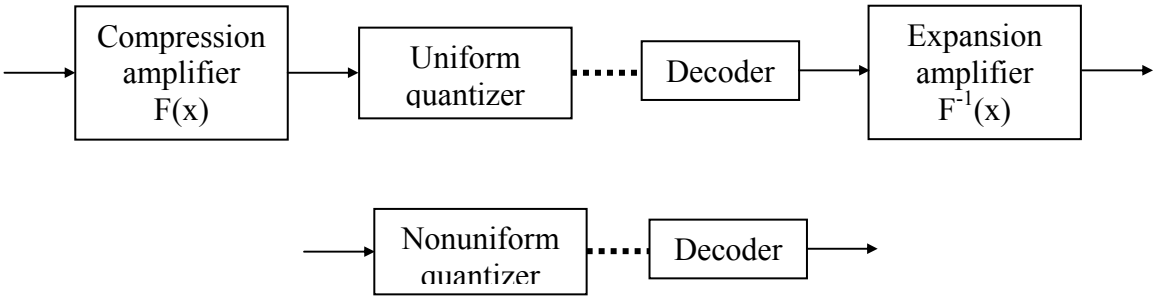
Hình 7.19: Mật độ xác xuất tín hiệu

Mặc dù tai người kém nhạy đối với những thay đổi ở các mức cao hơn. Đáp ứng của tai người thì không tuyến tính. Vì vậy, ta có thể dùng cách lượng tử hoá không đều: *Các bước lượng tử hoá nhỏ ở những mức thấp và các bước lượng tử hoá lớn hơn ở những mức cao hơn.*

*** Nén và giải nén (Companding)**

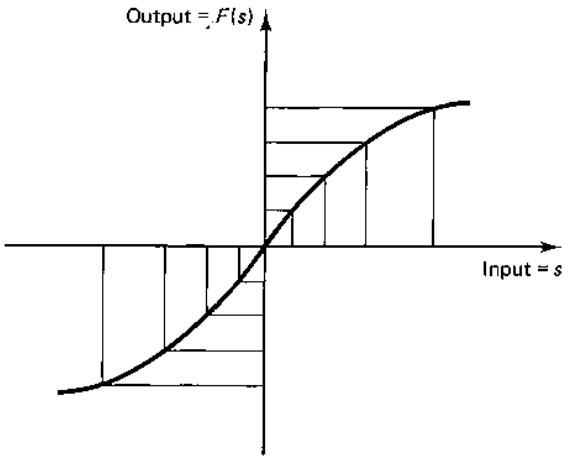
Dạng phổ biến nhất của LTH không đều đặn là " companding " thuật ngữ này lấy từ các thuật ngữ " compressing & expanding " (nén & giai nen).

Việc xử lý như hình 7.20. Tín hiệu gốc được nén bằng các dùng 1 linh kiện phi tuyến không nhớ. Sau đó, tín hiệu bị nén được lượng tử hoá đều đặn. Sau khi được truyền đi, tín hiệu được giãi mã và phải được trương bằng cách dùng một hàm phi tuyến ngược lại với hàm đã dùng khi nén.



Hình 7.20: Companding

- Trước hết, ta phân giải tiến trình nén. Trước khi LTH, tín hiệu bị *làm biến dạng bởi 1 hàm tương tự như thấy ở hình 7.21. Nó nén những trị lớn của input trong lúc nó làm tăng những trị nhỏ hơn*. Nếu một tín hiệu analog đưa vào mạch nén, rồi output được LTH đều đặn, thì kết quả sẽ tương đương với sự LTH với các bước bắt đầu nhỏ và dần lớn hơn đối với các mức tín hiệu cao hơn (hình 7.21). Ta chia output của mạch nén làm 8 vùng bằng nhau. Hàm được dùng để chuyển đổi các giới hạn của những vùng này thành hoành độ (biểu diễn tín hiệu vào không bị nén). Nhớ là các vùng trên trục 1 bắt đầu nhỏ và lớn hơn khi những trị của s gia tăng.



Hình 7.21: Phương thức nén

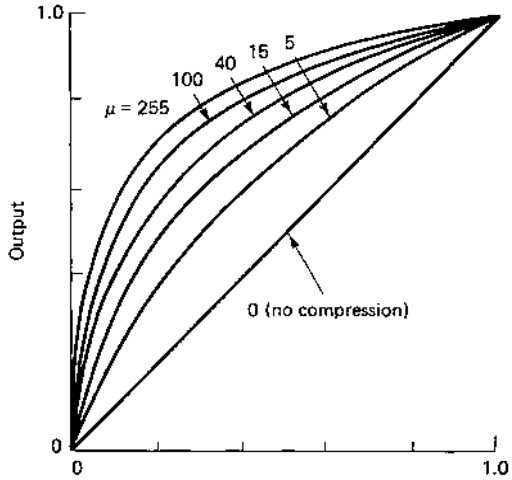
Áp dụng tiêu biểu nhất của Companding là truyền tiếng nói. Bắc Mỹ và Nhật sử dụng một đường cong chuẩn, gọi là " Compading " theo luật μ. Châu Âu có kiểu khác hơn, gọi là Alaw Compading.

Công thức nén μ.law

$$F(S) = \text{sgn}(s)\frac{Ln(1+\mu|s|)}{Ln(1+\mu)}$$

Hàm này được vẽ cho vài trị đã chọn lựa của μ.

Thông số μ định nghĩa là độ cong của hàm. Trị thường dùng nhất: μ = 255.

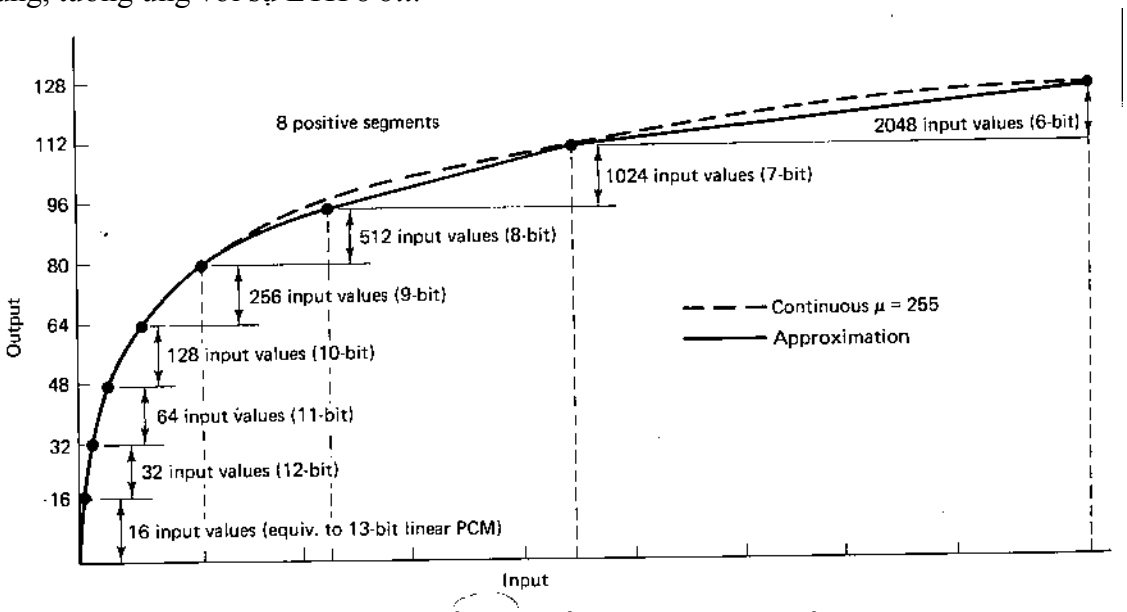


Hình 7.22: Nén theo luật μ. (μ. Law Compeding).

* Một cách để sử dụng mạch Companding μ255 là mô phỏng một hệ phi tuyến có đường cong liên hệ vào/ ra giống như đương cong μ255. Rồi cho những trị mẫu vào hệ thống và lượng tử hoá đều đặn tín hiệu ra bằng cách dùng một mạch A/D 8 bit.

* Một cách khác là tính xấp xĩ đường cong μ255 bằng cách tuyến tính hoá từng phần, như hình 7.23. Ta chỉ vẽ phần dương của input. Đường cong là một hàm lẽ. Ta tính xấp xĩ phần dương của đường cong bằng 8 đoạn thẳng. Ta *chia phần output dương thành 8 đoạn bằng nhau* (Hậu quả là chia input thành 8 vùng không bằng nhau). Trong mỗi đoạn này, ta lượng tử hoá *4 bit.* Vậy mỗi vùng (của 8 vùng input) đã được

chia làm *16 vùng phụ,* tổng cộng là 128 vùng cho mỗi phía của trục. Vậy ta có 256 ($=2^8$) vùng, tương ứng với sự LTH *8 bit.*



Hình 7.23: Sự tính xấp xĩ tuyến tính hóa từng phần μ255.

* Kỹ thuật gửi 1 trị mẫu là gửi 8 bit mã hoá như sau :

- 1 bit được dùng để chỉ cực tính của mẫu: 1 cho dương và 0 cho âm.
- 3 bit dùng để nhận dạng trị mẫu nằm trong đoạn tuyến tính hoá nào.
- 4 bit dùng để nhận dạng mức LTH trong mỗi vùng lấy mẫu sự quan hệ logarithm của luật μ255 đưa đến sự phụ thuộc thú vị giữa 8 đoạn:

* Mỗi đoạn trên trục input thì rộng *gấp đôi* đoạn bên trái của nó. Độ phân giải của đoạn thứ nhất, như vậy, sẽ gấp đôi đoạn kế tiếp. Và cứ thế.

Vùng thứ 6 (kể từ gốc) trên trục input gồm một khoảng có độ phân giải cho các trị mẫu bằng với độ phân giải của LTH đều đặn dùng A/D 8 bit.

Độ phân giải của vùng bên trái của nó giống như của LTH đều đặn 9 bit.

Tương tự, cứ dịch về bên trái, mỗi vùng có độ phân giải của 1 mạch LTH đều đặn nhiều hơn 1 bit so với vùng kế cận.

VI. KỸ THUẬT BIẾN ĐIỆU LUÂN PHIÊN (alternate modulation techniques).

Trong kỹ thuật biến điệu mã hoá nguồn tin bằng phương pháp PCM, mỗi trị mẫu được mã hoá bằng một số nhị phân. Mã nhị phân này có khả năng biểu diễn các trị mẫu đo được trong toàn thể phạm vi động này. Ví dụ như nếu ta bắt đầu với một tín hiệu nằm trong khoảng từ –5 đến +5 V, mã phải có khả năng chỉ định được các trị mẫu trong khoảng 10 V. Kết quả nhiễu lượng tử phụ thuộc vào khoảng động này.

Nếu ta có thể bằng cách nào đó thu nhỏ khoảng động đã đề cập ở trên, tín hiệu nhiễu có thể được cải thiện (ví dụ như sai số làm tròn được giảm xuống). Các dạng nguồn tín hiệu mã hoá thay đổi luân phiên hoạt động dựa trên nguyên lý này.

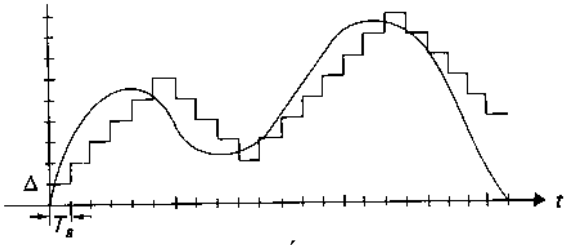
1. BIẾN ĐIỆU DELTA (delta modulation)

Biến điệu delta là một kỹ thuật đơn giản thu nhỏ khoảng động các số được mã hoá. Thay vì truyền mỗi trị mẫu độc lập, ta sẽ truyền hiệu số giữa một mẫu và mẫu trước đó. Nếu việc lấy mẫu với nhịp Nyquist, hiệu số này có một khoảng động rộng gấp đôi các mẫu nguyên thuỷ. Bởi vì với nhịp Nyquist, mỗi mẫu sẽ độc lập với mẫu trước đó. Hai mẫu kề nhau có thể nằm ở biên độ nhỏ nhất và lớn nhất. Tuy nhiên, nếu ta lấy mẫu ở tốc độ cao hơn nhịp Nyquyst, các mẫu này có liên quan với nhau và khoảng động của sự khác nhau giữa hai mẫu, nhỏ hơn so vớichính bản thân của mẫu đó. Nếu kết quả lấy mẫu ở một tốc độ nhanh hơn (nhưng thu nhỏ khoảng động), ta có thể truyền thông tin bằng cách dùng một vài bít nhị phân (giống như lượng tử hoá nhiễu).

Biến điệu Delta lượng tử hoá hiệu số này bằng cách chỉ sử dụng một bit. Ví dụ như bít 1 sẽ được gửi nếu hiệu số là dương và bít 0 được gửi nếu hiệu số là âm. Sự khác nhau giữa hai mẫu được mã hoáchỉ bằng một trong hai mức. Ta gọi hai khả năng đó là + Δ hoặc - Δ. Tại mỗi thời điểm lấy mẫu, dạng sóng được lượng tử hoá chỉ có thể hoặc là tăng hoặc là giảm bằng số Δ.

Hình 7.24 trình bày một dạng sóng analog điển hình và kết quả lượng tử hoá của nó. Vì dạng sóng được lượng tử hoá, chỉ có thể hoặc là tăng hoặc là giảm bởi Δ ở tại mỗi điểm lấy mẫu nên ta lấy gần đúng các trị bậc thang cho dạng sóng analog. Ta sẽ kiểm tra việc lựa chọn tốc độ lấy mẫu và kích thước cỡ bước trong phầnsau. Nếu bậc thang ở dưới trị mẫu analog, ta sẽ tăng chiều dương (và được gọi là một bước lên). Nếu nấc thang ở trên trị mẫu, ta sẽ tăng theo chiều âm (được gọi là một bước xuống). Các bit được truyền trong ví dụ trên hình 7.24 là:

1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0

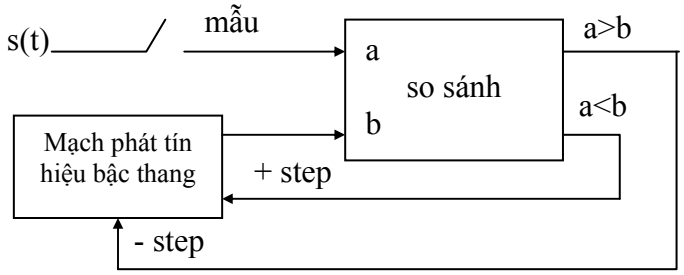


Hình 7.24 Biến điệu delta

Hệ thống thu sẽ tái tạo lại bậc thang gần đúng trực tiếp từ thông tin nhị phân nhận được. Nếu nhận được giá trị1, khối hoàn điệu sẽ tăng lên một bậc theo chiều dương. Còn nếu nhận được giá trị 0, sẽ giảm một bậc tương ứng (tăng theo chiều âm).

Sự diễn giải ở trên dẫn đến một bộ lượng tử hoá đơn giản sử dụng bộ so sánh (comparator) và khối phát hàm bậc thang (staircase generator). Bộ biến đổi A/D được trình bày như hình 7.25.

Hình 7.25 Khối biến điệu DM

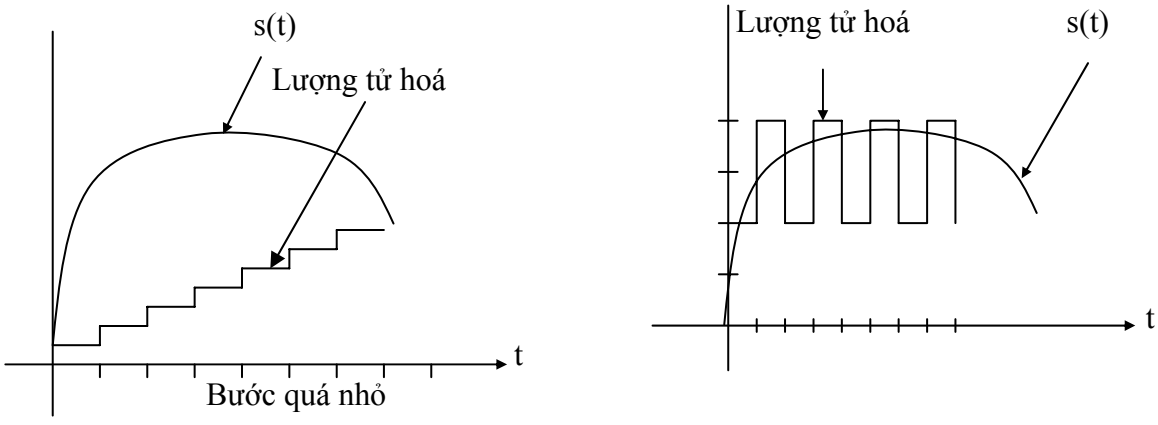


Chìa khoá để dùng biến điệu delta có hiệu quả là sự chọn lựa thông minh hai thông số: cỡ bước (size step) và tốc độ lấy mẫu. Những thông số này phải được chọn sao cho tín hiệu bậc thang gần với dạng sóng analog thực tế. Bởi vì tín hiệu có một tần số trên xác định, nên ta biết được tốc độ nhanh nhất khi nó thay đổi. Tuy nhiên, để tính toán tốc độ nhanh nhất có thể của tín hiệu, tần số lấy mẫu và/hoặc cỡ bước phải tăng. Việc tăng tần số lấy mẫu dẫn đến kết quả trong dạng sóng biến điệu delta phải khổ băng rộng hơn. Tăng cỡ bước sẽ làm tăng sai số lượng tử hoá.

Hình 7.26 trình bày hậu quả của cỡ bước sai. Nếu các bậc quá nhỏ, ta sẽ gặp một điều kiện quá tải dốc (slope overload) mà ở đó các bậc thang không thể lần ra dấu vết của những sự thay đổi quá nhanh trong tín hiệu analog. Vì thế, độ dốc lớn nhất mà bậc thang có thể nhận ra là Δ/T_s. Ngược lại, nếu các bậc này quá lớn, xảy ra sự quá đà đáng kể trong suốt chu kỳ khi tín hiệu không thay đổi nhanh. Trong trường hợp đó, ta có nhiễu lượng tử hóa và được gọi là nhiễu hạt (Granular Noise).

Hình 7.26 Sự lựa chọn không đúng của kích thươc trong DM

Biến điệu delta sử dụng tiến trình mã hoá nguồn tin, và nó sử dụng bộ nhớ để giảm



khoảng động. Trong mộtvài bối cảnh, chúng có thể lưu trữ các mức giống nhau như PCM với một vài bit được truyền trong mỗi giây. Tuy nhiên, vì hệ thống có bộ nhớ nên các lỗi truyền bit sẽ được cải thiện. Trong PCM, một lỗi bit truyền gây ra một lỗi trong việc sắp

xếp lại cấu trúc giá trị mẫu có liên quan. Lỗi chỉ ảnh hưởng lên mẫu được sắp xếp lại. Nếu một lỗi bit xảy ra trong biến điệu delta, bộ biến đổi A/D trong hệ thống thu sẽ bước lên thay vì bước xuống (hoặc ngược lại) và tất cả các giá trị sau đó chứa một *lỗi offset* gấp đôi cở bước. Nếu một lỗi bit xảy ra theo hướng ngược lại, lỗi offset bị triệt. Và nếu lỗi offset có vấn đề, hệ thống cần thiết khởi động lại từ mức tham chiếu (thường là zero).

2. BIẾN ĐIỆU DELTA THÍCH NGHI (adaptive delta modulation).

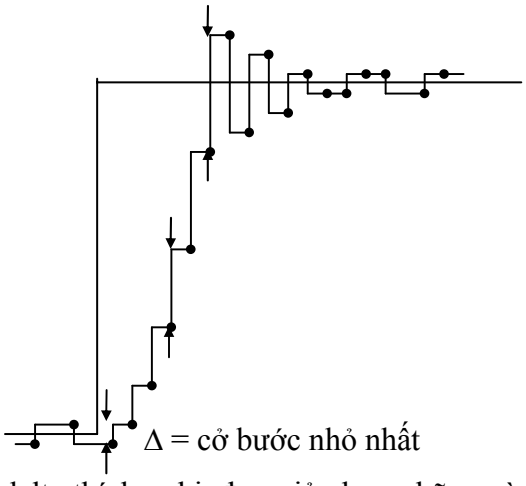
Ta đã trình bày cỡ bước thích hợp để sử dụng trong biến điệu delta phụ thuộc vào yếu tố: làm sao để tín hiệu thay đổi nhanh từ mẫu này sang mẫu kế tiếp. Khi tín hiệu thay đổi nhanh, cỡ bước lớn hơn sẽ tránh được quá tải. Còn khi tín hiệu thay đổi chậm, cỡ bước nhỏ hơn sẽ thu nhỏ bước quá đà (overshoot) và như thế giảm nhiễu hạt.

Biến điệu delta thích nghi là một phương pháp cho phép điều chỉnh cỡ bước phụ tuỳ vào các đặc điểm của tín hiệu tương tự. Tiêu chí của nó là, hệ thống thu có khả năng thích nghi với các cở bước một cách chính xác giống như ở hệ thống phát. Nếu không, thiết bị thu không hồi phục tín hiệu được phát gốc đã lượng tử hoá(hàmbậc thang). Vì sự truyền mộtchuỗi bit nhị phân liên tiếp, cỡ bước phải được tắt từ chuỗi bit này (ngoại trừ trường hợp ta gửi một tín hiệu điều khiển riêng biệt).

Nếu trong chiều dài chuỗi bit đã chứa số lượng cân bằng giữa các bit 1 và các bit 0, ta có thể giả sử rằng bậc thang giao động xung quanh một tín hiệu analog thay đổi chậm. Trong những trường hợp như thế, ta nên giảm cở bước. Ngược lại, nếu các bit 1 hoặc 0 vượt quá trong chuỗi bit, có nghĩa là bậc thang đang cố gắng đuổi bắt hàm. Trong những trường hợp như vậy, ta nên tăng cỡ bước lên.

Trong thực tế, kiểm soát cỡ bước được thực hiện bởi bộ *tích hợp số* (digital intergrator). Bộ tích hợp này sẽ tính tổng số bit qua một số chu kỳ nhất định. Nếu tổng bị lệch khỏi sự cân bằng các bit 0 và 1, cỡ bước sẽ được tăng lên. Thực chất tổng các bit sẽ được đổi sang một giá trị điện thế tương ứng rồi chuyển sang bộ khuếch đại có độ lợi thay đổi. Độ lợi có giá trị nhỏ nhất khi điện thế vào tương ứng với sự cân bằng của bit 1 và 0 trong chu kỳ. Và ta nói rằng đây là bộ khuếch đại điều khiển cỡ bước.

Hình 7.27 Thuật toán Song.

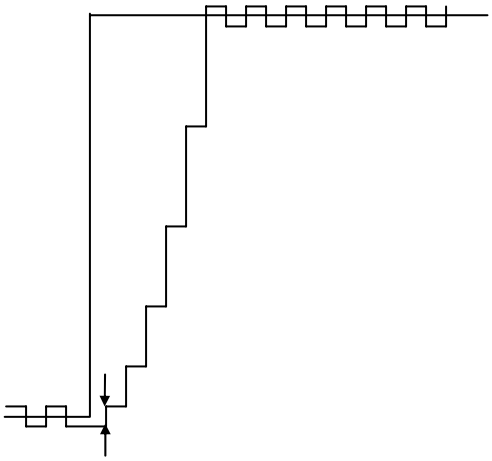


Có vài thuật toán biến điệu delta thích nghi, đơn giản hơn những gì mà ta vừa đề cập. Đó là thuật toán *Song* và thuật toán *Space Shuttle*.

Thuật toán Song so sánh bit truyền với bit trước đó. Nếu hai bit này giống nhau, cỡ bước tăng lên một lượng cố định Δ. Còn nếu hai bit này khác nhau, cỡ bước giảm đi một lượng tương ứng Δ. Vì thế cỡ bước luôn thay đổi và nó có thể rất lớn không giới hạn nếu cần thiết. Ta sẽ minh hoạ điều này cho một hàm bước ngõ vào ở hình hình 7.27. Một hàm bước ngõ vào trình bày trường hợp đặc biệt và sẽ không xảy ra trong thực tế bởi vì một hàm bước có tần số hữu hạn. Chú ý rằng một giao động tắt dần xảy ra, sẽ kéo theo sự thay đổi nhanh chóng trong tín hiệu.

Nếu một tín hiệu tương tự chờ để có nhiều sự chuyển đột ngột giống như hàm bước, các giao động tắt dần sau thuật toán Song có thể có vấn đề. Những bức ảnh và các vật thể chi tiết có thể có nhiều cách chuyển như vậy vì chúng đã được quét (scan) cho việc truyền đó (đó là sự thay đổi nhanh từ trắng sang đen).

Thuật toán Space Shuttle là sự cải biến của thuật toán Song để hạn chế giao động tắt dần. Khi môt bit hiện tại giống với bit trước đó, cỡ bước sẽ tăng một trị cố định Δ. Điều này giống như thuật toán Song. Tuy nhiên, khi các bit này khác nhau, cỡ bước đảo lại tức, đến một giá trị nhỏ nhất của nó là Δ. Điều này, tương phản với thuật toán Song mà ở đó kích thước bước giảm hướng về zero ở tại mỗi chu kỳ lấy mẫu tỉ lệ với Δ. Thuật toán Space Shuttle được minh hoạ ở hình 7.28 cho hàm dốc ngõ vào giống như ở hình 7.27.

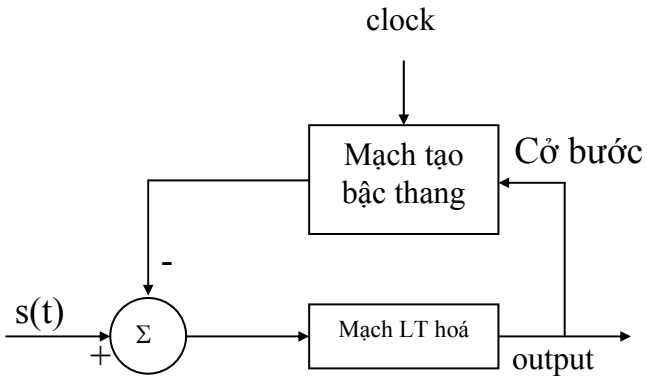


Hình 7.28 Thuật toán Space shuttle

Ngoài PCM, DM, ADM còn có những phương pháp khác để mã hoá thông tin tương tự sang dạng số. Mục đích của mỗi hệ thống là gửi thông tin với độ tin cậy lớn nhất và băng thông nhỏ nhất. Bây giờ ta giới thiệu ba trong nhiều phương pháp: biến điệu mã hoá xung delta DPCD (delta pulse code modulatuion), PCM vi phân, biến điệu mã hoá xung vi phân thích nghi ADPCM (adaptive differential pulse code modulation).

Trong biến điệu delta, ta phỏng định một dạng sóng liên tục thành một sóng bậc thang. Ơ tại mỗi thời điểm lấy mẫu, ta phát triển số hạng lỗi (error term). Đó là hiệu số giữa tín hiệu và hàm bậc thang. Ta lượng tử hoá lỗi này để phát triển thành một số hạng đúng (correct term) rồi được cộng thêm vào hàmbậc thang. Trường hợp biến điệu delta cơ bản, việc lượng tử hoá được thực hiện trong đơn vị 1 bit. Trong biến điệu PCM delta (DPCM) ta mã hoá lỗi thành nhiều hơn một bit và cộng số hạng này vào giá trị bậc thang trước đó như trình bày ở hình 7.29. Vì thế, thay vì các bậc thang chỉ có một biên đô thì bây giờ chúng có thể có các cỡ là một trong 2, 4, 8 hoặc bất cứ giá trị nào là luỹ thừa 2. ở tại mỗi thời điểm lấy mẫu, bây giờ ta phải gửi nhiều hơn một bit thông tin, các bit thay đổi thể hiện mã PCM cho biểu thức lỗi. Thuận lợi của DPCM so với PCM thông thường là sự

chọn lựa thích hợp của chu kỳ lấy mẫu và lỗi được lượng tử có một khoảng động nhỏ hơn tín hiệu gốc. Như vậy với cùng số bit lượng tử hoá ta có độ phân giải tốt hơn, cái giá phải trả là sự phức tạp của bộ biến điệu. Cái khó của ta là sự biến điệu. Nếu tín hiệu luôn ở tần số lớn nhất (một cách xác định tốc độ lấy mẫu trong PCM), DCPM cũng giống như PCM. Tuy nhiên, bởi vì các tần số tín hiệu thường được phân bố tron một khoảng, nên các mẫu gần nhau thường có mối tương quan với nhau và có thể thực hiện tốt từ hệ thống này hơn là từ hệ thống PCM với cùng một tốc độ truyền bit.



Hình 7.29 Delta PCM.

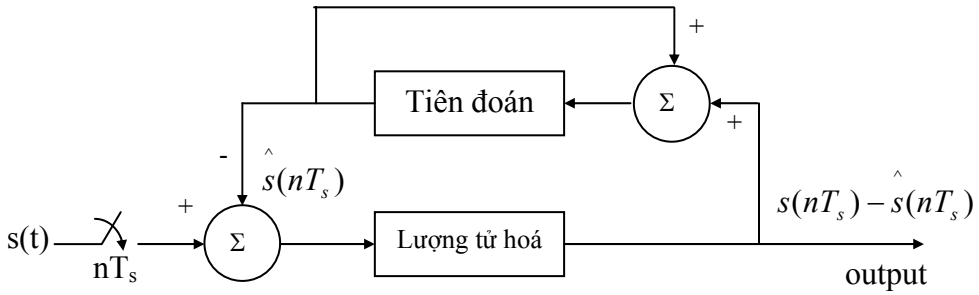
PCM vi phân là một kỹ thuật truyền thông tin khác về sự thay đổi trong các mẫu hơn làchính giá trị mẫu của nó. Cách tiếp cận này bao gồm các bước thêm vào mà nó không là một phần của PCM delta. Bộ biến điệu này không gửi sự khác nhau giữa các mẫu gần nhau. Nhưng nó lại gửi sự khác nhau giữa một mẫu và giá trị đoán trước của mẫu đó. Sự tiên đoán này dựa trên cơ sở của các mẫu trước đó. Điều này được minh hoạ ở hình 7.30.

Ký hiệu $\hat{s}(nT_s)$ được dùng để biểu thị giá trị tiên đoán $s(nT_S)$.

Hình thức đơn giản nhất của sự tiên đoán khi ước lượng là một hàm tuyến tính của các giá trị mẫu trước đó. Vì thế, nếu chỉ sử dụng một mẫu ta có.

$$\hat{s}(nT_s) = As[(n-1)T_s]$$

Trong đó A là hằng số. Khối tiên đoán trong hình 7.30 là mạch nhân của giá trị A.



Hình 7.30 PCM khác biệt (differential PCM).

Việc khó khăn là chọn giá trị A để tạo được sự tiên đoán tốt đến mức có thể. Ta định nghĩa một sai số tiên đoán như sự khác nhau giữa các mẫu và giá trị ước lượng của nó. Do đó,

$$E(nT_s) = s(nT_s) - \hat{s}(nT_s)$$
$$= s(nT_s) - As[(n-1)T_s]$$

Giá trị trung bình bình phương của lỗi là:

$mse = E[e^2(nT_s)]$

$= E[s^2(nT_s) + A^2E[s^2((n-1)T_s] - 2AE[s(nT_s)s((n-1)T_s]$

$= R(0)[(1+A^2) - 2AR(T_s)]$

Trong đó R(t) là hàm tự tương quan của s(t). Có thể làm lỗi nhỏ lại bằng cách lấy đạo hàm của mse theo A và cho giá trị này bằng zero.

$$d(mse)/dA = 2AR(0) - 2R(T_s) = 0 \qquad (7.7)$$

Hoặc $E[s(n-1)T_s(s(nT_s) - As((n-1)T_s)] = 0$

Và cuối cùng ta có: $A = \dfrac{R(T_s)}{R((0)}$

Biểu thức (7.7) cho ta một cách nhìn trực giác. Nó chứng tỏ rằng trị mong muốn tích của lỗi với mẫu được đo là zero. Thế thì, lỗi không có thành phần nào trong cách nhìn hai đại lượng đó là trực giao (orthogonal). Nếu lỗi đã có một thành phần trong cách nhìn đó, ta có thể giảm được thành phần này tiến tới zero bằng cách điều chỉnh lại hằng số A.

Bộ tiên đoán trong hình 7.30 mang giá trị mẫu gần nhất (nó hình thành bằng cách cộng giá trị tiên đoán vơi số hạng hiệu số và có độ lớn $R(T_s)/R(0)$. Ta giả sử rằng việc xử lý ngõ vào được xem như đủ lâu để có thể ước lượng tính tự tương quang của nó.

Ví dụ 7.4: Tìm độ lớn liên hệ với một bộ tiên đoán hoạt động trên hai mẫu gần đây nhất. Hãy ước lượng cách thực hiện.

Giải: sự tiên đoán được cho bởi công thức sau

$$\hat{s}(nT_s) = As[(n-1)T_s] + Bs[(n-2)T_s]$$

Trong đó, mục tiêu của ta là chọn giá trị thích hợp nhất cho A và B. Cách tốt nhất cho sự chọn lựa này là lỗi không có thành phần nào trong lượng đo trực tiếp. Vì thế ta có:

$E([s(nT_s) - As[(n-1)T_s] - Bs[(n-2)T_s]]s[(n-1)T_s]) = 0$

$E([s(nT_s) - As[(n-1)T_s] - Bs[(n-2)T_s]]s[(n-2)T_s]) = 0$

Khai triển biểu thức này ta được:

$R(T_s) - AR(0) - BR(T_s) = 0$

$R(2T_s) - AR(T_s) - BR(0) = 0$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được kết quả của A và B như sau:

$$A = \frac{R(T_s)[R(0) - R(2T_s)]}{R^2(0) - R^2(T_s)}$$

$$B = \frac{R(0)R(2T_s) - R^2(T_s)}{R^2(0) - R^2(T_s)}$$

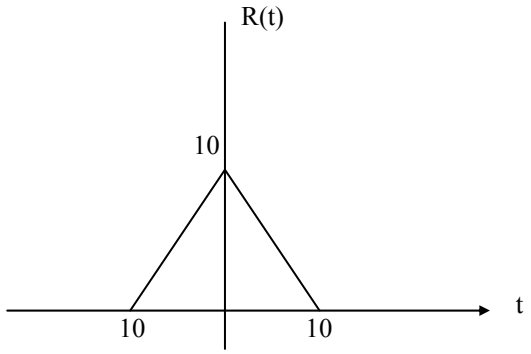
Vậy lỗi bình phương là:

$mse = E([s(nT_s) - \hat{s}(nT_s)]^2)$

$= E(s^2(nT_s)) - E(\hat{s}(nT_s)s(nT_s))$

$$= \quad R(0) - \frac{R(0)R^2(T_s) + R^2(2T_s) - 2R(2T_s)R^2(T_s)}{R^2(0) - R^2(T_s)}$$

Giả sử rằng hàm tự tương quan của s(t) được trình bày như hình 7.31 và chu kỳ lấy mẫu là 1 giây., kết quả của mse = 1.895.



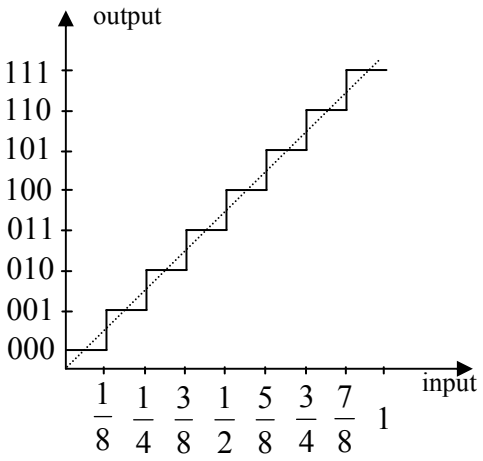
Hình 7.31 Tự tương quan (Autocorrelation) cho ví dụ 7.4.

Để so sánh, nếu ta không xác định $s[(n-1)T_s]$ và $s[(n-2)T_s]$ mà chỉ tiên đoán một cách đơn giản nhất ở tại giá trị trung bình hoặc zero, trung bình bình phương của lỗi sẽ là R(0) hoặc 10.

Đối với tín hiệu tiếng nói, một hệ thống PCM vi phân sử dụng sự tiên đoán trên mẫu gần nhất có thể tiết kiệm một bit/mẫu, nên hệ thống PCM vi phân có thể có lỗi tương đương như hệ PCM nhưng ít hơn một bit/ mẫu. Vì thế, nếu ta nghĩ một kênh tiếng nói đòi hỏi lượng tử hoá 8 bit PCM, nhịp truyền sẽ là 64kbps. PCMvi phân chỉ cần 7 bit/ mẫu. Vì thế nó sẽ giảm nhịp truyền xuống còn 56kbps và giải phóng kênh đó cho việc khác.

Trong DPCM thích nghi, hệ số tiên đoán không là hằng số trong toàn bộ sự truyền. Vì mỗi nhóm (group) có chiều dài của các mẫu là n, nên ta có thể tính toán một ma trận $[R_{ij}]$. Ta sử dụng ma trận này để tìm ra các hệ số tiên đoán. Khi các hệ số tiên đoán không còn là hằng số nữa, phải có cách để đảm bảo rằng bên hệ thống thu cũng sử dụng cùng các hệ số như vậy. Phương pháp tổng quát nhất cho việc thiết lập này là gửi các hệ số cập nhật như một overhead(thông thường được nhân với một thông tin mẫu).

VII. NHIỄU LƯỢNG TỬ (quantization noise).



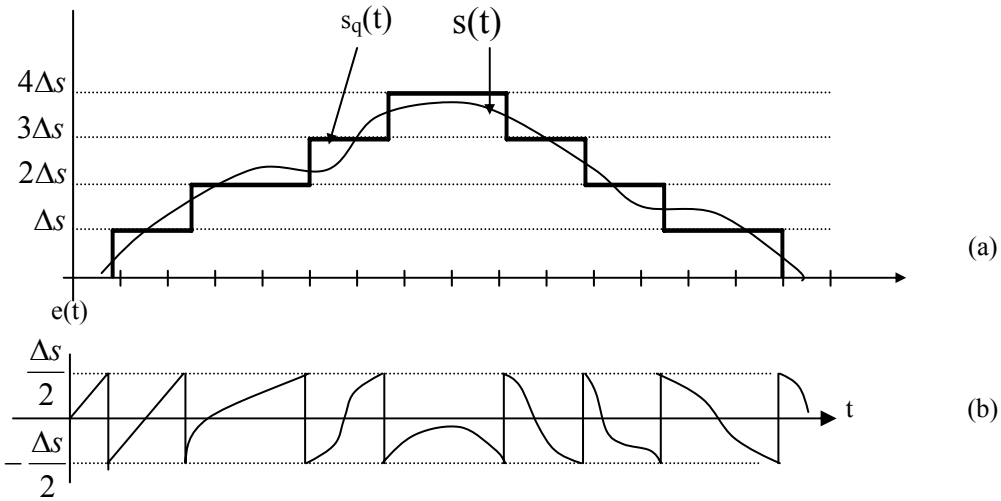
Hình 7.32 Mối quan hệ vào ra của lượng tự hoá.

Ta bắt đầu nghiên cứu nhiễu lượng tử trong kỹ thuật PCM bằng cách kiểm tra lại mối quan hệ vào ra lượng tử của hình 7.32. Nhiễu lượng tử hay lỗi, được định nghĩa như một hàm thời gian mà thực chất là hiệu giữa $s_q(t)$ (dạng sóng lượng tử) và s(t). Lỗi này được cho bởi: $e(nT_s) = s(nT_s) - s_q(nT_s)$

Hình 7.33 minh hoạ một hàm thời gian tiêu biểu là s(t) và kết quả lượng tử của hàm thời gian là $s_q(t)$. Trong khi ta minh hoạ hàm thời gian, điều quan trọng nhất cần chú ý là các giá trị mẫu được làm tròn không giống như hàm thời gian tương tự. Vì thế, những giá trị có nghĩa của $s_q(t)$ là những giá trị ở tại những thời điểm gian lấy mẫu nT_s. Hình hình 7.33 b trình bày lỗi lượng tử hoá e(t) như là hiệu của s(t) và $s_q(t)$. Chú ý rằng ta chỉ quan tâm những giá trị của hàm lỗi này ở tại những thời điểm lấy mẫu. Biên độ biểu thức của tín hiệu lỗi, không vượt quá một nữa khoảng của các mức lượng tử.

Hình 7.33 Lỗi lượng tử.

Ta mong muốn sẽ tìm ra được các thống kê trung bình của lỗi. Để làm được điều đó,



đầu tiên ta phải tìm hàm mật độ lỗi có thể xảy ra. Hình 7.34 minh hoạ lỗi như một hàm giá trị mẫu ngõ vào. Đường cong lỗi bắt đầu tại -ΔS/2 tức ở tại đường biên dưới của mỗi khoảng lượng tử và tăng tuyến tính đến giá trị +ΔS/2 ở tại đường biên trên. Nếu bây giờ

ta biết được hàm mật độ xác suất của những trị mẫu, vấn đề sẽ trở nên đơn giản cho việc tìm hàm mật độ xác suất của e. Đây là một ứng dụng của hàm có biến ngẫu nhiên. Kết quả là:

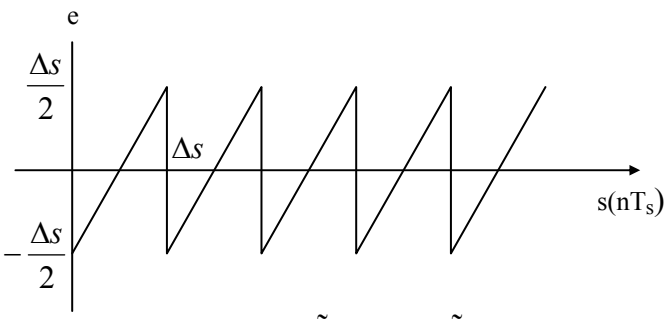
$$p(e) = \sum_i \frac{p(s_i)}{|de_i / ds_i|}$$

S_i là các giá trị thay đổi của s tương ứng với e. Nếu ta đặt e bằng một giá trị xác định như trong hình 7.34,, có một số giá trị của s (bằng với số các vùng lượng tử) chính là giá trị của e. Biên độ hàm dốc, luôn là 1. Vì thế biểu thức 7.9 có thể viết lại là

$$p(e) = \sum_i p(s_i) \qquad (7.10)$$

Giá trị thứ nhất của s_i ở bên phải so với giá trị gốc là:

$$s_i = \frac{e + \Delta S}{2}.$$

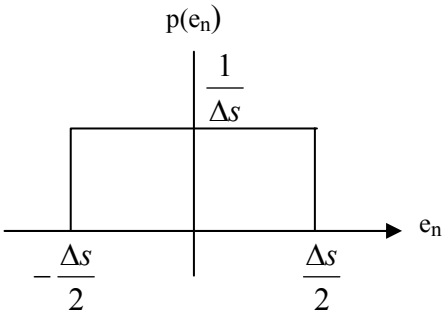


Hình 7.34 Giá trị mẫu kháng lỗi.

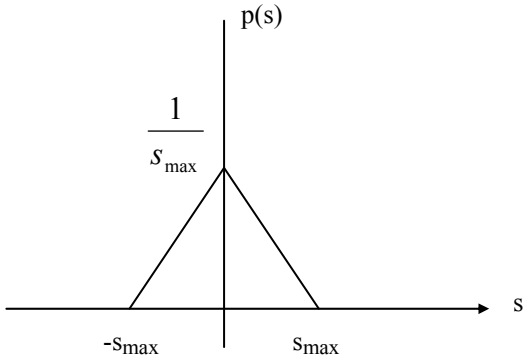
Tất cả các giá trị khác của s_i có thể tìm bằng cách cộng hoặc trừ thêm một lượng ΔS từ giá trị này.

Nếu các mẫu được phân bố đều nhau trên dãy giá trị, các số hạng trong biểu thức tổng 7.10 sẽ trở thành hằng số tức là chiều cao của hàm mật độ gốc. Kết quả là mật độ lỗi đồng đều như được trình bày ở hình 7.35. Bây giờ ta giả sử rằng các mẫu có mật độ hình tam giác như được trình bày ở hình 7.36. Kết quả vẫn là mật độ lỗi đồng đều của hình 7.35. Thật vậy, khi e tăng, tổng s_i của biểu thức 7.10 cũng tăng một lượng tương ứng. Trong mật độ hình tam giác, mỗi giá trị tổng giảm xuống, giá trị khác sẽ tăng lên một lượng giống như vậy. Một đối số tương tự như vậy có thể dùng cho bất cứ
mật độ nào mà nó tương ứng giá trị tuyến tính qua phạm vi vùng lượng tử đơn. Vì thế, mật độ đồng đều của hình 7.35 được coi như gần đúng trên phạm vi rộng của các tín hiệu ngõ vào.

Hình 7.35 Mật độ xác suất lỗi.



Hình 7.36 Mật độ xác suất tam giác.



Bây giờ nếu ta biết mật độ lỗi, ta có thể tìm được trung bình bình phương của nó:

$$mse = \int_{-\infty}^{+\infty} p(e_n) e_n^2 de_n = \frac{1}{\Delta S} \int_{-\Delta S/2}^{\Delta S/2} e_n^2 de_n = \frac{\Delta S^2}{12}$$

Kết quả này cho trị trung bình bình phương của lỗi trong một mẫu của hàm thời gian. Để tìm nguyên nhân gây ra lỗi là vấn đề cần thiết để so sánh giá trị này với trung bình bình phương của mẫu có thời gian không đổi. Điều này rất quan trọng cho tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử. Ta có:

$$SNR = \frac{\overline{s^2}}{\overline{e_n^2}} = \frac{12\overline{s^2}}{\Delta S^2} = \frac{12P_s}{\Delta s^2}$$

Trong đó, p_s là công suất tín hiệu trung bình, biểu thức 7.12 là một kết quả cực kỳ quan trọng mà ta sẽ dùng nhiều trong các phần sau.

Ví dụ 7.5: xem một tín hiệu âm thanh có dạng sin s(t) = 3 cos500πt.

a. Tìm tỉ số nhiễu lượng tử khi dùng lượng tử hoá PCM 10 bit.

b. Cần bao nhiêu bit lượng tử để có tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử nhỏ nhất là 40 dB?

Giải:

a. Biểu thức 7.12 được dùng để tìm tỉ số nhiễu lượng tử. Chỉ các tham số cần thiết được ước lượng là công suất tín hiệu trung bình và kích thước vùng lượng tử. Biên độ đỉnh là 6V. vì thế kích thước của mỗi khoảng thời gian là $6/2^{10} = 5.86x10^{-3}$. Công suất tín hiệu trung bình là $3^2/2=4.5$w. Tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử là:

$$SNR = \frac{12x4.5}{(5.86x10^{-3})^2} = 1.57x10^6$$

Nếu ta muốn biểu diễn chúng dưới dạng decibels, ta lấy logarithm thập phân của giá trị này và nhân với 10. Ta có:

$$SNR=10\log(1.58x10^6)=62dB.$$

b. Giá trị nhỏ nhất của tỉ số tín hiệu trên nhiễu là 40dB. Giá trị này tương đương với 10^4. Ta sử dụng biểu thức 7.12 với ΔS là giá trị chưa biết.

$$\frac{12x4.5}{\Delta S^2} > 10^4 \Rightarrow \Delta S < 7.35x10^{-2}$$

Bây giờ ta chú ý đến khích thước độ dốc là $\Delta S=6/2^N$. Trong đó N là số bit lượng tử. Ta cần phải chọn giá trị của N mà ΔS không vượt quá $7.35x10^2$. Vì thế, ta có:

$$\frac{6}{2^N} < 7.35x10^{-2}$$

Và $2^N>81.6$

Ta có thể lấy logarithm để tìm ra N nhưng điều đó, không cần thiết. Nếu N=6, vế trái bằng 64. Nếu N=7, vế trái là 128. Do đó, ta chỉ cần 7 bit lượng tử để có được tỉ số tín hiệu trên nhiễu nhỏ nhất là 40dB.

Ta thấy rất rõ là mỗi bit lượng tử thêm vào sẽ làm giảm ΔS đi một giá trị là 2. Điều này sẽ làm tăng tỉ số tín hiệu trên nhiễu lên một giá trị là4. Giá trị 4 này tương ứng với 6dB vì 10 log 4 ≈ 6.

Vì thế, mỗi bit lượng tử hoá thêm vào sẽ làm tăng tỉ số SNR lên 6dB.

Biểu thức 7.12 trình bày rất cụ thể cách tìm tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử như một hàm tín hiệu và kích thước bậc lượng tử. Thật là hữu dụng để có được kết quả tổng quát dùng cho việc bắt đầu thiết kế hệ thống. Giả sử ta có tín hiệu s(t) được phân bố đồng đều giữa $-S_{max}$ và $+S_{max}$ như trình bày trong hình 7.37. Trong trường hợp đặc biệt này, biểu thức 7.12 sẽ đưa đến một công thức rất đơn giản. Ta chỉ cần 2 đại lượng để giải quyết biểu thức này. Đó là xác suất tín hiệu trung bình và kích thước của bậc. Xác suất được tìm từ lý thuyết cơ bản là:

$$p_s = \int_{-\infty}^{\infty} s^2 p(s) ds = \frac{1}{2S_{\max}} \int_{-S_{\max}}^{S_{\max}} s^2 ds = \frac{S_{\max}^2}{3}$$

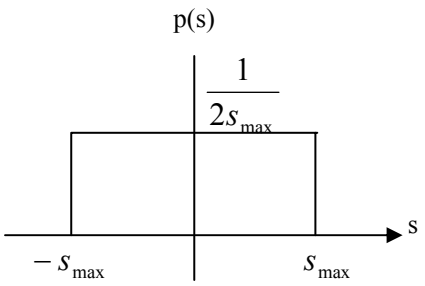
Kích thước bậc được cho bởi:

$$\Delta S = \frac{2S_{\max}}{2^N} = \frac{S_{\max}}{2^{N-1}}$$

Biểu thức 7.12 sẽ trở thành:

$$SNR = \frac{4S_{\max}^2}{S_{\max}^2 / 2^{2N-2}} = 2^{2N} \qquad (7.13)$$

Chú ý rằng giá trị đặc biệt của S_{max} không ảnh hưởng đến tỉ số tín hiệu trên nhiễu SNR. Khi S_{max} thay đổi, cả công suất tín hiệu và công suất nhiễu lượng tử sẽ thay đổi một lượng giống nhau.



Hình 7.37 Tín hiệu phân bố đồng đều.

Ta có thể đổi tỉ số tín hiệu trên nhiễu của biểu thức 7.13 sang decibels với kết quả như sau:

$$SNR_{dB} = 10 \log (2^{2N}) = 20N \log (2) = 6N \text{ dB} \qquad (7.14)$$

Kết quả này thể hiện điểm bắt đầu thật tốt ngay cả khi tín hiệu phân bố không đồng đều. Trong câu b của ví dụ 7.5 ta yêu cầu chỉ ra số bit lượng tử để có được tỉ số tín hiệu trên nhiễu SNR nhỏ nhất là 40dB. Nhưng để 6N lớn hơn 40, N tối thiểu phải là 7. Như vậy kết quả này cũng giống như ta đã tìm trong ví dụ 7.5. Nhưng ta hãy cẩn thận khi sử dụng biểu thức (7.13) và (7.14). Hầu hết các tín hiệu trong đời sống thực tế, không được phân bố đồng đều và những biểu thức này chỉ áp dụng cho các trường hợp phân bố đồng đều. Nếu ta áp dụng không đúng biểu thức 7.14 cho một tín hiệu không đồng đều, ta sẽ gặp rắc rối trong khi thiết kế hệ thống với giá trị N sai. Nếu sử dụng một giá trị nhỏ hơn giá trị cần thiết, ta sẽ không thấy được trường hợp đặc biệt của tỉ số tín hiệu trên nhiễu SNR. Ngược lại, nếu sử dụng một giá trị quá lớn, ta phải chi cho một khoảng tiền lớn vì yêu cầu việc truyền nhiều bit trên giây hơn làyêu cầu để thấy những trường hợp đặc biệt.

1. NHIỄU LƯỢNG TỬ: LƯỢNG TỬ HOÁ KHÔNG ĐỀU ĐẶN.

Trong những trường hợp mà các mẫu vào không được phân bố đồng đều, có thể có được các tỉ số tín hiệu trên nhiễu lớn hơn bằng cách sử dụng lượng tử hoá không đều đặn. Ta bắt đầu bằng cách giả sử rằng các mẫu được phân bố tuỳ theo mật độ xác suất p(s) như được trình bày trong hình 7.38. Mặc dù điều này tương đương với định lý Gausse nhưng có nghĩa là hàm mật độ xác suất tái hiện lại và kết quả mà ta sẽ thấy không phụ thuộc vào bất cứ dạng đặc biệt nào của tín hiệu. Ta đã minh hoạ lượng tử hoá 3 bits tạo ra 8 vùng được đánh dấu bởi các đường biên s_i và bởi các giá trị được làm tròn s_{qi}. Lỗi lượng tử trung bình bình phương được cho bởi biểu thức:

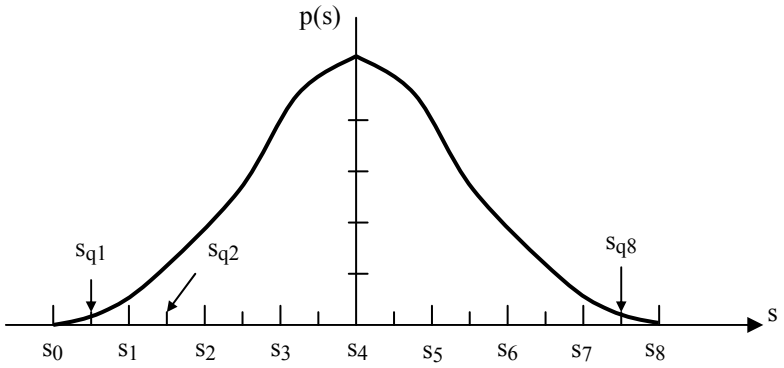
$$mse = E([s(nT_s) - s_q(nT_s)]^2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (s - s_q)^2 \, p(s) ds = \sum_i \int_{s_i}^{s_{i+1}} (s - s_{qi})^2 \, p(s) ds$$

Trong biểu thức (7.15), các giá trị s_{qi} là các mức lượng tử được làm tròn khác nhau và p(s) là hàm mật độ xác suất của các mẫu tín hiệu. Ta sẽ trở lại biểu thức này trong phần tiếp theo khi ta kiểm tra các hệ thống đã được nén. Còn bây giờ, ta sẽ sử dụng biểu thức này để chứng minh câu phát biểu đã đề cập trước đó về vị trí tốt nhất cho các giá trị làm tròn. Ta giả sử rằng các vùng được xác định (s_i là giá trị cho trước) và ta muốn tìm vị trí tối ưu của các giá trị làm tròn s_{qi}. Ta dùng từ "tối ưu" theo nghĩa là những giá trịnày làm cho trung bình bình phương của lỗi giảm đến mức nhỏ nhất. Để làm được điều đó, tìm sự khác nhau giữa biểu thức 7.15 với s_{qi} và giá trị từ zero.

Ta có:

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} (s - s_{qi})\, p(s) ds = 0$$



Hình 7.38 Mật độ xác suất của các mẫu.

Biểu thưc (7.16) chỉ ra rằng một khi các vùng lượng tử hoá đã được làm tròn, được chọn ở giữa trọng tâm của phần tương ứng trong mật độ xác suất. Vì thế, mức lượng tử thay vì ở giữa của mỗi khoảng, bị lệch về phía xác suất lớn hơn của mỗi khoảng thời gian. Đây là cách nhìn trực giác.

Ví dụ 7.6: giả sử hàm mật độ của s(t) là một mật độ theo định lý Gausse tại giá trị zero với sự khác biệt là 1/9. Bởi vì khả năng của của một mẫu vượt quá biên độ 1, nhỏ hơn 1% (đó là điểm 3δ), giả sử rằng ta lượng tử hoá vùng giữa –1 và +1 (đó là các giá trị ở trên biên độ 1 sẽ bão hoà tại giá trị hoặc 000 hoặc 111). Ơ đây ta sử dụng lượng tử hoá 3 bit.

a. Tìm lỗi lượng tử bình phương, giả sử rằng ta sử dụng lượng tử hoá đều đặn.

b. Đề nghị một sơ đồ mà ở đó các vùng lượng tử hoá được chọn có diện tích bằng nhau dưới hàm mật độ xác suất qua mỗi vùng. Đó là xác suất của hàm trong bất kỳ khoảng thời gian riên nào đều giống nhue trong những khoảng thời gian khác. Hãy chọn vị trí thích hợp nhất cho các giá trị làm tròn và tìm lỗi bình phương.

Giải:

a. Ta dùng công thức tương đương của (7.11) để tìm lỗi bình phương trong trường hợp lượng tử hoá đều đặn. Kích thước của mỗi khoảng là 2/8 = ¼. Lỗi được cho bởi:

$$mse = \frac{\Delta S^2}{12} = \frac{1}{192} = 5.2x10^{-3}$$

b. Đầu tiên ta phải tìm các đường biên của các vùng lượng tử. Ta chia phần này ra tám đoạn bằng nhau. Vì thế mật độ của mỗi vùng là 1/8. Tham chiếu đến bảng các hàm lỗi ta thấy trị của s_i là:

-1, -0.38, -0.22, -0.1, 0, 0.1, 0.22, 0.38, 1

Biểu thức (7.16) bây giờ được dùng để tìm các trị làm tròn là s_{qi}. Biểu thức này được rút gọn lại là:

$$s_{qi} = 8\int_{s_i}^{s_{i+1}} sp(s) ds$$

Điều này được ước lượng bằng công thức gần đúng hoặc tương đương. Kết quả của các s_{qi} được cho bởi:

-0.54, -0.3, -0.16, -0.05, 0.05, 0.16, 0.3, 0.54

cuối cùng, lỗi bình phương được tìm bằng biểu thức 7.15 là:

$$mse = 5.3 \times 10^{-3}$$

Điều này nói lên lượng tử hoá đều đặn, tốt hơn lượng tử hoá không đều đặn. Tuy nhiên, với mật độ Gausse và chỉ lượng tử hoá 3 bit, biểu thức 7.11 không tương đương với lỗi bình phương. Biểu thức này đòi hỏi mật độ phải tuyến tính qua các vùng khác nhau. Câu trả lời chính xác cho câu a có thể áp dụng biểu thức 7.15. Kết quả sẽ là 6.2×10^{-3}, và vì thế lượng tử hoá không không đều đặn không cung cấp một tiến triển trong quá trình thực hiện.

Ví dụ này đề nghị một thuật toán khả thi cho việc chọn lựa trong các vùng lượng tử hoá. Thật sự, đây không phải là thuật toán tốt nhất khi so sánh với lượng tử hoá đều đặn trong một số trường hợp.

Biểu thức lỗi bình phương nhấn mạnh xác suất bình phương của sự sai lệch từ giá trị được lượng tử trước khi tích phân. Một cách tổng quát, vấn đề là làm giảm thiểu lỗi của biểu thức 7.15 như một hàm hai biến s_i và s_{qi}. Các giá trị s_{qi} bắt buộc thoả mãn biểu thức 7.16. Ngoại trừ mật độ xác suất có thể được tính toán bằng công thức gần đúng. Vấn đề này, tính toán không đơn giản.

Ta có thể sử dụng biểu thức 7.15 để có được sự tương đương nhằm cải tiến số bit lượng tử tăng. Qui luật sau đây cho phép chọn lựa vùng lượng tử hoá: chọn lựa vùng lượng tử hoá để phù hợp tính đều đặn.

$$(s_{i+1} - s_i)^2 \, p(\text{điểm giữa}) = \text{ hằng số.} \qquad (7.17)$$

phần này ta sẽ nghiên cứu sâu ở cuối chương.

2. HỆ THỐNG NÉN VÀ GIẢI NÉN (companded systems)

Biểu thức tương đương bằng một hàm nén đặc biệt được so sánh với lượng tử đều đặn. Kết quả, tương đương, và sự tương đương này sẽ làm cải tiến số bit lượng tử tăng. Vì thế các vùng lượng tử trở nên nhỏ hơn. Ta giả sử rằng các trị làm tròn, ở giữa mỗi khoảng thời gian. Đây là cách chọn tốt nhất nếu mật độ có thể được giả sử là hằng số qua độ rộng của mỗi khoảng. Giả sử rằng hàm mật độ tương đương qua từng khoảng giá trị của nó ở tại các trị làm tròn. Biểu thứ 7.15 được viết lại là:

$$mse = \sum_i \int_{s_i}^{t_{i+1}} (s - s_{qi})^2 \, p(s) ds = \sum p(s_{qi}) \frac{(s - s_{qi})^3}{3} \Bigg|_{s_i}^{t_{i+1}} \qquad (7.18)$$

Và bây giờ ta lấy s_{qi} là khoảng giữa của mỗi khoảng

$$s_{qi} = \frac{s_i + s_{i+1}}{2}$$

Biểu thức 7.18 sẽ trở thành:

$$mse = \sum_i p(s_{qi}) \frac{(s_{i+1} - s_i)^3}{12} \qquad (7.19)$$

Thật sự nếu kích thước các bậc đều đặn của ΔS được thay vào trong biểu thức 7.19 kết quả chỉ còn là $\Delta S^2/12$. Nếu không rơi vào trường hợp này, ta phải kiểm tra lại sự thay đổi để tìm ra lỗi.

Ta có thể liên kết kích thước mỗi khoảng s_{i+1} - s_i đến độ dốc của đường cong được nén.Nếu ngõ ra nén được lượng tử hoá đều đặn với cỡ bậc là ΔS, cỡ bậc tương ứng của dạng sóng chưa nén tương đương với hình 7.38.

$$(s_{i+1} - s_i) \approx \frac{\Delta S}{F'(s_i)}$$

Ta cần giới hạn tổng này khi các khoảng thời gian càng ngày càng nhỏ. Để làm được điều đó, ta tách bình phương của mỗi khoảng từ toán hạng luỹ thừa 3 trong biểu thức 7.19 và viết lại số hạng bình phương này bằng cách sử dụng đạo hàm hàm.

$$mse = \frac{1}{12}\sum_i p(s_{qi})(s_{i+1} - s_i)^2 (s_{i+1} - s_i)$$

$$= \frac{1}{12}\sum_i \frac{p(s_{qi})\Delta S^2}{[F'(s_i)]^2}(s_{i+1} - s_i) \quad (7.20)$$

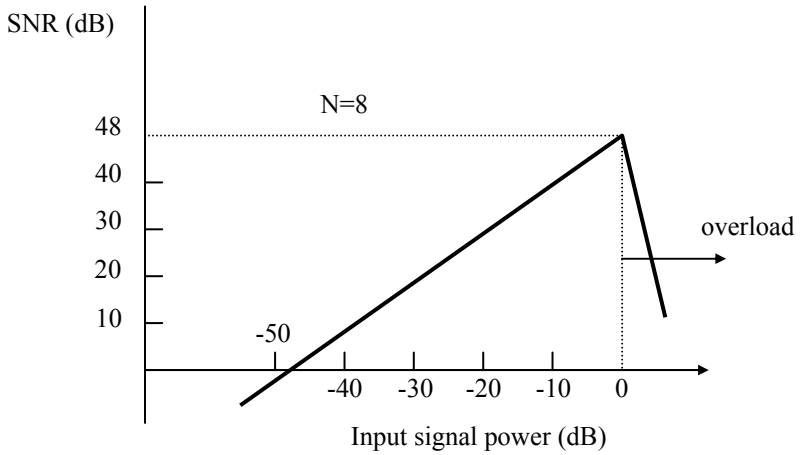
tính giới hạn trở thành:

$$mse = \frac{\Delta S^2}{12}\int_s \frac{p(s)}{[F'(s)]^2} ds$$

Lỗi bình phương cho một lượng tử hoá đều đặn xuất hiện trong biểu thức 7.21. Nếu tích phân trong biểu thức này nhỏ hơn 1, bộ nén và giải nén sẽ là lượn tử hoá đều đặn.

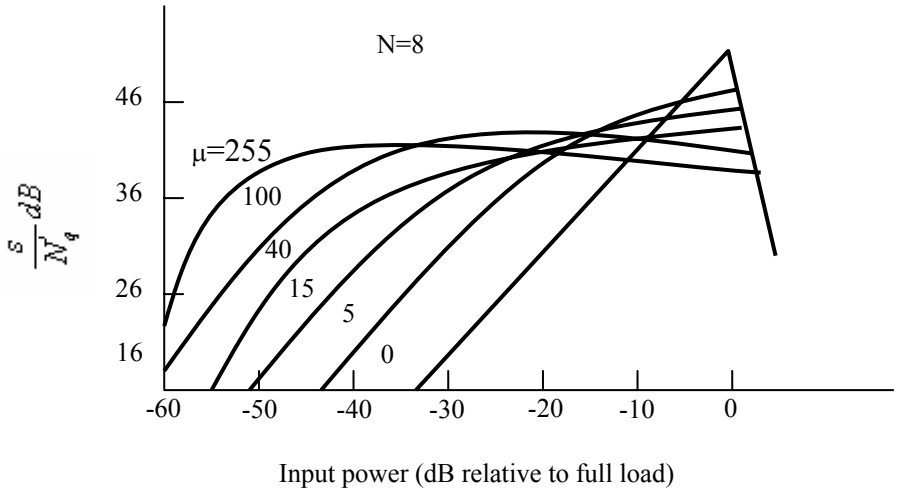
Ta muốn so sánh hệ thống nén và giải nén đều đặn. Trong sự so sánh này, ta sẽ chọn lượng tử hoá 8 bit bởi vì đây là cách thông dụng nhất trong việc truyền âm thanh. Nếu ta giả sử rằng các mẫu tín hiệu được phân bố không đều đặn, tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử là 48dB khi dùng lượng tử hoá 8 bit.

Giả sử rằng công suất tín hiệu giảm nhưng các mức lượng tử, không thay đổi (ta không thiết kế lại bộ biến đổi A/D). Miễn sao tín hiệu lấp đầy ít nhất một vùng được lượng tử (-ΔS/2 đến +ΔS/2), và công suất nhiễu trung bình còn lại không thay đổi. Vì thế, khi công suất tín hiệu giảm, tỉ số tín hiệu trên nhiễu SNR cũng giảm cùng một tỷ lệ. Ta có thể vẽ SNR như một hàm công suất ngõ vào như được trình bày bằng đường tuyến tính của hình 7.39. Khi tín hiệu tăng vượt quá phạm vi của các mức lượng tử (trong trường hợp quá tải), công suất nhiễu tăng lên khá nhanh. Điều này là đúng bởi vì các mẫu lớn hơn sẽ làm bảo hoà hệ thống và nhiễu sẽ không giới hạn về biên độ đến ΔS/2 nữa. Với bất kỳ SNR nào, phần đường cong ở trên mức này thể hiện vùng lượng tử hoá động. Ví dụ nếu ta cần SNR ít nhất là 28dB, khoảng động này sẽ đi từ –20 đến khoảng +3dB trong trường hợp đầy tải như thể hiện trên sơ đồ.



Hình 7.39 Nguồn tín hiệu kháng SNR.

Hệ thống nén-giải nén thực hiện tốt hơn hệ thống lượng tử hoá đều đặn đối với các tín hiệu nhỏ. Điều này đúng bởi vì, các khoảng nhỏ hơn, kích thước mẫu giảm.



Hình 7.40 Hoạt động của hệ thống nén.

Ta có thể ước lượng sự thự hiện hệ thống nén-giải nén và so sánh nó với hệ lượng tử hoá đều đặn. Trong hình 7.40 thực hiện điều đó cho mật độ tín hiệu đều đặn và nén-giải nén theo luật μ (các giá trị thay đổi của m bao gồm μ-255). Các đường cong của hình 7.39 được lập lại trong hình này khi so sánh. Chú ý rằng hệ thống nén-giải nén thực hiện tốt hơn lượng tử hoá đều đặn cho các mức tín hiệu thấp như mong muốn. Ví dụ như, nếu ta mong muốn tỉ số tín hiệu trên nhiễu ít nhất là 28dB, khoảng động sẽ đi từ –50dB đến khoảng +3dB khi đủ tải như đã chỉ ra trong sơ đồ.

NHIỄU LƯỢNG TỬ TRONG BIẾN ĐIỆU DELTA (quantization noise in delta modulation)

Một lần nữa ta định nghĩa lỗi lượng tử là hiệu số giữa tín hiệu gốc và sự lượng tử tương đương (hàmbậ thang):

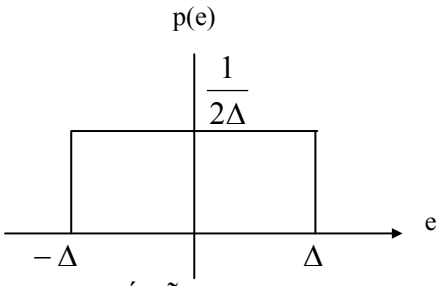
$$e(t) = s(t) - s_q(t)$$

Giả sử rằng tốc độ lấy mẫu và kích thước từng bậc, được chọn trước để tránh quá tải. Với những điều kiện này, biên độ của nhiễu lượng tử không bao giờ vượt quá kích thước bậc. Để đơn giản, ta giả sử tất cả biên độ tín hiệu thì bằng nhau, ta kết luận rằng lỗi được phân bố đều đặn qua phạm vi giữa -Δ và +Δ như được trình bày ở hình 7.41. Giá trị trung bình bình phương của nhiễu lượng tử được cho bởi:

$$mse = \frac{1}{2\Delta}\int_{-\Delta}^{\Delta} e^2 de = \frac{\Delta^2}{3}$$

Trong các hệ thống viễn thông số đang xây dựng, một câu hỏi hợp lý đặt ra là sử dụng PCM hay DM trong kỹ thuật mã hoá nguồn. Ta sẽ lo lắng về nhiều yếu tố: tốc độ bit truyền đòi hỏi về băng thông hệ thống, độ tin cậy, nhiễu lượng tử và sự ảnh hưởng của lỗi truyền. Ta nhận thấy công thức đơn giản của SNR liên hệ với PCM và với DM. Đường thẳng ở dưới đáy là những trường hợp chắc chắn mà DM sẽ cung cấp SNR giống như PCM với tốc độ truyền bit thấp. Trong những trường hợp khác, điều ngược lại vẫn đúng. Biến điệu delta thích nghi cộng thêm thông số khác vào phân tích.

Hình 7.41 Mật độ lỗi lượng tử cho DM



Ta bắt đầu phân tích bằng cách giải quyết lỗi lượng tử bình phương ở tại ngõ ra của bộ thu biến điệu delta. Sự hoàn điệu bao gồm bộ lọc hạ thông LPF làm phẳng các hàm bậc thang để trở thành một đường cong liên tục. Do đó ta phải tìm các đặc tính tần số của nhiễu lượng tử. Đây không phải là bài toán phân tích đơn giản mà nó đòi hỏi một dạng đặc thù mà ta phải chấp nhận cho s(t).

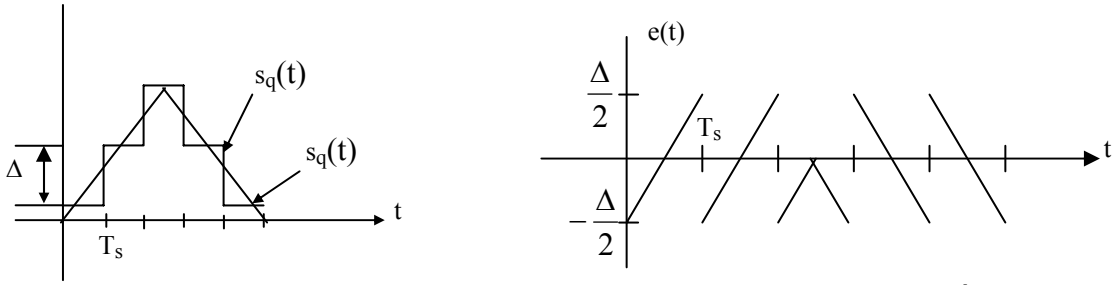
Ta giả sử rằng tín hiệu gốc s(t) là một sóng hình răng cưa. Đây là ví dụ đơn giản nhất về dạng sóng được phân bố đều đặn. Tức là dạng sóng với phiên bản lượng tử của nó và cho ra kết quả nhiễu lượng tử như được trình bày trong hình 7.42. Chú ý rằng hàm nhiễu, hầu như tuần hoàn với chu kỳ T_s (chu kỳ lấy mẫu). Nhiễu tuần hoàn chính xác có chu kỳ bằng với dạng sóng phẳng nếu chu kỳ đó là một tích phân nhân với T_s. Ta giả sử rằng kích thước bậc và chu kỳ lấy mẫu được chọn để tránh quá tải cho trường hợp này để có tính đối xứng hoàn chỉnh. Mật độ phổ công suất của $s_a(t)$ có thể tính một cách chính xác. Công thức của nó là: $\sin^4 f/f^4$ vì biến đổi Fourier của hàm răng cưa cho ra dạng $\sin^2 f/f^2$. Zero đầu tiên của mật độ phổ công suất của dạng sóng tam giác là $f=1/T_s$. Các phần nhô lên bên kia của điểm này, bị giảm công suất đi 1/f. Vì thế, có một ít công suất vượt ngoài

độ dốc chính. Ta giả sử rằng tất cả công suất được tập trung ở dãy tần thấp với tần số $f=1/T_s$. Vì ta giả sử rằng lấy mẫu biến điệu delta xảy ra ở tại tốc độ trên tốc độ Nyquist (cụ thể là lớn hơn 7 lần tốc độ Nyquist). Số zero đầu tiên của phổ xảy ra tại tần số $f=1/T_s$. Tần số này lớn hơn nhiều so với tần số f_m. Bộ lọc thông thấp LPF với tần số cắt là f_m chỉ cho qua một lượng nhỏ có liên quan đến phần nhô lên chính của phổ công suất nhiễu. Điều này được minh hoạ ở hình 7.43. Để có được kết quả tương đương, ta giả sử rằng phổ, thật phẳng qua phạm vi tần số từ 0 đến f_s. Tổng công suất nhiễu là lỗi bình phương đã được tìm ra trong các phần trước là $\Delta^2/3$. Vì ta giả sử là phổ phẳng nên phần công suất qua bộ lọc hạ thông LPF là $T_s f_m$ hay f_m/f_s. Công suất nhiễu ngõ ra, được cho bởi:

$$N_q = \frac{\Delta^2}{3}\frac{f_m}{f_s}$$

Trong đó f_s là số các mẫu trên giây.

Hình 7.42 Biến điệu delta của dạng sóng hình răng cưa.



Ví dụ 7.7: Một tín hiệu âm thanh có dạng s(t) = 3 cos 1000πt được lượng tử bằng DM. Hãy tìm tỉ số tín hiệu trên nhiễu lượng tử.

Giải:

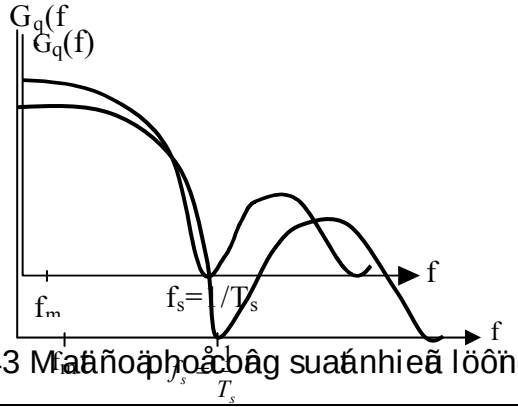
Đầu tiên ta chọn cỡ bậc và tần số lấy mẫu cho dạng sóng này. Nhịp Nyquist là f_s= 1000mẫu/s. Giả sử vì lý do nào đó, ta chọn lớn hơn 8 lần so với nhịp Nyquist tức f_s= 8000mẫu/s. Số lượng lớn nhất của hàm có thể thay đổi trong 1/8ms tương đương với 1V. Nếu kích thước bậc của 1V được chọn, hàm dốc sẽ không quá tải. Công suất lượng tử hoá nhiễu được cho bởi:

$$N_q = \frac{\Delta^2}{3}\frac{f_m}{f_s} = 41.7mW$$

Công suất tín hiệu là $3^2/2$ hay 4.5 W. Cuối cùng tỉ số tín hiệu trên nhiễu được cho bởi:

$$SNR = \frac{4.5}{0.042} = 107 \text{ hay } 20.3 \text{ dB}$$

Giá trị này nhỏ hơn những gì có được nếu sử dụng PCM cho ví dụ này.



Hình 7.43 Mật độ phổ công suất nhiễu lượng tử

VIII. GIỚI THIỆU VỀ MÃ HOÁ ENTROPY VÀ NÉN DỮ LIỆU.

Chủ đề chính của các phần trước thuộc chương này là mã hoá tín hiệu nguồn. Đó là kỹ thuật chuyển đổi một tín hiệu tượng tự sang tín hiệu số.

Phần chính trong phần này là mã hoá entropy. Đây là phương pháp kết hợp một từ dạng số với mỗi thông tin được truyền đi. Ta sẽ thấy sự liên kết này được thực hiện trong phương cách làm giảm thiểu chiều dài thông tin được truyền.

Trong phần 7.8, ta sẽ nghiên cứu về mã hoá kiểm soát lỗi. Phương pháp này thì khác so với mã hoá entropy.

Ngay cả trong trường hợp không có nhiễu thêm vào, các mã hoá entropy cũng phải được thiết kế cẩn thận để tránh nhiều lỗi trong khi giải mã. Vấn đề số một liên quan đến khái niệm này là sự giải đoán duy nhất. Giả sử rằng có 4 bản tin cần được truyền và những bản tin này được mã hoá sang số nhị phân như sau:

$M_1 = 1$ $M_2 = 10$ $M_3 = 01$ $M_4 = 101$

Giả sử bây giờ ta đang ở hệ thống thu và nhận được kết quả là 101. Ta sẽ không biết kết quả này là của M_4 hoặc thông tin ghép của M_2 và M_1 hoặc M_1 và M_3. Do đó sự lựa chọn của các từ mã này cho ra một mã mà không có sự giải đoán mã duy nhất.

Một mã có thể giải đoán một cách duy nhất được nếu không có từ mã tạo nên bắt đầu (được xem như tiền tố) của bất kỳ từ mã nào khác. Vì thế, 4 mã thông tin sau đây là một ví dụ giải đoán duy nhất.

$M_1=1$ $M_2=01$ $M_3=001$ $M_4=0001$

Đặc tính giới hạn tiền tố là đầy đủ nhưng không cần thiết cho khả năng giải mã duy nhất. Ví dụ khá, mã:

$M_1=1$ $M_2=10$ $M_3=100$ $M_4=1000$

Là có thể giải đoán duy nhất được, mặc dù mỗi từ mã là tiền tố của mỗi từ mã khác ở bên phải của nó. Sự khác nhau chính yếu giữa ví dụ này và ví dụ trước là ở chỗ không từ mã nào có thể hình thành như là sự tổ hợp của những từ mã khác. Tuy nhiên đây là điều bất lợi. Mã thì có thể giải đoán duy nhất được nhưng không xảy ra lập tức. Giả sử rằng ta đang ở máy thu và nhận được mã 10. Đến khi ta thấy hai bit được nhận kế tiếp, ta không biết khi nào nhận được thông tin M_2, M_3, M_4.

Ví dụ 7.8: Những mã nào sau đây là giải đoán duy nhất? Hãy xác định chúng khi nào xảy ra.

a. 0, 01, 001, 0011, 101
b. 110, 111, 101, 01
c. 0, 01, 011, 0110111

Giải:

a. Đây không là giải đoán duy nhất vì từ đầu tiên và từ sau cùng khi gởi đi thành chuỗi 0101 và có thể diễn giải là 01 và 01. Đó là hai lần truyền của từ thứ hai.

b. Đây là giải đoán duy nhất vì tất cả những từ bắt đầu với một số 1 và đều có chiều dài là 3. Nếu một chuỗi 3 bit không bắt đầu với số 1, ta biết rằng nó chỉ là một từ có hai bit. Mã này, cũng xảy ra tức thì vì không từ mã nào là tiền tố của từ khác.

c. Đây là giải đoán duy nhất vì tất cả những từ bắt đầu với một số zero, số zero này không lập lại trong bất cứ từ nào là tổ hợp của những từ khác. Nó không xảy ra lập tức vì mỗi từ trong ba từ đầu tiên là một tiền tố của một từ sau cùng khác.

1. MÃ HOÁ ENTROPY (entropy coding)

Vấn đề ta quan tâm ở đây là tìm ra các mã có thể giải đoán duy nhất được với chiều dài nhỏ nhất. Điều này sẽ cho phép truyền với tốc độ lớn nhất trên kênh. Việc kiểm tra các mã được trình bày rõ ràng hơn trong phần này. Những bản tin khác nhau được mã hoá thành những từ có chiều dài khác nhau. Khi nói về chiều dài của một mã, ta phải chỉ ra chiều dài trung bình của những từ mã. Trị trung bình này được tính toán bằng cách lấy xác suất của mỗi bản tin. Rõ ràng rất thuận lợi khi gán những từ mã ngắn hơn cho hầu hết những bản tin có thể có. Mã Morse theo quy luật này bằng cách gán từ mã ngắn nhất bằng ký tự E.

Một định lý căn bản đã tồn tại trong thuyết mã hoá không có nhiễu. Định lý này được phát biểu rằng: đối với các chữ cái mã hoábằng số nhị phân, chiều dài từ mã trung bình, lớn hơn hoặc bằng với entropy. Người ta định nghĩa entropy là

$$H = \sum_i p_i \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right)$$

Trong đó p_i là xác suất của bản tin thứ i. Giá trị $\log_2(1/p_i)$ được hiểu như là nội dung của thông tin và đơn vị của nó là bit. Entropy là lượng tin trung bình trên bản tin.

Gọi chiều dài từ trung bình là n, định lý này được xác định bằng công thức sau:

$$\overline{n} \geq H$$

Ví dụ 7.9: Tìm chiều dài trung bình nhỏ nhất của một mã với 4 bản tin với xác suất lần lược là 1/8, 1/8, ¼ và ½.

Giải: Theo mã hoá entropy ta có:

1/8 x 3 + 1/8 x 3 +1/4 x 2 + ½ x 1 = 1.75 bits

Đây cũng là chiều dài trung bình nhỏ nhất của mã này. Ta chú ý rằng mã có thể là:

M_1 = 000, M_2 = 001, M_3=01, M_4 =1

Mã này có thể giải đoán được và có chiều dài trung bình là 1.75 bits.

2. CÁC MÃ CÓ CHIỀU DÀI THAY ĐỔI (variable length codes)

Nếu các bản tin truyền đi với xác suất không bằng nhau tức các từ mã được chọn có chiều dài không bằng nhau, chiều dài mã trung bình ngắn hơn. Ví dụ giả sử rằng ta có 4 bản tin với xác suất lần lược là 1/8, 1/8, ¼, và ½ (giống như ví dụ 7.9). Một phương pháp để mã hoá những bản tin này sang các từ nhị phân là sử dụng 00, 01, 10 và 11 để gửi 4 bản tin có thể với chiều dài trung bình là 2 bit. Chiều dài trung bình được cho bởi:

1/8 x 3 + 1/8 x 3 +1/4 x 2 + ½ x 1 = 1.75 bits

Ta có thể mã hoá nhiều bản tin sang những từ mã ngắn hơn. Trong trường hợp đặc biệt này chiều dài từ trung bình hợp với entropy. Vì thế ta không thể tìm ra một mã với chiều dài trung bình nhỏ hơn.

Một phương pháp bắt nguồn từ các mã có chiều dài thay đổi là bắt đầu với những mã có chiều dài thay đổi và nhiều nhóm con mở rộng. Ví dụ bắt đầu với mã 1 bít ta có hai từ mã là 0 và 1 và mở rộng cho nó là: 100, 101, 110 và 111. Năm từ mã này là:

0
100
101
110
111

Một phương pháp khác bắt đầu với từ mã 2 bit 00, 01, 10, 11 và mở rộng cho một trong 4 từ mã này sang hai từ. Nếu 01 được chọn cho việc mở rộng, ta sẽ có mã 5 từ.

00
010
011
10
11

Câu hỏi bây giờ là làm sao có nhiều cách để thực hiện mở rộng mà nó sẽ cho kết quả với chiều dài trung bình nhỏ nhất. Ta đã trình bày hai cách để tìm một cách có hiệu quả những từ mã có chiều dài thay đổi. Đó là dùng mã Hufman và mã Shannon-Fano.

Mã Huffman cung cấp một kỹ thuật tổ chức cho việc tìm từ mã có chiều dài thay đổi cho một tập các bản tin. Ta trình bày các bước thực hiện như ví dụ sau đây:

Giả sử rằng ta muốn mã hoá 5 từ s_1, s_2, s_3, s_4, và s_5 với xác suất lần lược là 1/16, 1/8, ¼, 1/16, và ½. Trình tự mã Huffman được thiết lập qua 4 bước sau đây:

Bước 1: Sắp xếp các bản tin theo xác suất giảm dần. Nếu có những xác suất bằng nhau, chọn bất cứ từ nào trước cũng được.

Từ	Xác suất
S_5	½
S_3	¼
S_2	1/8
S_1	1/16
S_4	1/16

Bước 2: Kể từ đáy lên, tổ hợp hai xác suất cuối thành một xác suất mới với xác suất là tổng của hai xác suất cần ghép. Ta sẽ sắp xếp lại khi có được xác suất mới nếu thấy cần thiết. Và ta cũng sắp xếp theo sự giảm dần.

Từ	Xác suất	Xác suất mới
S_5	½	½
S_3	¼	¼
S_2	1/8	1/8
S_1	1/16	1/8
S_4	1/16	

Chú ý rằng xác suất ở cuối của cột bên phải là sự tổ hợp của s_1 và s_4.

Bước 3: Tiếp tục kết nối như bước 2 cho đến khi cột bên phải cùng chỉ còn hai xác suất.

Từ	Xác suất	Xác suất	Xác suất	Xác suất mới
S_5	½	½	½	½
S_3	¼	¼	¼	½
S_2	1/8	1/8	¼	
S_1	1/16	1/8		
S_4	1/16			

Bước 4:Gán những từ mã bằng cách bắt đầu ở bên phải với MSB (the most significant bit). Di chuyển sang bên trái và gán cho những bit khác nếu có sự phân chia xảy ra. Những bit được gán , được gạch dưới như bảng sau:

Từ	Xác suất	Xác suất	Xác suất	Xác suất mới
S_5	½	½	½	½ 0
S_3	¼	¼	¼ 10	½ 1
S_2	1/8	1/8 110	¼ 11	
S_1	1/16 1110	1/8 111		
S_4	1/16 1111			

Cuối cùng các từ mã được xác định như sau:

S_1 -> 1110
S_2 -> 110
S_3 -> 10
S_4 -> 1111
S_5 -> 0

Chú ý rằng tại mỗi điểm có thể có hai cách gán. Nếu có ba hoặc nhiều xác suất thấp nhất bằng nhau, việc chọn lựa tổ hợp là tuỳ ý.

Chiều dài trung bình là:

$$\bar{L} = 4 \times 1/16 + 3 \times 1/8 + 2 \times ¼ + 4 \times 1/16 + 1 \times ½ = 15/8$$

Nếu mã hoá khối được sử dụng, ta cần 3 bit cho một bản tin và chiều dài trung bình sẽ là 3. Entropy của mã được xác định:

$$H = 2/16 \log(16) + 1/8 \log(8) + ¼ \log(4) + ½ \log(2) = 15/8 \text{ bits}$$

Kết quả này cũng giống như chiều dài trung bình của mã Huffman. Vì thế, thủ tục Huffman sinh ra một mã có hiệu quả cao. Điều này tạo ra kết quả bởi vì tất cả các xác suất bản tin là bội của ½.

Điều bất lợi của mã Huffman là ta không thể bắt đầu gán từ mã cho đến khi toàn bộ tiến trình tổ hợp được hoàn tất. Đó là một trong những cột phải được khai triển trước khi từ mã đầu tiên được gán. Tiến trình mã hoá thường được thực hiện bằng một máy vi tính chuyên dụng.

Mã Shannon-Fanno cũng giống như mã Huffman. Sự khác nhau chủ yếu là các thao tác thường tiến hơn là lùi. Vì thế các yêu cầu lưu trữ, được xem như là thư giản và mã thực hiện dễ hơn. Nó thường dẫn đến chiều dài trung bình giống như mã Huffman. Các kết quả mã hoá Shannon-Fano thì không luôn luôn tốt như mã Huffman.

Ta sẽ minh hoạ lại kỹ thuật này bằng một ví dụ. Ta dùng một ví dụ giống như mã Huffman đã trình bày ở phần trước trong chương này.

Bước 1: Sắp xếp những bản tin theo xác suất giảm dần. Nếu có nhiều xác suất bằng nhau, chọn bất cứ từ nào trước cũng được.

Từ	Xác suất
S_5	½
S_3	¼
S_2	1/8
S_1	1/16
S_4	1/16

Bước 2: Chia những bản tin thành những tập con có xác suất ngang nhau nhất. Ta bắt đầu tại đỉnh hoặc đáy và chia nhóm này ra hai tập hợp. Ta tìm xác suất tổng cộng của tập hợp trên và tập hợp dưới. Ta chọn đường chia sao cho kết quả nằm trong xác suất gần nhau nhất. Trong trường hợp này đường phân cách sẽ nằm dưới mẫu tin dầu tiên. Kết quả xác suất cho các mẫu tin ở trên và ở dưới là ½ như được minh hoạ dưới đây.

Từ	Xác suất	
S_5	½	0
S_3	¼	1
S_2	1/8	
S_1	1/16	
S_4	1/16	

Bây giờ ta gán giá trị zero cho tất cả các phần tử của một trong hai tập hợp và giá trị 1 cho tất cả các thành phần khác (đây là sự tuỳ chọn). Giả sử rằng ta chọn 0 cho tập hợp ở trên và 1 cho tập hợp ở dưới. Nếu một tập hợp chỉ chứa một mẫu tin, tiến trình xử lý cho tập hợp đó kết thúc. Vì thế từ mã hoá được dùng để gửi s_5 đi là 0 và ta không cần xem lại tiến trình đó nữa. Ta tập trung vào tập hợp khác và ;ăpklại tiến trình chia nhỏ. Sau một lần chia nhỏ hơn ta có:

Từ	Xác suất	Từ mã
S_3	½	10
S_2	1/8	11
S_1	1/16	
S_4	1/16	

Chú ý rằng xác suất cả phần trên đường phân cách và phần dưới đường ấy đều là ¼. Ta đã cộng bit thứ hai cho các từ mã (cộng 0 cho từ mã ở trên đường phân cách và giá trị 1 cho ở dưới đường ấy). Bởi vì chỉ có một mẫu tin ở trên đường phân cách nên ta kết thúc và mã của s_3 là 10. Tiếp tục chia nhỏ với tập hợp ở dưới đường phân cách ta có:

Từ	Xác suất	Từ mã
S_2	1/8	110
S_1	1/16	111
S_4	1/16	

Cuối cùng ta chia nhỏ tập hợp ở phần dưới đường phân cách ra:

Từ	Xác suất	Từ mã
S_1	1/16	1110
S_4	1/16	1111

Kết quả của từ mã là:

S_1 -> 1110
S_2 -> 110
S_3 -> 10
S_4 -> 1111
S_5 -> 0

Quan sát kết quả trên ta thấy hoàn toàn giống với kết quả khi dùng với mã Huffman.

Ta đã minh hoạ hai kỹ thuật để rút ngắn tập hợp các bản tin thành mã nhị phân hiệu quả nhất. Ta giả sử rằng các bản tin đã được cho và chúng không tổ hợp thành mã được. Nếu các bản tin tổ hợp được, sẽ hiệu quả hơn nhiều. Ta minh hoạ điều này bằng một ví dụ với hai bản tin. Giả sử rằng bản tin này có xác suất lần lược là:

S_1 -> 0.9
S_2 -> 0.1

Thì Entropy được tính là:

$$H= -0.9 \log 0.9-0.1 \log 0.1 = 0.47 \text{ bit}$$

Vì thế ta hy vọng sẽ đạt được một mã có chiều dài gần với giá trị này. Tuy nhiên ta sử dụng hoặc là kỹ thuật Huffman hoặc là mã Shannon-Fano sẽ cho kết quảlà gán giá trị 0 vào một trong các từ mã và giá trị 1 cho từ mã khác. Chiều dài trung bình thường là một bit trên một bản tin. Điều này, nhiều hơn hai lần Entropy.

Giả sử rằng ta tổ hợp các bản tin thành những cặp. Sau đó ta có 4 tập hợp của hai bản tin. Điều này không phụ thuộc vào các bản tin. Các tập hợp có thể và xác suất kết quả là:

S_1S_1 0.81
S_1S_2 0.09
S_2S_1 0.09
S_2S_2 0.01

Nếu sử dụng phương pháp Shannon-Fano ta gán những từ mã như sau:

S_1S_1 0.81 0
S_1S_2 0.09 10
S_2S_1 0.09 110
S_2S_2 0.01 111

Chiều dài từ trung bình thường được xác định như sau:

$$\overline{L} = 1 \text{ x } 0.81 + 2 \text{ x } 0.09 + 3 \text{ x } 0.10 = 1.29 \text{ bits}$$

Vì mỗi bản tin được tổ hợp sẽ thể hiện hai trong số những bản tin gốc, ta chia số này cho hai, tìm ra được 0.645 bit được dùng để gửi một trong số những bản tin gốc.

Bây giờ giả sử rằng ta kết hợp 3 bản tin ở cùng một thời điểm để có được những xác suất bản tin và từ mã như sau:

$S_1S_1S_1$	0.729	0
$S_1S_1S_2$	0.081	100
$S_1S_2S_1$	0.081	101
$S_1S_2S_2$	0.009	11100
$S_2S_1S_1$	0.081	110
$S_2S_1S_2$	0.009	11101
$S_2S_2S_1$	0.009	11110
$S_2S_2S_2$	0.001	11111

Chiều dài trung bình của các mã là 1.598 bits. Vì thế chiều dài trung bình cho bản tin gốc là:

$$L = \frac{1.598}{3} = 0.533 bit$$

Chú ý rằng ta càng kết hợp nhiều bản tin, chiều dài trung bình sẽ tiến gần đến Entropy. Chiều dài trung bình này sẽ bằng với Entropy nếu các xác suất là nghịch đảo bội của 2. Khi càng nhiều các bản tin được kết hợp, các xác suất càng tiến đến gần nhau.

3. NÉN DỮ LIỆU (data compression)

Nén dữ liệu là một thuật ngữ được dùng rộng rãi trong các kỹ thuật làm giảm số bit truyền cho một bản tin. Mã hoá Entropy là một dạng của nén dữ liệu.

Sự thành công của các kỹ thuật nén dữ liệu, phụ thuộc vào các thuộc tính của thông tin. Ví dụ mã hoá Entropy trở nên hiệu quả nhất khi các xác suất của bản tin không bằng nhau. Những kỹ thuật khác mà ta sẽ mô tả phụ thuộc vào các thuộc tính tuần tự của bản tin. Tức chúng phụ thuộc vào các biểu tượng xảy ra trong một trật tự có thể tiên đoán.

Bây giờ ta xem sự mã hoá của một bức ảnh ti vi. Giả sử, một bức ảnh ti vi chứa 426 điểm ảnh có thể nhìn thấy (pixel) trong một đường quét ngang. Nếu ta nói về ti vi trắng đen chỉ cần gửi độ sáng (độ chói) của mỗi điểm ảnh. Giả sử ta quyết định truyền 7 bits thông tin. Thế thì, ta lượng tử độ sáng bằng 2^7 hoặc 128 mức khác nhau. Điều này thể hiện chất lượng của độ phân giải cao. Ta cần 7 x 426 hoặc 2982 bits để truyền thông tin cho mỗi đòng bằng cách sử dụng PCM. Một ảnh ti vi chuẩn thường chứa mộ chuỗi các điểm ảnh gần nhau với cùng độ sáng. Khi ta theo dấu của một đường quét ngang ta có thể thấy hàng trăm điểm ảnh có độ sáng giống nhau (giả sử có một hình ở giữa màn hình và phông nền, giống nhau hoặc giả sử ta gửi một đoạn văn bản trên một nền giống nhau). Trong những trường hợp như thế ta có thể sử dụng kỹ thuật nén dữ liệu (được hiểu như mã run-length) để làm giảm số bit truyền tín hiệu. Thay vì gửi độ sáng cho mỗi điểm ảnh, ta gửi vị trí bắt đầu và độ sáng của điểm ảnh đầu tiên trong số các điểm ảnh có cùng độ sáng với cùng một độ sáng. Để gửi vị trí ta cần 9 bits thông tin bởi vì $2^9 = 512$ và có 426 vị trí khác nhau. Vì thế ta cần 9 bits cho vị trí và 7 bits cho độ sáng (tổng cộng là 16 bits). Thí dụ nếu 10 điểm ảnh lân cận có cùng độ sáng, ta cần 10 x 7 = 70 bits để gửi những thông tin này một cách độc lập. Nhưng chỉ với 16 bit để gửi chúng nếu dùng mã run-length. Khái niệm này có thể dẫn đến tiết kiệm hơn nếu được mở rộng sang hai hướng.

Một trong những bất lợi của mã run-length là tín hiệu dữ liệu xảy ra với tốc độ không đồng đều. Đó là những bit không mã hoá được gửi đi với tốc độ không đổi. Tuy nhiên,

bằng cách mã hoá các vùng sáng đều lớn sẽ cho kết quả dữ liệu truyền với nhịp thấp hơn. Vì thế hệ thống đòi hỏi một vùng đệm. Một sự thiếu sót nữa là các lỗi truyền đi vì hệ thống có bộ nhớ. Một bit lỗi trong một hệ thống dùng PCM để gửi riêng thông tin từng điểm ảnh sẽ gây ra một lỗi độ sáng cho riêng điểm ảnh đó. Nhưng nếu mã run-length được dùng, một bit lỗi có thể ảnh hưởng đến toàn bộ độ sáng của đường quét.

Ta có thể dùng sự tiên đoán trong các dạng nén dữ liệu. Nếu các giá trị của dữ liệu tiếp theo có thể được tiên đoán từ các giá trị hiện tại và các giá trị trước đó thì không cần gửi tất cả dữ liệu. Chỉ cần các giá trị dữ liệu hiện tại cộng thêm một số thông số chính đủ để giúp cho việc tiên đoán.

IX. GIỚI THIỆU VỀ SỬA LỖI TIẾP CHUYỂN (forward error correction).

Ta sẽ cố gắng thiết kế một hệ thống để làm giảm thiểu xác suất của các bit lỗi. Tuy nhiên, trong một môi trường nhiễu thường, không thể làm giảm lỗi đến mức có thể chấp nhận được. Điều ta cần làm là tăng công suất tín hiệu đến giới hạn thực tế. Làm giảm tỉ lệ lỗi là yêu cầu truyền thông ở một tốc độ thấp khó có thể chấp nhận.

Có một sự lựa chọn khác để cải tiến việc thực hiện một hệ thống truyền thông số. Mã kiểm soát lỗi (error control coding) có thể được dùng để cải tiến cấu trúc tín hiệu. Cấu trúc này có thể nhận ra các lỗi ở tại hệ thống thu. Sự phát hiện lỗi (error detection) là tiến trình cung cấp cấu trúc đủ. Do đó hệ thống thu sẽ biết được khi nào lỗi xảy ra. Nếu cấu trúc thêm vào đầy đủ để định vị chính xác vị trí của các lỗi này, mã đó là một mã sửa lỗi (error correcting) và nó có thể sửa đúng các lỗi tại hệ thống thu mà không yêu cầu phải truyền lại. Sự sửa lỗi đó gọi là sửa lỗi tiếp chuyển (forward error correction). Sửa lỗi tiếp chuyển thường yêu cầu thêm vào một số bit khi truyền tín hiệu đi. Do đó ta gửi nhiều bit hơn yêu cầu.

Ta xem hai loại mở rộng của mã điều khiển lỗi là mã hoá khối (block coding) và mã hoá chồng (convolutional coding).

1. MÃ HOÁ KHỐI TUYẾN TÍNH (linear block coding):

Trong mã hoá khối tuyến tính các nhóm của bản tin có chiều dài không đổi được mãhoá sang các nhóm bit mã hoá có chiều dài cố định. Nhóm các bit để hình thành số bản tin mong muốn. Chẳng hạn như bằng cách kết hợp các nhóm 3 bits, ta có thể hình thành nên 8 bản tin có từ mãnhư sau: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Mỗi một trong 8 từ bản tin này có thể được mã hoá sang một trong 8 từ mã khác. Các từ mã không cần thiết phải có chiều dài bản tin giống như từ bản tin gốc. Thật vậy, để điều khiển được lỗi, các từ mã phải dài hơn từ bản tin gọi là phần dư (redundancy).

Ta có thể kiểm tra khả năng sửa lỗi cho các lỗi được phân bố ngẫu nhiên. Ta giả sử rằng các bit thực tế đảo ngược trong khi truyền đi, được phân bố một cách ngẫu nhiên trong suốt bản tin. Đây không phải là trường hợp các lỗi ngẫu nhiên (burst error) mà ở đây xác suất lỗi bit cao xảy ra trong số các bit lân cận.

2. KHOẢNG CÁCH GIỮA CÁC TỪ MÃ

Khoảng cách giữa hai từ nhị phân có chiều dài bằng nhau được định nghĩa như số vị trí bit khác nhau giữa hai từ này. Ví dụ như khoảng cách giữa 000 và 111 là 3 trong khi khoảng cách giữa 010 và 011 là 1. Khoảng cách giữa bất cứ từ nào với từ được hình thành bằng sự thay đổi một bit là 1.

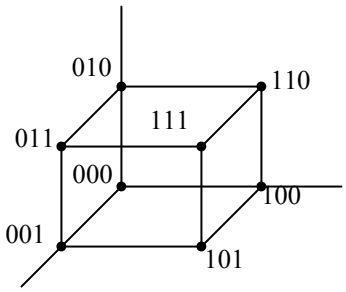
Giả sử bây giờ ta truyền một trong 8 từ mã 3 bit. Và ta truyền trên một kênh bị nhiễu và có một bít vị trí nhận sai vì mỗi tổ hợp 3 bít được dùng cho một bản tin, nên thu được chính là một trong các từ mã và một lỗi được tạo ra. Chẳng hạn như nếu giá trị 101 được truyền và có một lỗi xảy ra trong bit thứ ba nên ở hệ thống thu được sẽ là 100.

Bây giờ giả sử rằng từ vựng của các từ mã là khoảng cách giữa bất cứ hai từ mã nào ít nhất là hai. Tám từ mã sau đây có tính chất trên:

0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111

Bây giờ ta truyền một trong 8 từ mã và một bit lỗi xảy ra trong khi truyền. Vì khoảng cách giữa từ nhận được và từ truyền là 1, từ nhận được không thể ghép bất cứ từ nào trong từ vựng. Ví dụ như giá trị 0101 được truyền và bit lỗi xảy ra ở bit thứ 3, hệ thống thu nhận được 0111. Đây không phải là một trong 8 từ trên. Không thể sửa lỗi được nếu từ mã truyền là một trong các trị sau: 0011, 0101, 0110, 1111.

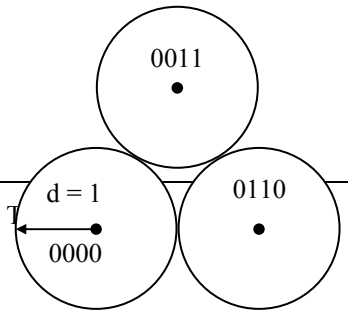
Bây giờ ta sẽ vẽ các từ mã trong một không gian n chiều, 8 từ mã trở thành các góc của hình khối đơn vị như trình bày trong hình 7.44.Bắt đầu tại mỗi góc của hình khối, nếu một lỗi bit được tạo ra, ta sẽ di chuyển một trong những cạnh đến một góc kế bên với khoảng cách là một đơn vị. Vì thế khoảng cách giữa hai từ là số cạnh nhỏ nhất phải được xoay quanh trục để di chuyển từ một từ đến những từ khác.



Hình 7.44 Mã hoá 3 bit trong không gian 3 chiều.

Trong ví dụ trên vơi các từ mã 4 bit ta cần một hình vẽ với 8 điểm thể hiện các từ mã 4 chiều. Đây là một hình khối trong một không gian 4 chiều. Ta tìm ít nhất hai cạnh được xoay quanh một trục từ một từ đến những từ khác.

Trong trường hợp tổng quát nếu khoảng cách nhỏ nhất giữa hai từ mã là 2, các từ mã được chia ít nhất là hai cạnh trong một không gian n chiều. Ta sẽ minh hoạ điều này trong hình 7.45. Trong hình này ta chỉ ra3 trong số các từ mã từ ví dụ trên. Khối cầu n chiều với bán kính đơn vị bao gồm tất cả các từ với khoảng cách bằng 1 được tính từ tâm.



Hình 7.45 Không gian 4 chiều.

Giả sử bây giờ khoảng cách nhỏ nhất giữa các từ mã được tăng lên bằng 3. Ta thấy rằng nếu một lỗi được tạo ra, từ nhận được có khoảng cách bằng 1 từ một từ mã đúng và ít nhất 2 đơn vị so với khoảng cách từ mỗi từ mã khác. Ta sẽ giải mã với từ gần nhất có thể chấp nhận được. Vì thế mã này có khả năng sửa lỗi một bit lỗi. Nhưng khi truyền chắc gì không xảy ra hai bit lỗi. Đối với trường hợp này, tiến trình mã hoá của ta sẽ dẫn đến câu trả lời không đúng. Tuy nhiên xác suất của 2 bit lỗi, nhỏ hơn xác suất của một bit lỗi. Ví dụ nếu ta truyền các từ 5 bits và xác suất của bit lỗi là 10^{-4}, xác suất của một bit lỗi được xác định như sau:

$$5 \times 10^{-4} \times (1-10^{-4})^4 = 5 \times 10^{-4}$$

Và xác suất của 2 bit lỗi sẽ là:

$$10 \times (10^{-4})^2 \times (1-10^{-4})^3 = 10 \times 10^{-8}$$

Vì thế một bit lỗi, nhiều hơn khoảng 500 lần so với 2 bit lỗi. Vì thế chiến thuật của ta có một kết quả trung bình giữa việc ước lượng 500 lần lỗi được sửa đúng và một lần ước lượng sửa lỗi không đúng.

Tổng quát nếu khoảng cách nhỏ nhất giữa các từ mã là D_{min}, ta có số các lỗi là $D_{min} - 1$. Để chuyển từ từ mã được truyền sang từ mã có thể chấp nhận khác ít nhất là D_{min} lỗi được tạo ra, ta có thể nhận ra nếu có nhiều hơn số lỗi được tạo ra.

Nếu ta sửa lỗi bằng cách di chuyển đến từ gần nhất có thể chấp nhận, ta sửa $(D_{min} - 2)/2$ lỗi cho D_{min} chẵn và $(D_{min} - 1)/2$ lỗi cho D_{min} lẻ.

3. CÁC MÃ SỐ HỌC (algebraic codes)

Giả sử rằng từ bản tin của ta bao gồm k bits và ta thêm phần dư với m bits thêm vào. Lúc đó chiều dài của mỗi từ mã vào là n = k + mbits. Vì thế mỗi từ thông tin k bits có liên quan đến một từ mã n bit. Nếu từ thông tin xuất hiện rõ như một phần của từ mã, ta qui ước cho điều này như một mã hệ thống. Nếu ta biểu thị các bit thông tin này là u_i và các bit thêm vào là c_i, từ mã có thể được viết như sau:

$$c_1c_2 \ldots c_mu_1u_2 \ldots u_k$$

Ta đã đặt các bit thông tin ở phần kết thúc của từ mã. Điều này, không cần thiết và chúng có thể xuất hiện bất cứ ở đâu trong từ.

Một mã toán học là một mã mà các từ mã và từ thông tin có liên hệ bằng một biểu thức ma trận.

$$\bar{v} = \bar{u}[G]$$

Trong đó $\bar{u}$ = [1 x k] là vector thông tin.

$\bar{v}$ = [1 x n] là vector từ mã.

[G] = [k x n] là ma trận phát.

Đây là một mã tuyến tính (n, k) trong đó n là chiều dài của các từ mã.

Ví dụ 7.10: Từ mã tuyến tính A(4, 3) được phát bởi ma trận:

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hãy tìm các từ mã liên quan với mỗi từ thông tin.

Giải:

Mã A(4, 3) có các từ thông tin với chiều dài 3 bits và các từ mã có chiều dài 4 bits. Như vậy ta có 8 từ mã thông tin 3 bits. Ta nhân mỗi từ mã cho ma trận phát để tìm các từ mã như sau:

Thông tin	Từ mã
000	0000
001	1001
010	1010
011	0011
100	1100
101	0101
110	0110
111	1111

Trước khi qua ví dụ này ta có một số chú ý. Chú ý đầu tiên là 3 bit mã cuối cùng ghép với từ thông tin. Vì thế mã này là mã hệ thống. Điều này xảy ra khi vế phải của ma trận [G] là một ma trận 3 chiều. Ta cũng chú ý rằng các bit dư thêm vào là một parity bit được chọn để cung cấp cho parity chẳn. Các bits thêm vào trong mã số học, luôn luôn là các bit kiểm tra parity. Mà ở đây ta chọn ký hiệu c_i cho các bits dư này.

Ví dụ 7.11: Mã tuyến tính A(7, 4) được phát bởi ma trận [G]:

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hãy tìm các từ mã liên hệ với mỗi từ thông tin và tìm khoảng cách nhỏ nhất cho mã này.

Giải:

Với mã A(7, 4) có 4 bits thông tin 3 bits parity. Các từ thông tin và từ mã liên quan, được cho như sau:

Thông tin	Mã
0000	0000000
0001	1010001
0010	1110010
0011	0100011

Thông tin	Mã
0100	0110100
0101	1100101
0110	1000110
0111	0010111
1000	1101000
1001	0111001
1010	0011010
1011	1001011
1100	1011100
1101	0001101
1110	0101110
1111	1111111

Việc kiểm tra của ma trận [G] cho thấy rằng:

Bit parity đầu tiên cung cấp parity chẵn khi kết hợp với các bit thông tin thứ nhất thứ 3 và thứ tư.

Bit parity thứ hai cung cấp parity chẵn khi kết hợp với các bit thông tin thứ nhất thứ hai và thứ ba.

Bit parity thứ tư cung cấp parity chẵn khi kết hợp với các bit thông tin thứ hai thứ ba và thứ tư.

Ta có thể kiểm tra khoảng cách giữa mỗi cặp từ mã (có 120 cặp để kiểm tra). Nếu ta làm như thế, ta tìm khoảng cách nhỏ nhất của 3 bit parity. Mã này có thể sửa lỗi một bit hoặc 2 bits. Việc kiểm tra 3 bits parity của từ nhận được cho phép ta xác định các lỗi bằng phép đo đạc tam giác (triangulation).

Kiểm tra các khoảng cách trong ví dụ 7.11 là một tiến trình xử lý toàn diện. Một số phép toán tạo ra tiến trình hầu như đơn giản. Ta bắt đầu định nghĩa độ lớn của từ mã như số số 1 chứa trong từ đó. Nếu ta thêm hai từ (phép toán modulo -2), tổng chứa một số 1 trong mỗi vị trí bit với hai từ khác nhau. Vì thế khoảng cách giữa hai từ là độ lớn của tổng.

Ta có thể nhìn thấy từ biểu thức 7.23 mà tổng của các từ mã là một từ mã có thể chấp nhận được. Nếu ta cộng hai từ thông tin với nhau, kết quả từ mã là tổng của hai từ mã gốc. Đây là một thuộc tính cơ bản của mã toán học. Xem lại ví dụ 7.11 tổng của bất kỳ 2 trong số 16 vector mã phải bằng với một trong các vector mã khác. Vì thế một trong các vector mã nonzero thể hiện tổng của hai vector khác (vector zero là tổng của vector mã với chính nó). Khoảng cách nhỏ nhất giữa các từ mã chính là độ lớn nhỏ nhất của các từ mã nonzero. Đây là giá trị 3 cho ví dụ trước mà ta chỉ cần kiểm tra độ lớn là 15 thay vì 120 khoảng cách.

Mỗi ma trận phát [k x n] có một ma trận kiểm tra parity [(n - k) x n]được định nghĩa là [H]. Ta thiết lập ma trận này bằng lấy hoán vị của phần không xác định của [G] và biến chúng thành ma trận xác định. Vì thế ma trận [H] tương ứng với ma trận [G] trong ví dụ 7.11 là:

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận kiểm tra parity có thuộc tính là:

$$\bar{v}[H]^T = \bar{0}$$

Bất cứ từ mã nào được nhân với chuyển vị của [H] trở thành một vector zero. Ví dụ hãy chọn từ mã thứ 3 trong ví dụ 7.11 là 1001011. Ta tìm được:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Bây giờ giả sử rằng ta truyền mã vecotor $\bar{v}$ và có một lỗi xảy ra trong vị trí bit thứ tư. Đây là biểu thức được thêm vào vector lỗi.

$$\bar{e} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Với vector truyền $\bar{v}$. Ta thu được vector $\bar{r} = \bar{v} + \bar{e}$ và nhân với $[H]^T$. Kết quả sẽ là:

$$(\bar{v} + \bar{e})[H]^T = \bar{v}[H]^T + \bar{e}[H]^T = \bar{e}[H]^T$$

Nếu $\bar{e}$ chứa giá trị 1, $\bar{e}\,[H]^T$ kết hợp với dòng của $[H]^T$ tương ứng với vị trí lỗi. Chẳng hạn như nếu ta thay đổi bit thứ tư trong ví dụ trên, ta sẽ nhận được 1000011. Nó được nhân với $[H]^T$ tạo thành [1 1 0]. Đây chính là dòng thứ tư của $[H]^T$. Ta sẽ nhận ra sự ghép nối của dòng thứ tư. Do đó ta biết được nơi lỗi xảy ra và có thể sửa chúng. Kết qủa là vector nhận được với $[H]^T$ là một dấu hiệu.

Nếu có nhiều hơn một lỗi xảy ra, dấu hiệu là tổng của các dòng có liên quan đến ma trận. Nếu tổng này là duy nhất (tức là nó chỉ có thể có được bằng cách cộng một tập hợp các dòng đặc biệt lại với nhau), mã có khả năng đúng nhiều hơn là lỗi.

Các mã Hamming là một trong những ví dụ quan trọng của các mã toán học có khả năng sửa một lỗi. Các mã Bose, Chaudhuri, Hocquenghem (BCH) là một trong những ví dụ quan trọng của mã số học có thể sửa được nhiều hơn một lỗi.

4. CÁC MÃ CHU KY (cyclic codes)

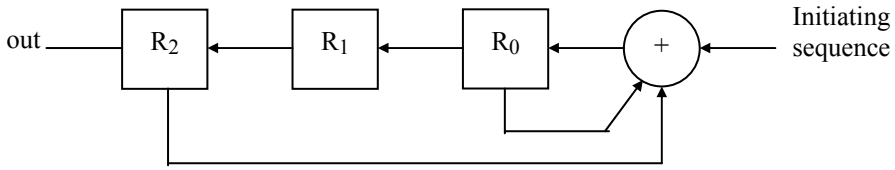
Công cụ của các mã số học đòi hỏi khả năng về thực hiện nhân ma trận và so sánh kết quả với những số nhị phân biến đổi. Các mã phổ biến nhất, được hệ thống lại như các mạch tích hợp.

Các mã chu kỳ là một trường hợp đặc biệt của các mã khối mà nó có thể hình thành rất đơn giản. Chúng có thể trình bày như một bộ ghi lại các từ mã của mã số học. Ta có các mã chu kỳ như các đa thức. Ví dụ như một từ 1101 tương đương với đda thức $1 + X + X^3$. Mỗi vị trí trong từ nhị phân có liên hệ với một biến X. Và mã này tượng trưng cho đa thức phát và các từ mã bắt nguồn từ việc nhân đa thức với vector thông tin để tạo thành đa thức phát.

5. MÃ PN (pseudonoise)

Một lớp đặc biệt của đa thức phát hình thành một tập hợp các mã chu kỳ với các thuộc tính khoảng cách mong muốn. Những điều này được hiểu như các đa thức tối giản cực đại.

Kết quả mã hoá từ các đa thức tối giản được hiểu như mã PN hay pseudonoise. Pseudonoise là một dãy số nhị phân với các thuộc tính giống như nhiễu bạch (white noise). Mã được phát với các thanh ghi dịch hồi tiếp. Ta minh hoạ điều này bằng một ví dụ với sơ đồ khối hình 7.46. Ta cho giá trị ban đầu vào bộ phát bằng hồi tiếp trong dãy số 3 bits. Bộ phát bắt đầu hoạt động và phát mỗi bit thành công bằng cách cộng vào hai bit trước đó lại với nhau. Giả sử rằng ta thêm vào bộ phát 3 bit 010., ngõ ra sẽ là: 0101110010111001010110. . .



Hình 7.46 Bộ phát mã PN.

Chú ý rằng điều này lặp lại với chu kỳ 7 bits. Nếu ta lấy bất cứ 7 bits liên tiếp nào trong dãy số này, ta có một từ mã mới. Vì thế nếu ta thêm vào dãy số giá trị 101, kết quả từ mã sữ là 1011100. Và kết quả này trông giống như từ 2 đến 8 bit trong dãy số này. Ta có thể nhận ra 7 từ mã nonzero như sau:

0111001
1110010
1100101
1001011
0010111
0101110
1011100

Những từ này có thuộc tính khoảng cách bằng nhau. Khoảng cách giữa bất cứ hai từ luôn luôn là 4.

Các dãy số PN dài hơn có các thuộc tính giống nhau. Nếu ta xây dựng một bộ phát với một tế bào lưu trữ nhiều hơn trong thanh ghi dịch và các tiếp điểm hồi tiếp phù hợp, các dãy số thêm vào sẽ có chiều dài 4 bits và các từ mã sẽ tăng chiều dài lên 15 bits. Bất cứ hai trong số 15 từ mã khác nhau sẽ có một khoảng cách cách giữa chúng là 8.

Tổng quát các mã PN với các dãy số thêm vào có chiều dài n, sẽ có các từ mã với chiều dài $2^n - 1$ và khoảng cách giữa hai từ mã là 2^{n-1}. Điều này cho ta một kỹ thuật đơn giản về việc phát các dãy số dài với thuộc tính khoảng cách phù hợp. Khi dịch bất cứ từ mã nào sẽ cho kết quả bằng một từ mã khác, khoảng cách giữa bất cứ từ nào và bản sao của chính nó là 2^{n-1}. Điều này tạo cho các mã PN hữu dụng trong các ứng dụng điều hoà thời gian. Ví dụ như khi một từ mã 127 bit PN, được so sánh với chính nó, có 127 đối số bằng nhau. Với một sự dịch chỉ một vị trí, số đối số giảm xuống còn 63.

6. MÃ HOÁ CHỒNG (Convolutional Coding)

Sự cải tiến trong thực hiện lỗi cho mã hoá khối là khi phần dư được thêm vào. Đó là các bit parity được thêm vào bản tin để tăng khoảng cách giữa các từ mã. Bằng cách đó sẽ cung cấp cho sự phát hiện lỗi và hoặc sửa lỗi. Để gia tăng khả năng sửa lỗi, phải gia tăng số phần dư thêm vào.

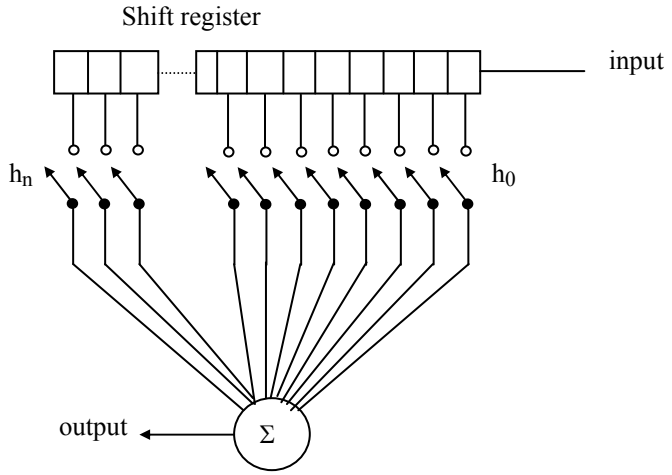
Sự lựa chọn cho mã hoá khối là mã hoá chồng. Trong loại mã này ta không xem các khối bit độc lập như các từ mã nữa. Thay vì một dòng thông tin các bits liên tục được hoạt động trên hình dạng của bản tin mã hoá. Nguồn này phát một chuỗi của bản tin liên tục các bit 1 và 0 và dãy số truyền được phát từ dãy số nguồn này. Dãy số được phát có thể hoặc không thể dài hơn dãy số của bản tin. Kỹ thuật này không thêm các bit dư. Nó sẽ giữ lại khả năng sửa lỗi bằng cấu trúc bộ nhớ trong hệ thống.

Kỹ thuật phát dãy số truyền là lấy chồng dãy số nguồn với dãy số nhị phân cố định. Vì thế một bit truyền đặc biệt t_n được phát từ sự kết hợp của các bits, s_n, s_{n-1}, $s_{n-2,}$. . ., s_{n-k} tuỳ theo biểu thức chồng.

$$t_n = \sum_k s_k h_{n-k} \quad (7.24)$$

Giá trị h trong biểu thức 7.24, hoặc là 1 hoặc là 0 và thêm vào một mạch cộng modulo-2. Biểu thức này có thể được thiết lập lại với một thanh ghi dịch và một mạch cộng modulo-2. Hình 7.47 trình bày cách thiết lập tổng quát của biểu thức 7.24. Các công tắc trong hình đóng nếu giá trị h trong biểu thức 7.24 là 1 và mở nếu giá trị h là 0.

Trong ứng dụng của mã hoá chồng ta thường truyền nhiều hơn một bit cho mỗi ngõ vào 1 bit. Trong hình 7.47 ta có thể dịch ở một bit ngõ vào đặt các công tắc tương ứng với tập giá trị của h và phát bit ngõ ra đầu tiên. Trước khi cho vào một



Hình 7.47 Phát mã PN.

bit ngõ vào khác ta reset các công tắc tương ứng với tập giá trị thứ hai của h và truyền một bit thứ hai. Nếu hai bit ngõ vào được truyền cho một bit ngõ vào, mã đó được gọi là mã chồng với tỉ lệ ½ (rate ½ convolutional code). Trong khi truyền mã chồng với tỉ lệ tỉ lệ ½, ta thường chọn một bit trong mỗi cặp truyền được xác định để chỉ ra dãy số thông tin. Đây là một mã hệ thống.

Ví dụ 7.12: Hình 7.48 trình bày một bộ phát cho mã chồng tỉ lệ ½. Ta đưa ra hai qui ước của việc vẽ thanh ghi dịch. Hình 7.48 a và 7.48 b trình bày hệ thống gống nhau. Dãy số ngõ vào cũng được chỉ ra, bit ngõ vào đầu tiên cũng được chỉ ra ở bên trái và bit ngõ vào cuối cùng (gần nhất) ở bên phải. Hãy tìm dãy số ngõ ra.

Giải:

Ta cho hệ thống được thêm vào với một chuỗi các số zero phù hợp đến việc nhận bit đầu tiên của dãy số ngõ vào và bit cuối cùng là một chuỗi số zero., ngõ ra sẽ là:

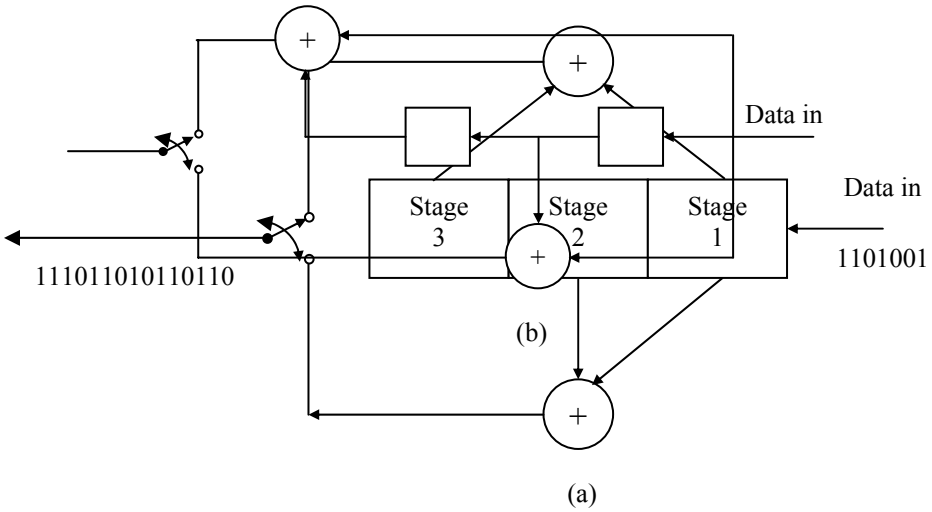
1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0. . .

Ngõ ra của giải mã chồng phụ thuộc vào bit ngõ vào hiện tại và các bit ngõ vào trước đó. Trong ví dụ 7.12 ta cần biết ngõ vào hiện tại và hai ngõ vào trước đó để tìm ngõ ra.

Một cách hữu dụng đặc biệt của việc trình bày mã chồng là một sơ đồ trạng thái. Trạng thái của hệ thống được định nghĩa bằng hai ngõ vào gần nhất.

Vì thế hệ thống có thể là một trong 4 trạng thái tuỳ thuộc vào hai ngõ vào là 00, 01, 10, 11. Khi hệ thống ở trong một trạng thái đặc biệt và nhận một bit ngõ vào hai việc này có thể xảy ra tuỳ thuộc vào bit ngõ vào là 1 hoặc 0. Khi ngõ vào tiếp theo được nhập vào hệ thống,, hệ thống sẽ tạo ra một sản phẩm ở ngõ ra và cũng di chuyển đến một trạng thái mới.

Ta có thể xem lại hệ thống phát của hình 7.48 và phát triển tành sơ đồ trạng thái. Hai ngõ vào trước đó tập trung vào các bước 1 và 2 của thanh ghi dịch. Ngõ vào tiếp theo dịch mọi thứ sang bên trái một ô và tạo ra sản phẩm ở ngõ ra. Trạng thái mới được chỉ ra bởi các nội dung mới của trạng thái 1 và 2.



Hình 7.48 Bộ phát mã hoá chồng cho ví dụ 7.12.

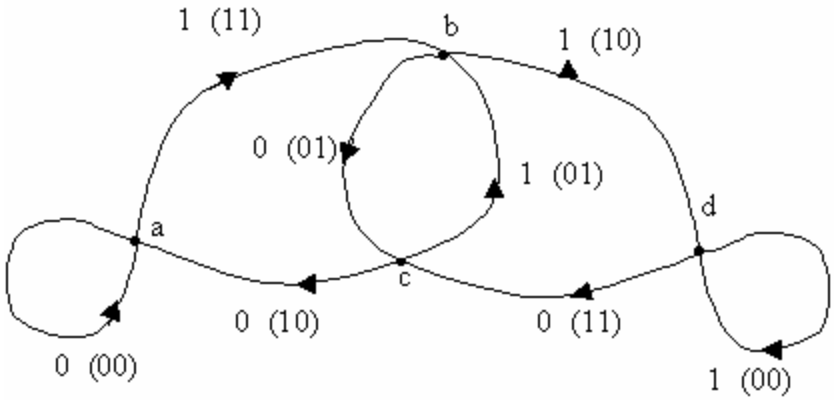
Trong tình trạng này ta phát triển sơ đồ trạng thái của hình 7.49. Trong trạng thái a cả bước 1 và 2 đều chứa chứa giá trị 0 trong khi ở trạng thái d đều chứa giá trị 1. Trạng thái b xảy ra khi bước 1 chứa một giá trị 1 và bước 2 chứa giá trị 0 còn bước c ở vị trí của bước b. Có hai đường rời khỏi mỗi trạng thái nó thể hiện các đường xảy ra bởi hệ thống khi ngõ vào hiện tại hoặc là 0 hoặc là 1. Kết quả ở ngõ ra (là hai bit khi tỉ lệ là ½) được chỉ ra trong ngoặc đơn trên mỗi đường trực tiếp.

Ví dụ 7.12 Có thể giải bằng bằng cách kiểm tra sử đụng sơ đồ trạng thái. Cho mỗi ngõ vào được chỉ ra các trạng thái kết quả 1101001 (giả sử ta bắt đầu ở trạng thái a) là:

b d c b c a b c a a a a a . . .

Ngõ ra được đọc bằng cách kiểm tra từ sơ đồ và hoàn toàn phù hợp với lời giải của ví dụ 7.12.

Hình 7.49 Lược đồ trạng thái của bộ phát cho hình 7.48.



Thách thức thật sự của mã hoá chồng là việc giải mã ở hệ thống thu. Ta có thể thiết lập trạng thái yêu cầu giải mã trong các số hạng của sơ đồ trạng thái mà kết quả trong một từ mã gần nhất nhận được. Số đường dẫn có thể gia tăng với số bit nhận được. Chẳng hạn như với hai bit nhận được sẽ có hai đường dẫn qua lược đồ (giả sử ta bắt đầu ở trạng thái cuối cùng). Với 4 bit nhận được sẽ có 2^2 hoặc 4 đường. Với 6 bit nhận được sẽ có 2^3 hoặc 8 đường. Điều này sẽ xuất hiện ở một tiến trình kết thúc cho chiều dài các dòng bit và thực sự nó không phải là thuật toán Vertibi. Thuật toán này rút ngắn số đường cần thiết được dùng cho sự giải mã. Nó tạo ra vị trí để xây dựng các bộ giải mã đơn giản.